
Clases de Python

Versión 2020.1

Juan Fiol

11 de marzo de 2020

1. Clase 0: Introducción al lenguaje Python orientado a Ingenierías y Física	1
2. Clase 1: Introducción al lenguaje	13
3. Clase 2: Tipos de datos y control	29
4. Clase 3: Control de flujo y tipos complejos	51
5. Clase 4: Técnicas de iteración y Funciones	73
6. Clase 5: Funciones	91
7. Clase 6: Programación Orientada a Objetos	107
8. Clase 7: Control de versiones y biblioteca standard	123
9. Clase 8: Introducción a Numpy	141
10. Clase 9: Visualización	163
11. Clase 10: Más información sobre Numpy	203
12. Clase 11: Introducción al paquete Scipy	239
13. Ejercicios de Clase 1	277
14. Ejercicios de Clase 2	279
15. Ejercicios de Clase 3	283
16. Ejercicios de Clase 4	287
17. Ejercicios de Clase 5	289
18. Ejercicios de Clase 6	291
19. Ejercicios de Clase 8	295
20. Ejercicios de Clase 9	299

21. Ejercicios de Clase 10	305
22. Ejercicios de Clase 11	311
23. Material adicional	313

Clase 0: Introducción al lenguaje Python orientado a Ingenierías y Física

1.1 Autor

Juan Fiol

1.2 Licencia



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional](#).

1.3 Python y su uso en ingenierías y ciencias

El objetivo de este curso es realizar una introducción al lenguaje de programación Python para su uso en el trabajo científico y técnico/tecnológico. Si bien este curso *en el final finaliza y empieza por adelante* vamos a tratar algunos de los temas más básicos sólo brevemente. Es recomendable que se haya realizado anteriormente un curso de *Introducción a la programación*, y tener un mínimo de conocimientos y experiencia en programación.

¿Qué es y por qué queremos aprender/utilizar **Python**?

El lenguaje de programación Python fue creado al principio de los 90 por Guido van Rossum, con la intención de ser un lenguaje de alto nivel, con una sintaxis clara, limpia y que intenta ser muy legible. Es un lenguaje de propósito general por lo que puede utilizarse en un amplio rango de aplicaciones.

Desde sus comienzos ha evolucionado y se ha creado una gran comunidad de desarrolladores y usuarios, con especializaciones en muchas áreas. En la actualidad existen grandes comunidades en aplicaciones tan disímiles como desarrollo web, interfaces gráficas (GUI), distintas ramas de la ciencia tales como física, astronomía, biología, ciencias de la computación. También se encuentran muchas aplicaciones en estadística, economía y análisis de finanzas

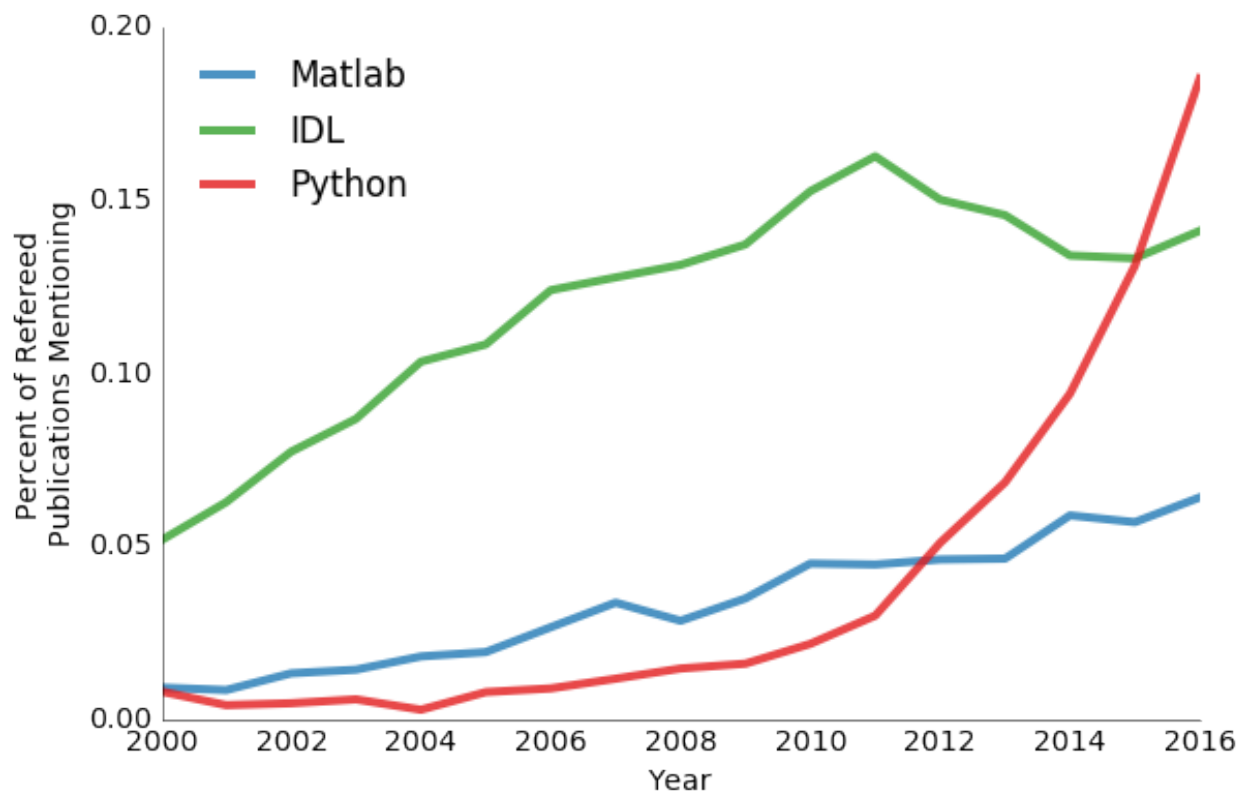
en la bolsa, en interacción con bases de datos, y en el procesamiento de gran número de datos como se encuentran en astronomía, biología, meteorología, etc.

En particular, Python encuentra un nicho de aplicación muy importante en varios aspectos muy distintos del trabajo de ingeniería, científico, o técnico. Por ejemplo, es un lenguaje muy poderoso para analizar y graficar datos experimentales, incluso cuando se requiere procesar un número muy alto de datos. Presenta muchas facilidades para cálculo numérico, se puede conjugar de forma relativamente sencilla con otros lenguajes más tradicionales (Fortran, C, C++), e incluso se puede usar como marco de trabajo, para crear una interfaz consistente y simple de usar en un conjunto de programas ya existentes.

Python es un lenguaje interpretado, como Matlab o IDL, por lo que no debe ser compilado. Esta característica trae aparejadas ventajas y desventajas. La mayor desventaja es que para algunas aplicaciones –como por ejemplo cálculo numérico intensivo– puede ser considerablemente más lento que los lenguajes tradicionales. Esta puede ser una desventaja tan importante que simplemente nos inhabilite para utilizar este lenguaje y tendremos que recurrir (volver) a lenguajes compilados. Sin embargo, existen alternativas que, en muchos casos permiten superar esta deficiencia.

Por otro lado existen varias ventajas relacionadas con el desarrollo y ejecución de los programas. En primer lugar, el flujo de trabajo: *Escribir-ejecutar-modificar-ejecutar-modificar-ejecutar-modificar-ejecutar-* es más ágil. Es un lenguaje pensado para mantener una gran modularidad, que permite reusar el código con gran simpleza. Otra ventaja de Python es que trae incluida una biblioteca con utilidades y extensiones para una gran variedad de aplicaciones **que son parte integral del lenguaje**. Además, debido a su creciente popularidad, existe una multiplicidad de bibliotecas adicionales especializadas en áreas específicas. Por esta razones el tiempo de desarrollo: desde la idea original hasta una versión que funciona correctamente puede ser mucho menor que en otros lenguajes.

A modo de ejemplo veamos un gráfico, que hizo [Juan Nunez-Iglesias](#) basado en código de T. P. Robitaille y actualizado C. Beaumont, correspondiente a la evolución hasta 2016 del uso de Python comparado con otros lenguajes/entornos en el ámbito de la Astronomía.



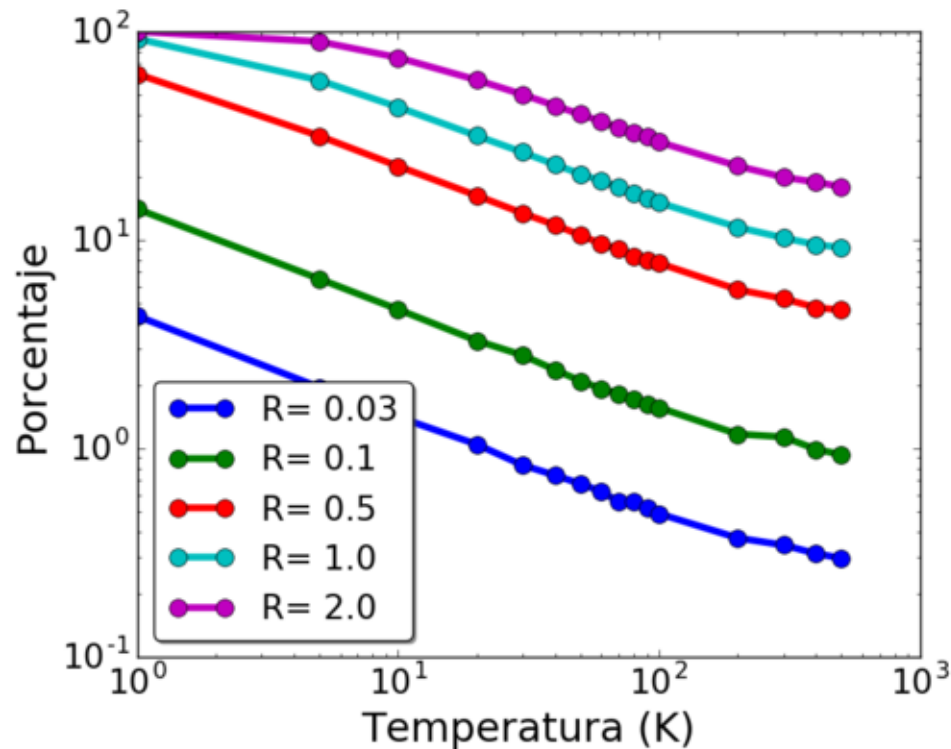
Un último punto que no puede dejar de mencionarse es que Python es libre (y gratis). Esto significa que cada versión nueva puede simplemente descargarse e instalarse sin limitaciones, sin licencias. Además, al estar disponible el código

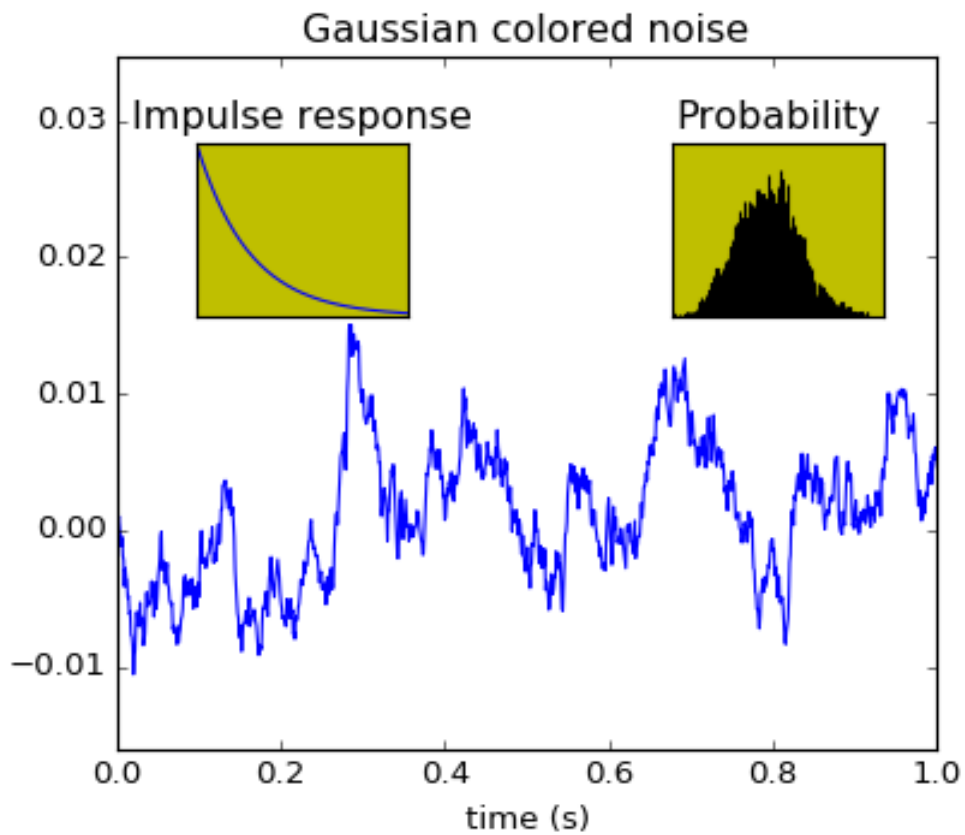
fuelle uno podría modificar el lenguaje –una situación que no es muy probable que ocurra– o podría mirar cómo está implementada alguna función –un escenario bastante más probable– para copiar (o tomar inspiración en) alguna funcionalidad que necesitamos en nuestro código.

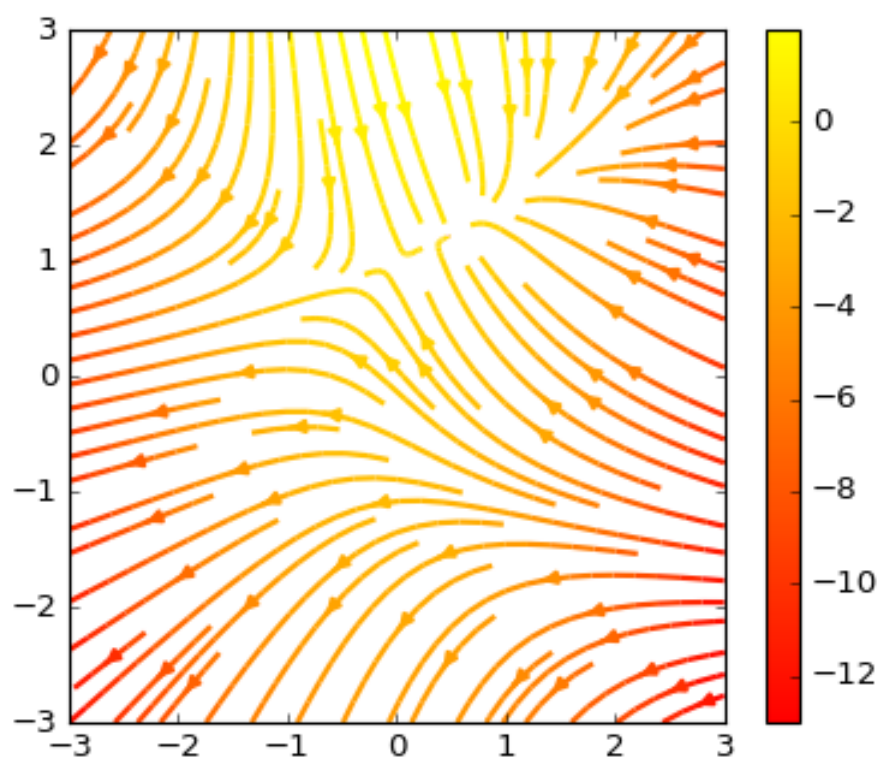
1.4 Visita y excursión a aplicaciones de Python

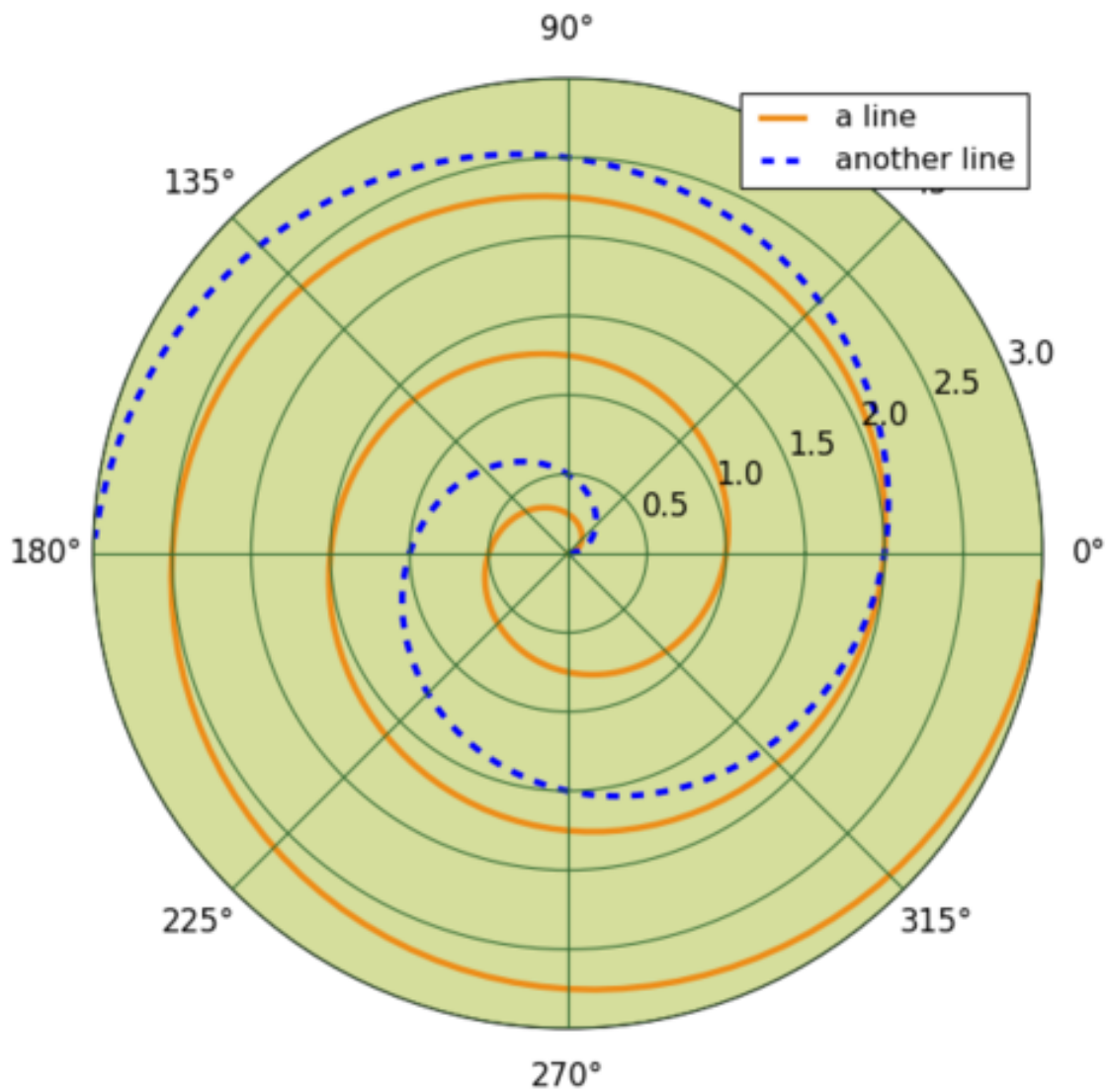
1.4.1 Graficación científica en 2D

La biblioteca **matplotlib** es una de las mejores opciones para hacer gráficos en 2D, con algunas posibilidades para graficación 3D. Los siguientes ejemplos fueron todos creados con matplotlib. El primer gráfico lo hicimos para nuestro uso, y los demás son ejemplos de uso:



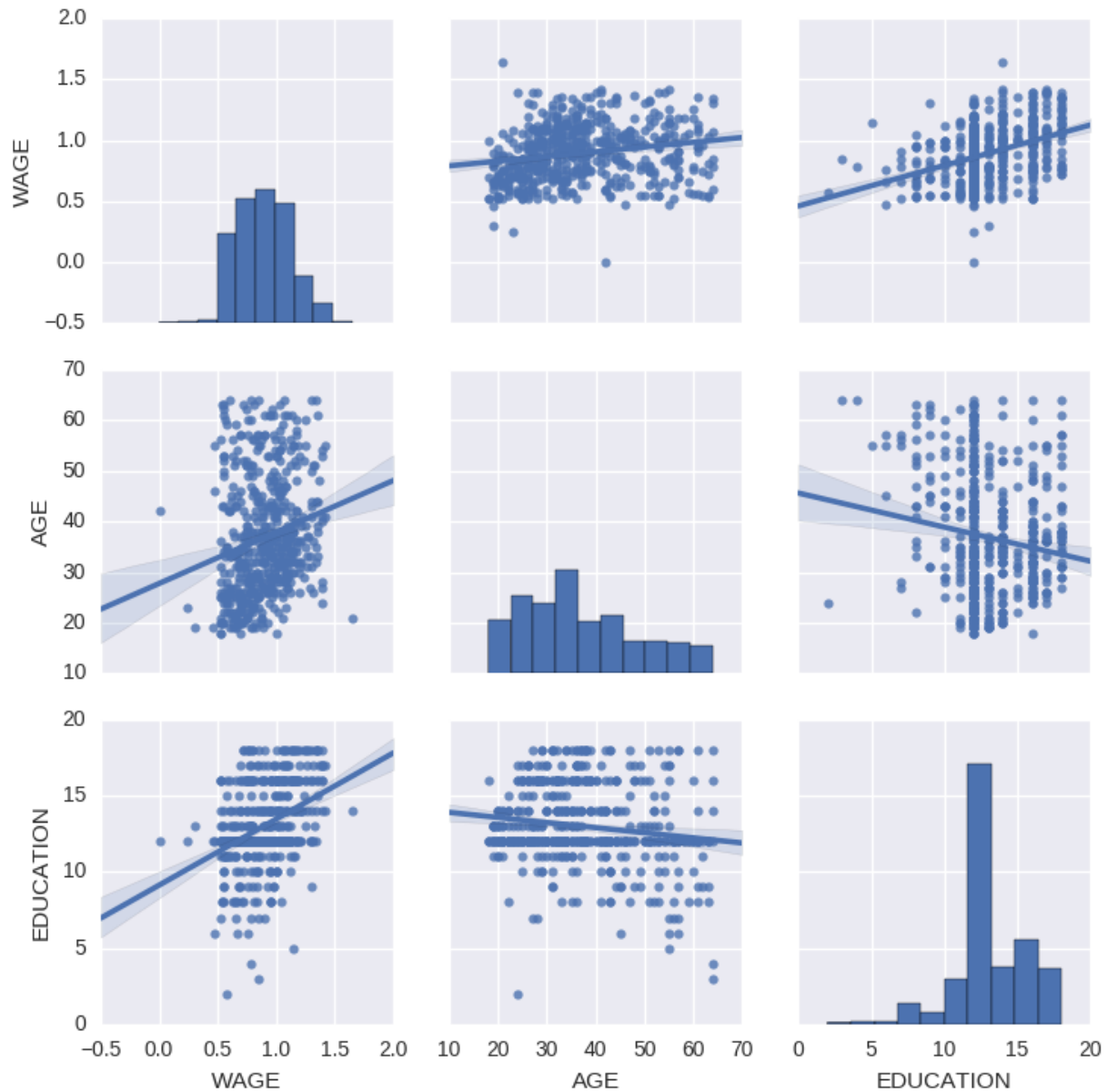






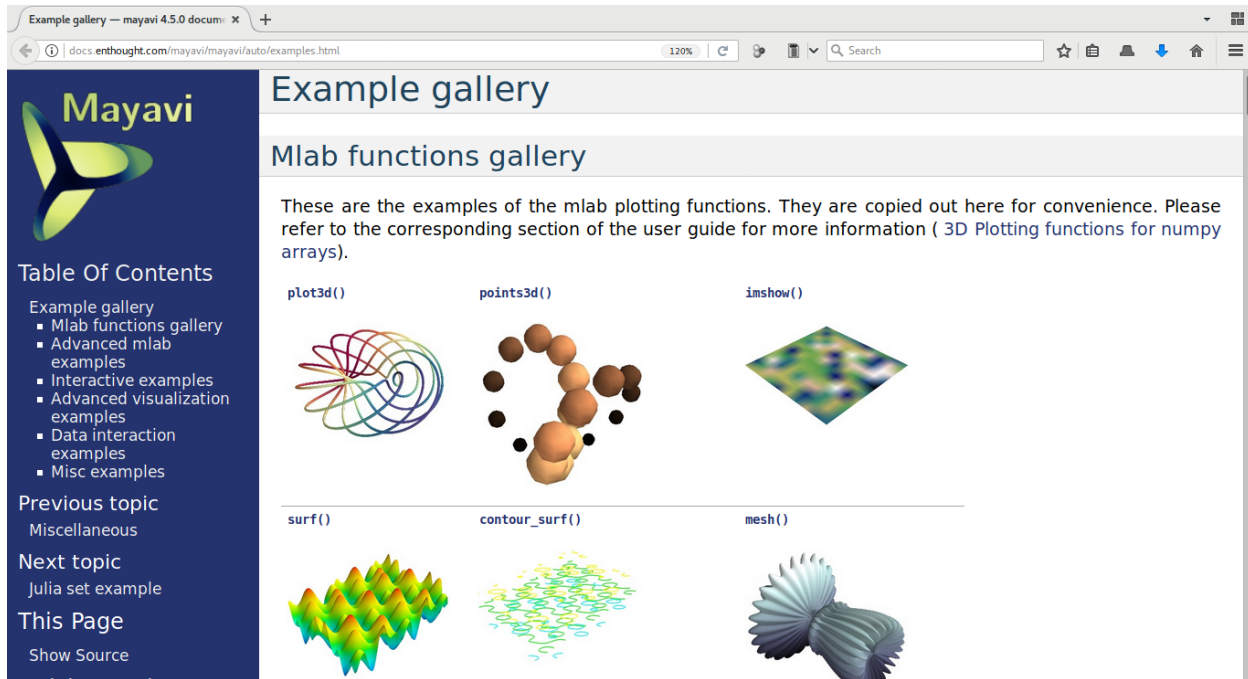
El mejor lugar para un acercamiento es posiblemente la [Galería de matplotlib](#)

El siguiente es un ejemplo de *seaborn*, un paquete para visualización estadística (tomado de Scipy Lecture Notes)



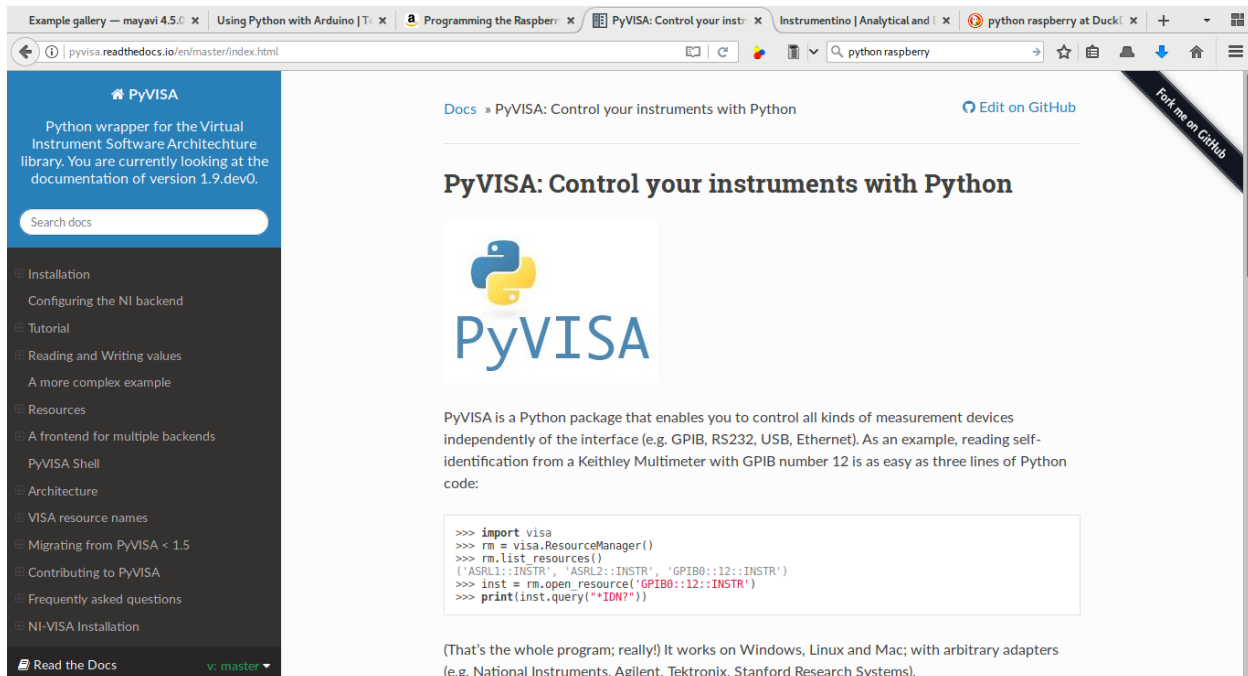
1.4.2 Graficación en 3D

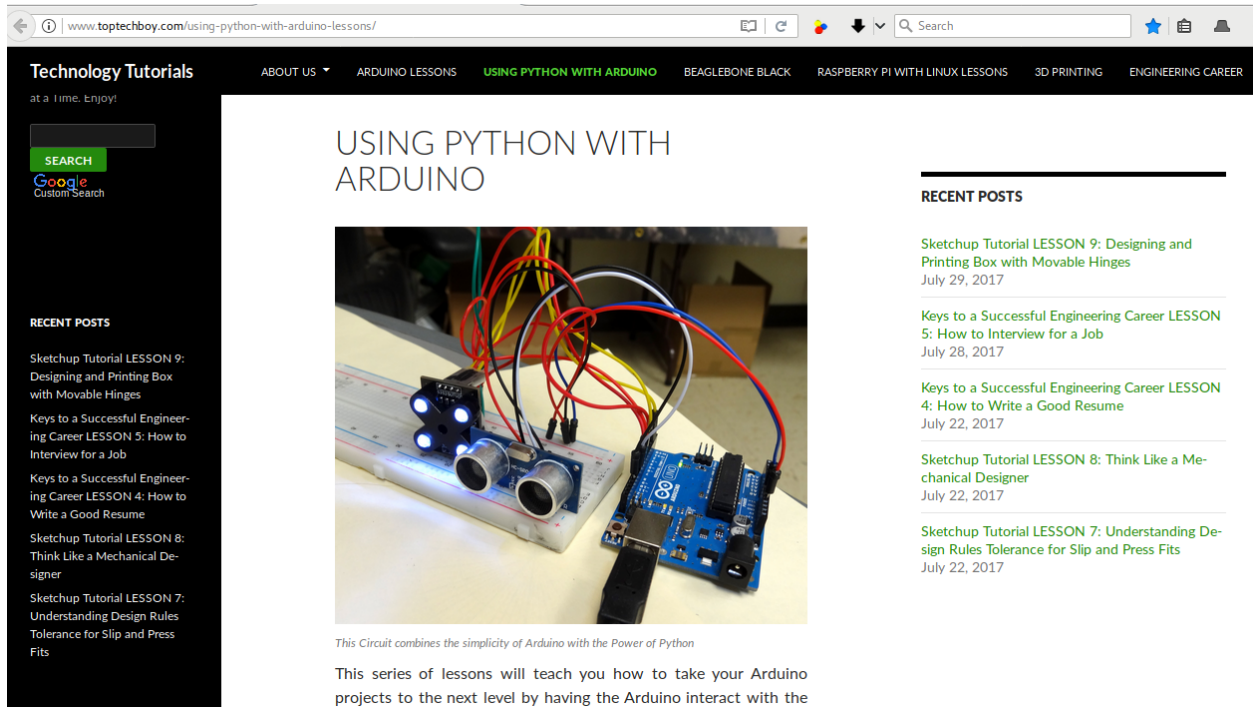
Matplotlib tiene capacidades para realizar algunos gráficos en 3D, si no son demasiado complejos. Para realizar gráficos de mayor complejidad, una de las más convenientes y populares bibliotecas/entornos es Mayavi:



1.4.3 Programación de dispositivos e instrumentos

Python ha ido agregando capacidades para la programación de instrumentos (osciloscopios, tarjetas,), dispositivos móviles, y otros tipos de hardware. Si bien el desarrollo no es tan maduro como el de otras bibliotecas.





1.4.4 Otras aplicaciones

- Desarrollo web (Django, Cheetah3, Nikola,)
- Python embebido en otros programas:
 - Diseño CAD (Freecad,)
 - Diseño gráfico (Blender, Gimp, I)

1.5 Aplicaciones científicas

Vamos a aprender a programar en Python, y a utilizar un conjunto de bibliotecas creadas para uso científico y técnico: En este curso vamos a trabajar principalmente con Ipython y Jupyter, y los paquetes científicos [Numpy](#), [Scipy](#) y [Matplotlib](#).



Figura 1: Herramientas

1.6 Bibliografía

Se ha logrado constituir una gran comunidad en torno a Python, y en particular en torno a las aplicaciones científicas, por lo que existe mucha información disponible. En la preparación de estas clases se leyó, inspiró, copió, adaptó material de las siguientes fuentes:

1.6.1 Accesible en línea

- La documentación oficial de Python
- El Tutorial de Python, también en español
- Documentación de Numpy
- Documentación de Scipy
- Documentación de Matplotlib, en particular la Galería
- Introduction to Python for Science
- El curso de Python científico
- Las clases de Scipy Scipy Lectures
- Scipy Cookbook
- Computational Statistics in Python

1.6.2 Libros

- The Python Standard Library by Example de Doug Hellman, Addison-Wesley, 2017
- Python Cookbook de David Beazley, Brian K. Jones, OReilly Pub., 2013.
- Elegant Scipy de Harriet Dashnow, Stéfan van der Walt, Juan Nunez-Iglesias, OReilly Pub., 2017.
- Scientific Computing with Python 3 de Claus Führer, Jan Erik Solem, Olivier Verdier, Packt Pub., 2016.
- Interactive Applications Using Matplotlib de Benjamin V Root, Packt Pub., 2015.
- Mastering Python Regular Expressions de Félix López, Víctor Romero, Packt Pub., 2014,

1.7 Otras referencias de interés

- La documentación de jupyter notebooks
- Otras bibliotecas útiles:
- Pandas
- SymPy
- Información para usuarios de Matlab
- Blogs y otras publicaciones
 - The Glowing Python
 - Python for Signal Processing
 - Ejercicios en Numpy

- Videos de Curso para Científicos e Ingenieros

Clase 1: Introducción al lenguaje

2.1 Cómo empezar: Instalación y uso

Python es un lenguaje de programación interpretado, que se puede ejecutar sobre distintos sistemas operativos, esto se conoce como multiplataforma (suele usarse el término *cross-platform*). Además, la mayoría de los programas que existen (y posiblemente todos los que nosotros escribamos) pueden ejecutarse tanto en Linux como en windows y en Mac sin realizar ningún cambio.

Versiones: Hay dos versiones activas del lenguaje Python.

- **Python2.X** (Python 2) es una versión madura, estable, y con muchas aplicaciones, y utilidades disponibles. No se desarrolla pero se corrigen los errores.
- **Python3.X** (Python 3) es la versión presente y futura. Se introdujo por primera vez en 2008, y produjo cambios incompatibles con Python 2. Por esa razón se mantienen ambas versiones y algunos de los desarrollos de Python 3 se *portan* a Python 2. En este momento la mayoría de las utilidades de Python 2 han sido modificadas para Python 3 por lo que, salvo muy contadas excepciones, no hay razones para seguir utilizando Python 2.

2.1.1 Instalación

En este curso utilizaremos **Python 3**

Para una instalación fácil de Python y los paquetes para uso científico se pueden usar alguna de las distribuciones:

- **Anaconda**. (Linux, Windows, MacOS)
- **Canopy**. (Linux, Windows, MacOS)
- **Winpython**. (Windows)
- **Python(x,y)**. (Windows, no actualizado desde 2015)

En linux se podría instalar alguna de estas distribuciones pero puede ser más fácil instalar directamente todo lo necesario desde los repositorios. Por ejemplo en Ubuntu:

```
`sudo apt-get install ipython3 ipython3-notebook spyder python3-matplotlib python3-  
↳numpy python3-scipy`
```

o, en Fedora 28, en adelante:

```
`sudo dnf install python3-ipython python3-notebook python3-matplotlib python3-numpy_  
↳python3-scipy`
```

- Editores de Texto:
 - En windows: [Notepad++](#), [Jedit](#), (no Notepad o Wordpad)
 - En Linux: cualquier editor de texto (gedit, geany, kate, nano, emacs, vim,)
 - En Mac: TextEdit funciona, sino TextWrangler, [JEdit](#),
- Editores Multiplataforma e IDEs
 - [spyder](#). (IDE - También viene con Anaconda, y con Python(x,y)).
 - [Atom](#) Moderno editor de texto, extensible a través de paquetes (más de 3000).
 - [Pycharm](#). (IDE, una versión comercial y una libre, ambos con muchas funcionalidades)

2.1.2 Documentación y ayudas

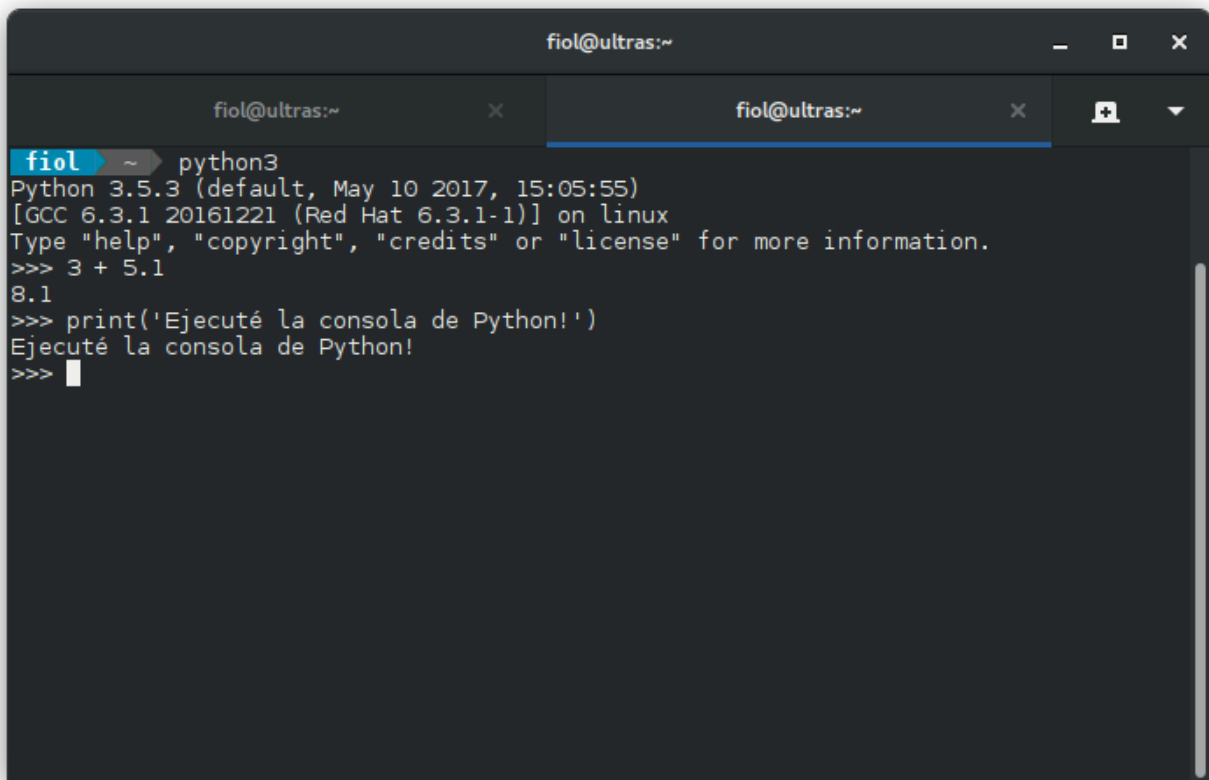
Algunas fuentes de ayuda *constante* son:

- [La documentación oficial de Python](#)
- En particular el [Tutorial](#), también [en español](#) y la [referencia de bibliotecas](#)
- En una terminal, puede obtener información sobre un paquete con `pydoc <comando>`
- En una consola interactiva de **Python**, mediante `help(<comando>)`
- La documentación de los paquetes:
 - [Numpy](#)
 - [Matplotlib](#), en particular la [galería](#)
 - [Scipy](#)
- Buscar palabras clave + python en un buscador. Es particularmente útil el sitio [stackoverflow](#)

2.1.3 Uso de Python: Interactivo o no

Interfaces interactivas (consolas/terminales, notebooks)

Hay muchas maneras de usar el lenguaje Python. Es un lenguaje **interpretado** e **interactivo**. Si ejecutamos la consola (`cmd.exe` en windows) y luego `python`, se abrirá la consola interactiva

A screenshot of a terminal window titled 'fiol@ultras:~'. The window contains a Python 3.5.3 shell session. The prompt is 'fiol ~' followed by 'python3'. The output shows the Python version and build information: 'Python 3.5.3 (default, May 10 2017, 15:05:55) [GCC 6.3.1 20161221 (Red Hat 6.3.1-1)] on linux'. It then prompts the user for help, copyright, credits, or license. The user enters '>>> 3 + 5.1' and the output is '8.1'. The user then enters '>>> print('Ejecuté la consola de Python!')' and the output is 'Ejecuté la consola de Python!'. The prompt '>>>' is followed by a cursor.

```
fiol@ultras:~  
fiol ~ python3  
Python 3.5.3 (default, May 10 2017, 15:05:55)  
[GCC 6.3.1 20161221 (Red Hat 6.3.1-1)] on linux  
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.  
>>> 3 + 5.1  
8.1  
>>> print('Ejecuté la consola de Python!')  
Ejecuté la consola de Python!  
>>> 
```

En la consola interactiva podemos escribir sentencias o pequeños bloques de código que son ejecutados inmediatamente. Pero *la consola interactiva* estándar no tiene tantas características de conveniencia como otras, por ejemplo **IPython** que viene con accesorios de *comfort*.

```

fiol@ultras:~/trabajo/clases/pythons/clases-python/clases
fiol@ultras clases$ ipython3
Python 3.5.2 (default, Sep 14 2016, 11:28:32)
Type "copyright", "credits" or "license" for more information.

IPython 3.2.1 -- An enhanced Interactive Python.
?                -> Introduction and overview of IPython's features.
%quickref        -> Quick reference.
help             -> Python's own help system.
object?         -> Details about 'object', use 'object??' for extra details.

In [1]: print ("Hola, ¿cómo están?")
Hola, ¿cómo están?

In [2]: 1+2
Out[2]: 3

In [3]: pr
%%prun          %prun          programa_detalle.rst
%precision      print          property
%profile        programa.rst

In [3]: print?
Docstring:
print(value, ..., sep=' ', end='\n', file=sys.stdout, flush=False)

Prints the values to a stream, or to sys.stdout by default.
Optional keyword arguments:
file:  a file-like object (stream); defaults to the current sys.stdout.
sep:   string inserted between values, default a space.
end:   string appended after the last value, default a newline.
flush: whether to forcibly flush the stream.
Type:  builtin_function_or_method

In [4]:

```

La consola IPython supera a la estándar en muchos sentidos. Podemos autocompletar (<TAB>), ver ayuda rápida de cualquier objeto (?), etc.

Programas/scripts

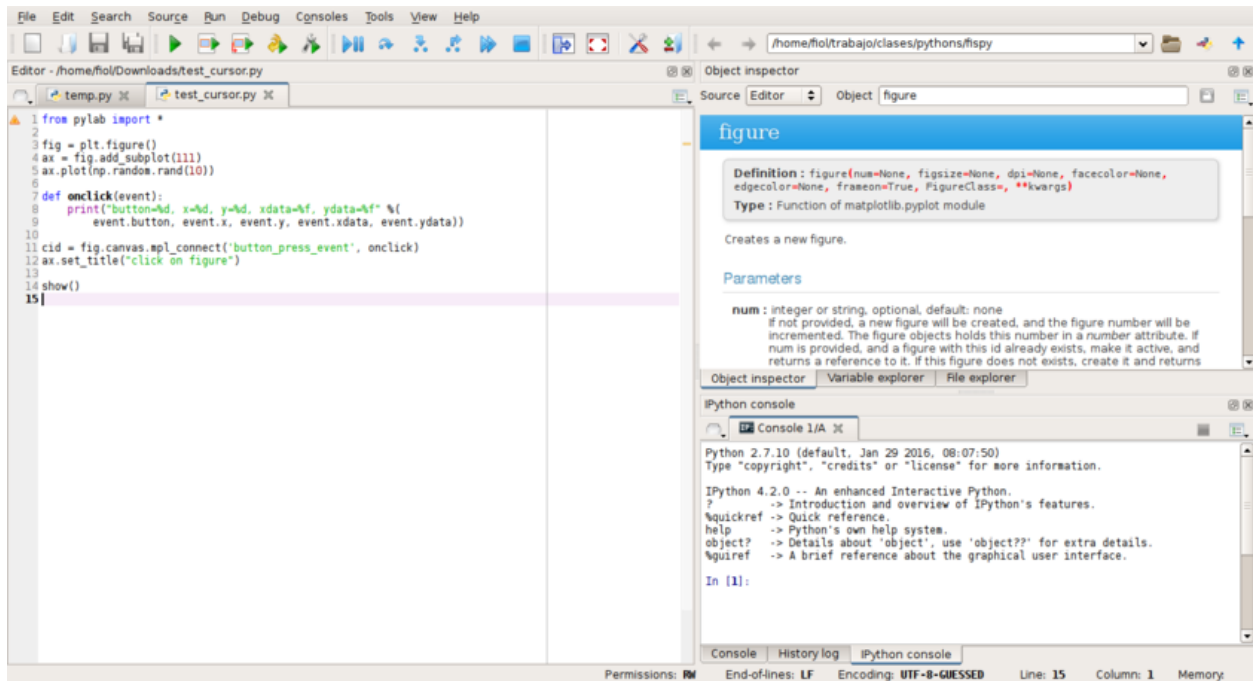
Una forma muy común/poderosa de usar Python es en forma *no interactiva*, escribiendo *programas* o *scripts*. Esto es, escribir nuestro código en un archivo con extensión *.py* para luego ejecutarlo con el intérprete. Por ejemplo, podemos crear un archivo *hello.py* (al que se le llama *módulo*) con este contenido:

```
print("Hola Mundo!")
```

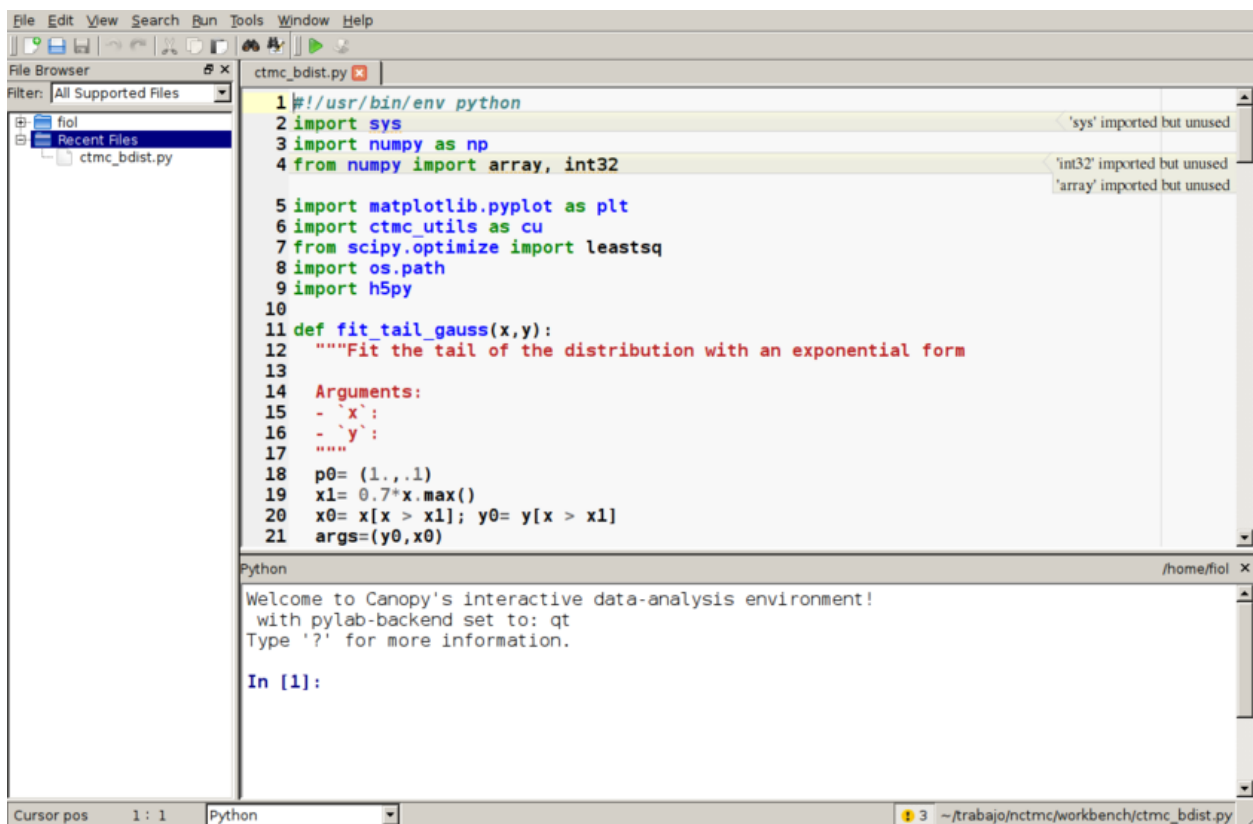
Si ejecutamos `python hello.py` o `ipython hello.py` se ejecutará el intérprete Python y obtendremos el resultado esperado (impresión por pantalla de *Hola Mundo!*, sin las comillas)

Python no exige un editor específico y hay muchos modos y maneras de programar. Lo que es importante al programar en **Python** es que la *indentación* define los bloques (definición de loops, if/else, funciones, clases, etc). Por esa razón es importante que el tabulado no mezcle espacios con caracteres específicos de tabulación. La manera que recomendaría es usar siempre espacios (uno usa la tecla [TAB] pero el editor lo traduce a un número determinado de espacios). La indentación recomendada es de **4** espacios (pero van a notar que yo uso **2**).

Un buen editor es **Spyder** que tiene características de IDE (entorno integrado: editor + ayuda + consola interactiva).



Otro entorno integrado, que funciona muy bien, viene instalado con **Canopy**.



En ambos casos se puede ejecutar todo el módulo en la consola interactiva que incluye. Alternativamente, también se puede seleccionar **sólo** una porción del código para ejecutar.

2.1.4 Notebooks de Jupyter

Para trabajar en forma interactiva es muy útil usar los *Notebooks* de Jupyter. El notebook es un entorno interactivo enriquecido. Podemos crear y editar celdas código Python que se pueden editar y volver a ejecutar, se pueden intercalar celdas de texto, fórmulas matemáticas, y hacer que los gráficos se muestren inscruados en la misma pantalla o en ventanas separadas. Además se puede escribir texto con formato (como este que estamos viendo) con secciones, títulos. Estos archivos se guardan con extensión *.ipynb*, que pueden exportarse en distintos formatos tales como html (estáticos), en formato PDF, LaTeX, o como código python puro. (.py)

2.2 Ejercicios 01 (a)

1. Abra una terminal (consola) de IPython y utilícela como una calculadora para realizar las siguientes acciones:
 - Suponiendo que, de las cuatro horas de clases, tomamos un descanso de 15 minutos y nos distraemos otros 13 minutos, calcular cuántos minutos efectivos de trabajo tendremos en las 16 clases.
 - Para la cantidad de alumnos presentes en el aula: ¿cuántas horas-persona de trabajo hay involucradas?
2. Muestre en la consola de IPython:
 - el nombre de su directorio actual
 - los archivos en su directorio actual
 - Cree un subdirectorio llamado `tmp`
 - si está usando linux, la fecha y hora
 - Borre el subdirectorio `tmp`
3. Abra un editor de textos y escriba las líneas necesarias para imprimir por pantalla las siguientes frases (una por línea). Guarde y ejecute su programa.
 - Hola, por primera vez
 - Hola, hoy es mi día de escribir frases intrascendentes
 - Hola, nuevamente, y espero que por última vez
 - $E = mc^2$
 - Adiós

Ejecute el programa.

2.3 Comandos de IPython

2.3.1 Comandos de Navegación

IPython conoce varios de los comandos más comunes en Linux. En la terminal de IPython estos comandos funcionan independientemente del sistema operativo (sí, incluso en windows). Estos se conocen con el nombre de **comandos mágicos** y comienzan con el signo porcentaje `%`. Para obtener una lista de los comandos usamos `%lsmagic`:

```
%lsmagic
```

Available line magics:

```
%alias %alias_magic %autoawait %autocall %automagic %autosave %bookmark %cat
↪%cd %clear %colors %conda %config %connect_info %cp %debug %dhist %dirs
↪%doctest_mode %ed %edit %env %gui %hist %history %killbgscripts %ldir
↪%less %lf %lk %ll %load %load_ext %loadpy %logoff %logon %logstart
↪%logstate %logstop %ls %lsmagic %lx %macro %magic %man %matplotlib %mkdir
↪%more %mv %notebook %page %pastebin %pdb %pdef %pdoc %pfile %pinfo
↪%pinf2 %pip %popd %pprint %precision %prun %psearch %psource %pushd %pwd
↪%pycat %pylab %qtconsole %quickref %recall %rehashx %reload_ext %rep %rerun
↪%reset %reset_selective %rm %rmdir %run %save %sc %set_env %store %sx
↪%system %tb %time %timeit %unalias %unload_ext %who %who_ls %whos %xdel
↪%xmode
```

Available cell magics:

```
%%! %%HTML %%SVG %%bash %%capture %%debug %%file %%html %%javascript %%js %
↪%latex %%markdown %%perl %%prun %%pypy %%python %%python2 %%python3 %%ruby
↪%%script %%sh %%svg %%sx %%system %%time %%timeit %%writefile
```

Automagic is ON, % prefix IS NOT needed for line magics.

2.3.2 Algunos de los comandos mágicos

Algunos de los comandos mágicos más importantes son:

- `%cd` *direct* (Nos ubica en la carpeta *direct*)
- `%ls` (muestra un listado del directorio)
- `%pwd` (muestra el directorio donde estamos trabajando)
- `%run` *filename* (corre un dado programa)
- `%hist` (muestra la historia de comandos utilizados)
- `%mkdir` *dname* (crea un directorio llamado *dname*)
- `%cat` *fname* (Muestra por pantalla el contenido del archivo *fname*)
- Tab completion: Apretando [TAB] completa los comandos o nombres de archivos.

En la consola de IPython tipee `%cd ~` (*i.e.* `%cd` – espacio – tilde, y luego presione [RETURN]). Esto nos pone en el directorio HOME (default).

Después tipee `%pwd` (print working directory) y presione [RETURN] para ver en qué directorio estamos:

```
%cd ~
```

```
/home/fiol
```

```
%pwd
```

```
'/home/fiol'
```

En windows, el comando `pwd` va a dar algo así como:

```
In [3]: pwd
Out[3]: C:\\Users\\usuario
```

Vamos a crear un directorio donde guardar ahora los programas de ejemplo que escribamos. Lo vamos a llamar `scripts`.

Primero vamos a ir al directorio que queremos, y crearlo. En mi caso lo voy a crear en mi HOME.

```
%cd
```

```
/home/fiol
```

```
%mkdir scripts
```

```
%cd scripts
```

```
/home/fiol/scripts
```

Ahora voy a escribir una línea de **Python** en un archivo llamado *prog1.py*. Y lo vamos a ver con el comando `%cat`

```
%cat prog1.py
```

```
print("hola y chau")
```

```
%run prog1.py
```

```
hola y chau
```

```
%hist
```

```
%lsmagic
%cd ~
%pwd
%cd
%mkdir scripts
%mkdir scripts
%cd scripts
%cat prog1.py
%pycat prog1.py
%cat prog1.py
%run prog1.py
%hist
```

Hay varios otros comandos mágicos en IPython. Para leer información sobre el sistema de comandos mágicos utilice:

```
%magic
```

Finalmente, para obtener un resumen de comandos con una explicación breve, utilice:

```
%quickref
```


2.3.3 Comandos de Shell

Se pueden correr comandos del sistema operativo (más útil en linux) tipeando ! seguido por el comando que se quiere ejecutar. Por ejemplo:

comandos

```
!echo " " >> prog1.py
```

```
!echo "print('hola otra vez') " >> prog1.py
```

```
%cat prog1.py
```

```
print("hola y chau")
print('hola otra vez')
```

```
%run prog1.py
```

```
hola y chau
hola otra vez
```

```
!date
```

```
Mon 03 Feb 2020 09:57:19 AM -03
```

2.4 Ejercicios 01 (b)

Inicie una terminal de *Jupyter* y realice las siguientes operaciones:

4. Para cubos de lados de longitud $L = 1, 3, 5$ y 8 , calcule su superficie y su volumen.
5. Para esferas de radios $r = 1, 3, 5$ y 8 , calcule su superficie y su volumen.
6. Fíjese si alguno de los valores de $x = 2,05$, $x = 2,11$, $x = 2,21$ es un cero de la función $f(x) = x^2 + x/4 - 1/2$.

2.5 Conceptos básicos de Python

2.5.1 Características generales del lenguaje

Python presenta características modernas. Posiblemente su característica más visible/notable es que la estructuración del código está fuertemente relacionada con su legibilidad:

- Es un lenguaje interpretado (no se compila separadamente)
- Provee tanto un entorno interactivo como de programas separados
- Las funciones, bloques, ámbitos están definidos por la indentación
- Tiene una estructura altamente modular, permitiendo su reusabilidad
- Es un lenguaje de *tipeado dinámico*, no tenemos que declarar el tipo de variable antes de usarla.

Python es un lenguaje altamente modular con una biblioteca standard que provee de funciones y tipos para un amplio rango de aplicaciones, y que se distribuye junto con el lenguaje. Además hay un conjunto muy importante de utilidades que pueden instalarse e incorporarse muy fácilmente. El núcleo del lenguaje es pequeño, existiendo sólo unas pocas palabras reservadas:

Las	Palabras	claves	del	Lenguaje
False	class	finally	is	return
None	continue	for	lambda	try
True	def	from	nonlocal	while
and	del	global	not	with
as	elif	if	or	yield
assert	else	import	pass	
break	except	in	raise	

2.5.2 Tipos de variables

Python es un lenguaje de muy alto nivel y por lo tanto trae muchos *tipos* de datos ya definidos:

- Números: enteros, reales, complejos
- Tipos lógicos (booleanos)
- Cadenas de caracteres (strings) y bytes
- Listas: una lista es una colección de cosas, ordenadas, que pueden ser todas distintas entre sí
- Diccionarios: También son colecciones de cosas, pero no están ordenadas y son identificadas con una etiqueta
- Conjuntos, tuples,

Tipos simples: Números

Hay varios tipos de números en Python. Aquí definimos y asignamos valor a distintas variables:

```
a = 13
b = 1.23
c = a + b
print(a, type(a))
print(b, type(b))
print(c, type(c))
```

```
13 <class 'int'>
1.23 <class 'float'>
14.23 <class 'float'>
```

Esta es una de las características de Python. Se define el tipo de variable en forma dinámica, al asignarle un valor.

De la misma manera se cambia el tipo de una variable en forma dinámica, para poder operar. Por ejemplo en el último caso, la variable `a` es de tipo `int`, pero para poder sumarla con la variable `b` debe convertirse su valor a otra de tipo `float`.

```
print(a, type(a))
a = 1.5 * a
print(a, type(a))
```

```
13 <class 'int'>
19.5 <class 'float'>
```

Ahora, la variable `a` es del tipo `float`.

En Python 3 la división entre números enteros da como resultado un número flotante

```
print(20/5)
print(type(20/5))
print(20/3)
```

```
4.0
<class 'float'>
6.666666666666667
```

Warning: En *Python 2.x* la división entre números enteros es entera

Por ejemplo, en cualquier versión de Python 2 tendremos: $1/2 = 3/4 = 0$. Esto es diferente en *Python 3* donde $1/2=0.5$ y $3/4=0.75$.

```
print( 1/2)
print( 20/3)
```

```
0.5
6.666666666666667
```

```
%python2
print 1/2
print 20/3
```

```
0
6
```

Nota: La función `print`

Estuvimos usando, sin hacer ningún comentario, la función `print(arg1, arg2, arg3, ..., sep=' ', end='\n', file=sys.stdout, flush=False)` acepta un número variable de argumentos. Imprime por pantalla todos los argumentos que se le pasan separados por el string `sep` (cuyo valor por defecto es un espacio), y termina con el string `end` (con valor por defecto *newline*).

```
print?
```

```
print(3,2,'hola')
print(4,1,'chau')
```

```
3 2 hola
4 1 chau
```

```
print(3,2,'hola',sep='++++',end=' -> ')
print(4,1,'chau',sep='++++')
```

```
3++++2++++hola -> 4++++1++++chau
```

Warning: En *Python 2.x* no existe la función `print()`.

Se trata de un comando. Para escribir las sentencias anteriores en *Python 2* sólo debemos omitir los paréntesis.

Números complejos

Los números complejos son parte standard del lenguaje, y las operaciones básicas que están incorporadas en forma nativa pueden utilizarse normalmente

```
z1 = 3 + 1j
z2 = 2 + 2.124j
print('z1 =', z1, ', z2 =', z2)
```

```
z1 = (3+1j) , z2 = (2+2.124j)
```

```
print('1.5j * z2 + z1 = ', 1.5j * z2 + z1) # sumas, multiplicaciones de números_
↪ complejos
print('z2^2 = ', z2**2) # potencia de números complejos
print('conj(z1) = ', z1.conjugate())
```

```
1.5j * z2 + z1 = (-0.18599999999999994+4j)
z2^2 = (-0.5113760000000003+8.496j)
conj(z1) = (3-1j)
```

```
print('Im(z1) = ', z1.imag)
print('Re(z1) = ', z1.real)
print('abs(z1) = ', abs(z1))
```

```
Im(z1) = 1.0
Re(z1) = 3.0
abs(z1) = 3.1622776601683795
```

Operaciones

Las operaciones aritméticas básicas son:

- adición: +
- sustracción: -
- multiplicación: *
- división: /
- potencia: **
- módulo: %
- división entera: //

Las operaciones se pueden agrupar con parentesis y tienen precedencia estándar.

División entera (//) significa quedarse con la parte entera de la división (sin redondear).

Nota: Las funciones matemáticas están incluidas en el lenguaje.

En particular las funciones elementales: trigonométricas, hiperbólicas, logaritmos no están incluidas. En todos los casos es fácil utilizarlas porque las proveen módulos. Lo veremos pronto.

```
print('división de 20/3:      ', 20/3)
print('parte entera de 20/3:  ', 20//3)
print('fracción restante de 20/3:', 20/3 - 20//3)
print('Resto de 20/3:        ', 20%3)
```

```
división de 20/3:      6.666666666666667
parte entera de 20/3:  6
fracción restante de 20/3: 0.666666666666667
Resto de 20/3:        2
```

Tipos simples: Booleanos

Los tipos lógicos o *booleanos*, pueden tomar los valores *Verdadero* o *Falso* (True o False)

```
t = False
print('¿t is True?', t == True)
print('¿t is False?', t == False)
```

```
¿t is True? False
¿t is False? True
```

```
c = (t == True)
print('¿t is True?', c)
print(type(c))
```

```
¿t is True? False
<class 'bool'>
```

Hay un tipo *especial*, el elemento None.

```
print('True == None: ', True == None)
print('False == None: ', False == None)
a = None
print('type(a): ', type(a))
print(bool(None))
```

```
True == None: False
False == None: False
type(a): <class 'NoneType'>
False
```

Aquí hemos estado preguntando si dos cosas eran iguales o no (igualdad). También podemos preguntar si una es la otra (identidad):

```
d = 1
```

```
a = None
b = True
c = a
print('b is True: ', b is True)
print('a is None: ', a is None)
print('c is a: ', c is a)
```

```
b is True: True
a is None: True
c is a: True
```

Operadores lógicos

Los operadores lógicos en Python son muy explícitos:

```
A == B   (A igual que B)
A > B    (A mayor que B)
A < B    (A menor que B)
A >= B   (A igual o mayor que B)
A <= B   (A igual o menor que B)
A != B   (A diferente que B)
A in B   (A incluido en B)
A is B   (Identidad: A es el mismo elemento que B)
```

y a todos los podemos combinar con `not`, que niega la condición

```
print ('£20/3 == 6?', 20/3 == 6)
print ('£20//3 == 6?', 20//3 == 6)
print ('£20//3 >= 6?', 20//3 >= 6)
print ('£20//3 > 6?', 20//3 > 6)
```

```
£20/3 == 6? False
£20//3 == 6? True
£20//3 >= 6? True
£20//3 > 6? False
```

```
a = 1001
b = 1001
print ('a == b:', a == b)
print ('a is b:', a is b)
print ('a is not b:', a is not b)
```

```
a == b: True
a is b: False
a is not b: True
```

Note que en las últimas dos líneas estamos fijándonos si las dos variables son la misma (identidad), y no ocurre aunque vemos que sus valores son iguales.

Warning: En algunos casos **Python** puede reusar un lugar de memoria.

Por razones de optimización, en algunos casos **Python** puede utilizar el mismo lugar de memoria para dos variables que tienen el mismo valor, cuando este es pequeño.

Por ejemplo, la implementación que estamos usando, utiliza el mismo lugar de memoria para dos números enteros iguales si son menores o iguales a 256. De todas maneras, es claro que deberíamos utilizar el símbolo `==` para probar igualdad y la palabra `is` para probar identidad.

```
a = 11
b = 11
print (a, ': a is b:', a is b)
```

```
11 : a is b: True
```

```
b=2*b
print(a,b,a is b)
```

```
11 22 False
```

Acá utilizó otro lugar de memoria para guardar el nuevo valor de b (22).

Esto sigue valiendo para otros números:

```
a = 256
b = 256
print(a, ': a is b:', a is b)
```

```
256 : a is b: True
```

```
a = 257
b = 257
print(a, ': a is b:', a is b)
```

```
257 : a is b: False
```

En este caso, para valores mayores que 256, ya no usa el mismo lugar de memoria. Tampoco lo hace para números de punto flotante.

```
a = -256
b = -256
print(a, ': a is b:', a is b)
print(type(a))
```

```
-256 : a is b: False
<class 'int'>
```

```
a = 1.5
b = 1.5
print(a, ': a is b:', a is b)
print(type(a))
```

```
1.5 : a is b: False
<class 'float'>
```

2.6 Ejercicios 01 (c)

7. Para el número complejo $z = 1 + 0,5i$

- Calcular z^2, z^3, z^4, z^5 .
- Calcular los complejos conjugados de z, z^2 y z^3 .
- Escribir un programa, utilizando formato de strings, que escriba las frases:
 - El conjugado de $z=1+0.5j$ es $1-0.5j$
 - El conjugado de $z=(1+0.5j)^2$ es (con el valor correspondiente)

Clase 2: Tipos de datos y control

3.1 Escenas del capítulo anterior:

En la clase anterior preparamos la infraestructura:

- Instalamos los programas y paquetes necesarios.
- Aprendimos como ejecutar: una consola usual, de ipython, o iniciar un *notebook*
- Aprendimos a utilizar la consola como una calculadora
- Aprendimos a utilizar comandos mágicos y enviar algunos comandos al sistema operativo
- Aprendimos como obtener ayuda
- Iniciamos los primeros pasos del lenguaje

Veamos un ejemplo completo de un programa (semi-trivial):

```
# Definición de los datos
r = 9.
pi = 3.14159
#
# Cálculos
A = pi*r**2
As = 4 * A
V = 4*A*r/3
#
# Salida de los resultados
print("Para un círculo de radio {} cm, el área es {:.3f} cm2".format(r,A))
print("Para una esfera de radio {} cm, el área es {:.2f} cm2".format(r,As))
print("Para una esfera de radio {} cm, el volumen es {:.2f} cm3".format(r,V))
```

En este ejemplo simple, definimos algunas variables (*r* y *pi*), realizamos cálculos y sacamos por pantalla los resultados. A diferencia de otros lenguajes, python no necesita una estructura rígida, con definición de un programa principal (*main*).

3.2 Tipos de variables

Si vamos a discutir los distintos tipos de variables debemos asegurarnos que todos tenemos una idea (parecida) de qué es una variable.

Declaración, definición y asignación de valores a variables

3.2.1 Tipos simples

- Números enteros:
- Números Enteros
- Números Reales o de punto flotante
- Números Complejos

3.2.2 Disgresión: Objetos

En python, la forma de tratar datos es mediante *objetos*. Todos los objetos tienen, al menos:

- un tipo,
- un valor,
- una identidad.

Además, pueden tener: - componentes - métodos

Los *métodos* son funciones que pertenecen a un objeto y cuyo primer argumento es el objeto que la posee. Veamos algunos ejemplos cotidianos:

```
a = 3                                     # Números enteros
print(type(a))
a.bit_length()
```

```
<class 'int'>
```

```
2
```

```
a = 12312
print(type(a))
a.bit_length()
```

```
<class 'int'>
```

```
14
```

En estos casos, usamos el método `bit_length` de los enteros, que nos dice cuántos bits son necesarios para representar un número.

```
# bin nos da la representación en binarios
print(bin(3))
print(bin(a))
```

```
0b11
0b11000000011000
```

Los números de punto flotante también tienen algunos métodos definidos. Por ejemplo podemos saber si un número flotante corresponde a un entero:

```
b = -3.0
b.is_integer()
```

```
True
```

```
c = 142.25
c.is_integer()
```

```
False
```

o podemos expresarlo como el cociente de dos enteros, o en forma hexadecimal

```
c.as_integer_ratio()
```

```
(569, 4)
```

```
s= c.hex()
print(s)
```

```
0x1.1c8000000000p+7
```

Acá la notación, compartida con otros lenguajes (C, Java), significa:

[sign] ['0x'] integer ['.' fraction] ['p' exponent]

Entonces 0x1.1c8p+7 corresponde a:

```
(1 + 1./16 + 12./16**2 + 8./16**3)*2.0**7
```

```
142.25
```

Veamos como último ejemplo, los números complejos

```
z = 1 + 2j
zc = z.conjugate()           # Método que devuelve el conjugado
zr = z.real                  # Componente, parte real
zi = z.imag                  # Componente, parte imaginaria
```

```
print(z, zc, zr, zi, zc.imag)
```

```
(1+2j) (1-2j) 1.0 2.0 -2.0
```

3.2.3 Strings: Secuencias de caracteres

Una cadena o *string* es una **secuencia** de caracteres (letras, números, símbolos).

Se pueden definir con comillas, comillas simples, o tres comillas (simples o dobles). Comillas simples o dobles producen el mismo resultado. Sólo debe asegurarse que se utilizan el mismo tipo para abrir y para cerrar el *string*

Triple comillas (simples o dobles) sirven para incluir una cadena de caracteres en forma textual, incluyendo saltos de líneas.

