評卷參考

本文件供閱卷員參考而設，並不應被視為標準答案。考生以及沒有參與評卷工作的教師在詮釋文件內容時應小心謹慎。

一般閱卷原則

1. 評卷時，閱卷員須跟循評卷參考的評分標準給分，這是十分重要的。很多時考生會運用評卷參考以外的方法而得到正確答案，一般來說，只要運用合理的方法而取得正確答案，該考生應可獲得該部分的**所有分數**（除題目特別指明特定方法外）。閱卷員應有耐性地評閱評卷參考以外的解題方法。

2. 在評卷參考中，分數會分為下列三類：

「M」分	使用正確方法的得分；
「A」分	正確答案的得分；
沒有「M」或「A」的分	正確地完成證題或推演得題目所給的答案的得分。

某些題目由數部分組成，而較後部分的答案卻需依賴較前部分所得的結果。在這情況下，若考生因為前部分錯誤的結果而導致後部分的答案錯誤，但卻能運用正確的方法去解題，則方法正確的步驟可給「M」分，而相應的答案將沒有「A」分（除特別指明外）。

3. 為方便閱卷員評卷，評卷參考已盡量詳盡。當然，考生的答案多不會如評卷參考般清楚列寫出來，諸如欠缺某幾個步驟或將步驟隱含於字裏行間。如遇到類似情況，閱卷員應運用他們的專業知識去判斷是否給分。一般來說，如考生的答案顯示他已運用相關的概念或技巧，則該部分應予給分。

4. 評卷時遇有不清楚的地方，應以考生的利益為依歸。

5. 評卷參考中，塗上陰影的部分代表可省略的步驟，$\boxed{\text{有外框的部分}}$代表運用不同方法的答案。所有分數答案必須化簡。

試卷一

解	分	備註
1. $\frac{5}{h+k}=\frac{k}{h-3}$		
$5(h-3)=k(h+k)$	1M	
$5h-15=hk+k^2$		
$5h-hk=15+k^2$	1M	給將 h 放在一邊
$h=\frac{15+k^2}{5-k}$	1A	或等價
$\frac{5}{h+k}=\frac{k}{h-3}$		
$\frac{h+k}{5}=\frac{h-3}{k}$	1M	
$\frac{h}{5}-\frac{h}{k}=\frac{-3}{k}-\frac{k}{5}$	1M	給將 h 放在一邊
$h\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{k}\right)=\frac{-3}{k}-\frac{k}{5}$		
$h\left(\frac{k-5}{5k}\right)=\frac{-15-k^2}{5k}$		
$h=\frac{15+k^2}{5-k}$	1A	或等價
	----------(3)	
2. $\frac{x^{-8}y}{(x^7y^9)^{-6}}$		
$=\frac{x^{-8}y}{x^{-42}y^{-54}}$	1M	給 $(a^h)^k=a^{hk}$ 或 $(ab)^l=a^lb^l$
$=x^{-8-(-42)}y^{1-(-54)}$	1M	給 $\frac{c^p}{c^q}=c^{p-q}$ 或 $d^{-r}=\frac{1}{d^r}$
$=x^{34}y^{55}$	1A	
	----------(3)	
3. 250 包*普通裝*芝士的最小可取總重量		
$=(0.22-0.005)(250)$	1M+1M	
$=53.75$ kg		
>53.65 kg		
因此，該宣稱不正確。	1A	必須顯示理由
留意 $\frac{53\,600+50}{250}$	1M+1M	
$=214.6$ g		
<215 g		
因此，該宣稱不正確。	1A	必須顯示理由
留意 $\frac{53\,600+50}{220-5}$	1M+1M	
≈ 249.5348837		
<250		
因此，該宣稱不正確。	1A	必須顯示理由
	----------(3)	

