



Duale Hochschule Baden-Württemberg
Mannheim

Studienarbeit T3-3200

Konzeptionierung und Implementierung eines modellprädikativen Regelansatzes für einen autonomen Formula Student Rennwagen

Studiengang Elektrotechnik

Studienrichtung Automation

Verfasser:	Finn Rasmus Schäfer
Matrikelnummer:	9512059
Kurs:	TEL19AT2
Studiengangsleiter:	Walther Berthold
Studienarbeitsbetreuer:	Stefan Becker

Kurzfassung

Innerhalb dieser Arbeit wird ein modell basierter prädiktiver Regelungsalgorithmus für den autonomen Rennsport entwickelt. Der Lösungsalgorithmus wurde innerhalb von Matlab/Simulink umgesetzt. Als Optimierungs- und Validierungsmodell dienen angepasste kinematische und dynamische Einspurmodelle. Die Regelung wird innerhalb einer Simulation erfolgreich validiert.

Abstract

Within this thesis a model based predictive control algorithm for autonomous racing is developed. The solution algorithm was implemented within Matlab/Simulink. Adapted kinematic and dynamic single-track models are used as optimization and validation models. The control algorithm is validated successfully with a simulation.

Eigenständigkeitserklärung

Ich versichere hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Ich versichere zudem, dass die eingereichte elektronische Fassung mit der gedruckten Fassung übereinstimmt.

Mannheim den 04.07.2022

A handwritten signature in black ink, appearing to read "F. Schäfer", with a stylized flourish at the end.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	2
1.2	Problemformulierung und Lösungsansatz	2
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Modell predikative Regelung	3
2.2	Modellbildung für Rennfahrzeuge	4
3	Konzept	6
3.1	Modell	6
3.2	Gütefunktion	7
3.3	Lösungsalgorithmus mit Hilfe eines Solvers	8
3.4	Simulation	9
4	Implementierung	10
4.1	Modell	10
4.1.1	kinematisches Einspurmodell	10
4.1.2	dynamisches Einspurmodell	11
4.2	Lösungsalgorithmus	12
4.3	Simulation	12
5	Validation und Ergebnisse	13
5.1	Simulation	13
5.2	Simulationsrgebnisse	13
6	Zusammenfassung und Ausblick	18

Abkürzungsverzeichnis

AS Autonomous System

CV Combustion Vehicle

CURE Cooperative University Racecar Engineering

DNF Did Not Finish

DNS Did Not Start

EV Electrical Vehicle

EVA Electrical Vehicle Autonomous

FS Formula Student

FSD Formula Student Driverless

FSG Formula Student Germany

LIDAR Light Detection and Ranging

MPC Modellbasierte prädiktive Regelung

Orga Organisation

ROS Robotic Operating System

RRT Rapidly-Expolring-Random-Tree

SLAM Simultaneous Localization and Mapping

TUM Technische Universität München

Abbildungsverzeichnis

1	Visuelle Datstellung des grundlegenden Prinzips der modellbasierten prädik- tiven Regelung	3
2	Blockschaltbilddarstellung des grundlegenden Aufbaus einer Modell prädik- tiven Regelung	4
3	Plot der berechneten Reifenkraft in Abhängigkeit des Schlupfwinkels nach Magic Formula entwickelt durch Pacejka [8]	6
4	Visualisierung der durch Zeitinterpolierung mit dem Geschwindigkeitspro- fil erstellten Referenzpunkte der Trajektorie innerhalb des Prädiktionshor- izont mit $N = 5$ Schritten.	9
5	Blockschaltbild des Konzepts der Simulation für die Validierung der Ergeb- nisse des modellbasierten prädikativen Regelansatzes	10
6	Physikalische Modellierung des kinematischen Einspurmodells. Zu sehen sind alle wirkenden Kräfte und Zustandsgrößen	11
7	Physikalische Modellierungsgrundlage des dynamischen Einspurmodells. Zu sehen alle wirkenden Kräfte und Zustandsgrößen	12
8	Vergleich der durch die Modellierung gegebenen Abweichungen in x-Richtung aus dynamischen und kinematischen Einspurmodell	13
9	Vergleich der durch die Modellierung gegebenen Abweichungen in y-Richtung aus dynamischen und kinematischem Einspurmodell	14
10	Erklärendes Beispiel für die Simulation der modellprädikativen Regelung mit dynamischem Einspurmodell als Regelstrecke	15
11	Simulation der modellprädiktiven Regelung mit einem Prädiktionshori- zont von vier Sekunden	16
12	Simulationsbeispiel für einen Prädiktionshorizont von zwei Sekunden . . .	16
13	Beispielhafte Simulation für einen Prädiktionshorizont von einer Sekunde .	17

1 Einleitung

Die Formula Student Driverless (FSD) ist neben der Indy Autonomous Challenge und dem Robo race die größte autonome Rennsportklasse. In diesem Konstruktions- und Entwicklungswettbewerb wird ein autonomer Rennwagen entwickelt, der in der Lage ist, in unstrukturierten Umgebungen ohne dynamische Objekte an Rennen teilzunehmen. Um diese Herausforderung zu meistern, braucht jedes FSD-Team eine gewisse Struktur. Im Verein Cooperative University Racecar Engineering (CURE) Mannheim e. V. ist der autonome Teil des Rennwagens innerhalb des Subteams Autonomous System (AS) organisiert. Innerhalb des Subteams gibt es folgende thematischen Schwerpunkte:

- Perception
- Mapping
- Planning
- Control

Der Bereich Perception befasst sich hauptsächlich mit der Umgebungswahrnehmung. In der Saison 2022 gibt es dafür neben einer Stereokamera erstmals auch einen LIDAR-Sensor. Dieser verwendet die Reflexion von nicht sichtbarem Licht, um eine Punktwolke der Umgebung zu generieren. Über einen Objekterkennungsalgorithmus und über eine Fusion mit den Kamerabildern kann die Position der streckenbegrenzenden Cones bestimmt werden. Diese Informationen werden im nächsten Schwerpunkt, dem Mapping verarbeitet. Das Mapping ist grundsätzlich für zwei verschiedene Kartenansätze verantwortlich. Zum einen wird eine lokale Karte und zum anderen eine globale Karte erstellt. Die lokale Karte wird solange verwendet, bis eine geschlossene globale Karte vorliegt. Diese wird über einen selbstentwickelten Simultaneous Localization and Mapping (SLAM)-Algorithmus erstellt [1]. Die lokale Karte wird innerhalb des Plannings gefiltert. Dafür wird eine Plausibilisierung der Conepositionen vorgenommen und die nicht plausiblen Cones aus den Übergabedaten an das Motion Planning entfernt. Innerhalb des Motion Planning, welches als Teilbereich des Plannings zu betrachten ist, wird ein krümmungsoptimaler Pfad erstellt. Über die Überlagerung des maximal beschleunigenden und bremsenden Geschwindigkeitsprofil mit der Nebenbedingung, dass im Apex der Kurve eine laterale Geschwindigkeit von $0 \frac{m}{s}$ gegeben ist, ergibt sich ein resultierendes Geschwindigkeitsprofil. Nähere Informationen zu Geschwindigkeitsprofil sowie lokaler und globaler Pfadoptimierung sind [2] und [3] zu entnehmen. Aus der Kombination von Pfad und Geschwindigkeit lässt sich damit eine regelbare Trajektorie erstellen. Diese Trajektorie kann dann wiederum innerhalb des letzten Modul des AS geregelt werden. In der Saison 2021 bestand hier lediglich eine Fahrdynamikregelung, es war demnach nicht möglich, verschiedene Geschwindigkeiten zu fahren. Im Vorlauf der Saison 2022 entstand auch ein Ansatz der klassischen Regelungstechnik, bei dem sowohl die Fahrdynamikregelung verbessert, als auch eine Geschwindigkeitsregelung neu implementiert wurde. Ziel der Saison 2022 und auch dieser Studienarbeit ist dennoch die

Erweiterung des regelungstechnischen Ansatz hin zu einer modellbasierten prädiktiven Regelung (englisch Model Predictive Control (MPC)). Auf die Gründe, das Konzept und die Ergebnisse wird im Verlauf der Arbeit eingegangen.

