Rotacije stabala

Seminarski rad u okviru kursa
Konstrukcija i analiza algoritama 2
Matematički fakultet

Stanojević Strahinja,
Bajić Ana

januar 2018.

Sažetak

U ovom radu je prikazan je algoritam za rotaciju binarnog pretraživačkog stabla prvo u listu a zatim, koristeći rotacije suprotne početnim u obrnutom redosledu, prevođenje te liste u neko drugo stablo. Ispitana je složenost algoritma i prikazani su dobijeni rezultati.

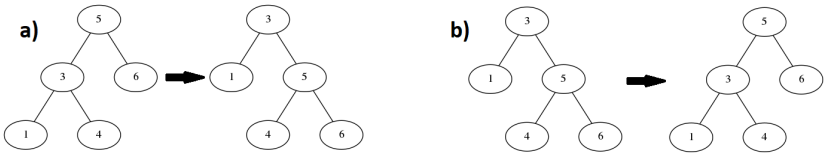
Ključne reči — rotacije, stabla, algoritam, C++

Sadržaj

1 Postavka problema

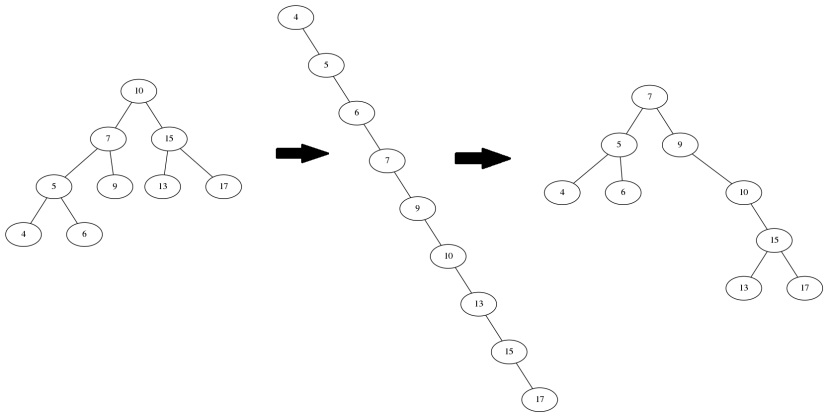
Problem je postavljen na sledeći način:

"Potrebno je proizvoljno binarno pretraživačko stablo T_1 prevesti u drugo proizvoljno binarno pretraživačko stablo T_2 koristeći dve vrste rotacija. Dozvoljene rotacije su prikazane na slici 1."



Slika 1: Dve vrste dozvoljenih rotacija nad stablom. a) Rotacija udesno. b) Rotacija ulevo.

Na slici 2 su prikazani glavni koraci algoritma - primena rotacija dok se stablo ne prevede u listu a onda primena rotacija dok se ne dovede u formu drugog stabla.



Slika 2: Rotacija stabla (a) T_1 u (b) listu a zatim u stablo (c) T_2

2 Algoritam

Algoritam se sastoji iz narednih koraka:

1. Rotacija stabla T_1 udesno kako bi se dobila lista
2. Rotacija liste ulevo kako bi se dobilo stablo T_2

Ovi koraci će biti detaljno objašnjeni u narednim odeljcima, uz propratni kod.

2.1 Rotacija udesno

Na slici 3 je prikazan kod za rotaciju stabla udesno, dok se ne dođe do liste (tj. stabla čiji čvorovi imaju samo desne sinove).

Ideja je da se primenjuje rotacija a) sa slike 1 sve dok postoje levi sinovi. Na slici 4 se vidi implementacija ove rotacije. Proverava se postojanje levog sina (dalje ***LS***) i ako on postoji, diže se za jedan ka korenu stabla (njegov otac (dalje ***OS***) mu postaje desni sin). Levi sin čvora ***LS*** ostaje nepromenjen, a ***OS*** dobija novog levog sina - prethodnog desnog sina čvora ***LS***.

Naredna *while* petlja zalazi u čvorove koji i dalje imaju leve sinove i razrešava ih na isti način, sve dok ne stigne do listova.

```
void Tree::rotateRight()
{
    while (root->left) {
        rotateRightOnce(&root);
        writeToFile();
    }
    Node *rootPom1 = root;
    Node *rootPom2 = root->right;

    while (rootPom1->right) {
        while (rootPom2 && rootPom2->left) {
            rotateRightOnce(&rootPom2);
        }
        rootPom1->right = rootPom2;
        rootPom1 = rootPom1->right;
        if (rootPom2)
            rootPom2 = rootPom2->right;
        writeToFile();
    }
}
```

Slika 3: Kod za rotaciju stabla udesno do liste.

```
void Tree::rotateRightOnce(Node **node)
{
    if ((*node)->left) {
        Node *tmp = (*node)->right;
        Node *nodeTmp = (*node);
        Node *tmpRight = (*node)->left->right;
        (*node) = (*node)->left;
        (*node)->right = nodeTmp;
        nodeTmp->right = tmp;
        nodeTmp->left = tmpRight;
    }
}
```

Slika 4: Kod za rotaciju čvorova udesno.

