LLA, ECEF, ENU 坐标系的转换

1，LLA， 地理坐标，经度， 维度， 高度。
2，ECEF， 地球坐标系（地心地固坐标系）， 用$o_e x_e y_e z_e$表示，$o_e x_e$和$o_e y_e$轴在地球赤道平面内，其中$o_e x_e$指向本初子午线，$o_e z_e$为地球自转轴，并指向北极。
3，ENU，常被称为导航坐标系，常用$o_n x_n y_n z_n$表示，$o_n x_n$轴指向地理东方向， $o_n y_n$指向地理北方向， $o_n z_n$指向重力反方向。

1. LLA->ECEF

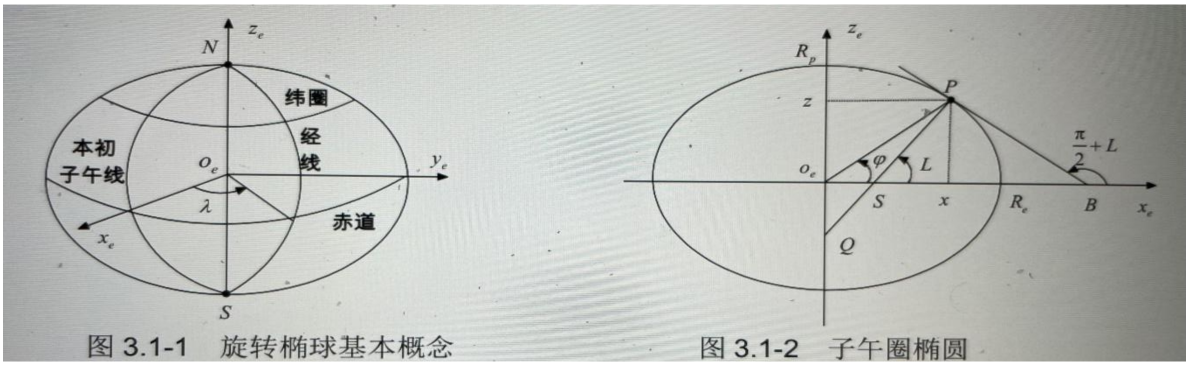


图 3.1-1 旋转椭球基本概念　　图 3.1-2 子午圈椭圆

λ为地理经度，φ为地心纬度，L 为地理纬度

图二的子午椭圆方程 $\frac{x^2}{{R_e}^2}+\frac{z^2}{{R_p}^2}=1$　　（1）

椭圆偏心率 $e=\frac{\sqrt{{R_e}^2+{R_p}^2}}{R_p}$　　(2)　-> $R_p = R_e\sqrt{1-e^2}$ (3)

对（1）进行对 x 的求导，并把（3）代入可得

$\frac{dz}{dx}=-（1-e^2）\frac{x}{z}$　　（4）

$\frac{dz}{dx}$ 表示椭圆在 P 的切线 PB 的斜率， PB 与法线 PQ 之间是垂直的，且 PQ 的斜率为 tanL，代入（4）可得

$z = x(1-e^2)\tan L$　（5）

将（3）和 （5）代入椭圆方程，可得椭圆带参数 L 的方程

$$x = \frac{R_e}{\sqrt{1-e^2\sin^2 L}}\cos L \quad (6)$$

$$z = \frac{R_e(1-e^2)}{\sqrt{1-e^2\sin^2 L}}\sin L \quad (6)$$

设 PQ 的长度为R_N，则有 $x = R_N\sin\angle SQo_e = R_N\cos L$；

所以有 $R_N = \frac{R_e}{\sqrt{1-e^2\sin^2 L}}$ (7)

则（6）可以简写为 $x = R_N cosL, z = R_N(1-e^2)sinL$ (8),

由于（8）是本初子午圈椭圆平面的，扩展到整个地球椭圆球体可得

$$x = R_N cosLcos\lambda,$$
$$y = R_N cosLsin\lambda$$
$$z = R_N(1-e^2)sinL$$

当点不在地球球体表面的时候

$$x = (R_N + h)cosLcos\lambda,$$
$$y = (R_N + h)cosLsin\lambda$$

$z = (R_N(1-e^2) + h)sinL$ (9)