Operaciones

En **Python** ya hay definidas algunas operaciones como suma (composición o concatenación), producto por enteros (repetición).

```
saludo = 'Hola Mundo'           # Definición usando comillas simples
saludo2 = "Hola Mundo"         # Definición usando comillas dobles
```

Los *strings* se pueden definir **equivalentemente** usando comillas simples o dobles. De esta manera es fácil incluir comillas dentro de los *strings*

```
otro= "that's all"
dijo = 'Él dijo: "hola" y yo no dije nada'
```

```
otro
```

```
"that's all"
```

```
dijo
```

```
'Él dijo: "hola" y yo no dije nada'
```

```
mas = "Finalmente, yo dije: \"Hola\" también"
```

```
mas
```

```
'Finalmente, yo dije: "Hola" también'
```

```
otromas = 'pSS€→"\'oó@ñ'
```

```
otromas
```

```
'pSS€→"\'oó@ñ'
```

Para definir *strings* que contengan más de una línea, manteniendo el formato se pueden utilizar tres comillas (dobles o simples):

```
Texto_largo = '''Aquí me pongo a cantar
Al compás de la vigüela,
Que el hombre que lo desvela
Una pena extraordinaria
Como la ave solitaria
Con el cantar se consuela.'''
```

Podemos imprimir los strings

```
print (saludo, '\n')
print (Texto_largo, '\n')
print (otro)
```

that's all

- Tienen métodos (funciones que se aplican a su *dueño*)

Veamos en primer lugar cómo se hace para seleccionar parte de un *string*

```
s = "0123456789"
print ('Primer caracter  :', s[0])
print ("Segundo caracter :", s[1])
print ('Los tres primeros:', s[0:3])
print ('Todos a partir del tercero:', s[3:])
print ('Los últimos dos  :', s[-2:])
print ('Todos menos los últimos dos:', s[:-2])
```

```
Primer caracter  : 0
Segundo caracter : 1
Los tres primeros: 012
Todos a partir del tercero: 3456789
Los últimos dos  : 89
Todos menos los últimos dos: 01234567
```

```
print(s)
print (s[:5] + s[-2:])
print(s[0:5:2])
print (s[::2])
print (s[::-1])
print (s[::-3])
```

```
0123456789
0123489
024
02468
9876543210
9630
```

Veamos cómo se puede operar sobre un string:

```
a = "La mar estaba serena!"
print(a)
```

```
La mar estaba serena!
```

Por ejemplo, en python es muy fácil reemplazar una cadena por otra:

```
b = a.replace('e', 'a')
print(b)
```

```
La mar astaba sarana!
```

o separar las palabras:

```
print(b.split())
```

```
['La', 'mar', 'astaba', 'sarana!']
```

Estos son métodos que tienen definidos los *strings*.

Un método es una función que está definida junto con el objeto. En este caso el string. Hay más información sobre los métodos de las cadenas de caracteres en: [String Methods](#)

Veamos algunos ejemplos más:

```
a = 'Hola Mundo!'
b = "Somos los colectiveros que cumplimos nuestro deber!"
c = Texto_largo
print ('\n', "Programa 0 en cualquier lenguaje:\n\t\t\t" + a, '\n')
print (80*'-')
print ('Otro texto:', b, sep='\n')
print ('Longitud del texto: ', len(b), 'caracteres')
```

```
Programa 0 en cualquier lenguaje:
        Hola Mundo!

-----

Otro texto:
Somos los colectiveros que cumplimos nuestro deber!
Longitud del texto:  51 caracteres
```

Buscar y reemplazar cosas en un string:

```
b.find('l')
```

```
6
```

```
b.find('l',7)
```

```
12
```

```
b.find('le')
```

```
12
```

```
help(b.find)
```

Help on built-in function find:

```
find(...) method of builtins.str instance
    S.find(sub[, start[, end]]) -> int
```

Return the lowest index **in** S where substring sub **is** found, such that sub **is** contained within S[start:end]. Optional arguments start **and** end are interpreted **as in slice** notation.

Return -1 on failure.

```
print (b.replace('que','y')) # Reemplazamos un substring
print (b.replace('e','u',2)) # Reemplazamos un substring sólo 2 veces
```

```
Somos los colectiveros y cumplimos nuestro deber!
Somos los colcutivuros que cumplimos nuestro deber!
```

```
# Un ejemplo que puede interesarnos un poco más:
label = " = T/ t + u "
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```
print('tipo de label: ', type(label))
print ('Resultados corresponden a:', label, ' (en m/s2)')
```

```
tipo de label: <class 'str'>
Resultados corresponden a: = T/ t + u (en m/s2)
```

Formato de strings

En python el formato de strings se realiza con el método `format()`. Esta función busca en el strings las llaves y las reemplaza por los argumentos. Veamos esto con algunos ejemplos:

```
a = 2019
m = 'Feb'
d = 11
s = "Hoy es el día {} de {} de {}".format(d, m, a)
print(s)
print("Hoy es el día {}/{}/{}".format(d,m,a))
print("Hoy es el día {0}/{1}/{2}".format(d,m,a))
print("Hoy es el día {2}/{1}/{0}".format(d,m,a))
```

```
Hoy es el día 11 de Feb de 2019
Hoy es el día 11/Feb/2019
Hoy es el día 11/Feb/2019
Hoy es el día 2019/Feb/11
```

```
fname = "datos-{}-{}-{}".format(a,m,d)
print(fname)
```

```
datos-2019-Feb-11
```

```
pi = 3.141592653589793
s1 = "El valor de es {}".format(pi)
s2 = "El valor de con cuatro decimales es {:.4f}".format(pi)
s3 = "El valor de con seis decimales es {:.6f}".format(pi)
print(s1)
print(s2)
print(s3)
print("{:03d}".format(5))
```

```
El valor de es 3.141592653589793
El valor de con cuatro decimales es 3.1416
El valor de con seis decimales es 3.141593
005
```

3.3 Ejercicios 02 (a)

1. Centrado manual de frases

- Utilizando la función `len()` centre una frase corta en una pantalla de 80 caracteres. Utilice la frase:
Primer ejercicio con caracteres
- Agregue subrayado a la frase anterior

3.4 Conversión de tipos

Como comentamos anteriormente, y se ve en los ejemplos anteriores, uno no define el tipo de variable *a-priori* sino que queda definido al asignársele un valor (por ejemplo `a=3` define `a` como una variable del tipo entero).

Si bien **Python** hace la conversión de tipos de variables en algunos casos, **no hace magia**, no puede adivinar nuestra intención si no la explicitamos.

```
a = 3                      # a es entero
b = 3.1                    # b es real
c = 3 + 0j                 # c es complejo
print ("a es de tipo {0}\nb es de tipo {1}\nc es de tipo {2}".format(type(a), type(b),
    ↪ type(c)))
print ("a + b es de tipo {0} y a + c es de tipo {1}".format(type(a+b), type(a+c)))
```

```
a es de tipo <class 'int'>
b es de tipo <class 'float'>
c es de tipo <class 'complex'>
'a + b' es de tipo <class 'float'> y 'a + c' es de tipo <class 'complex'>
```

```
print (1+'1')
```

```
-----

TypeError                                Traceback (most recent call last)

<ipython-input-44-9b48e3080d7d> in <module>
----> 1 print (1+'1')

TypeError: unsupported operand type(s) for +: 'int' and 'str'
```

Sin embargo, si le decimos explícitamente qué conversión queremos, todo funciona bien

```
print (str(1) + '1')
print (1 + int('1'))
print (1 + float('1.e5'))
```

```
11
2
100001.0
```

```
# a menos que nosotros **nos equivoquemos explícitamente**
print (1 + int('z'))
```

```
-----

ValueError                                Traceback (most recent call last)

<ipython-input-46-61ad22f41838> in <module>
      1 # a menos que nosotros **nos equivoquemos explícitamente**
----> 2 print (1 + int('z'))

ValueError: invalid literal for int() with base 10: 'z'
```

3.5 Ejercicios 02 (b)

4. Para la cadena de caracteres:

```
s = '''Aquí me pongo a cantar
Al compás de la vigüela,
Que el hombre que lo desvela
Una pena extraordinaria
Como la ave solitaria
Con el cantar se consuela.'''
```

- Cuente la cantidad de veces que aparecen los substrings `es`, `la`, `que`, `co`, en los siguientes dos casos: distinguiendo entre mayúsculas y minúsculas, y no distinguiendo. Imprima el resultado.
- Cree una lista, donde cada elemento es una línea del string `s` y encuentre la de mayor longitud. Imprima por pantalla la línea y su longitud.
- Forme un nuevo string de 10 caracteres que contenga los 5 primeros y los 5 últimos del string anterior `s`. Imprima por pantalla el nuevo string.
- Forme un nuevo string que contenga los 10 caracteres centrales de `s` (utilizando un método que pueda aplicarse a otros strings también). Imprima por pantalla el nuevo string.
- Cambie todas las letras `m` por `n` y todas las letras `n` por `m` en `s`. Imprima el resultado por pantalla.
- Debe entregar un programa llamado `02_SuApellido.py` (con su apellido, no la palabra `SuApellido`). El programa al correrlo con el comando `python3 SuApellido_02.py` debe imprimir:

```
Nombre Apellido
Clase 2
Distinguiendo: 2 5 1 2
Sin distinguir: 2 5 2 4
Que el hombre que lo desvela : longitud=28
Aquí uela.
desvela
Un
Aquí ne pomgo a camtar
Al compás de la vigüela,
Que el hombre que lo desvela
Una pema extraordinaria
Cono la ave solitaria
Com el camtar se consuela.
```

3.6 Tipos contenedores: Listas

Las listas son tipos compuestos (pueden contener más de un valor). Se definen separando los valores con comas, encerrados entre corchetes. En general las listas pueden contener diferentes tipos, y pueden no ser todos iguales, pero suelen utilizarse con ítems del mismo tipo.

- Los elementos no son necesariamente homogéneos en tipo
- Elementos ordenados
- Acceso mediante un índice
- Están definidas operaciones entre Listas, así como algunos métodos
 - `x in L` (¿`x` es un elemento de `L`?)

- `x not in L` (¿x no es un elemento de L?)
- `L1 + L2` (concatenar L1 y L2)
- `n*L1` (n veces L1)
- `L1*n` (n veces L1)
- `L[i]` (Elemento i-ésimo)
- `L[i:j]` (Elementos i a j)
- `L[i:j:k]` (Elementos i a j, elegidos uno de cada k)
- `len(L)` (longitud de L)
- `min(L)` (Mínimo de L)
- `max(L)` (Máximo de L)
- `L.index(x, [i])` (Índice de x, iniciando en i)
- `L.count(x)` (Número de veces que aparece x en L)
- `L.append(x)` (Agrega el elemento x al final)

Veamos algunos ejemplos:

```
cuadrados = [1, 9, 16, 25]
```

En esta línea hemos declarado una variable llamada `cuadrados`, y le hemos asignado una lista de cuatro elementos. En algunos aspectos las listas son muy similares a los *strings*. Se pueden realizar muchas de las mismas operaciones en strings, listas y otros objetos sobre los que se pueden iterar (*iterables*).

Las listas pueden accederse por posición y también pueden rebanarse (*slicing*)

Nota: La indexación de iteradores empieza desde cero (como en C)

```
cuadrados[0]
```

```
1
```

```
cuadrados[3]
```

```
25
```

```
cuadrados[-1]
```

```
25
```

```
cuadrados[:3:2]
```

```
[1, 16]
```

```
cuadrados[-2:]
```

```
[16, 25]
```

Como se ve los índices pueden ser positivos (empezando desde cero) o negativos empezando desde -1.

cuadrados:	1	9	16	25
índices:	0	1	2	3
índices negativos:	-4	-3	-2	-1

Nota: La asignación entre listas **no copia**

```
a = cuadrados
a is cuadrados
```

True

```
print (a)
cuadrados[0]= -1
print (a)
print (cuadrados)
```

```
[1, 9, 16, 25]
[-1, 9, 16, 25]
[-1, 9, 16, 25]
```

```
a is cuadrados
```

True

```
b = cuadrados.copy()
print (b)
print (cuadrados)
cuadrados[0]=-2
print (b)
print (cuadrados)
```

```
[-1, 9, 16, 25]
[-1, 9, 16, 25]
[-1, 9, 16, 25]
[-2, 9, 16, 25]
```

3.6.1 Operaciones sobre listas

Veamos algunas operaciones que se pueden realizar sobre listas. Por ejemplo, se puede fácilmente:

- concatenar dos listas,
- buscar un valor dado,
- agregar elementos,
- borrar elementos,
- calcular su longitud,
- invertirla

Empecemos concatenando dos listas, usando el operador suma

```
L1 = [0,1,2,3,4,5]
```

```
L = 2*L1
```

```
L
```

```
[0, 1, 2, 3, 4, 5, 0, 1, 2, 3, 4, 5]
```

```
2*L == L + L
```

```
True
```

```
L.index(3) # Índice del elemento de valor 3
```

```
3
```

```
L.index(3,4) # Índice del valor 3, empezando del cuarto
```

```
9
```

```
L.count(3) # Cuenta las veces que aparece el valor "3"
```

```
2
```

Las listas tienen definidos métodos, que podemos ver con la ayuda incluida, por ejemplo haciendo `help(list)`

```
help(list)
```

Help on class list in module builtins:

```
class list(object)
| list(iterable=(), /)
|
| Built-in mutable sequence.
|
| If no argument is given, the constructor creates a new empty list.
| The argument must be an iterable if specified.
|
| Methods defined here:
|
| __add__(self, value, /)
|     Return self+value.
|
| __contains__(self, key, /)
|     Return key in self.
|
| __delitem__(self, key, /)
|     Delete self[key].
|
| __eq__(self, value, /)
|     Return self==value.
|
```

```
|  __ge__(self, value, /)
|      Return self>=value.
|
|  __getattr__(self, name, /)
|      Return getattr(self, name).
|
|  __getitem__(...)
|      x.__getitem__(y) <=> x[y]
|
|  __gt__(self, value, /)
|      Return self>value.
|
|  __iadd__(self, value, /)
|      Implement self+=value.
|
|  __imul__(self, value, /)
|      Implement self*=value.
|
|  __init__(self, /, args, **kwargs)
|      Initialize self.  See help(type(self)) for accurate signature.
|
|  __iter__(self, /)
|      Implement iter(self).
|
|  __le__(self, value, /)
|      Return self<=value.
|
|  __len__(self, /)
|      Return len(self).
|
|  __lt__(self, value, /)
|      Return self<value.
|
|  __mul__(self, value, /)
|      Return self*value.
|
|  __ne__(self, value, /)
|      Return self!=value.
|
|  __repr__(self, /)
|      Return repr(self).
|
|  __reversed__(self, /)
|      Return a reverse iterator over the list.
|
|  __rmul__(self, value, /)
|      Return value*self.
|
|  __setitem__(self, key, value, /)
|      Set self[key] to value.
|
|  __sizeof__(self, /)
|      Return the size of the list in memory, in bytes.
|
```

```

/  append(self, object, /)
/      Append object to the end of the list.
/
/  clear(self, /)
/      Remove all items from list.
/
/  copy(self, /)
/      Return a shallow copy of the list.
/
/  count(self, value, /)
/      Return number of occurrences of value.
/
/  extend(self, iterable, /)
/      Extend list by appending elements from the iterable.
/
/  index(self, value, start=0, stop=9223372036854775807, /)
/      Return first index of value.
/
/      Raises ValueError if the value is not present.
/
/  insert(self, index, object, /)
/      Insert object before index.
/
/  pop(self, index=-1, /)
/      Remove and return item at index (default last).
/
/      Raises IndexError if list is empty or index is out of range.
/
/  remove(self, value, /)
/      Remove first occurrence of value.
/
/      Raises ValueError if the value is not present.
/
/  reverse(self, /)
/      Reverse *IN PLACE.
/
/  sort(self, /, , key=None, reverse=False)
/      Stable sort *IN PLACE.
/
/  -----
/  Static methods defined here:
/
/  __new__(*args, **kwargs) from builtins.type
/      Create and return a new object.  See help(type) for accurate_
↪signature.
/
/  -----
/  Data and other attributes defined here:
/
/  __hash__ = None

```

Si queremos agregar un elemento al final utilizamos el método `append`:

```
print(L)
```

```
[0, 1, 2, 3, 4, 5, 0, 1, 2, 3, 4, 5]
```

```
L.append(8)
```

```
print(L)
```

```
[0, 1, 2, 3, 4, 5, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 8]
```

```
L.append([9, 8, 7])
```

```
print(L)
```

```
[0, 1, 2, 3, 4, 5, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 8, [9, 8, 7]]
```

Si queremos insertar un elemento en una posición que no es el final de la lista, usamos el método `insert()`. Por ejemplo para insertar el valor 6 en la primera posición:

```
L.insert(0,6)
```

```
print(L)
```

```
[6, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 8, [9, 8, 7]]
```

```
L.insert(7,6)
```

```
print(L)
```

```
[6, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 8, [9, 8, 7]]
```

```
L.insert(-2,6)
```

```
print(L)
```

```
[6, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, [9, 8, 7]]
```

En las listas podemos sobrescribir uno o más elementos

```
L[0:3] = [2,3,4]
```

```
print(L)
```

```
[2, 3, 4, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, [9, 8, 7]]
```

```
L[-2:]=[0,1]
```

```
print(L)
```

```
[2, 3, 4, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 1]
```

```
print(L)
```

```
L.remove(3)
```

```
# Remueve la primera ocurrencia de 3
```

```
print(L)
```

```
[2, 3, 4, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 1]
```

```
[2, 4, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 1]
```


3.6.2 Función (y tipo) range

Hay un tipo de variable llamado `range`. Se crea mediante cualquiera de los siguientes llamados:

```
range(stop)
range(start, stop, step)
```

```
range(2)
```

```
range(0, 2)
```

```
type(range(2))
```

```
range
```

```
range(0,2)
```

```
range(0, 2)
```

```
list(range(2,9))
```

```
[2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]
```

```
list(range(2,9,2))
```

```
[2, 4, 6, 8]
```

3.6.3 Comprensión de Listas

Una manera sencilla de definir una lista es utilizando algo que se llama *Comprensión de listas*. Como primer ejemplo veamos una lista de *números cuadrados* como la que escribimos anteriormente. En lenguaje matemático la definiríamos como $S = \{x^2 : x \in \{0 \dots 9\}\}$. En python es muy parecido.

Podemos crear la lista `cuadrados` utilizando compresiones de listas

```
cuadrados = [i**2 for i in range(10)]
cuadrados
```

```
[0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81]
```

Una lista con los cuadrados sólo de los números pares también puede crearse de esta manera, ya que puede incorporarse una condición:

```
L = [a**2 for a in range(2,21) if a % 2 == 0]
L
```

```
[4, 16, 36, 64, 100, 144, 196, 256, 324, 400]
```

```
sum(L)
```

```
1540
```

```
list(reversed(L))
```

```
[400, 324, 256, 196, 144, 100, 64, 36, 16, 4]
```

3.7 Módulos

Los módulos son el mecanismo de Python para reusar código. Además, ya existen varios módulos que son parte de la biblioteca *standard*. Su uso es muy simple, para poder aprovecharlo necesitaremos saber dos cosas:

- Qué funciones están ya definidas y listas para usar
- Cómo acceder a ellas

Empecemos con la segunda cuestión. Para utilizar las funciones debemos *importarlas* en la forma `import modulo`, donde `modulo` es el nombre que queremos importar.

Esto nos lleva a la primera cuestión: cómo saber ese nombre, y que funciones están disponibles. La respuesta es: **la documentación**.

Una vez importado, podemos utilizar constantes y funciones definidas en el módulo con la notación de punto: `modulo.funcion()`.

3.7.1 Módulo math

El módulo **math** contiene las funciones más comunes (trigonométricas, exponenciales, logaritmos, etc) para operar sobre números de *punto flotante*, y algunas constantes importantes (π , e , etc). En realidad es una interface a la biblioteca `math` en C.

```
import math
# algunas constantes y funciones elementales
raiz5pi= math.sqrt(5*math.pi)
print (raiz5pi, math.floor(raiz5pi), math.ceil(raiz5pi))
print (math.e, math.floor(math.e), math.ceil(math.e))
# otras funciones elementales
print (math.log(1024,2), math.log(27,3))
print (math.factorial(7), math.factorial(9), math.factorial(10))
print ('Combinatorio: C(6,2):',math.factorial(6)/(math.factorial(4)*math.
↪factorial(2)))
```

```
3.963327297606011 3 4
2.718281828459045 2 3
10.0 3.0
5040 362880 3628800
Combinatorio: C(6,2): 15.0
```

A veces, sólo necesitamos unas pocas funciones de un módulo. Entonces para abreviar la notación conviene importar sólo lo que vamos a usar, usando la notación:

```
from xxx import yyy
```

```
from math import sqrt, pi, log
import math
raiz5pi = sqrt(5*pi)
print (log(1024, 2))
print (raiz5pi, math.floor(raiz5pi))
```

```
10.0
3.963327297606011 3
```

```
import math as m
m.sqrt(3.2)
```

```
1.7888543819998317
```

```
import math
print(math.sqrt(-1))
```

```
-----

ValueError                                Traceback (most recent call last)

<ipython-input-87-1158665f2c67> in <module>
      1 import math
----> 2 print(math.sqrt(-1))

ValueError: math domain error
```

3.7.2 Módulo cmath

Para trabajar con números complejos este módulo no es adecuado, para ello existe el módulo **cmath**

```
import cmath
print('Usando cmath (-1)^0.5: ', cmath.sqrt(-1))
print(cmath.cos(cmath.pi/3 + 2j))
```

```
Usando cmath (-1)^0.5: 1j
(1.8810978455418161-3.1409532491755083j)
```

Si queremos calcular la fase (el ángulo que forma con el eje x) podemos usar la función `phase`

```
z = 1 + 0.5j
cmath.phase(z)                                # Resultado en radianes
```

```
0.4636476090008061
```

```
math.degrees(cmath.phase(z))                # Resultado en grados
```

```
26.56505117707799
```

3.8 Ejercicios 02 (c)

3. Manejos de listas:

- Cree la lista **N** de longitud 50, donde cada elemento es un número entero de 1 a 50 inclusive (Ayuda: vea la expresión `range`).
- Invierta la lista.
- Extraiga una lista **N2** que contenga sólo los elementos pares de **N**.
- Extraiga una lista **N3** que contenga sólo aquellos elementos que sean el cuadrado de algún número entero.

4. Cree una lista de la forma $L = [1, 3, 5, \dots, 17, 19, 19, 17, \dots, 3, 1]$

5. Operación rara sobre una lista:

- Defina la lista $L = [0, 1]$
- Realice la operación `L.append(L)`
- Ahora imprima `L`, e imprima el último elemento de `L`.
- Haga que una nueva lista `L1` que tenga el valor del último elemento de `L` y repita el inciso anterior.

6. Utilizando el string: `python s1='En un lugar de la Mancha de cuyo nombre no quiero acordarme'` y utilizando los métodos de strings:

- Obtenga la cantidad de caracteres.
- Imprima la frase anterior pero con cada palabra empezando en mayúsculas.
- Cuente cuantas letras a tiene la frase, ¿cuántas vocales tiene?
- Imprima el string `s1` centrado en una línea de 80 caracteres, rodeado de guiones en la forma:

```
-----En un lugar de la Mancha de cuyo nombre no quiero  
acordarme-----
```

- Obtenga una lista **L1** donde cada elemento sea una palabra.
- Cuente la cantidad de palabras en `s1` (utilizando `python`).
- Ordene la lista **L1** en orden alfabético.
- Ordene la lista **L1** tal que las palabras más cortas estén primero.
- Ordene la lista **L1** tal que las palabras más largas estén primero.
- Construya un string `s2` con la lista del resultado del punto anterior.
- Encuentre la palabra más larga y la más corta de la frase.

7. Escriba un script que encuentre las raíces de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$. Los valores de los parámetros defínalos en el mismo script, un poco más arriba.

8. Considere un polígono regular de N lados inscripto en un círculo de radio unidad:

- Calcule el ángulo interior del polígono regular de N lados (por ejemplo el de un triángulo es 60 grados, de un cuadrado es 90 grados, y de un pentágono es 108 grados). Expresa el resultado en grados y en radianes para valores de $N = 3, 5, 6, 8, 9, 10, 12$.
- ¿Puede calcular la longitud del lado de los polígonos regulares si se encuentran inscriptos en un círculo de radio unidad?

9. Escriba un *script* (llamado `distancia1.py`) que defina las variables velocidad y posición inicial v_0 , z_0 , la aceleración g , y la masa $m = 1$ kg a tiempo $t = 0$, y calcule e imprima la posición y velocidad a un tiempo posterior t . Ejecute el programa para varios valores de posición y velocidad inicial para $t = 2$ segundos. Recuerde que las ecuaciones de movimiento con aceleración constante son:

$$v = v_0 - gt$$
$$z = z_0 + v_0 t - gt^2/2.$$

3.8.1 Adicionales

11. Calcular la suma:

$$s_1 = \frac{1}{2} \left(\sum_{k=0}^{100} k \right)^{-1}$$

Ayuda: busque información sobre la función `sum()`

12. Construir una lista `L2` con 2000 elementos, todos iguales a `0.0005`. Imprimir su suma utilizando la función `sum` y comparar con la función que existe en el módulo `math` para realizar suma de números de punto flotante.

Clase 3: Control de flujo y tipos complejos

4.1 Control de flujo

4.1.1 if/elif/else

En todo lenguaje necesitamos controlar el flujo de una ejecución según una condición Verdadero/Falso (booleana). *Si (condición) es verdadero hacé (bloque A); Sino hacé (Bloque B)*. En pseudo código:

```
Si condición 1:
    bloque A
sino y condición 2:
    bloque B
sino:
    bloque B
```

y en Python es muy parecido!

```
if condición_1:
    bloque A
elif condicion_2:
    bloque B
elif condicion_3:
    bloque C
else:
    Bloque final
```

En un `if`, la conversión a tipo *boolean* es implícita. El tipo `None` (vacío), el `0`, una secuencia (lista, tupla, string) (o conjunto o diccionario, que ya veremos) vacía siempre evalúa a `False`. Cualquier otro objeto evalúa a `True`.

Podemos tener múltiples condiciones. Se ejecutará el primer bloque cuya condición sea verdadera, o en su defecto el bloque `else`. Esto es equivalente a la sentencia `switch` de otros lenguajes.

```
Nota = 7
if Nota >= 8:
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

    print ("Aprobó cómodo, felicidades!")
elif 6 <= Nota < 8:
    print ("Bueno, al menos aprobó!")
elif 4 <= Nota < 6 :
    print ("Bastante bien, pero no le alcanzó")
else:
    print ("Debe esforzarse más!")

```

```
Bueno, al menos aprobó!
```

4.1.2 Iteraciones

Sentencia for

Otro elemento de control es el que permite *iterar* sobre una secuencia (o *iterador*). Obtener cada elemento para hacer algo. En Python se logra con la sentencia `for`. En lugar de iterar sobre una condición aritmética hasta que se cumpla una condición (como en C o en Fortran) en Python la sentencia `for` itera sobre los ítems de una secuencia en forma ordenada

```

for elemento in range(10):
    print(elemento, end=', ')

```

```
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
```

Veamos otro ejemplo:

```

Lista = ['auto', 'casa', "perro", "gato", "árbol", "lechuza"]
for L in Lista:
    print (L.count("a"), len(L))
    print (L)

```

```

1 4
auto
2 4
casa
0 5
perro
1 4
gato
0 5
árbol
1 7
lechuza

```

```

suma = 0
for elemento in range(11):
    suma += elemento
    print("x={}, suma parcial={}".format(elemento, suma))
print ('Suma total =', suma)

```

```

x=0, suma parcial=0
x=1, suma parcial=1

```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

x=2, suma parcial=3
x=3, suma parcial=6
x=4, suma parcial=10
x=5, suma parcial=15
x=6, suma parcial=21
x=7, suma parcial=28
x=8, suma parcial=36
x=9, suma parcial=45
x=10, suma parcial=55
Suma total = 55

```

Notar que utilizamos el operador asignación de suma: +=.

```
suma += elemento
```

es equivalente a:

```
suma = suma + elemento
```

que corresponde a realizar la suma de la derecha, y el resultado asignarlo a la variable de la izquierda.

Por supuesto, para obtener la suma anterior podemos simplemente usar las funciones de python:

```
print (sum(range(11))) # El ejemplo anterior puede escribirse usando sum y range
```

```
55
```

Loops: for, enumerate, continue, break, else

Veamos otros ejemplos de uso del bloque for.

```

suma = 0
cuadrados = []
for i,elem in enumerate(range(3,21)):
    if elem % 2:          # Si resto (%) es diferente de cero -> Impares
        continue
    suma += elem**2
    cuadrados.append(elem**2)
    print (i, elem, elem**2, suma) # Imprimimos el índice y el elem al cuadrado
print ("sumatoria de números pares al cuadrado entre 3 y 20:", suma)
print ('cuadrados= ', cuadrados)

```

```

1 4 16 16
3 6 36 52
5 8 64 116
7 10 100 216
9 12 144 360
11 14 196 556
13 16 256 812
15 18 324 1136
17 20 400 1536
sumatoria de números pares al cuadrado entre 3 y 20: 1536
cuadrados= [16, 36, 64, 100, 144, 196, 256, 324, 400]

```

```
suma = 0
cuadrados = []
for i,elem in enumerate(range(3,21)):
    if elem % 2 == 0:          # Si resto (%) es diferente de cero -> Impares
        suma += elem**2
        cuadrados.append(elem**2)
    print (i, elem, elem**2, suma)    # Imprimimos el índice y el elem al cuadrado
print ("sumatoria de números pares al cuadrado entre 3 y 20:", suma)
print ('cuadrados= ', cuadrados)
```

```
1 4 16 16
3 6 36 52
5 8 64 116
7 10 100 216
9 12 144 360
11 14 196 556
13 16 256 812
15 18 324 1136
17 20 400 1536
sumatoria de números pares al cuadrado entre 3 y 20: 1536
cuadrados= [16, 36, 64, 100, 144, 196, 256, 324, 400]
```

Puntos a notar:

- Inicializamos una variable entera en cero y una lista vacía
- `range(3, 30)` nos da consecutivamente los números entre 3 y 29 en cada iteración.
- `enumerate` nos permite iterar sobre algo, agregando un contador automático.
- La línea condicional `if elem % 2:` es equivalente a `if (elem % 2) != 0:` y es verdadero si `elem` no es divisible por 2 (número impar)
- La sentencia `continue` hace que se omita la ejecución del resto del bloque por esta iteración
- El método `append` agrega el elemento a la lista

Antes de seguir veamos otro ejemplo de uso de `enumerate`. Consideremos una iteración sobre una lista como haríamos normalmente en otros lenguajes:

```
L = "I've had a perfectly wonderful evening. But this wasn't it.".split()
```

```
L
```

```
["I've",
'had',
'a',
'perfectly',
'wonderful',
'evening.',
'But',
'this',
'wasn't',
'it.']
```

```
for j in range(len(L)):
    print('Índice: {} -> {} ({} caracteres)'.format(j, L[j], len(L[j])))
```

```

Índice: 0 -> I've (4 caracteres)
Índice: 1 -> had (3 caracteres)
Índice: 2 -> a (1 caracteres)
Índice: 3 -> perfectly (9 caracteres)
Índice: 4 -> wonderful (9 caracteres)
Índice: 5 -> evening. (8 caracteres)
Índice: 6 -> But (3 caracteres)
Índice: 7 -> this (4 caracteres)
Índice: 8 -> wasn't (6 caracteres)
Índice: 9 -> it. (3 caracteres)

```

Si bien esta es una solución al problema, Python ofrece la función `enumerate` que agrega un contador automático

```

for ind, elem in enumerate(L):
    print('Índice: {} -> {} ({} caracteres)'.format(ind, elem, len(elem)))

```

```

Índice: 0 -> I've (4 caracteres)
Índice: 1 -> had (3 caracteres)
Índice: 2 -> a (1 caracteres)
Índice: 3 -> perfectly (9 caracteres)
Índice: 4 -> wonderful (9 caracteres)
Índice: 5 -> evening. (8 caracteres)
Índice: 6 -> But (3 caracteres)
Índice: 7 -> this (4 caracteres)
Índice: 8 -> wasn't (6 caracteres)
Índice: 9 -> it. (3 caracteres)

```

Veamos otro ejemplo, que puede encontrarse en la [documentación oficial](#):

```

for n in range(2, 20):
    for x in range(2, n):
        # print ('valor de n,x = {}, {}'.format(n,x))
        if n % x == 0:
            print('{:2d} = {} x {}'.format(n,x,n//x))
            break
    else:
        # Salió sin encontrar un factor, entonces ...
        print('{:2d} es un número primo'.format(n))

```

```

2 es un número primo
3 es un número primo
4 = 2 x 2
5 es un número primo
6 = 2 x 3
7 es un número primo
8 = 2 x 4
9 = 3 x 3
10 = 2 x 5
11 es un número primo
12 = 2 x 6
13 es un número primo
14 = 2 x 7
15 = 3 x 5
16 = 2 x 8
17 es un número primo
18 = 2 x 9
19 es un número primo

```

Puntos a notar:

- Acá estamos usando dos *loops* anidados. Uno recorre n entre 2 y 9, y el otro x entre 2 y n .
- La comparación `if n % x == 0`: chequea si x es un divisor de n
- La sentencia `break` interrumpe el *loop* interior (sobre x)
- Notar la alineación de la sentencia `else`. No está referida a `if` sino a `for`. Es opcional y se ejecuta cuando el *loop* se termina normalmente (sin `break`)

While

Otra sentencia de control es *while*: que permite iterar mientras se cumple una condición. El siguiente ejemplo imprime la serie de Fibonacci (en la cuál cada término es la suma de los dos anteriores)

```
a, b = 0, 1
while b < 5000:
    print(b, end=' ')
    a, b = b, a+b
```

```
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597 2584 4181
```

4.2 Ejercicios 03 (a)

1. Imprimir los números que no son divisibles por 2, 3, 5 o 7 de los primeros 100 números naturales
2. Calcule la suma

$$s_2 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k (k+1)}{2k^3 + k^2}$$

con un error relativo estimado menor a $\epsilon = 10^{-5}$. Imprima por pantalla el resultado, el valor máximo de k computado y el error relativo estimado.

4.3 Tipos complejos de datos

4.3.1 Listas y tuples

Listas y tuples son colecciones *ordenadas* sobre las que se puede iterar (moverse de un elemento al siguiente), y también tienen **métodos** que simplifican muchas operaciones de uso común.

Ambos pueden contener elementos de cualquier tipo, y además no todos los elementos tienen que ser del mismo tipo. Por esta razón uno se refiere a estos tipos como **contenedores**.

Listas y tuples son bastante similares. La diferencia es que una lista puede modificarse (agregar, borrar o modificar sus elementos) y una tuple es inmutable.

Si bien en la práctica puede haber algunas diferencias de optimización, la principal diferencia es la mutabilidad o no del tipo. Desde el punto de vista del usuario podemos hacer una diferencia de modo de uso. Si bien no es un imperativo del lenguaje, las listas podemos utilizarla principalmente para agrupar datos donde cada uno de ellos tiene un valor diferente pero cumplen la misma función (datos homogéneos), como en:

```
Temp_min = [13, 12, 7, 9, 11, 9, 13, 12, 13]
Temp_max = [23, 21, 22, 24, 27, 25, 22, 28, 26]
```

donde un número, si bien diferente a otro, representa en cada caso el mismo dato (temperatura mínima o máxima) mientras que las *tuples* se utilizan para agrupar datos donde cada uno de ellos no representa lo mismo (como una versión simple de estructuras en C). Por ejemplo, podríamos guardar los datos climáticos por día

```
clima = []
clima_ayer = (13, 23, 78, "soleado", "6:30", "19:47")
clima_hoy = (12, 21, 87, "soleado", "6:30", "19:48")
clima.append(clima_ayer)
clima.append(clima_hoy)
print(clima)
```

```
[(13, 23, 78, 'soleado', '6:30', '19:47'), (12, 21, 87, 'soleado', '6:30', '19:48')]
```

Veamos algunas definiciones y ejemplos utilizando listas y tuples:

```
clima[0][4]
```

```
'6:30'
```

```
l1 = [1, 2, 3]
l2 = ['bananas', 'manzanas', 'naranjas', 'uvas']
t1 = (1, 2, 3)
t2 = (1, 2, 3, 'manzanas')
```

```
print (' tipo de l1:', type(l1), '\n tipo de t1:', type(t1))
print ('Primer elemento de l1, t1 y l2: ', l1[0], t1[0], l2[0])
print (' l1 is t1? ', l1 is t1)
```

```
tipo de l1: <class 'list'> ,
tipo de t1: <class 'tuple'>
Primer elemento de l1, t1 y l2:  1 1 bananas
l1 is t1? False
```

```
t3 = t2
print ('t3 is t2? ', t3 is t2)
l5 = list(t2)
print ('l5 is t2? ', l5 is t2)
print (t3)
print (l5)
```

```
t3 is t2?  True
l5 is t2?  False
(1, 2, 3, 'manzanas')
[1, 2, 3, 'manzanas']
```

```
# Tampoco son "iguales" aunque tengan los mismos elementos
print ('l5 == t2? ', l5 == t2)
print ('l5 == list(t2)? ', l5 == list(t2))
```

```
l5 == t2?  False
l5 == list(t2)?  True
```

Mutabilidad

Como mencionamos, una diferencia importante entre listas y tuples es que las tuples son inmutables. Veamos que pasa cuando tratamos de modificar una y otra:

```
print ('l1 original: ',l1)
l1[0]=9
print ('l1 modificado: ',l1)      # Lista modificada
```

```
l1 original:      [1, 2, 3]
l1 modificado:   [9, 2, 3]
```

```
print ('Modificamos tuples?')
print ('t1 original: ',t1)
t1[0]= 9
```

```
Modificamos tuples?
t1 original:      (1, 2, 3)
```

```
-----

TypeError                                Traceback (most recent call last)

<ipython-input-48-1b4951c49fa3> in <module>
      1 print ('Modificamos tuples?')
      2 print ('t1 original: ',t1)
----> 3 t1[0]= 9

TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

```
a = "Hola Mundo"
b = "Chau Mundo"
print ('a original:',a)
print ('Primer elemento:', a[0])
print ('b original:', b, ' -> id:', id(b))
b = a[:4]
print('b modificado:', b, ' -> id:', id(b))
a[0] = 'u'
print ('modificado:', a)
```

```
a original: Hola Mundo
Primer elemento: H
b original: Chau Mundo -> id: 139848166324784
b modificado: Hola -> id: 139848166366448
```

```
-----

TypeError                                Traceback (most recent call last)

<ipython-input-49-202f10b6c062> in <module>
      6 b = a[:4]
      7 print('b modificado:', b, ' -> id:', id(b))
----> 8 a[0] = 'u'
      9 print ('modificado:', a)
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```
TypeError: 'str' object does not support item assignment
```

Nota: Esto nos dice que los *strings* son inmutables.

No se puede cambiar partes de un string (un caracter). Sin embargo se puede modificar completamente (porque lo que está haciendo es destruyéndolo y creando uno nuevo).

Como en el caso de *Strings*, a las listas y tuples se les puede calcular el número de elementos (su longitud) utilizando la función `len`. Además tiene métodos que son de utilidad, para ordenar, agregar (`append`) un elemento al final en forma eficiente, extenderla, etc.

Puede encontrarse más información en [la Biblioteca de Python](#).

4.3.2 Diccionarios

Los diccionarios son colecciones de objetos *en principio heterogéneos* que no están ordenados y no se refieren por índice (como `L[3]`) sino por un nombre o clave (llamado **key**). Las claves pueden ser cualquier objeto inmutable (cadenas, números, tuplas) y los valores pueden ser cualquier tipo de objeto. Las claves no se pueden repetir pero los valores sí.

```
d0 = {'a': 123}
```

```
d0['a']
```

```
123
```

```
d0
```

```
{'a': 123}
```

```
d1 = {'nombre': 'Juan',
      'apellido': 'García',
      'edad': 109,
      'dirección': 'Av Bustillo 9500',
      'cod': 8400,
      1: ['hola', 'chau'],
      'ciudad': 'Bariloche'}
```

```
print ('Nombre: ', d1['nombre'])
print ('\n' + 80*'+' + '\n\tDiccionario:')
print (d1)
```

```
Nombre: Juan
```

```
+++++
      Diccionario:
{'nombre': 'Juan', 'apellido': 'García', 'edad': 109, 'dirección': 'Av Bustillo 9500',
↪, 'cod': 8400, 1: ['hola', 'chau'], 'ciudad': 'Bariloche'}
```

```
d1['cod']
```

```
8400
```

```
d1['tel'] = {'cel':1213, 'fijo':23848}
```

```
d1
```

```
{'nombre': 'Juan',
 'apellido': 'García',
 'edad': 109,
 'dirección': 'Av Bustillo 9500,',
 'cod': 8400,
 1: ['hola', 'chau'],
 'ciudad': 'Bariloche',
 'tel': {'cel': 1213, 'fijo': 23848}}
```

```
d1['tel']
```

```
{'cel': 1213, 'fijo': 23848}
```

```
dd = d1['tel']
print(dd['cel'])
print(d1['tel']['cel'])
```

```
1213
1213
```

Los diccionarios pueden pensarse como pares *key, valor*. Para obtener todas las claves (*keys*), valores, o pares (clave, valor) usamos:

```
print ('\n' + 70*'+' + '\n\tkeys:')
print (list(d1.keys()))
print ('\n' + 70*'++' + '\n\tvalues:')
print (list(d1.values()))
print ('\n' + 0*'++' + '\n\titems:')
print (list(d1.items()))
```

```
+++++
keys:
['nombre', 'apellido', 'edad', 'dirección', 'cod', 1, 'ciudad', 'tel']

+++++
values:
['Juan', 'García', 109, 'Av Bustillo 9500,', 8400, ['hola', 'chau'], 'Bariloche', {
↪'cel': 1213, 'fijo': 23848}]

items:
[('nombre', 'Juan'), ('apellido', 'García'), ('edad', 109), ('dirección', 'Av_
↪Bustillo 9500,'), ('cod', 8400), (1, ['hola', 'chau']), ('ciudad', 'Bariloche'), (
↪'tel', {'cel': 1213, 'fijo': 23848})]
```

```
it = list(d1.items())
it
```



```
[('nombre', 'Juan'),
 ('apellido', 'García'),
 ('edad', 109),
 ('dirección', 'Av Bustillo 9500,'),
 ('cod', 8400),
 (1, ['hola', 'chau']),
 ('ciudad', 'Bariloche'),
 ('tel', {'cel': 1213, 'fijo': 23848})]
```

```
dict(it)
```

```
{'nombre': 'Juan',
 'apellido': 'García',
 'edad': 109,
 'dirección': 'Av Bustillo 9500,',
 'cod': 8400,
 1: ['hola', 'chau'],
 'ciudad': 'Bariloche',
 'tel': {'cel': 1213, 'fijo': 23848}}
```

```
it.append( ([a], 'hola') )
it
```

```
[('nombre', 'Juan'),
 ('apellido', 'García'),
 ('edad', 109),
 ('dirección', 'Av Bustillo 9500,'),
 ('cod', 8400),
 (1, ['hola', 'chau']),
 ('ciudad', 'Bariloche'),
 ('tel', {'cel': 1213, 'fijo': 23848}),
 ([ 'Hola Mundo'], 'hola')]
```

```
dict(it)
```

```
-----
TypeError                                Traceback (most recent call last)

<ipython-input-65-29b977625508> in <module>
----> 1 dict(it)

TypeError: unhashable type: 'list'
```

```
print ('\n' + 50*'+'+ '\n\tDatos:')
print (d1['nombre'] + ' ' + d1['apellido'])
print (d1[u'dirección'])
print (d1['ciudad'])
print ('\n' + 50*'+')
```

```
+++++
      Datos:
Juan García
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```
Av Bustillo 9500,
Bariloche
```

```
+++++
```

```
d1['pais']= 'Argentina'

d1['ciudad']= "San Carlos de Bariloche"
print ('\n' + 70*'+' + '\n\tDatos:')
print (d1['nombre'] + ' ' + d1['apellido'])
print (d1[u'dirección'])
print (d1['ciudad'])
print (d1['pais'])
```

```
+++++
    Datos:
Juan García
Av Bustillo 9500,
San Carlos de Bariloche
Argentina
```

```
d2 = {'provincia': 'Río Negro', 'nombre': 'José'}
print (70*'+' + '\nOtro diccionario:')
print ('d2=', d2)
print (70*'')
```

```
*****
Otro diccionario:
d2= {'provincia': 'Río Negro', 'nombre': 'José'}
*****
```

Vimos que se pueden asignar campos a diccionarios. También se pueden completar utilizando otro diccionario.

```
print ('d1=', d1)
d1.update(d2) # Corregimos valores o agregamos nuevos si no existen
print ('d1=', d1)
print (80*'')
```

```
d1= {'nombre': 'Juan', 'apellido': 'García', 'edad': 109, 'dirección': 'Av_
→Bustillo 9500,', 'cod': 8400, 1: ['hola', 'chau'], 'ciudad': 'San Carlos de_
→Bariloche', 'tel': {'cel': 1213, 'fijo': 23848}, 'pais': 'Argentina'}
d1= {'nombre': 'José', 'apellido': 'García', 'edad': 109, 'dirección': 'Av_
→Bustillo 9500,', 'cod': 8400, 1: ['hola', 'chau'], 'ciudad': 'San Carlos_
→de Bariloche', 'tel': {'cel': 1213, 'fijo': 23848}, 'pais': 'Argentina',_
→'provincia': 'Río Negro'}
```

```
*****
```

```
# Para borrar un campo de un diccionario usamos `del`
print ('provincia' in d1)
if 'provincia' in d1:
    #print( d1['provincia'])
    del d1['provincia']
print ('provincia' in d1)
```

```
True
False
```

El método pop nos devuelve un valor y lo borra del diccionario

```
d1
```

```
{'nombre': 'José',
 'apellido': 'García',
 'edad': 109,
 'dirección': 'Av Bustillo 9500,',
 'cod': 8400,
 1: ['hola', 'chau'],
 'ciudad': 'San Carlos de Bariloche',
 'tel': {'cel': 1213, 'fijo': 23848},
 'pais': 'Argentina'}
```

```
d1[1]
```

```
['hola', 'chau']
```

```
d1.pop(1)
```

```
['hola', 'chau']
```

```
d1
```

```
{'nombre': 'José',
 'apellido': 'García',
 'edad': 109,
 'dirección': 'Av Bustillo 9500,',
 'cod': 8400,
 'ciudad': 'San Carlos de Bariloche',
 'tel': {'cel': 1213, 'fijo': 23848},
 'pais': 'Argentina'}
```

```
# Como crear un diccionario vacío:
d3 = {}
print(d3, type(d3))
```

```
{ } <class 'dict'>
```

4.3.3 Conjuntos

Los conjuntos (set ()) son grupos de claves únicas e inmutables.

```
mamiferos = {'perro', 'gato', 'león', 'perro'}
domesticos = {'perro', 'gato', 'gallina', 'ganso'}
aves = {"chimango", "bandurria", 'gallina', 'cóndor', 'ganso'}
```

```
mamiferos
```

```
{'gato', 'león', 'perro'}
```

```
mamiferos.intersection(domesticos)
```

```
{'gato', 'perro'}
```

```
# También se puede utilizar el operador "&" para la intersección  
mamiferos & domesticos
```

```
{'gato', 'perro'}
```

```
mamiferos.union(domesticos)
```

```
{'gallina', 'ganso', 'gato', 'león', 'perro'}
```

```
# También se puede utilizar el operador "|" para la unión  
mamiferos | domesticos
```

```
{'gallina', 'ganso', 'gato', 'león', 'perro'}
```

```
aves.difference(domesticos)
```

```
{'bandurria', 'chimango', 'cóndor'}
```

```
# También se puede utilizar el operador "-" para la diferencia  
aves - domesticos
```

```
{'bandurria', 'chimango', 'cóndor'}
```

```
domesticos - aves
```

```
{'gato', 'perro'}
```

```
l1= list(aves.difference(domesticos))  
print (l1)  
l1.sort(reverse=True)  
print (l1)  
print (l1[1])
```

```
['chimango', 'bandurria', 'cóndor']  
['cóndor', 'chimango', 'bandurria']  
chimango
```

```
# Como crear un conjunto vacío. Notar que: conj = {} hubiera creado un diccionario.  
conj = set()  
print (conj, type(conj))
```

```
set() <class 'set'>
```

Modificar conjuntos

Para agregar o borrar elementos a un conjunto usamos los métodos: add, update, y remove

```
c = set([1, 2, 2, 3, 5])
c
```

```
{1, 2, 3, 5}
```

```
c.add(4)
```

```
c
```

```
{1, 2, 3, 4, 5}
```

```
c.add(4)
c
```

```
{1, 2, 3, 4, 5}
```

```
c.update((8,7,6))
```

```
c
```

```
{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
```

```
c.remove(2)
```

```
c
```

```
{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
```

```
c.remove(2)
```

```
-----
KeyError                                Traceback (most recent call last)

<ipython-input-95-b4d051d0e502> in <module>
----> 1 c.remove(2)

KeyError: 2
```

```
c.discard(2)
```

```
c
```

```
{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
```

4.4 Ejercicios 03 (b)

3. Cree dos listas: una con los números que no son múltiplos de ninguno de 2,7,11,13 y otra con los que no son múltiplos de 3,5,17. Considere los primeros 5000 números naturales. Cree una nueva lista donde combine las dos listas anteriores ordenada en forma creciente.

4.5 Escritura y lectura a archivos

Nuestros programas necesitan interactuar con el mundo exterior. Hasta ahora utilizamos la función `print()` para imprimir por pantalla mensajes y resultados. Para leer o escribir un archivo primero debemos abrirlo, utilizando la función `open()`

```
f = open('../data/names.txt')    # Abrimos el archivo (para leer)
```

```
f
```

```
<_io.TextIOWrapper name='../data/names.txt' mode='r' encoding='UTF-8'>
```

```
s = f.read()                    # Leemos el archivo
```

```
f.close()                       # Cerramos el archivo
```

Básicamente esta secuencia de trabajo es la que uno utilizará siempre. Sin embargo, hay un potencial problema, que ocurrirá si hay algún error entre la apertura y el cierre del archivo. Para ello existe una sintaxis alternativa

```
with open('../data/names.txt') as f:
    s = f.read()
```

La palabra `with` es una palabra reservada del lenguaje y la construcción se conoce como *contexto*. Básicamente dice que todo lo que está dentro del bloque se realizará en el contexto en que `f` es el objeto de archivo abierto para lectura.

4.5.1 Ejemplos

Vamos a repasar algunos de los conceptos discutidos las clases anteriores e introducir algunas nuevas funcionalidades con ejemplos

Ejemplo 03-1

```
!head ../data/names.txt # Muestro el contenido del archivo
```

```
Aaa
Aaron
Aba
Ababa
Ada
Ada
Adam
Adlai
Adrian
Adrienne
```

```
# %load scripts/03_ejemplo_1.py
#!/usr/bin/env python3

fname = '../data/names.txt'
n = 0                                # contador
minlen = 3                           # longitud mínima
maxlen = 4                           # longitud máxima

with open(fname, 'r') as fi:
    lines = fi.readlines()           # El resultado es una lista

for line in lines:
    if minlen <= len(line.strip()) <= maxlen:
        n += 1
        print(line.strip(), end=', ') # No Newline

print('\n')
if minlen == maxlen:
    mensaje = 'Encontramos {} palabras que tienen {} letras'.format(n, minlen)
else:
    mensaje = 'Encontramos {0} palabras que tienen entre {1} y {2} letras'\
        .format(n, minlen, maxlen)

print(mensaje)
```

```
Aaa, Aba, Ada, Ada, Adam, Ala, Alan, Alex, Alf, Ama, Ami, Amir, Amos, Amy, Ana, Andy,
↪ Ann, Anna, Anna, Anne, Anya, Arne, Art, Axel, Bart, Bea, Ben, Bert, Beth, Bib, Bill,
↪ Bob, Bob, Boob, Boyd, Brad, Bret, Bub, Buck, Bud, Carl, Cary, Case, Cdc, Chet,
↪ Chip, Clay, Clem, Cody, Cole, Cory, Cris, Curt, Dad, Dale, Dan, Dana, Dani, Dave,
↪ Dawn, Dean, Deb, Debi, Deed, Del, Dick, Did, Dion, Dirk, Dod, Don, Donn, Dora, Dori,
↪ Dory, Doug, Drew, Dud, Duke, Earl, Eddy, Eke, Eli, Elsa, Emil, Emma, Enya, Ere,
↪ Eric, Erik, Esme, Eva, Evan, Eve, Eve, Ewe, Eye, Fay, Fred, Gag, Gaia, Gail, Gale,
↪ Gary, Gay, Gene, Gig, Gigi, Gil, Gill, Glen, Gog, Greg, Guy, Hal, Hank, Hans, Harv,
↪ Hein, Herb, Hohn, Hon, Hope, Hsi, Huey, Hugh, Huh, Hui, Hume, Hurf, Hwa, Iain, Ian,
↪ Igor, Iii, Ilya, Ima, Imad, Ira, Isis, Izzy, Jack, Jade, Jan, Jane, Jarl, Jay, Jean,
↪ Jef, Jeff, Jem, Jen, Jenn, Jess, Jill, Jim, Jin, Jiri, Joan, Job, Jock, Joe, Joel,
↪ John, Jon, Jong, Joni, Joon, Jos, Jose, Josh, Juan, Judy, Juha, Jun, June, Juri,
↪ Kaj, Kari, Karl, Kate, Kay, Kee, Kees, Ken, Kenn, Kent, Kiki, Kim, King, Kirk, Kit,
↪ Knut, Kory, Kris, Kurt, Kyle, Kylo, Kyu, Lana, Lar, Lara, Lars, Lea, Leah, Lee,
↪ Leif, Len, Leo, Leon, Les, Lex, Liam, Lila, Lin, Lisa, List, Liz, Liza, Lois, Lola,
↪ Lord, Lori, Lou, Loyd, Luc, Lucy, Lui, Luis, Luke, Lum, Lynn, Mac, Mah, Mann, Mara,
↪ Marc, Mark, Mary, Mat, Mats, Matt, Max, May, Mayo, Meg, Mick, Miek, Mike, Miki,
↪ Milo, Moe, Mott, Mum, Mwa, Naim, Nan, Nate, Neal, Ned, Neil, Nhan, Nici, Nick, Nils,
↪ Ning, Noam, Noel, Non, Noon, Nora, Norm, Nou, Novo, Nun, Ofer, Olaf, Old, Ole,
↪ Oleg, Olof, Omar, Otto, Owen, Ozan, Page, Pam, Pap, Part, Pat, Paul, Pdp, Peep, Pep,
↪ Per, Pete, Petr, Phil, Pia, Piet, Pim, Ping, Pip, Poop, Pop, Pria, Pup, Raif, Raj,
↪ Raja, Ralf, Ram, Rand, Raul, Ravi, Ray, Real, Rees, Reg, Reid, Rene, Renu, Rex, Ric,
↪ Rich, Rick, Rik, Rob, Rod, Rolf, Ron, Root, Rose, Ross, Roy, Rudy, Russ, Ruth, S's,
↪ Saad, Sal, Sam, Sara, Saul, Scot, Sean, Sees, Seth, Shai, Shaw, Shel, Sho, Sid,
↪ Sir, Sis, Skef, Skip, Son, Spy, Sri, Ssi, Stan, Stu, Sue, Sus, Suu, Syd, Syed, Syun,
↪ Tad, Tai, Tait, Tal, Tao, Tara, Tat, Ted, Teet, Teri, Tex, Thad, The, Theo, Tim,
↪ Timo, Tip, Tit, Tnt, Toby, Todd, Toft, Tom, Tony, Toot, Tor, Tot, Tran, Trey, Troy,
↪ Tuan, Tuna, Uma, Una, Uri, Urs, Val, Van, Vern, Vic, Vice, Vick, Wade, Walt, Wes,
↪ Will, Win, Wolf, Wow, Zoe, Zon,
```

Encontramos 420 palabras que tienen entre 3 y 4 letras

Hemos utilizado aquí:

- Apertura, lectura, y cerrado de archivos
- Iteración en un loop `for`
- Bloques condicionales (`if/else`)
- Formato de cadenas de caracteres con reemplazo
- Impresión por pantalla

La apertura de archivos se realiza utilizando la función `open` (este es un buen momento para mirar su documentación) con dos argumentos: el primero es el nombre del archivo y el segundo el modo en que queremos abrirlo (en este caso la `r` indica lectura).

Con el archivo abierto, en la línea 9 leemos línea por línea todo el archivo. El resultado es una lista, donde cada elemento es una línea.

Recorremos la lista, y en cada elemento comparamos la longitud de la línea con ciertos valores. Imprimimos las líneas seleccionadas

Finalmente, escribimos el número total de líneas.

Veamos una leve modificación de este programa

Ejemplo 03-2

```
# %load scripts/03_ejemplo_2.py
#!/usr/bin/env python3

"""Programa para contar e imprimir las palabras de una longitud dada"""

fname = '../data/names.txt'

n = 0                                # contador
minlen = 3                           # longitud mínima
maxlen = 3                           # longitud máxima

with open(fname, 'r') as fi:
    for line in fi:
        p = line.strip().lower()
        if (minlen <= len(p) <= maxlen) and (p == p[::-1]):
            n += 1
            print('{:02d}): {}'.format(n, p), end=', ' # Vamos numerando las_
↪coincidencias
    print('\n')
    if minlen == maxlen:
        mensaje = ('Encontramos un total de {} palabras capicúa que tienen {} letras'.
                    format(n, minlen))
    else:
        mensaje = 'Encontramos un total de {} palabras que tienen\
entre {} y {} letras'.format(n, minlen, maxlen)

print(mensaje)
```

```
(01): aaa, (02): aba, (03): ada, (04): ada, (05): ala, (06): ama, (07): ana, (08):_
↪bib, (09): bob, (10): bob, (11): bub, (12): cdc, (13): dad, (14): did, (15): dod,_
↪(16): dud, (17): eke, (18): ere, (19): eve, (20): eve, (21): ewe, (22): eye, (23):_
↪gag, (24): gig, (25): gog, (26): huh, (27): iii, (28): mum, (29): nan, (30): non,_
↪(31): nun, (32): pap, (33): pdp, (34): pep, (35): pip, (36): pop, (37): pup, (38): s
↪s, (39): sis, (40): sus, (41): tat, (42): tit, (43): tnt, (44): tot, (45): wow
```

(continúe en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```
Encontramos un total de 45 palabras capicúa que tienen 3 letras
```

Aquí en lugar de leer todas las líneas e iterar sobre las líneas resultantes, iteramos directamente sobre el archivo abierto.

Además incluimos un string al principio del archivo, que servirá de documentación, y puede accederse mediante los mecanismos usuales de ayuda de Python.

Imprimimos el número de palabra junto con la palabra, usamos `02d`, indicando que es un entero (`d`), que queremos que el campo sea de un mínimo número de caracteres de ancho (en este caso 2). Al escribirlo como `02` le pedimos que complete los vacíos con ceros.

```
s = "Hola\n y chau"
with open('tmp.txt', 'w') as fo:
    fo.write(s)
```

```
!cat tmp.txt
```

```
Hola
 y chau
```

4.6 Ejercicios 03 (c)

2. Realice un programa que:

- Lea el archivo `names.txt`
- Guarde en un nuevo archivo (llamado `pares.txt`) palabra por medio del archivo original (la primera, tercera,) una por línea, pero en el orden inverso al leído
- Agregue al final de dicho archivo, las palabras pares pero separadas por un punto y coma (;)
- En un archivo llamado `longitudes.txt` guarde las palabras ordenadas por su longitud, y para cada longitud ordenadas alfabéticamente.
- En un archivo llamado `letras.txt` guarde sólo aquellas palabras que contienen las letras `w`, `x`, `y`, `z`, con el formato:
 - `w`: Walter, .
 - `x`: Xilofón,
 - `y`: .
 - `z`: .
- Cree un diccionario, donde cada *key* es la primera letra y cada valor es una lista, cuyo elemento es una tuple (palabra, longitud). Por ejemplo:

```
d['a'] = [('Aaa', 3), ('Anna', 4), ...]
```

4. Las funciones de Bessel de orden n cumplen las relaciones de recurrencia

$$J_{n-1}(x) - \frac{2n}{x} J_n(x) + J_{n+1}(x) = 0$$

$$J_0^2(x) + \sum_{n=1}^{\infty} 2J_n^2(x) = 1$$

Para calcular la función de Bessel de orden N , se empieza con un valor de $M \gg N$, y utilizando los valores iniciales $J_M = 1$, $J_{M+1} = 0$ se utiliza la primera relación para calcular todos los valores de $n < M$. Luego, utilizando la segunda relación se normalizan todos los valores. **Nota:** Estas relaciones son válidas si $M \gg x$ (use algún valor estimado, como por ejemplo $M = N + 20$).

Utilice estas relaciones para calcular $J_N(x)$ para $N = 3, 4, 7$ y $x = 2, 5, 7, 10$. Para referencia se dan los valores esperados

$$\begin{aligned} J_3(2,5) &= 0,21660 \\ J_4(2,5) &= 0,07378 \\ J_7(2,5) &= 0,00078 \\ J_3(5,7) &= 0,20228 \\ J_4(5,7) &= 0,38659 \\ J_7(5,7) &= 0,10270 \\ J_3(10,0) &= 0,05838 \\ J_4(10,0) &= -0,21960 \\ J_7(10,0) &= 0,21671 \end{aligned}$$

6. Imprima por pantalla una tabla con valores equiespaciados de x entre 0 y 180, con valores de las funciones trigonométricas de la forma:

```
"""
/=====|
| x | sen(x) | cos(x) | tan(-x/4) |
/=====|
| 0 | 0.000 | 1.000 | -0.000 |
| 10 | 0.174 | 0.985 | -0.044 |
| 20 | 0.342 | 0.940 | -0.087 |
| 30 | 0.500 | 0.866 | -0.132 |
| 40 | 0.643 | 0.766 | -0.176 |
| 50 | 0.766 | 0.643 | -0.222 |
| 60 | 0.866 | 0.500 | -0.268 |
| 70 | 0.940 | 0.342 | -0.315 |
| 80 | 0.985 | 0.174 | -0.364 |
| 90 | 1.000 | 0.000 | -0.414 |
|100 | 0.985 | -0.174 | -0.466 |
|110 | 0.940 | -0.342 | -0.521 |
|120 | 0.866 | -0.500 | -0.577 |
|130 | 0.766 | -0.643 | -0.637 |
|140 | 0.643 | -0.766 | -0.700 |
|150 | 0.500 | -0.866 | -0.767 |
|160 | 0.342 | -0.940 | -0.839 |
|170 | 0.174 | -0.985 | -0.916 |
/=====|
"""
```

7. Dada una lista de números, vamos a calcular valores relacionados a su estadística.

- Calcular los valores de la media aritmética, la media geométrica y la media armónica, dados por:

$$\begin{aligned} A(x_1, \dots, x_n) &= \bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \\ G(x_1, \dots, x_n) &= \sqrt[n]{x_1 \cdots x_n} \\ H(x_1, \dots, x_n) &= \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_n}} \end{aligned}$$

- Calcular la desviación estándar:

$$\sigma \equiv \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})^2}$$

- Calcular la mediana, que se define como el valor para el cual la mitad de los valores de la lista es menor que ella. Si el número de elementos es par, se toma el promedio entre los dos adyacentes.

Realizar los cálculos para las listas de números:

```
L1 = [6.41, 1.28, 11.54, 5.13, 8.97, 3.84, 10.26, 14.1, 12.82, 16.67, 2.56, 17.95, 7.
↪69, 15.39]
L2 = [4.79, 1.59, 2.13, 4.26, 3.72, 1.06, 6.92, 3.19, 5.32, 2.66, 5.85, 6.39, 0.53]
```

- La *moda* se define como el valor que ocurre más frecuentemente en una colección. Note que la moda puede no ser única. En ese caso debe obtener todos los valores. Calcule la moda de las siguientes listas de números enteros:

```
L = [8, 9, 10, 11, 10, 6, 10, 17, 8, 8, 5, 10, 14, 7, 9, 12, 8, 17, 10, 12, 9, 11, 9, ↪
↪12, 11, 11, 6, 9, 12, 5, 12, 9, 10, 16, 8, 4, 5, 8, 11, 12]
```

7. Dada una lista de direcciones en el plano, expresadas por los ángulos en grados a partir de un cierto eje, calcular la dirección promedio, expresada en ángulos. Pruebe su algoritmo con las listas:

```
t1 = [0, 180, 370, 10]
t2 = [30, 0, 80, 180]
t3 = [80, 180, 540, 280]
```

Clase 4: Técnicas de iteración y Funciones

En la clase anterior introdujimos tipos complejos en adición a las listas: tuples, diccionarios (`dict`), conjuntos (`set`). Algunas técnicas usuales de iteración sobre estos objetos.

5.1 Iteración sobre conjuntos (`set`)

```
conj = set("Hola amigos, como están") # Creamos un conjunto desde un string
conj
```

```
{ ' ', ', ', 'H', 'a', 'c', 'e', 'g', 'i', 'l', 'm', 'n', 'o', 's', 't', 'á' }
```

```
# Iteramos sobre los elementos del conjunto
for elem in conj:
    print(elem, end='')
```

```
cs omHgtaánlei,
```

Comparemos que pasa cuando lo ejecutamos reiteradamente como un script en Python

```
# %load scripts/04_ejemplo_1.py
conj = set("Hola amigos, como están")
for elem in conj:
    print (elem, end='')
print('\n')
```

```
cs omHgtaánlei,
```

5.2 Iteración sobre elementos de dos listas

Consideremos las listas:

```
temp_min = [-3.2, -2, 0, -1, 4, -5, -2, 0, 4, 0]
temp_max = [13.2, 12, 13, 7, 18, 5, 11, 14, 10, 10]
```

Queremos imprimir una lista que combine los dos datos:

```
for t1, t2 in zip(temp_min, temp_max):
    print('La temperatura mínima fue {} y la máxima fue {}'.format(t1, t2))
```

```
La temperatura mínima fue -3.2 y la máxima fue 13.2
La temperatura mínima fue -2 y la máxima fue 12
La temperatura mínima fue 0 y la máxima fue 13
La temperatura mínima fue -1 y la máxima fue 7
La temperatura mínima fue 4 y la máxima fue 18
La temperatura mínima fue -5 y la máxima fue 5
La temperatura mínima fue -2 y la máxima fue 11
La temperatura mínima fue 0 y la máxima fue 14
La temperatura mínima fue 4 y la máxima fue 10
La temperatura mínima fue 0 y la máxima fue 10
```

Como vemos, la función `zip` combina los elementos, tomando uno de cada lista

Podemos mejorar la salida anterior por pantalla si volvemos a utilizar la función `enumerate`

```
for j, t1, t2 in enumerate(zip(temp_min, temp_max)):
    print('El día {} la temperatura mínima fue {} y la máxima fue {}'.format(1+j, t[0],
↪t[1]))
```

```
-----
ValueError                                Traceback (most recent call last)

<ipython-input-8-6170f6c3b697> in <module>
----> 1 for j, t1, t2 in enumerate(zip(temp_min, temp_max)):
      2     print('El día {} la temperatura mínima fue {} y la máxima fue {}'.
↪format(1+j, t[0], t[1]))

ValueError: not enough values to unpack (expected 3, got 2)
```

¿Cuál fue el problema acá? ¿qué retorna `zip`?

```
list(zip(temp_min, temp_max))
```

```
[(-3.2, 13.2),
 (-2, 12),
 (0, 13),
 (-1, 7),
 (4, 18),
 (-5, 5),
 (-2, 11),
 (0, 14),
 (4, 10),
 (0, 10)]
```

```
for j, t in enumerate(zip(temp_min, temp_max), 1):
    print('El día {} la temperatura mínima fue {} y la máxima fue {}'.
↪format(j, t[0], t[1]))
```

```

El día 1 la temperatura mínima fue -3.2 y la máxima fue 13.2
El día 2 la temperatura mínima fue -2 y la máxima fue 12
El día 3 la temperatura mínima fue 0 y la máxima fue 13
El día 4 la temperatura mínima fue -1 y la máxima fue 7
El día 5 la temperatura mínima fue 4 y la máxima fue 18
El día 6 la temperatura mínima fue -5 y la máxima fue 5
El día 7 la temperatura mínima fue -2 y la máxima fue 11
El día 8 la temperatura mínima fue 0 y la máxima fue 14
El día 9 la temperatura mínima fue 4 y la máxima fue 10
El día 10 la temperatura mínima fue 0 y la máxima fue 10

```

```

# ¿Qué pasa cuando una se consume antes que la otra?
for t1, t2 in zip([1,2,3,4,5],[3,4,5]):
    print(t1,t2)

```

```

1 3
2 4
3 5

```

Podemos utilizar la función `zip` para sumar dos listas término a término. `zip` funciona también con más de dos listas

```

for j,t1,t2 in zip(range(1,len(temp_min)+1),temp_min, temp_max):
    print('El día {} la temperatura mínima fue {} y la máxima fue {}'.format(j, t1, t2))

```

```

El día 1 la temperatura mínima fue -3.2 y la máxima fue 13.2
El día 2 la temperatura mínima fue -2 y la máxima fue 12
El día 3 la temperatura mínima fue 0 y la máxima fue 13
El día 4 la temperatura mínima fue -1 y la máxima fue 7
El día 5 la temperatura mínima fue 4 y la máxima fue 18
El día 6 la temperatura mínima fue -5 y la máxima fue 5
El día 7 la temperatura mínima fue -2 y la máxima fue 11
El día 8 la temperatura mínima fue 0 y la máxima fue 14
El día 9 la temperatura mínima fue 4 y la máxima fue 10
El día 10 la temperatura mínima fue 0 y la máxima fue 10

```

```

tmedia = []
for t1, t2 in zip(temp_min, temp_max):
    tmedia.append((t1+t2)/2)
print(tmedia)

```

```
[5.0, 5.0, 6.5, 3.0, 11.0, 0.0, 4.5, 7.0, 7.0, 5.0]
```

También podemos escribirlo en forma más compacta usando comprensiones de listas

```

tm = [(t1+t2)/2 for t1,t2 in zip(temp_min,temp_max)]
print(tm)

```

```
[5.0, 5.0, 6.5, 3.0, 11.0, 0.0, 4.5, 7.0, 7.0, 5.0]
```

5.3 Más sobre diccionarios

5.3.1 Creación

```
d0 = {} # Equivalente a: dict()
d1 = {'S': 'A1', 'Z': 13, 'A': 27, 'M': 26.98153863 }
d2 = {'A': 27, 'M': 26.98153863, 'S': 'A1', 'Z': 13 }
d3 = dict( [('S', 'A1'), ('Z', 13), ('A', 27), ('M', 26.98153863)])
```

```
d0
```

```
{}
```

```
d1
```

```
{'S': 'A1', 'Z': 13, 'A': 27, 'M': 26.98153863}
```

```
d2 == d1
```

```
True
```

```
d2 is d1
```

```
False
```

```
d6 = d2.copy()
print(d6 == d2)
print(d6 is d2)
```

```
True
False
```

```
d3 == d1
```

```
True
```

```
d4 = dict(zip(temp_min, temp_max)) # temp_min tendrá "keys" y temp_max los "values"
d5 = {n: n**2 for n in range(6)}
```

```
d4
```

```
{-3.2: 13.2, -2: 11, 0: 10, -1: 7, 4: 10, -5: 5}
```

```
d5
```

```
{0: 0, 1: 1, 2: 4, 3: 9, 4: 16, 5: 25}
```

¿Qué espera que produzca el siguiente código?


