

Rzeszów, 20.10.2021

PODSTAWY MODELOWANIA MATEMATYCZNEGO W  
INŻYNIERII

PRACA LABORATORYJNA NR 1

”Stosowanie układów równań liniowych algebraicznych w  
modelowaniu matematycznym”

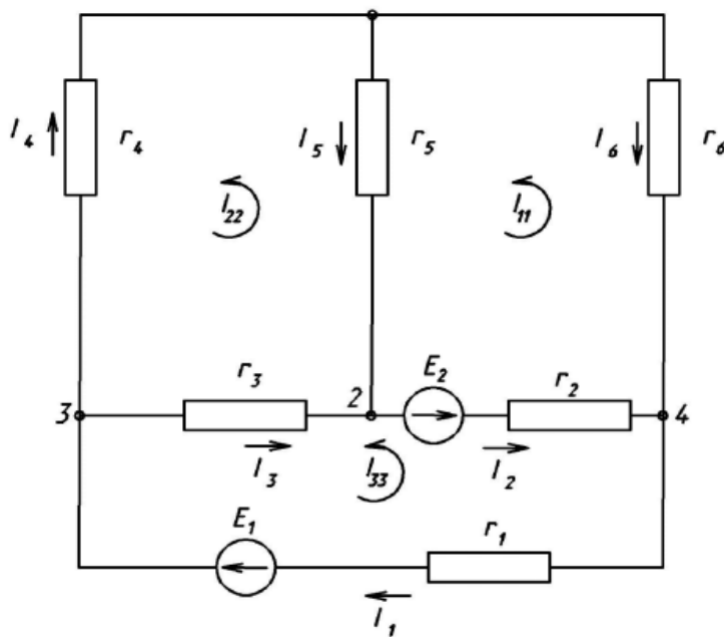
Piotr Krawiec L1  
Semestr: 2021/2022  
Kierunek: III/FS0-DI  
Numer indeksu: 164165  
Prowadzący: Bohdan Datsko

# 1 Treść zadania

Wyznaczyć prądy gałęziowe dla obwodu elektrycznego zadanego przez prowadzącego zajęcia i ocenić skuteczność obliczeń i użytych metod numerycznych.

1. Zapisać układ równań Kirchhoffa dla otrzymanego zadania.
2. Wyznaczyć prądy gałęziowe dla obwodu elektrycznego w pakiecie oprogramowania Scilab.
3. Obliczyć normy dla macierzy współczynników zapisanego układu równań  $\|A\|_1$ ,  $\|A\|_2$ ,  $\|A\|_\infty$  i wskaźniki uwarunkowania  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_\infty$ . Porównać wyniki.
4. Zamienić niektóre parametry wejściowe ( $R_i$ ,  $E_i$ ) w granicach 10 procentów.
5. Wyznaczyć prądy gałęziowe dla obwodu elektrycznego dla zmienionych parametrów.
6. Obliczyć wskaźniki uwarunkowania zmienionej macierzy.
7. Porównać wyniki i sformułować krótkie podsumowanie o skuteczności obliczeń i użytych metod numerycznych.

## 1.1 Badany układ



Rysunek 1: Schemat nr 3.

Nr\Parametry	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	E_1	E_2
13	5	4	24	40	12	18	140	220

Tabela 1: Parametry modelowanego układu

## 2 Rozwiązanie

Rozwiązanie zacznę od zapisania układów równań, a następnie dalsza część zostanie wykonana w programie SciLab.

### 2.1 Zapisanie układu równań

Układ został zbudowany na podstawie Pierwszego oraz Drugiego prawa Kirchhoffa. Na podstawie pierwszego prawa zapisać można  $w - 1$  równań, gdzie  $w$  to ilość węzłów. Równania te oznaczono  $w_1, w_2, w_3$  i dotyczą prądów wpływających i wypływających do węzłów 1, 2 i 3 (patrz Rys 1), które różnią się od poprzednich o co najmniej jedną gałąź. Z drugiego prawa otrzymujemy  $g - w + 1$  równań, gdzie  $g$  to ilość oczek w układzie (patrz Rys 1). Równania te oznaczone są  $i_{11}, i_{22}, i_{33}$ . Gotowy układ równań znajduje się poniżej.

$$\left\{ \begin{array}{ll} I_4 - I_5 - I_6 = 0 & (w_1) \\ I_3 - I_2 + I_5 = 0 & (w_2) \\ I_1 - I_3 - I_4 = 0 & (w_3) \\ E_2 - R_5 I_5 - R_2 I_2 + R_6 I_6 = 0 & (i_{11}) \\ R_4 I_4 - R_3 I_3 + R_5 I_5 = 0 & (i_{22}) \\ R_3 I_3 - E_1 + R_1 I_1 + R_2 I_2 - E_2 = 0 & (i_{33}) \end{array} \right. \quad (1)$$

Podstawiając dane z tabeli 1 i przekształceniu go do postaci macierzowej otrzymujemy:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 & -12 & 18 \\ 0 & 0 & -24 & 40 & 12 & 0 \\ 5 & 4 & 24 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 220 \\ 0 \\ -140 \end{bmatrix} = 0 \quad (2)$$

