Skript: Thread Programmierung, HTWK

Gehalten von Prof. Geser im Sommersemester 2016

Lukas Werner Ann Kathrin Hartmann Toni Pohl
Stephan Kemper

30. Juni 2016

Anmerkungen

- Die natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$ werden in dieser Veranstaltung ohne die 0 angenommen ($\mathbb{N}\backslash\{0\}$).

Inhaltsverzeichnis

1 Grundbegriffe

1.1 Threads

Prozess Sequentieller Rechenvorgang

sequentiell Alle Rechenschritte laufen nacheinander in einer vorgegebenen Reihenfolge ab.

Thread „leichte“ Variante eines Prozesses

Allgemeine Tendenz:

1. Systemkern möglichst „schlank“ halten
2. Systemkern möglichst selten betreten

Unterschied zu Prozess:

- Kein eigener Speicherbereich
- Üblicherweise nicht vom Systemkern verwaltet („leight-weight process“), vom Systemkern verwaltet

Vorteile:

- Wechsel zwischen Threads weniger aufwändig als Wechsel zwischen Prozessen
- Threads benötigen weniger Speicher
- Man kann viel mehr Threads (≈ 10.000) als Prozesse (≈ 100) laufen lassen.

Nachteil:
Anwendungsprogrammierer muss sich um Verwaltung der Threads kümmern. Viele Programmiersprachen bieten heutzutage Programmbibliotheken für Threads an (Beispiel: *PThread* in C). Wir verwenden in dieser Veranstaltung *Java* als Programmiersprache.

parallel Mehrere Threads laufen gleichzeitig auf verschiedenen Rechnerkernen.

verschränkt (engl. interleaved) Threads laufen abwechselnd je ein Stück weit.

nebeneinander laufend (auch: nebenläufig, engl. concurrent) Mehrere Threads laufen parallel oder miteinander verschränkt.

Auch Mischformen sind möglich.

Unterschied:

Rechenzeit (engl. cpu time) Zeit, die der Prozessor mit Rechnen zubringt.

Bearbeitungszeit (engl. wall clock time) Umfasst auch Wartezeiten.

Amdahlsches Gesetz (Gene Amdahl, 1967):

Wenn eine Aufgabe die Bearbeitungszeit a benötigt und der Anteil $0 \leq p \leq 1$ davon parallelisierbar ist, dann benötigt sie auf n Prozessoren die Bearbeitungszeit

$$a\left(1 - p + \frac{p}{n}\right). \tag{1.1}$$

Beispiel:
$p = \frac{9}{10}$, $n = 100$

Beschleunigung (speed up):

$$\frac{a}{a\left(1 - p + \frac{p}{n}\right)} = \frac{1}{1 - \frac{9}{10} + \frac{9}{1000}} \approx 9,17$$

$$\text{Sogar } \lim_{n \to \infty} \frac{1}{1 - p + \frac{p}{n}} = \frac{1}{1 - p} = 10$$

Fazit: Der nicht-parallelisierbare Anteil dominiert die Bearbeitungszeit.

1.2 Nicht-Determinismus

Nicht-Determinismus (engl. nondeterminism) Das Verhalten eines Systems hat Freiheitsgrade.

Nicht-Determinismus hat zwei Anwendungen:

1. Möglichkeiten des Verhaltens der Systemumgebung zusammenfassen (engl. don't know nondeterminism)

2. Spielraum für Implementierungen vorsehen (engl. don't care nondeterminism)

Hier: System von Threads
Man muss davon ausgehen, dass die Rechenschritte der Threads beliebig miteinander verschränkt sind. Die Reihenfolge der Schritte eines Threads ist durch sein Programm vorgegeben („Programm-Reihenfolge").
Der Zeitplaner (engl. scheduler) legt zur Laufzeit fest, in welcher Reihenfolge die Schritte zweier Threads zueinander ablaufen. Man möchte den Zeitplaner in seiner Entscheidungsfreiheit nicht unnötig einschränken, sondern einen möglichst großen Spielraum lassen.
Man verlangt deshalb, dass das System von Threads korrekt zusammenarbeitet unabhängig davon, wie der Zeitplaner die Verschränkung bildet. Don't know nondeterminism

aus der Sicht des Anwendungsprogrammierers, don't care nondeterminism aus der Sicht des Zeitplaners.