解	分	備註
4. (a) $3x+2>\frac{4x-5}{2}$		
$6x+4>4x-5$		
$6x-4x>-5-4$	1M	給將 x 放在一邊
$2x>-9$		
$x>\frac{-9}{2}$	1A	$x>-4.5$
$3x-2<7$		
$x<3$		
因此，可得 $\frac{-9}{2}<x<3$ 。	1A	
(b) 4	1A	
	----------(4)	
5. 設 x 及 y 分別為在該渡輪上男乘客人數及原本的女乘客人數。		
$\begin{cases} y=(1+40\%)x \\ x=(1+40\%)(y-24) \end{cases}$	1A+1A	
故此，可得 $x=1.4(1.4x-24)$ 。	1M	給得一元線性方程
求解後，可得 $x=35$ 。	1A	
因此，在該渡輪上男乘客人數為 35 。		
設 x 為在該渡輪上男乘客人數。		
故此，在該渡輪上原本的女乘客人數為 $(1+40\%)x$ 。	1A	
$x=(1+40\%)((1+40\%)x-24)$	1M+1A	1M 給得一元線性方程
$x=1.4(1.4x-24)$		
求解後，可得 $x=35$ 。	1A	
因此，在該渡輪上男乘客人數為 35 。		
在該渡輪上男乘客人數		
$=\frac{(1+40\%)24}{(1+40\%)^2-1}$	1M+1A+1A	1M 給分數 + 1A 給分子 + 1A 給分母
$=35$	1A	
	----------(4)	

解	分	備註
6. (a) $a:b$ $=6:7$		
$\dfrac{4a-3c}{2b-c}=9$ $4a-3c=18b-9c$ $\dfrac{24}{7}b-3c=18b-9c$	1M	
$c=\dfrac{17}{7}b$		
$b:c$ $=7:17$		
$a:b:c$ $=6:7:17$	1A	
(b) 設 $a=6k$ 、 $b=7k$ 及 $c=17k$ ，其中 k 為一非零的常數。		
$\dfrac{5a+8b}{7b+3c}$ $=\dfrac{5(6k)+8(7k)}{7(7k)+3(17k)}$	1M	
$=\dfrac{86}{100}$		
$=\dfrac{43}{50}$	1A	0.86
	----------(4)	
7. $\angle RPS$ $=\angle PTQ-\angle PSQ$ $=68°-41°$ $=27°$	1M	
$\angle RQS$ $=\angle RPS$ $=27°$	1A	
留意 $\angle PQR=90°$ 。	1M	
$\angle PQS$ $=\angle PQR-\angle RQS$ $=90°-27°$ $=63°$	1A	
	----------(4)	

解	分	備註
8. (a) $\angle CAE = \angle DBE$ [(內)錯角，$AC // DB$]		
$\angle AEC = \angle BED$ [對頂角]		
$\angle ACE = \angle BDE$ [Δ內角和]		
$\Delta ACE \sim \Delta BDE$ (AAA)		(AA) [等角]
評分標準：		
情況 1 任何附有正確理由的正確證明。	2	
情況 2 任何未附有理由的正確證明。	1	
(b) $\dfrac{BE}{BD} = \dfrac{AE}{AC}$ (藉 (a))	1M	
$\dfrac{20 - AE}{15} = \dfrac{AE}{10}$		
$AE = 8 \text{ cm}$		
留意 $AC > AE > CE$ 。		
AC^2 $= 10^2$ $= 100$		
$AE^2 + CE^2$ $= 8^2 + 7^2$ $= 113$		
所以，可得 $AE^2 + CE^2 \neq AC^2$ 。	1M	
由此， ΔACE 不是一直角三角形。		
藉 (a)， ΔBDE 不是一直角三角形。	1A	必須顯示理由
	----------(5)	
9. (a) $49 - (20 + a) = 27$	1M	
$a = 2$		
平均值 $= 36$	1A	
眾數 $= 33$	1A	
(b) 所求的概率 $= \dfrac{14}{24}$	1M	給分母
$= \dfrac{7}{12}$	1A	接受答案準確至 0.583
	----------(5)	

