

Advanced Laboratory Course

Wintersemester 09/10

Protokoll zu

Cavities

Philip Pütsch, Benedikt Sauer
Gruppe p17

Universität Bonn
16. Januar 2010

Inhaltsverzeichnis

1	Versuchsziel	3
2	Theorie	3
2.1	Hohlraumresonator	3
2.2	Feldverteilung im zylinderförmigen Resonator	3
2.3	Fundamentalmode	5
2.4	Einkopplung	5
2.5	Kenngößen	5
2.6	Messmethoden	6
2.6.1	Network-Analyser	6
2.6.2	Skalare Messungen	7
2.6.3	Vektorielle Messungen	7
2.6.4	Störkörpermessungen	7
2.6.5	Bestimmung der Shuntimpedanz	8
3	Versuchsdurchführung	8
3.1	Vorbereitung	8
3.1.1	Eigenmoden des Resonators	9
3.1.2	dB und dBm	9
3.1.3	VNA	9
3.2	Dämpfung und Reflexion von Koaxialkabeln	10
3.3	Skalare Messungen	10
3.4	Vektorielle Messungen	13
3.5	Störkörpermessungen	15
4	Fazit	20

1 Versuchsziel

Hohlraumresonatoren, engl. Cavities, sind Hochfrequenz-Resonatoren für elektromagnetische Wellen, die aus einem leitenden Hohlkörper bestehen. Hohlraumresonatoren werden vor allem in der Teilchenphysik als Beschleunigungsstruktur für geladene Teilchen an Teilchenbeschleunigern eingesetzt. Aber auch in vielen anderen Bereichen der Physik und vor allem der Technik, wie z. B. in Hochfrequenzanwendungen, werden Hohlraumresonatoren eingesetzt. Desweiteren kann anhand dieses Beispiels allgemein das Phänomen der Resonanz beobachtet und untersucht werden, das in allen Bereichen der Physik auftritt und von fundamentaler Bedeutung ist. Ziel dieses Versuches ist es also, neben dem Vermessen und Untersuchen einiger spezieller Eigenschaften von Hohlraumresonatoren, einen tieferen Einblick in Resonanzphänomene zu bekommen.

2 Theorie

2.1 Hohlraumresonator

Einen Hohlraumresonator kann man sich aus einem Hohlleiter entstanden vorstellen. Bei einem Hohlleiter handelt es sich um ein leitendes Rohr mit definierten Abmessungen. Das Lösen der Maxwellgleichungen für den ladungsträgerfreien Raum mit den Randbedingungen, die der Hohlleiter bewirkt (dies sind verschwindendes elektrisches Feld parallel zu den Hohlleiterwänden am Ort der Hohlleiterwände sowie verschwindendes magnetisches Feld orthogonal zu den Hohlleiterwänden am Ort der Hohlleiterwände) zu Lösungen, die einer sich in Hohlleiterichtung ausbreitenden Welle entsprechen.

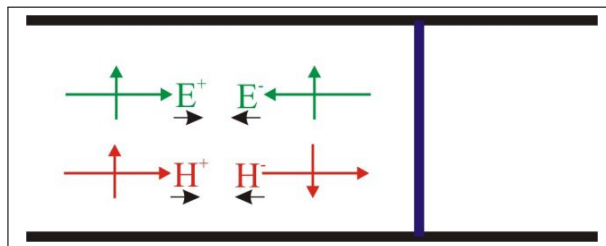


Abbildung 1: Darstellung eines Hohlleiters mit einer reflektierenden Wand

Wenn nun in einen Hohlleiter eine Störung in Form einer leitenden Wand eingefügt wird, so wird die sich im Hohlleiter ausbreitende Welle reflektiert. Wenn nun etwas weiter vorne eine zweite Wand eingefügt wird, so wird die Reflektierte Welle wieder reflektiert und überlagert sich mit der ursprünglichen hinlaufenden Welle. Innerhalb dieses Bereichs können sich stehende Wellen ausbilden, falls sich die zweimalig reflektierte Welle konstruktiv mit der hinlaufenden Welle überlagert. Dies entspricht diskreten Frequenzen – den Resonanzfrequenzen. Diese Frequenzen können mithilfe einer speziellen Einkopplung angeregt werden. Diesen Aufbau nennt man dann Hohlraumresonator.

2.2 Feldverteilung im zylinderförmigen Resonator

Werden die Maxwellgleichungen für Randbedingungen, die ein zylinderförmiger Hohlraumresonator verursacht (siehe oben, verschwindendes paralleles E-Feld und verschwindendes orthogonales H-Feld an jeder leitenden Fläche, also den Resonatorwänden), gelöst, so erhält man verschiedene Moden mit verschiedenen Resonanzfrequenzen. Diese lassen sich nach verschiedenen Eigenschaften klassifizieren. So gibt es zwei grundsätzlich verschiedene Arten von Eigenschwingungen. Zum einen jene, bei denen

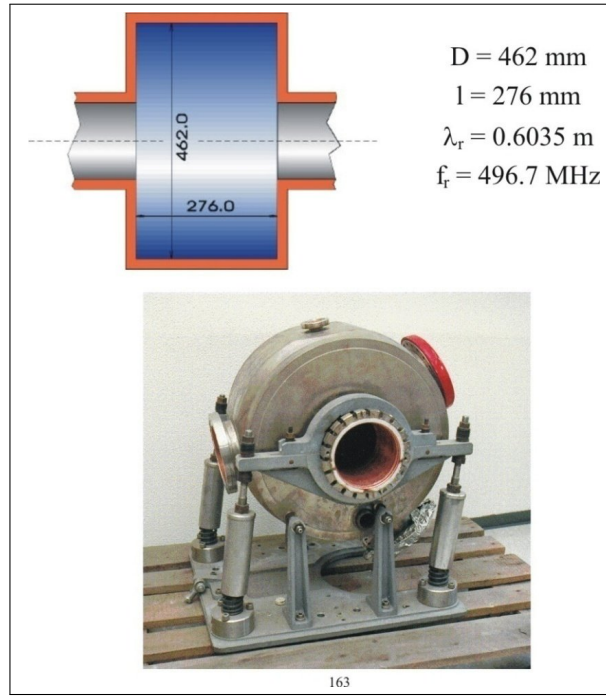


Abbildung 2: Fertig aufgebauter Hohlraumresonator zur Teilchenbeschleunigung wie er beispielsweise am DORIS-Beschleuniger am DESY in Hamburg genutzt wird mit einigen Kenngrößen

das elektrische Feld in z -Richtung (die Richtung des gedachten Hohlleiters) verschwindet. Bei diesen Moden ist das Elektrische Feld orthogonal zur z -Richtung, weshalb sie auch Transversal-Elektrische, oder kurz TE-Moden genannt werden. Zu anderen die Moden, bei denen das Magnetfeld in z -Richtung verschwindet. Diese Moden werden entsprechend Transversal-Magnetisch oder TM-Moden genannt.

