

Esercitazione 1

Introduzione a Python per il calcolo scientifico con Numpy e Matplotlib

14 Marzo 2022

1. Generare il vettore riga a e il vettore colonna b di interi da 1 a 10 e da 10 a 1, rispettivamente. Generare poi il vettore riga c contenente 11 nodi equispaziati nell'intervallo $[0, 1]$.
2. Generare un vettore di numeri casuali distribuiti uniformemente in $[-1, 1]$. Determinare il valore massimo, minimo, il valore assoluto massimo, quello minimo, la somma degli elementi e la somma dei valori assoluti degli elementi.
3. Scrivere una funzione `ps` con Python che prenda in input due vettori a, b e dia in output il prodotto scalare dei vettori. Inserire un controllo preliminare che verifichi se è possibile calcolare il prodotto scalare e dia un messaggio di errore se la lunghezza dei vettori non è compatibile. Considerare anche il vettore con entrate complesse.
4. Siano

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Calcolare: $A+A$, $A-B$, $A \odot A$ (prodotto puntuale elemento per elemento), A^2 , $A \otimes B$ (prodotto di Kronecker), $B \otimes A$, Ab , $b^T A$.

5. Scrivere una funzione che abbia in entrata un vettore v ed un numero reale $p \geq 1$ e dia in uscita la norma ℓ_p del vettore, ovvero, se $v = [v_1, v_2, \dots, v_N]^T$

$$\|v\|_p = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^N |v_i|^p}$$

calcolare la norma dei vettori introdotti nel punto 1).

6. Utilizzando la funzione precedentemente definita, verificare che con $p = 2$ vale l'identità del parallelogramma mentre con altri valori di p non è verificata. Commentare il risultato.
7. Rappresentare graficamente i seguenti segnali e calcolarne il prodotto scalare:
 - $a = \sin(2\pi t), b = t;$
 - $a = \sin(6\pi t), b = \sin(4\pi t);$
 - $a = \cos\left(\frac{3}{2}\pi t\right), b = t;$
 - $a = b = e^{4\pi i t};$

dove t è un vettore equispaziato di 100 punti compresi tra -1 e 1.

8. Scrivere una funzione che abbia come input un vettore x e gli scalari x_0, A e w e restituisca la funzione

$$y(x) = \begin{cases} A & \text{se } x \in [x_0, x_0 + w] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Usando la funzione definita disegnare la funzione nell'intervallo $[-5, 5]$ con $A = 1, x_0 = -2, w = 3$.