解	分	備註
10. (a) Γ 為 AB 的垂直平分線。	1M ----------(1)	
(b) (i) Γ 的斜率 $=-3$ AB 的斜率 $=\frac{1}{3}$ AB 的方程為		
$y+4=\frac{1}{3}(x-2)$	1M	
$x-3y-14=0$	1A	或等價
(ii) 留意所求的圓的圓心為 Γ 與 AB 的交點。 求解 $3x+y-12=0$ 與 $x-3y-14=0$ 後， 所求的圓的圓心的坐標為 $(5,-3)$ 。	1M	
所求的圓的半徑 $=\sqrt{(2-5)^2+(-4+3)^2}$ $=\sqrt{10}$	1M	
因此，所求的圓的方程為 $(x-5)^2+(y+3)^2=10$ 。	1A	$x^2+y^2-10x+6y+24=0$
設 (h,k) 為 B 的坐標。 $h-3k-14=0$ $h=3k+14$ 留意 AB 的中點在 Γ 上。 $3\left(\frac{2+3k+14}{2}\right)+\frac{-4+k}{2}-12=0$ 求解後，可得 $k=-2$ 及 $h=8$ 。 所以，B 的坐標為 $(8,-2)$ 。		
所求的圓的圓心的坐標 $=\left(\frac{2+8}{2},\frac{-4-2}{2}\right)$ $=(5,-3)$	1M	
所求的圓的半徑 $=\sqrt{(2-5)^2+(-4+3)^2}$ $=\sqrt{10}$	1M	
因此，所求的圓的方程為 $(x-5)^2+(y+3)^2=10$ 。	1A ----------(5)	$x^2+y^2-10x+6y+24=0$

解	分	備註
11. (a) $\dfrac{(1)(8)+(2)(5)+(3)(n)+(4)(1)}{8+5+n+1}=2$	1M	
$n=6$		
中位數 $=2$	1A	
四分位數間距 $=3-1$	1M	
$=2$	1A	
方差 $=0.9$	1A ----------(5)	
(b) 留意原本的分佈域為 3 。 有兩種情況。		
情況 1： 該兩名學生各人均擁有 2 部計算機。 該分佈的分佈域 $=3$	1M	任何一項
情況 2： 該兩名學生其中一名擁有 1 部計算機，而另一名擁有 3 部計算機。 該分佈的分佈域 $=3$		
因此，該分佈的分佈域沒有因該兩名學生退學而改變。	1A ----------(2)	必須顯示理由
12. (a) 設 $f(x)=px^2+q$ ，其中 p 及 q 均為非零的常數。	1M	
故此，可得 $100p+q=62$ 及 $225p+q=122$ 。	1M	給任何一項代換
求解後，可得 $p=\dfrac{12}{25}$ 及 $q=14$ 。		
由此，可得 $f(x)=\dfrac{12}{25}x^2+14$ 。		
因此，可得 $f(5)=26$ 。	1A ----------(3)	
(b) 藉 (a)，可得 $u=14$ 及 $v=26$ 。 故此，可得 $UW=12$ 及 $VW=5$ 。	1M	給任何一項
留意 $\angle UWV=90°$ 。 由此， UV 為 C 的一直徑。	1M	
C 的圓周 $=\pi\sqrt{UW^2+VW^2}$	1M	
$=\pi\sqrt{12^2+5^2}$		
$=13\pi$	1A ----------(4)	