```
temps = {j: {'Tmin': t[0], 'Tmax': t[1]}
         for j, t in enumerate(zip(temp_min, temp_max), 1)}
```

```
temps
```

```
{1: {'Tmin': -3.2, 'Tmax': 13.2},
 2: {'Tmin': -2, 'Tmax': 12},
 3: {'Tmin': 0, 'Tmax': 13},
 4: {'Tmin': -1, 'Tmax': 7},
 5: {'Tmin': 4, 'Tmax': 18},
 6: {'Tmin': -5, 'Tmax': 5},
 7: {'Tmin': -2, 'Tmax': 11},
 8: {'Tmin': 0, 'Tmax': 14},
 9: {'Tmin': 4, 'Tmax': 10},
10: {'Tmin': 0, 'Tmax': 10}}
```

5.3.2 Iteraciones sobre diccionarios

```
for k in temps:
    print('La temperatura máxima del día {} fue {} y la mínima {}'.format(k, temps[k]['Tmin'], temps[k]['Tmax']))
```

```
La temperatura máxima del día 1 fue -3.2 y la mínima 13.2
La temperatura máxima del día 2 fue -2 y la mínima 12
La temperatura máxima del día 3 fue 0 y la mínima 13
La temperatura máxima del día 4 fue -1 y la mínima 7
La temperatura máxima del día 5 fue 4 y la mínima 18
La temperatura máxima del día 6 fue -5 y la mínima 5
La temperatura máxima del día 7 fue -2 y la mínima 11
La temperatura máxima del día 8 fue 0 y la mínima 14
La temperatura máxima del día 9 fue 4 y la mínima 10
La temperatura máxima del día 10 fue 0 y la mínima 10
```

Cómo comentamos anteriormente, cuando iteramos sobre un diccionario estamos moviéndonos sobre las (k) eys

```
temps.keys()
```

```
dict_keys([1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10])
```

```
7 in temps
```

```
True
```

```
7 in temps.keys()
```

```
True
```

```
11 in temps
```

```
False
```

Para referirnos al valor tenemos que hacerlo en la forma `temps[k]`, y no siempre es una manera muy clara de escribir las cosas. Otra manera similar, pero más limpia en este caso sería:

```
list(temps.items())
```

```
[(1, {'Tmin': -3.2, 'Tmax': 13.2}),  
(2, {'Tmin': -2, 'Tmax': 12}),  
(3, {'Tmin': 0, 'Tmax': 13}),  
(4, {'Tmin': -1, 'Tmax': 7}),  
(5, {'Tmin': 4, 'Tmax': 18}),  
(6, {'Tmin': -5, 'Tmax': 5}),  
(7, {'Tmin': -2, 'Tmax': 11}),  
(8, {'Tmin': 0, 'Tmax': 14}),  
(9, {'Tmin': 4, 'Tmax': 10}),  
(10, {'Tmin': 0, 'Tmax': 10})]
```

```
for k, v in temps.items():  
    print('La temperatura máxima del día {} fue {} y la mínima {}'.  
          .format(k, v['Tmin'], v['Tmax']))
```

```
La temperatura máxima del día 1 fue -3.2 y la mínima 13.2  
La temperatura máxima del día 2 fue -2 y la mínima 12  
La temperatura máxima del día 3 fue 0 y la mínima 13  
La temperatura máxima del día 4 fue -1 y la mínima 7  
La temperatura máxima del día 5 fue 4 y la mínima 18  
La temperatura máxima del día 6 fue -5 y la mínima 5  
La temperatura máxima del día 7 fue -2 y la mínima 11  
La temperatura máxima del día 8 fue 0 y la mínima 14  
La temperatura máxima del día 9 fue 4 y la mínima 10  
La temperatura máxima del día 10 fue 0 y la mínima 10
```

Si queremos iterar sobre los valores podemos utilizar simplemente:

```
for v in temps.values():  
    print(v)
```

```
{'Tmin': -3.2, 'Tmax': 13.2}  
{'Tmin': -2, 'Tmax': 12}  
{'Tmin': 0, 'Tmax': 13}  
{'Tmin': -1, 'Tmax': 7}  
{'Tmin': 4, 'Tmax': 18}  
{'Tmin': -5, 'Tmax': 5}  
{'Tmin': -2, 'Tmax': 11}  
{'Tmin': 0, 'Tmax': 14}  
{'Tmin': 4, 'Tmax': 10}  
{'Tmin': 0, 'Tmax': 10}
```

Remarquemos que los diccionarios no tienen definidos un orden por lo que no hay garantías que la próxima vez que ejecutemos cualquiera de estas líneas de código el resultado sea exactamente el mismo. Además, si queremos imprimirlos en un orden predecible debemos escribirlo explícitamente. Por ejemplo:

```
l=list(temps.keys())  
l.sort(reverse=True)
```

```
1
```

```
[10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1]
```

```
for k in l:
    print(k, temps[k])
```

```
10 {'Tmin': 0, 'Tmax': 10}
9 {'Tmin': 4, 'Tmax': 10}
8 {'Tmin': 0, 'Tmax': 14}
7 {'Tmin': -2, 'Tmax': 11}
6 {'Tmin': -5, 'Tmax': 5}
5 {'Tmin': 4, 'Tmax': 18}
4 {'Tmin': -1, 'Tmax': 7}
3 {'Tmin': 0, 'Tmax': 13}
2 {'Tmin': -2, 'Tmax': 12}
1 {'Tmin': -3.2, 'Tmax': 13.2}
```

La secuencia anterior puede escribirse en forma más compacta como

```
for k in sorted(list(temps), reverse=True):
    print(k, temps[k])
```

```
10 {'Tmin': 0, 'Tmax': 10}
9 {'Tmin': 4, 'Tmax': 10}
8 {'Tmin': 0, 'Tmax': 14}
7 {'Tmin': -2, 'Tmax': 11}
6 {'Tmin': -5, 'Tmax': 5}
5 {'Tmin': 4, 'Tmax': 18}
4 {'Tmin': -1, 'Tmax': 7}
3 {'Tmin': 0, 'Tmax': 13}
2 {'Tmin': -2, 'Tmax': 12}
1 {'Tmin': -3.2, 'Tmax': 13.2}
```

```
list(temps)
```

```
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]
```

```
for k in sorted(list(temps.keys()), reverse=True):
    print(k, temps[k])
```

```
10 {'Tmin': 0, 'Tmax': 10}
9 {'Tmin': 4, 'Tmax': 10}
8 {'Tmin': 0, 'Tmax': 14}
7 {'Tmin': -2, 'Tmax': 11}
6 {'Tmin': -5, 'Tmax': 5}
5 {'Tmin': 4, 'Tmax': 18}
4 {'Tmin': -1, 'Tmax': 7}
3 {'Tmin': 0, 'Tmax': 13}
2 {'Tmin': -2, 'Tmax': 12}
1 {'Tmin': -3.2, 'Tmax': 13.2}
```

5.4 Ejercicios 04 (a)

1. Realice un programa para:

- Leer los datos del archivo **aluminio.dat** y poner los datos del elemento en un diccionario de la forma:

```
d = {'S': 'Al', 'Z':13, 'A':27, 'M': '26.98153863(12)', 'P': 1.0000, 'MS':26.  
↪9815386(8)'} }
```

- Modifique el programa anterior para que las masas sean números (`float`) y descarte el valor de la incerteza (el número entre paréntesis)
- Agregue el código necesario para obtener una impresión de la forma:

```
Elemento: Al  
Número Atómico: 13  
Número de Masa: 27  
Masa: 26.98154
```

Note que la masa sólo debe contener 5 números decimales

5.5 Funciones

5.5.1 Las funciones son objetos

Las funciones en **Python**, como en la mayoría de los lenguajes, usan una notación similar a la de las funciones matemáticas, con un nombre y uno o más argumentos entre paréntesis. Por ejemplo, ya usamos la función `sum` cuyo argumento es una lista o una *tuple* de números

```
a = [1, 3.3, 5, 7.5, 2.2]  
sum(a)
```

```
19.0
```

```
b = tuple(a)  
sum(b)
```

```
19.0
```

```
sum
```

```
<function sum(iterable, start=0, /)>
```

```
print
```

```
<function print>
```

En **Python** `function` es un objeto, con una única operación posible: podemos llamarla, en la forma: `func(lista-de-argumentos)`

Como con todos los objetos, podemos definir una variable y asignarle una función (algo así como lo que en C sería un puntero a funciones)

```
f = sum  
help(f)
```

Help on built-in function `sum` in module `builtins`:

```
sum(iterable, start=0, /)
    Return the sum of a 'start' value (default: 0) plus an iterable of numbers

    When the iterable is empty, return the start value.
    This function is intended specifically for use with numeric values and may
    reject non-numeric types.
```

```
print('¿f is sum? ', f is sum)
print('f(a)=', f(a), '    sum(a)=', sum(a))
```

```
¿f is sum?  True
f(a)= 19.0    sum(a)= 19.0
```

También podemos crear un diccionario donde los valores sean funciones:

```
funciones = {'suma': sum, 'minimo': min, 'maximo': max}
```

```
funciones['suma']
```

```
<function sum(iterable, start=0, /)>
```

```
funciones['suma'](a)
```

```
19.0
```

```
print('\n', 'a =', a, '\n')
for k, v in funciones.items():
    print(k, v(a))
```

```
a = [1, 3.3, 5, 7.5, 2.2]

suma 19.0
minimo 1
maximo 7.5
```

5.5.2 Definición básica de funciones

Tomemos el ejemplo del tutorial de la documentación de Python. Vimos, al introducir el elemento de control `while` una forma de calcular la serie de Fibonacci. Usemos ese ejemplo para mostrar como se definen las funciones

```
def fib(n):
    """Devuelve una lista con los términos
    de la serie de Fibonacci hasta n."""
    result = []
    a, b = 0, 1
    while a < n:
        result.append(a)
        a, b = b, a+b
    return result
```

```
fib(100)
```

```
[0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89]
```

```
fib
```

```
<function __main__.fib(n)>
```

Puntos a notar: * Las funciones se definen utilizando la palabra `def` seguida por el nombre, * A continuación, entre paréntesis se escriben los argumentos, en este caso el entero `n`, * La función devuelve (*retorna*) algo, en este caso una lista. Si una función no devuelve algo explícitamente, entonces devuelve `None`. * Lo que devuelve la función se especifica mediante la palabra reservada `return` * Al principio de la definición de la función se escribe la documentación

```
help(fib)
```

```
Help on function fib in module __main__:
```

```
fib(n)
    Devuelve una lista con los términos
    de la serie de Fibonacci hasta n.
```

```
help(fib)
```

```
fib.__doc__
```

```
'Devuelve una lista con los términosn de la serie de Fibonacci hasta n.'
```

Como segundo ejemplo, consideremos el ejercicio donde pedimos la velocidad y altura de una pelota en caída libre. Pero esta vez definimos una función para realizar los cálculos:

```
h_0 = 500                # altura inicial en m
v_0 = 0                  # velocidad inicial en m/s
g = 9.8                  # aceleración de la gravedad en m/s^2
def caida(t):
    v = v_0 - g*t
    h = h_0 - v_0*t - g*t**2/2.
    return v,h
```

```
print(caida(1))
```

```
(-9.8, 495.1)
```

```
v, h = caida(1.5)
```

```
print('Para t = {0}, la velocidad será v={1}\
y estará a una altura {2:.2f}'.format(1.5, v, h))
```

```
Para t = 1.5, la velocidad será v=-14.700000000000001 y estará a una altura 488.98
```

```
v, h = caida(2.2)
print('Para t = {0}, la velocidad será v={1}, y estará a una altura {2}'.format(
    2.2, v, h))
```

Para $t = 2.2$, la velocidad será $v = -21.560000000000002$, y estará a una altura 476.284

Podemos mejorar considerablemente la funcionalidad si le damos la posibilidad al usuario de dar la posición y la velocidad iniciales

```
g = 9.8                                # aceleración de la gravedad en m/s^2
def caida2(t, h_0, v_0):
    """Calcula la velocidad y posición de una partícula a tiempo t, para condiciones
    ↪ iniciales dadas
    h_0 es la altura inicial
    v_0 es la velocidad inicial
    Se utiliza el valor de aceleración de la gravedad g=9.8 m/s^2
    """
    v = v_0 - g*t
    h = h_0 - v_0*t - g*t**2/2.
    return v,h
```

```
v,h = caida2(2.2, 100, 12)
print('Para caída desde {h0}m, con vel. inicial {v0}m/s, a t = {0},
la velocidad será v={1}, y estará a una altura {2}').
      format(2.2, v, h, h0=100, v0=12))
```

Para caída desde 100m , con vel. inicial 12m/s , a $t = 2.2$,
la velocidad será $v = -9.560000000000002$, y estará a una altura 49.883999999999986

Notemos que podemos llamar a esta función de varias maneras. Podemos llamarla con la constante, o con una variable indistintamente. En este caso, el argumento está definido por su posición: El primero es la altura inicial (h_0) y el segundo la velocidad inicial (v_0).

```
v0 = 12
caida2(2.2, 100, v0)
```

```
(-9.560000000000002, 49.883999999999986)
```

Pero en Python podemos usar el nombre de la variable. Por ejemplo:

```
caida2(v_0=v0,t=2.2, h_0=100)
```

```
(-9.560000000000002, 49.883999999999986)
```

5.5.3 Argumentos de las funciones

Ámbito de las variables en los argumentos

Consideremos la siguiente función

```
def func1(x):
    print('x entró a la función con el valor', x)
    x = 2
    print('El nuevo valor de x es', x)
```

```
x = 50
print('Originalmente x vale',x)
func1(x)
print('Ahora x vale',x)
```

```
Originalmente x vale 50
x entró a la función con el valor 50
El nuevo valor de x es 2
Ahora x vale 50
```

```
def func2(x):
    print('x entró a la función con el valor', x)
    print('Id adentro:',id(x))
    x = [2,7]
    print('El nuevo valor de x es', x)
    print('Id adentro:',id(x))
```

```
x = [50]
print('Originalmente x vale',x)
func2(x)
print('Ahora x vale',x)
print('Id afuera:', id(x))
```

```
Originalmente x vale [50]
x entró a la función con el valor [50]
Id adentro: 139793404910720
El nuevo valor de x es [2, 7]
Id adentro: 139793405075776
Ahora x vale [50]
Id afuera: 139793404910720
```

¿Qué está pasando acá? Cuando se realiza la llamada a la función, se le pasa una copia del nombre `x`. Cuando le damos un nuevo valor dentro de la función, como en el caso `x = [2]`, entonces esta copia apunta a un nuevo objeto que estamos creando. Por lo tanto, la variable original –definida fuera de la función– no cambia.

En el primer caso, como los escalares son inmutables (de la misma manera que los strings y tuplas) no puede ser modificada, y al reasignarla siempre estamos haciendo apuntar la copia a una nueva variable.

Consideremos estas variantes:

```
def func3a(x):
    print('x entró a la función con el valor', x)
    x.append(2)
    print('El nuevo valor de x es', x)
```

```
x = [50]
print('Originalmente x vale',x)
func3a(x)
print('Ahora x vale',x)
```

```
Originalmente x vale [50]
x entró a la función con el valor [50]
El nuevo valor de x es [50, 2]
Ahora x vale [50, 2]
```



```
def func4(x):
    print('x entró a la función con el valor', x)
    x[0] = 2
    print('El nuevo valor de x es', x)
```

```
x = [50]
print('Originalmente x vale', x)
func4(x)
print('Ahora x vale', x)
```

```
Originalmente x vale [50]
x entró a la función con el valor [50]
El nuevo valor de x es [2]
Ahora x vale [2]
```

Por otro lado, cuando asignamos directamente un valor a uno o más de sus elementos o agregamos elementos a la lista, la copia sigue apuntando a la variable original y el valor de la variable, definida originalmente afuera, cambia.

Funciones con argumentos opcionales

Las funciones pueden tener muchos argumentos. En **Python** pueden tener un número variable de argumentos y pueden tener valores por *default* para algunos de ellos. En el caso de la función de caída libre, vamos a extenderlo de manera que podamos usarlo fuera de la tierra (o en otras latitudes) permitiendo cambiar el valor de la gravedad y asumiendo que, a menos que lo pidamos explícitamente se trata de una simple caída libre:

```
def caida_libre(t, h0, v0 = 0., g=9.8):
    """Devuelve la velocidad y la posición de una partícula en
    caída libre para condiciones iniciales dadas

    Parameters
    -----
    t : float
        el tiempo al que queremos realizar el cálculo
    h0: float
        la altura inicial
    v0: float (opcional)
        la velocidad inicial (default = 0.0)
    g: float (opcional)
        valor de la aceleración de la gravedad (default = 9.8)

    Returns
    -----
    (v,h): tuple of floats
        v= v0 - g*t
        h= h0 - v0*t - g*t^2/2

    """
    v = v0 - g*t
    h = h0 - v0*t - g*t**2/2.
    return v, h
```

```
# Desde 1000 metros con velocidad inicial cero
print( caida_libre(2,1000))
```

```
(-19.6, 980.4)
```

```
# Desde 1000 metros con velocidad inicial hacia arriba
print(caida_libre(1, 1000, 10))
```

```
(0.1999999999999993, 985.1)
```

```
# Desde 1000 metros con velocidad inicial cero
print(caida_libre(h0= 1000, t=2))
```

```
(-19.6, 980.4)
```

```
# Desde 1000 metros con velocidad inicial cero en la luna
print( caida_libre( v0=0, h0=1000, t=14.2857137))
```

```
(-139.99999426000002, 8.199999820135417e-05)
```

```
# Desde 1000 metros con velocidad inicial cero en la luna
print( caida_libre( v0=0, h0=1000, t=14.2857137, g=1.625))
```

```
(-23.2142847625, 834.1836870663262)
```

```
help(caida_libre)
```

```
Help on function caida_libre in module __main__:

caida_libre(t, h0, v0=0.0, g=9.8)
    Devuelve la velocidad y la posición de una partícula en
    caída libre para condiciones iniciales dadas

    Parameters
    -----
    t : float
        el tiempo al que queremos realizar el cálculo
    h0: float
        la altura inicial
    v0: float (opcional)
        la velocidad inicial (default = 0.0)
    g: float (opcional)
        valor de la aceleración de la gravedad (default = 9.8)

    Returns
    -----
    (v,h): tuple of floats
        v= v0 - g*t
        h= h0 - v0*t -g*t^2/2
```

Tipos mutables en argumentos opcionales

Hay que tener cuidado cuando usamos valores por defecto con tipos que pueden modificarse dentro de la función. Consideremos la siguiente función:

```
def func2b(x1, x=[]):
    print('x entró a la función con el valor', x)
    x.append(x1)
    print('El nuevo valor de x es', x)
```

```
func2b(1)
```

```
x entró a la función con el valor []
El nuevo valor de x es [1]
```

```
func2b(2)
```

```
x entró a la función con el valor [1]
El nuevo valor de x es [1, 2]
```

Notar: No se pueden usar argumentos con *nombre* antes de los argumentos requeridos (en este caso `t`).

Tampoco se pueden usar argumentos sin su *nombre* después de haber incluido alguno con su nombre. Por ejemplo no son válidas las llamadas:

```
caida_libre(t=2, 0.)
caida_libre(2, v0=0., 1000)
```

Número variable de argumentos y argumentos *keywords*

Se pueden definir funciones que toman un número variable de argumentos (como una lista), o que aceptan un diccionario como argumento. Este tipo de argumentos se llaman argumentos *keyword* (`kwargs`). Una buena explicación se encuentra en el [Tutorial de la documentación](#). Ahora vamos a usar otra explicación rápida. Consideremos la función `f`, que imprime sus argumentos:

```
def f(p, *args, **kwargs):
    print("p: {}, tipo: {}".format(p, type(p)))
    print("args: {}, tipo: {}".format(args, type(args)))
    print("kwargs: {}, tipo: {}".format(kwargs, type(kwargs)))
```

```
f(1,2,3)
```

```
p: 1, tipo: <class 'int'>
args: (2, 3), tipo: <class 'tuple'>
kwargs: {}, tipo: <class 'dict'>
```

```
f(1,2,3,4,5,6)
```

```
p: 1, tipo: <class 'int'>
args: (2, 3, 4, 5, 6), tipo: <class 'tuple'>
kwargs: {}, tipo: <class 'dict'>
```

En este ejemplo, el primer valor se asigna al argumento requerido `p`, y los siguientes a una variable que se llama `args`, que es del tipo `tuple`

```
f(1,2, 3, 5, anteultimo= 9, ultimo = -1)
```

```
p: 1, tipo: <class 'int'>
args: (2, 3, 5), tipo: <class 'tuple'>
kwargs: {'anteultimo': 9, 'ultimo': -1}, tipo: <class 'dict'>
```

```
f(1, (1,2,3), 4, ultimo=-1)
```

Con `*args` se indica *mapear todos los argumentos posicionales no explícitos a una tupla llamada “args”*. Con `**kwargs` se indica mapear todos los argumentos de palabra clave no explícitos a un diccionario llamado `kwargs`. Esta acción de convertir un conjunto de argumentos a una tuple o diccionario se conoce como *empaclar* o *empaquetar* los datos.

NOTA: Por supuesto, no es necesario utilizar los nombres `args` y `kwargs`. Podemos llamarlas de cualquier otra manera! los simbolos que indican cantidades arbitrarias de parametros son `*` y `**`. Además es posible poner parametros comunes antes de los parametros arbitrarios, como se muestra en el ejemplo.

Exploremos otras variantes de llamadas a la función:

```
f(1, ultimo=-1)
```

```
p: 1, tipo: <class 'int'>
args: (), tipo: <class 'tuple'>
kwargs: {'ultimo': -1}, tipo: <class 'dict'>
```

```
f(1, ultimo=-1, 2)
```

```
File "<ipython-input-59-acd06ccc380f>", line 1
    f(1, ultimo=-1, 2)
      ^
SyntaxError: positional argument follows keyword argument
```

```
f(ultimo=-1, p=2)
```

```
p: 2, tipo: <class 'int'>
args: (), tipo: <class 'tuple'>
kwargs: {'ultimo': -1}, tipo: <class 'dict'>
```

Un ejemplo de una función con número variable de argumentos puede ser la función `multiplica`:

```
def multiplica(*args):
    s = 1
    for a in args:
        s *= a
    return s
```

```
multiplica(2,5)
```

```
10
```

```
multiplica(2,3,5,9,12)
```

```
3240
```

5.6 Ejercicios 4 (b)

2. Escriba funciones para analizar la divisibilidad de enteros:

- La función `es_divisible1(x)` que retorna verdadero si `x` es divisible por alguno de 2, 3, 5, 7 o falso en caso contrario.
- La función `es_divisible_por_lista` que cumple la misma función que `es_divisible1` pero recibe dos argumentos: el entero `x` y una variable del tipo lista que contiene los valores para los cuáles debemos examinar la divisibilidad. Las siguientes expresiones deben retornar el mismo valor:

```
es_divisible1(x)
es_divisible_por_lista(x, [2,3,5,7])
es_divisible_por_lista(x)
```

- La función `es_divisible_por` cuyo primer argumento (mandatorio) es `x`, y luego puede aceptar un número indeterminado de argumentos:

```
es_divisible_por(x) # retorna verdadero siempre
es_divisible_por(x, 2) # verdadero si x es par
es_divisible_por(x, 2, 3, 5, 7) # igual resultado que es_divisible1(x) e igual a
↳ es_divisible_por_lista(x)
es_divisible_por(x, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13) # o cualquier secuencia de argumentos
↳ debe funcionar
```


Clase 5: Funciones

6.1 Empacar y desempacar secuencias o diccionarios

Cuando en **Python** creamos una función que acepta un número arbitrario de argumentos estamos utilizando una habilidad del lenguaje que es el empaquetamiento y desempaquetamiento automático de variables.

Al definir un número variable de argumentos de la forma:

```
def f(*v):  
    ...
```

y luego utilizarla en alguna de las formas:

```
f(1)  
f(1, 'hola')  
f(a, 2, 3.5, 'hola')
```

Python automáticamente convierte los argumentos en una única tupla:

```
f(1)           --> v = (1,)   
f(1, 'hola')   --> v = (1, 'hola')   
f(a, 2, 3.5, 'hola') --> v = (a, 2, 3.5, 'hola')
```

Análogamente, cuando utilizamos funciones podemos desempacar múltiples valores en los argumentos de llamada a las funciones.

Si definimos una función que recibe un número determinado de argumentos

```
def g(a, b, c):  
    ...
```

y definimos una lista (o tupla)

```
t1 = [a1, b1, c1]
```

podemos realizar la llamada a la función utilizando la notación asterisco o estrella

```
g(*t1)          -->  g(a1, b1, c1)
```

Esta notación no se puede utilizar en cualquier contexto. Por ejemplo, es un error tratar de hacer

```
t2 = *t1
```

pero en el contexto de funciones podemos desempacarlos para convertirlos en varios argumentos que acepta la función usando la expresión con asterisco. Veamos lo que esto quiere decir con la función `caida_libre()` definida anteriormente

```
def caida_libre(t, h0, v0 = 0., g=9.8):
    """Devuelve la velocidad y la posición de una partícula en
    caída libre para condiciones iniciales dadas

    Parameters
    -----
    t : float
        el tiempo al que queremos realizar el cálculo
    h0: float
        la altura inicial
    v0: float (opcional)
        la velocidad inicial (default = 0.0)
    g: float (opcional)
        valor de la aceleración de la gravedad (default = 9.8)

    Returns
    -----
    (v,h): tuple of floats
        v= v0 - g*t
        h= h0 - v0*t - g*t^2/2

    """
    v = v0 - g*t
    h = h0 - v0*t - g*t**2/2.
    return v,h
```

```
datos = (5.4, 1000., 0.)          # Una lista (tuple en realidad)
print (caida_libre(*datos))
```

```
(-52.920000000000001, 857.116)
```

En la llamada a la función, la expresión `*datos` le indica al intérprete Python que la secuencia (tuple) debe convertirse en una sucesión de argumentos, que es lo que acepta la función.

Similarmente, para desempacar un diccionario usamos la notación `**diccionario`:

```
# diccionario, caída libre en la luna
otros_datos = {'t':5.4, 'h0': 1000., "g" : 1.625}
v, h = caida_libre(**otros_datos)
print ('v={}, h={}'.format(v,h))
```

```
v=-8.775, h=976.3075
```

En resumen:

- la notación (*datos) convierte la tuple (o lista) en los tres argumentos que acepta la función caída libre. Los siguientes llamados son equivalentes:

```
caida_libre(*datos)
caida_libre(datos[0], datos[1], datos[2])
caida_libre(5.4, 1000., 0.)
```

- la notación (**otros_datos) desempaca el diccionario en pares clave=valor, siendo equivalentes los dos llamados:

```
caida_libre(**otros_datos)
caida_libre(t=5.4, h0=1000., g=0.2)
```

6.2 Funciones que devuelven funciones

Las funciones pueden ser pasadas como argumento y pueden ser retornadas por una función, como cualquier otro objeto (números, listas, tuples, cadenas de caracteres, diccionarios, etc). Veamos un ejemplo simple de funciones que devuelven una función:

```
def crear_potencia(n):
    "Devuelve la función x^n"
    def potencia(x):
        "potencia {}-esima de x".format(n)
        return x**n
    return potencia
```

```
f = crear_potencia(3)
cubos = [f(j) for j in range(5)]
```

6.3 Ejercicios 05 (a)

- Escriba una función `crear_sen(A, w)` que acepte dos números reales A, w como argumentos y devuelva la función $f(x)$.

Al evaluar la función f en un dado valor x debe dar el resultado: $f(x) = A \sin(wx)$ tal que se pueda utilizar de la siguiente manera:

```
f = crear_sen(3, 1.5)
f(2)           # Debería imprimir el resultado de 3*sin(1.5*2)=0.4233600241796016
```

- Utilizando conjuntos (`set`), escriba una función que compruebe si un string contiene todas las vocales. La función debe devolver `True` o `False`.

6.4 Funciones que toman como argumento una función

```
def aplicar_fun(f, L):
    """Aplica la función f a cada elemento del iterable L y devuelve una lista con los
    resultados.

    IMPORTANTE: Notar que no se realiza ninguna comprobación de validez
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```
"""  
return [f(x) for x in L]
```

```
import math as m  
Lista = list(range(1,10))  
t = aplicar_fun(m.sin, Lista)
```

```
t
```

```
[0.8414709848078965,  
0.9092974268256817,  
0.1411200080598672,  
-0.7568024953079282,  
-0.9589242746631385,  
-0.27941549819892586,  
0.6569865987187891,  
0.9893582466233818,  
0.4121184852417566]
```

El ejemplo anterior se podría escribir

```
Lista = list(range(5))  
aplicar_fun(crear_potencia(3), Lista)
```

```
[0, 1, 8, 27, 64]
```

Notar que definimos la función `aplicar_fun()` que recibe una función y una secuencia, pero no necesariamente una lista, por lo que podemos aplicarla directamente a `range`:

```
aplicar_fun(crear_potencia(3), range(5))
```

```
[0, 1, 8, 27, 64]
```

Además, debido a su definición, el primer argumento de la función `aplicar_fun()` no está restringida a funciones numéricas pero al usarla tenemos que asegurar que la función y el iterable (lista) que pasamos como argumentos son compatibles.

Veamos otro ejemplo:

```
s = ['hola', 'chau']  
print(aplicar_fun(str.upper, s))
```

```
['HOLA', 'CHAU']
```

donde `str.upper` es una función definida en **Python**, que convierte a mayúsculas el string dado `str`.
`upper('hola') = 'HOLA'`.

6.5 Aplicacion 1: Ordenamiento de listas

Consideremos el problema del ordenamiento de una lista de strings. Como vemos el resultado usual no es necesariamente el deseado

```
s1 = ['Estudiantes', 'caballeros', 'Python', 'Curso', 'pc', 'aereo']
print(s1)
print(sorted(s1))
```

```
['Estudiantes', 'caballeros', 'Python', 'Curso', 'pc', 'aereo']
['Curso', 'Estudiantes', 'Python', 'aereo', 'caballeros', 'pc']
```

Acá `sorted` es una función, similar al método `str.sort()` que mencionamos anteriormente, con la diferencia que devuelve una nueva lista con los elementos ordenados. Como los elementos son *strings*, la comparación se hace respecto a su posición en el abecedario. En este caso no es lo mismo mayúsculas o minúsculas.

```
s2 = [s.lower() for s in s1]
print(s2)
print(sorted(s2))
```

```
['estudiantes', 'caballeros', 'python', 'curso', 'pc', 'aereo']
['aereo', 'caballeros', 'curso', 'estudiantes', 'pc', 'python']
```

Posiblemente queremos el orden que obtuvimos en segundo lugar pero con los elementos dados originalmente (con sus mayúsculas y minúsculas originales). Para poder modificar el modo en que se ordenan los elementos, la función `sorted` (y el método `sort`) tienen el argumento opcional `key`

```
help(sorted)
```

Help on built-in function `sorted` in module `builtins`:

```
sorted(iterable, /, *, key=None, reverse=False)
    Return a new list containing all items from the iterable in ascending order.

    A custom key function can be supplied to customize the sort order, and the
    reverse flag can be set to request the result in descending order.
```

Como vemos tiene un argumento opcional `key` que es una función. Veamos algunos ejemplos de su uso

```
sorted(s1, key=str.lower)
```

```
['aereo', 'caballeros', 'Curso', 'Estudiantes', 'pc', 'Python']
```

Como vemos, los strings están ordenados adecuadamente. Si queremos ordenarlos por longitud de la palabra

```
sorted(s1, key=len)
```

```
['pc', 'Curso', 'aereo', 'Python', 'caballeros', 'Estudiantes']
```

Supongamos que queremos ordenarla alfabéticamente por la segunda letra

```
def segunda(a):
    return a[1]

sorted(s1, key=segunda)
```

```
['caballeros', 'pc', 'aereo', 'Estudiantes', 'Curso', 'Python']
```

6.6 Funciones anónimas

En ocasiones como esta suele ser más rápido (o conveniente) definir la función, que se va a utilizar una única vez, sin darle un nombre. Estas se llaman funciones *lambda*, y el ejemplo anterior se escribiría

```
sorted(s1, key=lambda a: a[1])
```

```
['caballeros', 'pc', 'aereo', 'Estudiantes', 'Curso', 'Python']
```

Si queremos ordenarla alfabéticamente empezando desde la última letra:

```
sorted(s1, key=lambda a: a[::-1])
```

```
['pc', 'Python', 'aereo', 'Curso', 'Estudiantes', 'caballeros']
```

6.7 Ejemplo 1: Integración numérica

Veamos en más detalle el caso de funciones que reciben como argumento otra función, estudiando un caso usual: una función de integración debe recibir como argumento al menos una función a integrar y los límites de integración:

```
# %load scripts/05_ejemplo_1.py
def integrate_simps(f, a, b, N=10):
    """Calcula numéricamente la integral de la función en el intervalo dado
    utilizando la regla de Simpson

    Keyword Arguments:
    f -- Función a integrar
    a -- Límite inferior
    b -- Límite superior
    N -- El intervalo se separa en 2*N intervalos
    """
    h = (b - a) / (2 * N)
    I = f(a) - f(b)
    for j in range(1, N + 1):
        x2j = a + 2 * j * h
        x2jm1 = a + (2 * j - 1) * h
        I += 2 * f(x2j) + 4 * f(x2jm1)
    return I * h / 3
```

En este ejemplo programamos la fórmula de integración de Simpson para obtener la integral de una función $f(x)$ provista por el usuario, en un dado intervalo:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{3} \left[f(x_0) + 2 \sum_{j=1}^{n/2} f(x_{2j}) + 4 \sum_{j=1}^{n/2} f(x_{2j-1}) - f(x_n) \right]$$

¿Cómo usamos la función de integración?

```
def potencia2(x):
    return x**2

integrate_simps(potencia2, 0, 3, 7)
```

```
9.0
```

Acá definimos una función, y se la pasamos como argumento a la función de integración.

6.7.1 Uso de funciones anónimas

Veamos como sería el uso de funciones anónimas en este contexto

```
integrate_sims(lambda x: x**2, 0, 3, 7)
```

```
9.0
```

La notación es un poco más corta, que es cómodo pero no muy relevante para un caso. Si queremos, por ejemplo, aplicar el integrador a una familia de funciones la notación se simplifica notablemente:

```
print('Integrales:')
a = 0
b = 3
for n in range(6):
    I = integrate_sims(lambda x: (n + 1) * x**n, a, b, 10)
    print('I ( {} x^{}, {}, {} ) = {:.5f}'.format(n + 1, n, a, b, I))
```

```
Integrales:
I ( 1 x^0, 0, 3 ) = 3.00000
I ( 2 x^1, 0, 3 ) = 9.00000
I ( 3 x^2, 0, 3 ) = 27.00000
I ( 4 x^3, 0, 3 ) = 81.00000
I ( 5 x^4, 0, 3 ) = 243.00101
I ( 6 x^5, 0, 3 ) = 729.00911
```

Este es un ejemplo de uso de las funciones anónimas `lambda`. Recordemos que la forma general de las funciones `lambda` es:

```
lambda x,y,z: expresión_de(x,y,z)
```

por ejemplo en el ejemplo anterior, para calcular $(n + 1)x^n$, hicimos:

```
lambda x: (n+1) * x**n
```

6.8 Ejemplo 2: Polinomio interpolador

Veamos ahora una función que retorna una función. Supongamos que tenemos una tabla de puntos (x, y) por los que pasan nuestros datos y queremos interpolar los datos con un polinomio.

Sabemos que dados N puntos, hay un único polinomio de grado N que pasa por todos los puntos. En este ejemplo utilizamos la fórmula de Lagrange para obtenerlo.

```
%load scripts/ejemplo_05_2.py
```

```
# %load scripts/ejemplo_05_2.py
def polinomio_interp(x, y):
    """Devuelve el polinomio interpolador que pasa por los puntos (x_i, y_i)

```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

Warning: La implementación es numéricamente inestable. Funciona para algunos
↪ puntos (menor a 20)

Keyword Arguments:
x -- Lista con los valores de x
y -- Lista con los valores de y
"""

M = len(x)

def polin(xx):
    """Evalúa el polinomio interpolador de Lagrange"""
    P = 0

    for j in range(M):
        pt = y[j]
        for k in range(M):
            if k == j:
                continue
            fac = x[j] - x[k]
            pt *= (xx - x[k]) / fac
        P += pt
    return P

return polin

```

Lo que obtenemos al llamar a esta función es una función

```
f = polinomio_interp([0,1], [0,2])
```

```
f
```

```
<function __main__.polinomio_interp.<locals>.polin(xx)>
```

```
help(f)
```

```

Help on function polin in module __main__:

polin(xx)
    Evalúa el polinomio interpolador de Lagrange

```

```
f(3.4)
```

```
6.8
```

Este es el resultado esperado porque queremos el polinomio que pasa por dos puntos (una recta), y en este caso es la recta $y = 2x$. Veamos cómo usarlo, en forma más general:

```

# %load scripts/ejemplo_05_3
#from ejemplo_05_2 import polinomio_interp

xmax = 5
step = 0.2

```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

N = int(5 / step)

x2, y2 = [1, 2, 3], [1, 4, 9]    # x^2
f2 = polinomio_interp(x2, y2)

x3, y3 = [0, 1, 2, 3], [0, 2, 16, 54]    # 2 x^3
f3 = polinomio_interp(x3, y3)

print('\n x      f2(x)      f3(x)\n' + 18 * '-')
for j in range(N):
    x = step * j
    print('{:.1f}   {:.5.2f}   {:.6.2f}'.format(x, f2(x), f3(x)))

```

x	f2(x)	f3(x)
0.0	0.00	0.00
0.2	0.04	0.02
0.4	0.16	0.13
0.6	0.36	0.43
0.8	0.64	1.02
1.0	1.00	2.00
1.2	1.44	3.46
1.4	1.96	5.49
1.6	2.56	8.19
1.8	3.24	11.66
2.0	4.00	16.00
2.2	4.84	21.30
2.4	5.76	27.65
2.6	6.76	35.15
2.8	7.84	43.90
3.0	9.00	54.00
3.2	10.24	65.54
3.4	11.56	78.61
3.6	12.96	93.31
3.8	14.44	109.74
4.0	16.00	128.00
4.2	17.64	148.18
4.4	19.36	170.37
4.6	21.16	194.67
4.8	23.04	221.18

6.9 Ejercicios 05 (b)

3. Escriba una serie de funciones que permitan trabajar con polinomios. Vamos a representar a un polinomio como una lista de números reales, donde cada elemento corresponde a un coeficiente que acompaña una potencia
 - Una función que devuelva el orden del polinomio (un número entero)
 - Una función que sume dos polinomios y devuelva un polinomio (objeto del mismo tipo)
 - Una función que multiplique dos polinomios y devuelva el resultado en otro polinomio
 - Una función devuelva la derivada del polinomio (otro polinomio).
 - Una función que, acepte el polinomio y devuelva la función correspondiente.

4. Vamos a describir un **sudoku** como un array bidimensional de 9x9 números, cada uno de ellos entre 1 y 9.

Escribir una función que tome como argumento una grilla (Lista bidimensional de 9x9) y devuelva verdadero si los números corresponden a la resolución correcta y falso en caso contrario. Recordamos que para que sea válido debe cumplirse que:

- Los números están entre 1 y 9
- En cada fila no deben repetirse
- En cada columna no deben repetirse
- En todas las regiones de 3x3 que no se solapan, empezando de cualquier esquina, no deben repetirse.

6.10 Funciones que aceptan y devuelven funciones (Decoradores)

Consideremos la siguiente función `mas_uno`, que toma como argumento una función y devuelve otra función.

```
def mas_uno(func):  
    "Devuelve una función"  
    def fun(args):  
        "Agrega 1 a cada uno de los elementos y luego aplica la función"  
        xx = [x+1 for x in args]  
        y= func(xx)  
        return y  
    return fun
```

```
ssum= mas_uno(sum)           # h es una función  
mmin= mas_uno(min)          # f es una función  
mmax= mas_uno(max)          # g es una función
```

```
a = [0, 1, 3.3, 5, 7.5, 2.2]  
print(a)  
print(sum(a), ssum(a))  
print(min(a), mmin(a))  
print(max(a), mmax(a))
```

6.10.1 Notación para decoradores

Podemos aplicar la función tanto a funciones intrínsecas como a funciones definidas por nosotros

```
def parabola(v):  
    return [x**2 + 2*x for x in v]
```

```
mparabola = mas_uno(parabola)
```

```
print(parabola(a))  
print(mparabola(a))
```

Notemos que al decorar una función estamos creando una enteramente nueva

```
del parabola                # Borramos el objeto
```



```
parabola(a)
```

```
mparabola(a)
```

Algunas veces queremos eso, renombrar la función original (se lo llama decorar):

```
def parabola(v):
    return [x**2 + 2*x for x in v]
mparabola = mas_uno(parabola)
del parabola
parabola = mparabola
del mparabola
```

Son un montón de líneas, podemos simplificarlo:

```
def parabola(v):
    return [x**2 + 2*x for x in v]
parabola = mas_uno(parabola)
```

Esta es una situación que puede darse frecuentemente en algunas áreas. Se decidió simplificar la notación, introduciendo el uso de @. Lo anterior puede escribirse como:

```
@mas_uno
def mi_parabola(v):
    return [x**2 + 2*x for x in v]
```

La única restricción para utilizar esta notación es que la línea con el decorador debe estar inmediatamente antes de la definición de la función a decorar

```
mi_parabola(a)
```

6.10.2 Algunos Usos de decoradores

```
mi_parabola(3)
```

El problema aquí es que definimos la función para tomar como argumentos una lista (o al menos un iterable de números) y estamos tratando de aplicarla a un número. Podemos definir un decorador para asegurarnos que el tipo es correcto (que no es del todo correcto)

```
def test_argumento_list_num(f):
    def check(v):
        if (type(v) == list):
            return f(v)
        else:
            print("Error: El argumento debe ser una lista")
    return check
```

```
mi_parabola = test_argumento_list_num(mi_parabola)
```

```
mi_parabola(3)
```

```
mi_parabola(a)
```

Supongamos que queremos simplemente extender la función para que sea válida también con argumentos escalares. Definimos una nueva función que utilizaremos como decorador

```
def hace_argumento_list(f):
    def check(v):
        "Corrige el argumento si no es una lista"
        if (type(v) == list):
            return f(v)
        else:
            return f([v])
    return check
```

```
@hace_argumento_list
def parabola(v):
    return [x**2 + 2*x for x in v]
```

```
print(parabola(3))
print(parabola([3]))
```

6.11 Atrapar y administrar errores

Python tiene incorporado un mecanismo para atrapar errores de distintos tipos, así como para generar errores que den información al usuario sobre usos incorrectos del código.

En primer lugar consideremos lo que se llama un error de sintaxis. El siguiente comando es sintácticamente correcto y el intérprete sabe como leerlo

```
print("hola")
```

```
hola
```

mientras que, si escribimos algo que no está permitido en el lenguaje

```
print("hola"))
```

```
File "<ipython-input-22-3e8c6f917d42>", line 1
    print("hola"))
            ^
SyntaxError: invalid syntax
```

El intérprete detecta el error y repite la línea donde lo identifica. Este tipo de errores debe corregirse para poder seguir con el programa.

Consideremos ahora el código siguiente, que es sintácticamente correcto pero igualmente causa un error

```
a = 1
b = 0
z = a / b
```

```
-----
ZeroDivisionError                                Traceback (most recent call last)
<ipython-input-23-fd0e24f40c98> in <module>
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

1 a = 1
2 b = 0
----> 3 z = a / b

```

```
ZeroDivisionError: division by zero
```

Cuando se encuentra un error, **Python** muestra el lugar en que ocurre y de qué tipo de error se trata.

```
print (hola)
```

```

-----
NameError                                Traceback (most recent call last)
<ipython-input-24-c6948929a301> in <module>
----> 1 print (hola)

NameError: name 'hola' is not defined

```

Este mensaje da un tipo de error diferente. Ambos: `ZeroDivisionError` y `NameError` son tipos de errores (o excepciones). Hay una larga lista de tipos de errores que son parte del lenguaje y puede consultarse en la documentación de [Built-in Exceptions](#).

6.11.1 Administración de excepciones

Cuando nuestro programa aumenta en complejidad, aumenta la posibilidad de encontrar errores. Esto se incrementa si se tiene que interactuar con otros usuarios o con datos externos. Consideremos el siguiente ejemplo simple:

```
%cat ../data/ej_clase5.dat
```

```

1 2
2 6
3 9
4 12
5.5 30.25

```

```

with open("../data/ej_clase5.dat") as fi:
    for l in fi:
        t = l.split()
        print("t = {}".format(t))          # Línea sólo para inspección
        m = int(t[0])
        n = int(t[1])
        print("m = {}, n = {}, m x n = {}".format(m,n, m*n))

```

```

t = ['1', '2']
m = 1, n = 2, m x n = 2
t = ['2', '6']
m = 2, n = 6, m x n = 12
t = ['3', '9']
m = 3, n = 9, m x n = 27
t = ['4', '12']

```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```
m = 4, n = 12, m x n = 48
t = ['5.5', '30.25']
```

```
-----
ValueError                                Traceback (most recent call last)

<ipython-input-26-55192d3677b3> in <module>
      3     t = l.split()
      4     print("t = {}".format(t))          # Línea sólo para inspección
----> 5     m = int(t[0])
      6     n = int(t[1])
      7     print("m = {}, n = {}, m x n = {}".format(m,n, m*n))

ValueError: invalid literal for int() with base 10: '5.5'
```

En este caso se levanta una excepción del tipo `ValueError` debido a que este valor (5.5) no se puede convertir a `int`. Podemos modificar nuestro programa para manejar este error:

```
with open("../data/ej_clase5.dat") as fi:
    for l in fi:
        t = l.split()
        try:
            m = int(t[0])
            n = int(t[1])
            print("m = {}, n = {}, m x n = {}".format(m,n, m*n))
        except:
            print("Error: t = {} no puede convertirse a entero".format(t))
```

```
m = 1, n = 2, m x n = 2
m = 2, n = 6, m x n = 12
m = 3, n = 9, m x n = 27
m = 4, n = 12, m x n = 48
Error: t = ['5.5', '30.25'] no puede convertirse a entero
```

En este caso podríamos ser más precisos y especificar el tipo de excepción que estamos esperando

```
with open("../data/ej_clase5.dat") as fi:
    for l in fi:
        t = l.split()
        try:
            m = int(t[0])
            n = int(t[1])
            print("m = {}, n = {}, m x n = {}".format(m,n, m*n))
        except (ValueError):
            print("Error: t = {} no puede convertirse a entero".format(t))
```

```
m = 1, n = 2, m x n = 2
m = 2, n = 6, m x n = 12
m = 3, n = 9, m x n = 27
m = 4, n = 12, m x n = 48
Error: t = ['5.5', '30.25'] no puede convertirse a entero
```

```

with open("../data/ej_clase5.dat") as fi:
    for l in fi:
        t = l.split()
        try:
            m = int(t[0])
            n = int(t[1])
            print("m = {}, n = {}, m x n = {}".format(m,n, m*n))
        except (ValueError):
            print("Error: t = {} no puede convertirse a entero".format(t))
        except (IndexError):
            print('Error: La línea "{}" no contiene un par'.format(l.strip()))

```

```

m = 1, n = 2, m x n = 2
m = 2, n = 6, m x n = 12
m = 3, n = 9, m x n = 27
m = 4, n = 12, m x n = 48
Error: t = ['5.5', '30.25'] no puede convertirse a entero

```

La forma general

La declaración `try` funciona de la siguiente manera:

- Primero, se ejecuta el *bloque try* (el código entre las declaraciones `try` y `except`).
- Si no ocurre ninguna excepción, el *bloque except* se saltea y termina la ejecución de la declaración `try`.
- Si ocurre una excepción durante la ejecución del *bloque try*, el resto del bloque se saltea. Luego, si su tipo coincide con la excepción nombrada luego de la palabra reservada `except`, se ejecuta el *bloque except*, y la ejecución continúa luego de la declaración `try`.
- Si ocurre una excepción que no coincide con la excepción nombrada en el `except`, esta se pasa a declaraciones `try` de más afuera; si no se encuentra nada que la maneje, es una *excepción no manejada*, y la ejecución se frena con un mensaje como los mostrados arriba.

El mecanismo es un poco más complejo, y permite un control más fino que lo descripto aquí.

6.11.2 Levantando excepciones

Podemos forzar a que nuestro código levante una excepción usando `raise`. Por ejemplo:

```

x = 1
if x > 0:
    raise Exception("x = {}, no debería ser positivo".format(x))

```

```

-----
Exception                                Traceback (most recent call last)

<ipython-input-30-c3c4a53042e7> in <module>
      1 x = 1
      2 if x > 0:
----> 3     raise Exception("x = {}, no debería ser positivo".format(x))

Exception: x = 1, no debería ser positivo

```

O podemos ser más específicos, y dar el tipo de error adecuado

```
x = 1
if x > 0:
    raise ValueError("x = {}, no debería ser positivo".format(x))
```

```
-----
ValueError                                Traceback (most recent call last)
<ipython-input-31-3c0ee90e0415> in <module>
      1 x = 1
      2 if x > 0:
----> 3     raise ValueError("x = {}, no debería ser positivo".format(x))

ValueError: x = 1, no debería ser positivo
```

Clase 6: Programación Orientada a Objetos

7.1 Breve introducción a Programación Orientada a Objetos

Vimos como escribir funciones que realizan un trabajo específico y nos devuelven un resultado. La mayor parte de nuestros programas van a estar diseñados con un hilo conductor principal, que utiliza una serie de funciones para realizar el cálculo. De esta manera, el código es altamente reusable.

Hay otras maneras de organizar el código, particularmente útil cuando un conjunto de rutinas comparte un dado conjunto de datos. En ese caso, puede ser adecuado utilizar un esquema de programación orientada a objetos.

7.2 Clases y Objetos

Una Clase define características, que tienen los objetos de dicha clase. En general la clase tiene: un nombre y características (campos o atributos y métodos).

Un Objeto en programación puede pensarse como la representación de un objeto real, de una dada clase. Un objeto real tiene una composición y características, y además puede realizar un conjunto de actividades (tiene un comportamiento). Cuando programamos, las partes son los datos, y el comportamiento son los métodos.

Ejemplos de la vida diaria serían: Una clase *Bicicleta*, y muchos objetos del tipo bicicleta (mi bicicleta, la suya, etc). La definición de la clase debe contener la información de qué es una bicicleta (dos ruedas, manubrio, etc) y luego se realizan muchas copias del tipo bicicleta (los objetos).

Se dice que los **objetos** son instancias de una **clase**, por ejemplo ya vimos los números enteros. Cuando definimos: `a = 3` estamos diciendo que `a` es una instancia (objeto) de la clase `int`.

Los objetos pueden guardar datos (en este caso `a` guarda el valor 3). Las variables que contienen los datos de los objetos se llaman usualmente campos o atributos. Las acciones que tienen asociadas los objetos se realizan a través de funciones internas, que se llaman métodos.

Las clases se definen con la palabra reservada `class`, veamos un ejemplo simple:

```
class Punto:
    "Clase para describir un punto en el espacio"

    def __init__(self, x, y, z):
        self.x = x
        self.y = y
        self.z = z
```

```
P1 = Punto(0.5, 0.5, 0)
```

```
P1
```

```
<__main__.Punto at 0x7f95188cb610>
```

```
P1.x
```

```
0.5
```

Como vemos, acabamos de definir una clase de tipo Punto. A continuación definimos un *método* `__init__` que hace el trabajo de inicializar el objeto.

Algunos puntos a notar:

- La línea `P1 = Punto(0.5, 0.5, 0)` crea un nuevo objeto del tipo Punto. Notar que usamos paréntesis como cuando llamamos a una función pero Python sabe que estamos llamando a una clase.
- El método `__init__` es especial y es el Constructor de objetos de la clase. Es llamado automáticamente al definir un nuevo objeto de esa clase. Por esa razón, le pasamos los dos argumentos al crear el objeto.
- El primer argumento del método, `self`, debe estar presente en la definición de todos los métodos pero no lo pasamos como argumento cuando hacemos una llamada a la función. **Python** se encarga de pasarlo en forma automática. Lo único relevante de este argumento es que es el primero para todos los métodos, el nombre `self` puede cambiarse por cualquier otro **pero, por convención, no se hace**.

```
P2 = Punto()
```

```
-----
TypeError                                Traceback (most recent call last)
<ipython-input-5-b35d1ccc6ec0> in <module>
----> 1 P2 = Punto()

TypeError: __init__() missing 3 required positional arguments: 'x', 'y', and 'z'
```

Por supuesto la creación del objeto falla si no le damos ningún argumento porque los argumentos de `__init__` no son opcionales. Modifiquemos eso y aprovechamos para definir algunos otros métodos que pueden ser útiles:

```
from math import atan2

class Punto:
    "Clase para describir un punto en el espacio"

    def __init__(self, x=0, y=0, z=0):
        "Inicializa un punto en el espacio"
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

self.x = x
self.y = y
self.z = z
return None

def angulo_azimuthal(self):
    "Devuelve el ángulo que forma con el eje x, en radianes"
    return atan2(self.y, self.x)

```

```
P1 = Punto(0.5, 0.5)
```

```
P1.angulo_azimuthal()
```

```
0.7853981633974483
```

```
P2 = Punto()
```

```
P2.x
```

```
0
```

```
help(P1)
```

```

Help on Punto in module __main__ object:

class Punto(builtins.object)
|   Punto(x=0, y=0, z=0)
|
|   Clase para describir un punto en el espacio
|
|   Methods defined here:
|
|   __init__(self, x=0, y=0, z=0)
|       Inicializa un punto en el espacio
|
|   angulo_azimuthal(self)
|       Devuelve el ángulo que forma con el eje x, en radianes
|
|   -----
|   Data descriptors defined here:
|
|   __dict__
|       dictionary for instance variables (if defined)
|
|   __weakref__
|       list of weak references to the object (if defined)

```

```
P1.__dict__
```

```
{'x': 0.5, 'y': 0.5, 'z': 0}
```

```

print(P1.angulo_azimuthal())
print(Punto.angulo_azimuthal(P1))

```

```
0.7853981633974483
0.7853981633974483
```

Vemos que al hacer la llamada a los métodos, omitimos el argumento `self`. El lenguaje traduce nuestro llamado: `P1.angulo_azimuthal()` como `Punto.angulo_azimuthal(P1)` ya que `self` se refiere al objeto que llama al método.

7.3 Herencia

Una de las características de la programación orientada a objetos es la alta reutilización de código. Uno de los mecanismos más importantes es a través de la herencia. Cuando definimos una nueva clase, podemos crearla a partir de un objeto que ya exista. Por ejemplo, utilizando la clase `Punto` podemos definir una nueva clase para describir un vector en el espacio:

```
class Vector(Punto):
    "Representa un vector en el espacio"

    def suma(self, v2):
        "Calcula un vector que contiene la suma de dos vectores"
        print("Aún no implementada la suma de dos vectores")
        # código calculando v = suma de self + v2
        # ...

    def producto(self, v2):
        "Calcula el producto interno entre dos vectores"
        print("Aún no implementado el producto interno de dos vectores")
        # código calculando el producto interno pr = v1 . v2

    def abs(self):
        "Devuelve la distancia del punto al origen"
        print("Aún no implementado la norma del vector")
        # código calculando el producto interno pr = v1 . v2
```

Acá hemos definido un nuevo tipo de objeto, llamado `Vector` que se deriva de la clase `Punto`. Veamos cómo funciona:

```
v1 = Vector(2,3.1)
v2 = Vector()
```

```
v1
```

```
<__main__.Vector at 0x7f951885e650>
```

```
v1.x
```

```
2
```

```
v1.angulo_azimuthal()
```

```
0.9978301839061905
```

```
v1.x, v1.y, v1.z
```

```
(2, 3.1, 0)
```

```
v2.x, v2.y, v2.z
```

```
(0, 0, 0)
```

```
v = v1.suma(v2)
```

Aún no implementada la suma de dos vectores

```
print(v)
```

```
None
```

```
class Vector(Punto):
    "Representa un vector en el espacio"

    def __add__(self, v2):
        "Calcula un vector que contiene la suma de dos vectores"
        print("Aún no implementada la suma de dos vectores")
        # código calculando v = suma de self + v2
        # ...

    def producto(self, v2):
        "Calcula el producto interno entre dos vectores"
        print("Aún no implementado el producto interno de dos vectores")
        # código calculando el producto interno pr = v1 . v2

    def abs(self):
        "Devuelve la distancia del punto al origen"
        print("Aún no implementado la norma del vector")
        # código calculando el producto interno pr = v1 . v2
```

```
v1 = Vector(1,2,3)
v2 = Vector(1,2,-3)
```

```
v1 + v2
```

Aún no implementada la suma de dos vectores

Los métodos que habíamos definido para los puntos del espacio, son accesibles para el nuevo objeto. Además podemos agregar (extender) el nuevo objeto con otros atributos y métodos.

Como vemos, aún no está implementado el cálculo de las distintas funciones, eso forma parte del siguiente

7.4 Ejercicios 06 (a)

1. Implemente los métodos suma, producto y abs

- `suma()` debe retornar un objeto del tipo `Vector` y contener en cada componente la suma de las componentes de los dos vectores que toma como argumento.

- `producto` toma como argumentos dos vectores y retorna un número real

- `abs` toma como argumentos el propio objeto y retorna un número real

Su uso será el siguiente:

```
```python
v1 = Vector(1,2,3)
v2 = Vector(3,2,1)
v = v1.suma(v2)
pr = v1.producto(v2)
a = v1.abs()
```
```

7.5 Objetos y clases

7.6 Atributos de clases y de instancias

Las variables que hemos definido pertenecen a cada objeto. Por ejemplo cuando hacemos

```
class Punto:
    "Clase para describir un punto en el espacio"
    def __init__(self, x=0, y=0, z=0):
        "Inicializa un punto en el espacio"
        self.x = x
        self.y = y
        self.z = z
        return None

    def angulo_azimuthal(self):
        "Devuelve el ángulo que forma con el eje x, en radianes"
        return atan2(self.y, self.x)
```

```
p1 = Punto(1,2,3)
p2 = Punto(4,5,6)
```

cada vez que creamos un objeto de una dada clase, tiene un dato que corresponde al objeto. En este caso tanto `p1` como `p2` tienen un atributo llamado `x`, y cada uno de ellos tiene su propio valor:

```
print(p1.x, p2.x)
```

```
1 4
```

De la misma manera, en la definición de la clase nos referimos a estas variables como `self.x`, indicando que pertenecen a una instancia de una clase (o, lo que es lo mismo: un objeto específico).

También existe la posibilidad de asociar variables (datos) con la clase y no con una instancia de esa clase (objeto). En el siguiente ejemplo, la variable `num_puntos` no pertenece a un punto en particular sino a la clase del tipo `Punto`

```
class Punto:
    "Clase para describir un punto en el espacio"

    num_puntos = 0
    def __init__(self, x=0, y=0, z=0):
        "Inicializa un punto en el espacio"
        self.x = x
        self.y = y
        self.z = z
        Punto.num_puntos += 1
        return None
```

```
print('Número de puntos:', Punto.num_puntos)
p1 = Punto(1,1,1)
p2 = Punto()
print(p1, p2)
print('Número de puntos:', Punto.num_puntos)
```

```
Número de puntos: 0
<__main__.Punto object at 0x7f4d4884bdd0> <__main__.Punto object at 0x7f4d4884bf90>
Número de puntos: 2
```

```
p1.__dict__
```

```
{'x': 1, 'y': 1, 'z': 1}
```

Si estamos contando el número de puntos que tenemos, podemos crear métodos para acceder a ellos y/o manipularlos. Estos métodos no se refieren a una instancia en particular (p1 o p2 en este ejemplo) sino al tipo de objeto Punto (a la clase)

```
del p1
del p2
```

```
class Punto:
    "Clase para describir un punto en el espacio"

    num_puntos = 0

    def __init__(self, x=0, y=0, z=0):
        "Inicializa un punto en el espacio"
        self.x = x
        self.y = y
        self.z = z
        Punto.num_puntos += 1
        return None

    def borrar(self):
        "Borra el punto"
        Punto.num_puntos -= 1

    @classmethod
    def total(cls):
        "Imprime el número total de puntos"
        print("En total hay {} puntos definidos".format(cls.num_puntos))
```

```
print('Número de puntos:', Punto.num_puntos)
p1 = Punto(1,1,1)
p2 = Punto()
print(p1, p2)
Punto.total()
```

```
Número de puntos: 0
<__main__.Punto object at 0x7f4d488557d0> <__main__.Punto object at 0x7f4d488559d0>
En total hay 2 puntos definidos
```

```
p1.total()
```

```
En total hay 2 puntos definidos
```

```
p1.borrar()
Punto.total()
```

```
En total hay 1 puntos definidos
```

Sin embargo, no estamos removiendo p1, sólo estamos actualizando el contador:

```
p1.x
```

```
1
```

7.7 Algunos métodos especiales

Hay algunos métodos que **Python** interpreta de manera especial. Ya vimos uno de ellos: `__init__`, que es llamado automáticamente cuando se crea una instancia de la clase.

Similarmente, existe un método `__del__` que Python llama automáticamente cuando borramos un objeto

```
del p1
del p2
```

```
class Punto:
    "Clase para describir un punto en el espacio"

    num_puntos = 0

    def __init__(self, x=0, y=0, z=0):
        "Inicializa un punto en el espacio"
        self.x = x
        self.y = y
        self.z = z
        Punto.num_puntos += 1
        return None

    def __del__(self):
        "Borra el punto y actualiza el contador"
        Punto.num_puntos -= 1
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```
@classmethod
def total(cls):
    "Imprime el número total de puntos"
    print("En total hay {} puntos definidos".format(cls.num_puntos))
```

```
p1 = Punto(1,1,1)
p2 = Punto()
Punto.total()
del p2
Punto.total()
```

```
En total hay 2 puntos definidos
En total hay 1 puntos definidos
```

```
p1
```

```
<__main__.Punto at 0x7f4d4884b210>
```

```
p2
```

```
-----
NameError                                Traceback (most recent call last)

<ipython-input-17-32960d173fa8> in <module>
----> 1 p2

NameError: name 'p2' is not defined
```

Como vemos, al borrar (con `del` en este caso) el objeto, automáticamente se actualiza el contador.

7.7.1 Métodos `__str__` y `__repr__`

El método `__str__` es especial, en el sentido en que puede ser utilizado aunque no lo llamemos explícitamente en nuestro código. En particular, es llamado cuando usamos expresiones del tipo `str(objeto)` o automáticamente cuando se utilizan las funciones `format` y `print()`. El objetivo de este método es que sea legible para los usuarios.

```
p1 = Punto(1,1,1)
```

```
print(p1)
```

```
<__main__.Punto object at 0x7f4d22fc7e50>
```

Rehagamos la clase para definir vectores

```
class Punto:
    "Clase para describir un punto en el espacio"

    num_puntos = 0

    def __init__(self, x=0, y=0, z=0):
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

    "Inicializa un punto en el espacio"
    self.x = x
    self.y = y
    self.z = z
    Punto.num_puntos += 1
    return None

def __del__(self):
    "Borra el punto y actualiza el contador"
    Punto.num_puntos -= 1

def __str__(self):
    s = "(x = {}, y = {}, z = {})".format(self.x, self.y, self.z)
    return s

@classmethod
def total(cls):
    "Imprime el número total de puntos"
    print("En total hay {} puntos definidos".format(cls.num_puntos))

```

```
p1 = Punto(1,1,0)
```

```
print(p1)
```

```
(x = 1, y = 1, z = 0)
```

```
ss = 'punto en el espacio: {}'.format(p1)
ss
```

```
'punto en el espacio: (x = 1, y = 1, z = 0)'
```

```
p1
```

```
<__main__.Punto at 0x7f4d22f6ea90>
```

Como vemos, si no usamos la función `print()` o `format()` sigue mostrándonos el objeto (que no es muy informativo). Esto puede remediarse agregando el método especial `__repr__`. Este método es el que se llama cuando queremos inspeccionar un objeto. El objetivo de este método es que de información sin ambigüedades.

```

class Punto:
    "Clase para describir un punto en el espacio"

    num_puntos = 0

    def __init__(self, x=0, y=0, z=0):
        "Inicializa un punto en el espacio"
        self.x = x
        self.y = y
        self.z = z
        Punto.num_puntos += 1
        return None

    def __del__(self):
        "Borra el punto y actualiza el contador"

```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

Punto.num_puntos -= 1

def __str__(self):
    s = "(x = {}, y = {}, z = {})".format(self.x, self.y, self.z)
    return s

def __repr__(self):
    return "Punto(x={}, y={}, z={})".format(self.x, self.y, self.z)

@classmethod
def total(cls):
    "Imprime el número total de puntos"
    print("En total hay {} puntos definidos".format(cls.num_puntos))

```

```
p2 = Punto(0.3, 0.3, 1)
```

```
p2
```

```
Punto(x=0.3, y=0.3, z=1)
```

```
p2.x = 5
p2
```

```
Punto(x=5, y=0.3, z=1)
```

Como vemos ahora tenemos una representación del objeto, que nos da información precisa.

7.7.2 Método `__call__`

Este método, si existe es ejecutado cuando llamamos al objeto. Si no existe, es un error llamar al objeto:

```
p2()
```

```

-----
TypeError                                Traceback (most recent call last)

<ipython-input-31-dd18cc1831f4> in <module>
----> 1 p2()

TypeError: 'Punto' object is not callable

```

```

class Punto:
    "Clase para describir un punto en el espacio"

    num_puntos = 0

    def __init__(self, x=0, y=0, z=0):
        "Inicializa un punto en el espacio"
        self.x = x
        self.y = y

```

(continúe en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

        self.z = z
        Punto.num_puntos += 1
        return None

    def __del__(self):
        "Borra el punto y actualiza el contador"
        Punto.num_puntos -= 1

    def __str__(self):
        s = "(x = {}, y = {}, z = {})".format(self.x, self.y, self.z)
        return s

    def __repr__(self):
        return "Punto(x={}, y={}, z={})".format(self.x, self.y, self.z)

    def __call__(self):
        return "Ejecuté el objeto: {}".format(self)
#     return str(self)
#     return "{}".format(self)

    @classmethod
    def total(cls):
        "Imprime el número total de puntos"
        print("En total hay {} puntos definidos".format(cls.num_puntos))

```

```

p3 = Punto(1,3,4)
p3

```

```
Punto(x=1, y=3, z=4)
```

```
p3()
```

```
'Ejecuté el objeto: (x = 1, y = 3, z = 4)'
```

7.8 Ejercicios 06 (b)

1. Utilizando la definición de la clase Punto:

```

class Punto:
    "Clase para describir un punto en el espacio"

    num_puntos = 0

    def __init__(self, x=0, y=0, z=0):
        "Inicializa un punto en el espacio"
        self.x = x
        self.y = y
        self.z = z
        Punto.num_puntos += 1
        return None

    def __del__(self):

```

(continúe en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

    "Borra el punto y actualiza el contador"
    Punto.num_puntos -= 1

    def __str__(self):
        s = "(x = {}, y = {}, z = {})".format(self.x, self.y, self.z)
        return s

    def __repr__(self):
        return "Punto(x={}, y={}, z={})".format(self.x, self.y, self.z)

    def __call__(self):
        return self.__str__()

    @classmethod
    def total(cls):
        "Imprime el número total de puntos"
        print("En total hay {} puntos definidos".format(cls.num_puntos))

```

Complete la implementación de la clase Vector con los métodos pedidos

```

class Vector(Punto):
    "Representa un vector en el espacio"

    def suma(self, v2):
        "Calcula un vector que contiene la suma de dos vectores"
        print("Aún no implementada la suma de dos vectores")
        # código calculando v = suma de self + v2
        # ...

    def producto(self, v2):
        "Calcula el producto interno entre dos vectores"
        print("Aún no implementado el producto interno de dos vectores")
        # código calculando el producto interno pr = v1 . v2

    def abs(self):
        "Devuelve la distancia del punto al origen"
        print("Aún no implementado la norma del vector")
        # código calculando la magnitud del vector

    def angulo_entre_vectores(self, v2):
        "Calcula el ángulo entre dos vectores"
        print("Aún no implementado el ángulo entre dos vectores")
        angulo = 0
        # código calculando angulo = arccos(v1 * v2 / (|v1||v2|))
        return angulo

    def coordenadas_cilindricas(self):
        "Devuelve las coordenadas cilíndricas del vector como una tupla (r, theta, z)"
        print("No implementada")

    def coordenadas_esfericas(self):
        "Devuelve las coordenadas esféricas del vector como una tupla (r, theta, phi)"
        print("No implementada")

```

3. **PARA ENTREGAR:** Cree una clase `Polinomio` para representar polinomios. La clase debe guardar los datos representando todos los coeficientes. El grado del polinomio será *menor o igual a 9* (un dígito).

- **NOTA:** Utilice el archivo `polinomio_06.py` en el directorio `data`, que renombrará de la forma usual

Apellido_06.py. Se le pide que programe:

- Un método de inicialización `__init__` que acepte una lista de coeficientes. Por ejemplo para el polinomio $4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ usaríamos:

```
>>> p = Polinomio([1, 2, 3, 4])
```

- Un método `grado` que devuelva el orden del polinomio

```
>>> p = Polinomio([1, 2, 3, 4])
>>> p.grado()
3
```

- Un método `get_coeficientes`, que devuelva una lista con los coeficientes:

```
>>> p.get_coeficientes()
[1, 2, 3, 4]
```

- Un método `set_coeficientes`, que fije los coeficientes de la lista:

```
>>> p1 = Polinomio()
>>> p1.set_coeficientes([1, 2, 3, 4])
>>> p1.get_coeficientes()
[1, 2, 3, 4]
```

- El método `suma_pol` que le sume otro polinomio y devuelva un polinomio (objeto del mismo tipo)
- El método `mul` que multiplique al polinomio por una constante y devuelve un nuevo polinomio
- Un método, `derivada`, que devuelva la derivada de orden `n` del polinomio (otro polinomio):

```
>>> p1 = p.derivada()
>>> p1.get_coeficientes()
[2, 6, 12]
>>> p2 = p.derivada(n=2)
>>> p2.get_coeficientes()
[6, 24]
```

- Un método que devuelva la integral (antiderivada) del polinomio de orden `n`, con constante de integración `cte` (otro polinomio).

```
>>> p1 = p.integrada()
>>> p1.get_coeficientes()
[0, 1, 1, 1, 1]
>>>
>>> p2 = p.integrada(cte=2)
>>> p2.get_coeficientes()
[2, 1, 1, 1, 1]
>>>
>>> p3 = p.integrada(n=3, cte=1.5)
>>> p3.get_coeficientes()
[1.5, 1.5, 0.75, 0.16666666666666666, 0.08333333333333333, 0.05]
```

- El método `eval`, que evalúe el polinomio en un dado valor de `x`.