λ为地理经度，L 为地理纬度，h 为海平面高度，即为地理坐标

x，y，z 为地心坐标系

2. ECEF->LLA

由公式九的第二式除以第一式

$$\frac{y}{x} = \frac{sin\lambda}{cos\lambda}$$
$$\lambda = \mathrm{atan2}(y, x)$$

可得经度λ

由公式九的第一式和第二式平方相加可得

$(R_N + h)cosL = \sqrt{x^2 + y^2}$ (10)

由公式九的第三式可得

$(R_N + h)\sin L = z + R_N e^2 sinL$(11)

当不在南北两极极点的时候式 11 除以式 10 可得

Type equation here.

$\tan L\ = \frac{z+R_N e^2 \sin L}{\sqrt{x^2+y^2}}(12)$

将式 7 改写成$R_N = \frac{R_e}{\cos L\sqrt{1+(1-e^2)\tan^2 L}}$代入 12

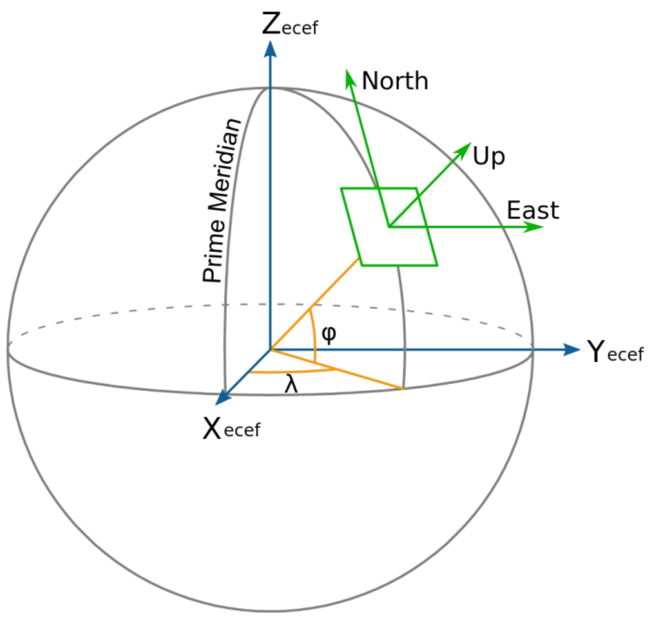
可得

$$\tan L = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}[z + \frac{R_e e^2 \tan L}{\sqrt{1+(1-e^2)\tan^2 L}}]$$

即为 tanL 的迭代公式，初值为 0，由捷联惯导算法和组合导航中的实验可知，迭代 5~6 次可得结果，反解的纬度 L

高度由式 10 或式 11 可解得

3. ECEF<->ENU



取一点为参考点 P，其经纬度坐标为λ，L，h，对应的地心坐标为 X，Y，Z

所以当 ECEF 到 ENU 坐标转换的时候，先平移再旋转，平移的矩阵为

$$T = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & -X \\ 0 & 1 & 0 & -Y \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

当 ENU 坐标到 ECEF 的时候先旋转再平移，平移的矩阵为

$$T = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & X \\ 0 & 1 & 0 & Y \\ 0 & 0 & 1 & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

当从 ENU 转换到 ECEF 时，需要先旋转再平移，旋转是先绕 X 轴旋转（pi/2 - L），再绕 Z 轴旋转(pi/2 +λ)

当从 ECEF 转换到 ENU 时，需要先平移再旋转，旋转是先绕 Z 轴旋转-(pi/2 +λ)，再绕 X 轴旋转 -（pi/2 - L）

从 ENU 转换到 ECEF 的旋转矩阵为：

$$R= \begin{matrix} -sin\lambda & -sinLcos\lambda & cosLcos\lambda & 0 \\ cos\lambda & -sinLsin\lambda & cosLsin\lambda & 0 \\ 0 & cosL & sinL & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

从 ECEF 转换到 ENU 的旋转矩阵为：

$$R= \begin{matrix} -sin\lambda & cos\lambda & 0 & 0 \\ -sinLcos\lambda & -sinLsin\lambda & cosL & 0 \\ cosLcos\lambda & cosLsin\lambda & sinL & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Type equation here.