Desweiteren werden die Moden anhand von drei weiteren Zahlen klassifiziert. Davon gibt die erste, m , an, wie viele Maxima das Feld in z -Richtung hat. Die zweite, n , besagt, wie viele Maxima das Feld in radialer Richtung hat. Die letzte, p , besagt, wie viele Maxima das Feld in ϕ , d.H. in angularer Richtung hat. Die Feldverteilung in longitudinaler Richtung ergibt sich damit durch:

$$\text{TE}_{\text{mnp}}\text{-Moden:} \quad H_z(z, r, \phi, t) = H_{mn} \cdot J'_m(k_c r) \cdot \cos(m\phi) \cdot \sin\left(\frac{p\pi}{l}z\right) \cdot e^{i\omega_{\text{mnp}}t}$$

$$\text{TM}_{\text{mnp}}\text{-Moden:} \quad E_z(z, r, \phi, t) = E_{mn} \cdot J_m(k_c r) \cdot \cos(m\phi) \cdot \cos\left(\frac{p\pi}{l}z\right) \cdot e^{i\omega_{\text{mnp}}t}$$

Dabei bezeichnet J_m die Bessel-Funktion von m -ter Ordnung sowie J' deren Ableitung. l ist die Länge des Resonators und k_c bezeichnet die kritische Wellenzahl, die sich wie folgt ergibt:

$$\text{TE}_{\text{mnp}}\text{-Moden:} \quad k_c = \frac{j'_{mn}}{a}$$

$$\text{TM}_{\text{mnp}}\text{-Moden:} \quad k_c = \frac{j_{mn}}{a}$$

wobei j_{mn} die n -te Nullstelle der m -ten Besselfunktion ist - j'_{mn} bezeichnet die n -te Nullstelle der Ableitung der m -ten Besselfunktion, a ist der Radius des Resonators. Die orthogonalen Felder ergeben sich nach:

$$ik_c^2 \vec{E}_\perp = k \vec{\nabla}_\perp E_z + \omega \mu_0 \vec{\nabla}_\perp H_z \times \hat{e}_z \quad (1)$$

$$ik_c^2 \vec{H}_\perp = k \vec{\nabla}_\perp H_z - \omega \epsilon_0 \vec{\nabla}_\perp E_z \times \hat{e}_z \quad (2)$$

Die Resonanzfrequenzen ergeben sich durch

$$\text{TE}_{mnp}\text{-Moden: } \omega_{mnp} = c \cdot \sqrt{\left(\frac{j'_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2} \quad (3)$$

$$\text{TM}_{mnp}\text{-Moden: } \omega_{mnp} = c \cdot \sqrt{\left(\frac{j_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2} \quad (4)$$

$$(5)$$

Bei gegebener Geometrie des Resonators können die verschiedenen Resonanzfrequenzen in einer Modentabelle abgelesen werden.

2.3 Fundamentalmode

Bei den TM-Moden ist die TM_{010} -Mode die Fundamentalmode, das heißt die Mode mit der geringsten Frequenz. Bei den TE-Moden ist die TE_{011} -Mode die Fundamentalmode. Welche dieser beiden Moden die Fundamentalmode des Resonators ist hängt von seiner Geometrie ab. Sobald der Durchmesser des Resonators das 1,015-fache der Länge des Resonators überschreitet so ist die TM_{010} -Mode die Fundamentalmode, ansonsten ist es TE_{011} .

In der Teilchenphysik benutzt man zur Beschleunigung von geladenen Teilchen die TM_{010} -Mode – diese hat den Vorteil, dass das elektrische Feld entlang der z -Richtung konstant ist. Dadurch gewinnt ein Teilchen bei einem Durchlauf durch den Resonator bei dieser Mode am meisten Energie gegenüber allen anderen Moden bei festgelegter maximalem elektrischen Feld im Resonator.

2.4 Einkopplung

Um den Resonator zum Schwingen anzuregen ist es nötig, Hochfrequenz in den Resonator einzukoppeln. Dafür gibt es verschiedene Möglichkeiten. Zum einen besteht die Möglichkeit, einen Hohlleiter an den Resonator zu flanschen und einen Schlitz an der Flanschstelle einzufügen. Durch die Größe des Schlitzes kann die Stärke der Kopplung modifiziert werden.

Weiterhin gibt es Übergänge von Koaxialkabeln in den Resonator. Dies sind zum einen die Stiftkopplung, zum anderen die Schleifenkopplung. Bei der Stiftkopplung wird einfach der Innenleiter des Koaxialkabels als Stift in das Resonatorinnere gebracht, der Außenleiter wird mit dem Resonator selbst verbunden. Diese Art der Kopplung koppelt hauptsächlich an das elektrische Feld im Resonator. Bei der Schleifenkopplung wird der Innenleiter des Koaxialkabels in Form einer Schleife im Inneren des Resonators an den Außenleiter des Koaxialkabels gebracht und mit selbigem leitend verbunden. Der Außenleiter ist weiterhin mit dem Resonator verbunden. Diese Art der Kopplung stellt also einen NF-Kurzschluss dar, koppelt jedoch bei Hochfrequenz an das magnetische Feld.

2.5 Kenngrößen

Ein Hohlraumresonator kann im einfachsten Fall durch ein Ersatzschaltbild in Form einer Parallelschaltung eines Kondensators, einer Spule und eines Widerstands dargestellt werden. Die Größen in diesem Schaltbild – also die Kapazität, die Induktivität, und der ohmsche Widerstand, charakterisieren den Resonator und seinen Resonanzverlauf vollständig. Desweiteren kann die Qualität der

Kopplung an den Resonator noch durch den sogenannten Koppelfaktor beschrieben werden:

$$\kappa = \frac{P_{\text{ext}}}{P}$$

dem Verhältnis der eingehenden Leistung auf dem Einkoppelweg (P_{ext}) zu der im Resonator verbrauchten Leistung im Gleichgewichtsfall ohne äußere Störungen (z. B. durch durchfliegende Teilchen). Der Widerstand im Ersatzschaltbild wird auch Shuntimpedanz genannt.

Die drei Resonatorkenngrößen und der Koppelfaktor können in weitere Größen umgerechnet werden. Man benötigt aber immer drei Größen zur Beschreibung des Resonators und eine zur Beschreibung der Kopplung. Ein Satz äquivalenter Größen sind beispielsweise die Shuntimpedanz, die Resonanzfrequenz sowie die Kreisgüte Q_0 und das Stehwellenverhältnis S in der Einkoppleitung.

2.6 Messmethoden

2.6.1 Network-Analyser

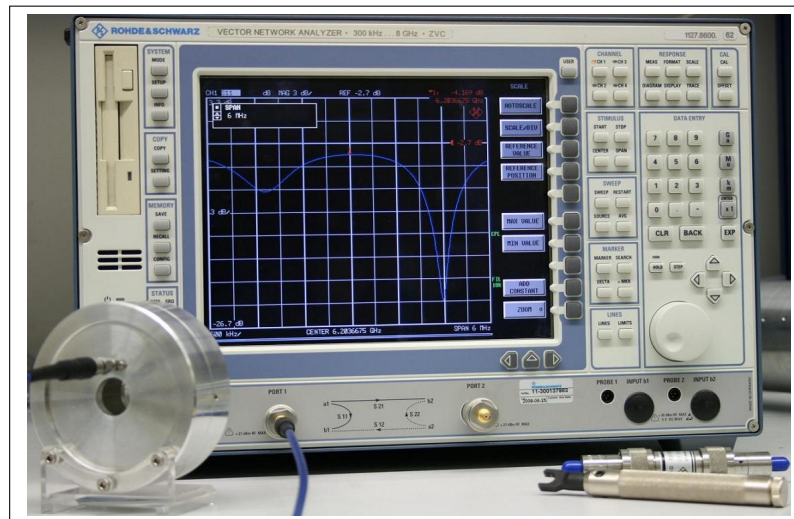


Abbildung 3: Abgleichbarer, vektorieller Network-Analyser der Firma *Rohde und Schwarz* wie er im Versuch verwendet wird – hier mit angeschlossenem Cavity

Bei einem Network-Analyser handelt es sich um ein Gerät, dass auf einen Ausgang eine Hochfrequenz mit bestimmter Amplitude und Frequenz gibt und dann entweder die in diesen Ausgang zurück reflektierte Spannung oder die in einen getrennten Eingang transmittierte Spannung im Verhältnis zur abgegebenen Spannung misst. Der Network-Analyser fährt dabei die Frequenzen in einem vorher gewählten Intervall durch und stellt das frequenzabhängige Ergebnis in verschiedenen Darstellungsmodi auf dem Bildschirm dar.