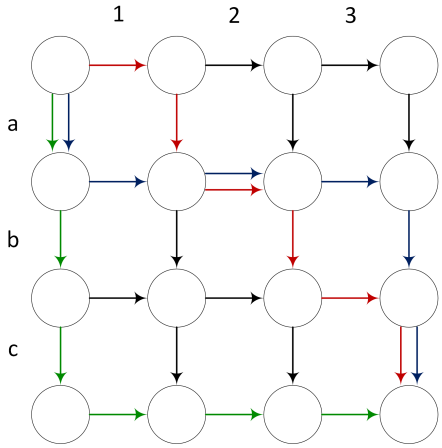
Beispiel:
Thread 1 führt aus: 1 2 3
Thread 2 führt aus: a b c

Beispiele für mögliche Abläufe:

- 1 a 2 b 3 c
- 1 a 2 b 3 c
- 1 a 2 b 3 c

. . .

Mögliche Abläufe visualisiert (Beispiele sind farblich markiert):



Da bei jedem Test der Zeitplaner eine andere Ausführungsreihenfolge (Umstände des Wettrennens, engl. race conditions) wählen kann, ist der Test praktisch nicht reproduzierbar. Wegen der großen Anzahl möglicher Abläufe ist ein systematisches Testen aussichtslos („Zustandsexplosion"). Der Entwickler muss deshalb die Korrektheit seines Programms mathematisch beweisen (verifizieren). Um Flüchtigkeitsfehler und übersehene Spezialfälle auszuschließen, lässt man die Beweise maschinell überprüfen (formale Verifikation).
Threads sind asynchron, d.h. sie laufen mit versch. Geschwindigkeiten. Es treten Wartezeiten auf, deren Zeitpunkt und Dauer nicht vorhersehbar ist, z.B. Laden einer neuen Speicherseite („page fault"), oder ein Zugriff auf den Zwischenspeicher (cache) scheitert.

1.3 Kritische Bereiche

Beispiel:
Zähler `z` wird initialisiert mit 0. Jeder Thread (von z.B. 10.000) addiert 1 zu `z`. `z++` wird vom Compiler sinngemäß so übersetzt:

```
1  int temp = z;
2  temp = temp + 1;
3  z = temp;
```

`z` ist eine gemeinsame Variable (gemeinsamer Speicher, shared memory), `temp` ist eine lokale Variable (temporäre Variable). Jeder Thread hat seine eigene Version von `temp`.

Beispielablauf für 3 Threads T1, T2, T3:

T1		**T2**		**T3**		**z**
Zeile	*temp1*	*Zeile*	*temp2*	*Zeile*	*temp3*	0
1	0					
		1	0			
		2	1			
		3				1
				1	1	
				2	2	
				3		2
2	1					
3						1

Der Wert von `z` sollte am Ende 3 sein. T1, T2, T3 kommen sich gegenseitig in die Quere: Einmischung (interference). Einmischung kann es nur über gemeinsame Variablen geben. Eine Methode, um Einmischung zu verhindern ist die Verwendung von *kritischen Bereichen*.

Kritischer Bereich (auch kritischer Abschnitt, Emil. critical region, critical section)
Programmfragment in dem sich zu jedem Zeitpunkt höchstens ein Thread befindet.

Gegenseitiger Ausschluss (mutual exclusion, exklusives Betriebsmittel) Wenn sich ein Thread in einem kritischen Bereich befindet, dann werden alle anderen Threads davon abgehalten, den kritischen Bereich zu betreten.

Beispiele für exklusive Betriebsmittel:

- Stuhl
- Rechnerkern
- Schreibzugriff auf Speicherblock

- Schreibzugriff auf Bus
- Drucker
- Soundkarte (?)

Beispiel für einen kritischen Bereich:

```
gemeinsam int z = 0; // Deklaration der gem. Var. z
kritisch z {
z++ // kritischer Bereich, nur hier darf auf z zugegriffen werden
}
```

Wenn kritische Bereiche als Sprachmittel gegeben sind, kann der Compiler die korrekte Verwendung derselben überprüfen.
Der kritische Bereich kann von mehreren Threads nicht echt nebeneinander abgearbeitet werden, er wird also von den Threads in einer gewissen Reihenfolge nacheinander abgearbeitet (*Serialisierbarkeit*). Zwischenzustände sind von anderen Threads nicht beobachtbar, weil die gemeinsamen Variablen nur im kritischen Bereich zugreifbar sind. Der kritische Bereich wirkt wie eine einzelne Aktion: er ist *unteilbar* (atomar, engl. atomic).