1.1 Motivation

Da die Formula Student ein kompetitiver Wettbewerb ist, soll möglichst die schnellste Rundenzeit auf einem beliebigen Kurs gefahren werden. Um sich maßgeblich zur letzten Saison zu verbessern, müssen dafür diese Saison zwei große Submodule angegangen werden. Eines davon ist das Submodul Control. Eine möglichst genaue Regelung stellt die Grundlage für das Betreiben des Fahrzeugs an Belastungsgrenzen dar. Um die Regelung massiv zu verbessern, wurde sich daher in der Saisonvorbereitung dazu entschieden, einen Ansatz für eine modellbasierte Regelung zu entwickeln. Diese Form der Regelung stellt in der Literatur vor allem im autonomen Rennsport das Maß aller Dinge dar [4], [5], [6]. Die modellbasierte Regelung stellt durch ihre Genauigkeit einen sehr interessanten Ansatz dar, die Probleme, die sich in der Regel mit steigender Modellgenauigkeit vergrößern, resultieren dabei meist in steigende Berechnungszeiten. Um diese Berechnungszeiten möglichst gering zu halten, ist das Ziel der Arbeit das Erstellen eines Ansatzes mithilfe von Matlab und einem Industrie-Solver, sowie das spätere Umsetzen in das Robotic Operating System (ROS) auf dem Fahrzeug.

1.2 Problemformulierung und Lösungsansatz

Das grundlegende Problem dieser Arbeit stellt vor allem die Modellauswahl dar. Innerhalb der Arbeit müssen verschiedene Modelle verglichen werden und Genauigkeit, so wie Berechnungszeit der Algorithmen abgewogen werden. Grundlage dafür soll eine Matlab/Simulink Simulation darstellen. Das Basismodell für diese Arbeit wird ein Einspurmodell sein, welches in den folgenden Kapiteln weiter vertieft wird. Innerhalb der Arbeit sollen auch die grundlegend wählbaren Parameter des MPC über die Simulation validiert werden. Hauptaugenmerk liegt dabei auf Planungshorizont und Gütefunktion.

2 Theoretische Grundlagen

Innerhalb dieses Kapitels werden die theoretischen Grundlagen dieser Arbeit vermittelt. Dabei wird vor allem das Prinzip der modellbasierten prädiktiven Regelung betrachtet und ebenfalls viel Wert auf die Modellbildung für Rennfahrzeuge gelegt.

2.1 Modell predikative Regelung

Die modellbasierte prädiktive Regelung unterscheidet sich enorm von den klassischen Regelungsansätzen. Eine klassische Regelung reagiert zwar auf Störgrößen und lässt sich durch Rückführung der Ausgangsgröße in der Regel auch relativ genau auf Werte regeln. Der große Nachteil der klassischen Regelung ist jedoch, dass sie immer nur auf Momentanwerte reagiert. Die MPC hingegen betrachtet nicht nur den Momentanwert und versucht diesen möglichst genau auf den Sollwert zu regeln, sondern betrachtet auch die mögliche Abweichung in der Zukunft. Die MPC plant somit über einen gewissen Horizont, in der Literatur als Prediction Horizon (deutsch Prädiktionshorizont) bezeichnet [7]. Innerhalb des Prädiktionshorizonts wird über einen Algorithmus eine Folge von Stellgrößen, die die Sollwertfolge am besten annähert, ermittelt. Beispielhaft wurde dieses Prinzip in Abbildung 1 verdeutlicht.

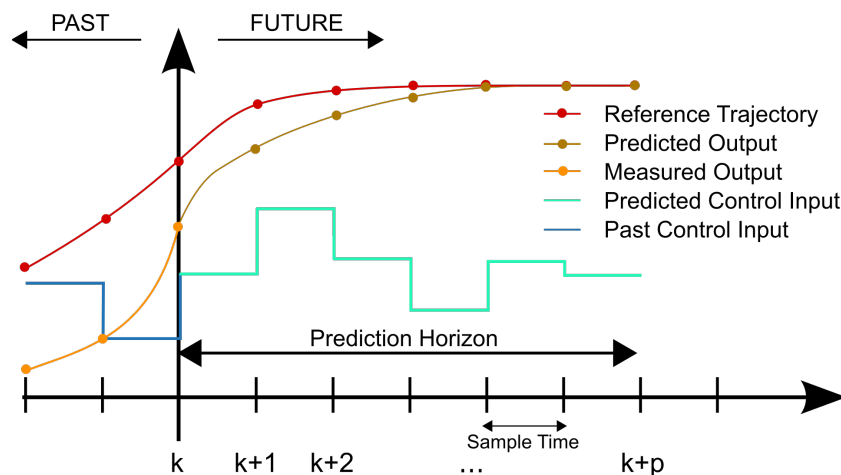


Abbildung 1: Visuelle Datstellung des grundlegenden Prinzips der modellbasierten prädiktiven Regelung. Bildquelle: Martin Behrendt

Das Beispiel stellt ein klassisches Anwendungsbeispiel der MPC dar, das Regeln auf eine Trajektorie (dargestellt in Rot). Auf der x -Achse des Graphen sind die Zeitschritte zu erkennen, wobei der Zeitschritt k den aktuellen darstellt. Alle Zeitschritte, die sich links vom Zeitschritt k befinden, gehören zur Vergangenheit und alles rechts davon zur Zukunft. Wie bereits angesprochen betrachtet die prädiktive Regelung nicht nur den Momentanwert, sondern einen ganzen Zeithorizont. Dieser Zeithorizont, der Prädiktionshorizont, ist rechts vom Zeitschritt k dargestellt. Der Algorithmus bestimmt die optimalen Stellgrößen in jedem Zeitschritt und minimiert damit insgesamt die Abweichung

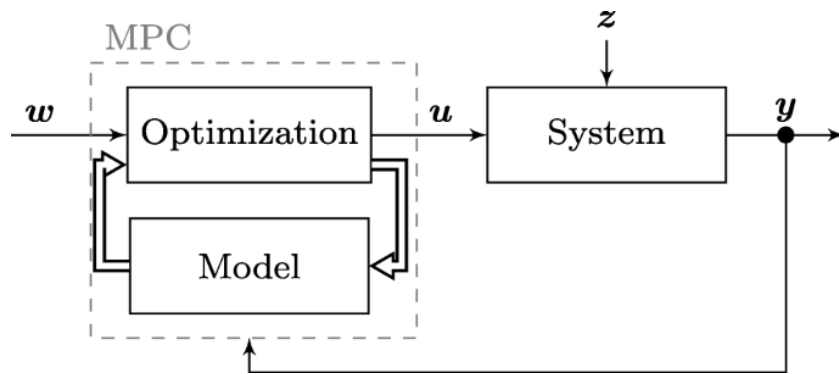


Abbildung 2: Blockschaltbilddarstellung des grundlegenden Aufbaus einer Modell prädiktiven Regelung

zur Trajektorie. Besonders hilfreich wird dieser Ansatz, wenn die Trajektorie komplexer wird. Gerade Trajektorien mit viel Krümmung können durch Betrachtung mit einem gewissen Prädiktionshorizont besser geregelt werden als mit klassischer Regelung. Das hat den Hintergrund, dass die Krümmung indirekt in die prädiktierte Stellgrößenwahl und somit die Gesamtregelung eingeht. Die stetige Optimierung der MPC erfolgt über eine Gütefunktion und eine Stellgrößenbeschränkung. Die Gütefunktion kann dabei alle beeinflussbaren Größen enthalten und diese gewichten. Die Stellgrößenbeschränkung dient als Plausibilisierung für Stellgrößen in einem physikalisch sinnvollen Rahmen. Das Optimierungsproblem wird immer anhand eines möglichst realen Modell der Strecke gelöst. Der prinzipielle Aufbau einer MPC ist dabei in Abbildung 2 zu sehen. Die Ausgangsgrößen des Systems dienen bei der MPC wieder als Eingangsgrößen für das Modell, mit derer dann optimierte Stellgrößen errechnet werden können. Mit steigender Modellkomplexität und folgender Genauigkeit steigt jedoch auch die Berechnungszeit. Gerade deshalb ist bei der MPC die Modellbildung sehr wichtig. Im folgenden Abschnitt werden verschiedene, dafür nutzbare Modelle vorgestellt.