Mithilfe eines Network-Analysers ist es möglich, den Frequenzgang von Hochfrequenzkomponenten wie beispielsweise Kabeln, Schwingkreisen, LC- oder RC-Filtern oder Ähnlichem zu bestimmen. Auch der Verlauf der Verstärkung eines Verstärkerelementes kann mit diesem Gerät untersucht werden.

Ein vektorieller Network-Analyser (VNA) bestimmt weiterhin die Phase zwischen dem emittierten und dem reflektierten bzw. transmittierten Signal. So ist es beispielsweise möglich, einen komplexen Anpasswiderstand, bei dem eine Phasendrehung auftritt, zu bestimmen.

Häufig ist der Effekt, den ein Anschlusskabel auf den Frequenzgang hat nicht von Interesse – der reine Frequenzgang des Messobjekts ohne Kabel ist von Interesse. Zu diesem Zweck kann man den im Versuch benutzten VNA kalibrieren. Dazu wird vor der eigentlichen Messung dorthin, wo später das Messobjekt angeschlossen werden soll, also an das Ende des Kabels, zuerst ein definierter Kurzschlussstecker, dann ein Abschlusswiderstand und schließlich ein definiertes offenes Ende geschraubt. Diese Objekte weisen eine feste Reflexionscharakteristik auf (Kurzschlussstecker: Vollständige Reflexion mit Phasendrehung um 180° , Abschlusswiderstand: keine Reflexion, offenes Ende: Vollständige Reflexion ohne Phasendrehung), womit der VNA die Möglichkeit hat, Effekte des Kabels wie Laufzeit und Dämpfung herauszurechnen.

2.6.2 Skalare Messungen

Bei dieser Messung wird das Cavity an den VNA angeschlossen. Der VNA wird jedoch nur im skalaren Betrieb genutzt. So kann der Reflexionsverlauf an der Einkopplung gemessen werden. Der Reflexionsfaktor ist dabei über den gesamten Frequenzbereich nahe 1, nur in der Nähe der Resonanzfrequenzen weicht er von 1 ab und wird niedriger. Genau auf der Resonanz hat der Betrag des Reflexionsfaktors ein Minimum. Durch diese Messung können die verschiedenen Resonanzfrequenzen des Cavities bestimmt werden – weiterhin kann über den Reflexionsfaktor bei der Resonanz auch der Koppelfaktor bestimmt werden. Da leider nur der Betrag des Reflexionsfaktors gemessen wird, kann der Koppelfaktor auf zwei verschiedene Werte eingeschränkt werden. Weiterhin ist es möglich, über die Breite der Kurve die Güte des Cavities zu bestimmen.

2.6.3 Vektorielle Messungen

Die gleiche Messung wird nun wiederholt, diesmal aber im vektoriellen Modus des VNA. So ist es auch hier möglich, die Resonanzfrequenz, die Kreisgüte sowie den Koppelfaktor zu bestimmen, wobei der Koppelfaktor diesmal aufgrund der vektoriellen Messung eindeutig bestimmt ist. Aus diesen Messergebnissen kann jetzt die unbelastete Güte bestimmt werden, die durch externe Impedanzen, beispielsweise durch das Kabel, die in einer externen Güte zusammengefasst werden können, verschlechtert wird und zu einer geringeren effektiven Güte führen.

2.6.4 Störkörpermessungen

Die Störkörpermessmethode ist eine Möglichkeit, das in dem Cavity herrschende elektrische Feld zu bestimmen. Dabei wird ein kleiner Störkörper in das Cavity eingebracht. Dieser hat ein anderes ε und μ als die Luft im Cavity, wodurch sich die Resonanzfrequenz ändert. Dieser Effekt kann gemessen werden und ist abhängig vom Ort, an dem der Störkörper eingefügt wurde. Mithilfe eines kleinen Störkörpers kann so das Feld im Cavity abgetastet werden. Zum Einsatz kommt dafür ein Teflonkügelchen mit einem Radius von 1 mm.

Resonante Störkörpermessung Bei der resonanten Störkörpermessung wird für jede Position des Störkörpers die Resonanzfrequenz berechnet. Aus der Abweichung $\Delta\omega$ gegenüber der Resonanzfrequenz im ungestörten Fall kommt man mithilfe der Slater-Formel auf eine Bestimmungsgleichung für das elektrische Feld:

$$E(z) = \sqrt{2 \cdot \frac{W}{\alpha_S} \cdot \frac{\Delta\omega(z)}{\omega_0}} \quad (6)$$

Dabei bezeichnet W die im Resonator gespeicherte Energie und α_S die Störkörperkonstante:

$$\alpha_S = \frac{1}{2} \cdot (\epsilon - \epsilon_0) \cdot V_S \quad (7)$$

wobei V_S das Volumen des Störkörpers bezeichnet.

Nichtresonante Störkörpermessung Bei der nichtresonanten Störkörpermessung wird die Änderung des skalaren Reflexionsfaktors $\Delta\rho$ an der Stelle der ungestörten Resonanzfrequenz gemessen. Wieder mithilfe der Slater-Formel sowie den Ergüssen aus Kapitel 4 des begleitenden Skriptes erhält man für das elektrische Feld am Ort des Störkörpers:

$$E(z) = \sqrt{\frac{(1 + \kappa)^2}{2\kappa Q_0} \cdot \frac{W}{\alpha_S} \cdot |\Delta\rho(z)|} \quad (8)$$

2.6.5 Bestimmung der Shuntimpedanz

Eine Integration des E-Feldes entlang der z -Richtung ergibt die gesamte Spannung im Cavity. Gemäß

$$P = \frac{U^2}{2 \cdot R_S}$$

kann aus dieser Spannung, zusammen mit der am VNA eingestellten Leistung, die Shunt-Impedanz gemessen werden.

Desweiteren kann aus den in der Störkörpermessung gemessenen Daten die Shunt-Impedanz nach folgenden Formeln bestimmt werden:

$$R_S = \Lambda \cdot \frac{2Q_0}{\omega_0^2 \cdot \alpha_S} \cdot \left| \int_{-L/2}^{L/2} \sqrt{\Delta\omega(z)} dz \right|^2 \quad (9)$$

$$R_S = \Lambda \cdot \frac{(1 + \kappa)^2}{2\omega_0 \cdot \kappa \cdot \alpha_S} \cdot \left| \int_{-L/2}^{L/2} \sqrt{|\Delta\rho(z)|} dz \right|^2 \quad (10)$$

Dabei bezeichnet Λ den Laufzeitfaktor, der sich daraus ergibt, dass ein Teilchen mit endlicher Geschwindigkeit aufgrund von Laufzeiteffekten nicht die Maximale Spannung sieht. Es ist:

$$\Lambda = \frac{U_{\text{eff}}^2}{U_{\text{max}}^2} \quad (11)$$

mit U_{eff} der Spannung, die ein Teilchen tatsächlich sieht und U_{max} der Maximalspannung im Cavity.

3 Versuchsdurchführung

3.1 Vorbereitung

Vorbereitend sind einige Aufgaben zu lösen:

3.1.1 Eigenmoden des Resonators

Der Resonator hat einen Innendurchmesser von 78,5 mm und eine Länge von 20 mm und ist zylindrisch aufgebaut. Gemäß (3) und (4) können so die Resonanzfrequenzen berechnet werden. Man erhält für die Zehn moden mit den niedrigsten Resonanzfrequenzen:

Nr	Mode	Resonanzfrequenz / MHz
1	TM ₀₁₀	2925,394
2	TM ₁₁₀	4661,164
3	TM ₂₁₀	6247,332
4	TM ₀₂₀	6715,005
5	TM ₃₁₀	7761,279
6	TE ₁₁₁	7827,288
7	TM ₀₁₁	8050,337
8	TE ₂₁₁	8369,836
9	TM ₁₂₀	8534,261
10	TM ₁₁₁ &TE ₀₁₁	8830,427

3.1.2 dB und dBm

Die Einheit Dezibel (dB) ist eine in der Hochfrequenztechnik häufig benutzte Einheit, da sie einfache Rechnungen ermöglicht. Das Dezibel ist eine logarithmische Einheit wodurch es möglich ist, an Stellen an denen man lineare Einheiten Multiplizieren müsste (wie beispielsweise bei der Dämpfung zweier hintereinandergeschalteter Dämpfungselemente), das Dezibel einfach zu addieren. Das Dezibel gibt dabei Verhältnisse von Leistungen an.