1.4 Sperren

Sperre (lock) Datenstruktur mit Operationen belegen und freigeben.

erzeugen(l) legt Sperre `l` an und initialisiert `l.frei` mit `false` (`l.frei`: Sperre frei).

belegen(l) wartet solange, bis `l.frei` den Wert `true` hat und setzt es dann auf `false`.

freigeben(l) Setzt `l.frei` auf `true`.

Sperren können verwendet werden, um kritische Bereiche zu implementieren.
Beispiel: Sperre `l` bewacht die gemeinsame Variable `z`.
Programm (HP):

```
Sperre l anlegen mit l.frei = false
Threads anlegen Setze gem. Var. z = 0
freigeben(l)
```

In jedem Thread:

```
0  belegen(l);
1  int temp = z;
2  temp = temp + 1;
3  z = temp;
4  freigeben(l);
```

Paradox: Um kritische Bereiche nutzen zu können, braucht man schon kritische Bereiche. Beispielablauf für 2 Threads:

T1		**T2**		**z**	**l.frei**	**Bemerkung**
Zeile	*temp1*	*Zeile*	*temp2*	0	true	
0					false	
		0				T2 wartet in Zeile 0
1	0	0				
2	1	0				
3		0		1		
4		0			true	
		0			false	Ende der Wartezeit
		1	1			
		2	2			
		3		2		
		4			true	

Sprechweise:

- Thread bewirbt sich für die Sperre (= ruft `belegen(l)` auf)
- Thread besitzt Sperre `l` (= ist im krit. Bereich/hat `belegen(l)` erfolgreich aufgerufen)
- Thread erwirbt die Sperre `l` (= betritt den krit. Bereich), Streit um die Sperre (engl. lock contention)

2 Verifikation

2.1 Zeitliche Abläufe

Vorgeben: Menge A von Aktionen

Ereignis (hier) Paar bestehend aus Aktion und Zeitpunkt
aktion(e), zeit(e) für Ereignis e.

Beispiel: Schlacht bei Isis 333 v. Chr. → Aktion, Zeitpunkt

Idealisierende Annahmen:

1. Alles findet praktisch am selben Ort statt, keine Probleme mit der Lichtgeschwindigkeit (30cm in 1ns).

   Zeit (hier) Newtonsche Zeit, Sie verläuft

   - absolut d.h. unabhängig von Beobachter (sonst: spezielle Relativitätstheorie)
   - stetig, d.h. ohne Sprünge (sonst Quantenmechanik)
   - unbeeinflusst von der Umgebung (sonst: allg. Relativitätstheorie)
   - Zeitpunkt = reale Zahl

2. Ein Ereignis hat die Dauer Null. Einen Zeitraum kann man darstellen durch die Ereignisse "Ende des Zeitraums".

3. Gleichzeitige Ereignisse sind ausgeschlossen, d.h. zwei Ereignisse, die die zur gleichen Zeit stattfinden, sind gleich
   $zeit(e)1 = zeit(e2) \leftrightarrow e1 = e2$

diskreter zeitlicher Ablauf (auch Geschichte) Menge E von Ereignissen, so dass:

1. die Menge der Zeitpunkte E keinen Häufungspunkt hat
2. die Menge der Zeitpunkte von E ein kleinstes Element hat

Sonst: kontinuierliche Vorgänge (reaktive Systeme).
Interessant sind hier nicht die Zeitpunkte selber, sondern nur deren Lage zueinander, d.h. die Reihenfolge der Aktionen. (Wenn dies nicht der Fall ist und Termine eingehalten werden müssen → Echtzeitsystem)

Def: (Leslie Lamport 1978) Ereignis e_1 kommt vor Ereignis e_2 :
$e_1 \rightarrow e_2 \Leftrightarrow \text{zeit}(e_1) < \text{zeit}(e_2)$