2.2 Modellbildung für Rennfahrzeuge

Um ein Fahrzeug möglichst genau zu modellieren, bieten sich zwei Modelle besonders an. Das genaueste, aber auch komplexeste ist das Zweispurmodell. Eine Alternative dazu ist das Einspurmodell. Beide Modelle können variiert werden, so soll in der Folge vor allem das dynamische Einspurmodell und das kinematische Einspurmodell betrachtet werden. Für das Einspurmodell wird die Komplexität der Fahrzeugkinematik vereinfacht. Das von Riekert und Schunk eingeführte Modell besitzt dabei zwar zwei Achsen, jedoch auch nur noch zwei zentral gelagerte Reifen. Da Fahrzeuge in der Regel eine starre Hinterachse haben und ein agiles Vorderrad für die Vorderradlenkung, ist dies auch Teil der Modellierung. Beim Einspurmodell handelt es sich um ein Zustandsraummodell. Innerhalb des Modells werden sechs Zustände für die Gesamtmodellierung verwendet. Die für das Einspurmodell verwendeten Zustandsgrößen sind:

1. x

2. y
3. Gierwinkel ψ
4. Longitudinale Geschwindigkeit v_x
5. Laterale Geschwindigkeit v_y
6. Drehgeschwindigkeit um das Center of Gravity ω

Für die Berechnung der Reifenkräfte findet die sogenannte magic Formula nach [8] Anwendung. Zur Berechnung werden die Reifengeschwindigkeiten aus den geometrischen Beziehungen des Einspurmodells projiziert und daraus wirkende Kräfte hergeleitet. Grundsätzlich wird unterschieden zwischen lateraler Kraft am Vorderreifen und lateraler Kraft am Hinterreifen. Die allgemeine Berechnungsvorschrift ist in folgenden Formeln dokumentiert und wird im Nachgang weiter erläutert:

$$\begin{aligned} F_{yr} &= D \cdot \sin(C \cdot \arctan(B \cdot \alpha_r - E(B \cdot \alpha_r \arctan(B \cdot \alpha_r)))) \\ F_{yf} &= D \cdot \sin(C \cdot \arctan(B \cdot \alpha_f - E(B \cdot \alpha_f \arctan(B \cdot \alpha_f)))) \end{aligned} \quad (1)$$

Die Größen B, C, D und E leiten sich aus den physikalischen Nennwerten der Daten ab, die sich aus dem Datenblatt des Reifens und seiner Physik bestimmen und nach [9] berechnet werden. Die Größen α_f und α_r stellen den Schlupfwinkel des jeweiligen Reifens dar. Sie ergeben sich aus einer Berechnungsvorschrift, die abhängig von der Division von lateraler und longitudinaler Reifengeschwindigkeit ist:

$$\begin{aligned} \alpha_f &= \arctan\left(\frac{v_{yf}}{v_{xf}}\right) \\ \alpha_r &= \arctan\left(\frac{v_{yr}}{v_{xr}}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

Da sich Reifen im niedrigen Geschwindigkeitsbereich bei kleinem Schlupf in etwa linear verhalten, bei großen Beschleunigungen jedoch in den nicht linearen Bereich übergehen, dient diese Formel nur als Annäherung. Die Modellierung durch (1) gilt dabei in der Literatur jedoch als ausreichend und vollendet die Beschreibung des Gesamtfahrzeugmodells. In der folgenden Abbildung wird die Modellierung eines Reifens mittels magic Formula dargestellt:

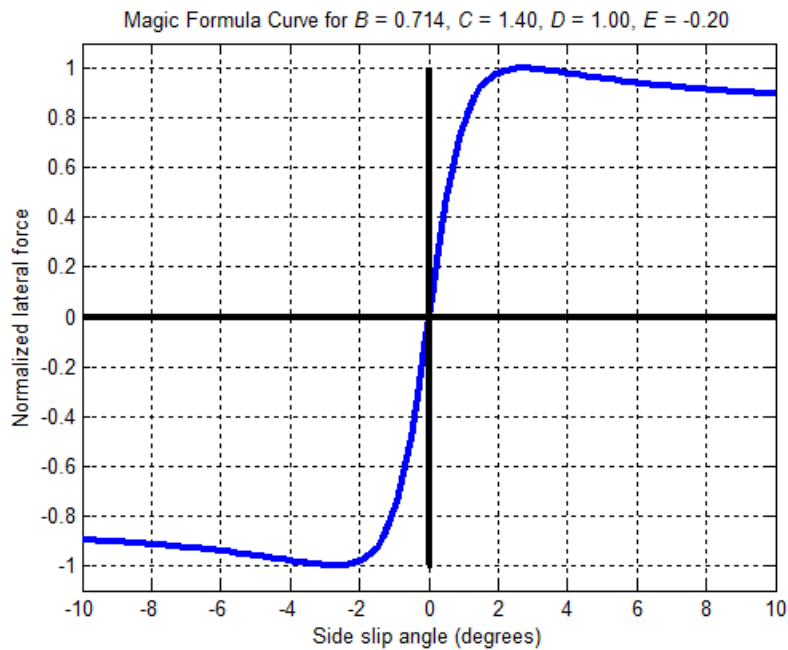


Abbildung 3: Plot der berechneten Reifenkraft in Abhängigkeit des Schlupfwinkels nach Magic Formula entwickelt durch Pacejka [8]

3 Konzept

Die Optimierung, die innerhalb der MPC im Zusammenhang mit dem Modell geschieht, lässt sich noch einmal in Gütefunktion und Lösungsalgorithmus unterteilen. Innerhalb dieses Abschnitts soll der für diese Arbeit entwickelte Ansatz vorgestellt werden. Nach Vorstellung des Modells wird auf die Gütefunktion eingegangen und zum Ende des Kapitels auf den Lösungsalgorithmus.

3.1 Modell

Grundlage für diese Arbeit sollen zwei verschiedene Modelle sein. Beide Modelle basieren auf dem Einspurmodell nach Riekert und Schunk [10], welches bereits in den theoretischen Grundlagen dieser Arbeit betrachtet wurde. Das Modell, das für die MPC gewählt werden soll, ist dabei ein kinematisches Einspurmodell. Die Vorteile hierbei liegen in der niedrigen Komplexität und dem sicheren Abdecken aller Geschwindigkeitsbereiche. Durch die niedrige Komplexität entstehen allerdings auch Nachteile, zum Beispiel, dass das modellierte Fahrzeugverhalten stark vereinfacht ist und dem realen Verhalten nicht in jedem Fall gleich kommt. Zum Validieren des durch die Regelung vorgegebene Verhalten, soll ein dynamisches Einspurmodell gewählt werden. Dieses ist gerade in den höheren Geschwindigkeitsbereichen und in kurvigeren Streckenabschnitten genauer. Das Ganze entsteht durch genauere Modellierung unter anderem von speziellen Reifenkräften und aerodynamischen Lasten. Nachteil dieses Modells ist wiederum, dass gerade in den niedrigen Geschwindigkeitsbereichen nicht alle Anwendungsfälle abgedeckt werden. Durch die

im Kapitel 2 beschriebene Reifenformel, die magic Formula (1), können sich gerade im niedrigen Geschwindigkeitsbereich für Solver nicht lösbare Probleme einstellen, die aus der Definition der Schlupfwinkel hervorgehen. Für die Validation des Algorithmus, also die Simulation der Regelung im Zusammenspiel mit einem möglichst realen Fahrzeugmodell, bietet es sich an, zwei Modelle verschiedener Komplexität zu verwenden. Benutzt man beispielsweise sowohl für den Lösungsalgorithmus als auch für die Simulation der Stellgrößen denselben Algorithmus, so wird die Regelung in der Regel nahezu perfekt sein. Erst wenn größere Komplexitäten und vor allem weitere Zustandsgrößen mit in die Modellierung einfließen, lässt sich erkennen, ob der Algorithmus verwertbare Ausgangsdaten liefert. Das liegt vor allem daran, dass in der Realität Optimierungsmodell und reales Fahrzeugverhalten ebenfalls nicht die gleiche Komplexität haben. Innerhalb des Testing auf dem Rennwagen, welches in dieser Studienarbeit nicht thematisiert werden kann, sollen die verschiedenen Modelle validiert werden. Ziel des Ganzen ist es, die stark vom Fahrzeugmodell abhängige Regelung weiter zu verbessern. Konzept und Ziel für diese Formula Student Saison und demnach auch diese Studienarbeit ist modellseitig ein kinematisches Einspurmodell für die Optimierung und ein dynamisches Einspurmodell zur Validierung. Dieses Konzept soll jedoch erst einmal nur eine Grundlage für die MPC bei CURE schaffen, für die kommenden Saisons wird bereits an der Optimierung des dynamischen Einspurmodells gearbeitet, ebenfalls wird eine Weiterentwicklung des Einspurmodells, das Zweispurmodell aus Validationszwecken für die Fahrzeugskinematik betrachtet.

