

Projekt Optymalizacja nieliniowa

Cz 1 Optymalizacja jednowymiarowa

Krawiec Piotr

07/11/2021

Zadanie

Dystans Ziemia-Mars zależy od ich pozycji na orbitach i zmienia się w czasie. Zadaniem jest obliczenie najmniejszego dystansu na jaki planety te zbliżą się. Dla ułatwienia orbity obu planet zostaną zamodelowane jako elipsy.

Pozycja planety w dowolnym punkcie czasu

Pozycje planet mogą być modelowane z pomocą liczb zespolonych¹. Oto równanie pozwalające na symulację ruchu planety. Zostanie ono odpowiednio przeskalowane poprzez dostosowanie parametru r . Model zakłada, że początkowy kąt między planetami wynosi 0 rad.

$$planet(t) = r * \exp\left(2 \cdot \pi i r^{\frac{-3}{2}} t\right)$$

- r - półś wielka orbity planety (elipsy)
- AU - jednostka astronomiczna 149 597 870 700 m
- t - czas²

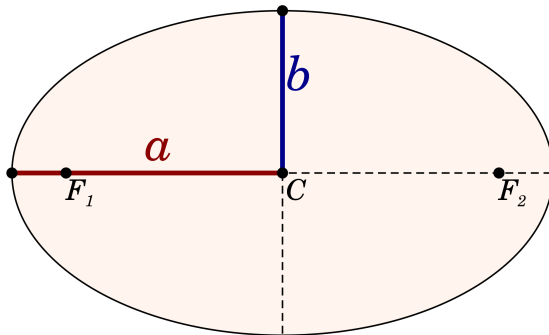
¹<https://www.johndcook.com/blog/2015/10/24/distance-to-mars/>

²jednostka nie ma znaczenia, ponieważ szukamy najmniejszej odległości

Elipsa

Oto model orbity. Dostosowując parametr r (na rys a), możemy modelować dowolną z planet.

- a - półoś wielka elipsy
- b - półoś mała elipsy



Równanie dla ziemi i marsa

Ponieważ pół wielka orbity Ziemi wokół słońca to $1AU$ przyjmujemy parametr $r = 1AU$.

$$earth(t) = \exp(2 \cdot \pi \cdot i \cdot t)$$

Ponieważ pół wielka orbity Marsa wokół słońca to $1.524AU$ przyjmujemy parametr $r = 1.524AU$.

$$mars(t) = 1.524 * \exp\left(2 \cdot \pi \cdot i \cdot (1.524)^{\frac{-3}{2}} \cdot t\right)$$

Równanie dla ziemi i marsa - kod w R

```
r = 1.524 # półoś wielka orbity Marsa w AU

earth <- function(t){ exp(2*pi*1i*t) }

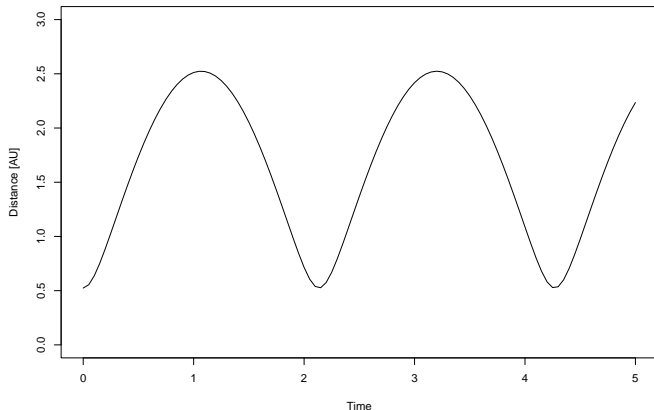
mars <- function(t) { r*exp(2*pi*1i*(r**-1.5*t)) }
```

Odległość między planetami można wyznaczyć jako wartość bezwzględą z różnicy w ich pozycjach w czasie t .

$$f(t) = \text{abs}(mars(t) - earth(t))$$

```
f <- function(x) { abs(mars(x) - earth(x)) }
```

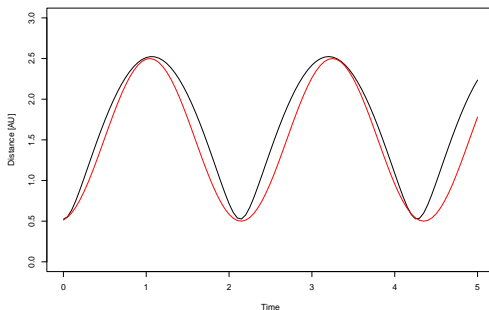
Wykres funkcji odległości planet



Rysunek 1: Wykres funkcji distance(t)

Wykres funkcji odległości planet - porównanie z \sin

Przeskalowana funkcja $\sin(x)$ na czerwono. Funkcja dystansu przypomina funkcję sinus, ale jak widać na wykresie poniżej nie są identyczne.



Rysunek 2: Wykres funkcji $\text{distance}(t)$