Beispiel: Hochmut $\rightarrow$ Fall.
Es gilt: $\rightarrow$ ist irreflexiv, transitiv, total, fundiert (d.h. eine Wohlordnung).
Eine Relation $R \in E \times E$ auf der Menge E heißt

irreflexiv,	falls $\forall e \in E$ gilt: $(e, e) \notin R$
transitiv,	falls $\forall e_1, e_2, e_3 \in E$ gilt: Falls $(e_1, e_2) \in R$ und $(e_2, e_3) \in R$, dann $(e_1, e_3) \in R$.
total,	falls $\forall e_1, e_2 \in E$ gilt: Falls $e_1 \neq e_2$, dann $(e_1, e_2) \in R$ oder $(e_2, e_1) \in R$
fundiert,	falls es keine unendliche Folge $(e_i)_{i \in \mathbb{N}}$ gibt mit $e_i \in E$ für alle $i \in \mathbb{N}$ und $(e_i, e_{i+1}) \in R$ für alle $i \in \mathbb{N}$

Einschub: R azyklisch, falls es keine endliche Folge $(e_1, ..., e_n)$ gibt mit $(e_1, e_2) \in R, (e_2, e_3) \in R, ..., (e_{n-1}, e_n) \in R, (e_n, e_1) \in R$. Falls R irreflexiv und transitiv ist, dann ist R auch azyklisch.
Für einen nicht-leere Geschichte E sei min E definiert als das kleinste Element von E bezüglich $\rightarrow$, d.h. dasjenige $e \in E$ für das gilt:

$$\forall f \in E \setminus e : e \rightarrow f$$

Tipp: Relation als Graph vorstellen mit Wegen.

- Es existiert kein Weg der Länge 1 zu sich selber.
- Wenn es einen Weg von 1 zu 2 und 2 zu 3 gibt, dann existiert eine Abkürzung von 1 zu 3.
- Es gibt immer Weg von jedem zu jedem Knoten.
- Es existiert kein unendlicher Weg.

Implizite Definition Definition durch eine charakterisierende Eigenschaft.

Wohldefiniertheit der implizierten Definition Es gibt genau ein Objekt, dass die charakterisierende Eigenschaft erfüllt. (Beispiel: „Wurzel von x ist das, was quadriert x ergibt“ ist nicht eindeutig (gar keine Lösung bzw. mehrere))

Wohldefiniertheit von min E gilt, weil R total und E (mindestens) ein kleinstes Element hat ($\mathbb{Z}$ sind z.B. total auf $<$, haben aber kein kleinstes Element).
Das i-te Element aus E (E^i) ist dann für $i \in \mathbb{N}, i \leq |E|$:

$$E^i := \begin{cases} \min\ E & \text{falls } i = 1 \\ (E \setminus \min\ E)^{i-1} & \text{sonst} \end{cases}$$

Auch hier ist Wohldefiniertheit zu zeigen.
Projektion auf eine Menge B von Aktionen („Sicht“):

$$\pi_B(E) := e \in E | aktion(e) \in B$$

Zustand zum Zeitpunkt $t \in R$:

$$z_t(E) := e \in E | zeit(e) \leq t$$

$\rightarrow$ für Zeiträume: Ende von Zeitraum A kommt vor Anfang von Zeitraum B: A $\rightarrow$ B. Es gilt: Für Zeiträume ist $\rightarrow$ *nicht* total! $A \rightarrow B \vee B \rightarrow A \Leftrightarrow A$ und B überlappen nicht (Wenn sich A und B überlappen gilt weder $A \rightarrow B$ noch $B \rightarrow A$).

Prozessalphabet Menge der Aktionen, die der Thread p „sieht“

Gemeinsame Aktionen von p_1 und p_2 $\alpha(p_1) \cap \alpha(p_2)$

Einigkeit (engl. match) Ereignisse mit gemeinsamen Aktionen finden gemeinsam statt:

- (1) $\pi_{\alpha(p_1) \cap \alpha(p_2)}(E_1 \cup E_2 = E_1 \cap E_2$ Gleichwertig zu (1) sind:
- (2) $\pi_{\alpha(p_1) \cap \alpha(p_2)}(E_1 \oplus E_2 = \emptyset$ // symmetrische Differenz: Vereinigung ohne Schnitt
- (3) $\pi_{\alpha(p_1)} = \pi_{\alpha(p_2)}$

E_i **Ereignis von Thread i** Es gilt: $\forall e \in E_i$: aktion$(e) \in \alpha(p_i)$

Faire Mischung $E_1 \cup E_2$

Gemeinsame Ereignisse $\pi_{\alpha(p_i)}(E_1 \cap E_2) = E_i, fri \in 1, 2$, falls sich p_1 und p_2 einig sind. Es gilt: $E_1 \cup E_2$.