3.2 Gütefunktion

Innerhalb der Gütefunktion wird mathematisch beschrieben, in welcher Form welche physikalischen Größen mit in die Regelung eingehen. Sie dient als Grundlage der Minimierung innerhalb des Lösungsansatzes und ist folglich maßgeblich für das Regelverhalten verantwortlich. Konzept für diese Saison ist das möglichst präzise Folgen eines Pfades und einer Geschwindigkeit sowie das Einhalten der physikalisch gegebenen Stellgrößenbeschränkungen. Vor allem durch die Wahl des Solvers im Zusammenspiel mit den Anforderungen an die Regelung kristallisiert sich ein grundlegender Ansatz für die Gütefunktion heraus. Bei diesem Ansatz erfolgt die Zuordnung von Punkten auf der Referenztrajektorie über eine Interpolation mit der Zeit. Innerhalb des Prädiktionshorizonts wird eine zeitabhängige Ortskurve erstellt. Die zugehörigen zeitabhängigen Raumpunkte der Trajektorie ergeben sich aus den Zeitschritten im Zusammenhang mit dem Geschwindigkeitsprofil. Jeder Zeitschritt $k \dots N$ stellt somit einen eigenen Fahrzeugzustand dar. Die Referenz für die Gütefunktion lässt sich demnach in zwei Schritte unterteilen:

1. Interpolation der Trajektorie mit der Zeit zum Erstellen einer eigenen Raum-Zeit-Kurve
2. Abtasten der Kurve innerhalb des Prädiktionshorizont mit N -Schritten

Die letztendliche Gütefunktion bestraft durch gewichtete Zustandsberechnungen alle nicht den Gütefunktion entsprechenden Stellgrößen und ermittelt somit die kostenoptimalen Zustände. Im autonomen Rennsport lassen sich verschiedene Ansätze für die Gütefunktionberechnung finden, dabei gibt es zum einen nicht lineare geometrische Ansätze [11] sowie die mathematische Berechnung des Path Error. Der Path Error stellt dabei die quadrierte Summe aller Abweichungen über den gesamten Prädiktionshorizont dar und findet in einer Vielzahl von Veröffentlichungen Anwendung [4], [5], [12]. Innerhalb dieser Arbeit wurde kein geometrischer Ansatz gewählt, es wurde ein dem Path Error ähnlicher Ansatz gewählt, der auf die Wahl des Industriesolvers angepasst werden sollte. Eine Anpassung der Path Error Gütefunktion basiert auf der Tatsache, dass der Industriesolver nicht in der Lage ist, Ableitungen zu minimieren. Die Gütefunktion für den Diesjährigen MPC-Ansatz ist demnach nur abhängig vom Quadrat der Abweichung von Referenzpunkt und wirklichem Punkt in Summe mit der Gewichtung der Stellgrößen. Die mathematische Beschreibung sieht dabei wie folgt aus:

$$\min_u J(x(k), u(k)) = \sum_{k=t}^{t+N} \left\| \begin{matrix} x_{ref}(k) - x(k) \\ y_{ref}(k) - y(k) \end{matrix} \right\|_Q^2 + \|u(k)\|_R^2 \quad (3)$$

Die angegebenen Vektoren Q und R stellen dabei die eigentlichen Gewichtungsparemeter der Gütefunktion dar. Je größer der Gewichtungsfaktor, umso stärker muss die physikalische Größe durch den Solver minimiert werden, um die Endsumme der Gütefunktion so gering wie möglich zu halten. Innerhalb des Vektors u werden die Stellgrößen (der Lenkwinkel δ und die Beschleunigung in Fahrtrichtung a_x) beschränkt. Die Beschränkung ist dabei physikalischer Natur. Es ist außerdem sinnvoll, den Lenkwinkel stark zu gewichten, da große Lenkwinkeländerungen zusätzlich zu einer großen Krümmungsänderung in der Trajektorie führen. Aus [3] und [2] geht hervor, dass solch ein Verhalten auch zu großen Geschwindigkeitsänderungen führt, die im autonomen Rennsport ungewollt sind. Für die physikalische Beschränkung gilt folgender Zusammenhang:

$$u(k) = \begin{bmatrix} \delta \in [-30^\circ, 30^\circ] \\ a_x \in [a_{xmin}, a_{xmax}] \end{bmatrix} \quad (4)$$

Die vorgestellte Gütefunktion bzw. die Gewichtung der Vektoren Q und R sollen dabei simulativ bestimmt werden und gegebenen Falls bei den Integrationstests auf dem Fahrzeug minimal optimiert werden. Für die Simulation werden zwei verschiedene Ansätze verwendet, die im Folgenden vorgestellt werden sollen.

3.3 Lösungsalgorithmus mit Hilfe eines Solvers

Für die Lösung der komplexen Probleme und der hohen Anforderungen gerade einer nicht linearen modellbasierten prädiktiven Regelung bedarf es spezieller Lösungsalgorithmen. Diese werden in Form von Solvern zur Verfügung gestellt. Gerade die Wahl des Solvers spielt bei den komplexen Strukturen der MPC eine große Rolle. Grundlegend gibt es viele verschiedene OpenSource Solver, wie den Matlab internen `fmincon`. Diese sind jedoch

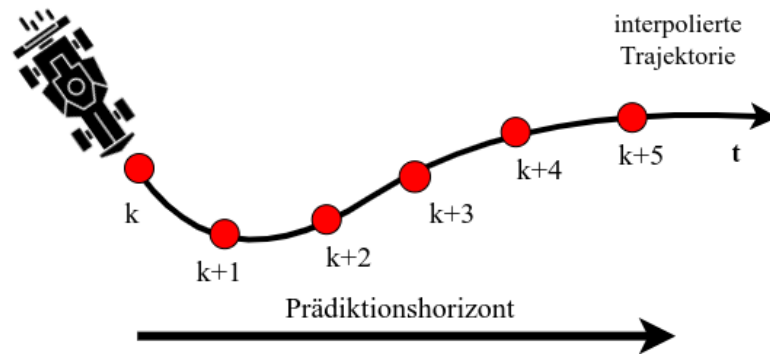


Abbildung 4: Visualisierung der durch Zeitinterpolation mit dem Geschwindigkeitsprofil erstellten Referenzpunkte der Trajektorie innerhalb des Prädiktionshorizont mit $N = 5$ Schritten.

nicht in der Lage, die Problemstellungen einer MPC in zufriedenstellender Zeit zu lösen und somit keine Option für den Einsatz im autonomen Rennsport. In der Industrie hingegen gibt es eigens auf MPC ausgelegte Solver, die in der Lage sind, die Probleme in sinnvoller Zeit zu lösen. Der für dieses Projekt ausgewählte Industrie Solver wirbt damit, die mathematische Problemstellung zu verwenden, um seine eigenen Parameter zu optimieren und somit eine der geringsten Laufzeiten zu generieren [13], was sich in späteren Kapiteln dieser Arbeit bestätigen wird.

3.4 Simulation

Die Simulation lässt sich sehr gut zwei teilen. Im ersten Schritt sollen nur die Kostenparameter und das Verhalten der MPC simuliert werden. Grundlage hierfür ist eine vom Solver bereitgestellte Simulation, die dazu genutzt werden kann, bestimmte Referenztrajektorien zu simulieren und gegebene Stellgrößen zu optimieren. Innerhalb dieser Form der Simulation können verschiedene physikalische Werte wie die Lenkrate, die Beschleunigungsrate, die Geschwindigkeit und die erwartete laterale Abweichung pro Zeitschritt simuliert werden. In dieser Simulation ist nicht die Reaktion des Fahrzeugs auf die erwarteten Stellgrößen enthalten. Hierzu soll die bereits thematisierte und in Abbildung 5 schematisch visualisierte Simulation zum Einsatz kommen. Dabei wird der Algorithmus der MPC in eine Matlab Simulink Simulation eingefügt und die Ausgangsgrößen des Modells der Strecke - das dynamische Einspurmodell - zurückgeführt. Eine detailliertere Beschreibung sowie Ergebnisse werden im folgenden Kapitel vorgestellt.