### 2.2 Skrypt w Scilab

```
// Schemat nr 13
// Definicje parametrów początkowych
E_1 = 140
E_2 = 220

R_1 = 5
R_2 = 4
R_3 = 24
R_4 = 40
R_5 = 12
R_6 = 18

// Definicja układu równań
A = [
[0 ,0 ,0 ,1 , -1 , -1 ];
[0 , -1 , 1 , 0 , 1 , 0 ];
[1 , 0 , -1 , -1 , 0 , 0 ];
```

```

[0 , -R_2 , 0 , 0 , -R_5 , R_6];
[0 , 0 , -R_3 , R_4 , R_5 , 0 ];
[R_1, R_2 , R_3 , 0 , 0 , 0 ];
]
b = [0;0;0;E_2;0;-E_1]

// Rozwiązanie układu w postaci Ax + b = 0
solution = linsolve(A, b)

// Obliczenie norm: 1, 2, inf
norm1 = norm(A,1)
norm2 = norm(A,2)
norm_inf = norm(A, 'inf')

// Obliczenie wskaźników uwarunkowania
a1 = norm(A, 1) * norm(inv(A), 1)
a2 = norm(A, 2) * norm(inv(A), 2)
a_inf = norm(A, 'inf') * norm(inv(A), 'inf')

// Zmiana parametrów +- 10 %
// Ponowne obliczenie macierzy, prądów i norm
R_1 = 5.4
R_2 = 4.3
R_3 = 24.6
R_4 = 40
R_5 = 13
R_6 = 17

A = [
[0 , 0 , 0 , 1 , -1 , -1 ];
[0 , -1 , 1 , 0 , 1 , 0 ];
[1 , 0 , -1 , -1 , 0 , 0 ];
[0 , -R_2 , 0 , 0 , -R_5 , R_6];
[0 , 0 , -R_3 , R_4 , R_5 , 0 ];
[R_1, R_2 , R_3 , 0 , 0 , 0 ];
]

solution = linsolve(A, b)

norm1 = norm(A,1)
norm2 = norm(A,2)
norm_inf = norm(A, 'inf')

a1 = norm(A, 1) * norm(inv(A), 1)
a2 = norm(A, 2) * norm(inv(A), 2)
a_inf = norm(A, 'inf') * norm(inv(A), 'inf')

```

### 3 Wyniki obliczeń

#### 3.1 Wyniki dla danych z Tabeli 1

```
E_1 = 140.
E_2 = 220.
R_1 = 5.
R_2 = 4.
R_3 = 24.
R_4 = 40.
R_5 = 12.
R_6 = 18.
A =
  0.    0.    0.    1.   - 1.   - 1.
  0.  - 1.    1.    0.    1.    0.
  1.    0.  - 1.   - 1.    0.    0.
  0.  - 4.    0.    0.   - 12.   18.
  0.    0.  - 24.   40.   12.    0.
  5.    4.   24.    0.    0.    0.
b =
  0.
  0.
  0.
  220.
  0.
  - 140.
solution =
  3.6812038
  9.6405183
  3.4596628
  0.2215410
  6.1808555
  - 5.9593145
norm1 = 50.
norm2 = 50.057196
norm_inf = 76.
a1 = 81.851749
a2 = 54.041233
a_inf = 107.99053
```

#### 3.2 Wyniki po zmianach

```
R_1 = 5.4
R_2 = 4.3
R_3 = 24.6
R_4 = 40.
R_5 = 13.
R_6 = 17.
A =
  0.    0.    0.    1.   - 1.   - 1.
```

```

0.   - 1.   1.   0.   1.   0.
1.   0.  - 1.  - 1.   0.   0.
0.  - 4.3   0.   0.  - 13.  17.
0.   0.  - 24.6  40.  13.   0.
5.4   4.3   24.6   0.   0.   0.
solution =
  3.388711
  9.3491813
  3.312987
  0.0757239
  6.0361942
 - 5.9604703
norm1  = 51.2
norm2  = 50.769532
norm_inf = 77.6
a1  = 82.222127
a2  = 54.129481
a_inf = 107.62668

```

## 4 Porównanie wyników obliczeń

	Przed zmianą	Po zmianie			
$I_1$	3.6812038	3.388711			
$I_2$	9.6405183	9.3491813	<b>Parametr</b>	<b>Przed zmianą</b>	<b>Po zmianie</b>
$I_3$	3.4596628	3.312987	R_1		5.4
$I_4$	0.2215410	0.0757239	R_2	4	4.3
$I_5$	6.1808555	6.0361942	R_3	24	24.6
$I_6$	-5.9593145	-5.9604703	R_4	40	40.
norm1	50.	51.2	R_5	13	13.
norm2	50.057196	50.769532	R_6	17	17.
$norm_\infty$	76.	77.6	E_1	140	140
a1	81.851749	82.222127	E_2	220	220
a2	54.041233	54.129481			
$a_\infty$	107.99053	107.62668			

## 5 Podsumowanie

Zmiana parametrów w granicach 10 procent nie zmieniła znacząco żadnego z parametrów (żaden nie zmalał do 0 lub nie zwiększył kilkukrotnie). Znacząco nie zmieniło się także uwarunkowanie żadnego z przykładów ( $\pm 1$ ), natomiast pierwszy układ jest lepiej uwarunkowany (ponieważ jego wskaźniki uwarunkowania są mniejsze). Największa zmiana parametrów nastąpiła dla prądu  $I_4$  z 0.22 do 0.07. Żadna z norm nie jest mniejsza od 1, co nie znaczy, że użyta metoda iteracyjna się nie zbiegła.

Piotr Krawiec