2.2 Serielle Abläufe

Wenn man nicht an den Zeitpunkten der Ereignisse interessiert ist, sondern nur an ihrer Lage zueinander, kann man statt einer Ereignismenge auch eine Aktionenfolge als Beschreibungsmittel für einen Ablauf nehmen.
Beispiele: Sei $A = \{a, b\}$. Endliche Folge (a, b, a) kann auch dargestellt werden als Funktion $f : 1, 2, 3 \rightarrow A$ mit $f(x) = \begin{cases} a & \text{falls } x = 1 \vee x = 3 \\ b & \text{sonst} \end{cases}$
Wertetabelle von f:

x	1	2	3
$f(x)$	a	b	c

Unendliche Folge $(a, b, b, a, b, b, ...)$ als Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow A$ mit $f(x) = \begin{cases} a & \text{falls } x \mod 3 = 1 \\ b & \text{sonst} \end{cases}$

A^k k-Tupel von Elementen aus A und
$i \in \mathbb{N} | i \leq k \rightarrow A$ Folgen der Länge k werden miteinander identifiziert.

2.3 Faire Mischung

2.4 Sicherheits- und Liveness-Eigenschaften

2.5 Modellierung

3 Synchronisation

3.1 Signale

3.2 Beispiel: Erzeuger/Verbraucher (1)

3.3 Semaphore

3.4 Beispiel: Erzeuger/Verbraucher (2)

3.5 Bedingte kritische Bereiche

3.6 Beispiel: Erzeuger/Verbraucher (3)

3.7 Wiederbetretbare Sperren

3.8 Leser/Schreiber-Problem

4 Implementierung

4.1 Atomare Befehle

4.2 Konsenszahlen

n-Konsens mit *compareAndSet* und *get*:
(Einfaches Konsensproblem: Jeder schlägt sich selber vor)
init(c):
Setze c = -1.

entscheide(c, i, a): (mit i: Thread-ID des Aufrufers)
boolean b;
compareAndSet(c, -1, i, b);
Falls b gilt, dann:
a := i;
Sonst
a := get(c); (kann auch ohne Fallunterscheidung angewandt werden, da für b true gilt i == get(c))

Read/Modify/Write-Operation:

rmw(c, b, f): (mit c ist gemeinsame Variable mit Wert vom Typ T, b ist Ergebnisvariable mit Wert von Typ T und f ist Modifikationsfunktion f: T $\rightarrow$ T).
b := c;
c := f(c);

Es gilt:
getAndSet(c, b, v) = rmw(c, b, λx . v)
getAndInc(c, b) = rmw(c, b, λx . x + 1)

Schar F von Funktionen von T nach T heißt *Common2*, falls:

$$f(g(x)) = f(x) \text{ (f absorbiert g) oder} \tag{4.1}$$
$$g(f(x)) = g(x) \text{ oder} \tag{4.2}$$
$$f(g(x) = g(f(x)) \tag{4.3}$$

für alle $f, g \in F, x \in T$ (trivial für f = g).

F heißt *nicht-trivial*, falls $F \neq \{id\}$ mit F ist nichtleer, d.h. $F \backslash \{id\} \neq \emptyset$.

Beispiel: $F = \{\lambda x \ . \ x + 1, \lambda x \ . \ x - 1\} = \{s, p\}$.
Es gilt: $s(p(x) = x = p(s(x))$ für alle $x \in \mathbb{Z}$. Also ist F Common2. Damit Konsenszahl ≤ 2. Da F nicht-trivial, ist Konsenszahl = 2.

4.3 Zwischenspeicher

Zwischenspeicher (ZSP, engl. cache) schneller, kleiner Speicher auf dem Prozessorchip.

Bemerkung: Herkunft des Begriffs „cache“: Versteck der Beute eines Einbrechers.