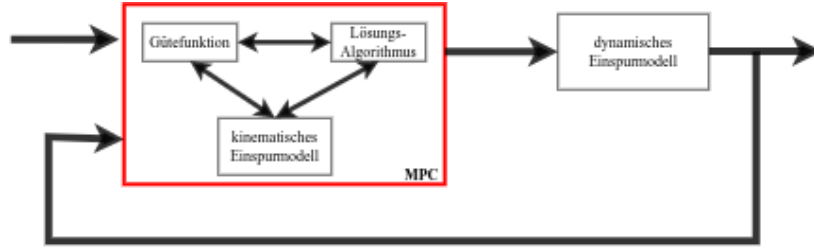


Abbildung 5: Blockschaltbild des Konzepts der Simulation für die Validierung der Ergebnisse des modellbasierten prädikativen Regelansatzes

4 Implementierung

Innerhalb dieses Kapitels wird die Implementierung vorgestellt, dabei wird weniger auf den programmiertechnischen Hintergrund eingegangen, als grundlegend das Vorgehen vorzustellen. Begonnen wird mit dem Modell, es folgt der Lösungsalgorithmus mittels Solver und zum Schluss des Kapitels noch die Simulation.

4.1 Modell

Für die modellbasierte Regelung wurden, wie im Konzept beschrieben zwei verschiedene Einspurmodelle verwendet. Der große Unterschied der Modelle liegt dabei in der Komplexität. Während das kinematische Einspurmodell die grundlegende Fahrdynamik betrachtet, wird das dynamische Einspurmodell noch durch die Modellierung der Reifen nach Pacejka erweitert [8]. Da beide Modelle auf demselben Prinzip beruhen, besitzen sie auch dieselben Zustandsgrößen mit unterschiedlicher Beschreibung. Für Einspurmodelle gilt folgende Definition:

$$x_{state} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \psi \\ v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} \quad und \quad u = \begin{bmatrix} \delta \\ a_x \end{bmatrix}$$

4.1.1 kinematisches Einspurmodell

Das kinematische Einspurmodell ist vor allem für niedrige Geschwindigkeiten geeignet und neigt dazu, ungenauer zu werden, wenn größere Beschleunigungen und Lenkwinkel beschrieben werden sollen. Aus den oben genannten Zuständen für Einspurmodelle allgemein enthält der kinematische Ansatz nur 4 der Zustände (x , y , ψ und v_x). Zusätzlich zu den vier gegebenen Zuständen kommt ein neu modellierter Zustand dazu. Dieser Zustand stellt den Lenkwinkel dar, dieser besitzt als Eingangsgröße die Lenkrate. Ziel dieses neu modellierten Zustands ist die Beeinflussung der Lenkung, um diese möglichst

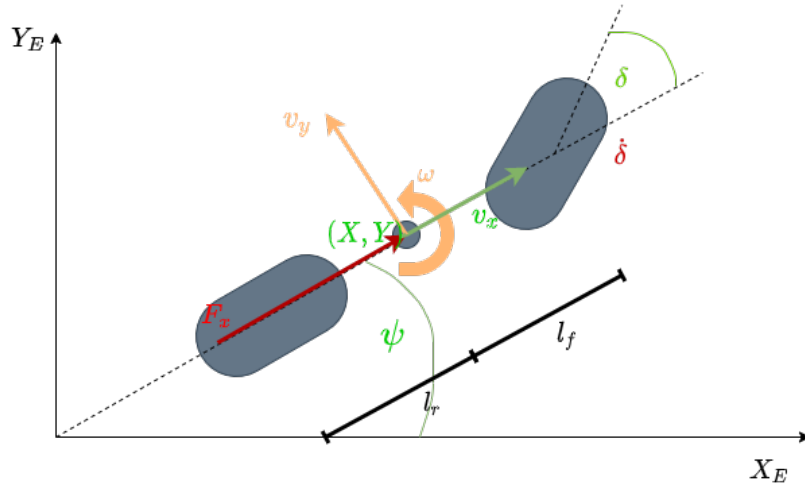


Abbildung 6: Physikalische Modellierung des kinematischen Einspurmodells. Zu sehen sind alle wirkenden Kräfte und Zustandsgrößen. Bildquelle: Oliver Zbaranski

in Maßen zu gestalten. Aus den aufgezeigten Zusammenhängen ergibt sich die Zustandsraumbeschreibung in (5).

$$x_{state} = f \left(x_{state} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \psi \\ v_x \\ \delta \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ a_x \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} v_x \cdot \cos(\psi) - v_y \cdot \sin(\psi) \\ v_x \cdot \sin(\psi) + v_y \cdot \cos(\psi) \\ \omega \\ \frac{F_x}{m} \\ \Delta\delta \end{bmatrix} \quad (5)$$

4.1.2 dynamisches Einspurmodell

Das dynamische Einspurmodell stellt wiederum alle in der Einleitung des Kapitels beschriebenen Zustände dar und gilt in der Praxis des autonomen Rennsports als ausreichend genau um Optimierungen durchzuführen. Der dynamische Anteil des Einspurmodells ergibt sich vor allem über die Modellierung der Reifen und die Mehrzahl an Größen, die hier extra betrachtet werden. In Abbildung 7 sind alle erweiterten Zustände und Kräftewirkungen dargestellt. Das Modell wurde für diese Arbeit ebenfalls den gegebenen Eingangsgrößen angepasst, durch die Vorgabe eines Lenkwinkels und einer Beschleunigung in Fahrtrichtung ergibt sich damit der in Gleichung 6 dargestellte Zusammenhang.

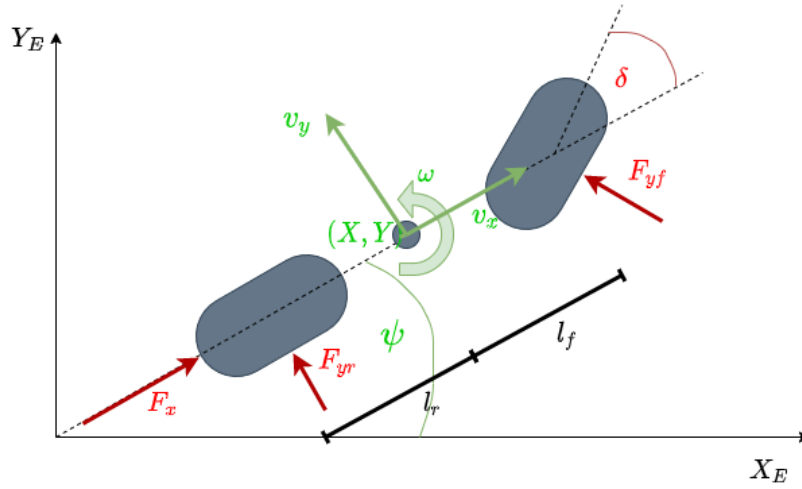


Abbildung 7: Physikalische Modellierungsgrundlage des dynamischen Einspurmodells. Zu sehen alle wirkenden Kräfte und Zustandsgrößen. Bildquelle: Oliver Zbaranski

$$x_{state} = f(x_{state}, u) = \begin{bmatrix} v_x \cdot \cos(\psi) - v_y \cdot \sin(\psi) \\ v_x \cdot \sin(\psi) + v_y \cdot \cos(\psi) \\ \omega \\ \frac{1}{m}(F_x - F_{xf} \cdot \cos(\delta)) \\ \frac{1}{m}(F_{yr} + F_{yf} \cdot \cos(\delta)) \\ \frac{1}{J}(l_f \cdot F_{yf} \cdot \cos(\delta) - l_r \cdot F_{yr}) \end{bmatrix} \quad (6)$$

4.2 Lösungsalgorithmus

Der Lösungsalgorithmus basiert auf dem gewählten Industriesolver. Durch das Nutzen des Industriesolvers ist es möglich, dass nur die Zustandsraumbeschreibungen auf den Anwendungsfall angepasst werden müssen und die richtigen Parameter für beispielsweise Prädiktionshorizont, Abtastrate und Gütefunktionsgewichtung gewählt werden müssen. Die Zustandsraumbeschreibung wurde zu Beginn dieses Kapitels betrachtet, die Bestimmung der Parameter soll dabei über die im vorangegangenen Abschnitt vorgestellten Simulationen bestimmt werden.