```
>>> p = Polinomio([1, 2, 3, 4])
>>> p.eval(x=2)
49
>>>
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```
>>> p.eval(x=0.5)
3.25
```

- (Si puede) Un método `from_string` que crea un polinomio desde un string en la forma:

```
>>> p = Polinomio()
>>> p.from_string('x^5 + 3x^3 - 2 x+x^2 + 3 - x')
>>> p.get_coeficientes()
[3, -3, 1, 3, 0, 1]
>>>
>>> p1 = Polinomio()
>>> p1.from_string('y^5 + 3y^3 - 2 y + y^2+3', var='y')
>>> p1.get_coeficientes()
[3, -2, 1, 3, 0, 1]
```

- Escriba un método llamado `__str__`, que devuelva un string (que define cómo se va a imprimir el polinomio). Un ejemplo de salida será:

```
>>> p = Polinomio([1,2.1,3,4])
>>> print(p)
4 x^3 + 3 x^2 + 2.1 x + 1
```

- Escriba un método llamado `__call__`, de manera tal que al llamar al objeto, evalúe el polinomio (use el método `eval` definido anteriormente)

```
>>> p = Polinomio([1,2,3,4])
>>> p(x=2)
49
>>>
>>> p(0.5)
3.25
```

- Escriba un método llamado `__add__` (`self, p`), que evalúe la suma de polinomios usando el método `suma_pol` definido anteriormente. Eso permitirá usar la operación de suma en la forma:

```
>>> p1 = Polinomio([1,2,3,4])
>>> p2 = Polinomio([1,2,3,4])
>>> p1 + p2
```

Clase 7: Control de versiones y biblioteca standard

Nota: Esta clase está copiada (muy fuertemente) inspirada en las siguientes fuentes:

- [Lecciones de Software Carpentry](#), y la [versión en castellano](#)).
 - El libro [Pro Git](#) de Scott Chacon y Ben Straub, y la [versión en castellano](#). Ambos disponibles libremente.
 - El libro [Mastering git](#) escrito por Jakub Narbski.
-

8.1 ¿Qué es y para qué sirve el control de versiones?

El control de versiones permite ir grabando puntos en la historia de la evolución de un proyecto. Esta capacidad nos permite:

- Acceder a versiones anteriores de nuestro trabajo (mundo ilimitado)
- Trabajar en forma paralela con otras personas sobre un mismo documento.

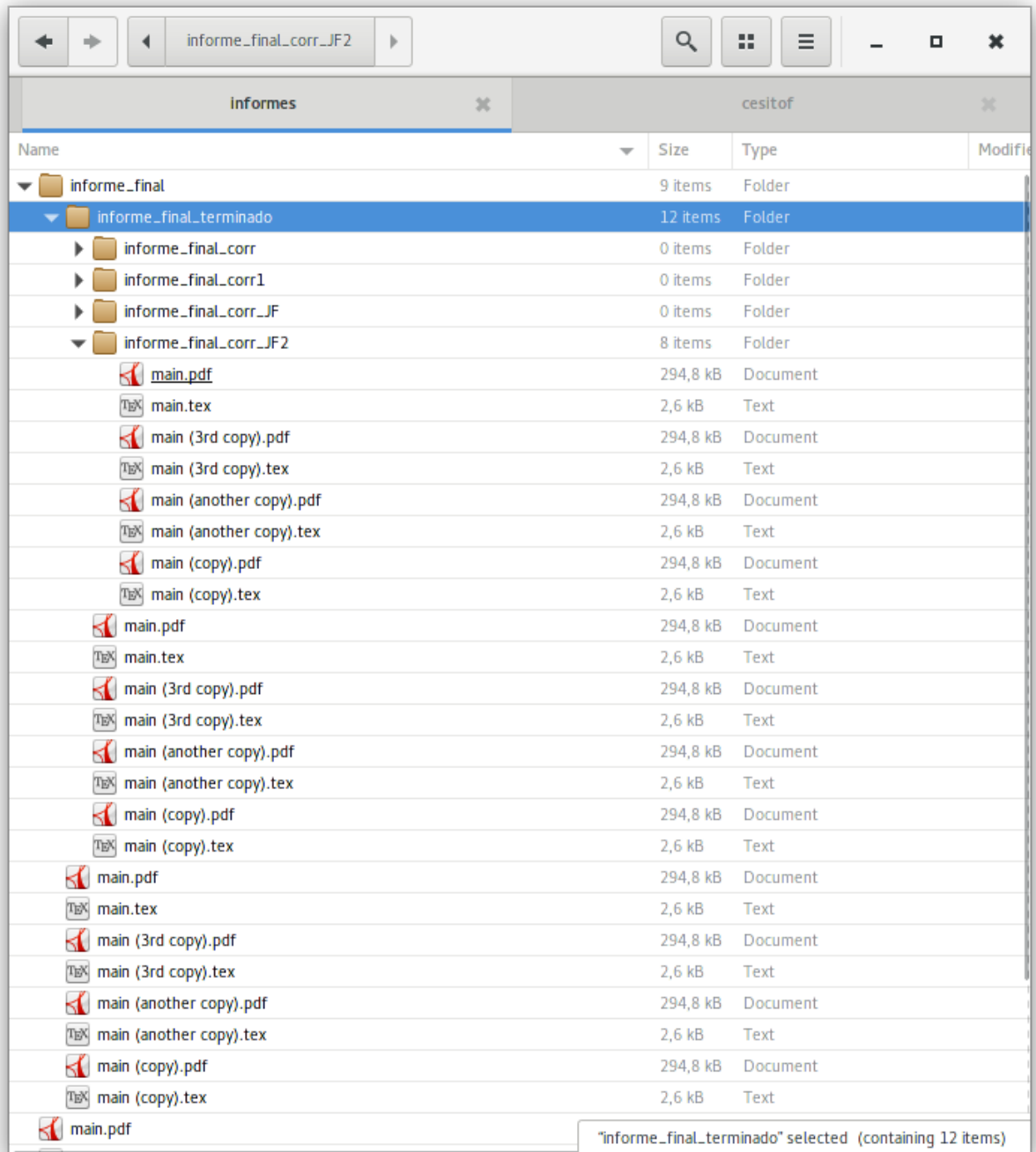
Habitualmente, nos podemos encontrar con situaciones como esta:

o, más gracioso pero igualmente común, esta otra:

Todos hemos estado en esta situación alguna vez: parece ridículo tener varias versiones casi idénticas del mismo documento. Algunos procesadores de texto nos permiten lidiar con esto un poco mejor, como por ejemplo el [Track Changes de Microsoft Word](#), el [historial de versiones de Google](#), o el [Track-changes de LibreOffice](#).

Estas herramientas permiten solucionar el problema del trabajo en colaboración. Si tenemos una versión de un archivo (documento, programa, etc) podemos compartirlo con los otros autores para modificar, y luego ir aceptando o rechazando los cambios propuestos.

Algunos problemas aún aparecen cuando se trabaja intensivamente en un documento, porque al aceptar o rechazar los cambios no queda registro de cuáles eran las alternativas. Además, estos sistemas actúan sólo sobre los documentos; en nuestro caso puede haber datos, gráficos, etc que cambien (o que queremos estar seguros que no cambiaron y estamos usando la versión correcta).



"FINAL".doc



FINAL.doc!



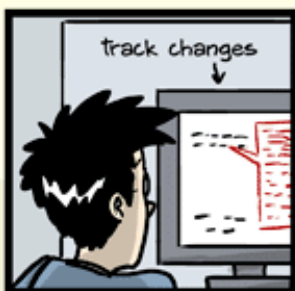
FINAL_rev.2.doc



FINAL_rev.6.COMMENTS.doc



FINAL_rev.8.comments5.
CORRECTIONS.doc



FINAL_rev.18.comments7.
corrections9.MORE.30.doc



FINAL_rev.22.comments49.
corrections.10.##\$%WHYDID
ICOMETOGRADSCHOOL?????.doc

JORGE CHAM © 2012

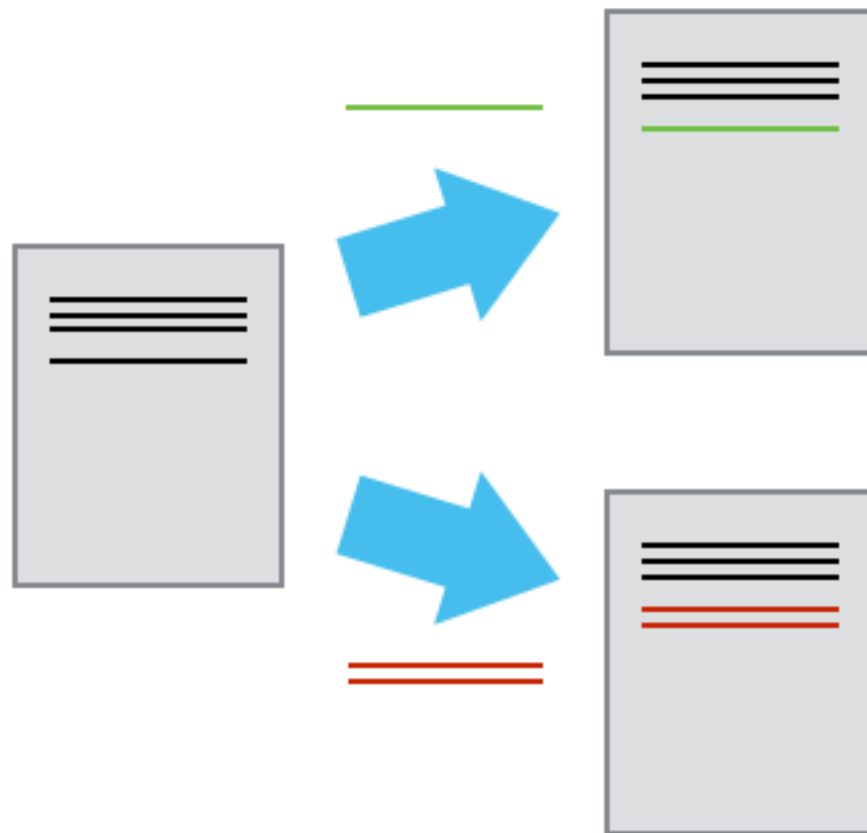
WWW.PHDCOMICS.COM

En el fondo, la manera de evitar esto es manteniendo una buena organización. Una posible buena manera es designar una persona responsable, que vaya llevando la contabilidad de quién hizo qué correcciones, las integre en un único documento, y vaya guardando copias de todas los documentos que recibe en un lugar separado. Cuando hay varios autores (cuatro o cinco) éste es un trabajo bastante arduo y con buenas posibilidades de pequeños errores. Los sistemas de control de versiones tratan de automatizar la mayor parte del trabajo para hacer más fácil la colaboración, manteniendo registro de los cambios que se hicieron desde que se inició el documento, y produciendo poca interferencia, permitiendo al mismo tiempo trabajar de manera similar a como lo hacemos habitualmente.

Consideremos un proyecto con varios archivos y autores. En este esquema de trabajo, podemos compartir una versión de todos los archivos del proyecto

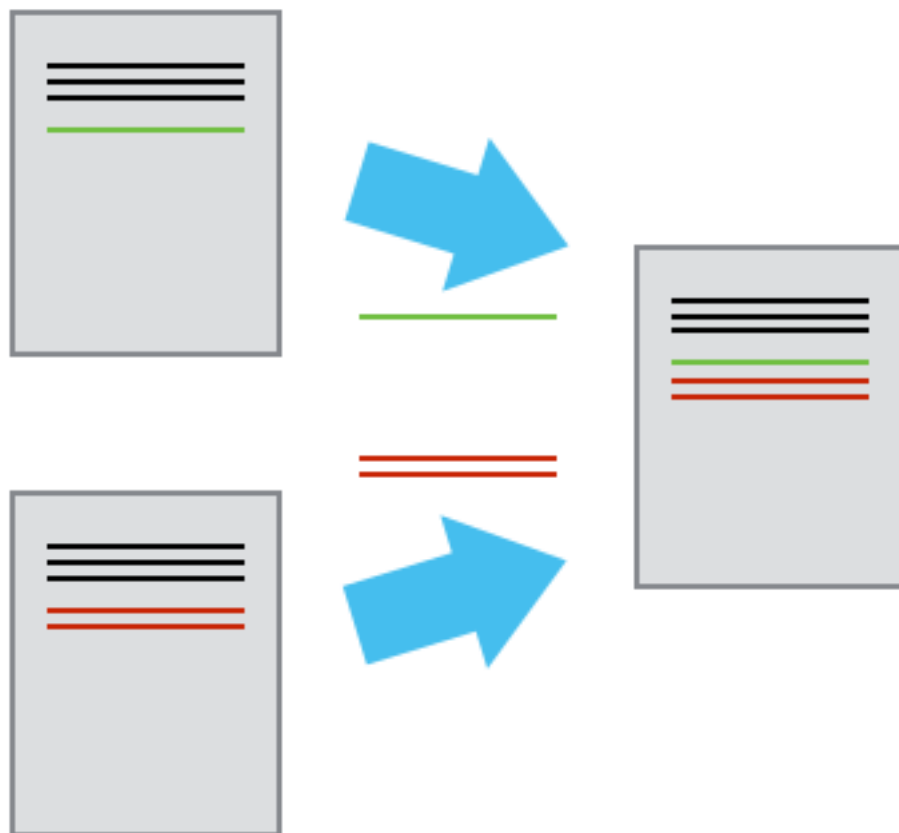
8.1.1 Cambios en paralelo

Una de las ventajas de los sistemas de control de versiones es que cada autor hace su aporte en su propia copia (en paralelo)



y después estos son compatibilizados e incorporados en un único documento.

En casos en que los autores trabajen en zonas distintas la compaginación se puede hacer en forma automática. Por otro lado, si dos personas cambian la misma frase obviamente se necesita tomar una decisión y la compaginación no puede (ni quiere) hacerse automáticamente.



8.1.2 Historia completa

Otra característica importante de los sistemas de control de versiones es que guardan la historia completa de todos los archivos que componen el proyecto. Imaginen, por ejemplo, que escribieron una función para resolver parte de un problema. La función no sólo hace su trabajo sino que está muy bien escrita, es elegante y funciona rápidamente. Unos días después encuentran que toda esa belleza era innecesaria, porque el problema que resuelve la función no aparece en su proyecto, y por supuesto la borra. La versión oficial no tiene esa parte del código.

Dos semanas, y varias líneas de código, después aparece un problema parecido y querríamos tener la función que borramos

Los sistemas de control de versiones guardan toda la información de la historia de cada archivo, con un comentario del autor. Este modo de trabajar nos permite recuperar (casi) toda la información previa, incluso aquella que en algún momento decidimos descartar.

8.2 Instalación y uso: Una versión breve

8.2.1 Instalación

Vamos a describir uno de los posibles sistemas de control de versiones, llamado *git*

En Linux, usando el administrador de programas, algo así como:

en Ubuntu:

```
$ sudo apt-get install git
```

o usando *dnf* en Fedora:

```
$ sudo dnf install git
```

En Windows, se puede descargar [Git for Windows](#) desde [este enlace](#), ejecutar el instalador y seguir las instrucciones. Viene con una terminal y una interfaz gráfica.

8.2.2 Interfaces gráficas

Existen muchas interfaces gráficas, para todos los sistemas operativos.

Ver por ejemplo [Git Extensions](#), [git-cola](#), [Code Review](#), o cualquiera de esta larga lista de [interfaces gráficas a Git](#).

8.2.3 Documentación

Buscando en internet el término *git* se encuentra mucha documentación. En particular el libro Pro Git tiene información muy accesible y completa.

El programa se usa en la forma:

```
$ git <comando> [opciones]
```

Por ejemplo, para obtener ayuda directamente desde el programa, se puede utilizar cualquiera de las opciones:

```
$ git config help
$ git config -h
$ git config --help
```

8.2.4 Configuración básica

Una vez que está instalado, es conveniente configurarlo desde una terminal, con los comandos:

```
$ git config --global user.name "Juan Fiol"
$ git config --global user.email "fiol@cab.cnea.gov.ar"
```

Si necesitamos usar un proxy para acceder fuera del lugar de trabajo:

```
$ git config --global http.proxy proxy-url
$ git config --global https.proxy proxy-url
```

Acá hemos usado la opción `--global` para que las variables configuradas se apliquen a todos los repositorios con los que trabajamos.

Si necesitamos desactivar una variable, por ejemplo el proxy, podemos hacer:

```
$ git config --global unset http.proxy
$ git config --global unset https.proxy
```

8.2.5 Creación un nuevo repositorio

Si ya estamos trabajando en un proyecto, tenemos algunos archivos de trabajo, sin control de versiones, y queremos empezar a controlarlo, inicializamos el repositorio local con:

```
$ git init
```

Este comando sólo inicializa el repositorio, no pone ningún archivo bajo control de versiones.

8.2.6 Clonación de un repositorio existente

Otra situación bastante común ocurre cuando queremos tener una copia local de un proyecto (grupo de archivos) que ya existe y está siendo controlado por git. En este caso utilizamos el comando *clone* en la forma:

```
$ git clone <url-del-repositorio> [nombre-local]
```

donde el argumento *nombre-local* es opcional, si queremos darle a nuestra copia un nombre diferente al que tiene en el repositorio

Ejemplos:

```
$ git clone /home/fiol/my-path/programa
$ git clone /home/fiol/my-path/programa programa-de-calculo
$ git clone https://fiolj@bitbucket.org/fiolj/version-control.git
$ git clone https://gitlab.com/fiolj/intro-python-IB.git
$ git clone https://github.com/fiolj/intro-python-IB.git
```

Los dos primeros ejemplos realizan una copia de trabajo de un proyecto alojado también localmente. En el segundo caso le estamos un nuevo nombre a la copia de trabajo.

En los últimos tres ejemplos estamos copiando proyectos alojados en repositorios remotos, cuyo uso es bastante popular: [bitbucket](#), [gitlab](#), y [github](#).

Lo que estamos haciendo con estos comandos es copiar no sólo la versión actual del proyecto sino toda su historia. Después de ejecutar este comando tendremos en nuestra computadora cada versión de cada uno de los archivos del proyecto, con la información de quién hizo los cambios y cuándo se hicieron.

Una vez que ya tenemos una copia local de un proyecto vamos a querer trabajar: modificar los archivos, agregar nuevos, borrar alguno, etc.

8.2.7 Ver el estado actual

Para determinar qué archivos se cambiaron utilizamos el comando *status*:

```
$ cd my-directorio
$ git status
```

8.2.8 Creación de nuevos archivos y modificación de existentes

Después de trabajar en un archivo existente, o crear un nuevo archivo que queremos controlar, debemos agregarlo al registro de control:

```
$ git add <nuevo-archivo>
$ git add <archivo-modificado>
```

Esto sólo agrega la versión actual del archivo al listado a controlar. Para incluir una copia en la base de datos del repositorio debemos realizar lo que se llama un *commit*:

```
$ git commit -m "Mensaje para recordar que hice con estos archivos"
```

La opción *-m* y su argumento (el *string* entre comillas) es un mensaje que dejamos grabado, asociado a los cambios realizados. Puede realizarse el *commit* sin esta opción, y entonces *git* abrirá un editor de texto para que escribamos el mensaje (que no puede estar vacío).

8.2.9 Actualización de un repositorio remoto

Una vez que se añaden o modifican los archivos, y se agregan al repositorio local, podemos enviar los cambios a un repositorio remoto. Para ello utilizamos el comando:

```
$ git push
```

De la misma manera, si queremos obtener una actualización del repositorio remoto (porque alguien más la modificó), utilizamos el (los) comando(s):

```
$ git fetch
```

Este comando sólo actualiza el repositorio, pero no modifica los archivos locales. Esto se puede hacer, cuando uno quiera, luego con el comando:

```
$ git merge
```

Estos dos comandos, pueden generalmente reemplazarse por un único comando:

```
$ git pull
```

que realizará la descarga desde el repositorio remoto y la actualización de los archivos locales en un sólo paso.

8.2.10 Puntos importantes

| | |
|--------------------------|--------------------------------------------------|
| Control de versiones | Historia de cambios y número ilimitado |
| Configuración | <i>git config</i> , con la opción <i>-global</i> |
| Creación | <i>git init</i> inicializa el repositorio |
| | <i>git clone</i> copia un repositorio |
| Modificación | <i>git status</i> muestra el estado actual |
| | <i>git add</i> pone archivos bajo control |
| | <i>git commit</i> graba la versión actual |
| Explorar las versiones | <i>git log</i> muestra la historia de cambios |
| | <i>git diff</i> compara versiones |
| | <i>git checkout</i> recupera versiones previas |
| Comunicación con remotos | <i>git push</i> Envía los cambios al remoto |
| | <i>git pull</i> copia los cambios desde remoto |

8.3 Algunos módulos (biblioteca standard)

Los módulos pueden pensarse como bibliotecas de objetos (funciones, datos, etc) que pueden usarse según la necesidad. Hay una biblioteca standard con rutinas para muchas operaciones comunes, y además existen muchos paquetes específicos para distintas tareas. Veamos algunos ejemplos:

8.3.1 Módulo sys

Este módulo da acceso a variables que usa o mantiene el intérprete Python

```
import sys
```

```
sys.path
```

```
[ '/home/fiol/trabajo/clases/clase-python/clases',
  '/usr/lib64/python37.zip',
  '/usr/lib64/python3.7',
  '/usr/lib64/python3.7/lib-dynload',
  '',
  '/home/fiol/.local/lib/python3.7/site-packages',
  '/home/fiol/.local/lib/python3.7/site-packages/sphinx_fortran-1.0.1-py3.7.egg',
  '/usr/lib64/python3.7/site-packages',
  '/usr/lib/python3.7/site-packages',
  '/usr/lib/python3.7/site-packages/IPython/extensions',
  '/home/fiol/.ipython']
```

```
sys.getfilesystemencoding()
```

```
'utf-8'
```

```
sys.getsizeof(1)
```

```
28
```

```
help(sys.getsizeof)
```

Help on built-in function getsizeof in module sys:

```
getsizeof(...)
    getsizeof(object, default) -> int

    Return the size of object in bytes.
```

Vemos que para utilizar las variables (path) o funciones (getsizeof) debemos referirlo anteponiendo el módulo en el cuál está definido (sys) y separado por un punto.

Cuando hacemos un programa, con definición de variables y funciones. Podemos utilizarlo como un módulo, de la misma manera que los que ya vienen definidos en la biblioteca standard o en los paquetes que instalamos.

8.3.2 Módulo os

El módulo os tiene utilidades para operar sobre nombres de archivos y directorios de manera segura y portable, de manera que pueda utilizarse en distintos sistemas operativos. Vamos a ver ejemplos de uso de algunas facilidades que brinda:

```
import os

print(os.curdir)
print(os.pardir)
print(os.getcwd())
```

```
.
..
/home/fiol/trabajo/clases/clase-python/clases
```

```
cur = os.getcwd()
par = os.path.abspath("..")
print(cur)
print(par)
```

```
/home/fiol/trabajo/clases/clase-python/clases
/home/fiol/trabajo/clases/clase-python
```

```
print(os.path.abspath(os.curdir))
print(os.getcwd())
```

```
/home/fiol/trabajo/clases/clase-python/clases
/home/fiol/trabajo/clases/clase-python/clases
```

```
print(os.path.basename(cur))
print(os.path.splitdrive(cur))
```

```
clases
(' ', '/home/fiol/trabajo/clases/clase-python/clases')
```



```
print(os.path.commonprefix((cur, par)))
archivo = os.path.join(par, 'este' , 'otro.dat')
print (archivo)
print (os.path.split(archivo))
print (os.path.splitext(archivo))
print (os.path.exists(archivo))
print (os.path.exists(cur))
```

```
/home/fiol/trabajo/clases/clase-python
/home/fiol/trabajo/clases/clase-python/este/otro.dat
('/home/fiol/trabajo/clases/clase-python/este', 'otro.dat')
('/home/fiol/trabajo/clases/clase-python/este/otro', '.dat')
False
True
```

Como es aparente de estos ejemplos, se puede acceder a todos los objetos (funciones, variables) de un módulo utilizando simplemente la línea `import <módulo>` pero puede ser tedioso escribir todo con prefijos (como `os.path.abspath`) por lo que existen dos alternativas que pueden ser más convenientes. La primera corresponde a importar todas las definiciones de un módulo en forma implícita:

```
from os import *
```

Después de esta declaración usamos los objetos de la misma manera que antes pero obviando la parte de `os`.

```
path.abspath(curdir)
```

```
'/home/fiol/trabajo/clases/clase-python/clases'
```

Esto es conveniente en algunos casos pero no suele ser una buena idea en programas largos ya que distintos módulos pueden definir el mismo nombre, y se pierde información sobre su origen. Una alternativa que es conveniente y permite mantener mejor control es importar explícitamente lo que vamos a usar:

```
from os import curdir, pardir, getcwd
from os.path import abspath
print(abspath(pardir))
print(abspath(curdir))
print(abspath(getcwd()))
```

```
/home/fiol/trabajo/clases/clase-python
/home/fiol/trabajo/clases/clase-python/clases
/home/fiol/trabajo/clases/clase-python/clases
```

Además podemos darle un nombre diferente al importar módulos u objetos

```
import os.path as path
from os import getenv as ge
```

```
help(ge)
```

```
Help on function getenv in module os:
```

```
getenv(key, default=None)
    Get an environment variable, return None if it doesn't exist.
    The optional second argument can specify an alternate default.
    key, default and the result are str.
```

```
ge('HOME')
```

```
'/home/fiol'
```

```
path.realpath(curdir)
```

```
'/home/fiol/trabajo/clases/clase-python/clases'
```

Acá hemos importado el módulo `os.path` (es un sub-módulo) como `path` y la función `getenv` del módulo `os` y la hemos renombrado `ge`.

```
help(os.walk)
```

Help on function walk in module os:

```
walk(top, topdown=True, onerror=None, followlinks=False)
    Directory tree generator.
```

For each directory in the directory tree rooted at top (including top itself, but excluding '.' and '..'), yields a 3-tuple

```
    dirpath, dirnames, filenames
```

`dirpath` is a string, the path to the directory. `dirnames` is a list of the names of the subdirectories in `dirpath` (excluding '.' and '..'). `filenames` is a list of the names of the non-directory files in `dirpath`. Note that the names in the lists are just names, with no path components. To get a full path (which begins with top) to a file or directory in `dirpath`, do `os.path.join(dirpath, name)`.

If optional arg `'topdown'` is true or not specified, the triple for a directory is generated before the triples for any of its subdirectories (directories are generated top down). If `topdown` is false, the triple for a directory is generated after the triples for all of its subdirectories (directories are generated bottom up).

When `topdown` is true, the caller can modify the `dirnames` list in-place (e.g., via `del` or `slice` assignment), and walk will only recurse into the subdirectories whose names remain in `dirnames`; this can be used to prune the search, or to impose a specific order of visiting. Modifying `dirnames` when `topdown` is false has no effect on the behavior of `os.walk()`, since the directories in `dirnames` have already been generated by the time `dirnames` itself is generated. No matter the value of `topdown`, the list of subdirectories is retrieved before the tuples for the directory and its subdirectories are generated.

By default errors from the `os.scandir()` call are ignored. If optional arg `'onerror'` is specified, it should be a function; it will be called with one argument, an `OSError` instance. It can report the error to continue with the walk, or raise the exception to abort the walk. Note that the filename is available as the `filename` attribute of the exception object.

By default, `os.walk` does not follow symbolic links to subdirectories on systems that support them. In order to get this functionality, set the optional argument `'followlinks'` to true.

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

Caution: **if** you **pass** a relative pathname **for** top, don't change the current working directory between resumptions of walk. walk never changes the current directory, **and** assumes that the client doesn't either.

Example:

```
import os
from os.path import join, getsize
for root, dirs, files in os.walk('python/Lib/email'):
    print(root, "consumes", end="")
    print(sum([getsize(join(root, name)) for name in files]), end="")
    print("bytes in", len(files), "non-directory files")
    if 'CVS' in dirs:
        dirs.remove('CVS') # don't visit CVS directories
```

```
import os
from os.path import join, getsize
for root, dirs, files in os.walk('.'):
    print(root, "consume ", end="")
    print(sum([getsize(join(root, name)) for name in files])/1024, end="")
    print(" kbytes en ", len(files), "non-directory files")
    if '.ipynb_checkpoints' in dirs:
        dirs.remove('.ipynb_checkpoints') # don't visit CVS directories
```

```
./ consume 14067.50390625 kbytes en 81 non-directory files
./13_fft_files consume 1075.671875 kbytes en 16 non-directory files
./scripts consume 24.359375 kbytes en 32 non-directory files
./scripts/interfacing consume 4.5634765625 kbytes en 6 non-directory files
./scripts/animaciones consume 17.5595703125 kbytes en 11 non-directory files
./09_intro_visualizacion_files consume 421.7919921875 kbytes en 29 non-directory_
↪files
./14_interactivo_files consume 364.30078125 kbytes en 9 non-directory files
./05_algunos_ejemplos_files consume 14.99609375 kbytes en 1 non-directory files
./15_interfacing_y_animaciones_files consume 4.05859375 kbytes en 1 non-directory_
↪files
./version-control consume 55.796875 kbytes en 10 non-directory files
./version-control/_images consume 200.9833984375 kbytes en 4 non-directory files
./version-control/_sources consume 15.384765625 kbytes en 4 non-directory files
./version-control/_static consume 827.212890625 kbytes en 25 non-directory files
./version-control/_static/css consume 116.8828125 kbytes en 2 non-directory files
./version-control/_static/js consume 19.341796875 kbytes en 2 non-directory files
./version-control/_static/fonts consume 4132.6220703125 kbytes en 13 non-directory_
↪files
./version-control/_static/fonts/Lato consume 5672.4013671875 kbytes en 16 non-
↪directory files
./version-control/_static/fonts/RobotoSlab consume 786.3271484375 kbytes en 8 non-
↪directory files
./__pycache__ consume 0.828125 kbytes en 1 non-directory files
./08_intro_numpy_files consume 11.6572265625 kbytes en 1 non-directory files
./13_graficacion3d_files consume 818.3916015625 kbytes en 25 non-directory files
./13_misclaneas_files consume 1638.3798828125 kbytes en 17 non-directory files
./12_fiteos_files consume 797.744140625 kbytes en 28 non-directory files
./10_mas_numpy_files consume 124.7763671875 kbytes en 7 non-directory files
./11_intro_scipy_files consume 232.6796875 kbytes en 10 non-directory files
```

8.3.3 Módulo subprocess

El módulo subprocess permite ejecutar nuevos procesos, proveerle de datos de entrada, y capturar su salida.

```
import subprocess as sub
```

```
sub.run(["ls", "-l"])
```

```
CompletedProcess(args=['ls', '-l'], returncode=0)
```

En esta forma, la función run ejecuta el comando ls (listar) con el argumento -l, y **no** captura la salida. Si queremos guardar la salida, podemos usar el argumento stdout:

```
ll = sub.run(["ls", "-l"], stdout=sub.PIPE)
```

La variable ll tiene el objeto retornado por run, y podemos acceder a la salida mediante ll.stdout

```
ff= ll.stdout.splitlines()
```

```
for f in ff:
    if 'ipynb' in str(f) and '04_' in str(f):
        print(f.decode('utf-8'))
```

```
-rw-r--r--. 1 fiol fiol    5731 feb 26 14:20 04_ejercicios.ipynb
-rw-r--r--. 1 fiol fiol   40101 feb 27 09:15 04_funciones.ipynb
-rw-r--r--. 1 fiol fiol   32878 feb 27 09:22 04_iteraciones.ipynb
```

8.3.4 Módulo glob

El módulo glob encuentra nombres de archivos (o directorios) utilizando patrones similares a los de la consola. La función más utilizada es glob.glob(). Veamos algunos ejemplos de uso:

```
import glob
```

```
nb_clase4= glob.glob('04*.ipynb')
```

```
nb_clase4
```

```
['04_ejercicios.ipynb', '04_funciones.ipynb', '04_iteraciones.ipynb']
```

```
nb_clase4.sort()
```

```
nb_clase4
```

```
['04_ejercicios.ipynb', '04_funciones.ipynb', '04_iteraciones.ipynb']
```

```
nb_clases1a4 = glob.glob('0[0-4]*.ipynb')
```

```
nb_clases1a4
```

```
[ '04_ejercicios.ipynb',
  '04_funciones.ipynb',
  '01_ejercicios.ipynb',
  '00_introd_y_excursion.ipynb',
  '04_iteraciones.ipynb',
  '02_tipos_y_control.ipynb',
  '03_ejercicios.ipynb',
  '01_instala_y_uso.ipynb',
  '03_bases_python.ipynb',
  '02_ejercicios.ipynb',
  '01_introd_python.ipynb']
```

```
for f in sorted(nb_clasesla4):
    print('Clase en archivo {}'.format(f))
```

```
Clase en archivo 00_introd_y_excursion.ipynb
Clase en archivo 01_ejercicios.ipynb
Clase en archivo 01_instala_y_uso.ipynb
Clase en archivo 01_introd_python.ipynb
Clase en archivo 02_ejercicios.ipynb
Clase en archivo 02_tipos_y_control.ipynb
Clase en archivo 03_bases_python.ipynb
Clase en archivo 03_ejercicios.ipynb
Clase en archivo 04_ejercicios.ipynb
Clase en archivo 04_funciones.ipynb
Clase en archivo 04_iteraciones.ipynb
```

8.3.5 Módulo Argparse

Este módulo tiene lo necesario para hacer rápidamente un programa para utilizar por línea de comandos, aceptando todo tipo de argumentos y dando información sobre su uso.

```
import argparse
VERSION = 1.0

parser = argparse.ArgumentParser(
    description="Mi programa que acepta argumentos por línea de comandos")

parser.add_argument('-V', '--version', action='version',
                    version='%(prog)s version {}'.format(VERSION))

parser.add_argument('-n', '--entero', action='store', dest='n', default=1)

args = parser.parse_args()
```

Más información en la [biblioteca standard](#) y en [Argparse en Python Module of the week](#)

8.3.6 Módulo re

Este módulo provee la infraestructura para trabajar con *regular expressions*, es decir para encontrar expresiones que verifican cierta forma general. Veamos algunos conceptos básicos y casos más comunes de uso.

Búsqueda de un patrón en un texto

Empecemos con un ejemplo bastante común. Para encontrar un patrón en un texto podemos utilizar el método `search()`

```
import re
```

```
busca = 'un'
texto = 'Otra vez vamos a usar "Hola Mundo"'

match = re.search(busca, texto)

print('Encontré "{}"\nen:\n  "{}"'.format(match.re.pattern, match.string))
print('En las posiciones {} a {}'.format(match.start(), match.end()))
```

```
Encontré "un"
en:
  "Otra vez vamos a usar "Hola Mundo""
En las posiciones 29 a 31
```

Acá buscamos una expresión (el substring `un`). Esto es útil pero no muy diferente a utilizar los métodos de strings. Veamos como se definen los patrones.

Definición de expresiones

Vamos a buscar un patrón en un texto. Veamos cómo se definen los patrones a buscar.

- La mayoría de los caracteres se identifican consigo mismo (si quiero encontrar gato, uso como patrón `gato`)
- Hay unos pocos caracteres especiales (metacaracteres) que tienen un significado especial, estos son:

```
. ^ $ * + ? { } [ ] \ | ( )
```

- Si queremos encontrar uno de los metacaracteres, tenemos que precederlos de `\`. Por ejemplo si queremos encontrar un corchete usamos `\[`
- Los corchetes `[` y `]` se usan para definir una clase de caracteres, que es un conjunto de caracteres que uno quiere encontrar.
 - Los caracteres a encontrar se pueden dar individualmente. Por ejemplo `[gato]` encontrará cualquiera de `g`, `a`, `t`, `o`.
 - Un rango de caracteres se puede dar dando dos caracteres separados por un guión. Por ejemplo `[a-z]` dará cualquier letra entre `a` y `z`. Similarmente `[0-5]` `[0-9]` dará cualquier número entre `00` y `59`.
 - Los metacaracteres pierden su significado especial dentro de los corchetes. Por ejemplo `[.*]` encontrará cualquiera de `.`, `*`, `ñ`, `).`.
- El punto `.` indica *cualquier caracter*
- Los símbolos `*`, `+`, `?` indican repetición:
 - `?`: Indica 0 o 1 aparición de lo anterior
 - `*`: Indica 0 o más apariciones de lo anterior
 - `+`: Indica 1 o más apariciones de lo anterior

```

busca = "[a-z]+@[a-z]+\.[a-z]+" # Un patrón para buscar direcciones de email
texto = "nombre@server.com, apellido@server1.com, nombre1995@server.com,
↳UnNombreyApellido, nombre.apellido82@servidor.com.ar, Nombre.Apellido82@servidor.
↳com.ar".split(',')
print(texto, '\n')

for direc in texto:
    m= re.search(busca, direc)
    print('Para la línea:', direc)
    if m is None:
        print('    No encontré dirección de correo!')
    else:
        print('    Encontré la dirección de correo:', m.string)

```

```

['nombre@server.com', ' apellido@server1.com', ' nombre1995@server.com', '
↳UnNombreyApellido', ' nombre.apellido82@servidor.com.ar', ' Nombre.
↳Apellido82@servidor.com.ar']

```

```

Para la línea: nombre@server.com
    Encontré la dirección de correo: nombre@server.com
Para la línea:  apellido@server1.com
    No encontré dirección de correo!
Para la línea:  nombre1995@server.com
    No encontré dirección de correo!
Para la línea:  UnNombreyApellido
    No encontré dirección de correo!
Para la línea:  nombre.apellido82@servidor.com.ar
    No encontré dirección de correo!
Para la línea:  Nombre.Apellido82@servidor.com.ar
    No encontré dirección de correo!

```

- Acá la expresión `[a-z]` significa todos los caracteres en el rango a hasta z.
- `[a-z]+` significa cualquier secuencia de una letra o más.
- Los corchetes también se pueden usar en la forma `[abc]` y entonces encuentra *cualquiera* de a, b, o c.

Vemos que no encontró todas las direcciones posibles. Porque el patrón no está bien diseñado. Un poco mejor sería:

```

busca = "[a-zA-Z0-9.]+@[a-z.]+" # Un patrón para buscar direcciones de email

print(texto, '\n')

for direc in texto:
    m= re.search(busca, direc)
    print('Para la línea:', direc)
    if m is None:
        print('    No encontré dirección de correo:')
    else:
        print('    Encontré la dirección de correo:', m.group())

```

```

['nombre@server.com', ' apellido@server1.com', ' nombre1995@server.com', '
↳UnNombreyApellido', ' nombre.apellido82@servidor.com.ar', ' Nombre.
↳Apellido82@servidor.com.ar']

```

```

Para la línea: nombre@server.com
    Encontré la dirección de correo: nombre@server.com
Para la línea:  apellido@server1.com

```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```
Encontré la dirección de correo: apellido@server
Para la línea: nombrel995@server.com
Encontré la dirección de correo: nombrel995@server.com
Para la línea: UnNombreyApellido
No encontré dirección de correo:
Para la línea: nombre.apellido82@servidor.com.ar
Encontré la dirección de correo: nombre.apellido82@servidor.com.ar
Para la línea: Nombre.Apellido82@servidor.com.ar
Encontré la dirección de correo: Nombre.Apellido82@servidor.com.ar
```

Los metacaracteres no se activan dentro de clases (adentro de corchetes). En el ejemplo anterior el punto `.` actúa como un punto y no como un metacaracter. En este caso, la primera parte: `[a-zA-Z0-9.]` + significa: Encontrar cualquier letra minúscula, mayúscula, número o punto, una o más veces cualquiera de ellos

Repetición de un patrón

Si queremos encontrar strings que presentan la secuencia una o más veces podemos usar `findall()` que devuelve todas las ocurrencias del patrón que no se superponen. Por ejemplo:

```
texto = 'abbbaabbbbbaaaaa'

busca = 'ab'

mm = re.findall(busca, texto)
print(mm)

for m in mm:
    print('Encontré {}'.format(m))
```

```
['ab', 'ab']
Encontré ab
Encontré ab
```

```
p = re.compile('abc*')
m= p.findall('acholaboy')
print(m)
m= p.findall('acholabcoynd sabcccs slabc labdc abc')
print(m)
```

```
['ab']
['abc', 'abccc', 'abc', 'ab', 'abc']
```

Si va a utilizar expresiones regulares es recomendable que lea más información en la [biblioteca standard](#), en el [HOWTO](#) y en [Python Module of the week](#).

Clase 8: Introducción a Numpy

9.1 Algunos ejemplos

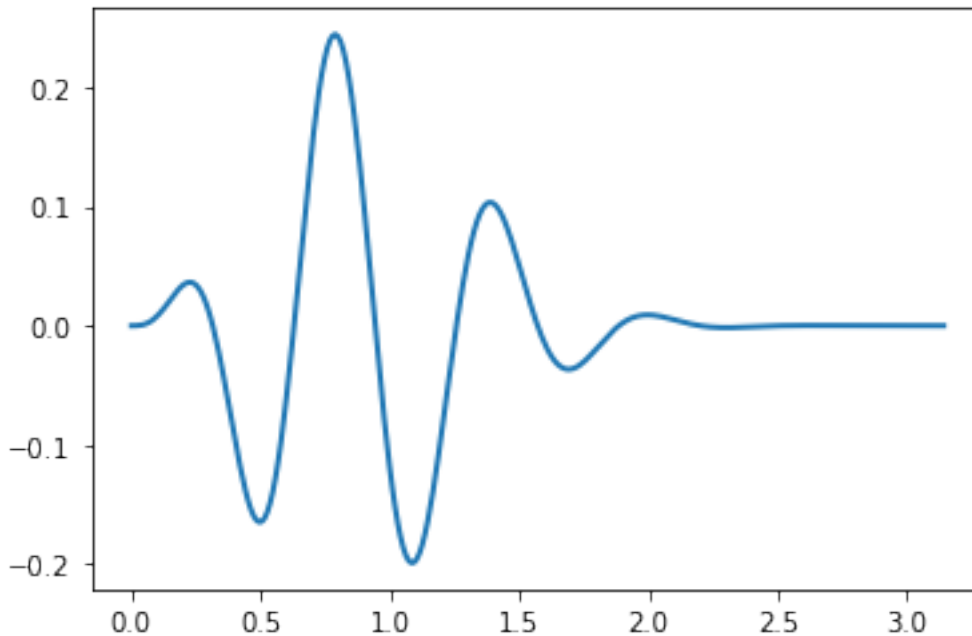
Dos paquetes que van a resultar muy importantes para nosotros son los paquetes **numpy** y **matplotlib**. Como con todos los módulos, se cargan utilizando la palabra `import`, tal como hicimos en los ejemplos anteriores. Existen variantes en la manera de importar los módulos que son equivalentes. En este caso le vamos a dar un alias que sea más corto de tipear. Después podemos utilizar sus funciones y definiciones.

9.1.1 Graficación de datos de archivos

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
x, y = np.loadtxt('../data/ejemplo_plot_07_1.dat', unpack=True)
plt.plot(x, y)
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa11af9cfd0>]
```



Como vemos es muy simple cargar datos de un archivo y graficarlos. Veamos qué datos hay en el archivo:

```
!head ../data/ejemplo_plot_07_1.dat
```

```
#      x      f(x)
0.000000e+00 0.000000e+00
1.050700e-02 1.157617e-05
2.101400e-02 9.205287e-05
3.152100e-02 3.075650e-04
4.202800e-02 7.187932e-04
5.253499e-02 1.378428e-03
6.304199e-02 2.328857e-03
7.354899e-02 3.600145e-03
8.405599e-02 5.208356e-03
```

Hay dos columnas, en la primera fila hay texto, y en las siguientes hay valores separados por un espacio. En la primera línea, la función `np.loadtxt()` carga estos valores a las variables `x` e `y`, y en la segunda los graficamos. Inspeccionemos las variables

```
len(x)
```

```
300
```

```
x[:10]
```

```
array([0.          , 0.010507 , 0.021014 , 0.031521 , 0.042028 ,
        0.05253499, 0.06304199, 0.07354899, 0.08405599, 0.09456299])
```

```
type(x), type(y)
```

```
(numpy.ndarray, numpy.ndarray)
```

Como vemos, el tipo de la variable **no es una lista** sino un nuevo tipo: **ndarray**, o simplemente **array**. Veamos cómo trabajar con ellos.

9.1.2 Comparación de listas y arrays

Comparemos como operamos sobre un conjunto de números cuando los representamos por una lista, o por un array:

```
dlist = [1.5, 3.8, 4.9, 12.3, 27.2, 35.8, 70.2, 90., 125., 180.]
```

```
d = np.array(dlist)
```

```
d is dlist
```

```
False
```

```
print(dlist)
```

```
[1.5, 3.8, 4.9, 12.3, 27.2, 35.8, 70.2, 90.0, 125.0, 180.0]
```

```
print(d)
```

```
[ 1.5  3.8  4.9 12.3 27.2 35.8 70.2 90. 125. 180.]
```

Veamos cómo se hace para operar con estos dos tipos. Si los valores representan ángulos en grados, hagamos la conversión a radianes (radián = $\pi/180$ grado)

```
from math import pi
drlist= [a*pi/180 for a in dlist]
```

```
print(drlist)
```

```
[0.02617993877991494, 0.06632251157578452, 0.08552113334772216, 0.21467549799530256,
↪0.47472955654245763, 0.62482787221397, 1.2252211349000193, 1.5707963267948966, 2.
↪1.816615649929116, 3.141592653589793]
```

```
dr= d*(np.pi/180)
```

```
print(dr)
```

```
[0.02617994 0.06632251 0.08552113 0.2146755 0.47472956 0.62482787
1.22522113 1.57079633 2.18166156 3.14159265]
```

Vemos que el modo de trabajar es más simple ya que los array permiten trabajar con operaciones elemento-a-elemento mientras que para las listas tenemos que usar comprensiones de listas. Veamos otros ejemplos:

```
print([np.sin(a*pi/180) for a in dlist])
```

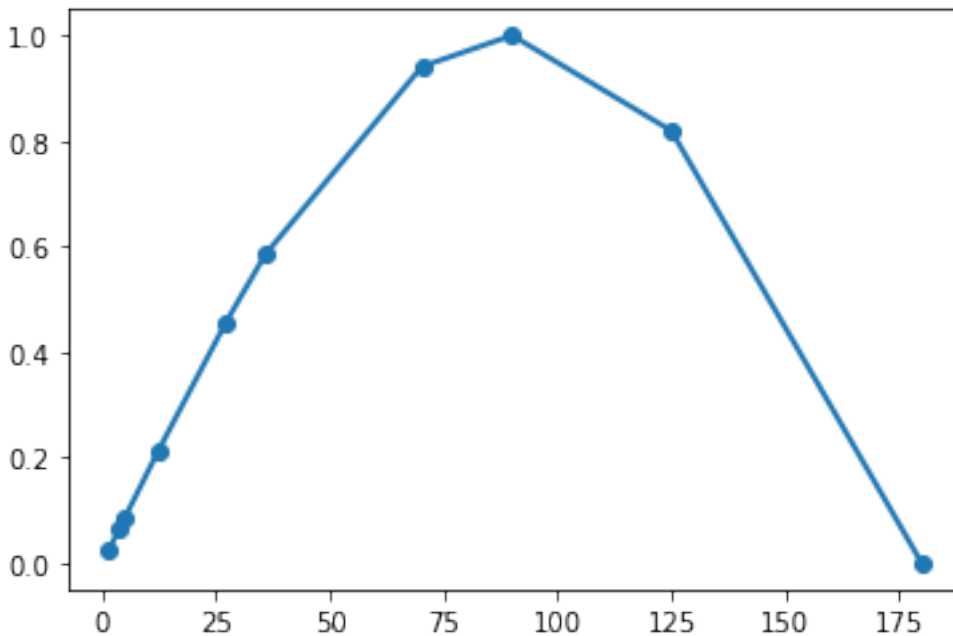
```
[0.02617694830787315, 0.06627390040000014, 0.08541692313736747, 0.21303038627497659,
↪0.4570979270586942, 0.5849576749872154, 0.9408807689542255, 1.0, 0.819152044288992,
↪1.2246467991473532e-16]
```

```
print(np.sin(np.deg2rad(d)))
```

```
[2.61769483e-02  6.62739004e-02  8.54169231e-02  2.13030386e-01
 4.57097927e-01  5.84957675e-01  9.40880769e-01  1.00000000e+00
 8.19152044e-01  1.22464680e-16]
```

Además de la simplicidad para trabajar con operaciones que actúan sobre cada elemento, el paquete tiene una gran cantidad de funciones y constantes definidas (como por ejemplo `np.pi` para π).

```
plt.plot(d, np.sin(np.deg2rad(d)), 'o-')
plt.show()
```



9.1.3 Generación de datos equiespaciados

Para obtener datos equiespaciados hay dos funciones complementarias

```
a1 = np.arange(0,190,10)
a2 = np.linspace(0,180,19)
```

```
a1
```

```
array([ 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120,
       130, 140, 150, 160, 170, 180])
```

```
a2
```

```
array([ 0., 10., 20., 30., 40., 50., 60., 70., 80., 90., 100.,
       110., 120., 130., 140., 150., 160., 170., 180.])
```

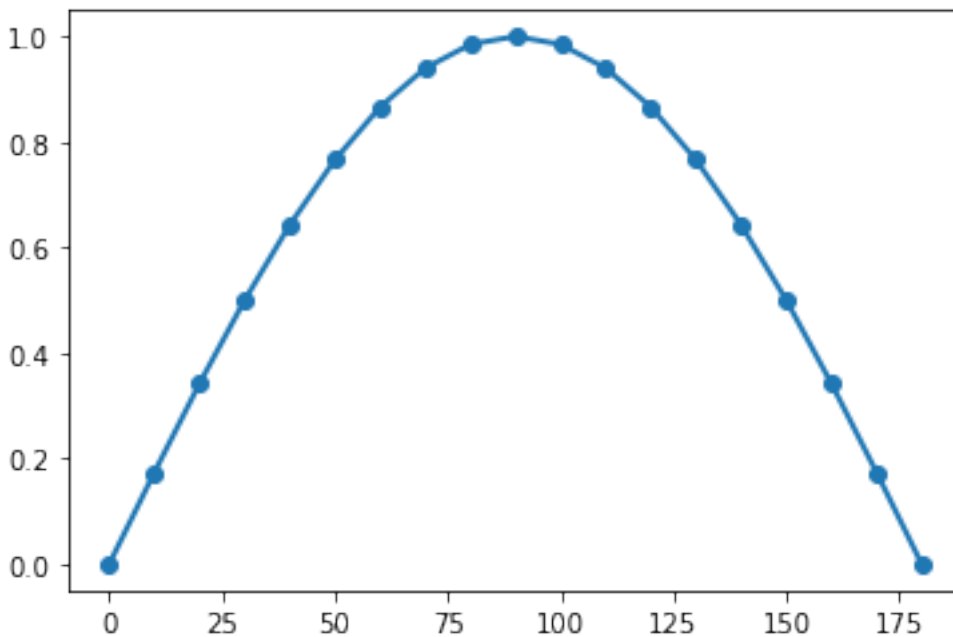
Como vemos, ambos pueden dar resultados similares, y es una cuestión de conveniencia cual utilizar. El uso es:

```
np.arange([start,] stop[, step,], dtype=None)

np.linspace(start, stop, num=50, endpoint=True, retstep=False, dtype=None)
```

Mientras que a `arange()` le decimos cuál es el paso a utilizar, a `linspace()` debemos (podemos) darle como tercer argumento el número de valores que queremos.

```
plt.plot(a2, np.sin(np.deg2rad(a2)), 'o-')
plt.show()
```



```
# Pedimos que devuelva el paso también
v1, step1 = np.linspace(0,10,20, endpoint=True, retstep=True)
v2, step2 = np.linspace(0,10,20, endpoint=False, retstep=True)
```

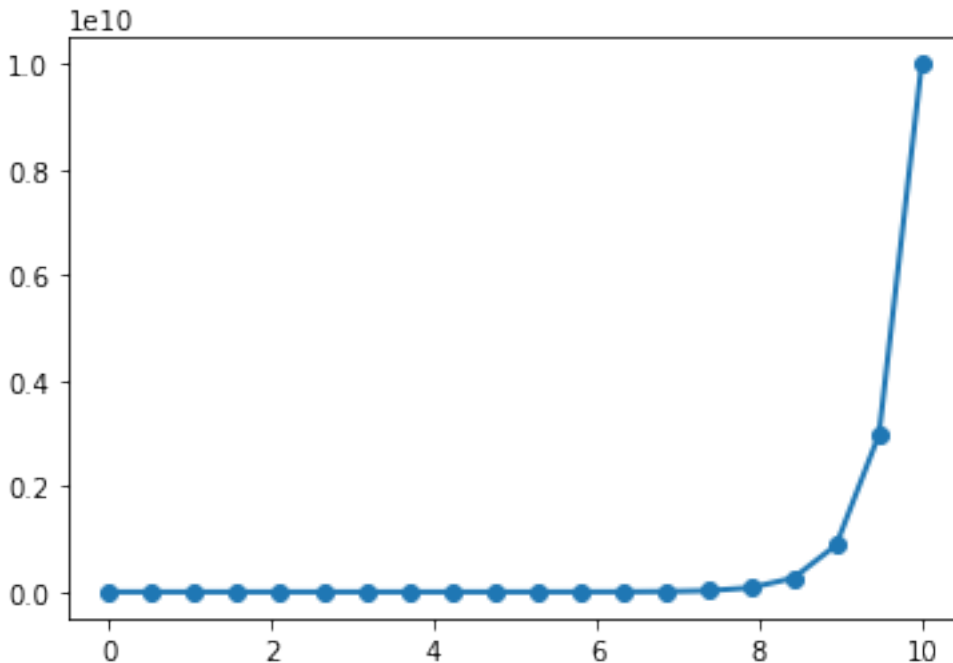
```
print(step1)
print(step2)
```

```
0.5263157894736842
0.5
```

Además de valores linealmente espaciados podemos obtener valores espaciados en escala logarítmica

```
w= np.logspace(0,10,20)
```

```
plt.plot(v1, w, 'o-')
plt.show()
```



```
w1 = np.logspace(0,2,3) # Start y Stop son los exponentes
print(w1)
```

```
[ 1.  10. 100.]
```

```
w2 = np.geomspace(1,100,3) # Start y Stop son los valores
print(w2)
```

```
[ 1.  10. 100.]
```

9.2 Características de *arrays* en Numpy

Numpy define unas nuevas estructuras llamadas *ndarrays* o *arrays* para trabajar con vectores de datos, en una dimensión o más dimensiones (matrices). Los arrays son variantes de las listas de python preparadas para trabajar a mayor velocidad y menor consumo de memoria. Por ello se requiere que los arrays sean menos generales y versátiles que las listas usuales. Analicemos brevemente las diferencias entre estos tipos y las consecuencias que tendrá en su uso para nosotros.

9.2.1 Uso de memoria de listas y arrays

Las listas son sucesiones de elementos, completamente generales y no necesariamente todos iguales. Un esquema de su representación interna se muestra en el siguiente gráfico para una lista de números enteros (Las figuras y el análisis de esta sección son de www.python-course.eu/numpy.php)

Básicamente en una lista se guarda información común a cualquier lista, un lugar de almacenamiento que referencia donde buscar cada uno de sus elementos (que puede ser un objeto diferente) y luego el lugar efectivo para guardar cada elemento. Veamos cuanta memoria se necesita para guardar una lista de enteros:

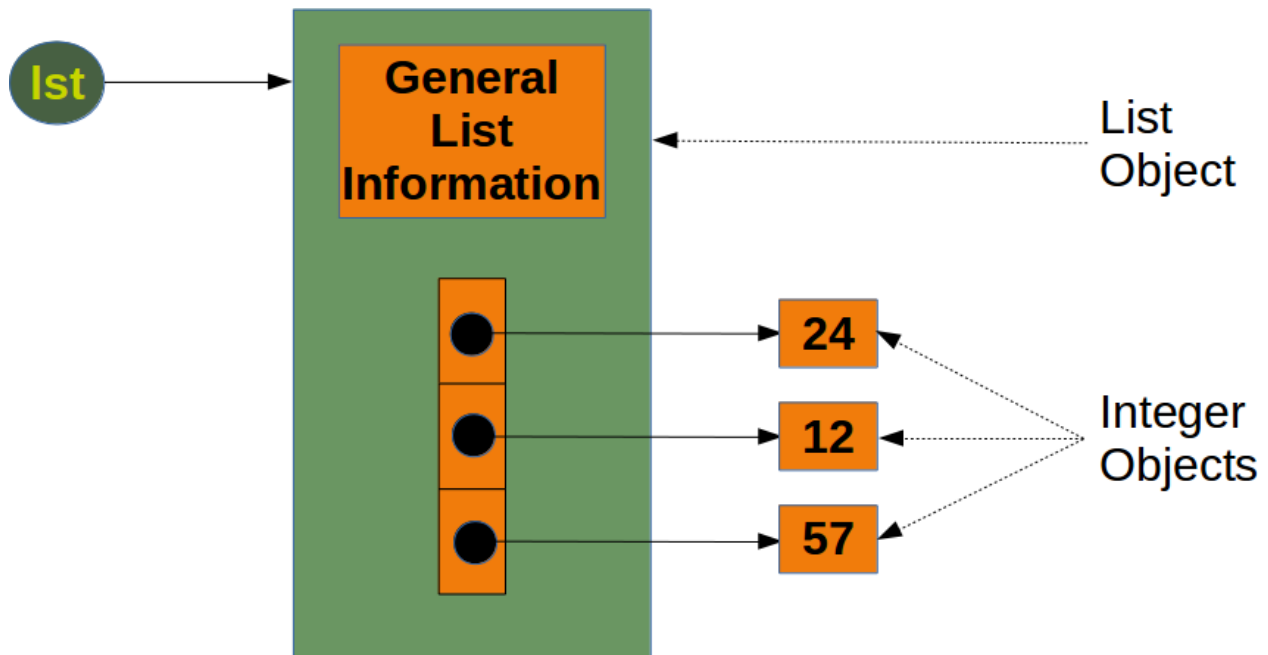


Figura 1: Representación en memoria de una lista

```
from sys import getsizeof
lst = [24, 12, 57]
size_of_list_object = getsizeof(lst) # only green box
#size_of_elements = getsizeof(lst[0]) + getsizeof(lst[1]) + getsizeof(lst[2])
size_of_elements = sum(getsizeof(l) for l in lst)
total_list_size = size_of_list_object + size_of_elements
print("Tamaño sin considerar los elementos: ", size_of_list_object)
print("Tamaño de los elementos: ", size_of_elements)
print("Tamaño total: ", total_list_size)
```

```
Tamaño sin considerar los elementos: 96
Tamaño de los elementos: 84
Tamaño total: 180
```

Para calcular cuánta memoria se usa en cada parte de una lista analicemos el tamaño de distintos casos:

```
print('Una lista vacía ocupa: {} bytes'.format(getsizeof([])))
print('Una lista con un elem: {} bytes'.format(getsizeof([24])))
print('Una lista con 2 elems: {} bytes'.format(getsizeof([24,12])))
print('Un entero en Python : {} bytes'.format(getsizeof(24)))
```

```
Una lista vacía ocupa: 72 bytes
Una lista con un elem: 80 bytes
Una lista con 2 elems: 88 bytes
Un entero en Python : 28 bytes
```

Vemos que la Información general de listas ocupa **64 bytes**, y la referencia a cada elemento entero ocupa adicionalmente **8 bytes**. Además, cada elemento, un entero de Python, en este caso ocupa **28 bytes**, por lo que el tamaño total de una **lista** de n números enteros será:

$$M_L(n) = 64 + n \times 8 + n \times 28$$

En contraste, los *arrays* deben ser todos del mismo tipo por lo que su representación es más simple (por ejemplo, no es necesario guardar sus valores separadamente)

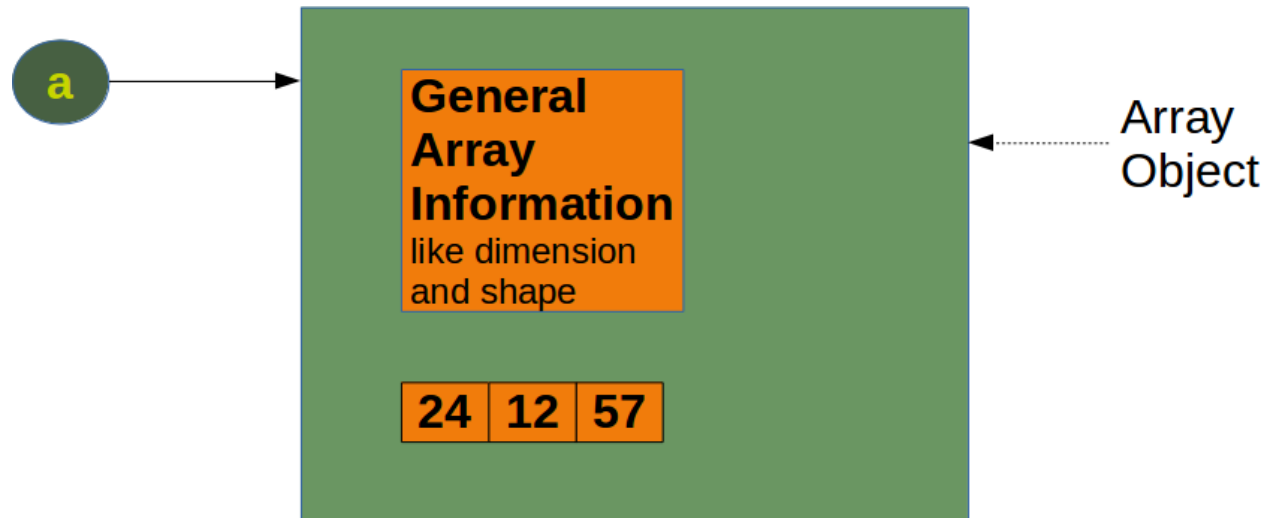


Figura 2: Representación en memoria de una lista

```
a = np.array(lst)
print(getsizeof(a))
```

```
120
```

Para analizar como se distribuye el consumo de memoria en un array vamos a calcular el tamaño de cada uno de los elementos como hicimos con las listas:

```
print('Un array vacío ocupa: {} bytes'.format(getsizeof(np.array([]))))
print('Un array con un elem: {} bytes'.format(getsizeof(np.array([24])))
print('Un array con 2 elems: {} bytes'.format(getsizeof(np.array([24,12])))
print('Un entero de Numpy es: {}'.format(type(a[0])))
```

```
Un array vacío ocupa: 96 bytes
Un array con un elem: 104 bytes
Un array con 2 elems: 112 bytes
Un entero de Numpy es: <class 'numpy.int64'>
```

Vemos que la información general sobre arrays ocupa **96 bytes** (en contraste a **64** para listas), y por cada elemento otros **8 bytes** adicionales (`numpy.int64` corresponde a 64 bits), por lo que el tamaño total será:

$$M_a(n) = 96 + n \times 8$$

```
from sys import getsizeof
lst1 = list(range(1000))
total_list_size = getsizeof(lst1) + sum(getsizeof(l) for l in lst1)
print("Tamaño total de la lista: ", total_list_size)
a1 = np.array(lst1)
print("Tamaño total de array: ", getsizeof(a1))
```



```
Tamaño total de la lista: 37116
Tamaño total de array: 8096
```

9.2.2 Velocidad de Numpy

Una de las grandes ventajas de usar *Numpy* está relacionada con la velocidad de cálculo. Veamos (superficialmente) esto

```
# %load scripts/timing.py
# Ejemplo del libro en www.python-course.eu/numpy.php

import numpy as np
from timeit import Timer
Ndim = 10000

def pure_python_version():
    X = range(Ndim)
    Y = range(Ndim)
    Z = []
    for i in range(len(X)):
        Z.append(X[i] + Y[i])
    return Z

def numpy_version():
    X = np.arange(Ndim)
    Y = np.arange(Ndim)
    Z = X + Y
    return Z

timer_obj1 = Timer("pure_python_version()", "from __main__ import pure_python_version")
timer_obj2 = Timer("numpy_version()", "from __main__ import numpy_version")
t1 = timer_obj1.timeit(10)
t2 = timer_obj2.timeit(10)

print("Numpy es en este ejemplo {:.3f} más rápido".format(t1 / t2))
```

```
Numpy es en este ejemplo 194.500 más rápido
```

Como vemos, utilizar *Numpy* puede ser considerablemente más rápido que usar *Python puro*.

9.3 Creación de *arrays* en Numpy

Un array en numpy es un tipo de variable parecido a una lista, pero está optimizado para realizar trabajo numérico.

Todos los elementos deben ser del mismo tipo, y además de los valores, contiene información sobre su tipo. Veamos algunos ejemplos de cómo crearlos y utilizarlos:

9.3.1 Creación de *Arrays* unidimensionales

```
i1 = np.array([1, 2, 3, 1, 5, 1, 9, 22, 0])
r1 = np.array([1.4, 2.3, 3.0, 1, 5, 1, 9, 22, 0])
```

```
print(i1)
print(r1)
```

```
[ 1  2  3  1  5  1  9 22  0]
[ 1.4  2.3  3.  1.  5.  1.  9. 22.  0.]
```

```
print('tipo de i1: {} \ntipo de r1: {}'.format(i1.dtype, r1.dtype))
```

```
tipo de i1: int64
tipo de r1: float64
```

```
print('Para i1:\nnúmero de dimensiones: {}\nn Longitud: {}'.format(np.ndim(i1),
↪len(i1)))
```

```
Para i1:
  Número de dimensiones: 1
  Longitud: 9
```

```
print('Para r1:\nnúmero de dimensiones: {}\nn Longitud: {}'.format(np.ndim(r1),
↪len(r1)))
```

```
Para r1:
  Número de dimensiones: 1
  Longitud: 9
```

9.3.2 Arrays multidimensionales

Podemos crear explícitamente *arrays* multidimensionales con la función `np.array` si el argumento es una lista anidada

```
L = [ [1, 2, 3], [0.2, -0.2, -1], [-1, 2, 9], [0, 0.5, 0] ]
```

```
A = np.array(L)
```

```
A
```

```
array([[ 1. ,  2. ,  3. ],
       [ 0.2, -0.2, -1. ],
       [-1. ,  2. ,  9. ],
       [ 0. ,  0.5,  0. ]])
```

```
print(A)
```

```
[[ 1.  2.  3.]
 [ 0.2 -0.2 -1.]
 [-1.  2.  9.]
 [ 0.  0.5  0.]
```

```
print(np.ndim(A), A.ndim) # Ambos son equivalentes
```

```
2 2
```

```
print(len(A))
```

```
4
```

Vemos que la dimensión de A es 2, pero la longitud que me reporta **Python** corresponde al primer eje. Los *arrays* tienen un atributo que es la forma (shape)

```
print(A.shape)
```

```
(4, 3)
```

```
r1.shape # una tupla de un solo elemento
```

```
(9,)
```

9.3.3 Otras formas de creación

Hay otras maneras de crear **numpy arrays**. Algunas, de las más comunes es cuando necesitamos crear un array con todos ceros o unos o algún valor dado

```
a= np.zeros(5)
```

```
a.dtype # El tipo default es float de 64 bits
```

```
dtype('float64')
```

```
print(a)
```

```
[0. 0. 0. 0. 0.]
```

```
i= np.zeros(5, dtype=int)
```

```
print(i)
```

```
[0 0 0 0 0]
```

```
i.dtype
```

```
dtype('int64')
```

```
c= np.zeros(5, dtype=complex)
```

```
print(c)
```

```
print(c.dtype)
```

```
[0.+0.j 0.+0.j 0.+0.j 0.+0.j 0.+0.j]
complex128
```

En lugar de inicializarlo en cero podemos inicializarlo con algún valor

```
np.ones(5, dtype=complex) + 1j      # Algo similar pero inicializando a unos
```

```
array([1.+1.j, 1.+1.j, 1.+1.j, 1.+1.j, 1.+1.j])
```

Ya vimos que también podemos inicializarlos con valores equiespaciados con `np.arange()`, con `np.linspace()` o con `np.logspace()`

```
v = np.arange(2,15,2) # Crea un array con una secuencia (similar a la función range)
```

Para crear *arrays* multidimensionales usamos:

```
np.ones((4,5))
```

```
array([[1., 1., 1., 1., 1.],
       [1., 1., 1., 1., 1.],
       [1., 1., 1., 1., 1.],
       [1., 1., 1., 1., 1.]])
```

```
np.ones((4,3,6))
```

```
array([[[1., 1., 1., 1., 1., 1.],
        [1., 1., 1., 1., 1., 1.],
        [1., 1., 1., 1., 1., 1.]],
       [[1., 1., 1., 1., 1., 1.],
        [1., 1., 1., 1., 1., 1.],
        [1., 1., 1., 1., 1., 1.]],
       [[1., 1., 1., 1., 1., 1.],
        [1., 1., 1., 1., 1., 1.],
        [1., 1., 1., 1., 1., 1.]],
       [[1., 1., 1., 1., 1., 1.],
        [1., 1., 1., 1., 1., 1.],
        [1., 1., 1., 1., 1., 1.]])
```

```
np.eye(4)
```

```
array([[1., 0., 0., 0.],
       [0., 1., 0., 0.],
       [0., 0., 1., 0.],
       [0., 0., 0., 1.]])
```

```
np.eye(3,7)
```

```
array([[1., 0., 0., 0., 0., 0., 0.],
       [0., 1., 0., 0., 0., 0., 0.],
       [0., 0., 1., 0., 0., 0., 0.]])
```

En este último ejemplo hemos creado matrices con unos en la diagonal y ceros en todos los demás lugares.

9.4 Acceso a los elementos

El acceso a los elementos tiene una forma muy parecida a la de las listas (pero no exactamente igual).

```
print(r1)
```

```
[ 1.4  2.3  3.   1.   5.   1.   9.  22.   0. ]
```

Si queremos uno de los elementos usamos la notación:

```
print(r1[0], r1[3], r1[-1])
```

```
1.4 1.0 0.0
```

y para tajadas (*slices*)

```
print(r1[:3])
```

```
[1.4 2.3 3. ]
```

```
print(r1[-3:])
```

```
[ 9. 22.  0.]
```

```
print(r1[5:7])
```

```
[1. 9.]
```

```
print(r1[0:8:2])
```

```
[1.4 3.   5.   9. ]
```

Como con vectores unidimensionales, con arrays multidimensionales, se puede ubicar un elemento o usar *slices*:

```
arr = np.arange(55).reshape((5,11))
```

```
arr
```

```
array([[ 0,  1,  2,  3,  4,  5,  6,  7,  8,  9, 10],
       [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21],
       [22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32],
       [33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43],
       [44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54]])
```

```
print("primer y segundo elementos", arr[0,0], arr[0,1])
```

```
primer y segundo elementos 0 1
```

```
print('Slicing parte de la segunda fila :', arr[1, 2:4])
print('Todas las filas, tercera columna :', arr[:, 2])
```

```
Slicing parte de la segunda fila : [13 14]
Todas las filas, tercera columna : [ 2 13 24 35 46]
```

```
print( 'Primera fila   :\n', arr[0], '\nes igual a :\n', arr[0,:])
```

```
Primera fila   :
[ 0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10]
es igual a :
[ 0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10]
```

```
print( 'Segunda fila   :\n', arr[1], '\nes igual a :\n', arr[1,:])
```

```
Segunda fila   :
[11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21]
es igual a :
[11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21]
```

```
print( 'Primera columna:', arr[:,0])
```

```
Primera columna: [ 0 11 22 33 44]
```

```
print( 'Última columna : \n', arr[:,-1])
```

```
Última columna :
[10 21 32 43 54]
```

```
print( 'Segunda fila, elementos impares (0,2,...) : ', arr[1,::2])
```

```
Segunda fila, elementos impares (0,2,...) :  [11 13 15 17 19 21]
```

```
print( 'Segunda fila, todos los elementos impares : ', arr[1,1::2])
```

Cuando el *slicing* se hace de la forma `[i:f:s]` significa que tomaremos los elementos entre *i* (inicial), hasta *f* (final, no incluido), pero tomando sólo uno de cada *s* (stride) elementos

| | | | | | | | | | | | |
|-----------|------------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----------|----|
| | X[:, 1] | | | | | | | | | X[0, 9:] | |
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| X[1, ::2] | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 |
| | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 |
| | X[2:, 3:5] | | | | | | | | | X[-1, -1] | |

En Scipy Lectures at <http://scipy-lectures.github.io> hay una descripción del acceso a arrays.

9.5 Ejercicios 08 (a)

- Genere arrays en 2d, cada uno de tamaño 10x10 con:
 - Un array con valores 1 en la diagonal principal y 0 en el resto (Matriz identidad).
 - Un array con valores 0 en la diagonal principal y 1 en el resto.
 - Un array con valores 1 en los bordes y 0 en el interior.
 - Un array con números enteros consecutivos (empezando en 1) en los bordes y 0 en el interior.
- Diga qué resultado produce el siguiente código, y explíquelo

```
# Ejemplo propuesto por Jake VanderPlas
print(sum(range(5), -1))
from numpy import *
print(sum(range(5), -1))
```

9.6 Propiedades de Numpy arrays

9.6.1 Propiedades básicas

Hay tres propiedades básicas que caracterizan a un array:

- `shape`: Contiene información sobre la forma que tiene un array (sus dimensiones: vector, matriz, o tensor)
- `dtype`: Es el tipo de cada uno de sus elementos (todos son iguales)

- `stride`: Contiene la información sobre como recorrer el array. Por ejemplo si es una matriz, tiene la información de cuántos bytes en memoria hay que pasar para pasar de una fila a la siguiente y de una columna a la siguiente.