Die Definition lautet wie folgt:

$$V/dB = 10 \cdot \log_{10}(V) = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \quad (12)$$

Der Vorfaktor 10 bewirkt handlichere Zahlenwerte. Dabei entsprechen 10 dB einer Abschwächung/Verstärkung um einen Faktor 10, 3dB einem Faktor 2. Da Spannungen wegen $P = UI$ und $U = RI$ sich nur mit der Wurzel aus dem Leistungsfaktor verändern, ergibt sich das Dezibel bei Spannungsverhältnissen entsprechend zu:

$$V/dB = 20 \cdot \log_{10}(V) = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_1}{U_2}\right) \quad (13)$$

Die Einheit dBm bezeichnet ein Leistungsverhältnis. Dabei wird P_2 auf 1 mW gesetzt, wodurch sich dann ein Wert in dBm direkt in eine Leistung in mW umrechnen lässt.

3.1.3 VNA

Zu Beginn des Versuches hat uns der Tutor mit der Bedienung und Funktionsweise des im Versuch verwendeten VNA vertraut gemacht. Insbesondere wurde dabei Wert auf die verschiedenen Anzeige-modi und die Kalibrierung mit dem zur Verfügung stehenden Kalibrierset gelegt.

3.2 Dämpfung und Reflexion von Koaxialkabeln

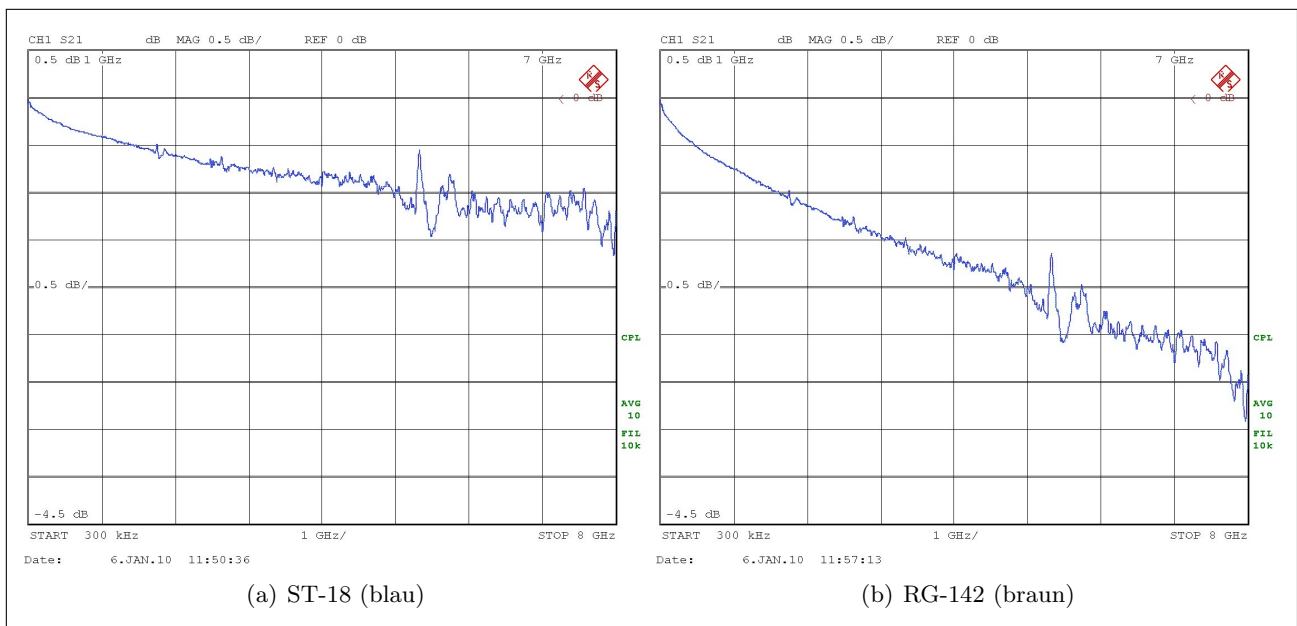


Abbildung 4: Dämpfungsverlauf von Koaxialkabeln

In diesem Versuchsteil haben wir zur Bekanntmachung mit dem Gerät ein Koaxialkabel vermessen. Dazu wurde mithilfe des Kabels der Ausgang und der Eingang des VNA verbunden. So ist der Dämpfungsverlauf des Kabels zu erkennen. Dabei wurde jegliche Kalibrierung aus dem Gerät entfernt, sodass tatsächlich die Dämpfung des Kabels gemessen wird.

Es war festzustellen, dass bei beiden Kabeln die Dämpfung mit der Frequenz zunimmt. Desweiteren ist die Dämpfung bei 8 GHz bei dem blauen Kabel (ST-18) mit ca. 1,3 dB deutlich niedriger als die Dämpfung des braunen Kabels (RG-142), die bei der gleichen Frequenz ca. 3 dB beträgt.

Für die Messung der Reflexion haben wir das Kabel an einem Ende an den Ausgang des VNA angeschlossen, an dem anderen einfach offen gelassen. Der Verlauf der Reflexion ist wieder bei beiden Kabeln ähnlich – der Reflexionsfaktor nimmt mit zunehmender Frequenz ab. Dieser Effekt ist wieder beim RG-142 deutlich stärker ausgeprägt als beim ST-18. Dies kann man durch eine nahezu perfekte Reflexion des Signals am Ende des Kabels erklären, die Abnahme mit der Frequenz ist nur der Effekt der Dämpfung auf dem Kabel.

Der Unterschied zwischen den Kabeln kann viele Gründe haben, beispielsweise die Geometrie (Durchmesser Innen-/ Außenleiter), das Material und die Beschaffenheit des Dielektrikums sowie das Material des Leiters. Diese Parameter haben einen großen Einfluss auf die Qualität des Kabels.

3.3 Skalare Messungen

Bei diesem Versuchsteil haben wir alle Resonanzen im Bereich des VNA, das heißt bis 8 GHz, der Cavities gesucht und vermessen. Die Cavities sind identisch, nur der Einkoppelort für die HF ist unterschiedlich. Einmal befindet sie sich oben auf dem Zylindermantel, einmal vorne auf einer der Stirnflächen. Beide Male handelt es sich um eine Schleifenkopplung. Wir haben den Betrag des skalaren Reflexionsfaktors aufgenommen. Den Betrag auf der Resonanzfrequenz sowie die Resonanzfrequenz selbst haben wir gemessen. Desweiteren haben wir noch verglichen, welche Mode die gefundene

Resonanz darstellt und wie die berechnete Resonanzfrequenz ist.

Aus dem Reflexionsfaktor in Resonanz wird nach

$$\kappa = \frac{1 + \rho}{1 - \rho}$$

der Koppelfaktor berechnet. Da das Vorzeichen von ρ nicht bekannt ist, ergeben sich zwei Werte für κ .