2.2 Rotacija ulevo

Nakon što je početno stablo prevedeno u listu, tj. dovedeno do stabla čiji čvorovi imaju samo desne sinove, potrebno je tu listu rotirati ulevo tako da se dođe do traženog stabla.

Na slici 5 je prikazan kod za izvođenje ove transformacije. Ako čvor (u daljem tekstu $\boldsymbol{U}$) u stablu koje želimo da dobijemo ima levog sina, potrebno je izvršiti rotaciju liste ulevo. Kao što se sa dela b) slike 1 vidi, rotacija ulevo se vrši tako što se pronađe čvor $\boldsymbol{U}$ u listi (označimo taj pronađeni čvor sa $\boldsymbol{V}$) a zatim se pronađu svi njegovi preci. Novi koren liste postaje $\boldsymbol{V}$, njegov levi sin postaje podstablo predaka a desni ostaje ostatak liste. Ovo nastavlja da se ne dobije traženo stablo.

```
void Tree::rotateLeft(Tree &t2)
{
    Node *node2 = t2.root;
    rotateLeftOnce(&root, node2);
}

void Tree::rotateLeftOnce(Node **root, Node *root2)
{
    if (!root2)
        return ;

    if (root2->left) {
        Node *pom = findNode(*root, root2->number);
        Node *pom2 = findLeftSubTree(*root, root2->number);
        *root = pom;
        (*root)->left = pom2;
        writeToFile();
    }
    rotateLeftOnce(&(*root)->left, root2->left);
    rotateLeftOnce(&(*root)->right, root2->right);
}
```

Slika 5: Kod za rotaciju stabla ulevo.

```
Node *Tree::findNode(Node *root, int number)
{
    while (root) {
        if (root->number == number)
            return root;
        root = root->right;
    }

    return nullptr;
}

Node *Tree::findLeftSubTree(Node *root, int number)
{
    Node *pom = root;
    while (root->right) {
        if (root->right->number == number) {
            root->right = nullptr;
            break;
        }
        root = root->right;
    }
    return pom;
}
```

Slika 6: Pomoćne funkcije za rotaciju stabla ulevo.

3 Složenost algoritma

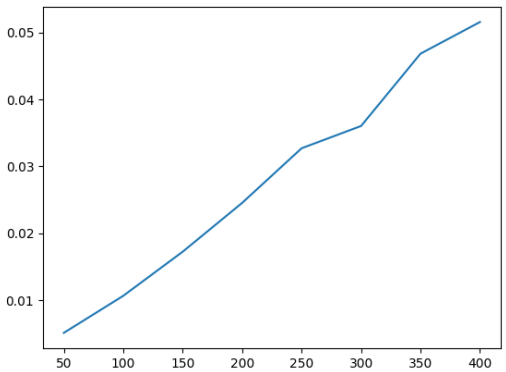
Analizom koda možemo primetiti par jednostrukih petlji koje prolaze kroz čvorove stabla, te su očigledno linearne. Jedino problematično parče koda može biti dvostruka petlja sa slike 3. Mada, može se zaključiti da se i na tom mestu prolazi samo linearan broj čvorova - svaki put kad se izvrši rotacija levog sina oko oca, smanjuje se broj levih sinova, tako da se ne može desiti da se prođe više od N čvorova.

Radi merenja složenosti algoritma, stabla su generisana slučajno - za stablo od N čvorova, slučajno su generisani brojevi iz opsega [1, N]. Za svako N generisano je po hiljadu parova stabala (početno i krajnje). U tabeli 1 su prikazani podaci o vremenu koje je potrebno algoritmu da transformiše jedno slučajno generisano stablo u drugo, takođe slučajno generisano, stablo.

N	**ms**
50	0.005168
100	0.010696
150	0.017277
200	0.024561
250	0.032709
300	0.036031
350	0.046821
400	0.051543

Tabela 1: Vreme izvršavanja u odnosu na broj čvorova.

Složenost algoritma je linearna po broju čvorova, što se može videti i sa grafika na slici 7. U najviše $\boldsymbol{N}$ rotacija se dolazi do liste a u najviše isto toliko rotacija se vraća nazad.



Slika 7: Prikaz vremena izvršavanja algoritma u odnosu na broj čvorova.