解	分	備註
13. (a) 設 $mx+n$ 為所求的商式，其中 m 及 n 均為常數， 則可得 $\mathrm{h}(x)=(mx+n)(x^3+5x^2-12x-1)+mx+n$ 。	1M	
藉比較 x^4 的係數，可得 $m=3$ 。 藉比較 x^2 的係數，可得 $5n-12m=-16$ 。	1M	任何一項
故此，可得 $n=4$ 。 因此，所求的商式為 $3x+4$ 。	1A ----------(3)	
(b) $\mathrm{h}(x)=0$ $(3x+4)(x^3+5x^2-12x-1)+3x+4=0$ （藉 (a)）		
$(3x+4)(x^3+5x^2-12x)=0$	1M	給 $(px+q)(x^3+5x^2-12x)=0$
$x(3x+4)(x^2+5x-12)=0$		
$x=0$ 、 $3x+4=0$ 或 $x^2+5x-12=0$	1M	
$x=0$ 、 $x=\dfrac{-4}{3}$ 或 $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{73}}{2}$	1M	
留意 $\dfrac{-5+\sqrt{73}}{2}$ 及 $\dfrac{-5-\sqrt{73}}{2}$ 均不是有理數。 再者留意 $\dfrac{-4}{3}$ 及 0 均為 $\mathrm{h}(x)=0$ 的有理根。		
因此，方程 $\mathrm{h}(x)=0$ 有 2 個有理根。	1A ----------(4)	必須顯示理由
14. (a) 設 l cm 為該圓錐體的斜高。		
$\pi(14)(l)=700\pi$ $l=50$	1M	
該圓錐體的高 $=\sqrt{l^2-14^2}$	1M	
$=\sqrt{50^2-14^2}$ $=48$ cm	1A ----------(3)	
(b) (i) Y 的體積 $=\dfrac{1}{3}\pi(14^2)(48)\left(1-\left(\dfrac{1}{\sqrt{15+1}}\right)^3\right)$	1M+1M	
$=3\,087\pi$ cm^3	1A	
(ii) 設 d cm 為每個球體的直徑。 $\dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{d}{2}\right)^3=\dfrac{3\,087\pi}{2}$	1M	
$d=21$ 因此，每個球體的直徑為 21 cm 。	1A ----------(5)	

解	分	備註
15. (a) 所求的概率		
$=\dfrac{C_2^5}{C_2^9}$	1M	給分母
$=\dfrac{5}{18}$	1A	接受答案準確至 0.278
	----------(2)	
(b) 所求的概率		
$=\dfrac{5}{18}+\dfrac{C_1^5C_1^4C_3^9+C_2^4C_3^8}{C_2^9C_3^{10}}$	1M	給 (a) $+p$，其中 $0<p<1$
$=\dfrac{67}{90}$	1A	接受答案準確至 0.744
	----------(2)	
16. (a) 留意 $p+5p=-a$ 及 $p(5p)=b$ 。	1M	給任何一項
所以，可得 $6p=-a$ 及 $5p^2=b$ 。		
故此，可得 $5\left(\dfrac{-a}{6}\right)^2=b$ 。		
因此，可得 $5a^2=36b$ 。	1	
	----------(2)	
(b) 設 t 為 Q 的 x 坐標， 則 R 的 x 坐標為 $5t$ 。 把 $y=mx$ 代入 $x^2+y^2-6x-12y+20=0$ ，可得		
$x^2+(mx)^2-6x-12(mx)+20=0$	1M	
故此，可得 $(m^2+1)x^2-(12m+6)x+20=0$ 。 所以，t 及 $5t$ 均為方程 $x^2-\dfrac{6(2m+1)}{m^2+1}x+\dfrac{20}{m^2+1}=0$ 的根		
藉 (a)，可得 $5\left(\dfrac{-6(2m+1)}{m^2+1}\right)^2=36\left(\dfrac{20}{m^2+1}\right)$ 。	1M	
化簡後，可得 $(2m+1)^2=4(m^2+1)$ 。 所以，可得 $4m=3$ 。		
求解後，可得 $m=\dfrac{3}{4}$ 。	1A	0.75
	----------(3)	

