

第一周作业报告

佐藤拓未 20300186002

第一问

利用 MATLAB 绘制 $f(x) = \frac{1-\cos(x)}{x^2}$ 在 $x \rightarrow 0^+$ 时的图像，具体图像如下：

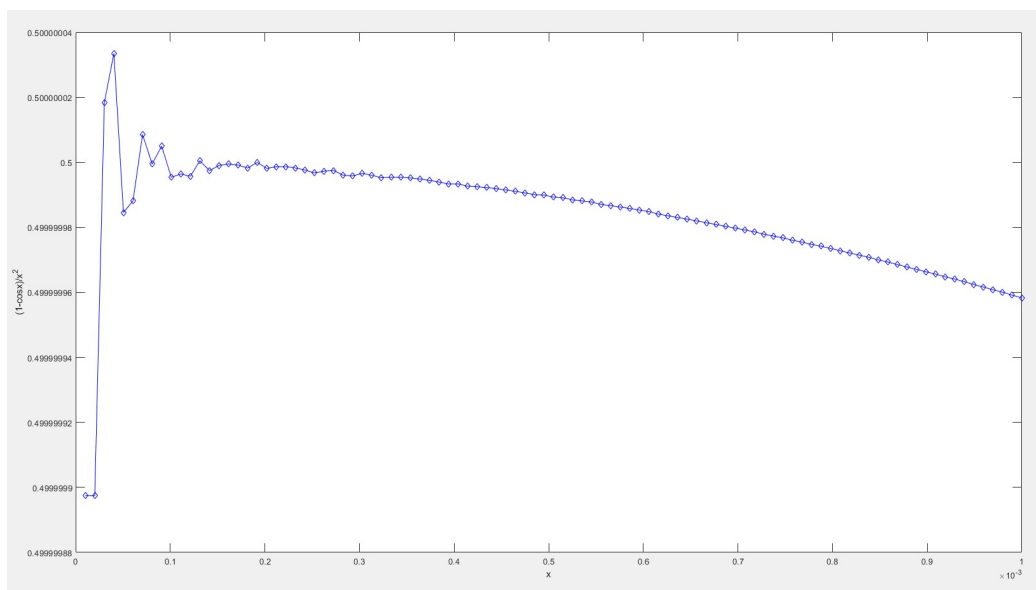


图 1: 在 MATLAB 中绘制出的函数图像

上图是 f 在 $(0, 0.001)$ 上 100 个等距节点上采样的函数值所得到的折线图像。

但是可以知道 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$ 。

第二问

由递推公式 $u_{n+2} - 3u_{n+1} + 2u_n = 0$ ，以及 $u_{100} = u_{99} = 0.1$ 可以知道， $\forall n : u_n = 0.1$ 。

在 MATLAB 中，考虑扰动 $\epsilon = 0.00001$ ，并令 $v_{99} = u_{99} + \epsilon$ 以及 $w_{99} = u_{99} - \epsilon$ 考虑反向递推，具体图像如下图所示：

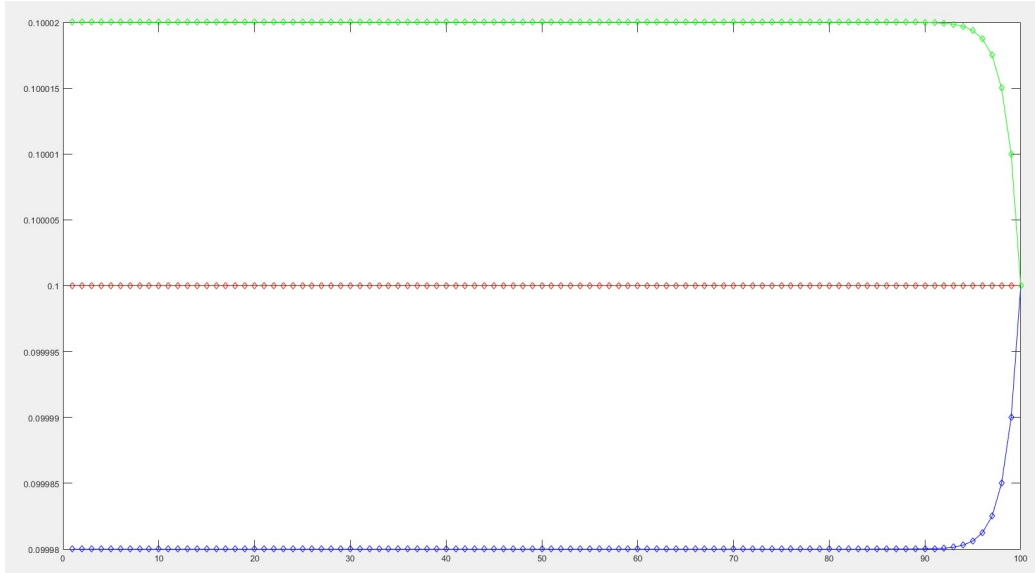


图 2: 在 MATLAB 中绘制出的三个数列的对比

上图横坐标为数列下标，绿色对应于 $\{v_n\}_{n=1}^{100}$ ，蓝色对应于 $\{w_n\}_{n=1}^{100}$ ，红色是恒为 0.1 的数列。

可以发现最终 $v_1 \approx 0.10002$ ，也有 $w_1 \approx 0.09998$ ，以及它们与 u_1 的误差：

$$\beta_v = \frac{|v_1 - u_1|}{|u_1|} = 0.0002$$

$$\beta_w = \frac{|w_1 - u_1|}{|u_1|} = 0.0002$$

由于对 u_{99} 进行了扰动，因此通过反向迭代最终对 u_1 也产生了扰动，但总的来说其误差稳定。