Esercitazione 8

Filtering & Denoising

16 Maggio 2022

1. **Denoising di un segnale audio**

   (a) Leggere il file `jingle.mat` (scaricabile dalla cartella del corso) utilizzando il comando

   `np.squeeze(sio.loadmat('jingle.mat')['jingle']).`

   Il file contiene un breve segnale audio $x(t)$. Fare un plot del segnale (nel tempo e in frequenza). Salvare il segnale $x(t)$ come file audio (`sio.wavfile.write('jingle.wav',44000,x)`) e provare ad ascoltarlo.

   (b) Creare un vettore $n(t)$ della stessa lunghezza del segnale contenente rumore gaussiano con media $\mu = 0$ e deviazione standard $\sigma = 0.01$. Utilizzare il comando `np.random.normal(mu,sigma,N)` per ottenere N campioni di una distribuzione gaussiana con media μ e deviazione standard σ.

   (c) Fare un plot del segnale rumoroso $x_n(t) = x(t) + n(t)$ (nel tempo e in frequenza), salvare il segnale $x_n(t)$ come file audio e provare ad ascoltarlo.

   (d) Un metodo utilizzato per rimuovere il rumore presente in un segnale è sostituire ogni campione del segnale con una media locale (filtro a media mobile). In questo caso, il segnale ottenuto $\tilde{x}$ è definito nel modo seguente

   $$\tilde{x}(t) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} x_n(t-k).$$

   Calcolare $\tilde{x}(t)$ utilizzando l'operazione di convoluzione (considerare $M = 10$). Salvare i segnali ottenuti come file audio e provare ad ascoltarli.

   (e) Al punto precedente, calcoliamo la media locale utilizzando lo stesso peso ($\frac{1}{M}$) per ogni campione. Visto che i campioni più prossimi temporalmente sono più rilevanti, possiamo calcolare la media locale pesando esponenzialmente i campioni. Per fare questo possiamo utilizzare il seguente filtro (leaky integrator)

$$h(t) = (1 - \lambda)\lambda^t u(t),$$

dove $u(t)$ è la funzione gradino, t è un vettore di 100 punti equispaziati compresi tra 0 e 99 e $\lambda = 0.9$. Calcolare $\tilde{x}(t)$ utilizzando la convoluzione con il filtro $h(t)$. Salvare il segnale ottenuto come file audio e provare ad ascoltarlo.

2. **Misurare il rischio finanziario**

   (a) Leggere il file `data.mat` (scaricabile dalla cartella del corso nel portale della didattica). Il file contiene due matrici `dates_ts` e `price_ts` che descrivono l'evoluzione del prezzo di un pacchetto azionario in 5 anni (campionato con frequenza giornaliera). Fare un plot dei dati.

   (b) Una quantità di interesse per un investitore è il ritorno dell'investimento $r(t)$, che può essere definito nel seguente modo:

   $$r(t) = \frac{p(t) - p(t-1)}{p(t)},$$

   dove $p(t)$ è il prezzo delle azioni al tempo t. Calcolare il ritorno dell'investimento per i dati forniti e fare un plot del risultato.

   (c) Per gli investitori è anche importante valutare il rischio di un investimento. Uno dei metodi utilizzati per stimare il rischio d'investimento è misurare la volatilità del pacchetto azionario, che è definita come la deviazione standard di $r(t)$. Un metodo utilizzato per stimare la volatilità al tempo t è calcolare il suo valore utilizzando gli ultimi M campioni di $r(t)$. In questo caso, definiamo prima il ritorno medio $\bar{r}(t)$ calcolato sugli ultimi M campioni nel modo seguente

   $$\bar{r}(t) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} r(t-k).$$

   Successivamente, si può definire la volatilità $\sigma(t)$ nel modo seguente

   $$\sigma(t) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} (r(t-k) - \bar{r}(t))^2}.$$

   Considerare diversi valori di $M = 20, 50, 70, 100$ e per ognuno di questi valori calcolare $\bar{r}(t)$ e $\sigma(t)$ utilizzando l'operazione di convoluzione e fare un plot del risultato.

   (d) Calcolare il ritorno medio e la volatilità utilizzando il leaky integrator presentato nell'esercizio precedente (utilizzando $\lambda = 0.94$) e fare un plot del risultato.