

# Esercitazione 7

## Convoluzione e sistemi LTI

9 Maggio 2022

1. Operazione di convoluzione:

(a) Calcolare a mano la convoluzione circolare tra i seguenti vettori:

- $a = [1, 2, 3, 0, 0, 0]$ ,
- $b = [2, 3, 4, 0, 0, 0]$ .

(b) Scrivere una funzione che calcoli la convoluzione circolare attraverso la moltiplicazione matriciale ed una invece che la calcoli attraverso la DFT. Verificare la correttezza delle funzioni confrontando con il risultato ottenuto al punto precedente.

2. Considerare i seguenti vettori

- $a = [0, 1, 2, \dots, 1022, 1023]$ ,
- $b = [1, 2, 3, \dots, 1023, 1024]$ .

Calcolare la convoluzione circolare utilizzando le due funzioni definite al punto precedente. Confrontare i tempi di esecuzione delle due funzioni tramite il comando `process_time` della libreria `time`.

3. Convoluzione: proprietà principali

(a) Considerare un sistema LTI con la seguente risposta all'impulso  $h(t) = \frac{40\pi}{1000} \text{sinc}(\frac{40\pi t_1}{1000})$ , dove  $t_1$  è un vettore equispaziato di 101 punti compresi tra -50 e 50. Calcolare la DFT di  $h(t)$  e fare un plot del valore assoluto dei coefficienti (per fare il plot utilizzare la funzione `np.fft.fftshift` per centrare in mezzo la frequenza nulla).

(b) Calcolare l'output del sistema LTI utilizzando come input i seguenti vettori

- $x_1(t) = \sin(\frac{40\pi t}{1000})$ ,
- $x_2(t) = \sin(\frac{320\pi t}{1000})$ ,

dove  $t$  è un vettore equispaziato di 1000 punti compresi tra 0 e 999. Per calcolare la convoluzione lineare tra due vettori  $x$  e  $y$  utilizzare il comando `convolve(x,y,'valid')` della libreria `numpy`.

- (c) Per entrambi i segnali di input, calcolare la DFT dell'input e dell'output del sistema LTI e fare un plot del valore assoluto dei coefficienti (per fare il plot utilizzare la funzione `np.fft.fftshift`).
- (d) Calcolare l'output del sistema LTI utilizzando come input  $x(t) = 2x_1(t) - 10x_2(t)$ . Verificare la linearità del sistema confrontando il risultato ottenuto e la combinazione lineare  $y = 2y_1(t) - 10y_2(t)$ , dove  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  sono l'output del sistema LTI utilizzando come input rispettivamente  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$ .
- (e) Considerare il segnale  $x_{1d}$  definito come il segnale  $x_1$  traslato nel tempo di 100 campioni. Calcolare l'output del sistema LTI utilizzando come input  $x_{1d}$ . Verificare la tempo invarianza del sistema confrontando il risultato ottenuto e il segnale  $y_{1d}$  definito come il segnale  $y_1$  traslato nel tempo di 100 campioni.