```
arr = np.arange(55).reshape((5,11))
```

```
print( 'shape  :', arr.shape)
print( 'dtype  :', arr.dtype)
print( 'strides:', arr.strides)
```

```
shape  : (5, 11)
dtype  : int64
strides: (88, 8)
```

```
print(np.arange(55).shape)
print(arr.shape)
```

```
(55,)
(5, 11)
```

9.6.2 Otras propiedades y métodos de los *array*

Los array tienen atributos que nos dan información sobre sus características:

```
print( 'Número total de elementos :', arr.size)
print( 'Número de dimensiones      :', arr.ndim)
print( 'Memoria usada              : {} bytes'.format( arr.nbytes))
```

```
Número total de elementos : 55
Número de dimensiones      : 2
Memoria usada              : 440 bytes
```

Además, tienen métodos que facilitan algunos cálculos comunes. Veamos algunos de ellos:

```
print( 'Mínimo y máximo           :', arr.min(), arr.max())
print( 'Suma y producto de sus elementos :', arr.sum(), arr.prod())
print( 'Media y desviación standard :', arr.mean(), arr.std())
```

```
Mínimo y máximo           : 0 54
Suma y producto de sus elementos : 1485 0
Media y desviación standard : 27.0 15.874507866387544
```

Para todos estos métodos, las operaciones se realizan sobre todos los elementos. En array multidimensionales uno puede elegir realizar los cálculos sólo sobre un dado eje:

```
print( 'Para el array:\n', arr)
```

```
Para el array:
[[ 0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10]
 [11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21]
 [22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32]
 [33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43]
 [44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54]]
```



```
print( 'La suma de todos los elementos es      ', arr.sum())
```

```
La suma de todos los elementos es      : 1485
```

```
print( 'La suma de elementos de las filas es :', arr.sum(axis=1))
```

```
La suma de elementos de las filas es : [ 55 176 297 418 539]
```

```
print( 'La suma de elementos de las columnas es :', arr.sum(axis=0))
```

```
La suma de elementos de las columnas es : [110 115 120 125 130 135 140 145 150 155
↪160]
```

9.7 Operaciones sobre arrays

9.7.1 Operaciones básicas

Los array se pueden usar en operaciones:

```
# Suma de una constante
arr1 = 1 + arr[:,::-1]          # Creamos un segundo array
```

```
arr1
```

```
array([[11, 10,  9,  8,  7,  6,  5,  4,  3,  2,  1],
       [22, 21, 20, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12],
       [33, 32, 31, 30, 29, 28, 27, 26, 25, 24, 23],
       [44, 43, 42, 41, 40, 39, 38, 37, 36, 35, 34],
       [55, 54, 53, 52, 51, 50, 49, 48, 47, 46, 45]])
```

```
# Multiplicación por constantes y suma de arrays
2* arr + 3*arr1
```

```
array([[ 33,  32,  31,  30,  29,  28,  27,  26,  25,  24,  23],
       [ 88,  87,  86,  85,  84,  83,  82,  81,  80,  79,  78],
       [143, 142, 141, 140, 139, 138, 137, 136, 135, 134, 133],
       [198, 197, 196, 195, 194, 193, 192, 191, 190, 189, 188],
       [253, 252, 251, 250, 249, 248, 247, 246, 245, 244, 243]])
```

```
# División por constantes
arr/5
```

```
array([[ 0. ,  0.2,  0.4,  0.6,  0.8,  1. ,  1.2,  1.4,  1.6,  1.8,  2. ],
       [ 2.2,  2.4,  2.6,  2.8,  3. ,  3.2,  3.4,  3.6,  3.8,  4. ,  4.2],
       [ 4.4,  4.6,  4.8,  5. ,  5.2,  5.4,  5.6,  5.8,  6. ,  6.2,  6.4],
       [ 6.6,  6.8,  7. ,  7.2,  7.4,  7.6,  7.8,  8. ,  8.2,  8.4,  8.6],
       [ 8.8,  9. ,  9.2,  9.4,  9.6,  9.8, 10. , 10.2, 10.4, 10.6, 10.8]])
```

```
# Multiplicación entre arrays
arr * arr1
```

```
array([[ 0, 10, 18, 24, 28, 30, 30, 28, 24, 18, 10],
       [242, 252, 260, 266, 270, 272, 272, 270, 266, 260, 252],
       [726, 736, 744, 750, 754, 756, 756, 754, 750, 744, 736],
       [1452, 1462, 1470, 1476, 1480, 1482, 1482, 1480, 1476, 1470, 1462],
       [2420, 2430, 2438, 2444, 2448, 2450, 2450, 2448, 2444, 2438, 2430]])
```

```
arr / arr1
```

```
array([[ 0.          ,  0.1          ,  0.22222222,  0.375          ,  0.57142857,
         0.83333333,  1.2          ,  1.75          ,  2.66666667,  4.5          ,
        10.          ],
       [ 0.5          ,  0.57142857,  0.65          ,  0.73684211,  0.83333333,
         0.94117647,  1.0625          ,  1.2          ,  1.35714286,  1.53846154,
         1.75          ],
       [ 0.66666667,  0.71875       ,  0.77419355,  0.83333333,  0.89655172,
         0.96428571,  1.03703704,  1.11538462,  1.2          ,  1.29166667,
         1.39130435],
       [ 0.75          ,  0.79069767,  0.83333333,  0.87804878,  0.925          ,
         0.97435897,  1.02631579,  1.08108108,  1.13888889,  1.2          ,
         1.26470588],
       [ 0.8          ,  0.83333333,  0.86792453,  0.90384615,  0.94117647,
         0.98          ,  1.02040816,  1.0625          ,  1.10638298,  1.15217391,
         1.2          ]])
```

Como vemos, están definidas todas las operaciones por constantes y entre arrays. En operaciones con constantes, se aplican sobre cada elemento del array. En operaciones entre arrays se realizan elemento a elemento (y el número de elementos de los dos array debe ser compatible).

9.7.2 Comparaciones

También se pueden comparar dos arrays elemento a elemento

```
v = np.linspace(0,19,20)
w = np.linspace(0.5,18,20)
```

```
print (v)
print (w)
```

```
[ 0.  1.  2.  3.  4.  5.  6.  7.  8.  9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17.
 18. 19.]
[ 0.5          1.42105263  2.34210526  3.26315789  4.18421053  5.10526316
 6.02631579  6.94736842  7.86842105  8.78947368  9.71052632 10.63157895
11.55263158 12.47368421 13.39473684 14.31578947 15.23684211 16.15789474
17.07894737 18.          ]
```

```
# Comparación de un array con una constante
print(v > 12)
```

```
[False False False False False False False False False False False
 False True True True True True True True]
```

```
# Comparación de un array con una constante
print(v > w)
```

```
[False False False False False False False True True True True True
 True True True True True True True True]
```

9.7.3 Funciones definidas en Numpy

Algunas de las funciones definidas en numpy se aplican a cada elemento. Por ejemplo, las funciones matemáticas:

```
np.sin(arr1)
```

```
array([[ -0.99999021,  -0.54402111,   0.41211849,   0.98935825,   0.6569866 ,
        -0.2794155 ,  -0.95892427,  -0.7568025 ,   0.14112001,   0.90929743,
         0.84147098],
       [ -0.00885131,   0.83665564,   0.91294525,   0.14987721,  -0.75098725,
        -0.96139749,  -0.28790332,   0.65028784,   0.99060736,   0.42016704,
        -0.53657292],
       [  0.99991186,   0.55142668,  -0.40403765,  -0.98803162,  -0.66363388,
         0.27090579,   0.95637593,   0.76255845,  -0.13235175,  -0.90557836,
        -0.8462204 ],
       [  0.01770193,  -0.83177474,  -0.91652155,  -0.15862267,   0.74511316,
         0.96379539,   0.29636858,  -0.64353813,  -0.99177885,  -0.42818267,
         0.52908269],
       [ -0.99975517,  -0.55878905,   0.39592515,   0.98662759,   0.67022918,
        -0.26237485,  -0.95375265,  -0.76825466,   0.12357312,   0.90178835,
         0.85090352]])
```

```
np.exp(-arr**2/2)
```

```
array([[ 1.00000000e+000,   6.06530660e-001,   1.35335283e-001,
         1.11089965e-002,   3.35462628e-004,   3.72665317e-006,
         1.52299797e-008,   2.28973485e-011,   1.26641655e-014,
         2.57675711e-018,   1.92874985e-022],
       [ 5.31109225e-027,   5.38018616e-032,   2.00500878e-037,
         2.74878501e-043,   1.38634329e-049,   2.57220937e-056,
         1.75568810e-063,   4.40853133e-071,   4.07235863e-079,
         1.38389653e-087,   1.73008221e-096],
       [ 7.95674389e-106,   1.34619985e-115,   8.37894253e-126,
         1.91855567e-136,   1.61608841e-147,   5.00796571e-159,
         5.70904011e-171,   2.39425476e-183,   3.69388307e-196,
         2.09653176e-209,   4.37749104e-223],
       [ 3.36244047e-237,   9.50144065e-252,   9.87710872e-267,
         3.77724997e-282,   5.31406836e-298,   2.75032531e-314,
         0.00000000e+000,   0.00000000e+000,   0.00000000e+000,
         0.00000000e+000,   0.00000000e+000],
       [ 0.00000000e+000,   0.00000000e+000,   0.00000000e+000,
         0.00000000e+000,   0.00000000e+000,   0.00000000e+000,
         0.00000000e+000,   0.00000000e+000,   0.00000000e+000,
         0.00000000e+000,   0.00000000e+000]])
```

Podemos elegir elementos de un array basados en condiciones:

```
v[w > 9]
```

```
array([10., 11., 12., 13., 14., 15., 16., 17., 18., 19.])
```

Aquí eligiendo elementos de *v* basados en una condición sobre los elementos de *w*. Veamos en más detalle:

```
c = w > 9 # Array con condición
print(c)
x = v[c] # Creamos un nuevo array con los valores donde c es verdadero
print(x)
print(len(c), len(v), len(x))
```

```
[False False False False False False False False False False True  True
  True  True  True  True  True  True  True  True]
[10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19.]
20 20 10
```

También podemos hacer todo tipo de operaciones (suma, resta, multiplicación,.) entre *arrays*

9.8 Ejercicios 08 (b)

3. Escriba una función `suma_potencias(p, n)` (utilizando arrays y **Numpy**) que calcule la operación

$$s_2 = \sum_{k=0}^n k^p$$

4. Usando las funciones de numpy `sign` y `maximum` definir las siguientes funciones, que acepten como argumento un array y devuelvan un array con el mismo *shape*:
- función de Heaviside, que vale 1 para valores positivos de su argumento y 0 para valores negativos.
 - La función escalón, que vale 0 para valores del argumento fuera del intervalo $(-1, 1)$ y 1 para argumentos en el intervalo.
 - La función rampa, que vale 0 para valores negativos de x y x para valores positivos.

9.8.1 Lectura y escritura de datos a archivos

Numpy tiene funciones que permiten escribir y leer datos de varias maneras, tanto en formato *texto* como en *binario*. En general el modo *texto* ocupa más espacio pero puede ser leído y modificado con un editor.

Datos en formato texto

```
np.savetxt('test.out', arr, fmt='%.2e', header="x    y    \n z    z2", comments="% ")
!cat test.out
```

```
arr2 = np.loadtxt('test.out', comments="%")
print(arr2)
```

```
print(arr2.shape)
print(arr2.ndim)
print(arr2.size)
```

9.9 Ejercicios 08 (c)

5. **PARA ENTREGAR. Caída libre** Cree un programa que calcule la posición y velocidad de una partícula en caída libre para condiciones iniciales dadas (h_0, v_0), y un valor de gravedad dados. Se utilizará la convención de que alturas y velocidades positivas corresponden a vectores apuntando hacia arriba (una velocidad positiva significa que la partícula se aleja de la tierra).

El programa debe realizar el cálculo de la velocidad y altura para un conjunto de tiempos equiespaciados. El usuario debe poder decidir o modificar el comportamiento del programa mediante opciones por línea de comandos.

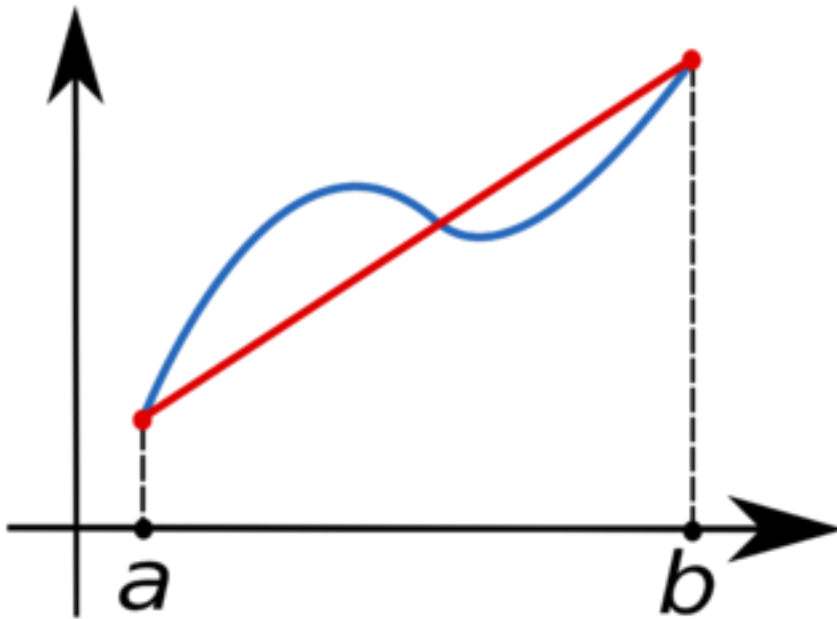
El programa debe aceptar las siguientes opciones por líneas de comando: - `-v vel o`, equivalentemente `--velocidad=vel`, donde `vel` es el número dando la velocidad inicial en m/s. El valor por defecto será 0. - `-h alt o`, equivalentemente `--altura=alt`, donde `alt` es un número dando la altura inicial en metros. El valor por defecto será 1000. La altura inicial debe ser un número positivo. - `-g grav`, donde `grav` es el módulo del valor de la aceleración de la gravedad en m/s^2 . El valor por defecto será 9.8. - `-o nombre o`, equivalentemente `--output=nombre`, donde `nombre` será el nombre de un archivo donde se escribirán los resultados. Si el usuario no usa esta opción, debe imprimir por pantalla (`sys.stdout`). - `-n N o`, equivalentemente `--Ndatos=N`, donde `N` es un número entero indicando la cantidad de datos que deben calcularse. Valor por defecto: 100 - `--ti=instante_inicial` indica el tiempo inicial de cálculo. Valor por defecto: 0. No puede ser mayor que el tiempo de llegada a la posición $h = 0$ - `--tf=tiempo_final` indica el tiempo final de cálculo. Valor por defecto será el correspondiente al tiempo de llegada a la posición $h = 0$.

NOTA: Envíe el programa llamado **Suapellido_08.py** en un adjunto por correo electrónico, con asunto: **Suapellido_08**, antes del día lunes 9 de Marzo.

6. Queremos realizar numéricamente la integral

$$\int_a^b f(x)dx$$

utilizando el método de los trapecios. Para eso partimos el intervalo $[a, b]$ en N subintervalos y aproximamos la curva en cada subintervalo por una recta



La línea azul representa la función $f(x)$ y la línea roja la interpolación por una recta (figura de https://en.wikipedia.org/wiki/Trapezoidal_rule)

Si llamamos x_i ($i = 0, \dots, n$, con $x_0 = a$ y $x_n = b$) los puntos equiespaciados, entonces queda

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2} \sum_{i=1}^n (f(x_i) + f(x_{i-1})).$$

- Escriba una función `trapz(x, y)` que reciba dos arrays unidimensionales `x` e `y` y aplique la fórmula de los trapecios.
- Escriba una función `trapzf(f, a, b, npts=100)` que recibe una función `f`, los límites `a, b` y el número de puntos a utilizar `npts`, y devuelve el valor de la integral por trapecios.
- Calcule la integral logarítmica de Euler:

$$\text{Li}(t) = \int_2^t \frac{1}{\ln x} dx$$

usando la función `t'rapzft'` para valores de `npts=10, 20, 30, 40, 50, 60`

Clase 9: Visualización

Para graficar datos y funciones vamos a usar la biblioteca **Matplotlib**. Vamos a empezar discutiendo algunas de las características más generales del trabajo con esta biblioteca y mostrar algún ejemplo relativamente sencillo. Matplotlib está dividido en tres partes o capas conceptualmente bien delimitadas:

- Una parte es la que hace el trabajo más pesado administrando cada parte del gráfico (líneas, texto, figuras, etc)
- Una segunda parte que permite un uso simple de las funciones anteriores: El módulo **pyplot**.
- Una tercera parte que se encarga de presentar la figura en el formato adecuado. Esto es lo que se llama el *Backend* y se encarga de mostrar la figura en los distintos sistemas de ventanas, o en formatos de archivos correspondientes. Algunos ejemplos de *backend* son: PS (copias PostScript), SVG (Scalable Vector Graphics), Agg (salida PNG de muy buena calidad), Cairo (png, pdf, ps, svg), GTK (interactivo, permite integrar matplotlib con aplicaciones Gtk+, que usa GNOME), PDF, WxWidgets (interactivo), Qt (interactivo).

Nosotros vamos a concentrarnos principalmente en aprender a utilizar **pyplot**

10.1 Interactividad

10.1.1 Trabajo con ventanas emergentes

Para trabajar en forma interactiva con gráficos vamos a hacerlo desde una terminal de *Ipython*

```
import matplotlib.pyplot as plt # o equivalentemente:
# from matplotlib import pyplot as plt
plt.plot([0,1,4,9,16,25])
```

El comando (la función) `plot()` crea el gráfico pero no lo muestra. Lo hacemos explícitamente con el comando `show()`

```
plt.show()
```

Vemos que es muy simple graficar datos.

Algunas cosas a notar:

1. Se abre una ventana
2. Se bloquea la terminal (no podemos dar nuevos comandos)
3. Si pasamos el *mouse* sobre el gráfico nos muestra las coordenadas.



4. Además del gráfico hay una barra de herramientas:
De derecha a izquierda tenemos:

- **Grabar:** Este botón abre una ventana para guardar el gráfico en alguno de los formatos disponibles.
- **Configuración de subplots:** Permite modificar el tamaño y posición de cada gráfico en la ventana.
- **Agrandar (zoom) a rectángulo:**
 - Si elegimos una región mientras apretamos el botón **izquierdo**, esta será la nueva región visible ocupando toda la ventana.
 - Si elegimos una región mientras apretamos el botón **derecho**, pone toda la vista actual en esta región.
- **Desplazar y agrandar (Pan and zoom):** Este botón cumple dos funciones diferentes:
 - Con el botón izquierdo desplaza la vista.
 - Con el botón derecho la vista se agrandará achicará en los ejes horizontal y vertical en una cantidad proporcional al movimiento.

Si se oprime las teclas `x` o `y` las dos funciones quedan restringidas al eje correspondiente.
- **Home, Back, Forward** son botones que nos llevan a la vista original, una vista hacia atrás o hacia adelante respectivamente

Si ocurre, como en este caso, que proveemos sólo una lista de datos, la función `plot()` la interpreta como los valores correspondientes al eje vertical (eje `y`), y toma el índice del dato para la variable independiente (eje `x`). Si queremos dar valores explícitamente para el eje `x` debemos pasarlos como primer argumento.

```
plt.plot([0,1,2,3,4,5],[0,1,4,9,16,25])
plt.show()
```

Como vemos, para que muestre la ventana debemos hacer un llamado explícito a la función `show()`. Esto es así porque muchas veces queremos realizar más de una operación sobre un gráfico antes de mostrarlo. Sin embargo, hay varias alternativas respecto a la interactividad de `matplotlib` (e `ipython`) que permiten adecuarla a nuestro flujo de trabajo. La manera más común en una terminal es utilizando las función `ion()` (**interactive on**) para hacerlo interactivo y la función `ioff()` para no interactivo.

```
plt.ion()          # Prendemos el modo interactivo
plt.plot([0,1,2,3,4,5],[0,1,4,9,16,25])
```

En el modo interactivo no sólo `plot()` tiene implícito el comando `show()` sino que podemos seguir ingresando comandos con el gráfico abierto.

10.1.2 Trabajo sobre notebooks

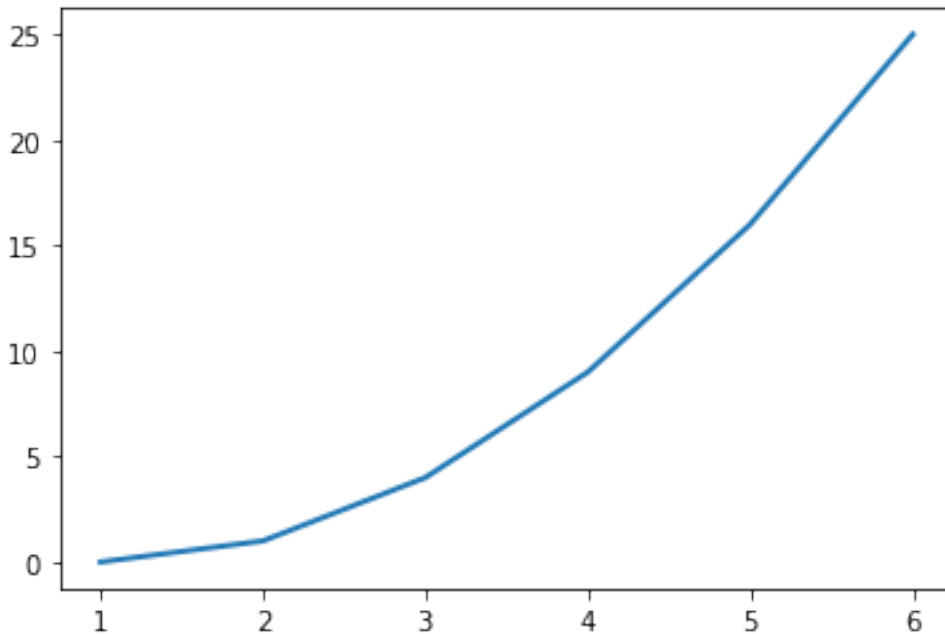
Para trabajar en *ipython notebooks* suele ser conveniente realizar los gráficos dentro de la misma página donde realizamos los cálculos. Si esto no ocurre automáticamente, se puede obtener con la siguiente línea:

```
%matplotlib inline
```



```
import matplotlib.pyplot as plt
# %matplotlib inline
plt.plot([1,2,3,4,5,6],[0,1,4,9,16,25])
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f8f9ef90>]
```



En la práctica vamos a usar siempre **Matplotlib** junto con **Numpy**.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

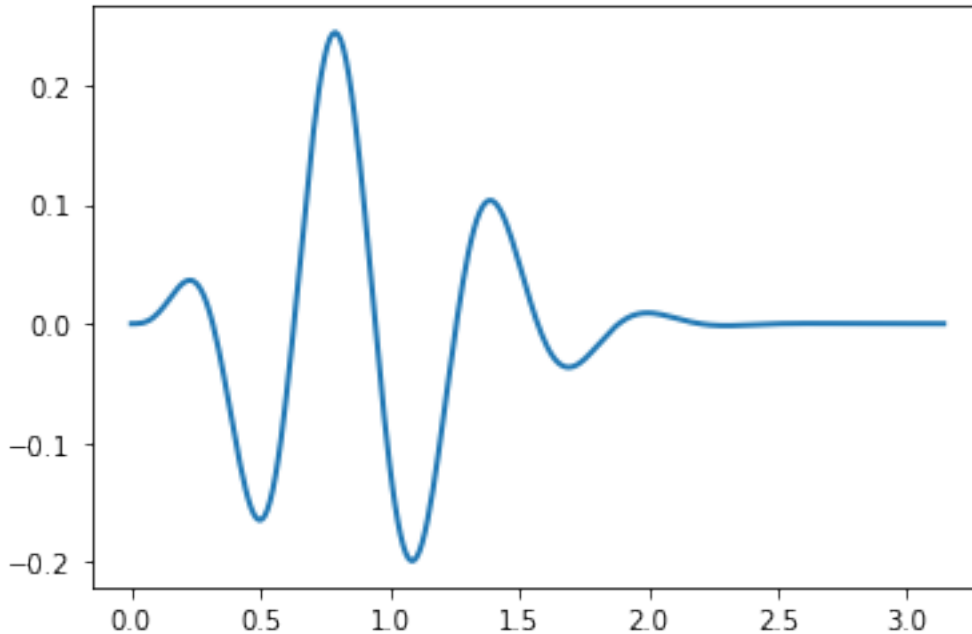
10.2 Gráficos simples

El paquete *Matplotlib* permite visualizar datos guardados en un archivo con unas pocas líneas

```
fdatos = '../data/ej_oscil_aten_err.dat'
```

```
x, y, yexp = np.loadtxt(fdatos, unpack=True)
plt.plot(x, y)
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f8f1a790>]
```



Como vemos, es la curva que graficamos la clase anterior.

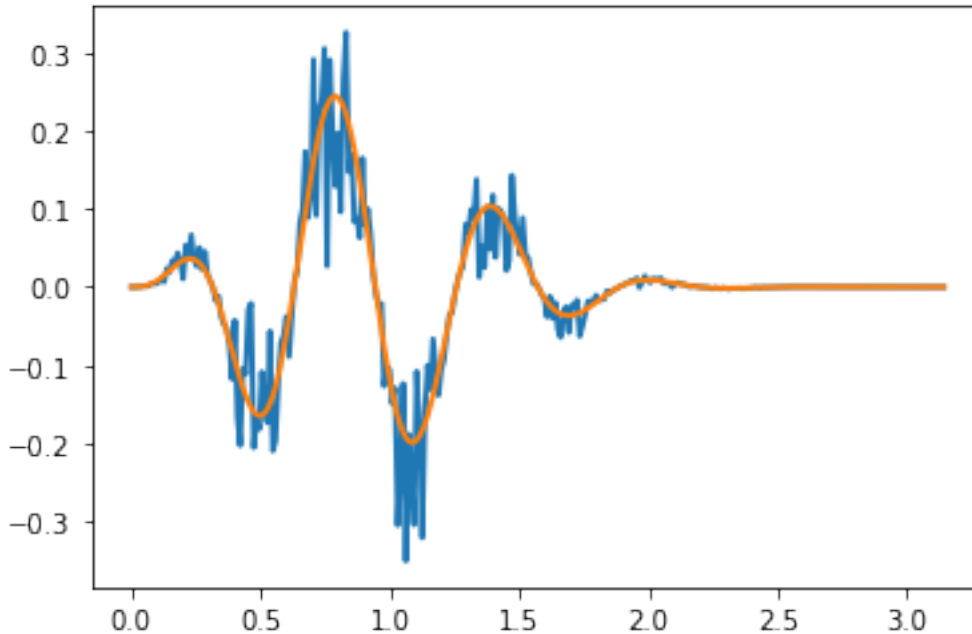
Si miramos el archivo vamos a ver que tiene una columna más que corresponde a los valores medidos. En consecuencia le asignamos esta tercera columna a una variable adicional `yexp` al leerlo.

```
!head ../data/ej_oscil_aten_err.dat
```

```
#      x          teo          exp
0.0000000e+00 0.0000000e+00 0.0000000e+00
1.0507000e-02 1.1576170e-05 1.4544540e-05
2.1014000e-02 9.2052870e-05 7.5934893e-05
3.1521000e-02 3.0756500e-04 1.8990066e-04
4.2028000e-02 7.1879320e-04 6.1217896e-04
5.2534990e-02 1.3784280e-03 1.2133173e-03
6.3041990e-02 2.3288570e-03 9.5734774e-04
7.3548990e-02 3.6001450e-03 3.5780825e-03
8.4055990e-02 5.2083560e-03 4.4485492e-03
```

```
# Graficamos las segunda y tercera columna como función de la primera
plt.plot(x,yexp, x,y)
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f8f07850>,
 <matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f8f07ad0>]
```



10.3 Formato de las curvas

En los gráficos anteriores usamos la función `plot()` en sus formas más simples.

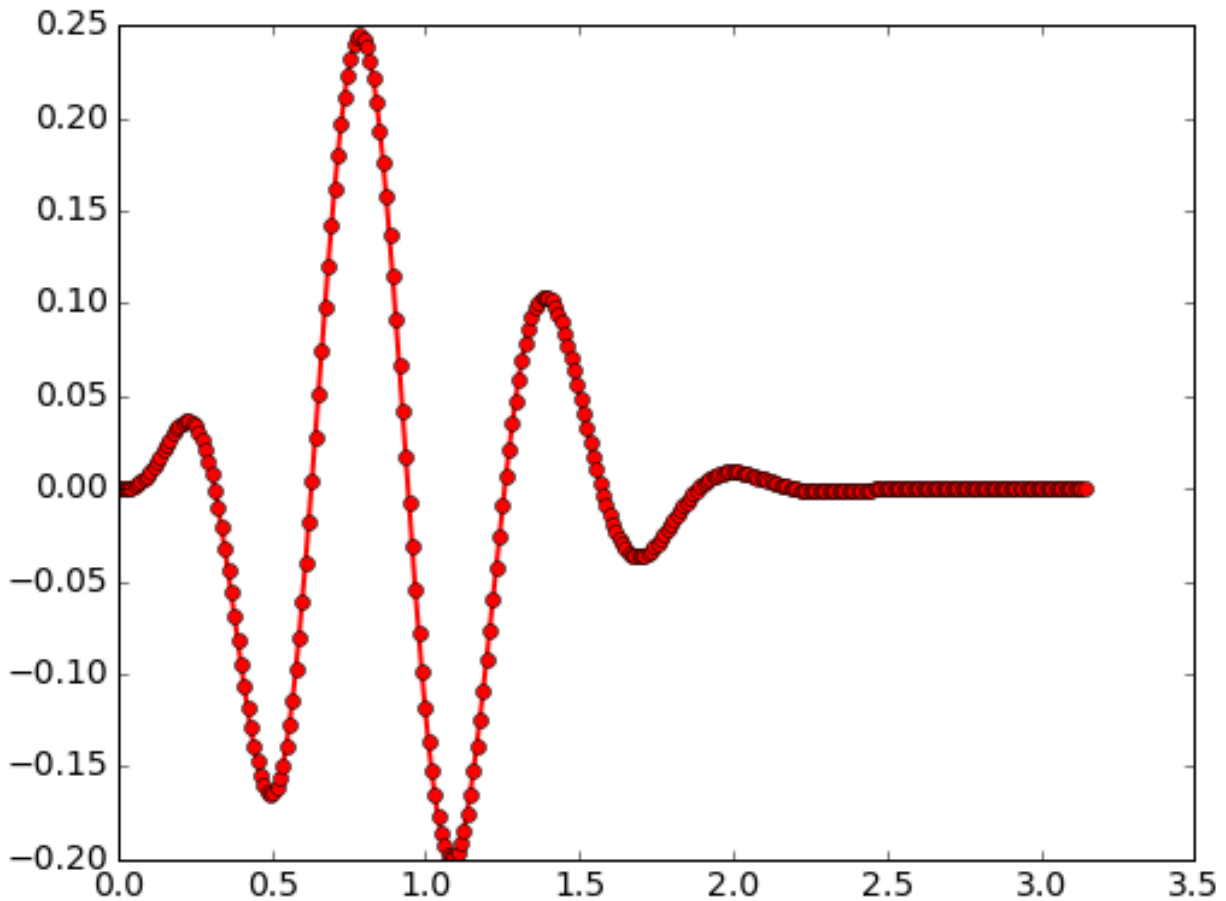
```
plot(y)
plot(x, y)
plot(x1, y1, x2, y2)
```

dando a la función `plot()` la información mínima necesaria para graficar los datos. Usualmente queremos poder elegir cómo vamos a graficar nuestros datos.

10.3.1 Líneas, símbolos y colores

La forma más simple de elegir el modo de graficación de la curva es a través de un tercer argumento. Este argumento, que aparece inmediatamente después de los datos (`x` e `y`), permite controlar el tipo de línea o símbolo utilizado en la graficación. En el caso de la línea sólida se puede especificar con un guión (-) o simplemente no poner nada, ya que línea sólida es el símbolo por defecto. Las dos especificaciones anteriores son equivalentes. También se puede elegir el color, o el símbolo a utilizar con este argumento:

```
plot(x, y, 'g-')
plot(x, y, 'ro')
plot(x, y, 'r-o')
```

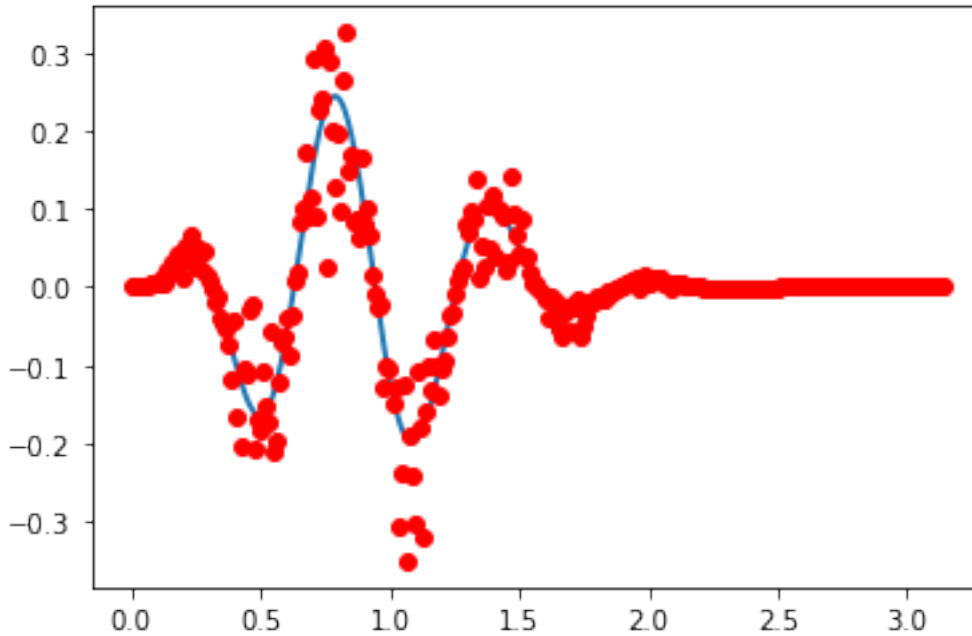


Para obtener círculos usamos una especificación que corresponde a o. Además podemos poner en este argumento el color. En este caso elegimos graficar en color rojo (r), con una línea (-) + círculos (o).

Con esta idea modificamos el gráfico anterior

```
plt.plot(x,y,'-', x,yexp, 'ro')
```

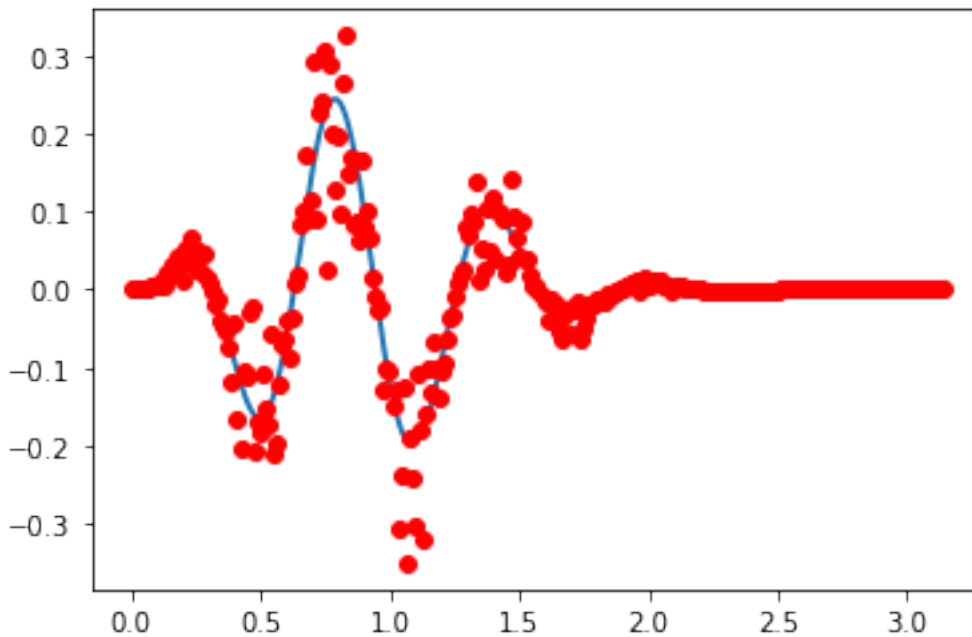
```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f8857d90>,  
<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f8857fd0>]
```



Para graficar más de una curva, en este formato simple, podemos ponerlo todo en la misma función `plot()` en la forma `plot(x1, y1, [formato], x2, y2, [formato2])` pero muchas veces es más legible separar los llamados a la función, una para cada curva.

```
plt.plot(x, y, '-')
plt.plot(x, yexp, 'or')
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f8805a90>]
```



Al separar los llamados a la función `plot()` obtenemos un código más claro, principalmente cuando agregamos opciones de formato.

Los siguientes caracteres pueden utilizarse para controlar el símbolo de graficación:

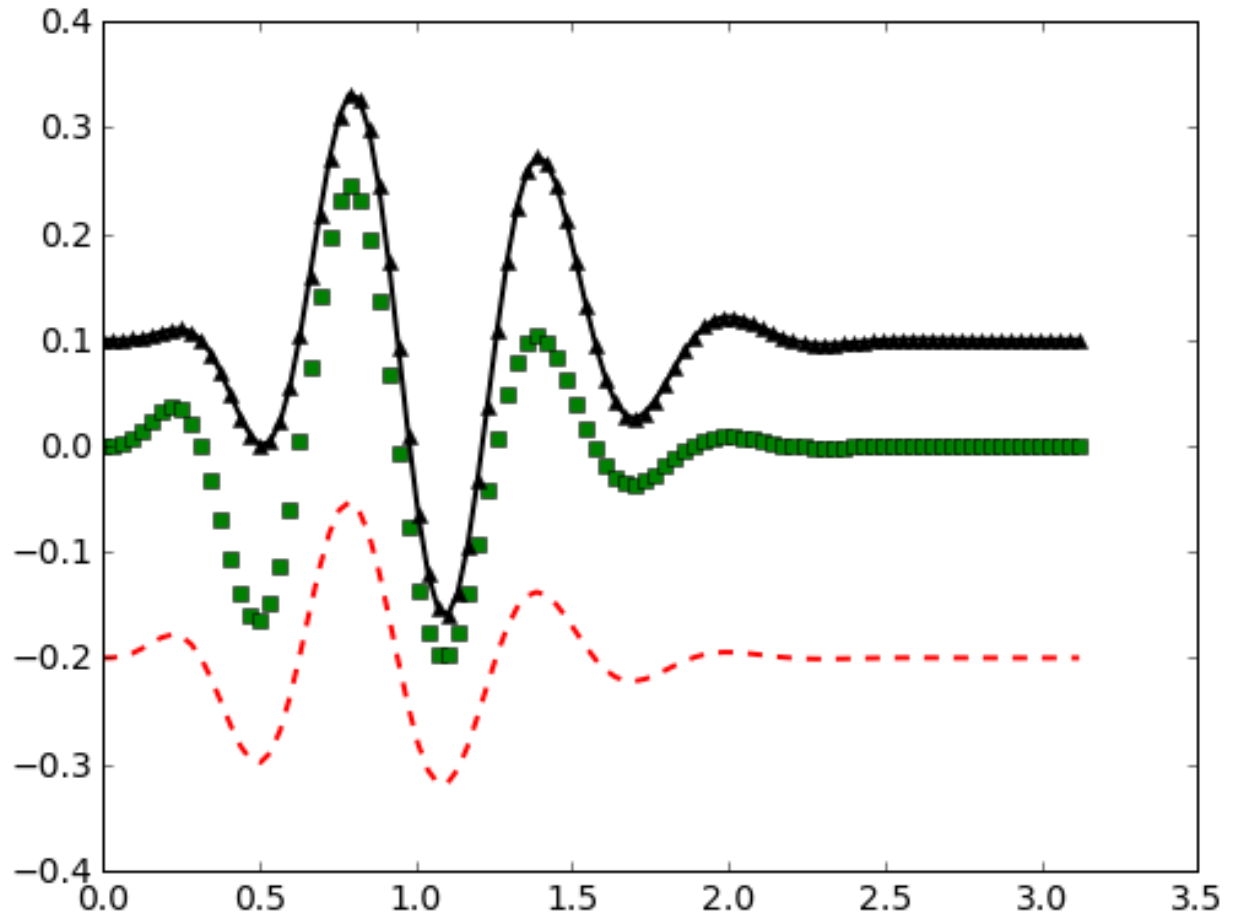
| Símbolo | Descripción |
|---------|-----------------------|
| - | solid line style |
| -- | dashed line style |
| -. | dash-dot line style |
| : | dotted line style |
| . | point marker |
| , | pixel marker |
| o | circle marker |
| v | triangle down marker |
| ^ | triangle up marker |
| < | triangle left marker |
| > | triangle right marker |
| 1 | tri down marker |
| 2 | tri up marker |
| 3 | tri left marker |
| 4 | tri right marker |
| s | square marker |
| p | pentagon marker |
| * | star marker |
| h | hexagon1 marker |
| H | hexagon2 marker |
| + | plus marker |
| x | x marker |
| D | diamond marker |
| d | thin diamond marker |
| | vline marker |
| _ | hline marker |

Los colores también pueden elegirse usando los siguientes caracteres:

| Letra | Color |
|-------|---------|
| b | blue |
| g | green |
| r | red |
| c | cyan |
| m | magenta |
| y | yellow |
| k | black |
| w | white |

Por ejemplo, utilizando:

```
plt.plot(x, y1, 'gs', x, y2, '-k^', x, y3, '--r' )
```



obtenemos:

La función `plot()` acepta un número variable de argumentos. Veamos lo que dice la documentación

```
Signature: plt.plot(*args, **kwargs)
Docstring:
Plot y versus x as lines and/or markers.

Call signatures::

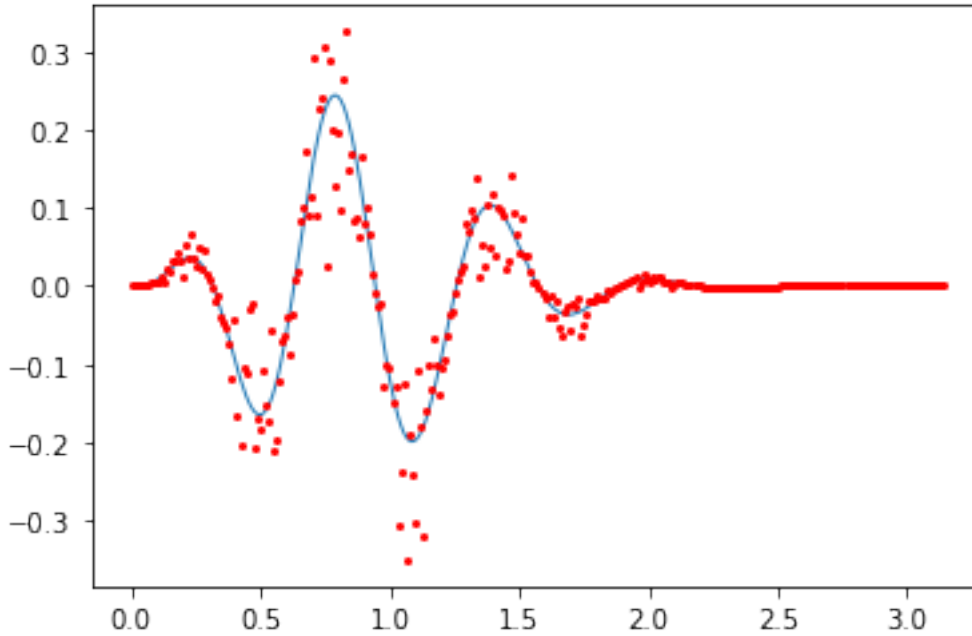
    plot([x], y, [fmt], data=None, **kwargs)
    plot([x], y, [fmt], [x2], y2, [fmt2], ..., **kwargs)
```

En particular, podemos usar los argumentos *keywords* (pares nombre-valor) para cambiar el modo en que se grafican los datos. Algunos de los más comunes son:

| Argumento | Valor |
|------------------------------|-------------------------------------|
| <code>linestyle</code> | { '-', '--', 'dotted', 'dashdot', } |
| <code>linewidth</code> | número real |
| <code>color</code> | un color |
| <code>marker</code> | { 'o', 's', 'd', '.' } |
| <code>markersize</code> | número real |
| <code>markeredgecolor</code> | color |
| <code>markerfacecolor</code> | color |
| <code>markevery</code> | número entero |

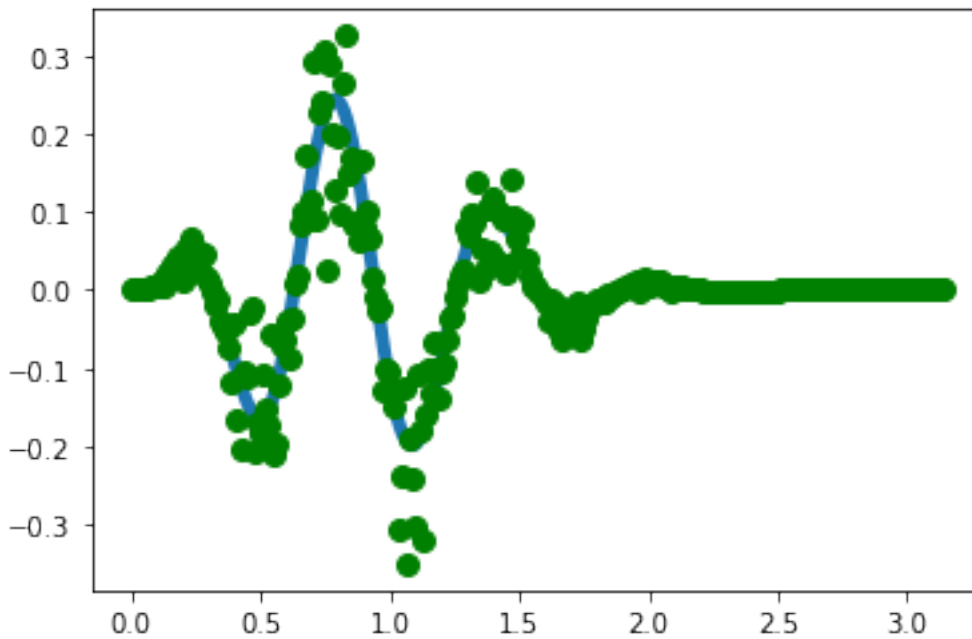
```
plt.plot(x,y,linewidth=1)
plt.plot(x,yexp, 'o', color='red', markersize=2)
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f86fba50>]
```



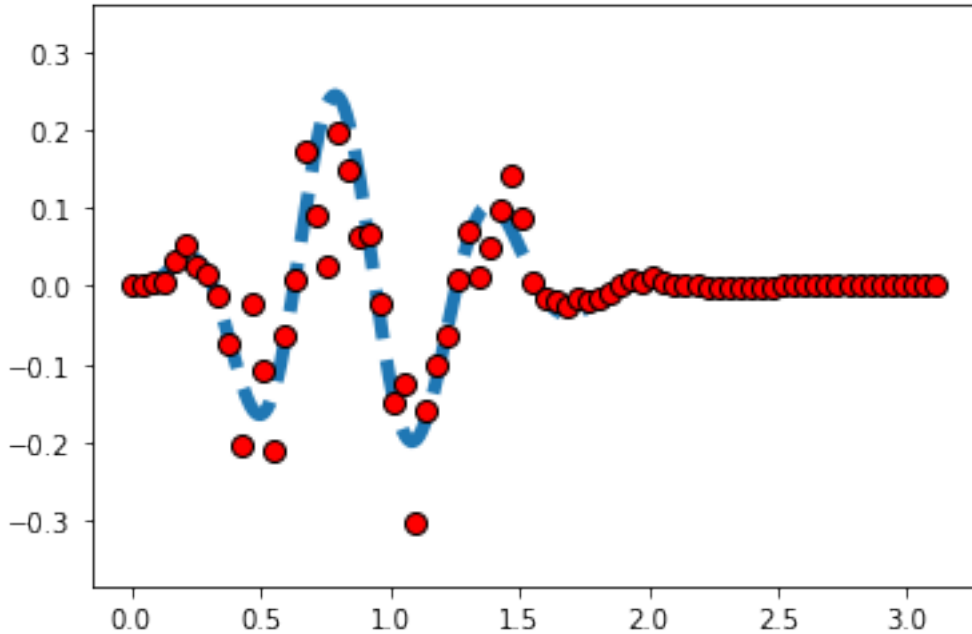
```
plt.plot(x,y,linewidth=5)
plt.plot(x,yexp, 'o', color='green', markersize=8)
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f86ea410>]
```




```
plt.plot(x,y,linewidth=5, linestyle='dashed')
plt.plot(x,yexp, 'o', color='red', markersize=8, markeredgecolor='black',markevery=4)
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f85c9990>]
```



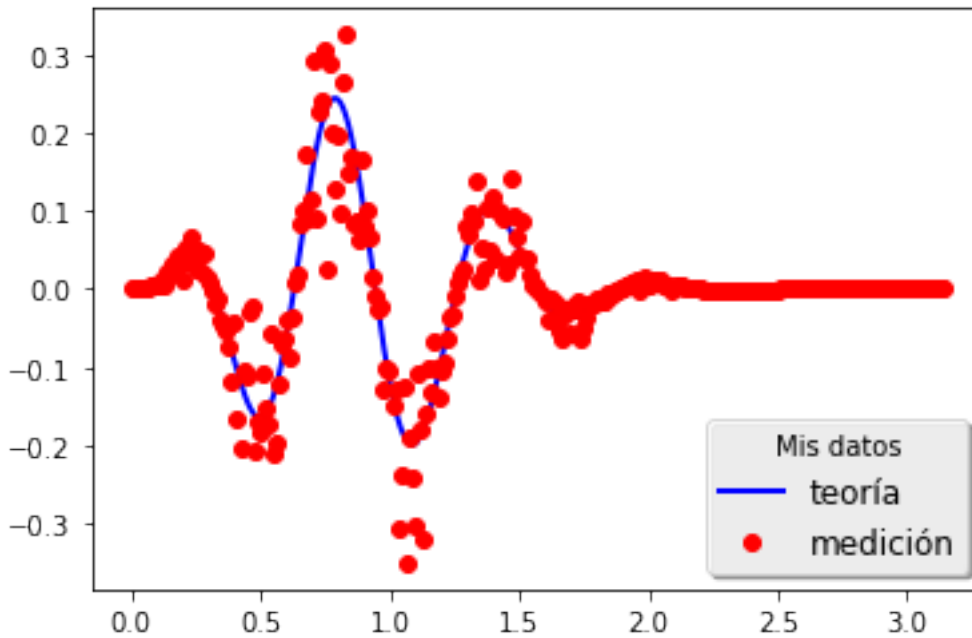
10.3.2 Nombres de ejes y leyendas

Vamos ahora a agregar nombres a los ejes y a las curvas.

Para agregar nombres a las curvas, tenemos que agregar un `label`, en este caso en el mismo comando `plot()`, y luego mostrarlo con `legend()`

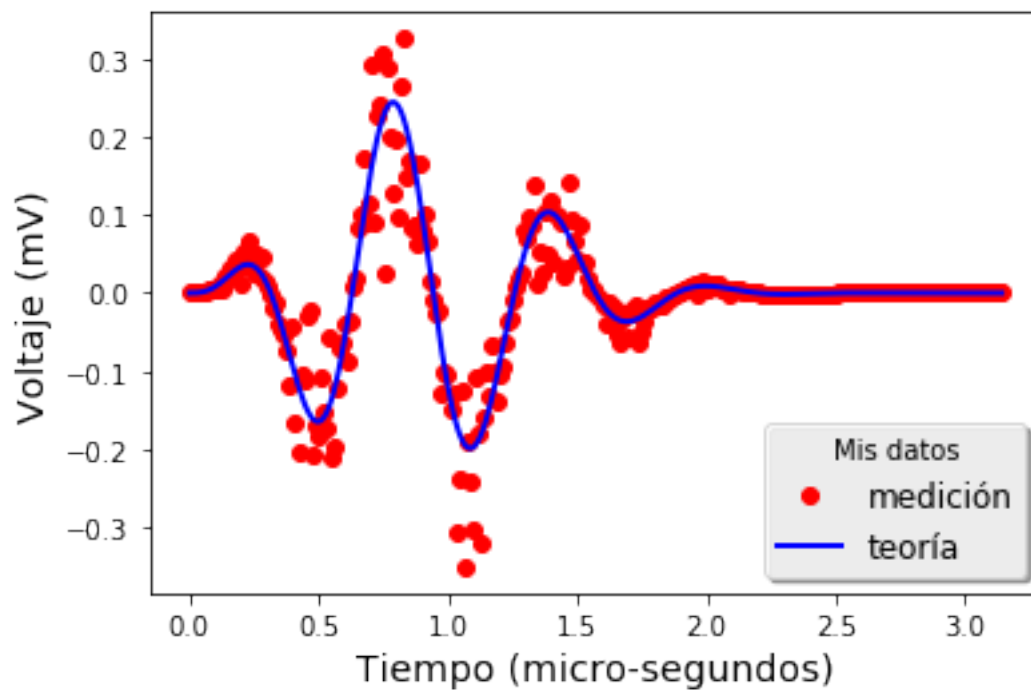
```
plt.plot(x,y, '-b', label="teoría")
plt.plot(x,yexp, 'or', label="medición")
plt.legend(loc="lower right", title="Mis datos")
```

```
<matplotlib.legend.Legend at 0x7fa9f8559c50>
```



Para agregar nombres a los ejes usamos `xlabel` y `ylabel`:

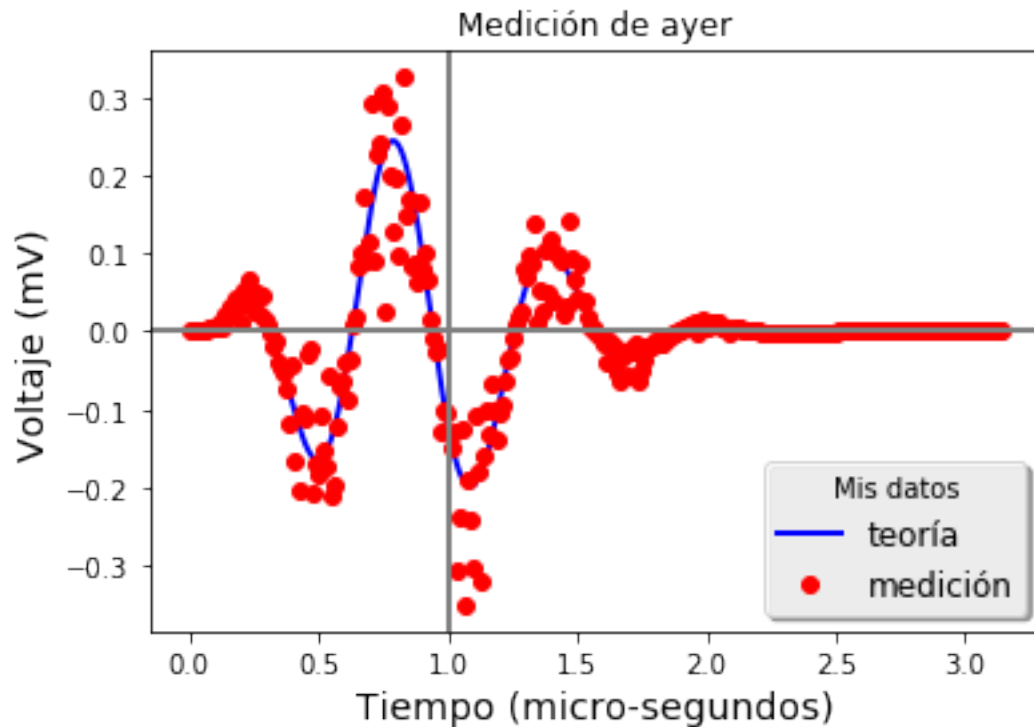
```
plt.plot(x,yexp, 'or', label="medición")
plt.plot(x,y, '-b', label="teoría")
plt.legend(loc="lower right", title="Mis datos")
plt.xlabel('Tiempo (micro-segundos)')
plt.ylabel("Voltaje (mV)");
```



Los títulos a la figura se pueden agregar con `title`

```
plt.plot(x,y, '-b', label="teoría")
plt.plot(x,yexp, 'or', label="medición")
plt.legend(loc="lower right", title="Mis datos")
plt.xlabel('Tiempo (micro-segundos)')
plt.ylabel("Voltaje (mV)")
plt.title("Medición de ayer")
plt.axvline(x=1, color='gray')
plt.axhline(color='gray')
```

```
<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f83d68d0>
```



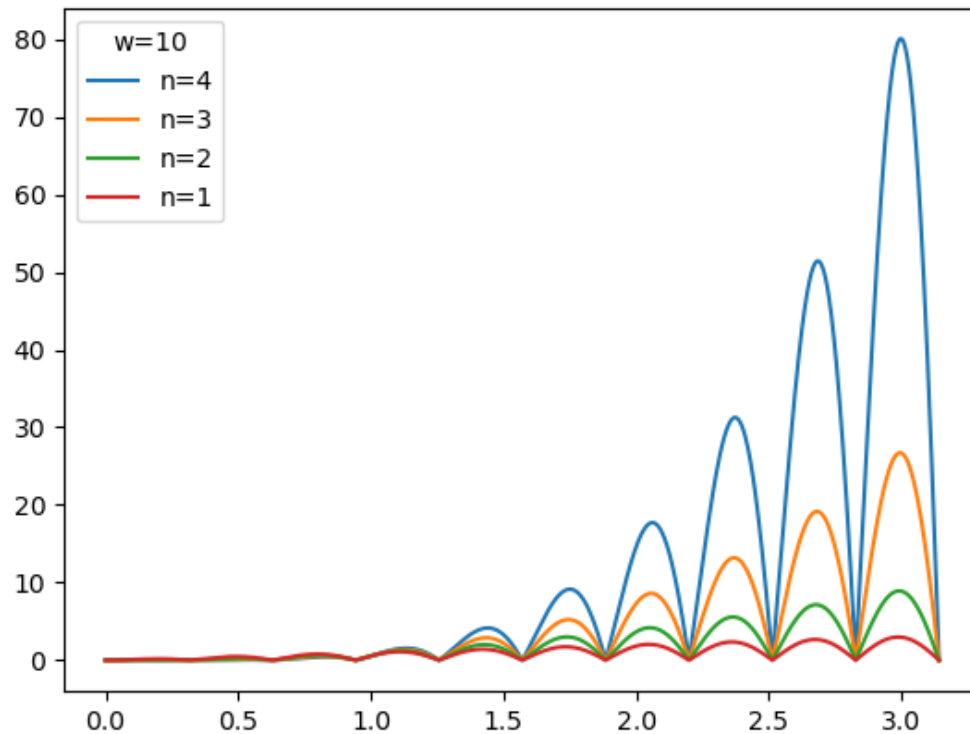
Acá además agregamos una línea vertical y una horizontal.

10.4 Ejercicios 09 (a)

1. Realizar un programa para visualizar la función

$$f(x, n, w) = x^n |\sin(wx)|$$

El programa debe realizar el gráfico para $w = 10$, con cuatro curvas para $n = 1, 2, 3, 4$, similar al que se muestra en la siguiente figura

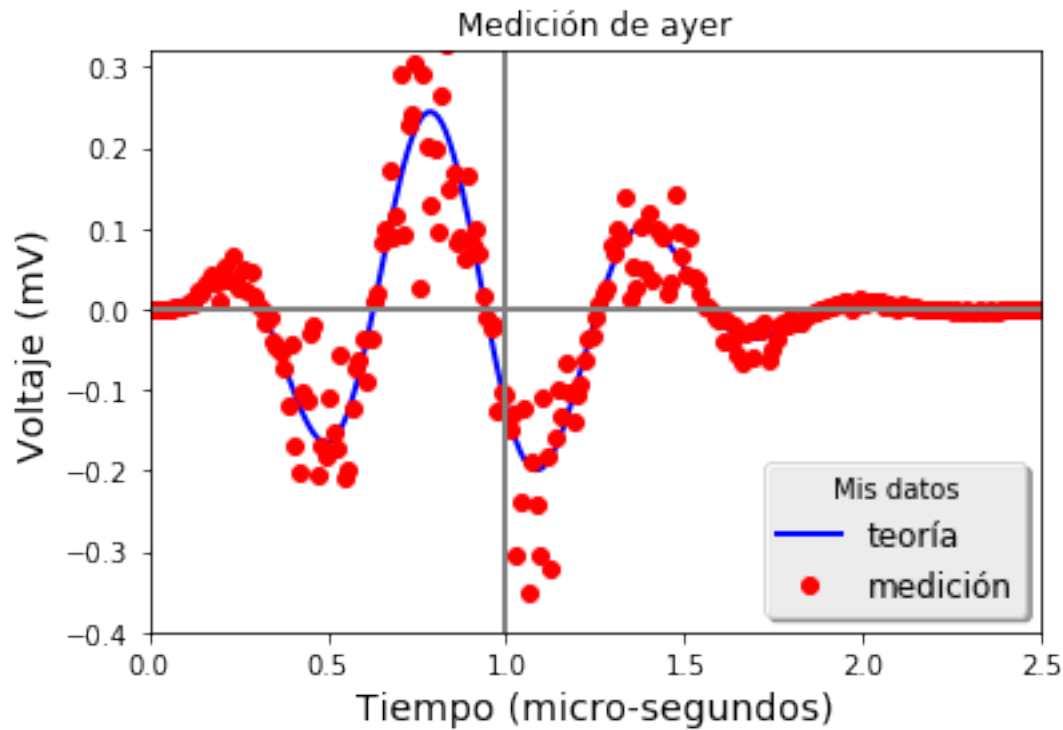


10.5 Escalas y límites de graficación (vista)

Para cambiar los límites de graficación se puede usar las funciones `xlim` para el eje horizontal y `ylim` para el vertical

```
plt.plot(x,y, '-b', label="teoría")
plt.plot(x,yexp, 'or', label="medición")
plt.legend(loc="lower right", title="Mis datos")
plt.xlabel('Tiempo (micro-segundos)')
plt.ylabel('Voltaje (mV)')
plt.title("Medición de ayer")
plt.axvline(x=1, color='gray')
plt.axhline(color='gray')
plt.xlim((0,2.5))
plt.ylim((-0.4, 0.32))
```

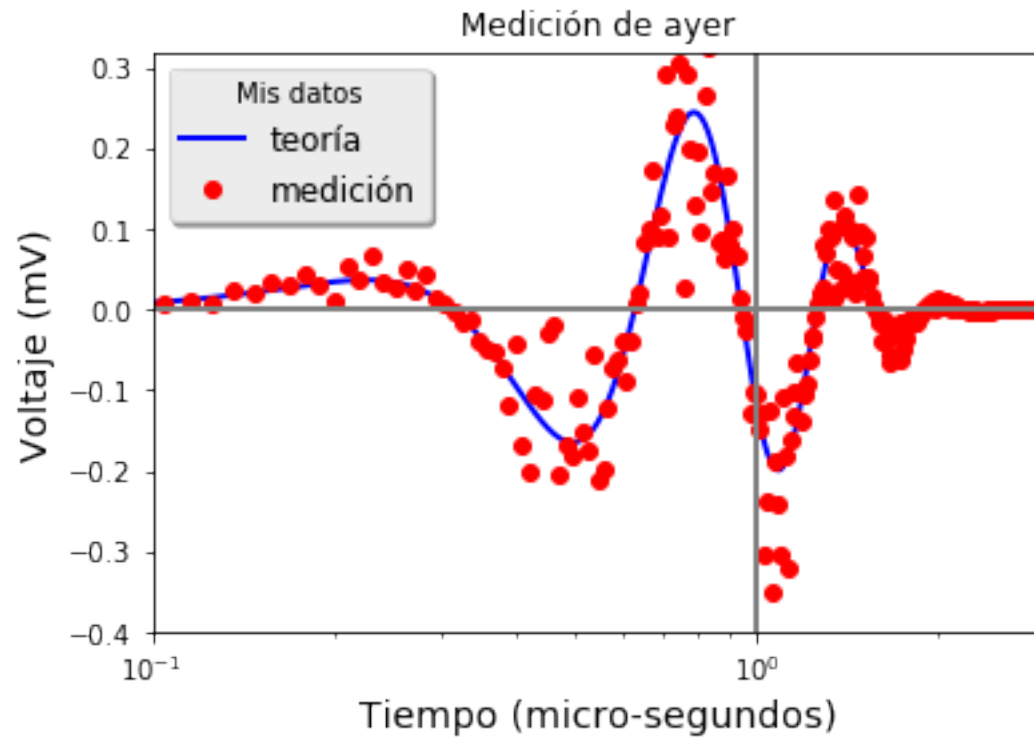
```
(-0.4, 0.32)
```



Para pasar a escala logarítmica usamos `xscale` o `yscale`

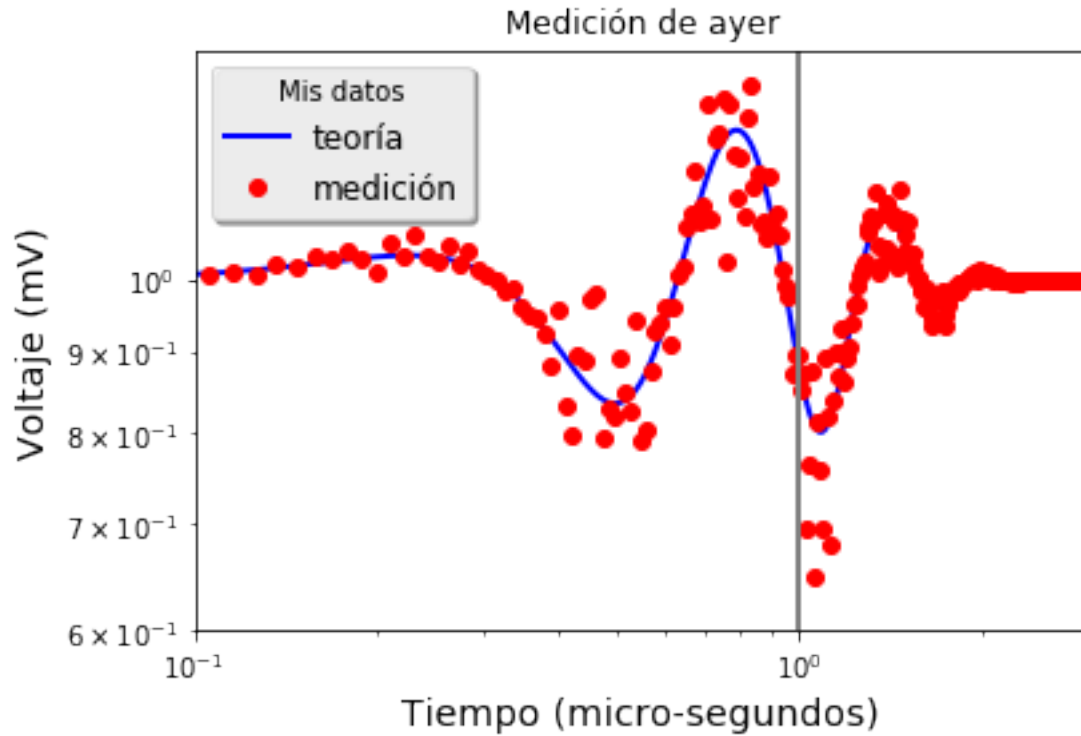
```
plt.plot(x,y, '-b', label="teoría")
plt.plot(x,yexp, 'or', label="medición")
plt.legend(loc="best", title="Mis datos")
plt.xlabel('Tiempo (micro-segundos)')
plt.ylabel('Voltaje (mV)')
plt.title("Medición de ayer")
plt.axvline(x=1, color='gray')
plt.axhline(color='gray')
plt.xlim((1.e-1,3))
plt.xscale('log')
plt.ylim((-0.4, 0.32))
```

```
(-0.4, 0.32)
```



```
plt.plot(x,1+y, '-b', label="teoría")
plt.plot(x,1+yexp, 'or', label="medición")
plt.legend(loc="best", title="Mis datos")
plt.xlabel('Tiempo (micro-segundos)')
plt.ylabel("Voltaje (mV)")
plt.title("Medición de ayer")
plt.axvline(x=1, color='gray')
plt.axhline(color='gray')
plt.xlim((1.e-1,3))
plt.xscale('log')
plt.yscale('log')
plt.ylim((0.6, 1.4))
```

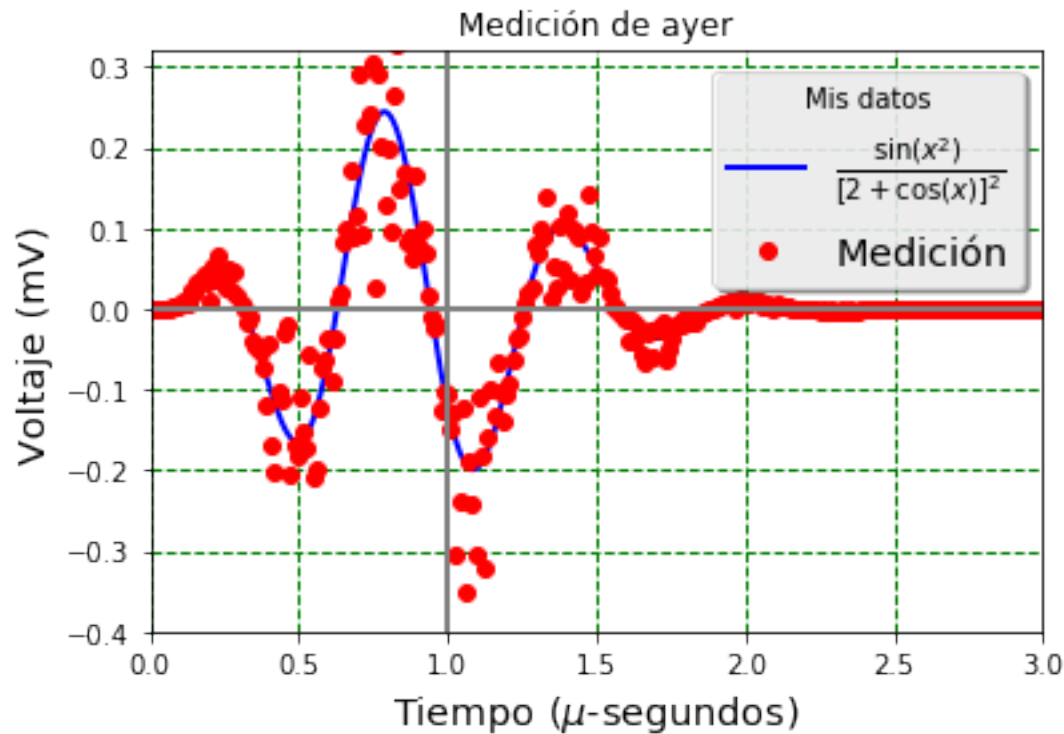
```
(0.6, 1.4)
```



10.6 Exportar las figuras

Para guardar las figuras en alguno de los formatos disponibles utilizamos la función `savefig()`.