Weiterhin bestimmen wir die Breite der Kurve. Da der Reflexionsfaktor aufgrund des von 1 verschiedenen Koppelfaktors nie 0 wird, kann auch die Halbwertsbreite nicht bei den $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -Punkten abgelesen werden, sondern muss bei den Punkten abgelesen werden, für die gilt:

$$|\rho(\Delta\omega_H/2)| = \frac{\sqrt{\kappa^2 + 1}}{\kappa + 1} \quad (14)$$

Die belastete und unbelastete Kreisgüte kann dann durch

$$Q = \frac{Q_0}{1 + \kappa} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega_H} \quad (15)$$

bestimmt werden.

An manchen Stellen deutet der Verlauf des skalaren Reflexionsfaktors auf eine kleine Resonanz hin. Bei Unsicherheiten ob dies tatsächlich eine Resonanz ist kann in den vektoriellen Modus des VNA gewechselt werden und nach eine Phasensprung bei der vermeindlichen Resonanzfrequenz gesucht werden. Wird dieser nicht gefunden, handelt es sich nicht um eine Resonanz.

Sobald eine Resonanz als solche identifiziert war ist die Mittenfrequenz des VNA auf die Resonanzfrequenz einzustellen, und der Frequenzhub („Span“) so klein zu wählen, dass die Resonanzkurve gut auf dem Bildschirm zu sehen ist. Jetzt ist der VNA für genau diesen Frequenzbereich zu kalibrieren, um genaue Messwerte zu erhalten.

Die Ergebnisse der Resonanzfrequenzbestimmung für den Resonator mit oben liegender Einkopplung sind in folgender Tabelle zu finden:

Resonanzfrequenz f / MHz	Mode	berechnete Frequenz f_0 / MHz	$\frac{\delta f}{f} = \frac{f_0 - f}{f_0}$ / %
2994	TM010	2925	-2,36
4527	TM110	4661	2,87
6197	TM210	6247	0,8
6943	TM020	6715	-3,4
7732	TM310	7761	0,37

Tabelle 1: Resonanzfrequenzen des ersten Cavities mit obenliegender Einkopplung

Dabei haben wir den Wert für die Resonanzfrequenz auf MHz genau abgelesen. Mit dem Messaufbau ist prinzipiell eine genauere Messung möglich, weshalb der Fehler auf die Messung der Ablesefehler von einem MHz ist.

Die gleichen Ergebnisse für die Messung am zweiten Cavity sind in folgender Tabelle zu sehen:

Resonanzfrequenz f / MHz	Mode	berechnete Frequenz f_0 / MHz	$\frac{\delta f}{f} = \frac{f_0 - f}{f_0}$ / %
4528	TM110	4661	2,86
6201	TM210	6247	0,74
6205	TM210	6247	0,67
7740	TM310	7761	0,27
7742	TM310	7761	0,24

Tabelle 2: Resonanzfrequenzen des zweiten Cavities mit seitlicher Einkopplung

Wieder ist der Fehler auf die Messung der Ablesefehler von 1 MHz.

Man sieht dass die berechneten Resonanzfrequenzen um bis zu ca. 3 % von den gemessenen abweichen. Diese Abweichung erklärt sich vermutlich durch Ungenauigkeiten bei der Fertigung (Messfehler auf die Länge und den Durchmesser) sowie durch die Tatsache, dass das Loch im Cavity bei der Berechnung der Resonanzfrequenzen nicht berücksichtigt wurde. Genauere Analysen wären beispielsweise durch eine numerische Simulation von genau dem aufgebauten Cavity möglich. Weiterhin sind die genutzten Formeln in guter Näherung brauchbar – ein relativer Fehler von wenigen Prozent ist durchaus gut.

Außerdem fällt auf, dass bei dem zweiten Cavity die TM010- sowie die TM020-Moden nicht messbar sind. Das kann durch den Einkoppelort erklärt werden. Offenbar ist es so, dass sich die Einkoppelspule entweder an einem Ort befindet, an dem das Magnetfeld der entsprechenden Mode verschwindet oder dass die Orientierung der Spule so ist, dass sie parallel zu den Magnetfeldlinien liegt, sodass sie nicht an selbige koppeln kann. Ein Blick auf die Feldplots im Anhang an das begleitende Skript bestätigen das. Bei der TM020-Mode ist die Einkopplung gerade in einem Minimum des Feldes, bei der TM010-Mode verlaufen die Feldlinien parallel zur Spule.

Die TM210 und TM310-Moden tauchen zweimal auf, dabei handelt es sich um zwei verschiedene Polarisierungen derselben Mode, die aufgrund von Asymmetrien aufspalten. Bei der TM310-Mode konnte die volle Halbwertsbreite nicht bestimmt werden, da sich die beiden Resonanzpeaks überlagern. Aus diesem Grunde wurde der ρ_* -Punkt nur auf einer Seite gemessen und sein Frequenzabstand zur Resonanzfrequenz verdoppelt als ω_H gewählt.

In der folgenden Tabelle sind die gemessenen Werte für den Reflexionsfaktor ρ_0 bei der Resonanz, beide möglichen Werte für den Koppelfaktor κ_+ und κ_- , den aus dem Koppelfaktor berechneten Wert bei dem die Halbwertsbreite abgelesen werden muss ρ_* sowie die Halbwertsbreite $\Delta\omega_H$ selbst in Abhängigkeit von der Resonanzfrequenz f zu sehen. Weiterhin ist die aus den Messdaten errechnete belastete Güte Q sowie die unbelastete Güte Q_0 für beide Fälle des Koppelfaktors eingetragen.

Frequenz f / MHz	ρ_0	κ_+	κ_-	ρ_*	$\Delta\omega_H$	Q	$Q_{0,+}$	$Q_{0,-}$
2994	0,28	1,77	0,56	0,73	2320	1290,52	3579,8	2018,01
4527	0,34	2,04	0,49	0,75	12700	356,46	1083,45	531,23
6197	0,87	14,75	0,07	0,94	11520	537,93	8471,4	574,41
6943	0,45	2,63	0,38	0,78	14220	488,26	1774,19	673,64
7732	0,89	17,18	0,06	0,95	27800	278,13	5056,9	294,32

Tabelle 3: Kenndaten der verschiedenen Moden am Resonator mit obenliegender Einkopplung

Frequenz f / MHz	ρ_0	κ_+	κ_-	ρ_*	$\Delta\omega_H$	Q	$Q_{0,+}$	$Q_{0,-}$
4528	0,83	10,63	0,09	0,92	5560	814,39	9469,63	891,02
6201	0,37	2,17	0,46	0,75	1635	3792,66	12032,55	5538,35
6205	0,12	1,28	0,78	0,71	1560	3977,56	9070,84	7083,82
7740	0,03	1,06	0,94	0,71	4490	1723,83	3557,77	3344,16
7742	0,4	2,32	0,43	0,76	2880	2688,19	8919,03	3847,97

Tabelle 4: Kenndaten der verschiedenen Moden am Resonator mit seitlicher Einkopplung

