

# Домашняя работа

---

## Задача 1

Решена в блокноте [.ipynb](#)

## Задача 2

Также решена в блокноте [.ipynb](#)

## Задача 3

Рассмотрим такую игру:

У нас есть два игрока:

- Первый: брат Алеша
- Второй: сестра Аня

То есть:  $N = \{ \text{Алексей, Виктория} \}$

Ситуация такая, что родители уехали на выходные и они запретили проводить вечеринки дома. Алексей хочет ее устроить, а Аня нет

У нас есть два шага в игре:

Алексей сначала решает устроить ли вечеринку ( $P$ ) или нет ( $N$ )

После если Алеша по итогу устроил вечеринку, Аня решает, спалить ли его родителям ( $T$ ) или нет, промолчать то бишь ( $S$ )

То есть  $S_1 = \{ P, N \}$  и  $S_2 = \{ T, S \}$

Разберем теперь выигрыши:

Если Алексей не устраивает:

- Алексей получает выигрыш 2, например, за хорошее поведение
- Аня получает 5 за спокойствие и 2 за хорошее поведение, по итогу  $5 + 2 = 7$

Если Алексей устраивает и Аня молчит:

- Алексей получает 10 за вечеринку и 2 за типа хорошее поведение, итог:  $10 + 2 = 12$
- Анечка получает  $-3$  из-за шума и дискомфорта, но 2 за хорошее поведение, итог  $-3 + 2 = -1$

Если Алеша устраивает, но Аня его палит:

- Алеша получает также 10 за вечеринку, но получает люлей от родителей  $-8$ ,  
итого:  $10 - 8 = 2$
- Аня получает также  $-3$  из-за дискомфорта от вечеринки и  $-3$  за то, что она ябеда,  
но лутает 2 за хорошее поведение итого  $-3 - 3 + 2 = -4$

Решим обратной индукцией:

Если Алексей устраивает вечеринку, то для Ани есть два варианта, как поступить:

- рассказать родителям:  $-4$
- стерпеть:  $-1$

Значит оптимально для нее терпеть :)

Так как Алеша теперь знает, что ей лучше терпеть, то он конечно устроит вечеринку, так как от этого выигрыш больше:  $12 > 2$

Итого: Алеша кайфует, Аня терпит - равновесие

В нашем случае оказалось так, что угроза Ани, что она расскажет родителям про нарушение их правило, оказалось невероятной, тк  $-4 < -1$

Чтобы сделать угрозу правдоподобнее можно, например, представить такой случай:

Аня может заранее рассказать подругам, что обязательно спалит брата, если он ослушается. Если она не выполнит угрозу, то перед подругами она будет выглядеть глупо, за что получит  $-3$ , то есть теперь

Если Алексей устраивает вечеринку, то для Ани есть также два варианта, как поступить, но есть изменение в выигрышах:

- рассказать родителям:  $-4$
- стерпеть:  $-1 - 3 = -4$

То есть ей становится безразлично и от этого угроза становится правдоподобной :)

## Задача 4

Есть обр. ф-ия спроса:

$$p = a - Y$$

Будем использовать обр. индукцию:

Если перед некот. периодом уже произведено  $Y_{prev}$  то ост. спрос будет равен  $p = a - Y_{prev} - y = S - y$

$S$  - ост. спрос

Посмотрим теперь на оптимальный выпуск для одиночной фирмы:

Она максит прибыль:

$$\pi(y) = (S - y) \cdot y - 0$$

$$\pi'(y) = S - 2y = 0 \implies y^* = \frac{S}{2}$$

После выбора этой фирмы ост. спрос будет равен:  $S_{new} = S - y^* = S - \frac{S}{2} = \frac{S}{2}$

Теперь посмотрим на опт. выпуск для двух фирм, которые выбирают одновременно:

У нас есть фирмы  $A$  и  $B$  и они выбирают  $y_A$  и  $y_B$  одновременно. Фирма  $A$  максит:

$$\pi_A(y_A, y_B) = (S - y_A - y_B) \cdot y_A$$

FOC:

$$\frac{\partial \pi_A(y_A, y_B)}{\partial y_A} = S - 2y_A - y_B = 0 \implies y_A = \frac{S - y_B}{2}$$

Ну и аналогично для  $B$ , там зеркально буквально:

$$\pi_B(y_A, y_B) = (S - y_A - y_B) \cdot y_B$$

FOC:

$$\frac{\partial \pi_B(y_A, y_B)}{\partial y_B} = S - 2y_B - y_A = 0 \implies y_B = \frac{S - y_A}{2}$$

Решим систему:

$$\begin{cases} y_B = \frac{S - y_A}{2} \\ y_A = \frac{S - y_B}{2} \end{cases} \implies y_A = y_B = \frac{S}{3}$$

Окей, теперь увидим, что у нас периоды происходят циклично, в каждом цикле у нас три итерации. Разобьем все 30 периодов на 10 блоков:

Типо блок 1 это периоды 1-3, где участв. фирмы 1-4, блок 2 это периоды 4-6, там фирмы 5-8 и т.д.

В каждом блоке у нас сначала выбирает одна компания, после заново одна, после уже две одновременно.

Как мы рассчитали выше, когда решает одна компания, у нас ост. спрос уменьшается в  $\frac{1}{2}$  раза, когда две компании одновременно, то в  $\frac{1}{3}$  раза

Поэтому можно понять, что каждый блок у нас уменьшает ост. в  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

Обозначим  $S_k$  - ост. спрос в начале периода  $k$ ,  $S_1 = a$  понятно

Рассмотрим первые периоды, чтобы понять закономерность:

Период 1:  $y_1 = \frac{S_1}{2} = \frac{a}{2}$ ,  $S_2 = \frac{S_1}{2} = \frac{a}{2}$

Период 2:  $y_2 = \frac{S_2}{2} = \frac{a}{4}, S_3 = \frac{S_2}{2} = \frac{a}{4}$

Период 3:  $y_3 = y_4 = \frac{S_3}{3} = \frac{a}{12}, S_4 = \frac{S_3}{3} = \frac{a}{12}$

и т.д.

В начале блока  $m$  у нас ост. спрос равен:  $S_{3m-2} = \frac{a}{12^{m-1}}$

Ну и внутри этого блока имеем:

Для фирмы  $4(m-1) + 1$ :  $y = \frac{S_{3m-2}}{2} = \frac{a}{2 \cdot 12^{m-1}}$

Для фирмы  $4(m-1) + 2$ :  $y = \frac{S_{3m-1}}{2} = \frac{a}{4 \cdot 12^{m-1}}$

Для фирмы  $4(m-1) + 3$  и  $4(m-1) + 4$ :  $y = \frac{S_{3m}}{3} = \frac{a}{12^m}$

то есть общий выпуск равен:

$$Y = \sum_{i=1}^{40} y_i = \sum_{m=1}^{10} \left( \frac{a}{2 \cdot 12^{m-1}} + \frac{a}{4 \cdot 12^{m-1}} + 2 \cdot \frac{a}{12^m} \right) = 11a \cdot \sum_{m=1}^{10} \frac{1}{12^m}$$

Это геом. прогрессия и она равна:

$$Y = a \cdot (1 - 12^{-10})$$

Тогда цена будет:

$$p = a - Y = a - a \cdot (1 - 12^{-10}) = a \cdot 12^{-10}$$

Ответ: equilibrium outputs были даны выше в общей формуле для каждого блока :)