Verwendung:
Nachdem der Prozessor das erste Mal auf eine gewisse Arbeitsspeicherzelle lesend zugegriffen hat, speichert er den Wert in seinem ZSP. Wenn er das nächste Mal lesend auf dieselbe Adresse zugreifen will, findet er das Ergebnis in seinem ZSP („Treffer“, engl. match). Er braucht dazu nicht auf den BUS zuzugreifen.
Um schreibend auf eine Arbeitsspeicherzelle zuzugreifen, speichert der Prozessor das Wort zunächst in seinen ZSP. Nur wenn ein anderer Prozessor auf dieselbe Speicherzelle lesend zugreifen will, muss das Wort in den Arbeitsspeicher geschrieben werden.

Vorteil des ZSP:

Weniger Zugriffe auf den Arbeitsspeicher nötig, damit schneller und der BUS ist weniger belastet.
Der ZSP lohnt sich, wenn im Programm häufig dicht hintereinander Zugriffe auf dieselbe Adresse vorkommen („Lokalität“).
Um den Verwaltungsaufwand gering zu halten, ist der ZSP in sogenannte *Speicherzeilen* (engl. cache lines) organisiert. Sobald der ZSP voll ist, wird es nötig, manche Zeilen auszuwerfen (engl. to evict) um Platz zu schaffen.

Kohärenz Jeder Lesezugriff auf den ZSP liefert den zuletzt geschriebenen Wert.

Kohärenz bedeutet praktisch, dass sich durch die Einführung des ZSP nichts am Verhalten des Systems ändert.
Um Kohärenz zu erreichen, verwendet man ein Kohärenz-Protokoll, z.B. das MESI-Protokoll.

MESI-Protkoll:

Jede Speicherzeile hat einen Modus:

Modified Zeile wurde verändert. Kein anderer Prozessor hat diese Zeile in seinem ZSP.

Exclusive Zeile ist unverändert. Kein anderer Prozessor hat diese Zeile in seinem ZSP.

Shared Zeile ist unverändert. Andere Prozessoren können diese Zeile in ihrem ZSP haben.

Invalid Zeile enthält eine verwertbaren Daten.

Beispiel-Ablauf:
A, B, C seien Prozessoren, M sei ein Arbeitsspeicherblock.

A liest Adresse von a.

B liest von Adresse a;
A antwortet

B schreibt auf Adresse a und informiert alle darüber.

A liest von Adresse a;
das führt zu einer Anfrage an alle.
B sendet die veränderten Daten an A und an M.

False Sharing gemeinsame Speicherzelle, obwohl sich die Daten darin nicht überlappen

Im ZSP von B:

False Sharing führt unnötig häufig zu Modus I.

Daten, die nebeneinander verwendet werden, sollten in verschiedenen Speicherzeilen liegen.

Verhalten mit getAndSet:
getAndSet(c, b, true)
Dabei ausgeführte Aktionen:

1. c lesen
2. b schreiben
3. c schreiben

Zustand vorher

A führt (1) aus, Wert von c in ZSP von A ist bereits aktuell; keine Änderung.

A führt (2) aus

A führt (3) aus

B führt (1) aus

B führt (2) aus

B führt (3) aus, Keine Änderung, denn der Wert in c verändert sich nicht dabei.

Alle getAndSet-Aufrufe der Warteschleife können ohne BUS-Zugriff abgearbeitet werden.

4.4 Bäckerei-Algorithmus

Bäckerei-Algorithmus (engl bakery algorithm) von Leslie Lamport 1974 publiziert; Implementierung von Sperren mit atomaren Registern.

Analogie: Jeder, der (in Amerika) eine Bäckerei betritt, zieht zuerst eine laufende Nummer. Der Kunde mit der niedrigsten Nummer wird als nächste bedient.

Pseudocode mit einer Sperre:

```
Typ Thread ID = {0, ..., n - 1}; // n Threads
volatile flag: boolean[ThreadID]; // initialisiert mit false
volatile label: long[ThreadID]; // initialisiert mit 0
Prozedur belegen():
    int i := Nummer des aufrufenden Threads;
    flag[i] := true;
    label[i] := max(label[0], ..., label[n - 1]) + 1;
    Warte solange  ∃k ≠ i : flag[k] ∧ (label[k], k) <lex (label[i], i)
Prozedur freigeben():
    flag[Nummer des aufrufenden Threads] := false;
```

Behauptung: Der Bäckerei-Algorithmus hat die Fortschritt-Eigenschaft.
Beweis: Der Thread i mit dem kleinsten Paar (label[i], i) wartet nicht. Es gibt so ein i, denn $<_{\text{lex}}$ ist eine Wohlordnung. Damit hat jede nicht-leere Menge ein kleinstes Element.