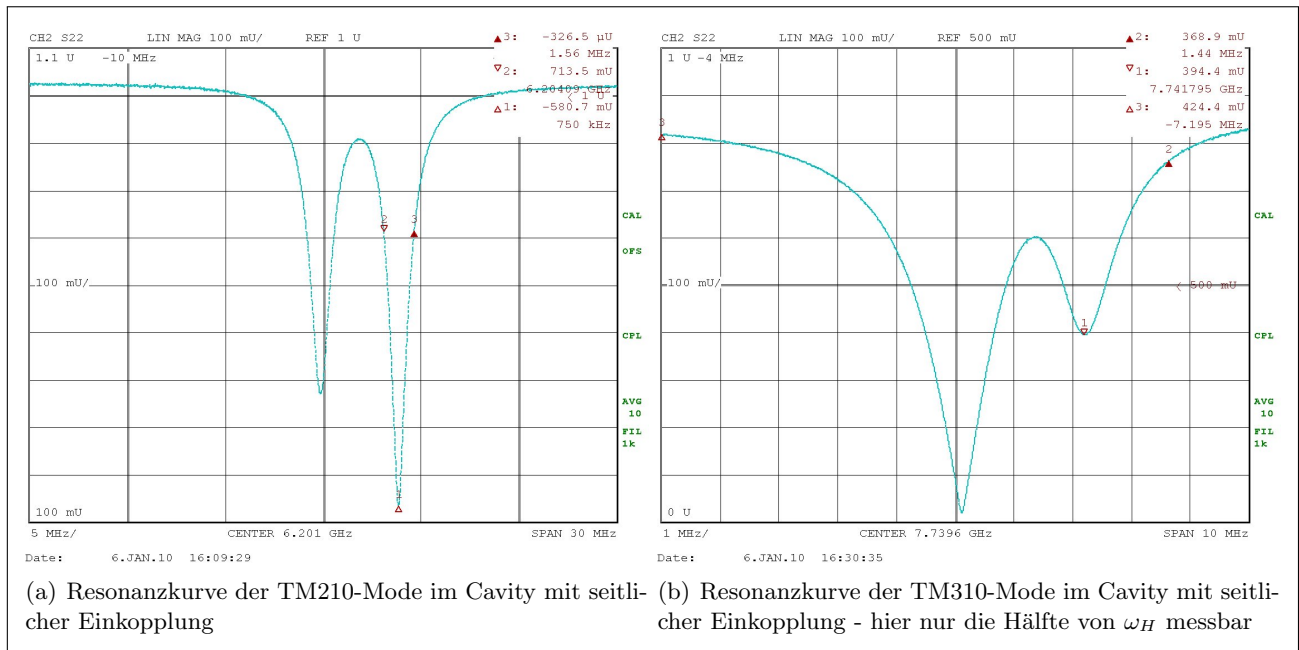


Abbildung 5: Exemplarische Resonanzkurven – hier der Moden, die in 2 Polarisationsrichtungen aufspalten. Zu Erkennen ist das Messverfahren: Einen Cursor auf die Resonanz setzen, einen auf den ρ_* -Wert auf der linken Seite, einen auf der rechten Seite und dann alle gewünschten Werte ablesen

3.4 Vektorielle Messungen

Bei diesem Teil wird wieder das Cavity mit der obenliegenden Schleifenkopplung gewählt. Im Bereich um die TM010-Mode wird der komplexe Reflexionsfaktor gemessen. Dies wird zuerst unkalibriert durchgeführt. Dabei sieht man, dass es einen Reflexionskreis und einen Resonanzkreis gibt. Der Reflexionskreis könnte bei einer solchen Messung als Referenz gewählt werden, falls das Gerät nicht kalibrierbar ist. So ist bei dem Reflexionskreis ρ gleich 1, der Reflexionsfaktor bei der Resonanz kann dann am Resonanzpunkt (das ist der Punkt, der dem Schnittpunkt beider Kreise im Diagramm auf dem Resonanzkreis gegenüberliegt) zu bestimmen. Er ist gleich dem Verhältnis der Entfernung des Reflexionspunktes zur Null zum Radius des Reflektionskreises. Ein solches Diagramm im folgenden zu sehen.

Wenn nun eine Kalibration durchgeführt wird reduziert sich der Reflexionskreis auf einen einzigen Punkt bei $|\rho| = 1$, von diesem Punkt an ist der Resonanzkreis zu sehen. Dieser Effekt ist auch sofort

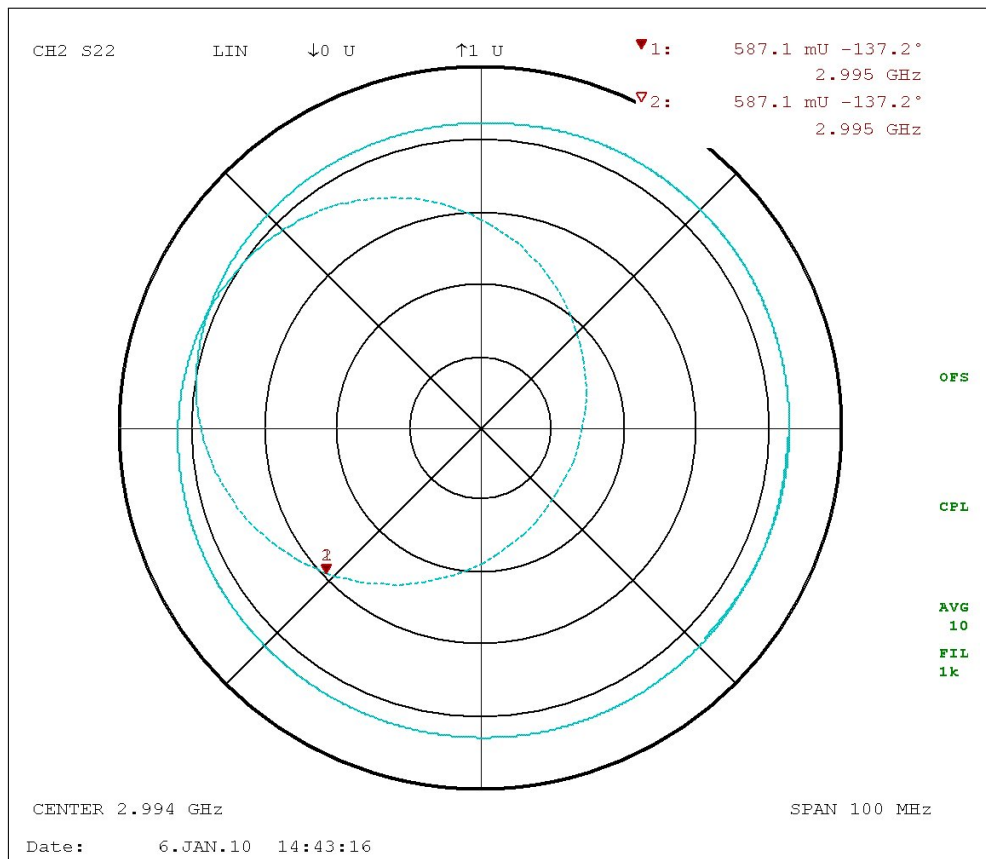


Abbildung 6: Verlauf des komplexen Reflexionsfaktors bei einer unkalibrierten Messung. Gut sichtbar der Resonanzkreis und der Reflexionskreis

einleuchtend, wenn man sich die Funktionsweise der Kalibration vor Augen führt. Allerdings besteht noch ein globaler Phasenoffset der nicht durch die Kalibration ausgeglichen werden konnte, dessen Ursache vermutlich in der Laufzeit durch den Anschlussstecker des Cavities zu finden ist. Dieser kann jedoch durch einen manuell einstellbaren Offset im VNA ausgeglichen werden, sodass der Resonanzpunkt jetzt auf der Reellen Achse liegt. Der Reflexionsfaktor bei Resonanz kann direkt durch den Abstand vom Nullpunkt gemessen werden. Solche Bilder vor und nach der Kalibration sind im Folgenden zu sehen: In dieser Darstellung kann mithilfe eines Markers die Resonanzfrequenz ermittelt werden. Weiterhin ist der Frequenzabstand der beiden vertikal maximal auseinanderliegenden Punkte auf dem Resonanzkreis gleich ω_H . Zusätzlich kann auf diese Weise das Vorzeichen von ρ im Resonanzfall bestimmt werden – wenn die Null im Resonanzkreis liegt ist es positiv, sonst negativ. Da wir diese Messung parallel zu der skalaren Messung durchgeführt haben, sind unsere Werte identisch wie bei der skalaren Messung.