```
fename = 'ej_plot_osc'
plt.plot(x,y, '-b', label=r"$\frac{\sin(x^2)}{[2 + \cos(x)]^2}$")
plt.plot(x,yexp, 'or', label="$\mathrm{Medición}$")
plt.legend(loc="best", title="Mis datos", fontsize='x-large')
plt.xlabel(r'Tiempo ($\mu$-segundos)', fontsize='x-large')
plt.ylabel("Voltaje (mV)", fontsize='x-large')
plt.title("Medición de ayer")
plt.axvline(x=1, color='gray')
plt.axhline(color='gray')
plt.xlim((0,3))
plt.ylim((-0.4, 0.32))
plt.grid(color='green', linestyle='dashed', linewidth=1)
plt.savefig('{} .png'.format(fename), dpi=200)
plt.savefig('{} .pdf'.format(fename))
```



```
help(plt.grid)
```

Help on function grid in module matplotlib.pyplot:

```
grid(b=None, which='major', axis='both', **kwargs)
    Configure the grid lines.
```

Parameters

b : bool or None, optional

Whether to show the grid lines. If any *kwargs* are supplied, it is assumed you want the grid on and *b* will be set to True.

If *b* is *None* and there are no *kwargs*, this toggles the visibility of the lines.

which : {'major', 'minor', 'both'}, optional

The grid lines to apply the changes on.

axis : {'both', 'x', 'y'}, optional

The axis to apply the changes on.

****kwargs** : *.Line2D* properties

Define the line properties of the grid, e.g.::

```
grid(color='r', linestyle='--', linewidth=2)
```

Valid *kwargs* are


```

    agg_filter: a filter function, which takes a (m, n, 3) float array and
    ↪ a dpi value, and returns a (m, n, 3) array
    alpha: float
    animated: bool
    antialiased or aa: bool
    clip_box: .Bbox
    clip_on: bool
    clip_path: [(~matplotlib.path.Path, .Transform) | .Patch | None]
    color or c: color
    contains: callable
    dash_capstyle: {'butt', 'round', 'projecting'}
    dash_joinstyle: {'miter', 'round', 'bevel'}
    dashes: sequence of floats (on/off ink in points) or (None, None)
    drawstyle or ds: {'default', 'steps', 'steps-pre', 'steps-mid', 'steps-
    ↪ post'}, default: 'default'
    figure: .Figure
    fillstyle: {'full', 'left', 'right', 'bottom', 'top', 'none'}
    gid: str
    in_layout: bool
    label: object
    linestyle or ls: {'-', '--', '-.', ':', '', (offset, on-off-seq), ...}
    linewidth or lw: float
    marker: marker style
    markeredgewidth or mec: color
    markeredgewidth or mew: float
    markerfacecolor or mfc: color
    markerfacecoloralt or mfcalt: color
    markersize or ms: float
    markevery: None or int or (int, int) or slice or List[int] or float or
    ↪ (float, float)
    path_effects: .AbstractPathEffect
    picker: float or callable[[Artist, Event], Tuple[bool, dict]]
    pickradius: float
    rasterized: bool or None
    sketch_params: (scale: float, length: float, randomness: float)
    snap: bool or None
    solid_capstyle: {'butt', 'round', 'projecting'}
    solid_joinstyle: {'miter', 'round', 'bevel'}
    transform: matplotlib.transforms.Transform
    url: str
    visible: bool
    xdata: 1D array
    ydata: 1D array
    zorder: float

```

Notes

The axis is drawn as a unit, so the effective zorder for drawing the grid is determined by the zorder of each axis, not by the zorder of the *.Line2D* objects comprising the grid. Therefore, to set grid zorder, use *.set_axisbelow* or, for more control, call the *~matplotlib.axis.Axis.set_zorder* method of each axis.

Acá también hemos utilizado formato tipo LaTeX para parte del texto. Si utilizamos una expresión encerrada entre los

símbolos \$, matplotlib interpreta que está escrito en (un subconjunto) de LaTeX.

Matplotlib tiene un procesador de símbolos interno para mostrar la notación en LaTeX que reconoce los elementos más comunes, o puede elegirse utilizar un procesador LaTeX externo.

10.7 Dos gráficos en la misma figura

Hay varias funciones que permiten poner más de un gráfico en la misma figura. Veamos un ejemplo utilizando la función `subplots()`

```
%pwd
```

```
'/home/fiol/trabajo/clases/pythons/clases-python/clases'
```

```
# %load scripts/ejemplo_08_5.py
#! /usr/bin/ipython3

""" Script realizado durante la clase 8. Dos figuras """
from os.path import join

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
plt.ion()

fname = 'ej_oscil_aten_err'
# Levantamos los datos
pardir = '..'
datfile = join(pardir, 'data/{}.dat'.format(fname))

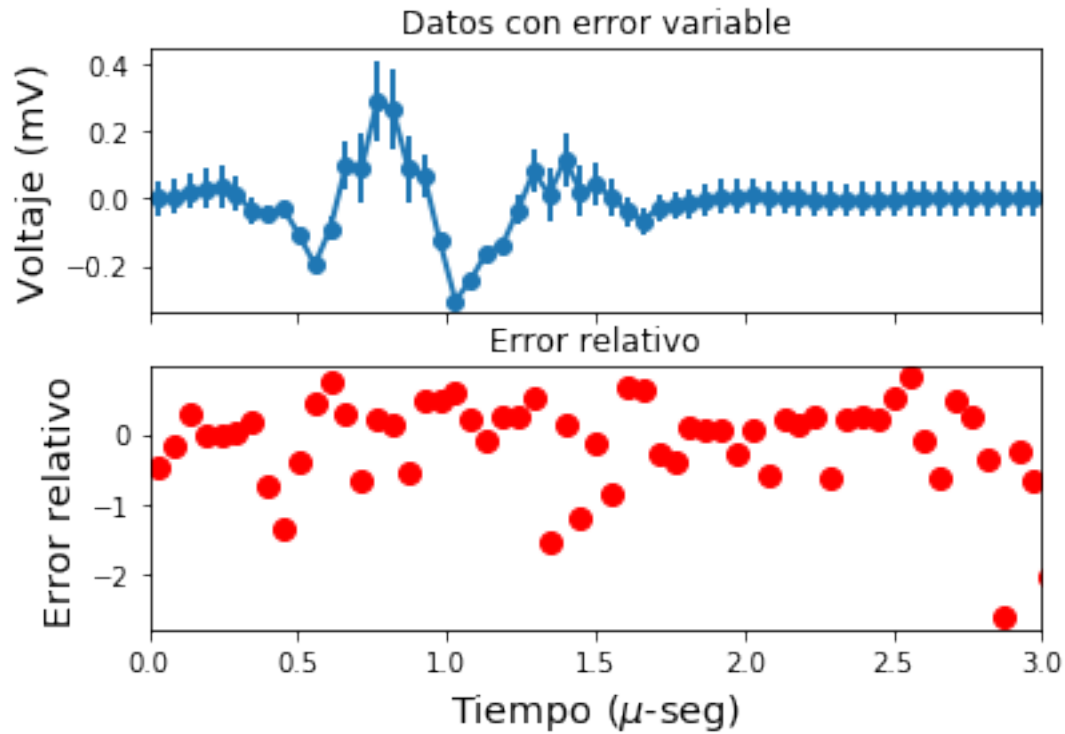
x1, y1, y2 = np.loadtxt(datfile, unpack=True)
# Vamos a graficar sólo algunos valores (uno de cada 5)
x = x1[3:-10:5]
y = y1[3:-10:5]
yexp = y2[3:-10:5]

# Ejemplo de barras de error que dependen del eje x
error = 0.05 + 0.3 * y

fig, (ax0, ax1) = plt.subplots(num='subplots', nrows=2, sharex=True)
ax0.errorbar(x, yexp, yerr=error, fmt='-o')
ax1.plot(x, 2 * (yexp - y) / (yexp + y), 'or', markersize=8)

# Límites de graficación y títulos
ax0.set_title('Datos con error variable')
ax1.set_title('Error relativo')
ax0.set_ylabel('Voltaje (mV)', fontsize='x-large')
ax1.set_xlabel(r'Tiempo ($\mu$seg)', fontsize='x-large')
ax1.set_ylabel('Error relativo', fontsize='x-large')
ax1.set_xlim((0, 3))

# Guardamos el resultado
plt.savefig('{}.png'.format(fname), dpi=72)
```

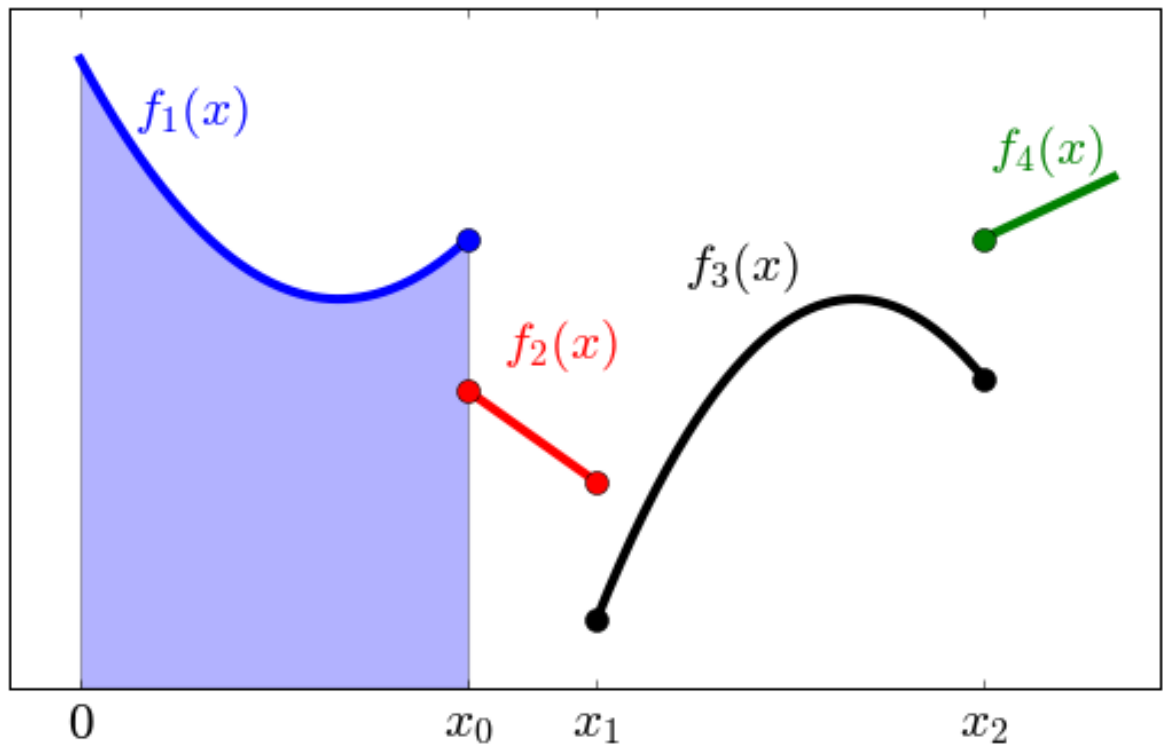


10.8 Ejercicios 09 (b)

2. Para la función definida a trozos:

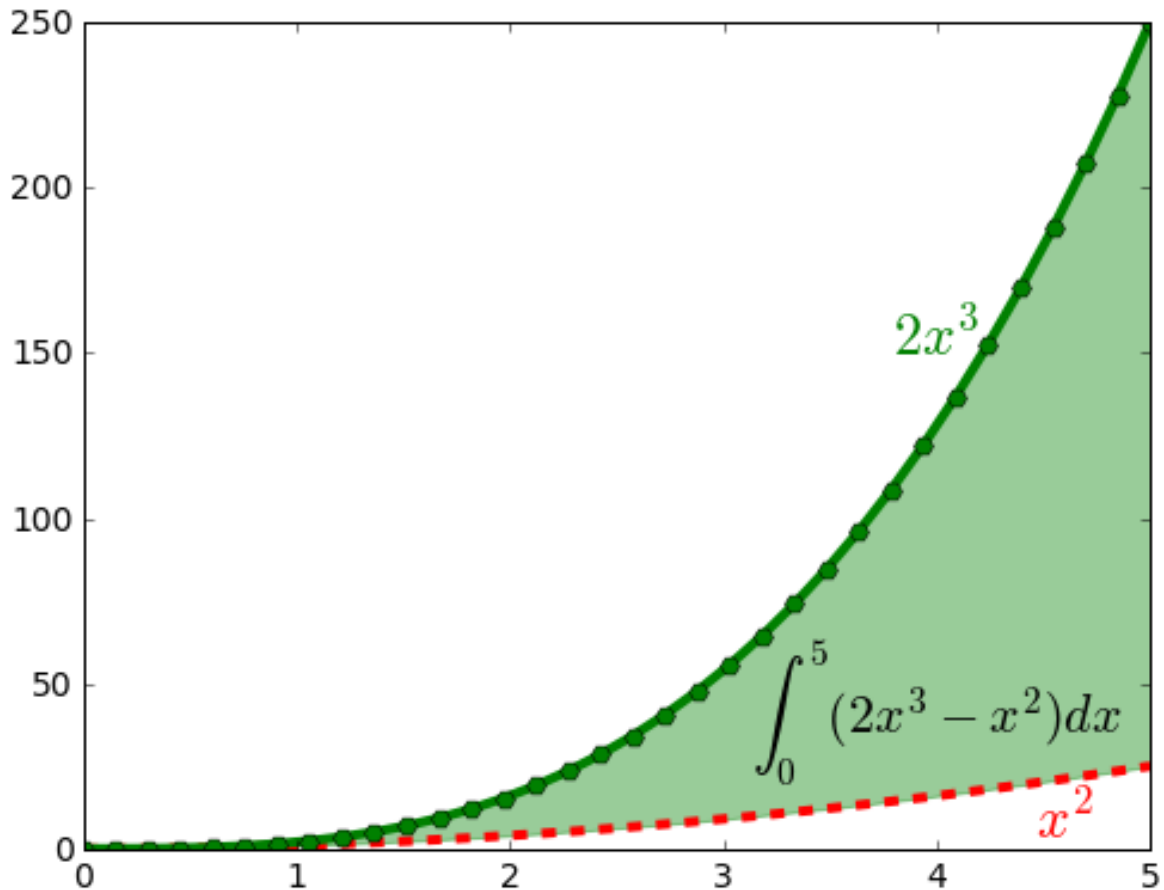
$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) = x^2/8 & -\pi < x \leq \pi/2 \\ f_2(x) = -0,3x & \pi/2 < x < \pi \\ f_3(x) = -(x - 2\pi)^2/6 & \pi \leq x \leq 5\pi/2 \\ f_4(x) = (x - 2\pi)/5 & 5\pi/2 < x \leq 3\pi \end{cases}$$

realizar la siguiente figura de la manera más fiel posible.



Pistas: Buscar información sobre `plt.fill_between()` y sobre `plt.xticks` y `plt.yticks`.

3. Rehacer la siguiente figura:



10.9 Personalizando el modo de visualización

Matplotlib da la posibilidad de modificar el estilo de la graficación en distintas etapas.

10.9.1 Archivo de configuración

Cuando uno carga el módulo busca un archivo de configuración llamado `matplotlibrc`

1. Primero busca un archivo de configuración en el directorio de trabajo también lo lee. En cada caso sobrescribe las variables.
2. Si la variable `MATPLOTLIBRC` existe (para el usuario), busca el archivo `$MATPLOTLIBRC/matplotlibrc`
3. Luego lee un archivo de configuración global del usuario, que dependiendo del sistema operativo puede ser:
 - * En Linux, `config/matplotlib/matplotlibrc` (o en `$XDG_CONFIG_HOME/matplotlib/matplotlibrc` si la variable `XDG_CONFIG_HOME` existe)
 - * En otras plataformas puede estar en algún lugar como: `C:\Documents and Settings\USUARIO\.matplotlib`
4. Finalmente lee el archivo global de la instalación, `INSTALL/matplotlib/mpl-data/matplotlibrc`, donde `INSTALL` se refiere al lugar de instalación

En cualquier caso, podemos obtener el directorio y archivo de configuración con las funciones:

```
import matplotlib
```

```
matplotlib.get_configdir()
```

```
 '/home/fiol/.config/matplotlib'
```

```
matplotlib.matplotlib_fname()
```

```
 '/home/fiol/.config/matplotlib/matplotlibrc'
```

```
!head -n 40 '/home/fiol/.config/matplotlib/matplotlibrc'
```

```
# -- mode: Conf[Colon]; --
### MATPLOTLIBRC FORMAT
# This is a sample matplotlib configuration file - you can find a copy
# of it on your system in
# site-packages/matplotlib/mpl-data/matplotlibrc. If you edit it
# there, please note that it will be overwritten in your next install.
# If you want to keep a permanent local copy that will not be
# overwritten, place it in HOME/.matplotlib/matplotlibrc (unix/linux
# like systems) and C:Documents and Settingsyourname.matplotlib
# (win32 systems).
#
# This file is best viewed in a editor which supports python mode
# syntax highlighting. Blank lines, or lines starting with a comment
# symbol, are ignored, as are trailing comments. Other lines must
# have the format
#   key : val # optional comment
#
# Colors: for the color values below, you can either use - a
# matplotlib color string, such as r, k, or b - an rgb tuple, such as
# (1.0, 0.5, 0.0) - a hex string, such as ff00ff or #ff00ff - a scalar
# grayscale intensity such as 0.75 - a legal html color name, eg red,
# blue, darkslategray

#### CONFIGURATION BEGINS HERE

# the default backend; one of GTK GTKAgg GTKCairo GTK3Agg GTK3Cairo
# CocoaAgg MacOSX Qt4Agg TkAgg WX WXAgg Agg Cairo GDK PS PDF SVG
# Template
# You can also deploy your own backend outside of matplotlib by
# referring to the module name (which must be in the PYTHONPATH) as
# 'module://my_backend'
# backend      : Qt5Agg
# backend      : GTK3Cairo
backend : TkAgg

# If you are using the Qt4Agg backend, you can choose here
# to use the PyQt4 bindings or the newer PySide bindings to
# the underlying Qt4 toolkit.
#backend.qt4 : PyQt4          # PyQt4 | PySide
```

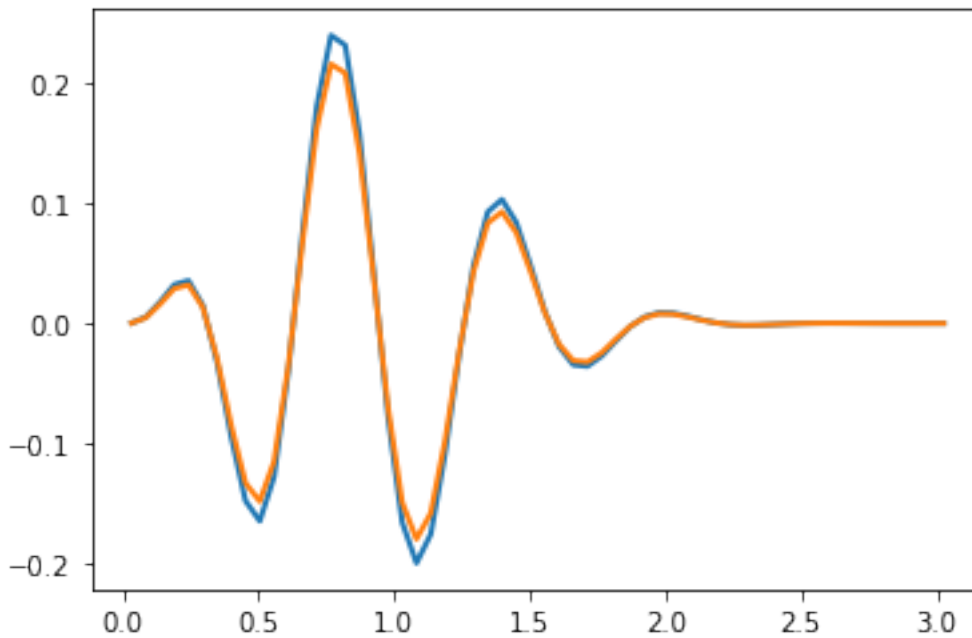
10.9.2 Hojas de estilo

Matplotlib ha incorporado en los últimos años un paquete que permite cambiar estilos fácilmente utilizando los mismos nombres para los parámetros que hay en el archivo de configuración `matplotlibrc`.

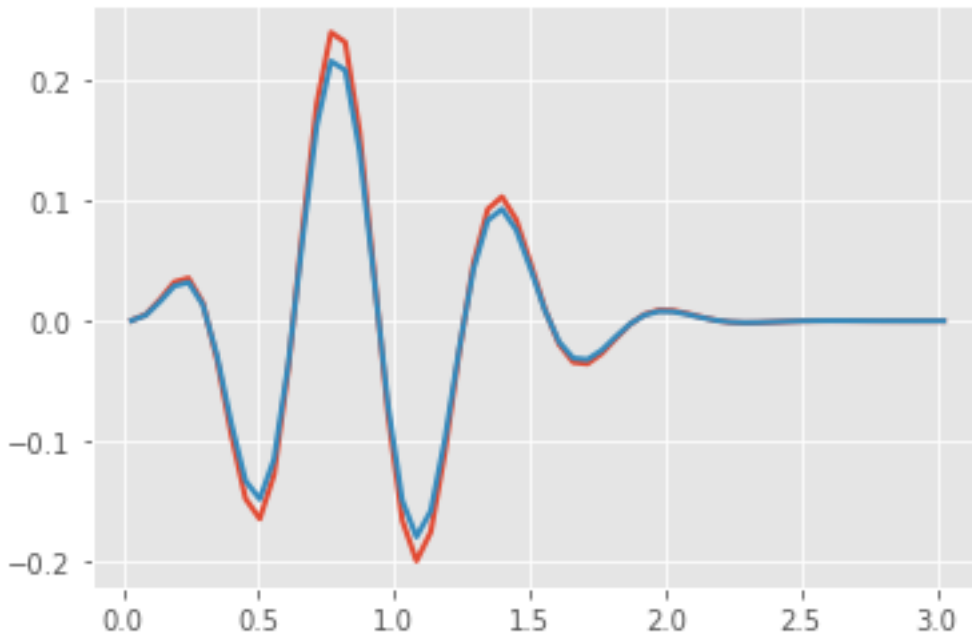
Este paquete tiene pre-definidos unos pocos estilos, entre ellos varios que emulan otros paquetes o programas. Veamos un ejemplo:

```
plt.plot(x,y, x, 0.9*y)
```

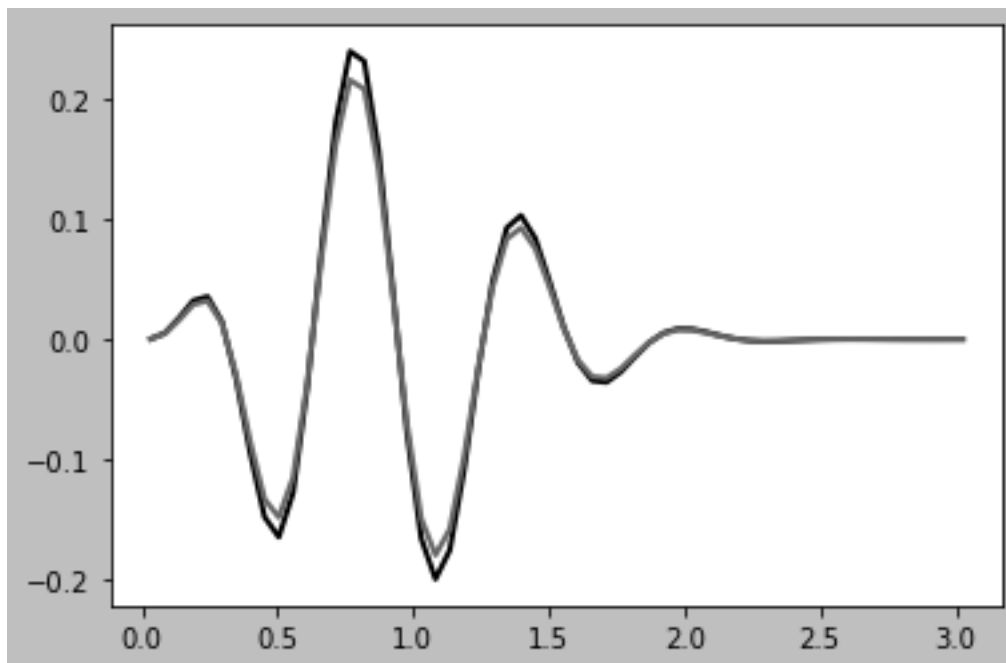
```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f8255e50>,  
<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f8255290>]
```



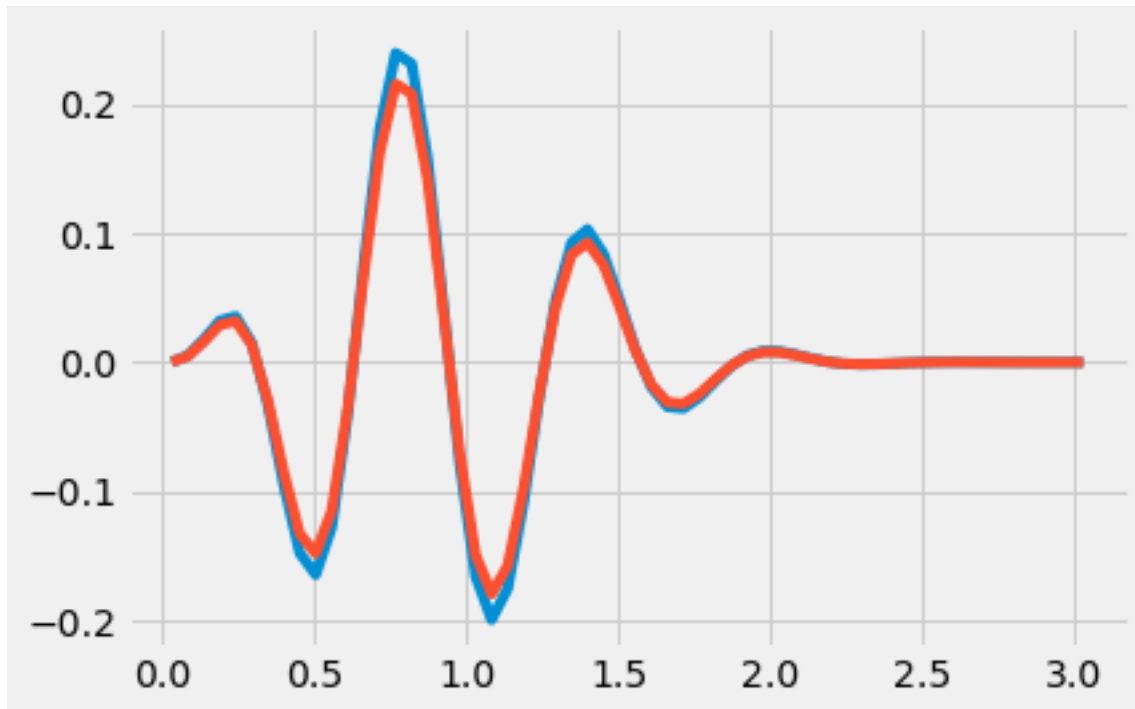
```
with plt.style.context('ggplot'):  
    plt.plot(x,y, x,0.9*y)
```



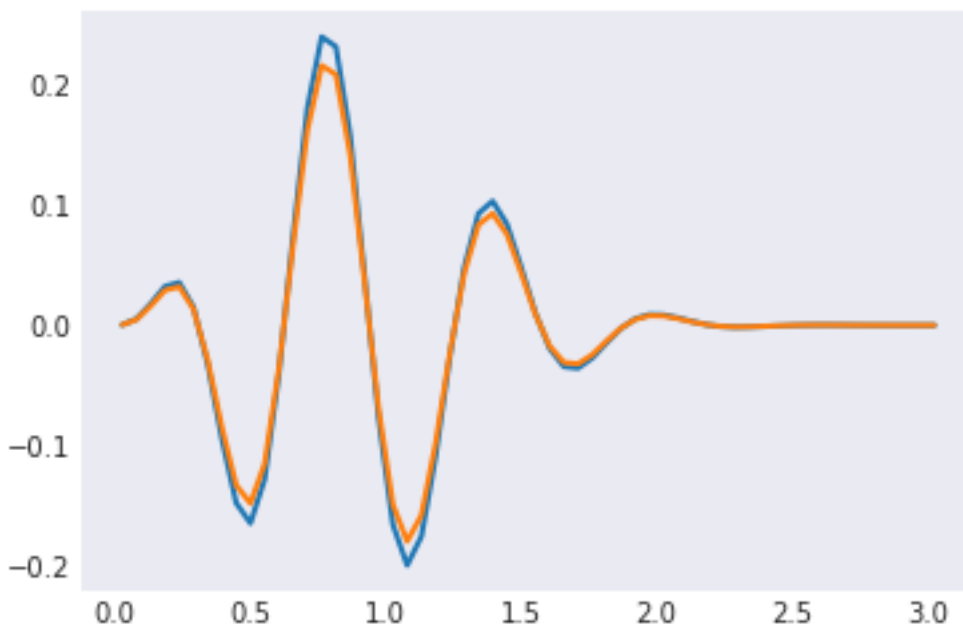
```
with plt.style.context('grayscale'):
    plt.plot(x,y, x,0.9*y)
```



```
with plt.style.context('fivethirtyeight'):
    plt.plot(x,y, x,0.9*y)
```

```
with plt.style.context('seaborn-dark'):
    plt.plot(x,y, x,0.9*y)
```



Los estilos disponibles están guardados en la variable `available` (una lista)

```
plt.style.available
```

```
['seaborn-dark',
 'bmh',
```

(continué en la próxima página)

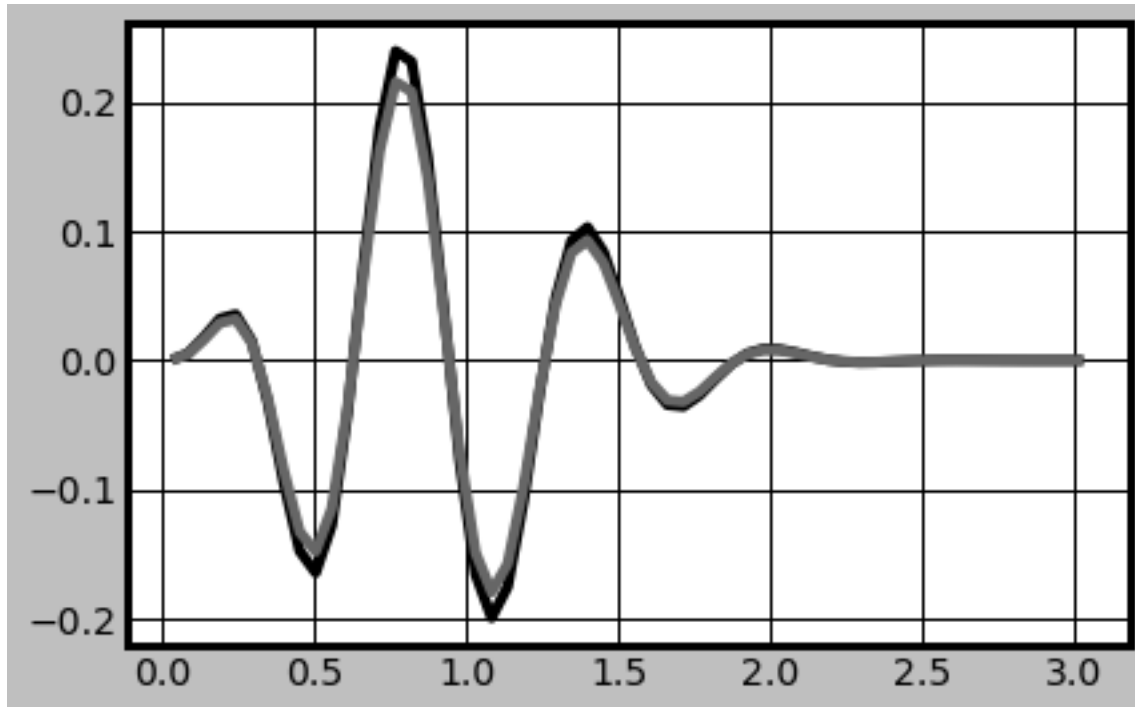
(proviene de la página anterior)

```
'seaborn-paper',
'seaborn-poster',
'seaborn-deep',
'ggplot',
'seaborn-dark-palette',
'seaborn-bright',
'seaborn-notebook',
'seaborn-pastel',
'seaborn-darkgrid',
'seaborn-colorblind',
'seaborn-whitegrid',
'fast',
'dark_background',
'classic',
'seaborn-muted',
'_classic_test',
'seaborn',
'grayscale',
'seaborn-talk',
'fivethirtyeight',
'seaborn-white',
'tableau-colorblind10',
'seaborn-ticks',
'Solarize_Light2',
'presentation',
'paper',
'darker']
```

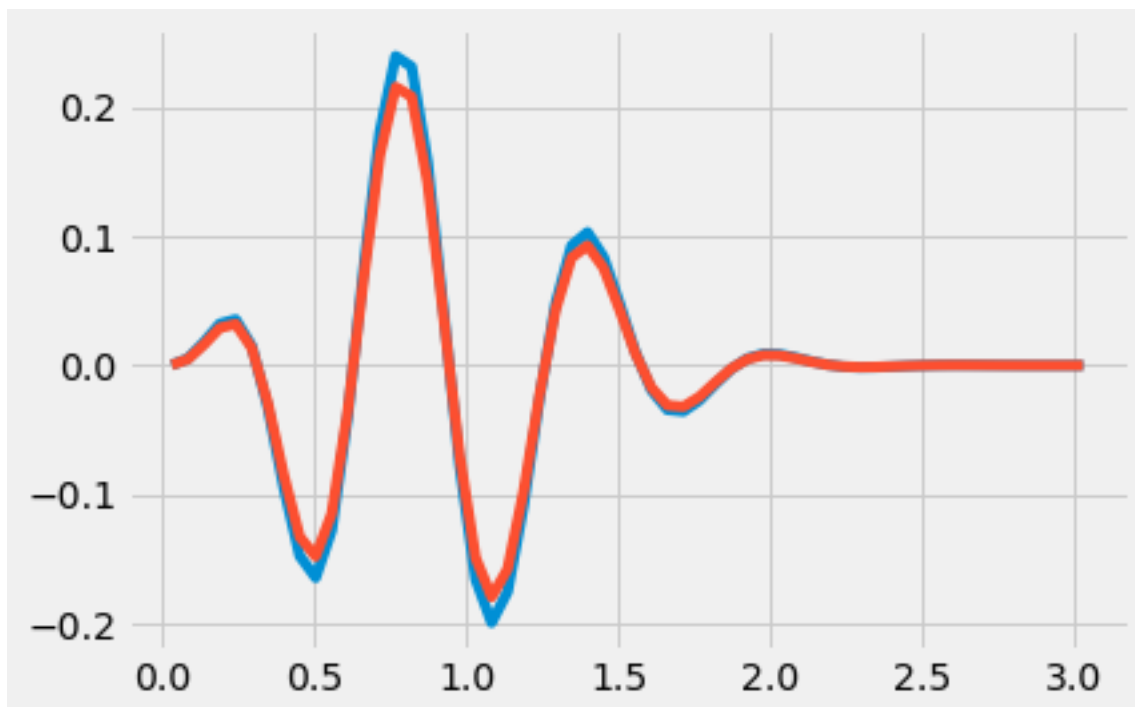
Combinando estilos

Los estilos pueden combinarse. En este caso, debe pasarse una lista de *strings* con los nombres de los estilos a aplicar. Se aplican en forma secuencial. Si dos estilos definen diferentes valores para una variable, el posterior sobrescribe los valores previos.

```
with plt.style.context(['fivethirtyeight', 'grayscale']):
    plt.plot(x,y, x, 0.9*y)
```



```
with plt.style.context(['grayscale', 'fivethirtyeight']):  
    plt.plot(x, y, x, 0.9*y)
```



Creación de estilos propios

Podemos crear estilos propios, modificando los defaults con una sintaxis similar a la del archivo de configuración. Por ejemplo creemos un archivo `estilo_test` con algunos parámetros

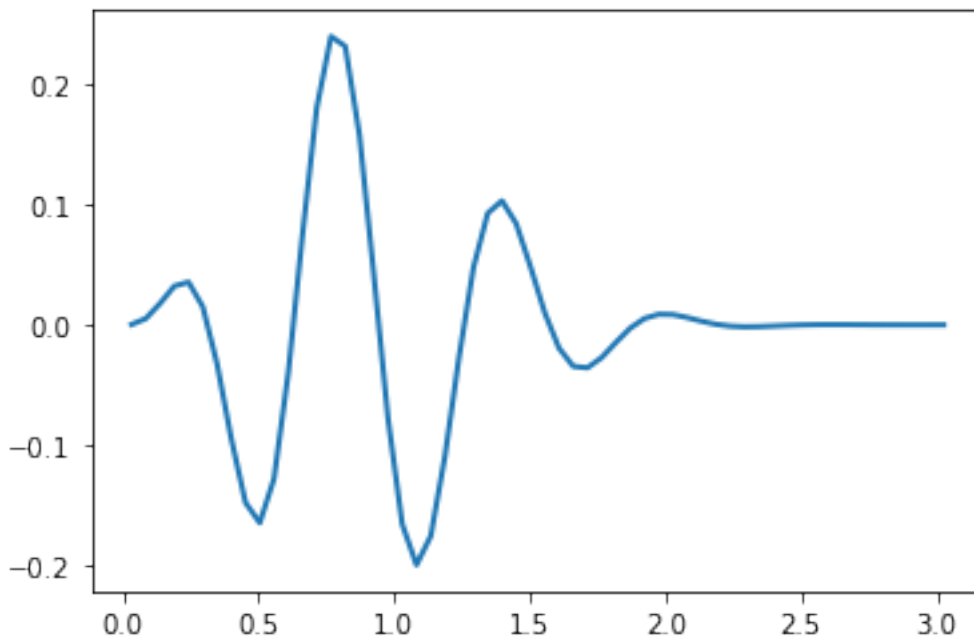
```
!echo "lines.linewidth : 5" > estilo_test  
!echo "xtick.labelsize: 24" >> estilo_test
```

```
!cat estilo_test
```

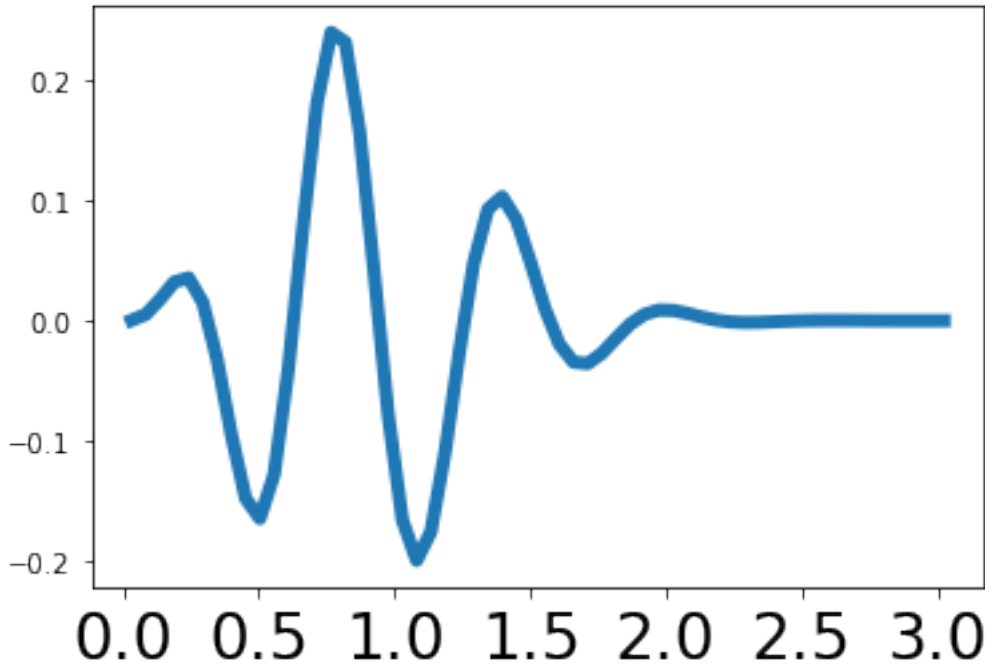
```
lines.linewidth : 5  
xtick.labelsize: 24
```

```
plt.plot(x,y)
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f7e2e150>]
```



```
with plt.style.context('./estilo_test'):  
    plt.plot(x,y)
```



Para encontrar el lugar donde guardar las hojas de estilo podemos utilizar las funciones de *matplotlib*:

```
matplotlib.get_configdir()
```

```
'/home/fiol/.config/matplotlib'
```

```
ls -l /home/fiol/.config/matplotlib/stylelib/
```

```
darker.mplstyle
darker.mplstyle~
paper.mplstyle
presentation.mplstyle
```

10.9.3 Modificación de parámetros dentro de programas

Podemos cambiar directamente los parámetros dentro de nuestros programas modificando el diccionario `matplotlib.rcParams`

```
import matplotlib as mpl
mpl.rcParams
```

```
/usr/lib/python3.7/site-packages/IPython/lib/pretty.py:689:
↳MatplotlibDeprecationWarning:
The examples.directory rcparam was deprecated in Matplotlib 3.0 and will be removed
↳in 3.2. In the future, examples will be found relative to the 'datapath' directory.
output = repr(obj)
```

```
RcParams({'_internal.classic_mode': False,
          'agg.path.chunksize': 0,
          'animation.avconv_args': [],
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

'animation.avconv_path': 'avconv',
'animation.bitrate': -1,
'animation.codec': 'h264',
'animation.convert_args': [],
'animation.convert_path': 'convert',
'animation.embed_limit': 20.0,
'animation.ffmpeg_args': [],
'animation.ffmpeg_path': 'ffmpeg',
'animation.frame_format': 'png',
'animation.html': 'none',
'animation.html_args': [],
'animation.writer': 'ffmpeg',
'axes.autolimit_mode': 'data',
'axes.axisbelow': 'line',
'axes.edgecolor': 'black',
'axes.facecolor': 'white',
'axes.formatter.limits': [-7, 7],
'axes.formatter.min_exponent': 0,
'axes.formatter.offset_threshold': 4,
'axes.formatter.use_locale': False,
'axes.formatter.use_mathtext': False,
'axes.formatter.useoffset': True,
'axes.grid': False,
'axes.grid.axis': 'both',
'axes.grid.which': 'major',
'axes.labelcolor': 'black',
'axes.labelpad': 4.0,
'axes.labelsizel': 14.0,
'axes.labelweight': 'normal',
'axes.linewidth': 0.8,
'axes.prop_cycle': cycler('color', ['#1f77b4', '#ff7f0e', '#2ca02c', '#d62728', '#9467bd', '#8c564b', '#e377c2', '#7f7f7f', '#bcbd22', '#17becf'])),
'axes.spines.bottom': True,
'axes.spines.left': True,
'axes.spines.right': True,
'axes.spines.top': True,
'axes.titlepad': 6.0,
'axes.titlesize': 'large',
'axes.titleweight': 'normal',
'axes.unicode_minus': True,
'axes.xmargin': 0.05,
'axes.ymargin': 0.05,
'axes3d.grid': True,
'backend': 'module://ipykernel.pylab.backend_inline',
'backend_fallback': True,
'boxplot.bootstrap': None,
'boxplot.boxprops.color': 'black',
'boxplot.boxprops.linestyle': '-',
'boxplot.boxprops.linewidth': 1.0,
'boxplot.capprops.color': 'black',
'boxplot.capprops.linestyle': '-',
'boxplot.capprops.linewidth': 1.0,
'boxplot.flierprops.color': 'black',
'boxplot.flierprops.linestyle': 'none',
'boxplot.flierprops.linewidth': 1.0,
'boxplot.flierprops.marker': 'o',
'boxplot.flierprops.markeredgecolor': 'black',

```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

'boxplot.flierprops.markeredgewidth': 1.0,
'boxplot.flierprops.markerfacecolor': 'none',
'boxplot.flierprops.markersize': 6.0,
'boxplot.meanline': False,
'boxplot.meanprops.color': 'C2',
'boxplot.meanprops.linestyle': '--',
'boxplot.meanprops.linewidth': 1.0,
'boxplot.meanprops.marker': '^',
'boxplot.meanprops.markeredgewidth': 1.0,
'boxplot.meanprops.markerfacecolor': 'C2',
'boxplot.meanprops.markersize': 6.0,
'boxplot.medianprops.color': 'C1',
'boxplot.medianprops.linestyle': '-',
'boxplot.medianprops.linewidth': 1.0,
'boxplot.notch': False,
'boxplot.patchartist': False,
'boxplot.showbox': True,
'boxplot.showcaps': True,
'boxplot.showfliers': True,
'boxplot.showmeans': False,
'boxplot.vertical': True,
'boxplot.whiskerprops.color': 'black',
'boxplot.whiskerprops.linestyle': '-',
'boxplot.whiskerprops.linewidth': 1.0,
'boxplot.whiskers': 1.5,
'contour.corner_mask': True,
'contour.negative_linestyle': 'dashed',
'datapath': '/usr/share/matplotlib/mpl-data',
'date.autoformatter.day': '%Y-%m-%d',
'date.autoformatter.hour': '%m-%d %H',
'date.autoformatter.microsecond': '%M:%S.%f',
'date.autoformatter.minute': '%d %H:%M',
'date.autoformatter.month': '%Y-%m',
'date.autoformatter.second': '%H:%M:%S',
'date.autoformatter.year': '%Y',
'docstring.hardcopy': False,
'errorbar.capsize': 0.0,
'examples.directory': '',
'figure.autolayout': False,
'figure.constrained_layout.h_pad': 0.04167,
'figure.constrained_layout.hspace': 0.02,
'figure.constrained_layout.use': False,
'figure.constrained_layout.w_pad': 0.04167,
'figure.constrained_layout.wspace': 0.02,
'figure.dpi': 72.0,
'figure.edgecolor': (1, 1, 1, 0),
'figure.facecolor': (1, 1, 1, 0),
'figure.figsize': [6.0, 4.0],
'figure.frameon': True,
'figure.max_open_warning': 20,
'figure.subplot.bottom': 0.125,
'figure.subplot.hspace': 0.2,
'figure.subplot.left': 0.125,
'figure.subplot.right': 0.9,
'figure.subplot.top': 0.88,
'figure.subplot.wspace': 0.2,
'figure.titlesize': 'large',

```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

'figure.titleweight': 'normal',
'font.cursive': ['Apple Chancery',
                 'Textile',
                 'Zapf Chancery',
                 'Sand',
                 'Script MT',
                 'Felipa',
                 'cursive'],
'font.family': ['sans-serif'],
'font.fantasy': ['Comic Sans MS',
                 'Chicago',
                 'Charcoal',
                 'Impact',
                 'Western',
                 'Humor Sans',
                 'xkcd',
                 'fantasy'],
'font.monospace': ['DejaVu Sans Mono',
                  'Bitstream Vera Sans Mono',
                  'Computer Modern Typewriter',
                  'Andale Mono',
                  'Nimbus Mono L',
                  'Courier New',
                  'Courier',
                  'Fixed',
                  'Terminal',
                  'monospace'],
'font.sans-serif': ['DejaVu Sans',
                   'Bitstream Vera Sans',
                   'Computer Modern Sans Serif',
                   'Lucida Grande',
                   'Verdana',
                   'Geneva',
                   'Lucid',
                   'Arial',
                   'Helvetica',
                   'Avant Garde',
                   'sans-serif'],
'font.serif': ['DejaVu Serif',
              'Bitstream Vera Serif',
              'Computer Modern Roman',
              'New Century Schoolbook',
              'Century Schoolbook L',
              'Utopia',
              'ITC Bookman',
              'Bookman',
              'Nimbus Roman No9 L',
              'Times New Roman',
              'Times',
              'Palatino',
              'Charter',
              'serif'],
'font.size': 10.0,
'font.stretch': 'normal',
'font.style': 'normal',
'font.variant': 'normal',
'font.weight': 'normal',

```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

'grid.alpha': 1.0,
'grid.color': '#b0b0b0',
'grid.linestyle': '-',
'grid.linewidth': 0.8,
'hatch.color': 'black',
'hatch.linewidth': 1.0,
'hist.bins': 10,
'image.aspect': 'equal',
'image.cmap': 'viridis',
'image.composite_image': True,
'image.interpolation': 'nearest',
'image.lut': 256,
'image.origin': 'upper',
'image.resample': True,
'interactive': True,
'keymap.all_axes': ['a'],
'keymap.back': ['left', 'c', 'backspace', 'MouseButton.BACK'],
'keymap.copy': ['ctrl+c', 'cmd+c'],
'keymap.forward': ['right', 'v', 'MouseButton.FORWARD'],
'keymap.fullscreen': ['f', 'ctrl+f'],
'keymap.grid': ['g'],
'keymap.grid_minor': ['G'],
'keymap.help': ['f1'],
'keymap.home': ['h', 'r', 'home'],
'keymap.pan': ['p'],
'keymap.quit': ['ctrl+w', 'cmd+w', 'q'],
'keymap.quit_all': ['W', 'cmd+W', 'Q'],
'keymap.save': ['s', 'ctrl+s'],
'keymap.xscale': ['k', 'L'],
'keymap.yscale': ['l'],
'keymap.zoom': ['o'],
'legend.borderaxespad': 0.5,
'legend.borderpad': 0.4,
'legend.columnspacing': 2.0,
'legend.edgecolor': '0.8',
'legend.facecolor': 'inherit',
'legend.fancybox': True,
'legend.fontsize': 'large',
'legend.framealpha': 0.8,
'legend.frameon': True,
'legend.handleheight': 0.7,
'legend.handlelength': 2.0,
'legend.handletextpad': 0.8,
'legend.labelspacing': 0.5,
'legend.loc': 'best',
'legend.markerscale': 1.0,
'legend.numpoints': 1,
'legend.scatterpoints': 1,
'legend.shadow': True,
'legend.title_fontsize': None,
'lines.antialiased': True,
'lines.color': 'C0',
'lines.dash_capstyle': 'butt',
'lines.dash_joinstyle': 'round',
'lines.dashdot_pattern': [6.4, 1.6, 1.0, 1.6],
'lines.dashed_pattern': [3.7, 1.6],
'lines.dotted_pattern': [1.0, 1.65],

```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

'lines.linestyle': '-',
'lines.linewidth': 2.0,
'lines.marker': 'None',
'lines.markeredgecolor': 'auto',
'lines.markeredgewidth': 1.0,
'lines.markerfacecolor': 'auto',
'lines.markersize': 6.0,
'lines.scale_dashes': True,
'lines.solid_capstyle': 'projecting',
'lines.solid_joinstyle': 'round',
'markers.fillstyle': 'full',
'mathtext.bf': 'sans:bold',
'mathtext.cal': 'cursive',
'mathtext.default': 'it',
'mathtext.fallback_to_cm': True,
'mathtext.fontset': 'dejavusans',
'mathtext.it': 'sans:italic',
'mathtext.rm': 'sans',
'mathtext.sf': 'sans',
'mathtext.tt': 'monospace',
'patch.antialiased': True,
'patch.edgecolor': 'black',
'patch.facecolor': 'C0',
'patch.force_edgecolor': False,
'patch.linewidth': 1.0,
'path.effects': [],
'path.simplify': True,
'path.simplify_threshold': 0.1111111111111111,
'path.sketch': None,
'path.snap': True,
'pdf.compression': 6,
'pdf.fonttype': 42,
'pdf.inheritcolor': False,
'pdf.use14corefonts': False,
'pgf.preamble': '',
'pgf.rcfonts': True,
'pgf.texsystem': 'xelatex',
'polaraxes.grid': True,
'ps.distiller.res': 6000,
'ps.fonttype': 42,
'ps.papersize': 'a4',
'ps.useafm': False,
'ps.usedistiller': False,
'savefig.bbox': 'tight',
'savefig.directory': '',
'savefig.dpi': 'figure',
'savefig.edgecolor': 'white',
'savefig.facecolor': 'white',
'savefig.format': 'png',
'savefig.frameon': True,
'savefig.jpeg_quality': 95,
'savefig.orientation': 'portrait',
'savefig.pad_inches': 0.1,
'savefig.transparent': False,
'scatter.edgecolors': 'face',
'scatter.marker': 'o',
'svg.fonttype': 'path',

```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

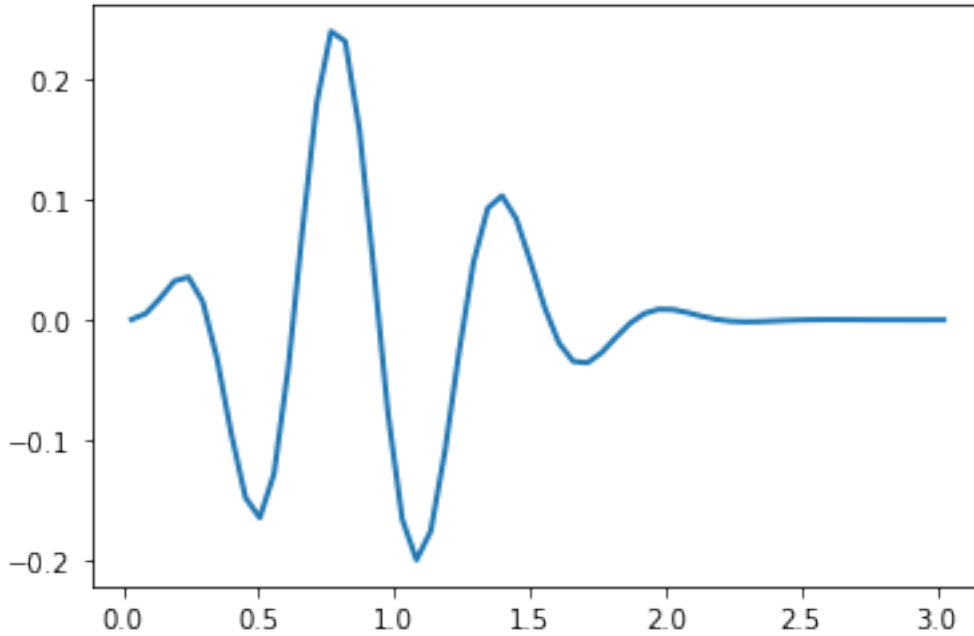
```

'svg.hashsalt': None,
'svg.image_inline': True,
'text.antialiased': True,
'text.color': 'black',
'text.hinting': 'auto',
'text.hinting_factor': 8,
'text.latex.preamble': '',
'text.latex.preview': False,
'text.latex.unicode': True,
'text.usetex': False,
'timezone': 'UTC',
'tk.window_focus': False,
'toolbar': 'toolbar2',
'verbose.fileo': 'sys.stdout',
'verbose.level': 'silent',
'webagg.address': '127.0.0.1',
'webagg.open_in_browser': True,
'webagg.port': 8988,
'webagg.port_retries': 50,
'xtick.alignment': 'center',
'xtick.bottom': True,
'xtick.color': 'black',
'xtick.direction': 'out',
'xtick.labelbottom': True,
'xtick.labelsizs': 'medium',
'xtick.labeltop': False,
'xtick.major.bottom': True,
'xtick.major.pad': 3.5,
'xtick.major.size': 3.5,
'xtick.major.top': True,
'xtick.major.width': 0.8,
'xtick.minor.bottom': True,
'xtick.minor.pad': 3.4,
'xtick.minor.size': 2.0,
'xtick.minor.top': True,
'xtick.minor.visible': False,
'xtick.minor.width': 0.6,
'xtick.top': False,
'ytick.alignment': 'center_baseline',
'ytick.color': 'black',
'ytick.direction': 'out',
'ytick.labelleft': True,
'ytick.labelright': False,
'ytick.labelsizs': 'medium',
'ytick.left': True,
'ytick.major.left': True,
'ytick.major.pad': 3.5,
'ytick.major.right': True,
'ytick.major.size': 3.5,
'ytick.major.width': 0.8,
'ytick.minor.left': True,
'ytick.minor.pad': 3.4,
'ytick.minor.right': True,
'ytick.minor.size': 2.0,
'ytick.minor.visible': False,
'ytick.minor.width': 0.6,
'ytick.right': False}))

```

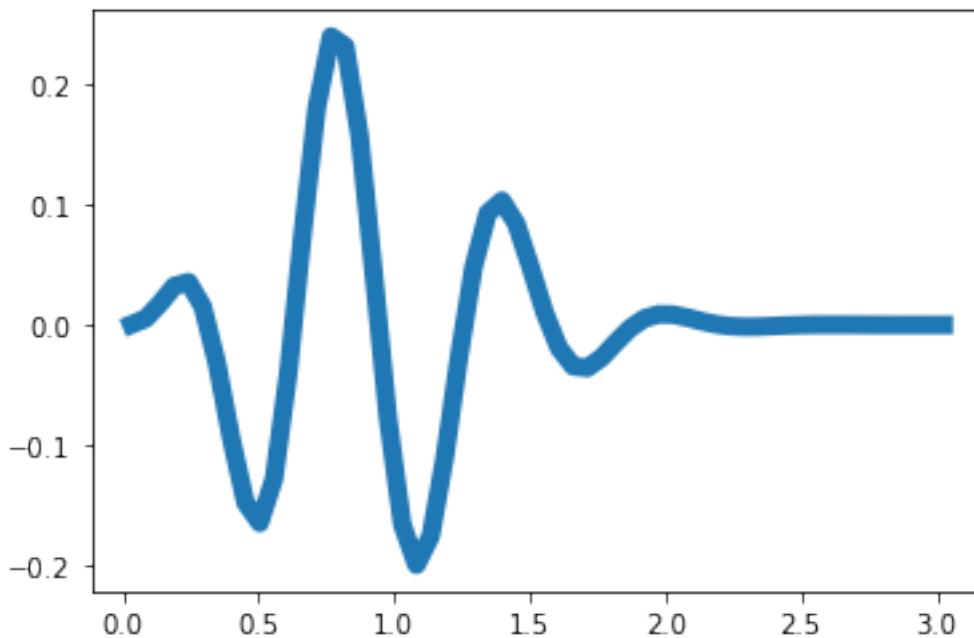
```
# Plot con valores default  
plt.plot(x,y)
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f8031f10>]
```



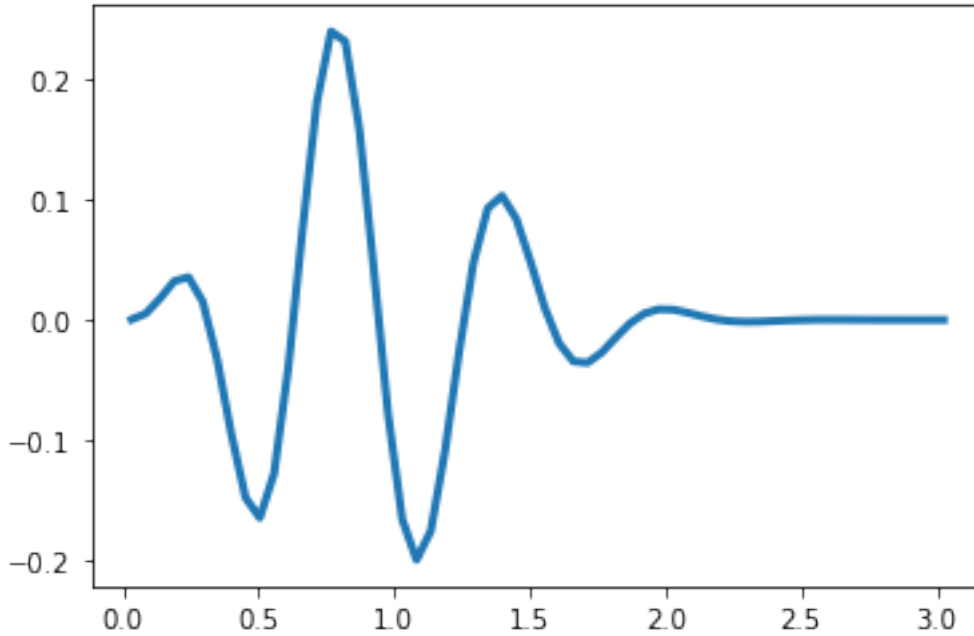
```
# Modificamos el valor default de ancho de línea  
mpl.rcParams['lines.linewidth'] = 7  
plt.plot(x,y)
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f8065750>]
```



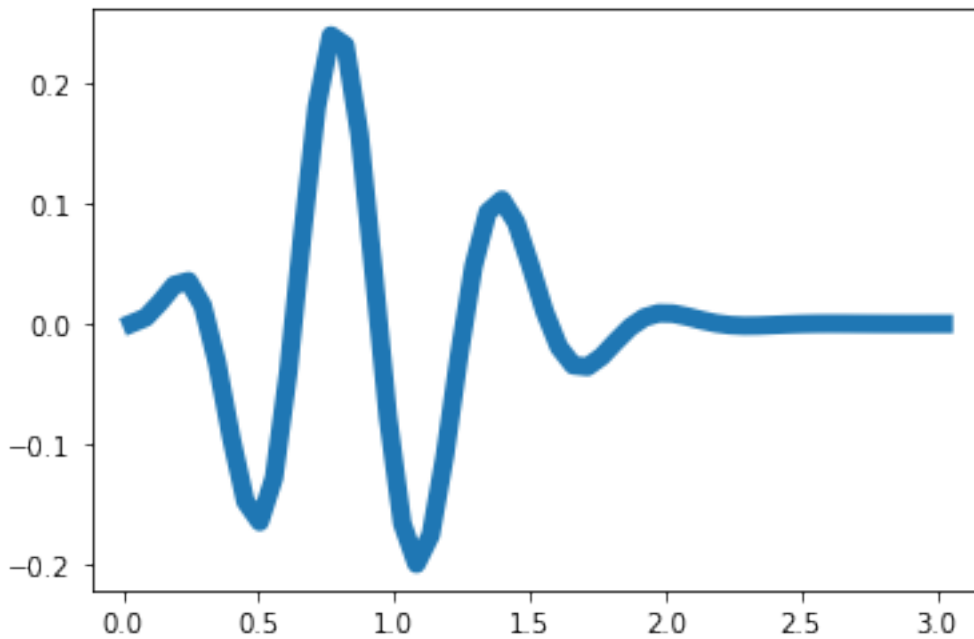
```
# El nuevo valor default podemos sobrecribirlo para este plot particular  
plt.plot(x,y, lw=3)
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f7ea4910>]
```



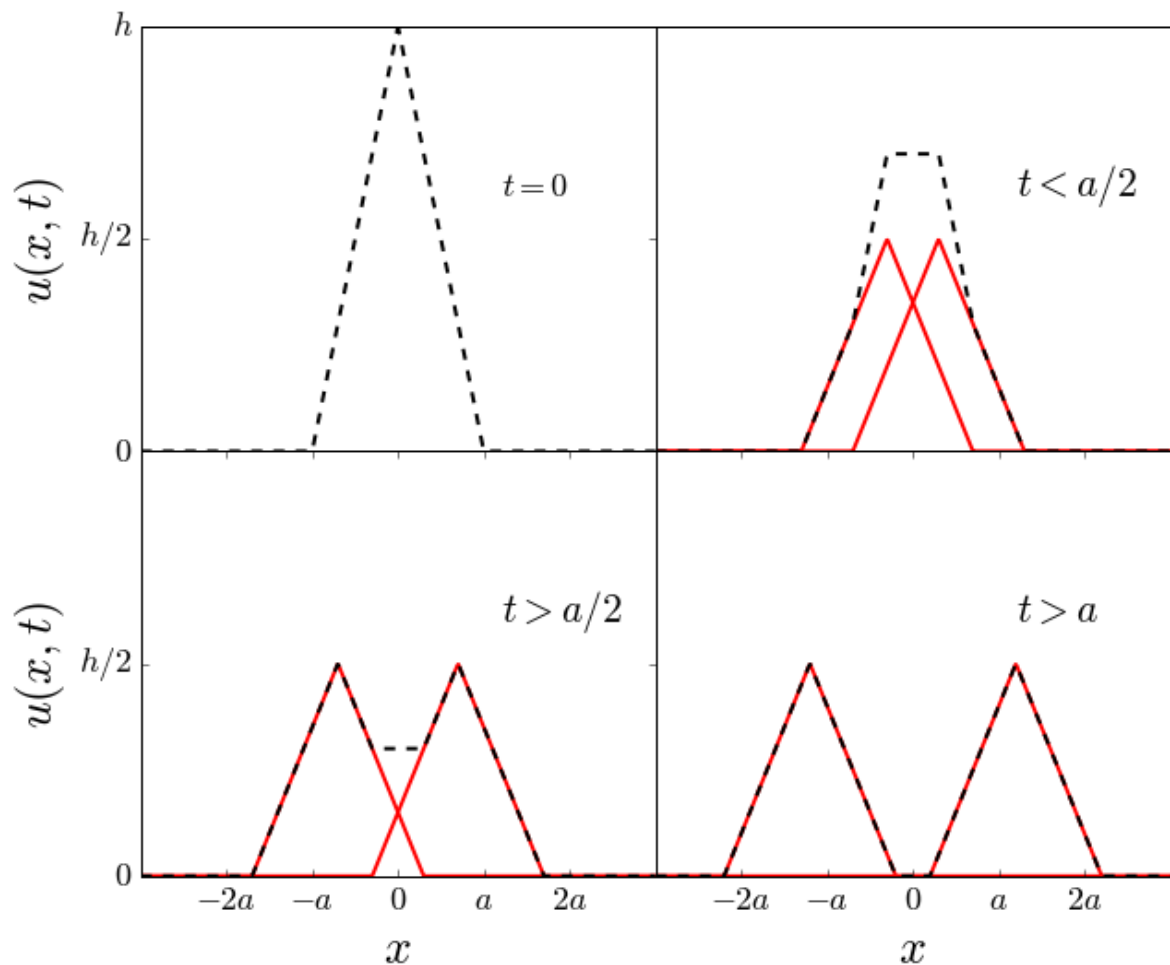
```
# Sin embargo, el nuevo valor default no es modificado  
plt.plot(x,y)
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fa9f7e5ac10>]
```



10.10 Ejercicios 09 (c)

4. Notando que la curva en color negro corresponde a la suma de las dos curvas en rojo, rehacer la siguiente figura:



5. Crear una hoja de estilo que permita hacer gráficos adecuados para posters y presentaciones. Debe modificar los tamaños para hacerlos legibles a mayores distancias (sugerencia 16pt). El tamaño de la letra de los nombres de ejes y en las leyendas debe ser mayor también. Las líneas deben ser más gruesas (sugerencia: ~4), los símbolos de mayor tamaño (sugerencia ~10).

Clase 10: Más información sobre Numpy

11.1 Creación y operación sobre Numpy arrays

Vamos a ver algunas características de los `arrays` de Numpy en un poco más de detalle

11.1.1 Funciones para crear arrays

Vimos varios métodos que permiten crear e inicializar arrays

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
a= {}
a['empty unid'] = np.empty(10)      # Creación de un array de 10 elementos
a['zeros unid'] = np.zeros(10)      # Creación de un array de 10 elementos
↳ inicializados en cero
a['zeros bidi'] = np.zeros((5,2))  # Array bidimensional 10 elementos con *shape* 5x2
a['ones bidi'] = np.ones((5,2))    # Array bidimensional 10 elementos con *shape* 5x2,
↳ inicializado en 1
a['arange'] = np.arange(10)        # Array inicializado con una secuencia
a['lineal'] = np.linspace(0,10,5)  # Array inicializado con una secuencia
↳ equiespaciada
a['log'] = np.logspace(0,2,10)     # Array inicializado con una secuencia con espaciado
↳ logarítmico
a['diag'] = np.diag(np.arange(5))  # Matriz diagonal a partir de un vector

for k,v in a.items():
    print('Array {}: \n {} \n'.format(k,v), 80*" ")
```

Array empty unid:

```
[ 4.65293215e-310  0.00000000e+000  2.61691551e-219  6.93734310e-310
  6.93734306e-310  2.12298976e+064  6.93734309e-310  4.65293213e-310
 -5.27140143e-104  6.93734309e-310]
```

```
*****
Array zeros unid:
[0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.]
*****
Array zeros bidi:
[[0. 0.]
 [0. 0.]
 [0. 0.]
 [0. 0.]
 [0. 0.]]
*****
Array ones bidi:
[[1. 1.]
 [1. 1.]
 [1. 1.]
 [1. 1.]
 [1. 1.]]
*****
Array arange:
[0 1 2 3 4 5 6 7 8 9]
*****
Array lineal:
[ 0.   2.5  5.   7.5 10. ]
*****
Array log:
[  1.          1.66810054   2.7825594   4.64158883   7.74263683
 12.91549665  21.5443469   35.93813664  59.94842503 100.          ]
*****
Array diag:
[[0 0 0 0 0]
 [0 1 0 0 0]
 [0 0 2 0 0]
 [0 0 0 3 0]
 [0 0 0 0 4]]
*****
```

La función `np.tile(A, reps)` permite crear un array repitiendo el patrón A las veces indicada por `reps` a lo largo de cada eje

```
a = np.arange(1,6,2)
a
```

```
array([1, 3, 5])
```

```
np.tile(a, 2)
```

```
array([1, 3, 5, 1, 3, 5])
```

```
a1=np.tile(a, (1,2))
```

```
a1.shape
```



```
(1, 6)
```

```
a1
```

```
array([[1, 3, 5, 1, 3, 5]])
```

```
b = [[1,2],[3,4]]
```

```
print(b)
```

```
[[1, 2], [3, 4]]
```

```
np.tile(b, (1,2))
```

```
array([[1, 2, 1, 2],
       [3, 4, 3, 4]])
```

```
np.tile(b, (2,1))
```

```
array([[1, 2],
       [3, 4],
       [1, 2],
       [3, 4]])
```

En general, el argumento `reps = (nrows, ncols)` indica el número de repeticiones en filas (hacia abajo) y columnas (hacia la derecha), creando nuevas dimensiones si es necesario

```
a
```

```
array([1, 3, 5])
```

```
np.tile(a, (3,2))
```

```
array([[1, 3, 5, 1, 3, 5],
       [1, 3, 5, 1, 3, 5],
       [1, 3, 5, 1, 3, 5]])
```

11.1.2 Funciones que actúan sobre arrays

Numpy incluye muchas funciones matemáticas que actúan sobre arrays completos (de una o más dimensiones). La lista completa se encuentra en la [documentación](#) e incluye:

```
x = np.linspace(np.pi/180, np.pi, 7)
y = np.geomspace(10, 100, 7)
```

```
print(x)
print(y)
print(x+y)           # Suma elemento a elemento
print(x*y)           # Multiplicación elemento a elemento
print(y/x)           # División elemento a elemento
print(x//2)          # División entera elemento a elemento
```

```
[0.01745329 0.53814319 1.05883308 1.57952297 2.10021287 2.62090276
 3.14159265]
[ 10.          14.67799268  21.5443469   31.6227766   46.41588834
 68.12920691 100.          ]
[ 10.01745329 15.21613586 22.60317998 33.20229957 48.5161012
 70.75010967 103.14159265]
[1.74532925e-01 7.89886174e+00 2.28118672e+01 4.99489021e+01
 9.74832459e+01 1.78560026e+02 3.14159265e+02]
[572.95779513 27.27525509 20.34725522 20.02046006 22.10056375
 25.99455727 31.83098862]
[0. 0. 0. 0. 1. 1. 1.]
```

```
print('x =', x)
print('square\n', x**2)           # potencias
print('sin\n', np.sin(x))        # Seno (np.cos, np.tan)
print("tanh\n", np.tanh(x))      # tang hiperb (np.sinh, np.cosh)
print('exp\n', np.exp(-x))       # exponenciales
print('log\n', np.log(x))        # logaritmo en base e (np.log10)
print('abs\n', np.absolute(x))   # Valor absoluto
print('resto\n', np remainder(x,2)) # Resto
```

```
x = [0.01745329 0.53814319 1.05883308 1.57952297 2.10021287 2.62090276
 3.14159265]
square
[3.04617420e-04 2.89598089e-01 1.12112749e+00 2.49489282e+00
 4.41089408e+00 6.86913128e+00 9.86960440e+00]
sin
[1.74524064e-02 5.12542501e-01 8.71784414e-01 9.99961923e-01
 8.63101882e-01 4.97478722e-01 1.22464680e-16]
tanh
[0.01745152 0.49158114 0.78521683 0.91852736 0.97046433 0.9894743
 0.99627208]
exp
[0.98269813 0.58383131 0.34686033 0.20607338 0.12243036 0.07273717
 0.04321392]
log
[-4.04822697 -0.61963061 0.05716743 0.45712289 0.7420387 0.96351882
 1.14472989]
abs
[0.01745329 0.53814319 1.05883308 1.57952297 2.10021287 2.62090276
 3.14159265]
resto
[0.01745329 0.53814319 1.05883308 1.57952297 0.10021287 0.62090276
 1.14159265]
```

11.1.3 Productos entre arrays y productos vectoriales

```
# Creamos arrays unidimensionales (vectores) y bidimensionales (matrices)
v1 = np.array([2, 3, 4])
v2 = np.array([1, 1, 1])
A = np.arange(1,13,2).reshape(2, 3)
B = np.linspace(0.5,11.5,12).reshape(3, 4)
```

```
print(A)
```

```
[[ 1  3  5]
 [ 7  9 11]]
```

```
print(B)
```

```
[[ 0.5  1.5  2.5  3.5]
 [ 4.5  5.5  6.5  7.5]
 [ 8.5  9.5 10.5 11.5]]
```

```
print(v1*v2)
```

```
[2 3 4]
```

```
print(A*v1)
```

```
[[ 2  9 20]
 [14 27 44]]
```

Los productos se realizan elemento a elemento, si queremos obtener productos internos o productos entre matrices (o matrices y vectores)

```
print(v1, '.', v2, '=', np.dot(v1, v2))
```

```
[2 3 4] . [1 1 1] = 9
```

```
print(A, 'x', v1, '=', np.dot(A, v1))
```

```
[[ 1  3  5]
 [ 7  9 11]] x [2 3 4] = [31 85]
```

```
print(A.shape, B.shape)
```

```
(2, 3) (3, 4)
```

```
print('A x B = \n', np.dot(A, B))
```

```
A x B =
[[ 56.5  65.5  74.5  83.5]
 [137.5 164.5 191.5 218.5]]
```

```
print('B^t x A^t =\n', np.dot(B.T, A.T))
```

```
B^t x A^t =
[[ 56.5 137.5]
 [ 65.5 164.5]
 [ 74.5 191.5]
 [ 83.5 218.5]]
```

Además, el módulo `numpy.linalg` incluye otras funcionalidades como determinantes, normas, determinación de autovalores y autovectores, descomposiciones, etc.