解	分	備註
17. (a) 藉正弦公式，可得 $\dfrac{\sin\angle XWY}{XY}=\dfrac{\sin\angle WYX}{WX}$	1M	
$\dfrac{\sin\angle XWY}{5}=\dfrac{\sin 70^\circ}{6}$ $\angle XWY\approx 51.54318937^\circ$ 或 $\angle XWY\approx 128.4568106^\circ$（捨去） $\angle XWY\approx 51.5^\circ$	1A ----------(2)	接受答案準確至 51.5°
(b) 設 P 為 Z 在三角形 WXY 上的投影。 留意 $PW=PX=PY$ 。 將 XY 的中點記為 M 。 三角形 WXY 與三角形 XYZ 間的交角為 $\angle PMZ$ 。	1M	
通過 W、 X 及 Y 的圓的圓心為 P 。 故此，可得 $\angle MPX=\dfrac{1}{2}\angle XPY=\angle XWY$ 。 MP $=PX\cos\angle MPX$ $=PW\cos\angle XWY$	1M	
$\tan\angle PWZ=\dfrac{PZ}{PW}$ $\tan 30^\circ=\dfrac{PZ}{PW}$ $PZ=PW\tan 30^\circ$ $\tan\angle PMZ$ $=\dfrac{PZ}{MP}$	1M	任何一項
$=\dfrac{PW\tan 30^\circ}{PW\cos\angle XWY}$ $=\dfrac{\tan 30^\circ}{\cos\angle XWY}$ $\approx\dfrac{\tan 30^\circ}{\cos 51.54318937^\circ}$ （藉 (a)） ≈ 0.928328501		
所以，可得 $\tan\angle PMZ<1$ 。 由此，可得 $\angle PMZ<45^\circ$ 。 因此，三角形 WXY 與三角形 XYZ 間的交角不超過 45° 。	1A ----------(4)	必須顯示理由

解	分	備註
18. (a) $\dfrac{\beta}{7}=\dfrac{7}{\alpha}$	1M	
$\alpha\beta = 49$		
$\log_7 \alpha\beta = \log_7 49$		
$\log_7 \alpha + \log_7 \beta = 2$	1M	
$\log_7 \alpha = 2 - \log_7 \beta$	1A	
	----------(3)	
(b) $\log_\alpha \beta - \log_7 \beta = \log_7 \beta - \log_\beta \alpha$	1M	
$\dfrac{\log_7 \beta}{\log_7 \alpha} - \log_7 \beta = \log_7 \beta - \dfrac{\log_7 \alpha}{\log_7 \beta}$	1M	
設 $u = \log_7 \beta$ 。		
$\dfrac{u}{2-u} - u = u - \dfrac{2-u}{u}$ （藉 (a)）	1M	給利用 (a) 的結果
$\dfrac{u^2-u}{2-u} = \dfrac{u^2+u-2}{u}$		
$\dfrac{u(u-1)}{2-u} = \dfrac{(u+2)(u-1)}{u}$		
$u^2 = (u+2)(2-u)$ （由於 $u \neq 1$ ）		
$u^2 = 2$		
$u = \sqrt{2}$ 或 $u = -\sqrt{2}$ （捨去）		
$\log_7 \beta = \sqrt{2}$		
該等差數列的公差		
$= \log_7 \beta - \log_\beta \alpha$		
$= \log_7 \beta - \dfrac{\log_7 \alpha}{\log_7 \beta}$		
$= \log_7 \beta - \dfrac{2-\log_7 \beta}{\log_7 \beta}$		
$= \sqrt{2} - \dfrac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$	1M	
$= 1$	1A	
	----------(5)	

