

Esercitazione 2

Basi ortonormali: Base standard e DCT (Prima parte)

21 Marzo 2022

1. Si consideri la matrice DCT definita come

$$C_{n,k} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}} \cos\left(\frac{(n+1/2)k\pi}{N}\right) & \text{if } k = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{(n+1/2)k\pi}{N}\right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

con $k = 0, \dots, N-1$, $n = 0, \dots, N-1$.

- (a) Verificare con Python che $C^\top C = I$.
 - (b) Visualizzare la base DCT di dimensione $N = 8$ usando la funzione `stem`.
 - (c) Calcolare la DCT del segnale $x = [0, 0, 2, 3, 4, 0, 0, 0]^\top$. Scrivere una funzione che calcoli la DCT inversa di un vettore di coefficienti.
2. Consideriamo una immagine in scala di grigi 64x64. Ogni pixel ha un valore intero compreso tra 0 e 255. Possiamo definire il prodotto scalare (verificare) tra due immagini I_1 e I_2 nel modo seguente:

$$\langle I_1, I_2 \rangle = \sum_{n=1}^{64} \sum_{m=1}^{64} (I_1)_{n,m} (I_2)_{n,m}$$

Scrivere una funzione che implementi il prodotto scalare definito sopra. Verificare su Python per un generico segnale della classe che l'operazione definita abbia le proprietà del prodotto scalare. Per definire un generico segnale della classe (scelto in modo casuale) utilizzare il comando:
`np.floor(np.random.uniform(0,255,[64, 64])).`