11.1.4 Comparaciones entre arrays

La comparación, como las operaciones y aplicación de funciones se realiza elemento a elemento.

| Funciones | Operadores |
|-------------------------------------------------------------|----------------------------|
| <code>greater(x1, x2, /[, out, where, casting,])</code> | <code>(x1 > x2)</code> |
| <code>greater_equal(x1, x2, /[, out, where,])</code> | <code>(x1 >= x2)</code> |
| <code>less(x1, x2, /[, out, where, casting,])</code> | <code>(x1 < x2)</code> |
| <code>less_equal(x1, x2, /[, out, where, casting,])</code> | <code>(x1 <= x2)</code> |
| <code>not_equal(x1, x2, /[, out, where, casting,])</code> | <code>(x1 != x2)</code> |
| <code>equal(x1, x2, /[, out, where, casting,])</code> | <code>(x1 == x2)</code> |

```
z = np.array((-1, 3, 4, 0.5, 2, 9, 0.7))
```

```
print(x)
print(y)
print(z)
```

```
[0.01745329 0.53814319 1.05883308 1.57952297 2.10021287 2.62090276
 3.14159265]
[ 10.          14.67799268  21.5443469   31.6227766   46.41588834
 68.12920691 100.          ]
[-1.    3.    4.    0.5  2.    9.    0.7]
```

```
c1 = x <= z
c2 = np.less_equal(z, y)
c3 = np.less_equal(x, y)
print(c1)
print(c2)
print(c3)
```

```
[False  True  True False False  True False]
[  True  True  True  True  True  True  True]
[  True  True  True  True  True  True  True]
```

```
c1 # Veamos que tipo de array es:
```

```
array([False,  True,  True, False, False,  True, False])
```

```
np.sum(c1), np.sum(c2), c3.sum()
```

```
(3, 7, 7)
```

Como vemos, las comparaciones nos dan un vector de variables lógicas. Cuando queremos combinar condiciones no funciona usar las palabras `and` y `or` de *Python* porque estaríamos comparando los dos elementos (arrays completos).

```
print(np.logical_and(c1, c2))
print(c1 & c2)
print(np.logical_and(c2, c3))
print(c2 & c3)
```

```
[False True True False False True False]
[False True True False False True False]
[ True True True True True True True]
[ True True True True True True True]
```

```
print(np.logical_or(c1, c2))
print(c1 | c2)
print(np.logical_or(c2, c3))
print(c2 | c3)
```

```
[ True True True True True True True]
[ True True True True True True True]
[ True True True True True True True]
[ True True True True True True True]
```

```
print(np.logical_xor(c1, c2))
print(np.logical_xor(c2, c3))
```

```
[ True False False True True False True]
[False False False False False False False]
```

11.2 Atributos de *arrays*

Los array tienen otras propiedades, que pueden explorarse apretando <TAB> en una terminal o notebook de **IPython** o leyendo la documentación de [Numpy](#), o utilizando la función `dir(arr)` (donde `arr` es una variable del tipo array) o `dir(np.ndarray)`.

En la tabla se muestra una lista de los atributos de los numpy array

| | | | | |
|---------------|--------------|------------------|------------------|---------------|
| arr.T | arr.copy | arr.getfield | arr.put | arr.squeeze |
| arr.all | arr.ctypes | arr.imag | arr.ravel | arr.std |
| arr.any | arr.cumprod | arr.item | arr.real | arr.strides |
| arr.argmax | arr.cumsum | arr.itemset | arr.repeat | arr.sum |
| arr.argmin | arr.data | arr.itemsize | arr.reshape | arr.swapaxes |
| arr.argsort | arr.diagonal | arr.max | arr.resize | arr.take |
| arr.astype | arr.dot | arr.mean | arr.round | arr.tofile |
| arr.base | arr.dtype | arr.min | arr.searchsorted | arr.tolist |
| arr.byteswap | arr.dump | arr.nbytes | arr.setasflat | arr.tostring |
| arr.choose | arr.dumps | arr.ndim | arr.setfield | arr.trace |
| arr.clip | arr.fill | arr.newbyteorder | arr.setflags | arr.transpose |
| arr.compress | arr.flags | arr.nonzero | arr.shape | arr.var |
| arr.conj | arr.flat | arr.prod | arr.size | arr.view |
| arr.conjugate | arr.flatten | arr.ptp | arr.sort | |

Exploremos algunas de ellas

11.2.1 reshape

```
arr= np.arange(12)                                # Vector
print("Vector original:\n", arr)
arr2= arr.reshape((3,4))                          # Le cambiamos la forma a matriz de 3x4
print("Cambiando la forma a 3x4:\n", arr2)
arr3= np.reshape(arr, (4,3))                      # Le cambiamos la forma a matriz de 4x3
print("Cambiando la forma a 4x3:\n", arr3)
```

```
Vector original:
[ 0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11]
Cambiando la forma a 3x4:
[[ 0  1  2  3]
 [ 4  5  6  7]
 [ 8  9 10 11]]
Cambiando la forma a 4x3:
[[ 0  1  2]
 [ 3  4  5]
 [ 6  7  8]
 [ 9 10 11]]
```

```
arr2[0,0] = 5
arr2[2,1] = -9
```

```
print(arr2)
```

```
[[ 5  1  2  3]
 [ 4  5  6  7]
 [ 8 -9 10 11]]
```

```
print(arr)
```

```
[ 5  1  2  3  4  5  6  7  8 -9 10 11]
```

```
print(arr3)
```

```
[[ 5  1  2]
 [ 3  4  5]
 [ 6  7  8]
 [-9 10 11]]
```

```
try:
    arr.reshape((3,3))    # Si la nueva forma no es adecuada, falla
except ValueError as e:
    print("Error: la nueva forma es incompatible:", e)
```

```
Error: la nueva forma es incompatible: cannot reshape array of size 12 into shape (3,
↪ 3)
```

11.2.2 transpose

```
print('Transpose:\n', arr2.T)
print('Transpose:\n', np.transpose(arr3))
```

```
Transpose:
[[ 5  4  8]
 [ 1  5 -9]
 [ 2  6 10]
 [ 3  7 11]]
Transpose:
[[ 5  3  6 -9]
 [ 1  4  7 10]
 [ 2  5  8 11]]
```

11.2.3 min, max

Las funciones para encontrar mínimo y máximo pueden aplicarse tanto a vectores como a arrays⁴ con más dimensiones. En este último caso puede elegirse si se trabaja sobre uno de los ejes:

```
print(arr2)
print(np.max(arr2))
print(np.max(arr2,axis=0))
print(np.max(arr2,axis=1))
```

```
[[ 5  1  2  3]
 [ 4  5  6  7]
 [ 8 -9 10 11]]
11
[ 8  5 10 11]
[ 5  7 11]
```

```
np.max(arr2[1,:])
```

```
7
```

El primer eje (`axis=0`) corresponde a las columnas (convención del lenguaje C), y por lo tanto dará un valor por cada columna.

Si no damos el argumento opcional `axis` ambas funciones nos darán el mínimo o máximo de todos los elementos. Si le damos un eje nos devolverá el mínimo a lo largo de ese eje.

11.2.4 argmin, argmax

Estas funciones trabajan de la misma manera que `min` y `max` pero devuelve los índices en lugar de los valores.

```
print(np.argmax(arr2))
print(np.argmax(arr2,axis=0))
print(np.argmax(arr2,axis=1))
```

```
11
[2 1 2 2]
[0 3 3]
```

11.2.5 sum, prod, mean, std

```
print(arr2)
print('sum', np.sum(arr2))
print('sum, 0', np.sum(arr2,axis=0))
print('sum, 1', np.sum(arr2,axis=1))
```

```
[[ 5  1  2  3]
 [ 4  5  6  7]
 [ 8 -9 10 11]]
sum 53
sum, 0 [17 -3 18 21]
sum, 1 [11 22 20]
```

```
print(np.prod(arr2))
print(np.prod(arr2,axis=0))
print(np.prod(arr2,axis=1))
```

```
-199584000
[160 -45 120 231]
[  30  840 -7920]
```

```
print(arr2.mean(), '=', arr2.sum()/arr2.size)
print(np.mean(arr2,axis=0))
print(np.mean(arr2,axis=1))
print(np.std(arr2))
print(np.std(arr2,axis=1))
```

```
4.416666666666667 = 4.416666666666667
[ 5.66666667 -1.          6.          7.          ]
[2.75 5.5  5.   ]
4.9742391936411305
[1.47901995 1.11803399 8.15475322]
```

11.2.6 cumsum, cumprod, trapz

Las funciones `cumsum` y `cumprod` devuelven la suma y producto acumulativo recorriendo el array, opcionalmente a lo largo de un eje

```
print(arr2)
```

```
[[ 5  1  2  3]
 [ 4  5  6  7]
 [ 8 -9 10 11]]
```

```
# Suma todos los elementos anteriores y devuelve el array unidimensional
print(arr2.cumsum())
```

```
[ 5  6  8 11 15 20 26 33 41 32 42 53]
```

```
# Para cada columna, en cada posición suma los elementos anteriores
print(arr2.cumsum(axis=0))
```



```
[[ 5  1  2  3]
 [ 9  6  8 10]
 [17 -3 18 21]]
```

```
# En cada fila, el valor es la suma de todos los elementos anteriores de la fila
print(arr2.cumsum(axis=1))
```

```
[[ 5  6  8 11]
 [ 4  9 15 22]
 [ 8 -1  9 20]]
```

```
# Igual que antes pero con el producto
print(arr2.cumprod(axis=0))
```

```
[[ 5  1  2  3]
 [20  5 12 21]
 [160 -45 120 231]]
```

La función `trapez` evalúa la integral a lo largo de un eje, usando la regla de los trapecios (la misma que nosotros programamos en un ejercicio)

```
print(np.trapez(arr2,axis=0))
print(np.trapez(arr2,axis=1))
```

```
[10.5  1. 12. 14. ]
[ 7. 16.5 10.5]
```

```
# el valor por default de axis es -1
print(np.trapez(arr2))
```

```
[ 7. 16.5 10.5]
```

11.2.7 nonzero

Devuelve una *tupla* de arrays, una por dimensión, que contiene los índices de los elementos no nulos

```
# El método copy() crea un nuevo array con los mismos valores que el original
arr4 = arr2.copy()
arr4[1,:2] = arr4[2,2:] = 0
arr4
```

```
array([[ 5,  1,  2,  3],
       [ 0,  0,  6,  7],
       [ 8, -9,  0,  0]])
```

```
# Vemos que arr2 no se modifica al modificar arr4.
arr2
```

```
array([[ 5,  1,  2,  3],
       [ 4,  5,  6,  7],
       [ 8, -9, 10, 11]])
```

```
np.nonzero(arr4)
```

```
(array([0, 0, 0, 0, 1, 1, 2, 2]), array([0, 1, 2, 3, 2, 3, 0, 1]))
```

```
np.transpose(arr4.nonzero())
```

```
array([[0, 0],  
       [0, 1],  
       [0, 2],  
       [0, 3],  
       [1, 2],  
       [1, 3],  
       [2, 0],  
       [2, 1]])
```

```
arr4[arr4.nonzero()]
```

```
array([ 5,  1,  2,  3,  6,  7,  8, -9])
```

11.3 Convertir un array a unidimensional (ravel)

```
a = np.array([[1,2],[3,4]])
```

```
print(a)
```

```
[[1 2]  
 [3 4]]
```

```
b= np.ravel(a)
```

```
print(a.shape, b.shape)  
print(b)
```

```
(2, 2) (4,)  
[1 2 3 4]
```

```
b.base is a
```

```
True
```

ravel tiene un argumento opcional order

```
np.ravel(a, order='C')           # order='C' es el default
```

```
array([1, 2, 3, 4])
```

```
np.ravel(a, order='F')
```

```
array([1, 3, 2, 4])
```

El método `flatten` hace algo muy parecido a `ravel`, la diferencia es que `flatten` siempre crea una nueva copia del array, mientras que `ravel` puede devolver una nueva vista del mismo array.

```
a.flatten()
```

```
array([1, 2, 3, 4])
```

11.4 Ejercicios 10 (a)

1. Dado un array `a` de números, creado por ejemplo usando:

```
a = np.random.uniform(size=100)
```

Encontrar el número más cercano a un número escalar dado (por ejemplo `x=0.5`). Utilice los métodos discutidos.

11.5 Copias de arrays y vistas

Para poder controlar el uso de memoria y su optimización, **Numpy** no siempre crea un nuevo vector al realizar operaciones. Por ejemplo cuando seleccionamos una parte de un array usando la notación con `:` (*slicing*) devuelve algo que parece un nuevo array pero que en realidad es una nueva vista del mismo array. Lo mismo ocurre con el método `reshape`

```
x0 = np.linspace(1,24,24)
print(x0)
```

```
[ 1.  2.  3.  4.  5.  6.  7.  8.  9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18.
 19. 20. 21. 22. 23. 24.]
```

```
y0 = x0[::2]
print(y0)
```

```
[ 1.  3.  5.  7.  9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23.]
```

El método `base` nos da acceso al objeto que tiene los datos. Por ejemplo, en este caso

```
print(x0.base)
```

```
[ 1.  2.  3.  4.  5.  6.  7.  8.  9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18.
 19. 20. 21. 22. 23. 24.]
```

```
print(y0.base)
```

```
[ 1.  2.  3.  4.  5.  6.  7.  8.  9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18.
 19. 20. 21. 22. 23. 24.]
```

```
y0.base is x0.base
```

```
True
```

```
type(x0), type(y0)
```

```
(numpy.ndarray, numpy.ndarray)
```

```
y0.size, x0.size
```

```
(12, 24)
```

```
y0[1] = -1  
print(x0)
```

```
[ 1.  2. -1.  4.  5.  6.  7.  8.  9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18.  
 19. 20. 21. 22. 23. 24.]
```

En este ejemplo, el array `y0` está basado en `x0`, o –lo que es lo mismo– el objeto base de `y0` es `x0`. Por lo tanto, al modificar uno, se modifica el otro.

Las funciones `reshape` y `transpose` también devuelven **vistas** del array original en lugar de una nueva copia

```
x0 = np.linspace(1,24,24)  
print(x0)  
x1 = x0.reshape(6,-1)
```

```
[ 1.  2.  3.  4.  5.  6.  7.  8.  9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18.  
 19. 20. 21. 22. 23. 24.]
```

```
print(x1)
```

```
[[ 1.  2.  3.  4.]  
 [ 5.  6.  7.  8.]  
 [ 9. 10. 11. 12.]  
 [13. 14. 15. 16.]  
 [17. 18. 19. 20.]  
 [21. 22. 23. 24.]]
```

```
print(x1.base is x0.base)
```

```
True
```

```
x2 = x1.transpose()  
print(x2.base is x0.base)
```

```
True
```

```
x2
```

```
array([[ 1.,  5.,  9., 13., 17., 21.],  
       [ 2.,  6., 10., 14., 18., 22.],  
       [ 3.,  7., 11., 15., 19., 23.],  
       [ 4.,  8., 12., 16., 20., 24.]])
```

Las vistas son referencias al mismo conjunto de datos, pero la información respecto al objeto puede ser diferente. Por ejemplo en el anterior `x0`, `x1` y `x` son diferentes objetos pero con los mismos datos (no sólo iguales)

```
print(x1.base is x0.base)
print(x2.base is x0.base)
print(x0.shape, x0.strides, x0.dtype)
print(x1.shape, x1.strides, x1.dtype)
print(x2.shape, x2.strides, x2.dtype)
```

```
True
True
(24,) (8,) float64
(6, 4) (32, 8) float64
(4, 6) (8, 32) float64
```

Los datos en los tres objetos están compartidos:

```
print('original')
print('x2 =', x2)
x0[-1] = -1
print('x0 =', x0)
```

```
original
x2 = [[ 1.  5.  9. 13. 17. 21.]
 [ 2.  6. 10. 14. 18. 22.]
 [ 3.  7. 11. 15. 19. 23.]
 [ 4.  8. 12. 16. 20. 24.]]
x0 = [ 1.  2.  3.  4.  5.  6.  7.  8.  9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18.
 19. 20. 21. 22. 23. -1.]
```

```
print('cambiado')
print('x2 =', x2)
```

```
cambiado
x2 = [[ 1.  5.  9. 13. 17. 21.]
 [ 2.  6. 10. 14. 18. 22.]
 [ 3.  7. 11. 15. 19. 23.]
 [ 4.  8. 12. 16. 20. -1.]]
```

```
print('x1 =', x1)
```

```
x1 = [[ 1.  2.  3.  4.]
 [ 5.  6.  7.  8.]
 [ 9. 10. 11. 12.]
 [13. 14. 15. 16.]
 [17. 18. 19. 20.]
 [21. 22. 23. -1.]]
```

11.6 Indexado avanzado

11.6.1 Indexado con secuencias de índices

Consideremos un vector simple, y elijamos algunos de sus elementos

```
x = np.linspace(0,3,7)
x
```

```
array([0. , 0.5, 1. , 1.5, 2. , 2.5, 3. ])
```

```
# Standard slicing
v1=x[1::2]
v1
```

```
array([0.5, 1.5, 2.5])
```

Esta es la manera simple de seleccionar elementos de un array, y como vimos lo que se obtiene es una vista del mismo array. **Numpy** permite además seleccionar partes de un array usando otro array de índices:

```
# Array Slicing con índices ind
i1 = np.array([1,3,-1,0])
v2 = x[i1]
```

```
print(x)
print(x[i1])
```

```
[0.  0.5 1.  1.5 2.  2.5 3. ]
[0.5 1.5 3.  0. ]
```

```
print(v1.base is x.base)
print(v2.base is x.base)
```

```
True
False
```

```
x[[1,2,-1]]
```

```
array([0.5, 1. , 3. ])
```

Los índices negativos funcionan en exactamente la misma manera que en el caso simple.

Es importante notar que cuando se usan arrays índices, lo que se obtiene es un nuevo array (no una vista), y este nuevo array tiene las dimensiones (shape) del array de índices

```
i2 = np.array([[1,0],[2,1]])
v3= x[i2]
print(v3)
print('x shape:', x.shape)
print('v3 shape:', v3.shape)
```

```
[[0.5 0. ]
 [1.  0.5]]
x shape: (7,)
v3 shape: (2, 2)
```

11.6.2 Índices de arrays multidimensionales

```
y = np.arange(12,0,-1).reshape(3,4)+0.5
y
```

```
array([[12.5, 11.5, 10.5,  9.5],
       [ 8.5,  7.5,  6.5,  5.5],
       [ 4.5,  3.5,  2.5,  1.5]])
```

```
print(y[0])           # Primera fila
print(y[2])           # Última fila
```

```
[12.5 11.5 10.5  9.5]
[ 4.5  3.5  2.5  1.5]
```

```
i = np.array([0,2])
print(y[i])           # Primera y última fila
```

```
[[12.5 11.5 10.5  9.5]
 [ 4.5  3.5  2.5  1.5]]
```

Si usamos más de un array de índices para seleccionar elementos de un array multidimensional, cada array de índices se refiere a una dimensión diferente. Consideremos el array `y`

```
print(y)
```

```
[[12.5 11.5 10.5  9.5]
 [ 8.5  7.5  6.5  5.5]
 [ 4.5  3.5  2.5  1.5]]
```

`y =`

| | | | |
|------|------|------|-----|
| 12.5 | 11.5 | 10.5 | 9.5 |
| 8.5 | 7.5 | 6.5 | 5.5 |
| 4.5 | 3.5 | 2.5 | 1.5 |

| | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| $i=1$ | $i=0$ | | |
| $y[0,0]$ | $y[0,1]$ | $y[0,2]$ | $y[0,3]$ |
| $y[1,0]$ | $y[1,1]$ | $y[1,2]$ | $y[1,3]$ |
| $y[2,0]$ | $y[2,1]$ | $y[2,2]$ | $y[2,3]$ |

Si queremos elegir los elementos en los lugares `[0,1]`, `[1,2]`, `[0,3]`, `[1,1]` (en ese orden) podemos crear dos array de índices con los valores correspondientes a cada dimensión

```
i = np.array([0,1,0,1])
j = np.array([1,2,3,1])
print(y[i,j])
```

```
[11.5  6.5  9.5  7.5]
```

11.6.3 Indexado con condiciones

Además de usar notación de *slices*, e índices también podemos seleccionar partes de arrays usando una matriz de condiciones. Primero creamos una matriz de condiciones `c`

```
c = False*np.empty((3,4), dtype='bool')
print(c)
```

```
[[False False False False]
 [False False False False]
 [False False False False]]
```

```
False*np.empty((3,4))
```

```
array([[0., 0., 0., 0.],
       [0., 0., 0., 0.],
       [0., 0., 0., 0.]])
```

```
c[i,j]= True                                # Aplico la notación de índice avanzado
print(c)
```

```
[[False True False True]
 [False True True False]
 [False False False False]]
```

Como vemos, `c` es una matriz con la misma forma que `y`. Esto permite seleccionar los valores donde el array de condiciones es verdadero:

```
y[c]
```

```
array([11.5,  9.5,  7.5,  6.5])
```

Esta es una notación potente. Por ejemplo, si en el array anterior queremos seleccionar todos los valores que sobrepasan cierto umbral (por ejemplo, los valores mayores a 7)

```
print(y)
c1 = (y > 7)
print(c1)
```

```
[[12.5 11.5 10.5  9.5]
 [ 8.5  7.5  6.5  5.5]
 [ 4.5  3.5  2.5  1.5]]
[[ True  True  True  True]
 [ True  True False False]
 [False False False False]]
```

El resultado de una comparación es un array donde cada elemento es una variable lógica (`True` o `False`). Podemos utilizarlo para seleccionar los valores que cumplen la condición dada. Por ejemplo

```
y[c1]
```



```
array([12.5, 11.5, 10.5, 9.5, 8.5, 7.5])
```

De la misma manera, si queremos todos los valores entre 4 y 7 (incluidos), podemos hacer

```
y[(y >= 4) & (y <= 7)]
```

```
array([6.5, 5.5, 4.5])
```

Como mostramos en este ejemplo, no es necesario crear la matriz de condiciones previamente.

Numpy tiene funciones especiales para analizar datos de array que sirven para quedarse con los valores que cumplen ciertas condiciones. La función `nonzero` devuelve los índices donde el argumento no se anula:

```
c1 = (y>=4) & (y <=7)
np.nonzero(c1)
```

```
(array([1, 1, 2]), array([2, 3, 0]))
```

Esta es la notación de avanzada de índices, y nos dice que los elementos cuya condición es diferente de cero (`True`) están en las posiciones: `[1,2]`, `[1,3]`, `[2,0]`.

```
indx, indy = np.nonzero(c1)
print('indx =', indx)
print('indy =', indy)
```

```
indx = [1 1 2]
indy = [2 3 0]
```

```
for i,j in zip(indx, indy):
    print('y[{},{}]={}'.format(i,j,y[i,j]))
```

```
y[1,2]=6.5
y[1,3]=5.5
y[2,0]=4.5
```

```
print(np.nonzero(c1))
print(np.transpose(np.nonzero(c1)))
print(y[np.nonzero(c1)])
```

```
(array([1, 1, 2]), array([2, 3, 0]))
[[1 2]
 [1 3]
 [2 0]]
[6.5 5.5 4.5]
```

El resultado de `nonzero()` se puede utilizar directamente para elegir los elementos con la notación de índices avanzados, y su transpuesta es un array donde cada elemento es un índice donde no se anula.

Existe la función `np.argwhere()` que es lo mismo que `np.transpose(np.nonzero(a))`.

Otra función que sirve para elegir elementos basados en alguna condición es `np.compress(condition, a, axis=None, out=None)` que acepta un array unidimensional como condición

```
c2 = np.ravel(c1)
print(c2)
print(np.compress(c2,y))
```

```
[False False False False False False  True  True  True False False False]
[6.5 5.5 4.5]
```

La función `extract` es equivalente a convertir los dos vectores (condición y datos) a una dimensión (`ravel`) y luego aplicar `compress`

```
np.extract(c1, y)
```

```
array([6.5, 5.5, 4.5])
```

11.6.4 Función `where`

La función `where` permite operar condicionalmente sobre algunos elementos. Por ejemplo, si queremos convolucionar el vector `y` con un escalón localizado en la región `[2, 8]`:

```
np.where((y > 2) & (y < 8) , y, 0)
```

```
array([[0. , 0. , 0. , 0. ],
       [0. , 7.5, 6.5, 5.5],
       [4.5, 3.5, 2.5, 0. ]])
```

Por ejemplo, para implementar la función de Heaviside

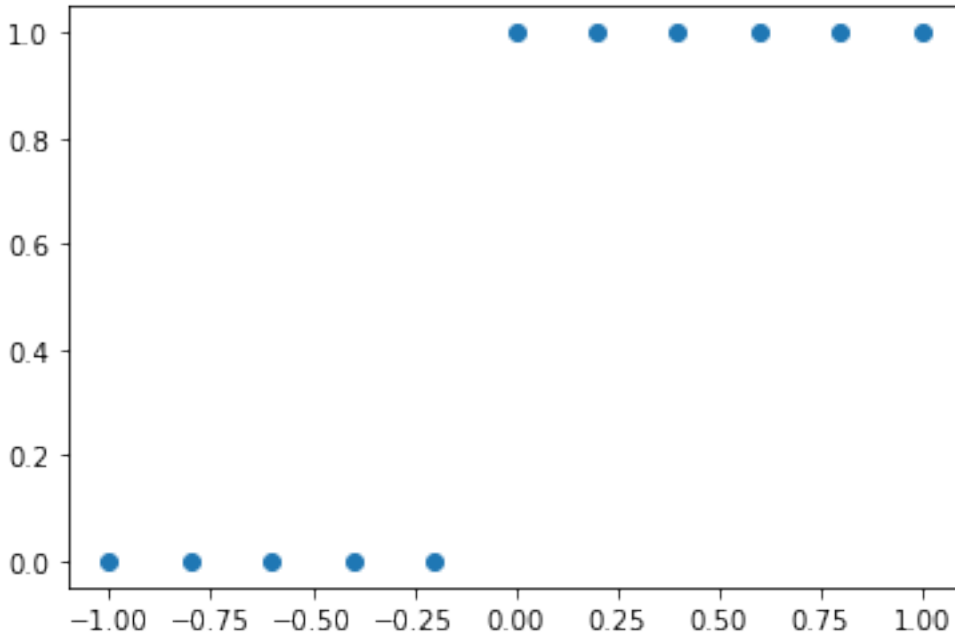
```
import matplotlib.pyplot as plt

def H(x):
    return np.where(x < 0, 0, 1)
x = np.linspace(-1,1,11)
H(x)
```

```
array([0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1])
```

```
plt.plot(x,H(x), 'o')
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7fb489fa5a10>]
```



11.7 Extensión de las dimensiones (*Broadcasting*)

Vimos que en **Numpy** las operaciones (y comparaciones) se realizan elemento a elemento. Sin embargo usamos expresiones del tipo `y > 4` donde comparamos un `ndarray` con un escalar. En este caso, lo que hace **Numpy** es extender automáticamente el escalar a un array de las mismas dimensiones que `y`

```
4 -> 4*np.ones(y.shape)
```

Hagamos esto explícitamente

```
y
```

```
array([[12.5, 11.5, 10.5,  9.5],
       [ 8.5,  7.5,  6.5,  5.5],
       [ 4.5,  3.5,  2.5,  1.5]])
```

```
y4 = 4*np.ones(y.shape)
np.all((y > y4) == (y > 4)) # np.all devuelve True si **TODOS** los elementos son
↪ iguales
```

```
True
```

De la misma manera, hay veces que podemos operar sobre arrays de distintas dimensiones

```
y4
```

```
array([[4., 4., 4., 4.],
       [4., 4., 4., 4.],
       [4., 4., 4., 4.]])
```

```
y + y4
```

```
array([[16.5, 15.5, 14.5, 13.5],
       [12.5, 11.5, 10.5,  9.5],
       [ 8.5,  7.5,  6.5,  5.5]])
```

```
y + 4
```

```
array([[16.5, 15.5, 14.5, 13.5],
       [12.5, 11.5, 10.5,  9.5],
       [ 8.5,  7.5,  6.5,  5.5]])
```

Como vemos eso es igual a `y + 4*np.ones(y.shape)`. En general, si Numpy puede transformar los arreglos para que todos tengan el mismo tamaño, lo hará en forma automática.

Las reglas de la extensión automática son:

1. La extensión se realiza por dimensión. Dos dimensiones son compatibles si son iguales o una de ellas es 1.
2. Si los dos arrays difieren en el número de dimensiones, el que tiene menor dimensión se llena con 1 (unos) en el primer eje.

Veamos algunos ejemplos:

```
x = np.arange(0,40,10)
xx = x.reshape(4,1)
y = np.arange(3)
```

```
print(x.shape, xx.shape, y.shape)
```

```
(4,) (4, 1) (3,)
```

```
print(xx)
```

```
[[ 0]
 [10]
 [20]
 [30]]
```

```
print(y)
```

```
[0 1 2]
```

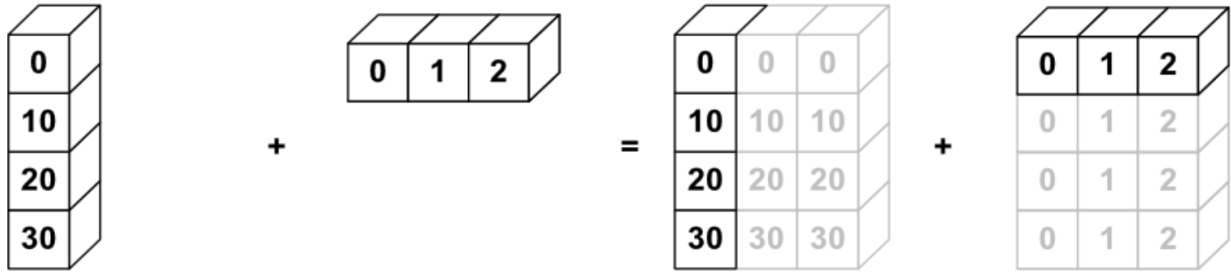
```
print(xx+y)
```

```
[[ 0  1  2]
 [10 11 12]
 [20 21 22]
 [30 31 32]]
```

Lo que está pasando es algo así como:

- `xx -> xxx`
- `y -> yyy`

- $xx + y \rightarrow xxx + yyy$



donde xxx , yyy son versiones extendidas de los vectores originales:

```
xxx = np.tile(xx, (1, y.size))
yyy = np.tile(y, (xx.size, 1))
```

```
print(xxx)
```

```
[[ 0  0  0]
 [10 10 10]
 [20 20 20]
 [30 30 30]]
```

```
print(yyy)
```

```
[[0 1 2]
 [0 1 2]
 [0 1 2]
 [0 1 2]]
```

```
print(xxx + yyy)
```

```
[[ 0  1  2]
 [10 11 12]
 [20 21 22]
 [30 31 32]]
```

11.8 Unir (o concatenar) *arrays*

Si queremos unir dos *arrays* para formar un tercer *array* **Numpy** tiene una función llamada `concatenate`, que recibe una secuencia de arrays y devuelve su unión a lo largo de un eje.

11.8.1 Apilamiento vertical

```
a = np.array([[1, 2], [3, 4]])
b = np.array([[5, 6], [7, 8], [9, 10]])
print('a=\n', a)
print('b=\n', b)
```

```
a=
[[1 2]
 [3 4]]
b=
[[ 5  6]
 [ 7  8]
 [ 9 10]]
```

```
# El eje 0 es el primero, y corresponde a apilamiento vertical
np.concatenate((a, b), axis=0)
```

```
array([[ 1,  2],
       [ 3,  4],
       [ 5,  6],
       [ 7,  8],
       [ 9, 10]])
```

```
np.concatenate((a, b))          # axis=0 es el default
```

```
array([[ 1,  2],
       [ 3,  4],
       [ 5,  6],
       [ 7,  8],
       [ 9, 10]])
```

```
np.vstack((a, b))              # Une siempre verticalmente (primer eje)
```

```
array([[ 1,  2],
       [ 3,  4],
       [ 5,  6],
       [ 7,  8],
       [ 9, 10]])
```

Veamos cómo utilizar esto cuando tenemos más dimensiones.

```
c = np.array([[[1, 2], [3, 4]], [[-1, -2], [-3, -4]]])
d = np.array([[[5, 6], [7, 8]], [[9, 10], [-5, -6]], [[-7, -8], [-9, -10]]])
print('c: shape={} \n'.format(c.shape), c)
print('\nd: shape={} \n'.format(d.shape), d)
```

```
c: shape=(2, 2, 2)
[[[ 1  2]
  [ 3  4]]

 [[-1 -2]
  [-3 -4]]]

d: shape=(3, 2, 2)
[[[ 5  6]
  [ 7  8]]

 [[ 9 10]
  [-5 -6]]]
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```
[[ -7  -8]
 [ -9 -10]]]
```

Como tienen todas las dimensiones iguales, excepto la primera, podemos concatenarlos a lo largo del eje 0 (verticalmente)

```
np.vstack((c,d))
```

```
array([[ 1,  2],
       [ 3,  4]],

      [[-1, -2],
       [-3, -4]],

      [[ 5,  6],
       [ 7,  8]],

      [[ 9, 10],
       [-5, -6]],

      [[-7, -8],
       [-9, -10]])]
```

```
e=np.concatenate((c,d),axis=0)
```

```
print(e.shape)
print(e)
```

```
(5, 2, 2)
[[[ 1  2]
  [ 3  4]]

 [[-1 -2]
  [-3 -4]]

 [[ 5  6]
  [ 7  8]]

 [[ 9 10]
  [-5 -6]]

 [[-7 -8]
  [-9 -10]]]
```

11.8.2 Apilamiento horizontal

Si tratamos de concatenar `a` y `b` a lo largo de otro eje vamos a recibir un error porque la forma de los `arrays` no es compatible.

```
b.T
```

```
array([[ 5,  7,  9],
       [ 6,  8, 10]])
```

```
print(a.shape, b.shape, b.T.shape)
```

```
(2, 2) (3, 2) (2, 3)
```

```
np.concatenate((a, b.T), axis=1)
```

```
array([[ 1,  2,  5,  7,  9],  
       [ 3,  4,  6,  8, 10]])
```

```
np.hstack((a,b.T)) # Como vstack pero horizontalmente
```

```
array([[ 1,  2,  5,  7,  9],  
       [ 3,  4,  6,  8, 10]])
```

11.9 Enumerate para ndarrays

Para iterables en **Python** existe la función `enumerate` que devuelve una tupla con el índice y el valor. En **Numpy** existe un iterador multidimensional llamado `ndenumerate()`

```
print(b)
```

```
[[ 5  6]  
 [ 7  8]  
 [ 9 10]]
```

```
for (i,j), x in np.ndenumerate(b):  
    print('x[{},{}] -> {}'.format(i,j,x))
```

```
x[0,0]->5  
x[0,1]->6  
x[1,0]->7  
x[1,1]->8  
x[2,0]->9  
x[2,1]->10
```

11.10 Generación de números aleatorios

Python tiene un módulo para generar números al azar, sin embargo vamos a utilizar el módulo de **Numpy** llamado `random`. Este módulo tiene funciones para generar números al azar siguiendo varias distribuciones más comunes. Veamos que hay en el módulo

```
dir(np.random)
```

```
['Generator',  
 'MT19937',  
 'PCG64',  
 'Philox',  
 'RandomState',
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

'SFC64',
'SeedSequence',
'__RandomState_ctor',
'__all__',
'__builtins__',
'__cached__',
'__doc__',
'__file__',
'__loader__',
'__name__',
'__package__',
'__path__',
'__spec__',
'__pickle__',
'absolute_import',
'beta',
'binomial',
'bit_generator',
'bounded_integers',
'bytes',
'chisquare',
'choice',
'common',
'default_rng',
'dirichlet',
'division',
'exponential',
'f',
'gamma',
'generator',
'geometric',
'get_state',
'gumbel',
'hypergeometric',
'laplace',
'logistic',
'lognormal',
'logseries',
'mt19937',
'mtrand',
'multinomial',
'multivariate_normal',
'negative_binomial',
'noncentral_chisquare',
'noncentral_f',
'normal',
'pareto',
'pcg64',
'permutation',
'philox',
'poisson',
'power',
'print_function',
'rand',
'randint',
'randn',
'random',

```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```
'random_integers',
'random_sample',
'rand',
'rayleigh',
'sample',
'seed',
'set_state',
'sfc64',
'shuffle',
'standard_cauchy',
'standard_exponential',
'standard_gamma',
'standard_normal',
'standard_t',
'test',
'triangular',
'uniform',
'vonmises',
'wald',
'weibull',
'zipf']
```

11.10.1 Distribución uniforme

Si elegimos números al azar con una distribución de probabilidad uniforme, la probabilidad de que el número elegido caiga en un intervalo dado es simplemente proporcional al tamaño del intervalo.

```
x= np.random.random((4,2))
y = np.random.random(8)
print(x)
```

```
[[0.77878726 0.88352463]
 [0.09660936 0.26329854]
 [0.09022693 0.50868008]
 [0.59441451 0.83330015]]
```

```
y
```

```
array([0.96525023, 0.46979077, 0.15988329, 0.02590613, 0.71784142,
       0.03085417, 0.04947806, 0.50099472])
```

```
help(np.random.random)
```

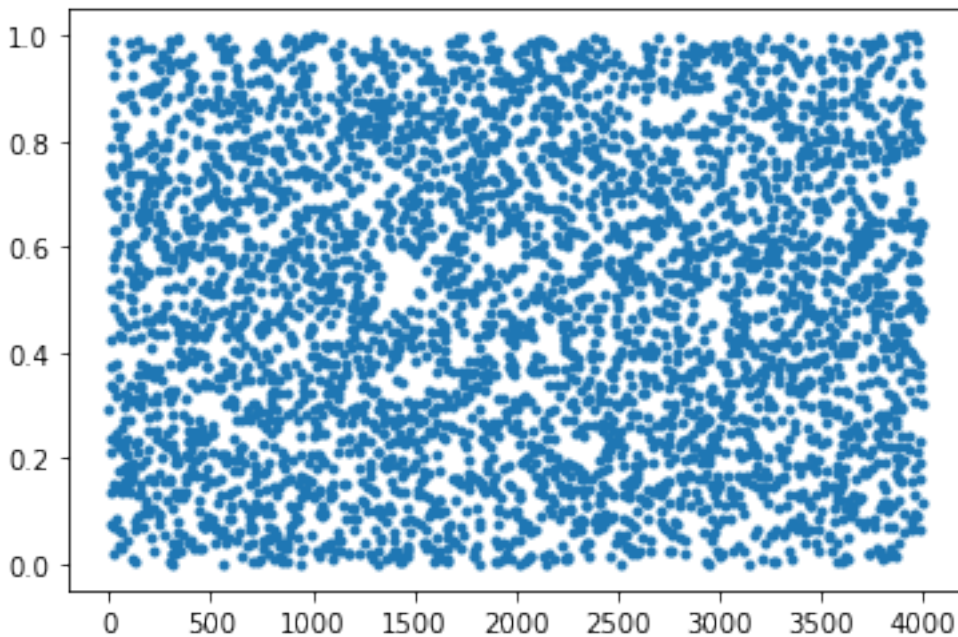
Help on built-in function random:

```
random(...) method of numpy.random.mtrand.RandomState instance
    random(size=None)
```

Return random floats in the half-open interval [0.0, 1.0). Alias for `random_sample` to ease forward-porting to the new random API.

Como se infiere de este resultado, la función `random` (o `random_sample`) nos da una distribución de puntos aleatorios entre 0 y 1, uniformemente distribuidos.

```
plt.plot(np.random.random(4000), '.')
plt.show()
```



```
help(np.random.uniform)
```

Help on built-in function uniform:

```
uniform(...) method of numpy.random.mtrand.RandomState instance
    uniform(low=0.0, high=1.0, size=None)
```

Draw samples from a uniform distribution.

Samples are uniformly distributed over the half-open interval `[low, high)` (includes low, but excludes high). In other words, any value within the given interval is equally likely to be drawn by *uniform*.

Parameters

```
low : float or array_like of floats, optional
    Lower boundary of the output interval. All values generated will be
    greater than or equal to low. The default value is 0.
high : float or array_like of floats
    Upper boundary of the output interval. All values generated will be
    less than high. The default value is 1.0.
size : int or tuple of ints, optional
    Output shape. If the given shape is, e.g., (m, n, k), then
    m * n * k samples are drawn. If size is None (default),
    a single value is returned if low and high are both scalars.
    Otherwise, np.broadcast(low, high).size samples are drawn.
```

Returns

```
-----
out : ndarray or scalar
      Drawn samples from the parameterized uniform distribution.

See Also
-----
randint : Discrete uniform distribution, yielding integers.
random_integers : Discrete uniform distribution over the closed
                  interval [low, high].
random_sample : Floats uniformly distributed over [0, 1).
random : Alias for random_sample.
rand : Convenience function that accepts dimensions as input, e.g.,
       rand(2,2) would generate a 2-by-2 array of floats,
       uniformly distributed over [0, 1).
```

Notes

The probability density function of the uniform distribution is

```
.. math:: p(x) = \frac{1}{b - a}
```

anywhere within the interval $[a, b]$, and zero elsewhere.

When $high == low$, values of low will be returned.
If $high < low$, the results are officially undefined
and may eventually raise an error, i.e. do not rely on this
function to behave when passed arguments satisfying that
inequality condition.

Examples

Draw samples from the distribution:

```
>>> s = np.random.uniform(-1,0,1000)
```

All values are within the given interval:

```
>>> np.all(s >= -1)
True
>>> np.all(s < 0)
True
```

Display the histogram of the samples, along with the
probability density function:

```
>>> import matplotlib.pyplot as plt
>>> count, bins, ignored = plt.hist(s, 15, density=True)
>>> plt.plot(bins, np.ones_like(bins), linewidth=2, color='r')
>>> plt.show()
```

11.10.2 Distribución normal (Gaussiana)

Una distribución de probabilidad normal tiene la forma Gaussiana

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

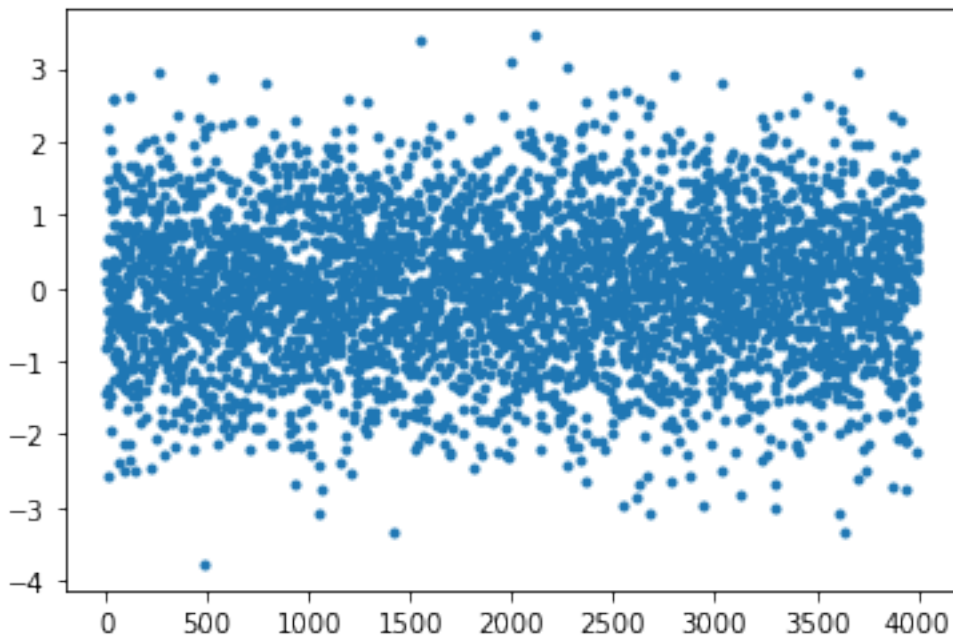
En **Numpy** la función que nos da elementos con esa distribución de probabilidad es:

```
np.random.normal(loc=0.0, scale=1.0, size=None)
```

donde: - `loc` es la posición del máximo (valor medio) - `scale` es el ancho de la distribución - `size` es el número de puntos a calcular (o forma)

```
z = np.random.normal(size=4000)
```

```
plt.plot(z, '.')
plt.show()
```



```
np.random.normal(size=(3,5))
```

```
array([[ -0.50819971,  0.39541277, -0.42435484,  1.436731  , -1.6231248 ],
       [  0.1785728 ,  0.27730798, -2.12114776,  2.27803301, -0.23488334],
       [ -2.54623689,  1.30979596,  0.38841641,  0.10824249,  0.70373435]])
```

11.10.3 Histogramas

Para visualizar los números generados y comparar su ocurrencia con la distribución de probabilidad vamos a generar histogramas usando *Numpy* y *Matplotlib*

```
h,b = np.histogram(z, bins=20)
```

b

```
array([-3.77072208, -3.40965446, -3.04858684, -2.68751921, -2.32645159,
       -1.96538397, -1.60431635, -1.24324873, -0.88218111, -0.52111349,
       -0.16004587,  0.20102175,  0.56208937,  0.92315699,  1.28422461,
        1.64529223,  2.00635985,  2.36742747,  2.72849509,  3.08956271,
        3.45063034])
```

h

```
array([ 1,  5,  9, 22, 64, 128, 213, 302, 397, 516, 587, 567, 481,
       304, 223, 107, 48, 16,  8,  2])
```

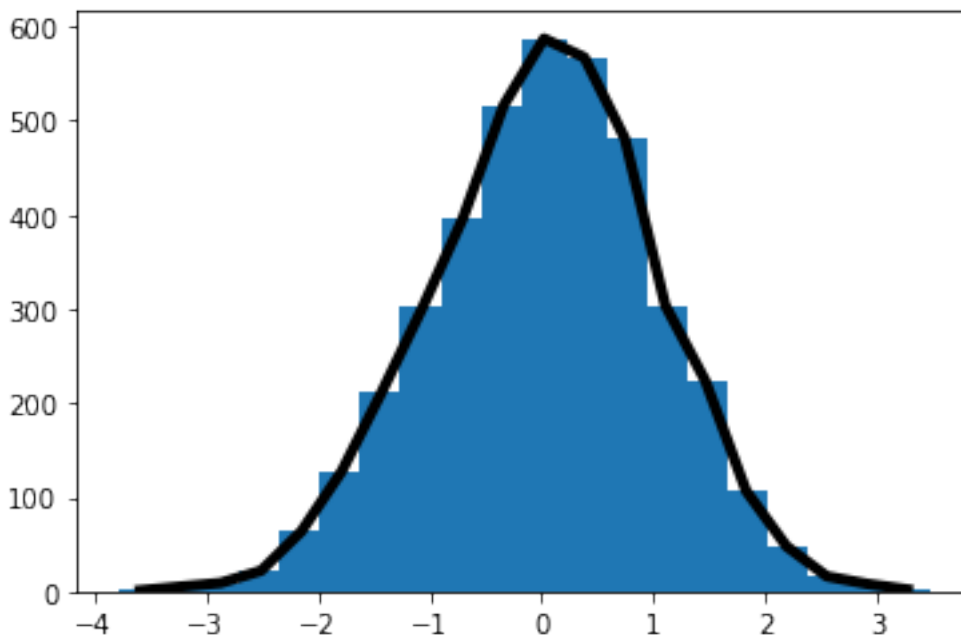
b.size, h.size

(21, 20)

La función retorna b: los límites de los intervalos en el eje x y h las alturas

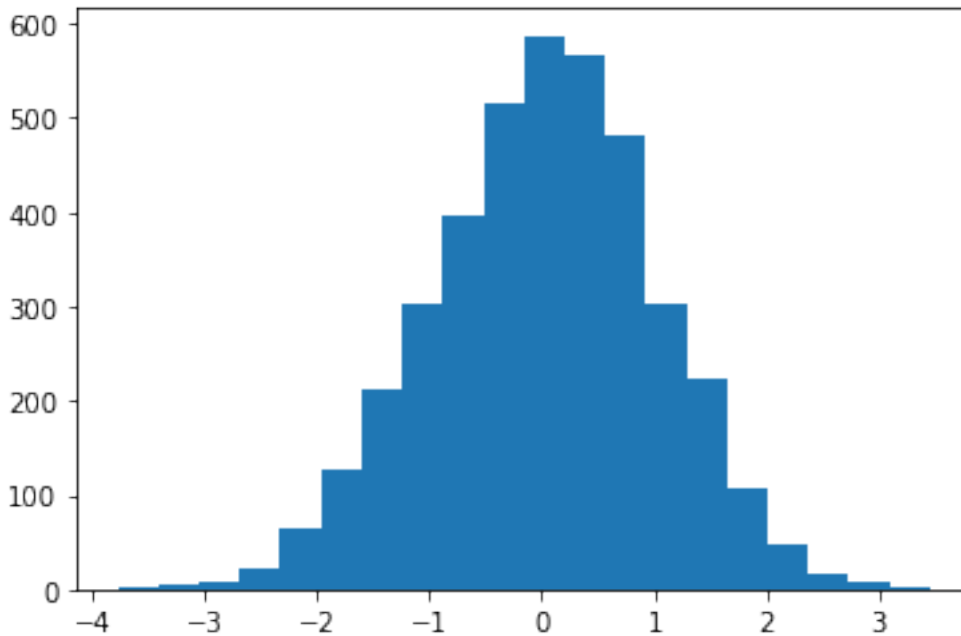
```
x = (b[1:] + b[:-1])/2
```

```
plt.bar(x,h, align="center", width=0.4)
plt.plot(x,h, 'k', lw=4)
plt.show()
```



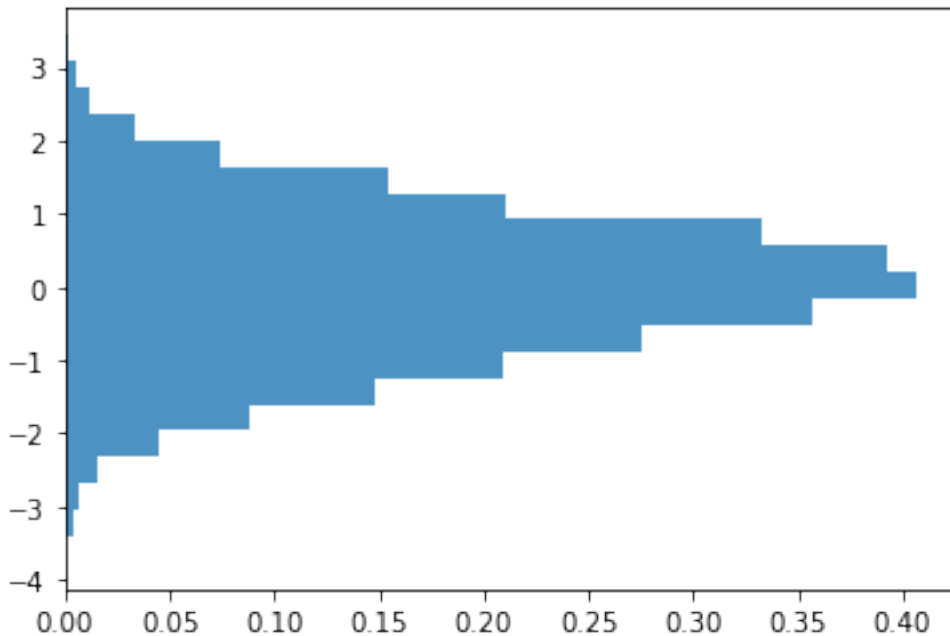
Matplotlib tiene una función similar, que directamente realiza el gráfico

```
h1, b1, p1 = plt.hist(z, bins=20)
#x1 = (b1[:-1] + b1[1:])/2
#plt.plot(x1, h1, '-k', lw=4)
plt.show()
```



Veamos otro ejemplo, agregando algún otro argumento opcional

```
plt.hist(z, bins=20, density=True, orientation='horizontal', alpha=0.8, histtype=
→ 'stepfilled')
plt.show()
```



En este último ejemplo, cambiamos la orientación a `horizontal` y además normalizamos los resultados, de manera tal que la integral bajo (a la izquierda de, en este caso) la curva sea igual a 1.

11.10.4 Distribución binomial

Cuando ocurre un evento que puede tener sólo dos resultados (verdadero, con probabilidad p , y falso con probabilidad $(1 - p)$) y lo repetimos N veces, la probabilidad de obtener el resultado con probabilidad p es

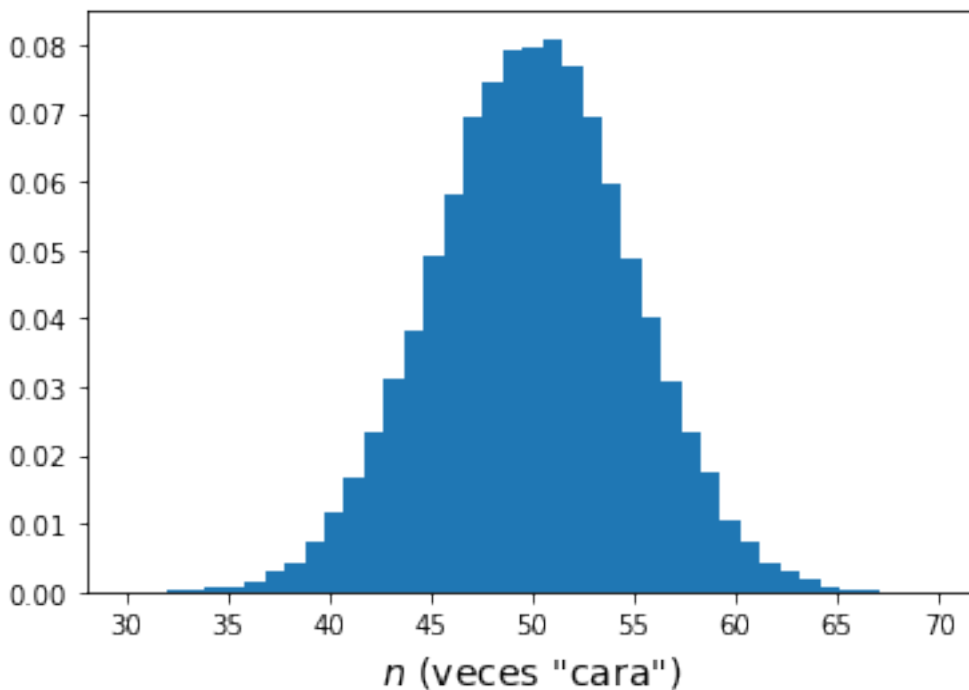
$$P(n) = \binom{N}{n} p^n (1 - p)^{N-n},$$

Para elegir números al azar con esta distribución de probabilidad **Numpy** tiene la función `binomial`, cuyo primer argumento es N y el segundo p . Por ejemplo si tiramos una moneda 100 veces, y queremos saber cuál es la probabilidad de obtener cara n veces podemos usar:

```
zb = np.random.binomial(100,0.5,size=30000)
```

```
plt.hist(zb, bins=41, density=True, range=(30,70))
plt.xlabel('$n$ (veces "cara")')
```

```
Text(0.5, 0, '$n$ (veces "cara")')
```



```
help(np.random.binomial)
```

Help on built-in function binomial:

```
binomial(...) method of numpy.random.mtrand.RandomState instance
    binomial(n, p, size=None)
```

Draw samples from a binomial distribution.

Samples are drawn from a binomial distribution with specified parameters, n trials and p probability of success where n an integer ≥ 0 and p is in the interval $[0,1]$. (n may be

input as a float, but it is truncated to an integer in use)

Parameters

n : int or array_like of ints
 Parameter of the distribution, ≥ 0 . Floats are also accepted, but they will be truncated to integers.

p : float or array_like of floats
 Parameter of the distribution, ≥ 0 and ≤ 1 .

size : int or tuple of ints, optional
 Output shape. If the given shape is, e.g., (m, n, k), then $m * n * k$ samples are drawn. If size is None (default), a single value is returned if n and p are both scalars. Otherwise, `np.broadcast(n, p).size` samples are drawn.

Returns

out : ndarray or scalar
 Drawn samples from the parameterized binomial distribution, where each sample is equal to the number of successes over the n trials.

See Also

`scipy.stats.binom` : probability density function, distribution or cumulative density function, etc.

Notes

The probability density for the binomial distribution is

$$.. \text{math:: } P(N) = \text{binom}\{n\}\{N\}p^N(1-p)^{n-N},$$

where n is the number of trials, p is the probability of success, and N is the number of successes.

When estimating the standard error of a proportion in a population by using a random sample, the normal distribution works well unless the product $p*n \leq 5$, where p = population proportion estimate, and n = number of samples, in which case the binomial distribution is used instead. For example, a sample of 15 people shows 4 who are left handed, and 11 who are right handed. Then $p = 4/15 = 27\%$. $0.27*15 = 4$, so the binomial distribution should be used in this case.

References

- .. [1] Dalgaard, Peter, "Introductory Statistics with R", Springer-Verlag, 2002.
- .. [2] Glantz, Stanton A. "Primer of Biostatistics.", McGraw-Hill, Fifth Edition, 2002.
- .. [3] Lentner, Marvin, "Elementary Applied Statistics", Bogden and Quigley, 1972.
- .. [4] Weisstein, Eric W. "Binomial Distribution." From MathWorld--A Wolfram Web Resource.
<http://mathworld.wolfram.com/BinomialDistribution.html>

```
.. [5] Wikipedia, "Binomial distribution",  
      https://en.wikipedia.org/wiki/Binomial\_distribution
```

Examples

Draw samples from the distribution:

```
>>> n, p = 10, .5 # number of trials, probability of each trial  
>>> s = np.random.binomial(n, p, 1000)  
# result of flipping a coin 10 times, tested 1000 times.
```

A real world example. A company drills 9 wild-cat oil exploration wells, each with an estimated probability of success of 0.1. All nine wells fail. What is the probability of that happening?

Let's do 20,000 trials of the model, and count the number that generate zero positive results.

```
>>> sum(np.random.binomial(9, 0.1, 20000) == 0)/20000.  
# answer = 0.38885, or 38%.
```

Este gráfico ilustra la probabilidad de obtener n veces un lado (cara) si tiramos 100 veces una moneda, como función de n .

Clase 11: Introducción al paquete Scipy

El paquete **Scipy** es una colección de algoritmos y funciones construida sobre **Numpy** para facilitar cálculos y actividades relacionadas con el trabajo técnico/científico.

12.1 Una mirada rápida a Scipy

La ayuda de `scipy` contiene (con `help(scipy)` entre otras cosas)

```
Contents
-----
SciPy imports all the functions from the NumPy namespace, and in
addition provides:

Subpackages
-----
Using any of these subpackages requires an explicit import.  For example,
``import scipy.cluster``.

::

cluster          --- Vector Quantization / Kmeans
fftpack           --- Discrete Fourier Transform algorithms
integrate         --- Integration routines
interpolate       --- Interpolation Tools
io                --- Data input and output
linalg            --- Linear algebra routines
linalg.blas       --- Wrappers to BLAS library
linalg.lapack     --- Wrappers to LAPACK library
misc              --- Various utilities that don't have
                    another home.
ndimage           --- n-dimensional image package
odr               --- Orthogonal Distance Regression
optimize          --- Optimization Tools
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```
signal          --- Signal Processing Tools
sparse          --- Sparse Matrices
sparse.linalg   --- Sparse Linear Algebra
sparse.linalg.dsolve --- Linear Solvers
sparse.linalg.dsolve.umfpack --- :Interface to the UMFPACK library:
                                Conjugate Gradient Method (LOBPCG)
sparse.linalg.eigen --- Sparse Eigenvalue Solvers
sparse.linalg.eigen.lobpcg --- Locally Optimal Block Preconditioned
                                Conjugate Gradient Method (LOBPCG)
spatial         --- Spatial data structures and algorithms
special         --- Special functions
stats           --- Statistical Functions
```

Más información puede encontrarse en la [documentación oficial de Scipy](#)

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
```

12.2 Funciones especiales

En el submódulo `scipy.special` están definidas un número de funciones especiales. Una lista general de las funciones definidas (De cada tipo hay varias funciones) es:

- Airy functions
- Elliptic Functions and Integrals
- Bessel Functions
- Struve Functions
- Raw Statistical Functions
- Information Theory Functions
- Gamma and Related Functions
- Error Function and Fresnel Integrals
- Legendre Functions
- Ellipsoidal Harmonics
- Orthogonal polynomials
- Hypergeometric Functions
- Parabolic Cylinder Functions
- Mathieu and Related Functions
- Spheroidal Wave Functions
- Kelvin Functions
- Combinatorics
- Other Special Functions
- Convenience Functions

```
from scipy import special
```

12.2.1 Funciones de Bessel

Las funciones de Bessel son soluciones de la ecuación diferencial:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - \nu^2)y = 0.$$

Para valores enteros de ν se trata de una familia de funciones que aparecen como soluciones de problemas de propagación de ondas en problemas con simetría cilíndrica.

```
np.info(special.jv)
```

```
jv(x1, x2, /, out=None, *, where=True, casting='same_kind', order='K',
    dtype=None, subok=True[, signature, extobj])
```

```
jv(v, z)
```

Bessel function of the first kind of real order and complex argument.

Parameters

```
v : array_like
    Order (float).
z : array_like
    Argument (float or complex).
```

Returns

```
J : ndarray
    Value of the Bessel function,  $J_\nu(z)$ .
```

Notes

For positive v values, the computation is carried out using the AMOS [\[1\]](#) `zbesj` routine, which exploits the connection to the modified Bessel function I_ν ,

```
.. math::
    J_\nu(z) = \exp(v\pi i/2) I_\nu(-i z) \text{quad } (\text{Im } z > 0)

    J_\nu(z) = \exp(-v\pi i/2) I_\nu(i z) \text{quad } (\text{Im } z < 0)
```

For negative v values the formula,

```
.. math:: J_{\{-v\}}(z) = J_\nu(z) \cos(\pi \nu) - Y_\nu(z) \sin(\pi \nu)
```

is used, where $Y_\nu(z)$ is the Bessel function of the second kind, computed using the AMOS routine `zbesy`. Note that the second term is exactly zero for integer v ; to improve accuracy the second term is explicitly omitted for v values such that $v = \text{floor}(v)$.

Not to be confused with the spherical Bessel functions (see `spherical_jn`).

See also

jve : J_v with leading exponential behavior stripped off.
 spherical_jn : spherical Bessel functions.

References

.. [1] Donald E. Amos, "AMOS, A Portable Package for Bessel Functions
 of a Complex Argument and Nonnegative Order",
<http://netlib.org/amos/>

```
np.info(special.jn_zeros)
```

```
jn_zeros(n, nt)
```

Compute zeros of integer-order Bessel function $J_n(x)$.