Ein Genauigkeitsvorteil konnte bei keiner der beiden Methoden bei diesem Gerät festgestellt werden – einzig das Wissen um das Vorzeichen von ρ_0 ist ausschließlich in der vektoriellen Darstellung möglich. So ergeben sich die Werte für κ , Q_0 und Q wie in nachfolgender Tabelle zu sehen. Zusätzlich ist in dieser Tabelle die externe Güte nach:

$$Q_{\text{ext}} = \frac{Q_0 Q}{Q_0 - Q} \quad (16)$$

für alle Resonanzen in beiden Cavities aufgetragen

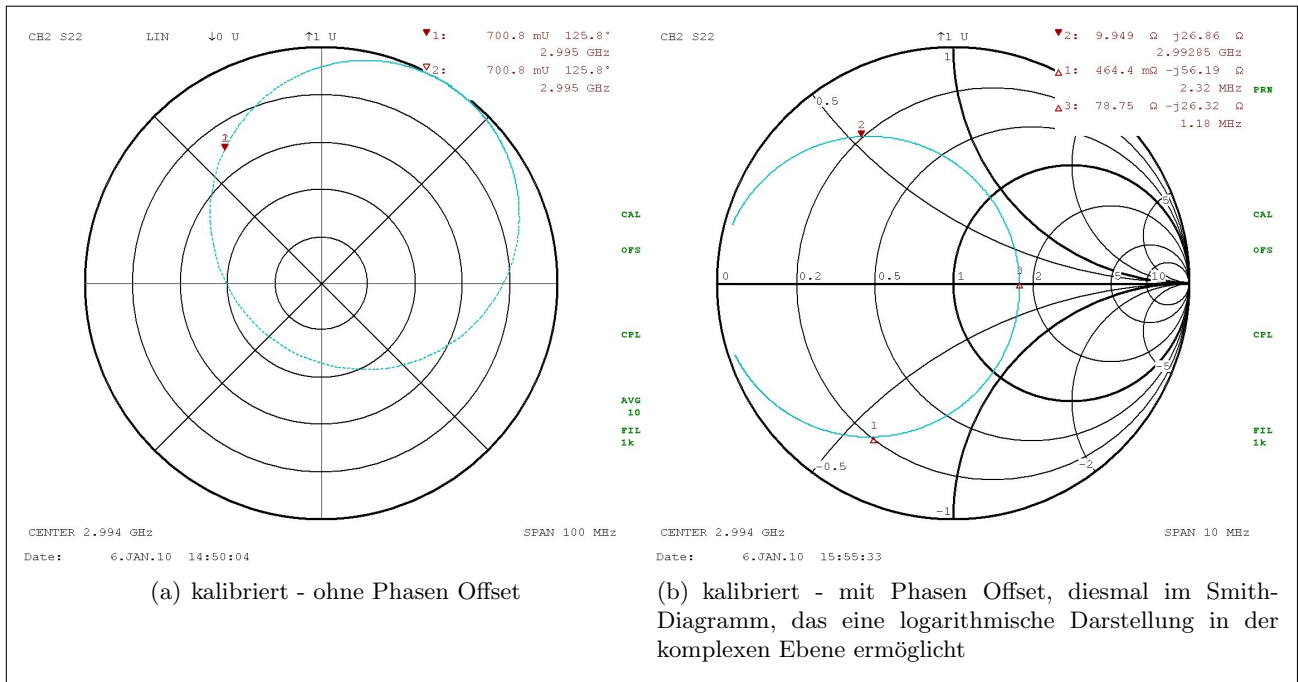


Abbildung 7: Verlauf des komplexen Reflexionsfaktors der TM010-Mode beim Cavity mit obenliegender Einkopplung

Frequenz f / MHz	Einkopplungsort	sign(ρ)	κ	Q	Q_0	Q_{ext}
2994	oben	+	1,77	1290,52	3579,8	2018,01
4527	oben	+	2,04	356,46	1083,45	531,23
6197	oben	+	14,75	537,93	8471,4	574,41
6943	oben	+	2,63	488,26	1774,19	673,64
7732	oben	+	17,18	278,13	5056,9	294,32
4528	seitlich	+	10,63	814,39	9469,63	891,02
6201	seitlich	-	0,46	3792,66	5538,35	12032,55
6205	seitlich	-	0,78	3977,56	7083,82	9070,84
7740	seitlich	-	0,94	1723,83	3344,16	3557,77
7742	seitlich	-	0,43	2688,19	3847,97	8919,03

Tabelle 5: Vorzeichen des Reflexionsfaktors und sich daraus ergebende Kenngrößen beider Cavities

3.5 Störkörpermessungen

Bei dieser Messung wird ein Störkörper, der aus einem Kügelchen Teflon mit Radius 1 mm besteht, in ein weiteres Cavity mit obenliegender Kopplung eingebracht. Daraus ergibt sich nach (7) die Störkörperkonstante zu:

$$\alpha_S = 2,30 \cdot 10^{-9} \quad (17)$$

Dieses Kügelchen ist auf einer Garnschnur aufgezogen, deren Volumen als klein gegenüber dem Störkörper angenommen wird. Diese Schnur ist an einer Halterung befestigt und durch die Öffnung des Resonators gefädelt. Dieser ist beweglich montiert und seine Position in longitudinaler Richtung

kann über einen Weggeber abgelesen werden. So ist es möglich den Störkörper längs durch den Resonator zu bewegen und für verschiedene Punkte eine Störkörpermessung durchzuführen. Dabei werden die Messdaten sowohl für die resonante als auch für die nichtresonante Störkörpermessmethode simultan aufgenommen.

Dazu wird zuerst das Cavity ohne eingefügten Störkörper vermessen. Ein Marker wird auf die Resonanzfrequenz gesetzt, ein weiterer Marker (mitlaufend) auf das Minimum (jetzt liegen beide Marker auf der selben stelle). Sobald der Störkörper eingefügt wird kann an einem Marker der Reflexionsfaktor an der Stelle der ursprünglichen Resonanz abgelesen werden. Der Frequenzversatz der beiden Marker entspricht der Änderung der Resonanzfrequenz durch den Störkörper. Diese Daten werden in Abhängigkeit von der Position des Störkörpers aufgenommen. Ein beispielhaftes Bild für eine Messung ist im folgenden zu sehen: Für das Cavity im ungestörten Fall haben wir folgende Daten