Behauptung: Der Bäckerei-Algorithmus ist FCFS (First Come First Serve).

Beweis: Falls Thread i den Torweg verlässt, bevor Thread j ihn betritt, dann gilt:

$$
\begin{aligned}
& w_i\,(label[i], v) \rightarrow \\
& r_j\,(label[i], v) \rightarrow \\
& w_j\,\big(label[j], v'\big) \text{ mit } v < v' \\
& r_j\,(flag[i], true)
\end{aligned}
$$

Dabei bedeutet $w_i\,(label[i], v)$: Schreibzugriff von Thread i auf die Variable $label[i]$; der geschriebene Wert ist v.
Es gilt $flag[i] \wedge (flat[i], i) <_{\text{lex}} (label[j], j)$.
Aus Fortschritt und FCFS folgt Fairness.

Behauptung: Der Bäckerei-Algorithmus erfüllt gegenseitigen Ausschluss.
Beweis: Durch Widerspruch (grundsätzliche Methode: Man behauptet, zwei Threads seien simulatan im kritischen Bereich. Herbeiführung von Widerspruch). Angenommen Threads i und j sind nebeneinander im kritischen Bereich. O.B.d.A. gilt: $(label[i], i) <_{\text{lex}} (label[j], j)$. Sobald Thread j die Warteschleife verlassen hat, gilt:

$$flag[i] = false \quad (1)$$

oder

$$(label[j], j) <_{\text{lex}} (label[i], i) \quad (2)$$

Die Werte von i und j sind fest. Der Wert von label[j] ändert sich nicht mehr bis zum Betreten des kritischen Bereichs. Der Wert von label[i] kann höchstens größer werden.
Wenn also (2) beim Verlassen der Warteschleife gilt, dann auch im kritischen Bereich. Widerspruch!
Also gilt (1). Deswegen

$$
\begin{aligned}
& r_j\,(\text{label}[i], \_) \rightarrow \ (\_\text{: gelesener Wert ist irrelevant}) \\
& w_j\,(\text{label}[j], v) \rightarrow \\
& r_j\,(\text{flag}[i], false) \rightarrow \\
& w_i\,(\text{flag}[i], true) \rightarrow \\
& r_i\,(\text{label}[j], v) \rightarrow \\
& w_i\,\big(\text{label}[i], v'\big)
\end{aligned}
$$

mit $v < v'$, also label[j] < label[i]. Widerspruch!

Nachteil: Falls nur atomare Lese- und Schreib-Operationen zur Verfügung stehen („atomare Register“), sind für n Threads Lese- und Schreibzugriffe auf mindestens n Speicherzellen notwendig (Burns/Lynch 1993).
Grund: Jeder Thread benötigt eine Speicherzelle, auf die nur er schreibt. Sonst kann ein anderer Thread das überschreiben, was ein anderer geschrieben hat.
Es muss mindestens n + 1 unterscheidbare Zustände geben:

1. kein Thread befindet sich im kritischen Bereich
2. Thread i befindet sich im kritischen Bereich

5 Feinkörnige Nebenläufigkeit

Problem: Bei einem hohen Grad an Nebenläufigkeit wird der Zugriff auf das gemeinsame Objekt zum Flaschenhals. Die Threads können nur nacheinander zugreifen.
Abhilfe: 4 Techniken.

1. **Feinkörnige Synchronisation:** Statt das Objekt zu sperren, werden nur die betroffenen Komponenten gesperrt. Nur wenn zwei Threads auf dieselbe Komponente zugreifen wollen, muss einer warten.

2. **Optimistische Synchronisation:** Während der Suche nach einer bestimmten Komponente des Objekts werden keine Sperren erworben. Sobald die Komponente gefunden wurde, diese Komponente sperren und überprüfen, ob sich der Kontext inzwischen verändert hat.

3. **Faule Synchronisation:** Löschen einer Komponente wird in zwei Phasen durchgeführt:
   a) Als gelöscht markieren, z.B. durch Setzen eines gewissen Bits („logisches Löschen“).
   b) Aus der Datenstruktur aushängen („physikalisches Löschen“).