4.3 Simulation

Die Simulation wurde innerhalb von Matlab implementiert. Sie lässt sich dabei in zwei große Matlab Programme unterscheiden. Das eine stellt die Generierung des Solvers dar. Hier werden die Stellgrößenbeschränkungen und die Kostenfunktion festgelegt. Außerdem wird hier das Fahrzeugmodell implementiert. Das andere Programm stellt die Simulation selbst dar. Hier wird die Abtastrate, der Prädiktionshorizont und das Streckenmodell festgelegt und die Visualisierung konfiguriert.

5 Validation und Ergebnisse

Innerhalb der Validierung wurden verschiedene Strecken simuliert. Die Strecken stellen dabei teilweise alte Formel 1 Kurse skaliert auf Formula Student Trackgröße dar. Es wurden allerdings auch Simulationen mit eigens erstellten lokalen Regelwerks konformen Tracks simuliert. In den Simulationen wurden verschiedene Parameter geändert und vor allem der Prädiktionshorizont variiert. Im Folgenden werden die verschiedenen Plots vorgestellt und die daraus folgenden Schlüsse dargelegt.

5.1 Simulation

Wie innerhalb der Arbeit bereits thematisiert, lässt sich die Simulation in zwei Teile aufteilen. Auf der einen Seite steht die Simulation der Stellgrößen, die sich aus der Simulation der MPC allgemein ergeben und die Simulation gemeinsam mit dem Fahrzeugmodell als Regelstrecke. Als Vorgriff auf die eigentlichen Simulationsergebnisse soll zuerst einmal eine simulative Gegenüberstellung des dynamischen und des kinematischen Einspurmodells betrachtet werden. Bei genauerer Betrachtung der Graphen in Abbildung 8 und 9 ist zu erkennen, dass das dynamische und das kinematische Einspurmodell erst bei größeren Lenkwinkeln und Geschwindigkeiten nennenswerte Abweichungen entwickeln. Auf Basis dieser Erkenntnis, gemeinsam mit der Wahl der passenden Stellgrößenbeschränkungen wurden die im nächsten Abschnitt vorgestellten Simulationsergebnisse erstellt.

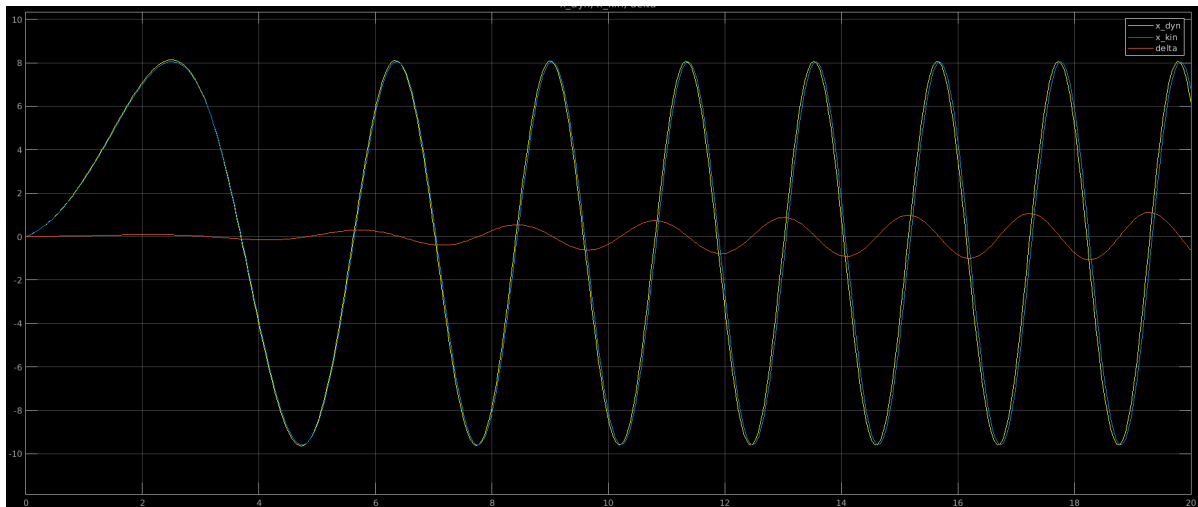


Abbildung 8: Vergleich der durch die Modellierung gegebenen Abweichungen in x-Richtung aus dynamischen und kinematischen Einspurmodell

5.2 Simulationsergebnisse

Für die Simulation wurden verschiedene Strecken mit verschiedenen Gütefunktionen und verschiedenen Prädiktionshorizonten simuliert. Vor allem der Prädiktionshorizont stellte

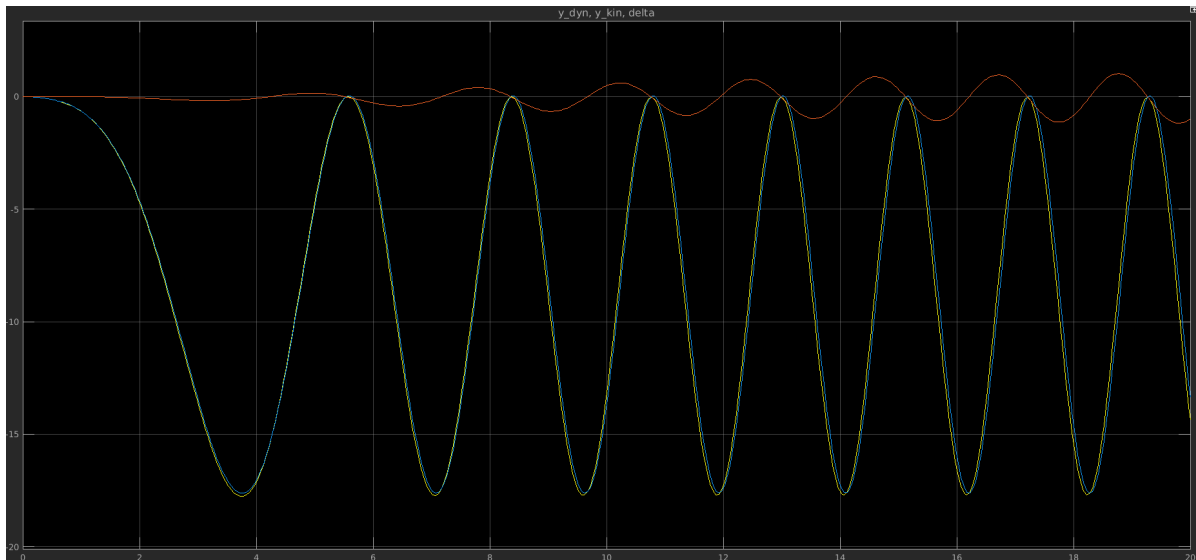


Abbildung 9: Vergleich der durch die Modellierung gegebenen Abweichungen in y -Richtung aus dynamischen und kinematischem Einspurmodell

dabei einen wichtigen Faktor dar, da er zum einen in nicht linearem Zusammenhang mit der Lösungszeit des Solvers zusammenhängt und sich zum anderen andere Maximalgeschwindigkeiten durch weiteres Vorausschauen ergeben. Auf Basis verschiedener Testes, bei denen neben der Geschwindigkeit und der lateralen Abweichung auch noch der Lenkwinkel, die Lenkrate und Beschleunigung betrachtet wurden, ergaben sich verschiedene Optionen für die Umsetzung auf dem Fahrzeug. Die Bewertung der Simulation erfolgt dabei vor allem über die Bewertung der lateralen Abweichung, da jedes umgeworfene Hütchen Strafpunkte bedeutet. Es ergibt sich daraus vor allem das genaue Einhalten der Streckenbegrenzungen und folglich eine niedrige laterale Abweichung. Das zweite Bewertungskriterium ist die Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit soll möglichst direkt geregelt werden und sich in der Simulation möglichst nicht sprunghaft verhalten, da dies auf nicht reales Verhalten rückschließen ließe. Ein dritter Punkt ist, dass sich die Stellgrößen möglichst stabil verhalten sollen, gerade eine sehr sprunghafte Lenkrate stellt den Lenkmotor in der Realität vor verschleißreiche Aufgaben. In Abbildung 10 ist der Aufbau dargestellt. Anhand dieser Visualisierung soll eine Bewertung der gewählten Größen durchgeführt werden. Im linken Teil der Abbildung befindet sich die grafische Darstellung der zu fahrenden Strecke. Es kann dabei in drei Farben unterschieden werden:

1. schwarz: Noch nicht abgefahrener Teil der Strecke
2. blau: Bereits abgefahrener Teil der Strecke
3. grün: Prädiktionshorizont, vorherbestimmte Strecke

Im rechten Teil der Abbildung sind die fünf physikalischen Größen Geschwindigkeit, Lenkwinkel, Beschleunigung, Lenkrate und laterale Abweichung dargestellt. Hier findet



Abbildung 10: Erklärendes Beispiel für die Simulation der modellprädikativen Regelung mit dynamischem Einspurmodell als Regelstrecke

nur eine Unterscheidung zwischen zwei Farben statt, einmal blau dem tatsächlichen bzw. vergangenen Wert und einmal grün den prädiktierten Wert. Im Folgenden werden verschiedene Kostenfunktionen mit verschiedenen Prädiktionshorizonten und Abtastzeiten dargestellt und folglich begründet, welche Parameter diese Saison Anwendung finden sollen. Um den Rahmen der Arbeit nicht zu sprengen und eine möglichst gute Vergleichbarkeit der Ergebnisse darzustellen, werden im Folgenden nur Simulationsergebnisse für die Formel 1 Strecke in Melbourne dargestellt. Es werden außerdem nur Simulationen mit möglichen sinnvollen Parametern vorgestellt und beispielsweise instabile Stellgrößen aus schlecht gewählten Kostenfunktionsparametern aus dem Vor gelassen.

Als erstes Simulationsergebnis dient eine recht gute Gütefunktion mit einem Prädiktionshorizont von vier Sekunden. In der Abbildung ist zu erkennen, dass vor allem die laterale Abweichung teilweise deutlich über 20 cm liegt und somit nicht für den Einsatz auf dem Fahrzeug infrage kommt. Auch Stellgrößen wie die Lenkrate wechseln fast sprunghaft und arbeiten somit fast an der physikalischen Beschränkung. Ein Prädiktionshorizont von $N=80$ eignet sich folglich nicht für Tests auf dem Fahrzeug.

Als zweites Simulationsbeispiel soll ein Prädiktionshorizont von $N=40$ verwendet werden (siehe Abbildung 12). Das entspricht einer Vorausplanung von zwei Sekunden. Bereits mit diesem Prädiktionshorizont ergibt sich ein deutlich verbessertes Bild der lateralen Abweichung, dennoch ist die Abweichung in der letzten Kurve vor der Zielgeraden erneut zu groß, um so sinnvoll ins Fahrzeug implementiert zu werden. Nichtsdestotrotz stellt dieser Versuch einen verbesserten Ansatz dar, auch die Geschwindigkeit wird genauer angeregt als es bei einem Prädiktionshorizont von vier Sekunden den Fall ist.

Abbildung 13 stellt den letzten und erfolgreichsten Versuch für das Optimieren der

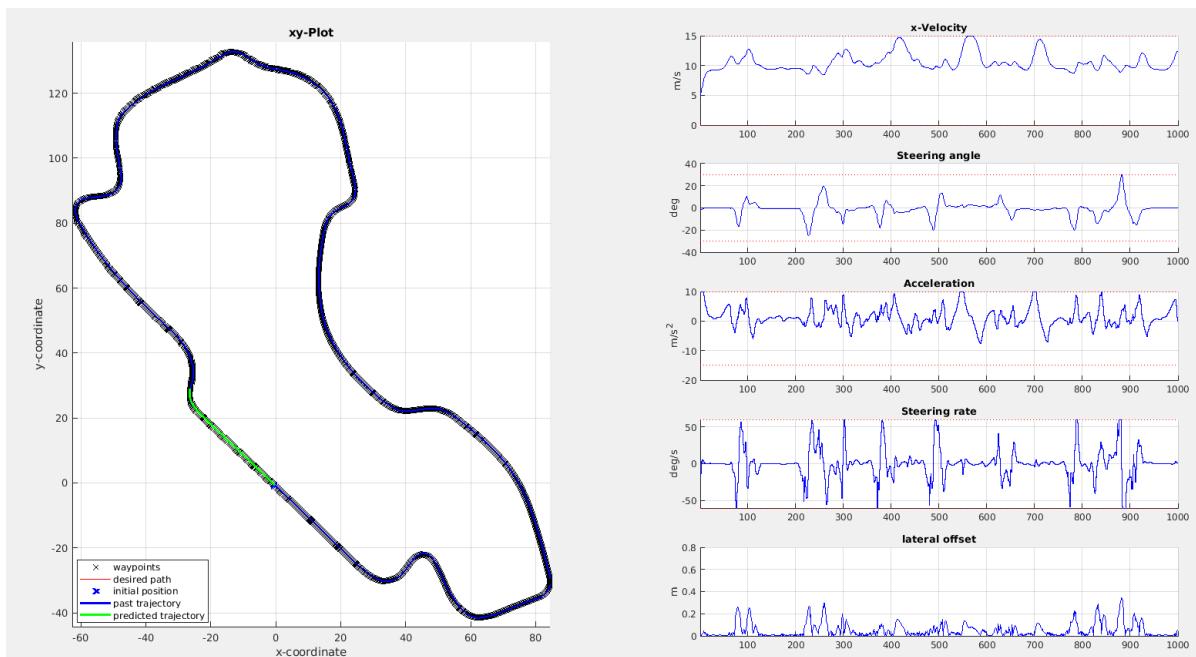


Abbildung 11: Simulation der modellprädiktiven Regelung mit einem Prädiktionshorizont von vier Sekunden

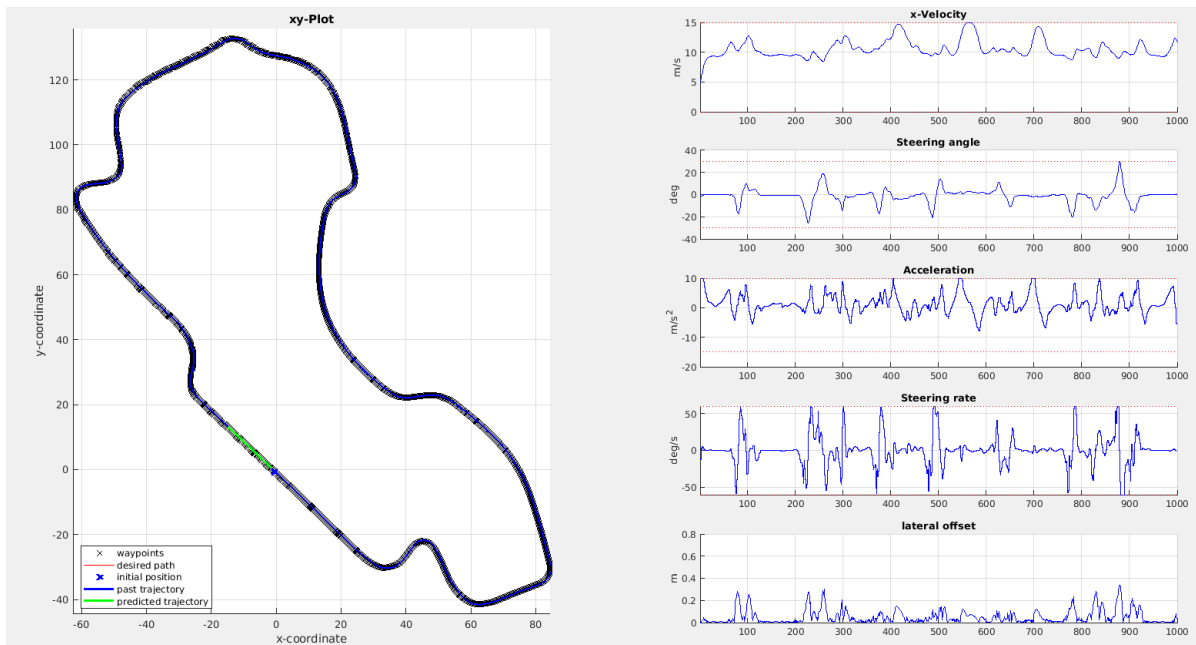


Abbildung 12: Simulationsbeispiel für einen Prädiktionshorizont von zwei Sekunden