解	分	備註
19. (a) PQ 的斜率 $=\dfrac{t-0}{32-50}$ $=\dfrac{-t}{18}$		
留意 G 的 x 坐標為 25 。	1M	
PR 的垂直平分線的方程為 $y-t=\dfrac{18}{t}(x-32)$	1M	
把 $x=25$ 代入 $y-t=\dfrac{18}{t}(x-32)$ ，可得 $y=\dfrac{t^2-126}{t}$ 。		
所以， G 的坐標為 $\left(25,\dfrac{t^2-126}{t}\right)$ 。	1A	任何一項
再者留意 R 的 x 坐標為 14 。	1M	
通過 O 且垂直於 PR 的直線的方程為 $y=\dfrac{18}{t}x$ 。		
把 $x=14$ 代入 $y=\dfrac{18}{t}x$ ，可得 $y=\dfrac{252}{t}$ 。		
因此， H 的坐標為 $\left(14,\dfrac{252}{t}\right)$ 。	1A	
	----------(5)	
(b) (i) 由於 $\angle PQS=\angle POQ$ ，可得 $\tan\angle PQS=\tan\angle POQ$ 。		
$\dfrac{50-32}{t}=\dfrac{t}{32}$	1M	給任何一邊
$\dfrac{18}{t}=\dfrac{t}{32}$		
$t^2-576=0$		
由於 $t>0$ ，可得 $t=24$ 。	1	
(ii) 藉 (a)， G 的坐標為 $\left(25,\dfrac{75}{4}\right)$ 。	1M	給利用 (a) 的結果
Q 的坐標為 $(32,24)$ 。		
OG 的斜率 $=\dfrac{\frac{75}{4}-0}{25-0}$ $=\dfrac{3}{4}$		
OQ 的斜率 $=\dfrac{24-0}{32-0}$ $=\dfrac{3}{4}$		
所以， OG 的斜率與 OQ 的斜率相等。		
因此， O 、 G 與 Q 共線。	1A	必須顯示理由

解	分	備註
由於 OQ 為 ΔOPR 的中線，所以 Q 為 PR 的中點。 留意 G 為 ΔOPR 的外心。 所以，可得 $GQ \perp PR$ 。	1M	任何一項
$\angle OQP$ $= 180° - \angle POQ - \angle OPQ$ $= 180° - \angle PQS - \angle OPQ$ $= \angle PSQ$ $= 90°$ 故此，可得 $OQ \perp PR$ 。		
由此，可得 $GQ // OQ$ 。 因此，O 、 G 與 Q 共線。	1A	必須顯示理由
(iii) 留意 OQ 垂直於 PR 及 $\Delta OPQ \cong \Delta ORQ$ 。 由此，OQ 為 $\angle POR$ 的角平分線。 所以，I 在 OQ 上。 將由 I 至 OP 的垂足記為 J， 則可得 $\Delta OIJ \sim \Delta OPQ$ 。 設 r 為 ΔOPR 的內切圓的半徑。 故此，可得 $\dfrac{OQ-r}{r} = \dfrac{OP}{PQ}$ 。	1M	
由於 $OQ = 40$ 及 $PQ = 30$，可得 $\dfrac{40-r}{r} = \dfrac{50}{30}$ 。 求解後，可得 $r = 15$ 。 由此，I 的坐標為 $(20, 15)$ 。 再者留意 H 的坐標為 $\left(14, \dfrac{21}{2}\right)$ 。 又再留意 O 、 H 、 I 、 G 與 Q 共線。 由於 OQ 為 ΔOPR 的中線，可得 $PQ = QR$ 。 所求的比 $= \dfrac{1}{2}(GH)(QR) : \dfrac{1}{2}(IQ)(PQ)$ $= GH : IQ$		
$= (25-14) : (32-20)$	1M	
$= 11 : 12$	1A	
	----------(7)	

試卷二

題號	答案	題號	答案
1.	C (78)	26.	B (40)
2.	C (79)	27.	C (51)
3.	A (72)	28.	D (65)
4.	B (87)	29.	C (75)
5.	A (70)	30.	A (84)
6.	D (77)	31.	B (62)
7.	C (82)	32.	D (64)
8.	D (74)	33.	A (39)
9.	A (43)	34.	B (63)
10.	D (67)	35.	D (32)
11.	B (81)	36.	B (40)
12.	D (39)	37.	D (25)
13.	B (66)	38.	C (50)
14.	B (62)	39.	A (31)
15.	A (50)	40.	A (29)
16.	D (27)	41.	C (33)
17.	B (44)	42.	B (45)
18.	A (59)	43.	C (40)
19.	C (54)	44.	D (60)
20.	A (52)	45.	A (47)
21.	C (34)		
22.	B (42)		
23.	D (38)		
24.	C (58)		
25.	A (56)		

註： 括號內數字為答對百分率。