4. **Nicht-blockierende Synchronisation:** Statt Sperren werden atomare Operationen verwendet.

5.1 Beispiel: Mengen implementiert durch verkettete Listen

Mengen-Schnittstelle:

```
Typ Set<T>
Methoden
    add(T x) // x zu Menge this hinzufuegen
    remove(T x) // x aus Menge this entfernen
    containes(T x) // Wahrheitswert von "this enthaelt x"
```

Implementierung von Mengen durch verkettete Listen mit Wächtern, sortiert nach Streuwert.

Listenelement (Typ Node<T>) habe folgende Attribute:

T item das Element der Menge

int key der Streuwert des Elements

Node<T> next Zeiger auf das nächste Element

Wächter (engl. Sentinel) „künstliches“ Listenelement, das Anfang oder Ende der Liste markiert.

Beispiel:

Die Streuwerte sind sortiert: $-\infty \leq 1 \leq 25 \leq +\infty$.

Klasse List<T> mit Attribut head vom Typ Node<T>.
Invariante: Wächter werden weder hinzugefügt noch gelöscht. Die Listenelemente sind nach Streuwert sortiert.

5.2 Implementierung mit Feinkörniger Synchronisation

In Java:

```
class List<T> {
    ...
    public boolean add(T x) {
        int k = x.hashCode(); // Streuwert
        Node<T> pred, curr;
        try {
            pred = this.head;
            curr = pred.next;
            pred.lock(); // Assume implementation
            curr.lock();
            while (curr.key < k) {
                pred.unlock();
                pred = curr;
                curr = pred.next;
                curr.lock();
            }
            if (curr.key != k) {
                Node<T> node = new Node<>(x);
                node.next = curr;
                pred.next = node;
            }
        } finally {
            curr.unlock();
            pred.unlock();
        }
    }
```

}

Methoden remove und contains ähnlich.

Eine Sperre genügt nicht.
Beispiel dazu:

Thread 1 will b löschen:

- Sperre in a erwerben; a.next auf c setzen

Thread 2 will c löschen:

- Sperre in b erwerben; b.next auf d setzen

Wirkung: Nur b wird gelöscht!

Um b zu löschen, muss die Sperre in a und in b erworben werden, und entsprechend um c zu löschen, muss die Sperre in b und in c erworben werden. ⇒ Konflikt!

5.3 Implementierung mit optimistischer Synchronisation

In Java:

```
class OptList<T> {
    ...
    public boolean add(T x) {
        int k = x.hashCode();
        Node<T> pred, curr;
        boolean done = false;
        while (!done) {
            pred = this.head;
            curr = pred.next;
            while (curr.key < k) {
                pred = curr;
                curr = pred.next;
            }
            try {
                pred.lock();
                curr.lock();
                if (this.validate(pred, curr)) {
                    if (curr.key != k) {
                        Node<T> node = new Node<>(x);
                        node.next = curr;
                        pred.next = node;
                    }
```

```
                    done = true;
                }
            } finally {
                curr.unlock();
                pred.unlock();
            }
        }
    }

    private boolean validate(Node<T> pred, Node<T> curr) {
        Node<T> node = this.head;
        while (node.key < pred.key) {
            node = node.next;
        }
        return node == pred && curr = node.next;
    }
}
```

Diskussion: Optimistisches Synchronisation lohnt sich, wenn zweimaliges Durchlaufen der Liste billiger ist als einmaliges Durchlaufen mit Setzen von Sperren. Belegen und Freigeben sind aufwendig.

5.4 Beispiel: Mengen, faul

6 Transactional Memory

6.1 Probleme mit Sperren

6.2 Transaktionen

6.3 Software Transactional Memory (STM)

6.3.1 Transaktionsstatus

6.3.2 Transactional Thread

6.3.3 Zwei Implementierungen

Literaturverzeichnis

[1] Maurice Herlihy, Nir-Shavit: „The Art of Multiprocessor Programming“, Morgan Kaufmann, 2008.

[2] Kalvin Lin, Larry Snyder: „Principles of Parallel Programming“, Addison Wesley.

[3] Greg Andrews: „Concurrent Programming“, Addison Wesley, 1991.

[4] Brian Goetz, u.a.: „Java Concurrency in Practice“, Addison Wesley.