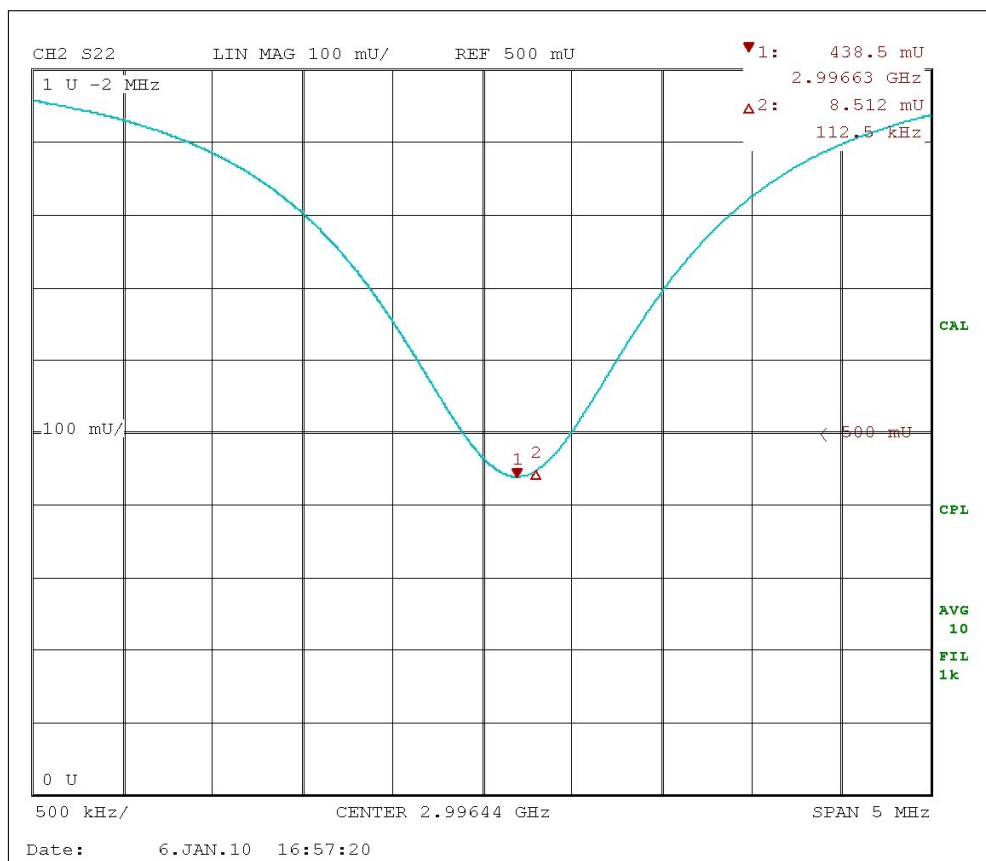


Abbildung 8: Verlauf des Reflexionsfaktors bei der Störkörpermessung – gut zu sehen die zwei Marker und die oben rechts ablesbaren Messwerte

aufgenommen bzw. berechnet:

$$f_0 = 2996,72\text{MHz} \quad (18)$$

$$\Delta f = 2148\text{kHz} \quad (19)$$

$$Q = 1395,4 \quad (20)$$

$$|\rho_0| = 0,4385 \quad (21)$$

$$\text{sign}(\rho_0) = -1 \quad (22)$$

$$\kappa = 0,3903 \quad (23)$$

$$Q_0 = 1940,1 \quad (24)$$

$$P_0 = 0\text{dBm} = 1\text{mW} \quad (25)$$

Die Daten sind in folgender Tabelle zu sehen:

Position z / mm	Δf / kHz	$\Delta\rho_S \cdot 1000$
31,8	22,5	0,33
34	22,5	0,21
37,8	22,5	0,26
39	22,5	2,04
41,2	22,5	0,01
42,9	22,5	0,31
44,7	22,5	0,8
45,4	22,5	1,05
46,6	45	1,44
48	62,5	2,97
50,3	77,5	5,98
51,6	107,5	7,46
52,5	112,5	8,34
53,5	115	8,8
54,6	112,5	9,25
55,4	112,5	9,55
56,4	112,5	9,6
57,5	112,5	9,4
58,6	112,5	8,55
59,2	97,5	8
60,5	97,5	6,75
61,5	77,5	5,59
62,8	70	4,16
64,6	55	2,28
65,6	25	1,31
67,2	22,5	0,6
68,5	25	0,18
69,9	0	0

Tabelle 6: Messdaten der Störkörpermessung

Aus diesen Daten kann dann gemäß (6) das elektrische Feld nach der resonanter Messmethode und gemäß (8) das Feld nach der nichtresonanten Störkörpermessmethode bestimmt werden. Die im

Resonator gespeicherte Energie kann durch

$$Q = \frac{\omega_0 \cdot W}{P_{\text{abs}}} \quad (26)$$

berechnet werden, wobei P_{abs} die im Resonator absorbierte Leistung darstellt. Es gilt:

$$P_{\text{abs}} = (1 - |\rho|^2) \cdot P_0 \quad (27)$$

Mit den gemessenen Daten ergibt sich dann:

$$P_{\text{abs}} = 807,7 \mu\text{W} \quad (28)$$

$$W = 59,86 \text{ pJ} \quad (29)$$

Weiterhin muss berücksichtigt werden, dass wir die Differenz der skalaren Reflexionsfaktoren gemessen haben, das heißt

$$\Delta\rho_S = |\rho_{\text{stör}}| - |\rho_0| \quad (30)$$

Für das Berechnen des elektrischen Feldes muss aber die der Betrag der Differenz der Reflexionsfaktoren in der komplexen Ebene verwendet werden. Diesen erhält man über:

$$\Delta\rho = \sqrt{\kappa(2 \cdot \Delta\rho_S \cdot \rho_0 + (\Delta\rho_S)^2)} \quad (31)$$

aus der von uns gemessenen Größe $\Delta\rho_S$.

Die Werte für das $\Delta\rho$ sowie für das elektrische Feld für beide Messmethoden sind in folgender Tabelle zu sehen:

Position z / mm	$E_{\text{resonant}} / \frac{\text{V}}{\text{m}}$	$\Delta\rho \cdot 1000$	$E_{\text{nicht resonant}} / \frac{\text{V}}{\text{m}}$
31,8	210,09	10,63	199,7
34	210,09	8,48	178,36
37,8	210,09	9,47	188,51
39	210,09	26,44	314,97
41,2	210,09	2,03	87,2
42,9	210,09	10,3	196,61
44,7	210,09	16,56	249,22
45,4	210,09	18,97	266,78
46,6	297,12	22,22	288,73
48	350,16	31,95	346,19
50,3	389,92	45,4	412,68
51,6	459,23	50,74	436,31
52,5	469,79	53,69	448,78
53,5	474,98	55,16	454,91
54,6	469,79	56,57	460,7
55,4	469,79	57,49	464,4
56,4	469,79	57,62	464,95
57,5	469,79	57,03	462,55
58,6	469,79	54,36	451,61
59,2	437,35	52,57	444,1
60,5	437,35	48,26	425,49
61,5	389,92	43,88	405,75
62,8	370,57	37,83	376,71
64,6	328,48	27,95	323,81
65,6	221,46	21,22	282,13
67,2	210,09	14,28	231,43
68,5	221,46	7,85	171,62
69,9	0	0	0

Tabelle 7: Messdaten der Störkörpermessung

Werden die Daten für das elektrische Feld entlang der z -Richtung integriert erhält man die maximale Spannung im Cavity. Wir erhalten:

$$U_{\text{resonant}} = 11,85 \text{ V} \quad (32)$$

$$U_{\text{nichtresonant}} = 11,76 \text{ V} \quad (33)$$

$$(34)$$

Wenn man nun davon ausgeht, ein einfach geladenes Teilchen mit Lichtgeschwindigkeit würde das Cavity so durchfliegen, dass das elektrische Feld gerade dann maximal wird, wenn sich das Teilchen bei $z = 56 \text{ mm}$ befindet, so ergibt sich die dann resultierende Beschleunigungsspannung durch Integration des elektrischen Feldes entlang z , wobei für jede Position der Wert des Feldes noch mit einem Faktor k gewichtet werden muss, der daher rührt, dass das Elektrische Feld einen kosinusförmigen zeitlichen Verlauf hat. Es gilt:

$$k = \cos\left(2\pi f \cdot \frac{z}{c}\right) \quad (35)$$

Für diese Beschleunigungsspannung ergibt sich durch numerische Integration der gewonnenen Messdaten:

$$U_{b,\text{resonant}} = 9,40 \text{ V} \quad (36)$$

$$U_{b,\text{nicht resonant}} = 9,39 \text{ V} \quad (37)$$

$$(38)$$

Daraus lässt sich der so genannte Laufzeitfaktor gewinnen. Er ergibt sich durch:

$$\Lambda = \frac{U_b^2}{U^2} \quad (39)$$

$$\Lambda_{\text{resonant}} = 0,629 \quad (40)$$

$$\Lambda_{\text{nicht resonant}} = 0,638 \quad (41)$$

Mit den obigen Laufzeitfaktoren und (9) ergibt sich die Shunt-Impedanz nach beiden Methoden zu:

$$R_{S,\text{resonant}} = 152,04 \text{ k}\Omega \quad (42)$$

$$R_{S,\text{nicht resonant}} = 151,88 \text{ k}\Omega \quad (43)$$

4 Fazit

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis