**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**
**Faculdade de Computação**
Avenida João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1B - Bairro Santa Mônica, Uberlândia/MG, CEP 38400-902
Telefone: +55 (34) 3239-4218 - www.facom.ufu.br - cocom@ufu.br

**Bacharelado em Ciência da Computação**
**Bacharelado em Sistemas de Informação**
**Disciplina:** Lógica para Computação - LC [GBC016/GSI005]
***Prof. Me. Claudiney R. Tinoco***

## Segunda Lista de Exercícios

1. Sejam A e B fórmulas. Classifique as afirmações a seguir em verdadeiras ou falsas, justificando sua resposta.

    a) Se A é satisfatível, então ¬A é satisfatível
    Sendo A satisfatível, então em pelo menos um caso, a formula A é satisfeita. Mas, isso não significa que todas as opcoes satisfazem ¬A, então ¬A é satisfatível.
    Resposta: Falso.

    b) A é tautologia se ¬A é contraditória
    Sendo A uma tautologia, todos os casos a satisfaz. Assim, nenhum caso satisfaz ¬A, sendo assim, ¬A é contraditória.
    Resposta: Verdadeiro.

    c) A é tautologia se A é satisfatível
    Pelo fato de A ser contraditória significa que nenhuma valoração satisfaz A, o que implica que todas as valorações satisfazem ¬A.
    Resposta: Verdadeiro.

    d) Se A é contraditória, então ¬A é satisfatível
    Por A ser contraditória significa que nenhuma valoração satisfaz A, o que implica que todas as valorações satisfazem ¬A.
    Resposta: Verdadeira.

    e) Se A |= B e A é tautologia implica que B é tautologia
    Por A ser contraditória significa que nenhuma valoração satisfaz A, o que implica que todas as valorações satisfazem ¬A.
    Resposta: Verdadeira.

    f) Se A |= B e B é tautologia implica que A é tautologia
    Sendo A contraditória significa que nenhuma valoração satisfaz A, o que implica que todas as valorações satisfazem ¬A.
    Resposta: Falso.

2. Utilizando todos os métodos de validação vistos em sala, diga se cada sentença abaixo é contraditória, satisfatível ou tautologia.

a) $P \to P$
b) $P \to \neg P$
c) $\neg P \to P$
d) $P \leftrightarrow P$
e) $P \to (Q \to P)$
f) $(P \to (Q \vee R)) \to (P \wedge (Q \to \neg R))$
g) $(P \vee R) \wedge (Q \vee R) \to (P \wedge Q) \vee R$
h) $P \to Q \to (P \wedge Q)$

Respostas da 2:

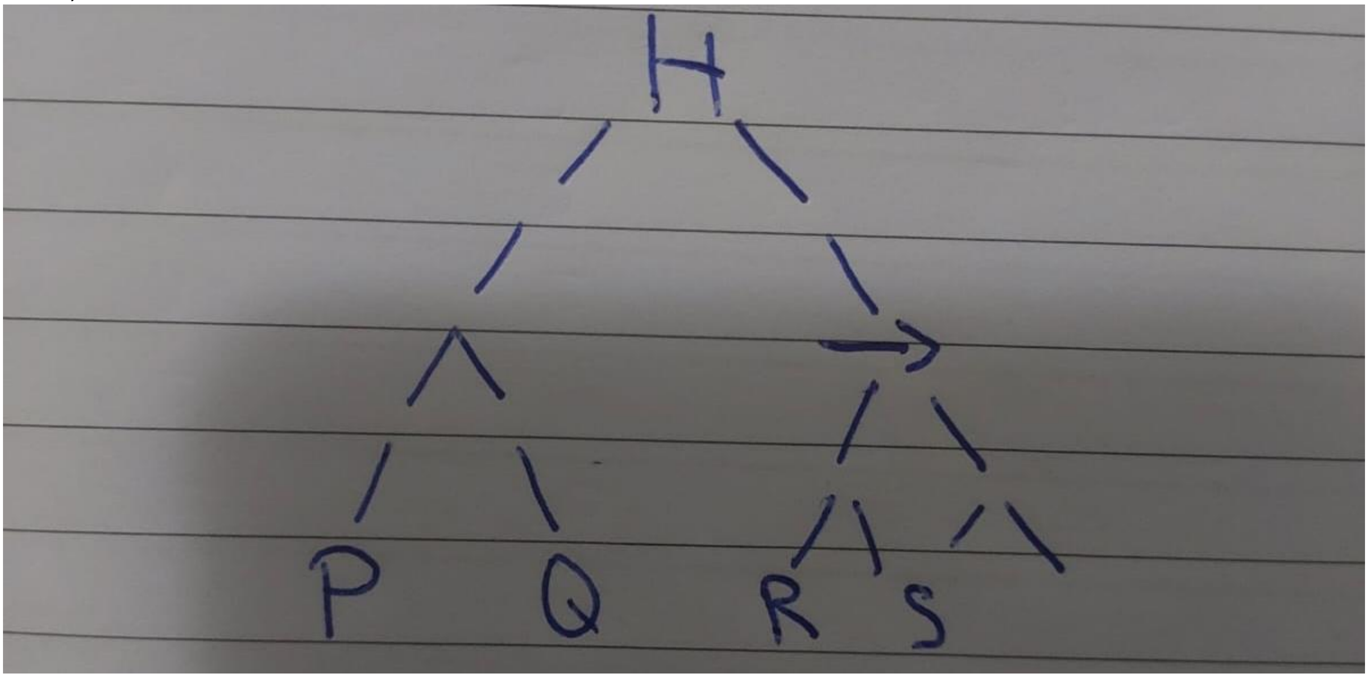
a) P implica em P, então, TAUTOLOGIA.
b) P implica em uma contradição, enão, CONTRADITORIA.
c) -P implica em P, sendo P é falso, então, SATISFATIVEL.
d) P equivale a P, então, TAUTOLOGIA.
e) P implica em (Q que implica em P), então, TAUTOLOGIA.
f) Por depender muito, e as vezes, algumas afirmacoes serem verdadeiras e outras falsas, então, SATISFATIVEL.
g) A afirmação acaba sendo sempre verdadeira, então, TAUTOLOGIA.
h) P implica e Q, que implica em P e Q, então. Sendo assim, a primeira formula implica na ultima. TAUTOLOGIA.

3. Construa a árvore semântica associada à fórmula abaixo e diga se ela é tautologia, satisfatível ou contraditória.

$$H = (P \wedge Q) \to (R \wedge S)$$

Se for possível, forneça uma interpretação I tal que I[H] = F.

Uma possivel interpretação I tal que I[H] = F. Por exemplo, se demos os seguintes valores P = Q = R = S = F, sendo assim, H é uma fórmula falsa.



4. Considere as fórmulas a seguir:
   a) $\neg P \vee Q$
   b) $\neg Q \rightarrow P$
   c) $P \leftrightarrow Q$
   d) $P \rightarrow Q$
   e) $\neg P \rightarrow \neg Q$
   f) $P \wedge \neg Q$

   Determine, utilizando o método da negação, os casos em que:
   a) $(P \wedge Q) \rightarrow G$ é tautologia
   b) $(P \rightarrow Q) \rightarrow G$ é tautologia
   c) $(P \vee Q) \models G$
   d) $(P \leftrightarrow Q) \models G$

a)

| P | Q | $(P \wedge Q)$ | G | $\neg G$ | $(P \wedge Q) \rightarrow \neg G$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | F | T | F |
| T | F | F | F | T | F |
| F | T | F | F | T | F |
| F | F | F | T | F | T |

Não é uma tautologia!

b)

| P | Q | $(P \rightarrow Q)$ | G | $\neg G$ | $(P \rightarrow Q) \rightarrow \neg G$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | F | T | F |
| T | F | F | F | T | T |
| F | T | T | F | T | F |
| F | F | T | T | F | T |

Não é uma tautologia!

c)

Dependemos do valor de G, por isso, não é possível afirmar.

d)

| P | Q | $(P \leftrightarrow Q)$ | G | $\neg G$ | $(P \leftrightarrow Q) \rightarrow \neg G$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | F | T | F |
| T | F | F | F | T | T |
| F | T | F | F | T | T |
| F | F | T | T | F | T |

$= \neg G$

5. Levando em conta o que aprendeu sobre equivalências e em particular sobre as Leis de De Morgan, escreva a negação das seguintes proposições compostas:
    a) Se a comida é boa, então o serviço é excelente.
    A comida não é boa ou o serviço não é excelente.

    b) Ou a comida é boa, ou o serviço é excelente.
    A comida não é boa e o serviço não é excelente.

    c) Ou a comida é boa e o serviço é excelente, ou então está caro.
    A comida não é boa e o serviço não é excelente.

    d) Nem a comida é boa, nem o serviço é excelente.
    A comida não é boa e o serviço não é excelente.

    e) Se é caro, então a comida é boa e o serviço é excelente.
    Não é caro ou a comida não é boa ou o serviço não é excelente.

6. Para as seguintes fórmulas, responda: Seja J uma interpretação que interpreta todas as fórmulas como sendo verdadeiras. Além disso, J[P] = T. O que se pode concluir a respeito de J[Q] e J[R], em cada um dos casos?

    a) $(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$
    b) $P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$
    c) $(P \rightarrow \neg Q) \leftrightarrow \neg P$
    d) $(Q \rightarrow \neg P)$
    e) $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow R)$
    f) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q))$

Respostas:
a) A interpretação J satisfaz Q, mas não é possível concluir nada sobre R.
b) A interpretação J satisfaz R, mas não é possível concluir nada sobre Q.
c) Não é possível concluir nada sobre J[Q] e J[R] a partir das informações dadas.
d) A interpretação J não satisfaz Q e R.
e) A interpretação J satisfaz Q, mas não é possível concluir nada sobre R.
f) A interpretação J não satisfaz Q e R.
g) A interpretação J não satisfaz Q e R.
h) A interpretação J satisfaz Q, mas não é possível concluir nada sobre R.

7. Faça a simplificação lógica das fórmulas abaixo utilizando as equivalências clássicas. Obs: Equivalências clássicas abaixo.

    a) $(p \wedge (\neg(\neg p \vee q))) \vee (p \wedge q)$
    (p/(-(p/q)))/(p/\q)
    ((p/-p)/(p/-q))/(p/\q)
    (F /\ (p/-q)) / (p/\q)
    (p/\q)

    b) ((¬ (P A ¬ Q)) A (¬ (Q A ¬ P)))
    ((¬ (P A ¬ Q)) A (¬ (Q A ¬ P))) -> Lei da dupla negação
    ((¬ (P / Q)) A (¬ (Q / P))) -> De Morgan
    ¬(P / Q) /\ ¬(Q / P) -> Idempotência
    ¬(P / Q) /\ ¬Q / ¬(P / Q) /\ ¬P -> De Morgan
    ¬(P / Q) /\ ¬Q / ¬P /\ ¬Q

8. Demonstre, com o auxílio das equivalências clássicas, que as fórmulas abaixo são equivalentes. Obs: Equivalências clássicas abaixo.

    a) $(R \rightarrow P) \text{ A } (R \rightarrow Q)$ e $(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow \neg R$

    b) $(\neg(P \rightarrow Q) \vee S) \text{ A } \neg P$ e $(P \vee S) \text{ A } ((Q \rightarrow S) \text{ A } \neg P)$

| *Identificação* | *Fórmula H* | *Fórmula G* |
|---|---|---|
| **Dupla Negativa** | $\neg(\neg E)$ | $E$ |
| **Propriedades de Identidade** | $E \vee False$ | $E$ |
| | $E \wedge True$ | $E$ |
| **Propriedades Complementares** | $E \vee \neg E$ | True |
| | $E \wedge \neg E$ | False |
| **Leis de Morgan** | $\neg(E \wedge R)$ | $\neg E \vee \neg R$ |
| | $\neg(E \vee R)$ | $\neg E \wedge \neg R$ |
| **Contraposição** | $E \rightarrow R$ | $\neg R \rightarrow \neg E$ |

| *Identificação* | *Fórmula H* | *Fórmula G* |
|---|---|---|
| **Propriedades de Substituição** | $E \rightarrow R$ | $\neg E \vee R$ |
| | $E \leftrightarrow R$ | $(E \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow E)$ |
| **Propriedades Comutativas** | $E \vee R$ | $R \vee E$ |
| | $E \wedge R$ | $R \wedge E$ |
| **Propriedades Associativas** | $E \vee (R \vee S)$ | $(E \vee R) \vee S$ |
| | $E \wedge (R \wedge S)$ | $(E \wedge R) \wedge S$ |
| **Propriedades Distributivas** | $E \vee (R \wedge S)$ | $(E \vee R) \wedge (E \vee S)$ |
| | $E \wedge (R \vee S)$ | $(E \wedge R) \vee (E \wedge S)$ |
| **Prova Condicional** | $E \rightarrow (R \rightarrow S)$ | $(E \wedge R) \rightarrow S$ |