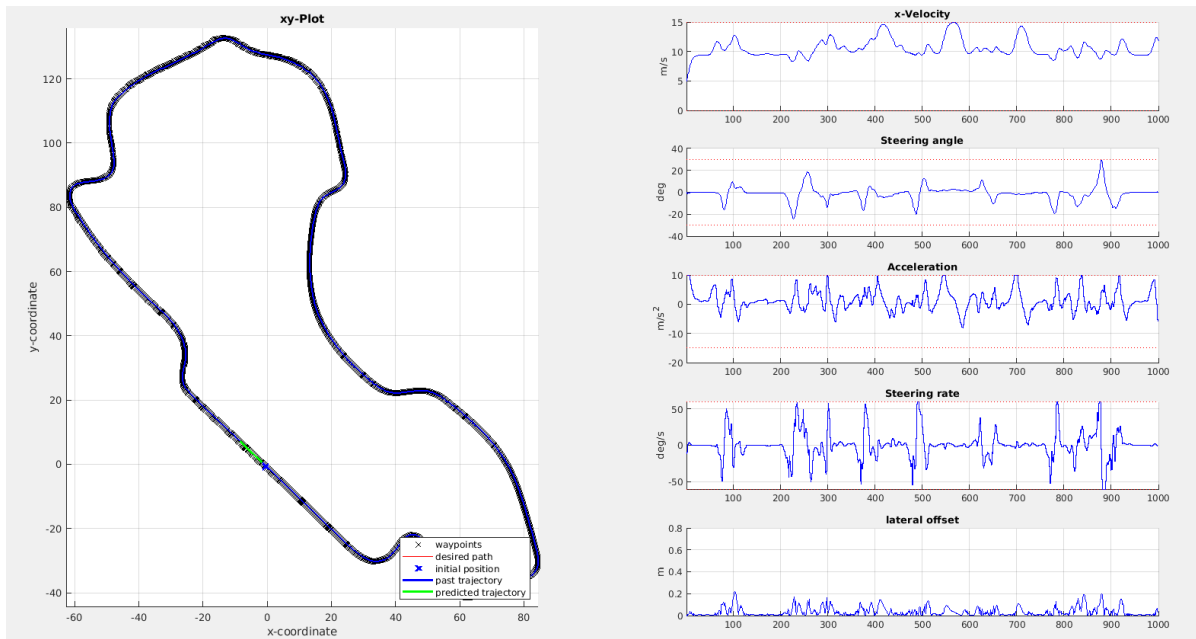


Abbildung 13: Beispielaufte Simulation für einen Prädiktionshorizont von einer Sekunde

lateralen Abweichung über den Prädiktionshorizont dar. Wie in der Abbildung zu erkennen ist, ist die laterale Abweichung hier in einem guten Bereich. Zu keinem Zeitpunkt, nicht einmal in der letzten Kurve steigt die Abweichung über 20 cm und stellt somit einen vertretbaren Wert dar. Trotz der Mehrgrößenregelung wird zeitgleich auch die Geschwindigkeit gut geregelt, weshalb dieses Simulationsergebnis als erstes auf dem Fahrzeug getestet werden soll.

Gerade die Gütefunktion als Grundlage der Mehrgrößenregelung stellt bei der Simulation eine große Herausforderung dar. Sie ist besonders ausschlaggebend für die Qualität der MPC. Innerhalb dieser Saison wurde die Gütefunktion über iterative Parametergewichtung mit folgender Betrachtung der Simulationsergebnisse bestimmt. Das Endergebnis, welches sich mit dem zugehörigen Prädiktionshorizont aus Abbildung 13 ergibt, führt zu folgender Gewichtung:

- Abweichung Δx : 85
- Abweichung Δy : 85
- Abweichung Δv : 1
- Gewichtung Beschleunigung: 10
- Gewichtung Lenkrate: 20

6 Zusammenfassung und Ausblick

Der entwickelte Ansatz für die modellbasierte prädiktive Regelung lässt sich für diese Saison bereits in das Auto implementieren. Da die Modellbildung an den Belastungsgrenzen gerade im nicht linearen Reifenbereich zeitbegründet noch nicht ausgereift genug sind, wird es vermutlich nicht möglich sein, das Fahrzeug komplett an den Belastungsgrenzen zu betreiben. Dennoch stellt die entwickelte MPC eine deutliche Verbesserung zur klassischen Regelung dar. Gerade in der Geschwindigkeitsregelung wurden größere nennenswerte Fortschritte gemacht. Im Rahmen der im Juli 2022 startenden Integrationstests auf dem Fahrzeug wird sich zeigen, in welchen Geschwindigkeitsbereichen sich in der Realität bewegt werden kann. Durch die erstmals gegebene Dynamik in der Geschwindigkeit und der zusätzlich neuen Pfadoptimierung ist jetzt bereits sicher, dass sich die Rundenzeiten und folglich auch die Ergebnisse im Vergleich zur letzten Saison deutlich verbessern werden. Perspektivisch muss bei der Regelung weiter am Modell gearbeitet werden. Gerade um das Fahrzeug im nicht linearen Arbeitsbereich betreiben zu können, muss hier eine bessere Modellierungsmöglichkeit gefunden werden. Abhilfe könnte eine Kombination von verschiedenen Modellen schaffen. Sollte die Entwicklung des Zweispurmodells weiter verfolgt werden, könnte es auch sehr interessant sein, dieses in die MPC zu integrieren. Gerade im Bereich der Solver hat sich durch die Indy Autonomous Challenge ein neuer Markt eröffnet, der eventuell noch leistungsfähigere Algorithmen zur Verfügung stellt. Diese könnten es sogar möglich machen, das Zweispurmodell in sinnvoller Zeit zu lösen und folglich als Modellierungsgrundlage zu verwenden. Nichtsdestotrotz stellt das bisherige Ergebnis unter dem Gesichtspunkt des erstmaligen Erstellens und der Zeit ein mehr als zufriedenstellendes Ergebnis bereit.

Literaturverzeichnis

- [1] Anne Elisabeth Reichert, David Lennart Risch und Martina Scheffler, *Development of a slam-algorithm for an autonomous vehicle*, 2021.
- [2] Finn Rasmus Schäfer, *Entwicklung, Implementierung und Validierung eines lokalen Pfadplanungsalgorithmus für den autonomen Rennsport*, 2022.
- [3] Birk Blumhoff, *Modelgestützte Pfadplanung eines autonomen Rennsport-Prototyps*, 2021.
- [4] Juraj Kabzan¹, Lukas Hewing¹, Alexander Liniger², et al., *Learning-based model predictive control for autonomous racing*, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1109/LRA.2019.2926677>.
- [5] Henrique Manuel Caldeira Pimentel Furtado, *Model Predictive Control with a Neural Network Model of a Formula Student Prototype*, 2020.
- [6] T. Faulwasser, B. Kern und R. Findeisen, *Model Predictive Path-Following for Constrained Nonlinear Systems*, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1109/CDC.2009.5399744>.
- [7] M. Böck, T. Glück, A. Kugi, A. Steinböck, *Fortgeschrittene Methoden der nicht-linearen Regelung*, lecture, 2015.
- [8] Pacejka, Hans B., in *Tire and Vehicle Dynamics*. Butterworth-Heinemann, 2012, ISBN: 978-0-08-097016-5. DOI: <https://doi.org/10.1016/C2010-0-68548-8>.
- [9] Mathworks. „Tire-Road Interaction (Magic Formula).“ (Oct. 6, 2018), [Online]. Available: <https://de.mathworks.com/help/physmod/sdl/ref/%5Cnewline%20tireroadinteractionmagicformula.html> (visited on 06/06/2022).
- [10] Riekert, P., Schunck, T.E., in *Fahrmechanik des gummibereiften Kraftfahrzeugs*. Ing. Arch, 1940. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF02086921>.
- [11] Florian Curinga, *Autonomous racing using model predictive control*, 2018. DOI: <https://kth.diva-portal.org/smash/get/diva2:1182133/FULLTEXT01.pdf>.
- [12] Alexander Linger, Alexander Domahidi, Manfred Morari, *Optimization-Based Autonomous Racing of 1:43 Scale RC Cars*, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1002/oca.2123>.
- [13] embotech AG. „Forcespro user manual.“ (2021), [Online]. Available: <https://forces.embotech.com/Documentation/> (visited on 06/05/2022).