Parameters

n : int
 Order of Bessel function
 nt : int
 Number of zeros to **return**

References

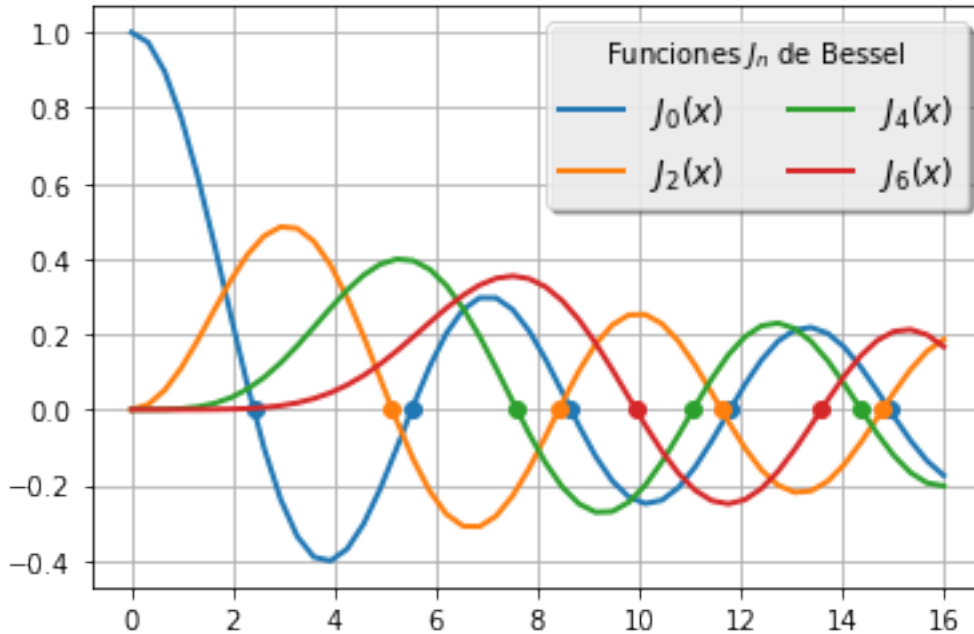
.. [1] Zhang, Shanjie and Jin, Jianming. "Computation of Special
 Functions", John Wiley and Sons, 1996, chapter 5.
[https://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/f_src/special_functions/special_functions.](https://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/f_src/special_functions/special_functions.html)
 ↪html

```
# Ceros de la función de Bessel
# Los tres primeros valores de x en los cuales se anula la función de Bessel de orden_
↪4.
special.jn_zeros(4,3)
```

```
array([ 7.58834243, 11.06470949, 14.37253667])
```

```
x = np.linspace(0, 16, 50)
for n in range(0,8,2):
    p= plt.plot(x, special.jn(n, x), label='$J_{%d}(x)$'.format(n))
    z = special.jn_zeros(n, 6)
    z = z[z < 15]
    plt.plot(z, np.zeros(z.size), 'o', color= p[0].get_color())

plt.legend(title='Funciones $J_n$ de Bessel', ncol=2);
plt.grid(True)
```



```
# jn es otro nombre para jv
print(special.jn == special.jv)
print(special.jn is special.jv)
```

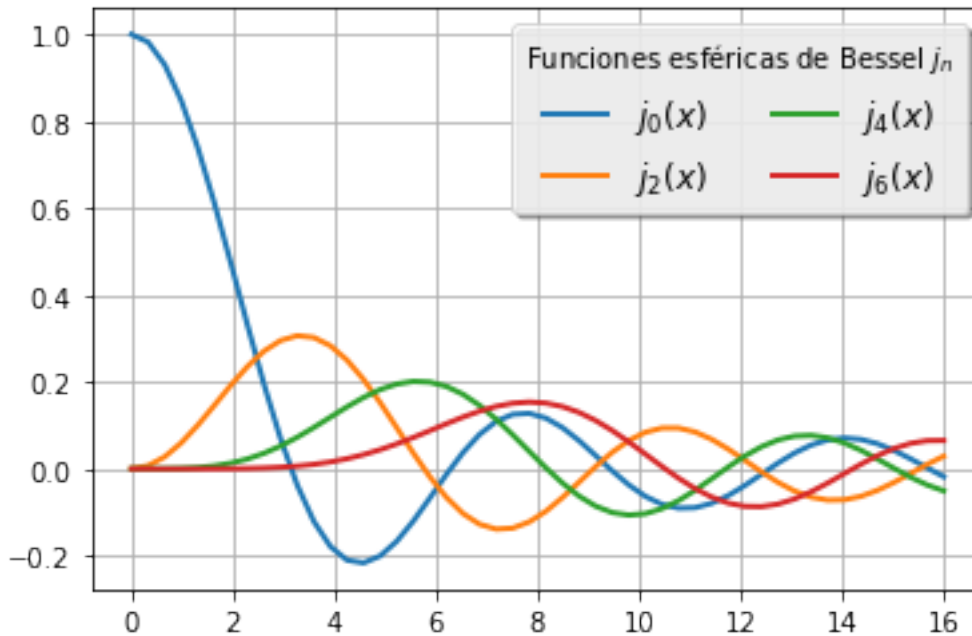
```
True
True
```

Como vemos, hay funciones para calcular funciones de Bessel. Aquí mostramos los órdenes enteros pero también se pueden utilizar órdenes ν reales. La lista de funciones de Bessel (puede obtenerse de la ayuda sobre `scipy.special`) es:

- Bessel Functions
- Zeros of Bessel Functions
- Faster versions of common Bessel Functions
- Integrals of Bessel Functions
- Derivatives of Bessel Functions
- Spherical Bessel Functions
- Riccati-Bessel Functions

Por ejemplo, podemos calcular las funciones esféricas de Bessel, que aparecen en problemas con simetría esférica:

```
x = np.linspace(0, 16, 50)
for n in range(0, 7, 2):
    p = plt.plot(x, special.spherical_jn(n, x), label='$j_{\{n\}}(x)$'.format(n))
plt.legend(title='Funciones esféricas de Bessel $j_n$', ncol=2);
plt.grid(True)
```



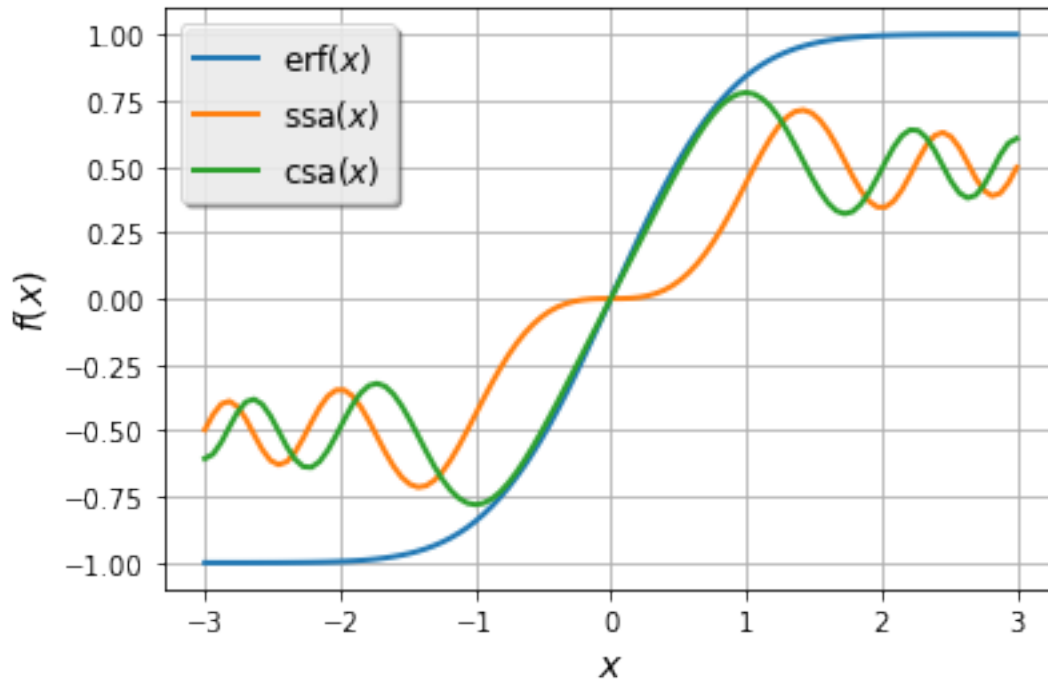
12.2.2 Función Error

La función error es el resultado de integrar una función Gaussiana

$$\operatorname{erf} z = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt,$$

mientras que las integrales seno y coseno de Fresnel están definidas por: **`\begin{align*} \operatornamename{ssa} = \int_0^z \sin(\pi/2 t^2) \mathrm{d} t \quad \operatornamename{csa} = \int_0^z \cos(\pi/2 t^2) \mathrm{d} t \end{align*}`**

```
x = np.linspace(-3, 3, 100)
f = special.fresnel(x)
plt.plot(x, special.erf(x), '-', label=r'$\operatorname{erf}(x)$')
plt.plot(x, f[0], '-', label=r'$\operatorname{ssa}(x)$')
plt.plot(x, f[1], '-', label=r'$\operatorname{csa}(x)$')
plt.xlabel('$x$')
plt.ylabel('$f(x)$')
plt.legend(loc='best')
plt.grid(True)
```

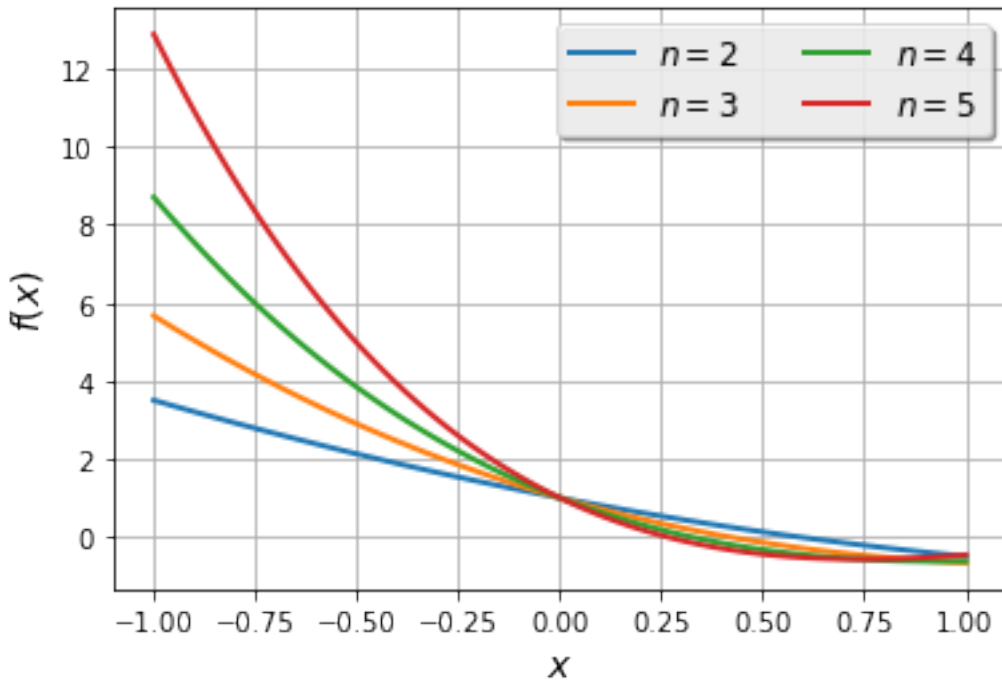
12.2.3 Evaluación de polinomios ortogonales

Scipy.special tiene funciones para evaluar eficientemente polinomios ortogonales

Por ejemplo si queremos, evaluar los polinomios de Laguerre, solución de la ecuación diferencial:

$$x \frac{d^2}{dx^2} L_n + (1 - x) \frac{d}{dx} L_n + n L_n = 0$$

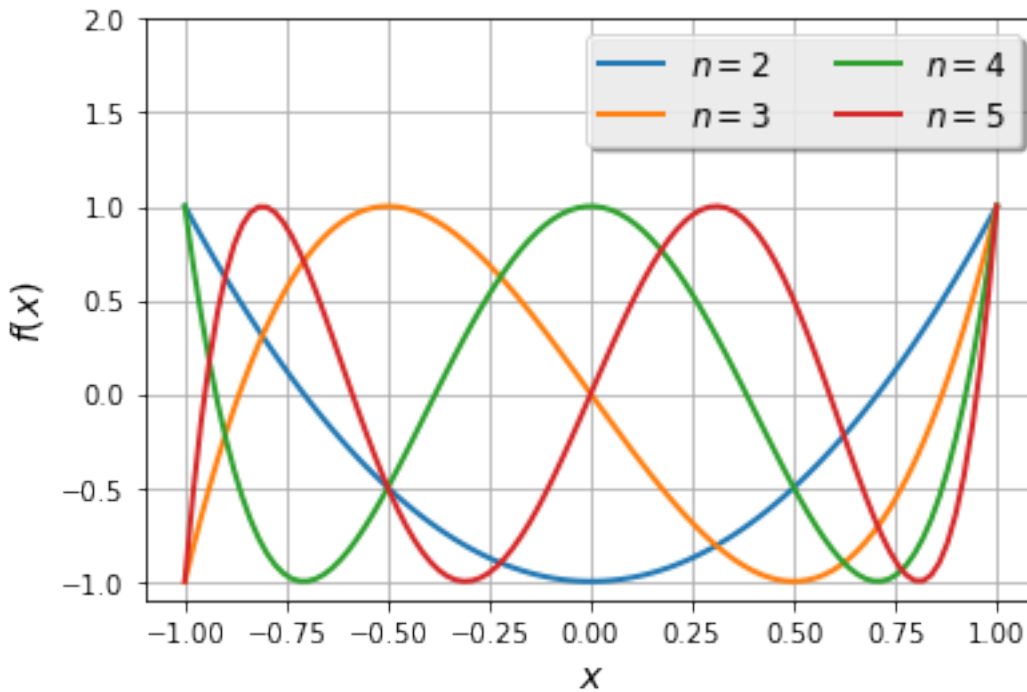
```
x = np.linspace(-1, 1, 100)
for n in range(2, 6):
    plt.plot(x, special.eval_laguerre(n, x), '-', label=r'$n={}$'.format(n))
plt.xlabel('$x$')
plt.ylabel('$f(x)$')
plt.legend(loc='best', ncol=2)
plt.grid(True)
```



Los polinomios de Chebyshev son solución de

$$(1 - x^2) \frac{d^2}{dx^2} T_n - x \frac{d}{dx} T_n + n^2 T_n = 0$$

```
x = np.linspace(-1, 1, 100)
for n in range(2, 6):
    plt.plot(x, special.eval_chebyt(n, x), '-', label=r'$n={}$'.format(n))
plt.xlabel('$x$')
plt.ylabel('$f(x)$')
plt.legend(loc='best', ncol=2)
plt.ylim((-1.1, 2))
plt.grid(True)
```



12.2.4 Factorial, permutaciones y combinaciones

Hay funciones para calcular varias funciones relacionadas con combinatoria

La función `comb()` da el número de maneras de elegir k de un total de N elementos. Sin repeticiones está dada por:

$$\frac{N!}{k!(N-k)!}$$

mientras que si cada elemento puede repetirse, la fórmula es:

$$\frac{(N+k-1)!}{k!(N-1)!}$$

```
N = 10
k = np.arange(2, 4)
```

```
special.comb(N, k)
```

```
array([ 45., 120.])
```

```
# Si usamos exact=True, k no puede ser un array
special.comb(N, 3, exact=True)
```

```
120
```

```
special.comb(N, k, repetition=True)
```

```
array([ 55., 220.])
```

El número de permutaciones se obtiene con la función `perm()`, y está dado por:

$$\frac{N!}{(N-k)!}$$

```
special.perm(N,k)
```

```
array([ 90., 720.])
```

que corresponde a:

$$\frac{10!}{(10-3)!} = 10 \cdot 9 \cdot 8$$

Los números factorial ($N!$) y doble factorial ($N!!$) son:

```
N= np.array([3,6,8])
print("{}! = {}".format(N, special.factorial(N)))
print("{}!! = {}".format(N, special.factorial2(N)))
```

```
[3 6 8]! = [6.000e+00 7.200e+02 4.032e+04]
[3 6 8]!! = [ 3.  48. 384.]
```

12.3 Integración numérica

Scipy tiene rutinas para integrar numéricamente funciones o tablas de datos. Por ejemplo para integrar funciones en la forma:

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

la función más utilizada es `quad`, que llama a distintas rutinas del paquete **QUADPACK** dependiendo de los argumentos que toma. Entre los aspectos más notables está la posibilidad de elegir una función de peso entre un conjunto definido de funciones, y la posibilidad de elegir un dominio de integración finito o infinito.

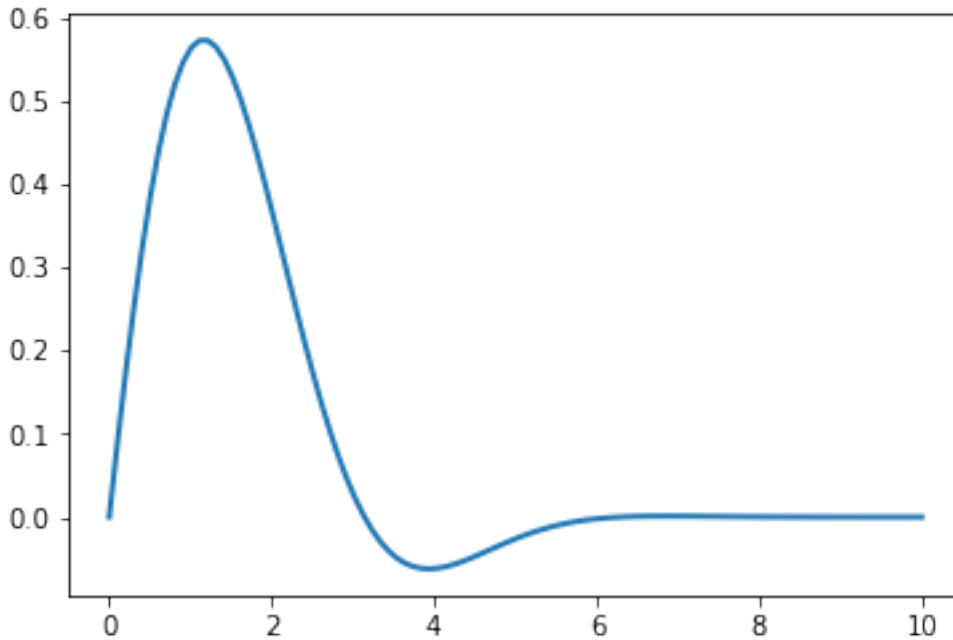
```
from scipy import integrate
```

```
x = np.linspace(0., 10, 100)
```

```
def f1(x):
    return np.sin(x)*np.exp(-np.square(x+1)/10)
```

```
plt.plot(x, f1(x))
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7f8f99ffb4d0>]
```



```
integrate.quad(f1,0,1)
```

```
(0.34858491873298725, 3.870070028144515e-15)
```

```
np.info(integrate.quad)
```

```
quad(func, a, b, args=(), full_output=0, epsabs=1.49e-08, epsrel=1.49e-08,
    limit=50, points=None, weight=None, wvar=None, wopts=None, maxpl=50,
    limlst=50)
```

Compute a definite integral.

Integrate *func* from *a* to *b* (possibly infinite interval) using a technique from the Fortran library QUADPACK.

Parameters

func : {function, `scipy.LowLevelCallable`}

A Python function or method to integrate. If *func* takes many arguments, it is integrated along the axis corresponding to the first argument.

If the user desires improved integration performance, then *f* may be a `scipy.LowLevelCallable` with one of the signatures::

```
double func(double x)
double func(double x, void user_data)
double func(int n, double *xx)
double func(int n, double *xx, void *user_data)
```

The ```user_data``` is the data contained in the ```scipy.LowLevelCallable```. In the call forms with ```xx```, ```n``` is the length of the ```xx```

array which contains ``xx[0] == x`` and the rest of the items are numbers contained in the ``args`` argument of quad.

In addition, certain ctypes call signatures are supported for backward compatibility, but those should not be used in new code.

```
a : float
    Lower limit of integration (use -numpy.inf for -infinity).
b : float
    Upper limit of integration (use numpy.inf for +infinity).
args : tuple, optional
    Extra arguments to pass to `func`.
full_output : int, optional
    Non-zero to return a dictionary of integration information.
    If non-zero, warning messages are also suppressed and the
    message is appended to the output tuple.
```

Returns

```
-----
y : float
    The integral of func from `a` to `b`.
abserr : float
    An estimate of the absolute error in the result.
infodict : dict
    A dictionary containing additional information.
    Run scipy.integrate.quad_explain() for more information.
message
    A convergence message.
explain
    Appended only with 'cos' or 'sin' weighting and infinite
    integration limits, it contains an explanation of the codes in
    infodict['ierlst']
```

Other Parameters

```
-----
epsabs : float or int, optional
    Absolute error tolerance.
epsrel : float or int, optional
    Relative error tolerance.
limit : float or int, optional
    An upper bound on the number of subintervals used in the adaptive
    algorithm.
points : (sequence of floats,ints), optional
    A sequence of break points in the bounded integration interval
    where local difficulties of the integrand may occur (e.g.,
    singularities, discontinuities). The sequence does not have
    to be sorted.
weight : float or int, optional
    String indicating weighting function. Full explanation for this
    and the remaining arguments can be found below.
wvar : optional
    Variables for use with weighting functions.
wopts : optional
    Optional input for reusing Chebyshev moments.
maxpl : float or int, optional
```

An upper bound on the number of Chebyshev moments.
 limlst : int, optional
 Upper bound on the number of cycles (≥ 3) for use with a sinusoidal weighting and an infinite end-point.

See Also

 dblquad : double integral
 tplquad : triple integral
 nquad : n-dimensional integrals (uses `quad` recursively)
 fixed_quad : fixed-order Gaussian quadrature
 quadrature : adaptive Gaussian quadrature
 odeint : ODE integrator
 ode : ODE integrator
 simps : integrator for sampled data
 romb : integrator for sampled data
 scipy.special : for coefficients and roots of orthogonal polynomials

Notes

***Extra information for quad() inputs and outputs**

If full_output is non-zero, then the third output argument (infodict) is a dictionary with entries as tabulated below. For infinite limits, the range is transformed to (0,1) and the optional outputs are given with respect to this transformed range. Let M be the input argument limit and let K be infodict['last']. The entries are:

'neval'
 The number of function evaluations.
 'last'
 The number, K, of subintervals produced in the subdivision process.
 'alist'
 A rank-1 array of length M, the first K elements of which are the left end points of the subintervals in the partition of the integration range.
 'blist'
 A rank-1 array of length M, the first K elements of which are the right end points of the subintervals.
 'rlist'
 A rank-1 array of length M, the first K elements of which are the integral approximations on the subintervals.
 'elist'
 A rank-1 array of length M, the first K elements of which are the moduli of the absolute error estimates on the subintervals.
 'iord'
 A rank-1 integer array of length M, the first L elements of which are pointers to the error estimates over the subintervals with $L=K$ if $K \leq M/2+2$ or $L=M+1-K$ otherwise. Let I be the sequence infodict['iord'] and let E be the sequence infodict['elist']. Then $E[I[1]], \dots, E[I[L]]$ forms a decreasing sequence.

If the input argument *points* is provided (i.e. it is not *None*), the following additional outputs are placed in the output dictionary. Assume the *points* sequence is of length *P*.

'pts'
A rank-1 array of length *P*+2 containing the integration limits and the break points of the intervals in ascending order. This is an array giving the subintervals over which integration will occur.

'level'
A rank-1 integer array of length *M* (=limit), containing the subdivision levels of the subintervals, i.e., if (*aa*,*bb*) is a subinterval of (*pts*[1], *pts*[2]) where *pts*[0] and *pts*[2] are adjacent elements of *infodict*['pts'], then (*aa*,*bb*) has level *l* if $|bb-aa| = |pts[2]-pts[1]| * 2^{**}(-l)$.

'ndin'
A rank-1 integer array of length *P*+2. After the first integration over the intervals (*pts*[1], *pts*[2]), the error estimates over some of the intervals may have been increased artificially in order to put their subdivision forward. This array has ones in slots corresponding to the subintervals for which this happens.

Weighting the integrand

The input variables, *weight* and *wvar*, are used to weight the integrand by a select list of functions. Different integration methods are used to compute the integral with these weighting functions. The possible values of *weight* and the corresponding weighting functions are.

| weight | Weight function used | wvar |
|------------|-------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| 'cos' | $\cos(w \cdot x)$ | <i>wvar</i> = <i>w</i> |
| 'sin' | $\sin(w \cdot x)$ | <i>wvar</i> = <i>w</i> |
| 'alg' | $g(x) = ((x-a)^{\alpha}) \cdot ((b-x)^{\beta})$ | <i>wvar</i> = (<i>alpha</i> , <i>beta</i>) |
| 'alg-loga' | $g(x) \cdot \log(x-a)$ | <i>wvar</i> = (<i>alpha</i> , <i>beta</i>) |
| 'alg-logb' | $g(x) \cdot \log(b-x)$ | <i>wvar</i> = (<i>alpha</i> , <i>beta</i>) |
| 'alg-log' | $g(x) \cdot \log(x-a) \cdot \log(b-x)$ | <i>wvar</i> = (<i>alpha</i> , <i>beta</i>) |
| 'cauchy' | $1/(x-c)$ | <i>wvar</i> = <i>c</i> |

wvar holds the parameter *w*, (*alpha*, *beta*), or *c* depending on the weight selected. In these expressions, *a* and *b* are the integration limits.

For the 'cos' and 'sin' weighting, additional inputs and outputs are available.

For finite integration limits, the integration is performed using a Clenshaw-Curtis method which uses Chebyshev moments. For repeated calculations, these moments are saved in the output dictionary:

'momcom'

The maximum level of Chebyshev moments that have been computed, i.e., if `M_c` is `infodict['momcom']` then the moments have been computed for intervals of length $|b-a| * 2^{**(-l)}$, $l=0,1,\dots,M_c$.

`'nnlog'`
A rank-1 integer array of length `M(=limit)`, containing the subdivision levels of the subintervals, i.e., an element of this array is equal to 1 if the corresponding subinterval is $|b-a| * 2^{**(-l)}$.

`'chebmo'`
A rank-2 array of shape `(25, maxpl)` containing the computed Chebyshev moments. These can be passed on to an integration over the same interval by passing this array as the second element of the sequence `wopts` and passing `infodict['momcom']` as the first element.

If one of the integration limits is infinite, then a Fourier integral is computed (assuming $w \neq 0$). If `full_output` is 1 and a numerical error is encountered, besides the error message attached to the output tuple, a dictionary is also appended to the output tuple which translates the error codes in the array `info['ierlst']` to English messages. The output information dictionary contains the following entries instead of `'last'`, `'alist'`, `'blist'`, `'rlist'`, and `'elist'`:

`'lst'`
The number of subintervals needed for the integration (call it `K_f`).

`'rslst'`
A rank-1 array of length `M_f=limlst`, whose first `K_f` elements contain the integral contribution over the interval $(a+(k-1)c, a+kc)$ where $c = (2*\text{floor}(|w|) + 1) * \pi / |w|$ and $k=1,2,\dots,K_f$.

`'erlst'`
A rank-1 array of length `M_f` containing the error estimate corresponding to the interval in the same position in `infodict['rslst']`.

`'ierlst'`
A rank-1 integer array of length `M_f` containing an error flag corresponding to the interval in the same position in `infodict['rslst']`. See the explanation dictionary (last entry in the output tuple) for the meaning of the codes.

Examples

Calculate $\int_0^4 x^2 dx$ and compare with an analytic result

```
>>> from scipy import integrate
>>> x2 = lambda x: x**2
>>> integrate.quad(x2, 0, 4)
(21.333333333333332, 2.3684757858670003e-13)
>>> print(4**3 / 3.) # analytical result
21.3333333333
```

Calculate $\int_0^\infty e^{-x} dx$

```
>>> invexp = lambda x: np.exp(-x)
>>> integrate.quad(invexp, 0, np.inf)
(1.0, 5.842605999138044e-11)

>>> f = lambda x,a : a*x
>>> y, err = integrate.quad(f, 0, 1, args=(1,))
>>> y
0.5
>>> y, err = integrate.quad(f, 0, 1, args=(3,))
>>> y
1.5
```

Calculate $\int_0^1 x^2 + y^2 dx$ with ctypes, holding y parameter as 1::

```
testlib.c =>
    double func(int n, double args[n]){
        return args[0]*args[0] + args[1]*args[1];}
compile to library testlib.*

::

from scipy import integrate
import ctypes
lib = ctypes.CDLL('/home/.../testlib.*') #use absolute path
lib.func.restype = ctypes.c_double
lib.func.argtypes = (ctypes.c_int, ctypes.c_double)
integrate.quad(lib.func, 0, 1, (1))
#(1.3333333333333333, 1.4802973661668752e-14)
print((1.0**3/3.0 + 1.0) - (0.0**3/3.0 + 0.0)) #Analytic result
# 1.3333333333333333
```

Be aware that pulse shapes and other sharp features as compared to the size of the integration interval may not be integrated correctly using this method. A simplified example of this limitation is integrating a y-axis reflected step function with many zero values within the integrals bounds.

```
>>> y = lambda x: 1 if x<=0 else 0
>>> integrate.quad(y, -1, 1)
(1.0, 1.1102230246251565e-14)
>>> integrate.quad(y, -1, 100)
(1.0000000002199108, 1.0189464580163188e-08)
>>> integrate.quad(y, -1, 10000)
(0.0, 0.0)
```

```
[((0, xmax), integrate.quad(f1, 0, xmax) [0]) for xmax in np.arange(1,5)]
```

```
[((0, 1), 0.34858491873298725),
 ((0, 2), 0.8600106383901718),
 ((0, 3), 1.0438816972950689),
 ((0, 4), 1.0074874684274517)]
```

La rutina devuelve dos valores. El primero es la estimación del valor de la integral y el segundo una estimación del

error absoluto . Además, la función acepta límites de integración infinitos ($\pm\infty$, definidos en **Numpy**)

```
integrate.quad(f1,-np.inf,np.inf)
```

```
(-0.3871487639489655, 5.459954581847885e-09)
```

12.3.1 Ejemplo de función fuertemente oscilatoria

```
k = 200
L = 2*np.pi
a = 0.1
def f2(x):
    return np.sin(k*x)*np.exp(-a*x)
```

```
# Valor exacto de la integral
I=k/a**2*(np.exp(-a*L)-1)/(1-k**2/a**2)
print(I)
```

```
0.0023325601276845158
```

```
Iq= integrate.quad(f2,0,L)
```

```
/usr/lib/python3.7/site-packages/ipykernel_launcher.py:1: IntegrationWarning: The
↪maximum number of subdivisions (50) has been achieved.
  If increasing the limit yields no improvement it is advised to analyze
  the integrand in order to determine the difficulties.  If the position of a
  local difficulty can be determined (singularity, discontinuity) one will
  probably gain from splitting up the interval and calling the integrator
  on the subranges.  Perhaps a special-purpose integrator should be used.
  """Entry point for launching an IPython kernel.
```

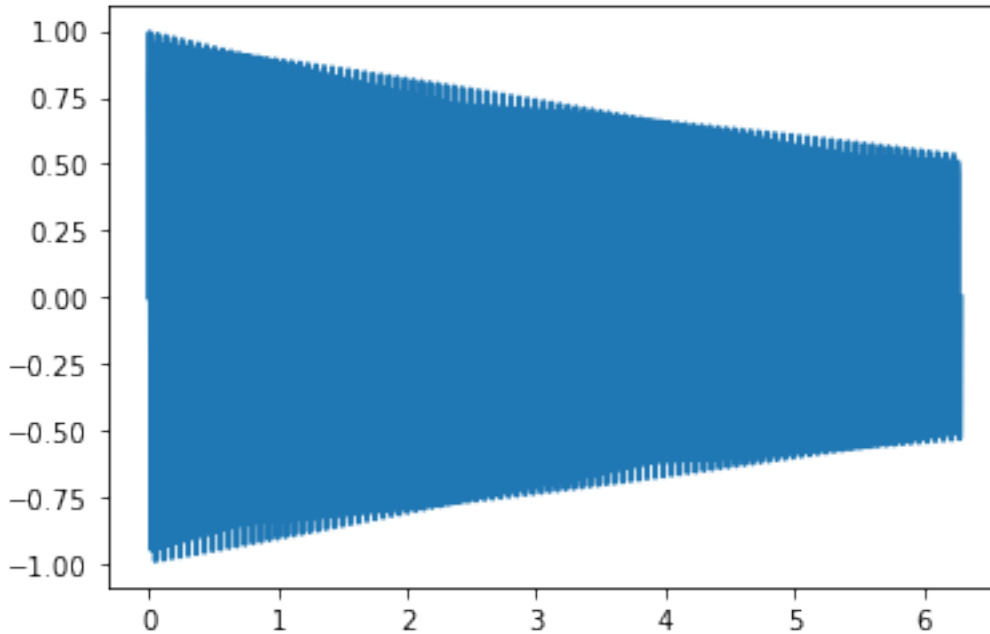
```
I_err = (I-Iq[0])/I # Error relativo con el valor exacto
print("I= {:.5g} ± {:.5g}\nError relativo= {:.6g}\n".format(*Iq, I_err))
```

```
I= -0.0043611 ± 0.019119
Error relativo= 2.86965
```

El error relativo entre el valor obtenido numéricamente y el valor exacto I es grande. Esto se debe a la naturaleza del integrando. Grafiquemos sólo una pequeña parte

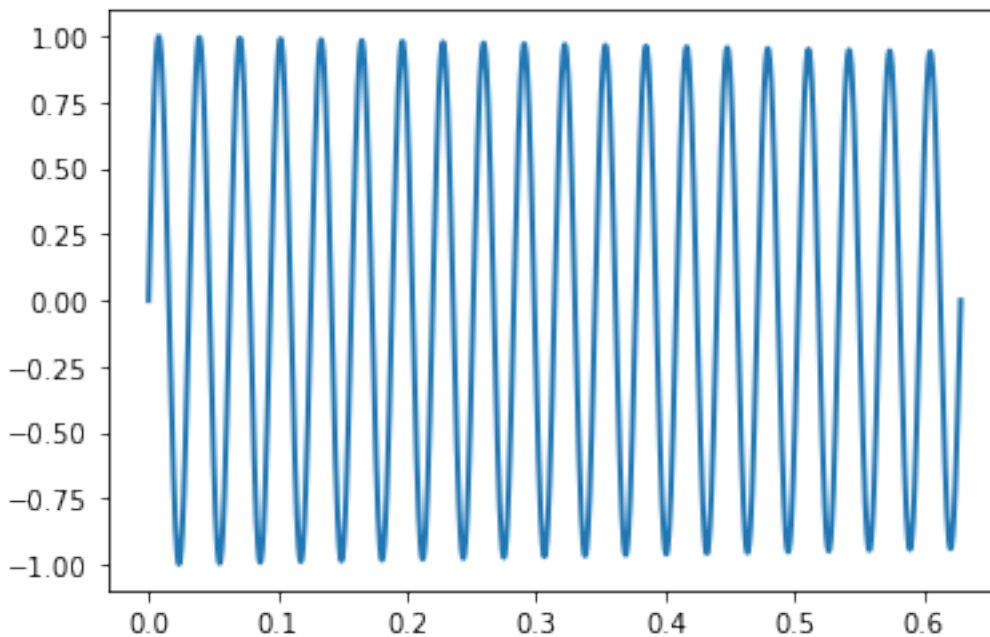
```
x = np.linspace(0,L,1500)
plt.plot(x, f2(x))
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7f8f99fe96d0>]
```



```
x = np.linspace(0,L/10,1500)
plt.plot(x, f2(x))
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7f8f99f64090>]
```



La rutina `quad` es versátil y tiene una opción específica para integrandos oscilatorios, que permite calcular las integrales de una función f multiplicadas por una función oscilatoria

$$I = \int_a^b f(x) \text{weight}(wx) dx$$

Para ello debemos usar el argumento `weight` y `wvar`. En este caso usaremos `weight='sin'`

```
# La función sin el factor oscilatorio:
def f3(x):
    return np.exp(-a*x)
```

```
Is= integrate.quad(f3,0,L, weight='sin', wvar=k)
```

```
I_err = (I-Is[0])/I # Error relativo con el valor exacto
print("I= {:.5g} ± {:.5g}\nError relativo= {:.6g}\n".format(*Is, I_err))
```

```
I= 0.0023326 ± 1.1788e-33
Error relativo= 5e-07
```

El error relativo obtenido respecto al valor exacto es varios órdenes de magnitud menor. Comparemos los tiempos de ejecución:

```
%timeit integrate.quad(f2,0,L)
```

```
/usr/lib/python3.7/site-packages/ipykernel_launcher.py:1: IntegrationWarning: The
↳maximum number of subdivisions (50) has been achieved.
  If increasing the limit yields no improvement it is advised to analyze
  the integrand in order to determine the difficulties. If the position of a
  local difficulty can be determined (singularity, discontinuity) one will
  probably gain from splitting up the interval and calling the integrator
  on the subranges. Perhaps a special-purpose integrator should be used.
  """Entry point for launching an IPython kernel.
```

```
11.1 ms ± 50 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 100 loops each)
```

```
%timeit integrate.quad(f3,0,L, weight='sin', wvar=k)
```

```
82.1 µs ± 626 ns per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10000 loops each)
```

Usar un integrador más específico para el integrando no sólo nos da un mejor resultado sino que el tiempo de ejecución es más de 100 veces más corto.

12.3.2 Funciones de más de una variable

Consideremos el caso en que queremos integrar alguna función especial. Podemos usar Scipy para realizar la integración y para evaluar el integrando. Como `special.jn` depende de dos variables, tenemos que crear una función intermedia que dependa sólo de la variable de integración

```
integrate.quad(lambda x: special.jn(0,x), 0, 10)
```

```
(1.0670113039567362, 7.434789460651883e-14)
```

En realidad, la función `quad` permite el uso de argumentos que se le pasan a la función a integrar. La forma de llamar al integrador será en general:

```
quad(func, a, b, args=(), full_output=0, epsabs=1.49e-08, epsrel=1.49e-08,
    limit=50, points=None, weight=None, wvar=None, wopts=None, maxpl=50,
    limlst=50)
```

El argumento `args` debe ser una tupla, y contiene los argumentos extra que acepta la función a integrar, esta función debe llamarse en la forma `func(x, *args)`. O sea que siempre la integramos respecto a su primer argumento. Apliquemos esto a la función de Bessel. En este caso, la variable a integrar es el segundo argumento de `special.jn`, por lo que creamos una función con el orden correcto de argumentos:

```
def bessel_n(x, n):
    return special.jn(n, x)
```

```
integrate.quad(bessel_n, 0, 10, args=(0,))
```

```
(1.0670113039567362, 7.434789460651883e-14)
```

```
print('n      \int_0^10 J_n(x) dx')
for n in range(6):
    print(n, ': ', integrate.quad(bessel_n, 0, 10, args=(n,))[0])
```

```
n      int_0^10 J_n(x) dx
0 :  1.0670113039567362
1 :  1.2459357644513482
2 :  0.9800658116190144
3 :  0.7366751370811073
4 :  0.8633070530086401
5 :  1.1758805092851239
```

12.4 Álgebra lineal

El módulo de álgebra lineal se solapa un poco con funciones similares en **Numpy**. Ambos usan finalmente una implementación de bibliotecas conocidas (LAPACK, BLAS). La diferencia es que **Scipy** asegura que utiliza las optimizaciones de la librería ATLAS y presenta algunos métodos y algoritmos que no están presentes en **Numpy**.

Una de las aplicaciones más conocidas por nosotros es la rotación de vectores. Como bien sabemos rotar un vector es equivalente a multiplicarlo por la matriz de rotación correspondiente. Esquemáticamente:

$$\begin{bmatrix} \cos 90^\circ & \sin 90^\circ \\ -\sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
from scipy import linalg
```

Este módulo tiene funciones para trabajar con matrices, descritas como *arrays* bidimensionales.

```
arr = np.array([[3, 2, 1], [6, 4, 1], [12, 8, 13.3]])
print(arr)
```

```
[ [ 3.  2.  1. ]
  [ 6.  4.  1. ]
  [12.  8. 13.3]]
```

```
A = np.array([[1, -2, -3], [1, -1, -1], [-1, 3, 1]])
print(A)
```

```
[ [ 1 -2 -3]
  [ 1 -1 -1]
  [-1  3  1]]
```

```
# La matriz transpuesta
A.T
```

```
array([[ 1,  1, -1],
       [-2, -1,  3],
       [-3, -1,  1]])
```

12.4.1 Productos y normas

Norma de un vector

La norma está dada por

$$\|v\| = \sqrt{v_1^2 + \dots + v_n^2}$$

```
v = np.array([2, 1, 3])
linalg.norm(v) # Norma
```

```
3.7416573867739413
```

```
linalg.norm(v) == np.sqrt(np.sum(np.square(v)))
```

```
True
```

Producto interno

El producto entre una matriz y un vector está definido en **Numpy** mediante la función `dot()`

```
w1 = np.dot(A, v) # Multiplicación de matrices
w1
```

```
array([-9, -2,  4])
```

```
w2 = np.dot(v, A)
w2
```

```
array([ 0,  4, -4])
```

```
np.dot(v.T, A)
```

```
array([ 0,  4, -4])
```

```
print(v.shape, A.shape)
```

```
(3,) (3, 3)
```

El producto interno entre vectores se calcula de la misma manera

$$\langle v, w \rangle$$

```
np.dot(v, w1)
```

```
-8
```

y está relacionado con la norma

$$\|v\| = \sqrt{\langle v, v \rangle}$$

```
linalg.norm(v) == np.sqrt(np.dot(v, v))
```

```
True
```

```
np.dot(v, A)
```

```
array([ 0,  4, -4])
```

```
v.shape
```

```
(3,)
```

```
v2 = np.reshape(v, (3, 1))
```

```
v2.shape
```

```
(3, 1)
```

```
np.dot(A, v2)
```

```
array([[ -9],  
       [ -2],  
       [  4]])
```

```
np.dot(A, v2).shape
```

```
(3, 1)
```

Ahora las dimensiones de `v2` y `A` no coinciden para hacer el producto matricial


```
np.dot(v2, A)
```

En versiones nuevas de Python la multiplicación de matrices puede realizarse con el operador @

```
np.dot( v2,A)
```

```
-----
ValueError                                Traceback (most recent call last)
<ipython-input-60-c31ca8fbc4d7> in <module>
----> 1 np.dot( v2,A)

<__array_function__ internals> in dot(*args, **kwargs)

ValueError: shapes (3,1) and (3,3) not aligned: 1 (dim 1) != 3 (dim 0)
```

```
A @ v2
```

```
array([[ -9],
       [ -2],
       [  4]])
```

```
v3 = np.dot(v2.T, A)
```

```
print(v3)
v3.shape
```

```
[[ 0  4 -4]]
```

```
(1, 3)
```

Notemos que el producto interno se puede pensar como un producto de matrices. En este caso, el producto de una matriz de 3x1, por otra de 1x3:

$$v^t w = \begin{pmatrix} -9 & -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

donde estamos pensando al vector como columna.

Producto exterior

El producto exterior puede ponerse en términos de multiplicación de matrices como

$$v \otimes w = v w^t = \begin{pmatrix} -9 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

```
oprod = np.outer(v,w1)
print(oprod)
```

```
[[-18  -4   8]
 [ -9  -2   4]
 [-27  -6  12]]
```

12.4.2 Aplicación a la resolución de sistemas de ecuaciones

Vamos a usar `scipy.linalg` permite obtener determinantes e inversas de matrices. Vamos a usarlo para resolver un sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

Esta ecuación se puede escribir en forma matricial como

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

Veamos un ejemplo concreto. Supongamos que tenemos el siguiente sistema

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$

por lo que, en forma matricial será:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

y

$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

```
A = np.array([[1,2,3],[2,1,3],[4,1,-1]])
b = np.array([1,2,3]).T
print('A=', A, "\n")
print('b=', b, "\n")
```

```
A= [[ 1  2  3]
 [ 2  1  3]
 [ 4  1 -1]]

b= [[1]
 [2]
 [3]]
```

```
x = np.dot(linalg.inv(A), b)
print('Resultado:\n', x)
```

```
Resultado:
[[ 0.83333333]
 [-0.16666667]
 [ 0.16666667]]
```

12.4.3 Descomposición de matrices

Si consideramos el mismo problema de resolución de ecuaciones

$$Ax = b$$

pero donde debemos resolver el problema para un valor dado de los coeficientes (la matriz A) y muchos valores distintos del vector b , suele ser útil realizar lo que se llama la descomposición LU de la matriz.

Si escribimos a la matriz A como el producto de tres matrices $A = PLU$ donde P es una permutación de las filas, L es una matriz triangular inferior (Los elementos por encima de la diagonal son nulos) y U una triangular superior. En este caso los dos sistemas:

$$Ax = b \quad \text{y} \quad PAx = Pb$$

tienen la misma solución. Entonces podemos resolver el sistema en dos pasos:

$$Ly = b$$

con

$$y = Ux.$$

En ese caso, resolvemos una sola vez la descomposición LU , y luego ambas ecuaciones se pueden resolver eficientemente debido a la forma de las matrices.

```
A = np.array([[1,3,4],[2,1,3],[4,1,2]])

print('A=', A, "\n")

P, L, U = linalg.lu(A)
print("PLU=", np.dot(P, np.dot(L, U)))
print("\nLU=", np.dot(L, U))
print("\nL=", L)
print("\nU=", U)
```

```
A= [[1 3 4]
     [2 1 3]
     [4 1 2]]

PLU= [[1. 3. 4.]
      [2. 1. 3.]
      [4. 1. 2.]]

LU= [[4. 1. 2.]
     [1. 3. 4.]
     [2. 1. 3.]]

L= [[1. 0. 0.]
     [0.25 1. 0.]
     [0. 0. 1.]]
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```
[0.5          0.18181818 1.          ]
U= [[4.          1.          2.          ]
     [0.          2.75         3.5         ]
     [0.          0.          1.36363636]]
```

12.4.4 Autovalores y autovectores

La necesidad de encontrar los autovalores y autovectores de una matriz aparece en muchos problemas de física e ingeniería. Se trata de encontrar el escalar λ y el vector (no nulo) v tales que

$$Av = \lambda v$$

```
with np.printoptions(precision=3):
    B = np.array([[0,1.,1],[2,1,0], [3,4,5]])
    print(B, '\n')
    u, v = linalg.eig(B)
    c = np.dot(v,np.dot(np.diag(u), linalg.inv(v)))
    print(c, '\n')
    print(np.real_if_close(c), '\n')
    print('')
    print('Autovalores=', u, '\n')
    print('Autovalores=', np.real_if_close(u))
```

```
[0. 1. 1.]
[2. 1. 0.]
[3. 4. 5.]

[[-1.892e-16+0.j  1.000e+00+0.j  1.000e+00+0.j]
 [ 2.000e+00+0.j  1.000e+00+0.j  3.053e-16+0.j]
 [ 3.000e+00+0.j  4.000e+00+0.j  5.000e+00+0.j]]

[[-1.892e-16  1.000e+00  1.000e+00]
 [ 2.000e+00  1.000e+00  3.053e-16]
 [ 3.000e+00  4.000e+00  5.000e+00]]

Autovalores= [ 5.854+0.j -0.854+0.j  1.    +0.j]
Autovalores= [ 5.854 -0.854  1.    ]
```

```
u
```

```
array([ 5.85410197+0.j, -0.85410197+0.j,  1.          +0.j])
```

```
v
```

```
array([[ 1.80228488e-01,  6.72063326e-01,  6.22075198e-17],
       [ 7.42582208e-02, -7.24947536e-01, -7.07106781e-01],
       [ 9.80817725e-01,  1.50936928e-01,  7.07106781e-01]])
```

Veamos como funciona para la matriz definida anteriormente

```

print(A)
u, v = linalg.eig(A)
print(np.real_if_close(np.dot(v, np.dot(np.diag(u), linalg.inv(v)))))
print("Autovalores=" , np.real_if_close(u))
print("Autovectores=", np.real_if_close(v))

```

```

[[1 3 4]
 [2 1 3]
 [4 1 2]]
[[1. 3. 4.]
 [2. 1. 3.]
 [4. 1. 2.]]
Autovalores= [ 7.10977223 -2.10977223 -1.          ]
Autovectores= [[-0.63273853 -0.66101705 -0.33333333]
 [-0.49820655 -0.25550401 -0.66666667]
 [-0.59281716  0.70553112  0.66666667]]

```

```
help(np.real_if_close)
```

Help on function real_if_close in module numpy:

```
real_if_close(a, tol=100)
    If complex input returns a real array if complex parts are close to zero.
```

"Close to zero" is defined as $tol * (\text{machine epsilon of the type for } a)$.

Parameters

a : array_like
Input array.

tol : float
Tolerance in machine epsilons for the complex part of the elements in the array.

Returns

out : ndarray
If *a* is real, the type of *a* is used for the output. If *a* has complex elements, the returned type is float.

See Also

real, imag, angle

Notes

Machine epsilon varies from machine to machine and between data types but Python floats on most platforms have a machine epsilon equal to $2.2204460492503131e-16$. You can use `'np.finfo(float).eps'` to print out the machine epsilon for floats.

Examples

```
>>> np.finfo(float).eps
2.2204460492503131e-16 # may vary

>>> np.real_if_close([2.1 + 4e-14j], tol=1000)
array([2.1])
>>> np.real_if_close([2.1 + 4e-13j], tol=1000)
array([2.1+4.e-13j])
```

```
np.finfo(float).eps
```

```
2.220446049250313e-16
```

12.4.5 Rutinas de resolución de ecuaciones lineales

Scipy tiene además de las rutinas de trabajo con matrices, rutinas de resolución de sistemas de ecuaciones. En particular la función `solve()`

```
solve(a, b, sym_pos=False, lower=False, overwrite_a=False, overwrite_b=False,
      debug=False, check_finite=True)
```

Solve the equation ```a x = b``` **for** ```x```.

Parameters

```
a : (M, M) array_like
    A square matrix.
b : (M,) or (M, N) array_like
    Right-hand side matrix in ``a x = b``.
...
```

```
a = np.array([[3, 2, 0], [1, -1, 0], [0, 5, 1]])
b = np.array([2, 4, -1])
x = linalg.solve(a, b)
x
```

```
array([ 2., -2.,  9.])
```

```
np.allclose(np.dot(a, x) , b)
```

```
True
```

```
np.dot(a, x) == b
```

```
array([ True,  True,  True])
```

Para sistemas de ecuaciones grandes, la función `solve()` es más rápida que invertir la matriz

```
A1 = np.random.random((2000,2000))
b1 = np.random.random(2000)
```

```
%timeit linalg.solve(A1,b1)
```

```
402 ms ± 11.7 ms per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 1 loop each)
```

```
%timeit np.dot(linalg.inv(A1),b1)
```

```
1.11 s ± 78.6 ms per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 1 loop each)
```

12.5 Entrada y salida de datos

12.5.1 Archivos comprimidos en Python

Existen varias formas de reducir el tamaño de los archivos de datos. Varios factores, tales como el sistema operativo, nuestra familiaridad con cada uno de ellos, le da una cierta preferencia a algunos de los métodos disponibles. Veamos cómo hacer para leer y escribir algunos de los siguientes formatos: **zip**, **gzip**, **bz2**

```
import gzip
```

```
import bz2
```

```
fi= gzip.open('../data/palabras.words.gz')
a = fi.read()
fi.close()
```

```
l= a.splitlines()
print(l[:10])
```

```
[b'xc3x81frica', b'xc3x81ngela', b'xc3x81baco', b'xc3x81bsida',
↳ b'xc3x81bside', b'xc3x81cana', b'xc3x81caro', b'xc3x81cates', b'xc3x81cido',
↳ b'xc3x81cigos']
```

```
print(l[0])
```

```
b'xc3x81frica'
```

Con todo esto podríamos escribir (si tuviéramos necesidad) una función que puede leer un archivo en cualquiera de estos formatos

```
import gzip
import bz2
from os.path import splitext
import zipfile

def abrir(fname, mode='r'):
    if fname.endswith('.gz'):
        fi= gzip.open(fname, mode=mode)
    elif fname.endswith('.bz2'):
        fi= bz2.open(fname, mode=mode)
    elif fname.endswith('.zip'):
        fi= zipfile.ZipFile(fname, mode=mode)
    else:
        fi = open(fname, mode=mode)
    return fi
```

```
ff= abrir('../data/palabras.words.gz')
a = ff.read()
ff.close()
```

```
l = a.splitlines()
```

```
for p in l[:10]:
    print(p, p.decode())
```

```
b'\xc3x81frica' África
b'\xc3x81ngela' Ángela
b'\xc3xalbaco' ábaco
b'\xc3xalbsida' ábsida
b'\xc3xalbside' ábside
b'\xc3xalcana' ácana
b'\xc3xalcaro' ácaro
b'\xc3xalcates' ácates
b'\xc3xalcido' ácido
b'\xc3xalcigos' ácigos
```

```
!ls ../data/palabras*
```

```
../data/palabras_en.words.gz  ../data/palabras.words.gz
../data/palabras.tar.gz
```

12.5.2 Entrada/salida con *Numpy*

Datos en formato texto

Veamos un ejemplo (apenas) más complicado, de un archivo en formato de texto, donde antes de la lista de números hay un encabezado

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
!head ../data/tof_signal_5.dat
```

```
# tiempo    cuentas
4.953125e-06 -7.940000e-05
4.963125e-06 -5.930000e-05
4.973125e-06 -8.945000e-05
4.983125e-06 -7.940000e-05
4.993125e-06 -6.935000e-05
5.003125e-06 -6.935000e-05
5.013125e-06 -9.950000e-05
5.023125e-06 -5.930000e-05
5.033125e-06 -5.930000e-05
```

```
X0 = np.loadtxt('../data/tof_signal_5.dat')
```

```
X0.shape, type(X0)
```



```
((1000, 2), numpy.ndarray)
```

```
X0[0].shape
```

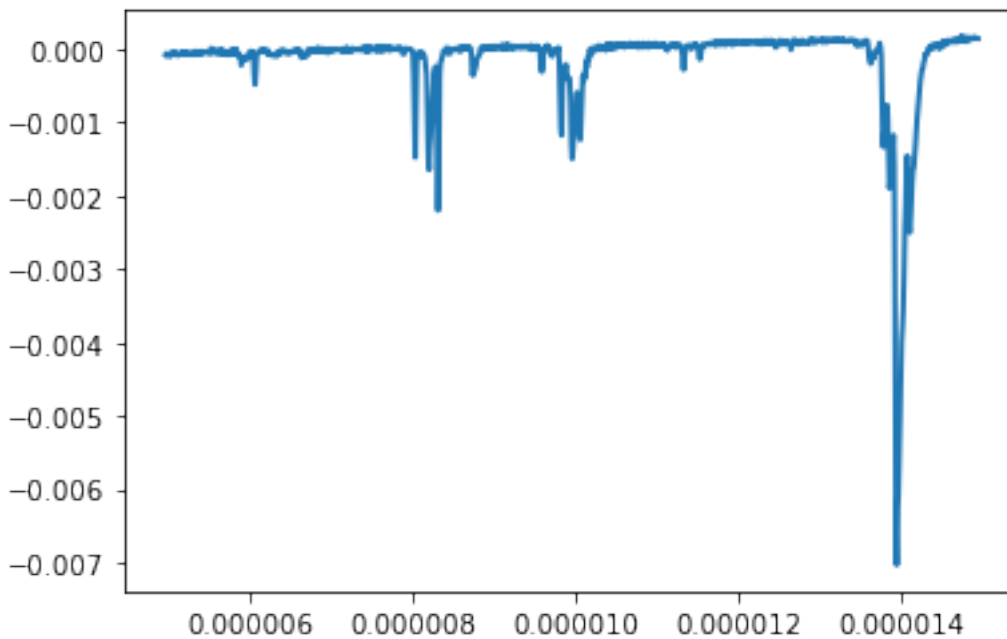
```
(2,)
```

```
X0[0]
```

```
array([ 4.953125e-06, -7.940000e-05])
```

```
plt.plot(X0[:,0], X0[:,1])
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7f8f99c0efd0>]
```



La manera más simple de leer datos de un archivo es a través de `loadtxt()`.

```
np.info(np.loadtxt)
loadtxt(fname, dtype=<class 'float'>, comments='#', delimiter=None,
        converters=None, skiprows=0, usecols=None, unpack=False, ndmin=0,
        encoding='bytes')
Load data from a text file.

Each row in the text file must have the same number of values.
```

En su forma más simple sólo necesita como argumento el nombre del archivo. En este caso, había una primera línea que fue ignorada porque empieza con el carácter `#` que indica que la línea es un comentario.

Veamos otro ejemplo, donde las líneas que son parte de un encabezado se saltan, utilizando el argumento `skiprows`

```
fdatos= '../data/exper_col.dat'
!head ../data/exper_col.dat
```

```
X1 = np.loadtxt(fdatos, skiprows=5)
print(X1.shape)
print(X1[0])
```

```
(76, 4)
[ 9.901      15.35198465 12.12121212 14.86049333]
```

Como el archivo tiene cuatro columnas el array `X` tiene dimensiones `(74, 4)` correspondiente a las 74 filas y las 4 columnas. Si sólo necesitamos un grupo de estos datos podemos utilizar el argumento `usecols = (c1, c2)` que nos permite elegir cuáles son las columnas a leer:

```
x, y = np.loadtxt(fdatos, skiprows=5, usecols=[0, 2], unpack=True)
print(x.size, y.size)
```

```
76 76
```

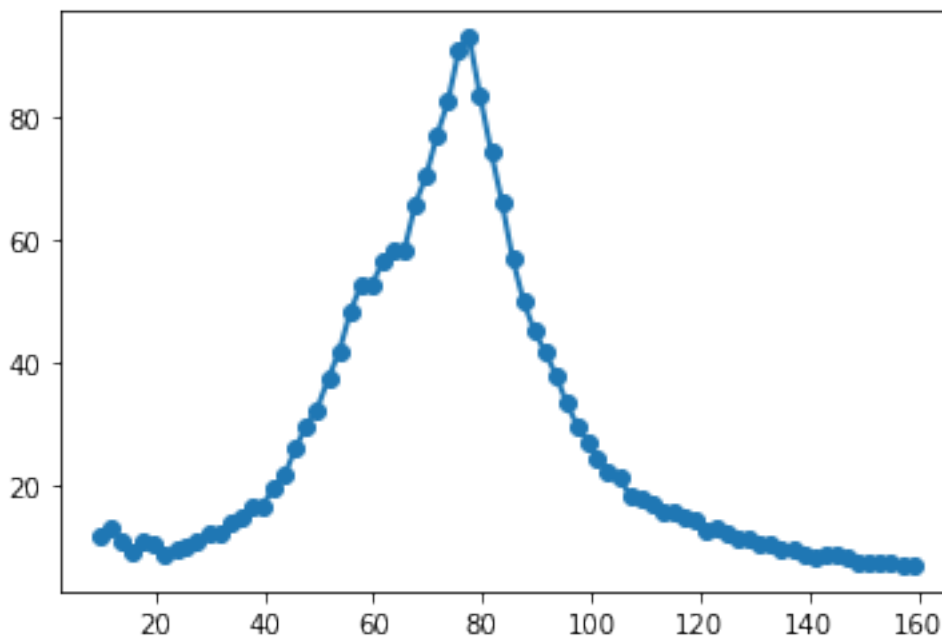
```
Y = np.loadtxt(fdatos, skiprows=5, usecols=[0, 2])
print(Y.shape, Y.size, Y[0])
```

```
(76, 2) 152 [ 9.901      12.12121212]
```

En este ejemplo, mediante el argumento `unpack=True`, le indicamos a la función `loadtxt` que desempaque lo que lee en variables diferentes (`x, y` en este caso)

```
plt.plot(x, y, 'o-')
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7f8f99d92350>]
```



Como `numpy` se especializa en manejar números, tiene muchas funciones para crear arrays a partir de información numérica a partir de texto o archivos (como los CSV, por ejemplo). Ya vimos como leer datos con `loadtxt`. También se pueden generar desde un string:

```
np.fromstring(u"1.0 2.3 3.0 4.1 -3.1", sep=" ", dtype=float)
```

```
array([ 1. , 2.3, 3. , 4.1, -3.1])
```

Para guardar datos en formato texto podemos usar, de la misma manera,

```
Y = np.vstack((x,y)).T
print(Y.shape)
```

```
(76, 2)
```

```
np.savetxt('tmp.dat', Y)
```

```
!head tmp.dat
```

```
9.90099999999999801e+00 1.212121212121209979e+01
1.188100000000000023e+01 1.338496506439940070e+01
1.37929999999999926e+01 1.101369465980729956e+01
1.581300000000000061e+01 9.490067063140580572e+00
1.78019999999999960e+01 1.106306508676360068e+01
1.97839999999999892e+01 1.056836569579290064e+01
2.180600000000000094e+01 9.041259351048690718e+00
2.38019999999999960e+01 9.743805123897519849e+00
2.5679999999999972e+01 1.000583998442670008e+01
2.769900000000000162e+01 1.093034161826770045e+01
```

La función `savetxt()` tiene varios argumentos opcionales:

```
np.savetxt(fname, X, fmt='%.18e', delimiter=' ', newline='\n', header='', footer='',
↪ comments='# ', encoding=None)
```

Por ejemplo, podemos darle un formato de salida con el argumento `fmt`, y darle un encabezado con `header`

```
np.savetxt('tmp.dat', Y, fmt='%.6g', header="Energ Exper")
!head tmp.dat
```

```
# Energ Exper
9.901 12.1212
11.881 13.385
13.793 11.0137
15.813 9.49007
17.802 11.0631
19.784 10.5684
21.806 9.04126
23.802 9.74381
25.68 10.0058
```

Datos en formato binario

```
X1.shape
```

```
(76, 4)
```

```
np.save('test.npy', X1) # Grabamos el array a archivo
X2 = np.load('test.npy') # Y lo leemos
```

```
# Veamos si alguno de los elementos difiere
print('X1=', X1[:10])
print('X2=', X2[:10])
```

```
X1= [[ 9.901      15.35198465 12.12121212 14.86049333]
 [11.881      17.25443986 13.38496506 12.137559  ]
 [13.793      17.54513159 11.01369466 12.33403468]
 [15.813      14.67147284  9.49006706 10.68943707]
 [17.802      15.05448826 11.06306509 11.11859838]
 [19.784      12.99029519 10.5683657  10.77717061]
 [21.806      12.19847748  9.04125935 10.50844347]
 [23.802      13.57028821  9.74380512 10.46262448]
 [25.68       13.16199377 10.00583998  9.76919784]
 [27.699      14.91028557 10.93034162 11.29189365]]
X2= [[ 9.901      15.35198465 12.12121212 14.86049333]
 [11.881      17.25443986 13.38496506 12.137559  ]
 [13.793      17.54513159 11.01369466 12.33403468]
 [15.813      14.67147284  9.49006706 10.68943707]
 [17.802      15.05448826 11.06306509 11.11859838]
 [19.784      12.99029519 10.5683657  10.77717061]
 [21.806      12.19847748  9.04125935 10.50844347]
 [23.802      13.57028821  9.74380512 10.46262448]
 [25.68       13.16199377 10.00583998  9.76919784]
 [27.699      14.91028557 10.93034162 11.29189365]]
```

```
print('¿Alguna diferencia?', np.any(X1-X2))
```

```
¿Alguna diferencia? False
```

```
np.all(X1==X2)
```

```
True
```

12.5.3 Ejemplo de análisis de palabras

```
# %load scripts/10_palabras.py
#!/usr/bin/ipython
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import gzip
ifiname = '../data/palabras.words.gz'

letras = [0] * 512
with gzip.open(ifiname, mode='r') as fi:
    for l in fi.readlines():
        c = ord(l.decode('utf-8')[0])
        letras[c] += 1

nmax = np.nonzero(letras)[0].max() + 1
z = np.array(letras[:nmax])
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

# nmin = z.nonzero()[0].min()      # Máximo valor diferente de cero
nmin = np.argwhere(z != 0).min()
#plt.ion()
with plt.style.context(['seaborn-talk', 'presentation']):
    fig = plt.figure(figsize=(10, 8))
    #plt.clf()
    plt.bar(np.arange(nmin, nmax), z[nmin:nmax])
    plt.xlabel('Letras con y sin acentos')
    plt.ylabel('Frecuencia')

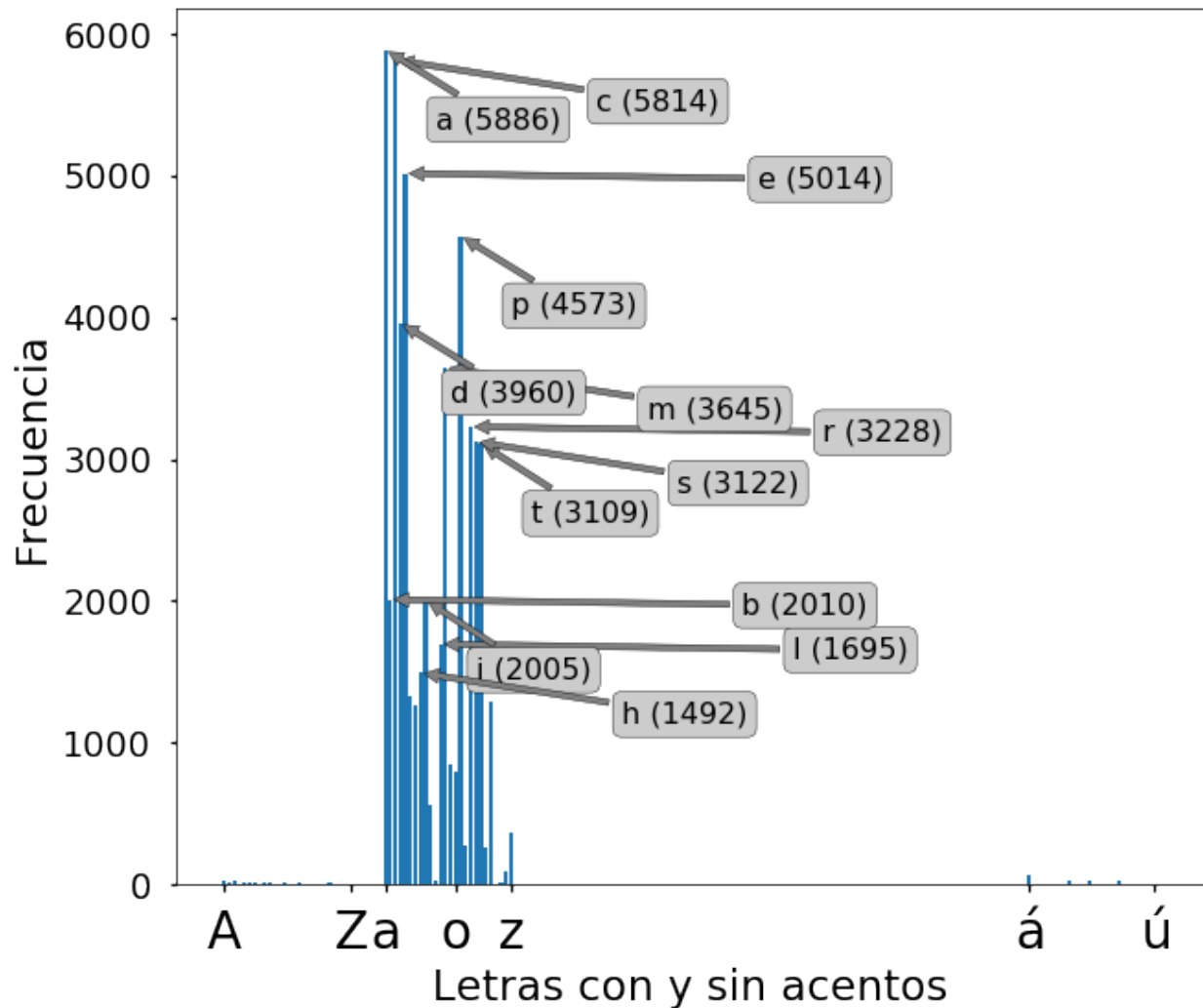
    labels = ['A', 'Z', 'a', 'o', 'z', 'á', 'ú']
    ll = [r'$\mathrm{{{}}}$'.format(t) for t in labels]
    ts = [ord(t) for t in labels]
    plt.xticks(ts, ll, fontsize='xx-large')

    x0 = 0.5 * ord('á') + ord('z')
    y0 = 0.2 * z.max()
    umbral = 0.25
    lista = (z > umbral * z.max()).nonzero()[0]

    dx = [10, 40, 70]
    dy = [-550, -350, -100]

    for j, t in enumerate(reversed(lista)):
        plt.annotate('{} ({} )'.format(chr(t), z[t]), xy=(t, z[t]), xycoords='data',
                    xytext=(t + dx[j % 3], z[t] + dy[j % 3]),
                    bbox=dict(boxstyle="round", fc="0.8"),
                    arrowprops=dict(arrowstyle="simple", fc="0.5")
                    )

```



12.5.4 Entrada y salida en Scipy

El submódulo `io` tiene algunas utilidades de entrada y salida de datos que permite interactuar con otros paquetes/programas. Algunos de ellos son:

- Archivos IDL ([Interactive Data Language](#))
 - `scipy.io.readsav()`
- Archivos de sonido wav, con `scipy.io.wavfile`
 - `scipy.io.wavfile.read()`
 - `scipy.io.wavfile.write()`
- Archivos fortran sin formato, con `scipy.io.FortranFile`
- Archivos Netcdf (para gran número de datos), con `scipy.io.netcdf`
- Archivos de matrices de Matlab

```

from scipy import io as sio
a = np.ones((3, 3)) + np.eye(3,3)
print(a)
sio.savemat('datos.mat', {'a': a}) # savemat espera un diccionario
data = sio.loadmat('datos.mat', struct_as_record=True)
print(data['a'])

```

```

[[2. 1. 1.]
 [1. 2. 1.]
 [1. 1. 2.]]
[[2. 1. 1.]
 [1. 2. 1.]
 [1. 1. 2.]]

```

```
data
```

```

{'__header__': b'MATLAB 5.0 MAT-file Platform: posix, Created on: Wed Mar 11 10:35:50_
↪2020',
 '__version__': '1.0',
 '__globals__': [],
 'a': array([[2., 1., 1.],
            [1., 2., 1.],
            [1., 1., 2.]])}

```

Ejercicios de Clase 1

1. Abra una terminal (consola) de Ipython y utilícela como una calculadora para realizar las siguientes acciones:
 - Suponiendo que, de las cuatro horas de clases, tomamos un descanso de 15 minutos y nos distraemos otros 13 minutos, calcular cuántos minutos efectivos de trabajo tendremos en las 16 clases.
 - Para la cantidad de alumnos presentes en el aula: ¿cuántas horas-persona de trabajo hay involucradas?
2. Muestre en la consola de Ipython:
 - el nombre de su directorio actual
 - los archivos en su directorio actual
 - Cree un subdirectorio llamado `tmp`
 - si está usando linux, la fecha y hora
 - Borre el subdirectorio `tmp`
3. Abra un editor de textos y escriba las líneas necesarias para imprimir por pantalla las siguientes frases (una por línea). Guarde y ejecute su programa.
 - Hola, por primera vez
 - Hola, hoy es mi día de escribir frases intrascendentes
 - Hola, nuevamente, y espero que por última vez
 - $E = mc^2$
 - Adiós

Ejecute el programa.

Inicie una terminal de *Jupyter* y realice las siguientes operaciones:

4. Para cubos de lados de longitud $L = 1, 3, 5$ y 8 , calcule su superficie y su volumen.
5. Para esferas de radios $r = 1, 3, 5$ y 8 , calcule su superficie y su volumen.
6. Fíjese si alguno de los valores de $x = 2,05$, $x = 2,11$, $x = 2,21$ es un cero de la función $f(x) = x^2 + x/4 - 1/2$.

7. Para el número complejo $z = 1 + 0,5i$
- Calcular z^2, z^3, z^4, z^5 .
 - Calcular los complejos conjugados de z, z^2 y z^3 .

Ejercicios de Clase 2

1. Centrado manual de frases

- Utilizando la función `len()` centre una frase corta en una pantalla de 80 caracteres. Utilice la frase:
Primer ejercicio con caracteres
- Agregue subrayado a la frase anterior

2. Para el número complejo $z = 1 - 0,5i$

- Escribir z , z^2 y z^3 en coordenadas polares.
- Escribir un programa, utilizando formato de strings, que escriba las frases:
 - El conjugado de $z=1-0.5j$ es $1+0.5j$
 - El conjugado de $z=(1+0.5j)^2$ es (con el valor correspondiente)

3. Para la cadena de caracteres:

```
s = '''Aquí me pongo a cantar
Al compás de la vigüela,
Que el hombre que lo desvela
Una pena extraordinaria
Como la ave solitaria
Con el cantar se consuela.'''
```

- Cuente la cantidad de veces que aparecen los substrings `es`, `la`, `que`, `co`, en los siguientes dos casos: distinguiendo entre mayúsculas y minúsculas, y no distinguiendo. Imprima el resultado.
- Cree una lista, donde cada elemento es una línea del string `s` y encuentre la de mayor longitud. Imprima por pantalla la línea y su longitud.
- Forme un nuevo string de 10 caracteres que contenga los 5 primeros y los 5 últimos del string anterior `s`. Imprima por pantalla el nuevo string.
- Forme un nuevo string que contenga los 10 caracteres centrales de `s` (utilizando un método que pueda aplicarse a otros strings también). Imprima por pantalla el nuevo string.
- Cambie todas las letras `m` por `n` y todas las letras `n` por `m` en `s`. Imprima el resultado por pantalla.

- Debe entregar un programa llamado `02_SuApellido.py` (con su apellido, no la palabra `SuApellido`). El programa al correrlo con el comando `python3 SuApellido_02.py` debe imprimir:

```
Nombre Apellido
Clase 2
Distinguiendo: 2 5 1 2
Sin distinguir: 2 5 2 4
Que el hombre que lo desvela : longitud=28
Aquí uela.
desvela
Un
Aquí ne pomgo a camtar
Al compás de la vigüela,
Que el hombre que lo desvela
Uma pema extraordinaria
Cono la ave solitaria
Com el camtar se consuela.
```

3. Manejos de listas:

- Cree la lista **N** de longitud 50, donde cada elemento es un número entero de 1 a 50 inclusive (Ayuda: vea la expresión `range`).
- Invierta la lista.
- Extraiga una lista **N2** que contenga sólo los elementos pares de **N**.
- Extraiga una lista **N3** que contenga sólo aquellos elementos que sean el cuadrado de algún número entero.

4. Cree una lista de la forma `L = [1, 3, 5, ..., 17, 19, 19, 17, ..., 3, 1]`

5. Operación rara sobre una lista:

- Defina la lista `L = [0, 1]`
- Realice la operación `L.append(L)`
- Ahora imprima `L`, e imprima el último elemento de `L`.
- Haga que una nueva lista `L1` que tenga el valor del último elemento de `L` y repita el inciso anterior.

6. Utilizando el string: `python s1='En un lugar de la Mancha de cuyo nombre no quiero acordarme'` y utilizando los métodos de strings:

- Obtenga la cantidad de caracteres.
- Imprima la frase anterior pero con cada palabra empezando en mayúsculas.
- Cuente cuantas letras a tiene la frase, ¿cuántas vocales tiene?
- Imprima el string `s1` centrado en una línea de 80 caracteres, rodeado de guiones en la forma:

```
-----En un lugar de la Mancha de cuyo nombre no quiero
acordarme-----
```

- Obtenga una lista **L1** donde cada elemento sea una palabra.
- Cuente la cantidad de palabras en `s1` (utilizando `python`).
- Ordene la lista **L1** en orden alfabético.
- Ordene la lista **L1** tal que las palabras más cortas estén primero.
- Ordene la lista **L1** tal que las palabras más largas estén primero.
- Construya un string `s2` con la lista del resultado del punto anterior.

- Encuentre la palabra más larga y la más corta de la frase.
7. Escriba un script que encuentre las raíces de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$. Los valores de los parámetros defínalos en el mismo script, un poco más arriba.
 8. Considere un polígono regular de N lados inscripto en un círculo de radio unidad:
 - Calcule el ángulo interior del polígono regular de N lados (por ejemplo el de un triángulo es 60 grados, de un cuadrado es 90 grados, y de un pentágono es 108 grados). Exprese el resultado en grados y en radianes para valores de $N = 3, 5, 6, 8, 9, 10, 12$.
 - ¿Puede calcular la longitud del lado de los polígonos regulares si se encuentran inscriptos en un círculo de radio unidad?
 9. Escriba un *script* (llamado `distancia1.py`) que defina las variables velocidad y posición inicial v_0, z_0 , la aceleración g , y la masa $m = 1$ kg a tiempo $t = 0$, y calcule e imprima la posición y velocidad a un tiempo posterior t . Ejecute el programa para varios valores de posición y velocidad inicial para $t = 2$ segundos. Recuerde que las ecuaciones de movimiento con aceleración constante son:

$$v = v_0 - gt$$

$$z = z_0 + v_0 t - gt^2/2.$$

14.1 Adicionales

11. Calcular la suma:

$$s_1 = \frac{1}{2} \left(\sum_{k=0}^{100} k \right)^{-1}$$

Ayuda: busque información sobre la función `sum()`

12. Construir una lista `L2` con 2000 elementos, todos iguales a `0.0005`. Imprimir su suma utilizando la función `sum` y comparar con la función que existe en el módulo `math` para realizar suma de números de punto flotante.

Ejercicios de Clase 3

1. Imprimir los números que no son divisibles por 2, 3, 5 o 7 de los primeros 100 números naturales
2. Calcule la suma

$$s_2 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k (k+1)}{2k^3 + k^2}$$

con un error relativo estimado menor a $\epsilon = 10^{-5}$. Imprima por pantalla el resultado, el valor máximo de k computado y el error relativo estimado.

3. Realice un programa que:
 - Lea el archivo names.txt
 - Guarde en un nuevo archivo (llamado pares.txt) palabra por medio del archivo original (la primera, tercera, ...) una por línea, pero en el orden inverso al leído
 - Agregue al final de dicho archivo, las palabras pares pero separadas por un punto y coma (;)
 - En un archivo llamado longitudes.txt guarde las palabras ordenadas por su longitud, y para cada longitud ordenadas alfabéticamente.
 - En un archivo llamado letras.txt guarde sólo aquellas palabras que contienen las letras w, x, y, z, con el formato:
 - w: Walter, .
 - x: Xilofón,
 - y: .
 - z: .
 - Cree un diccionario, donde cada *key* es la primera letra y cada valor es una lista, cuyo elemento es una tuple (palabra, longitud). Por ejemplo:

```
d['a'] = [('Aaa', 3), ('Anna', 4), ...]
```

4. Las funciones de Bessel de orden n cumplen las relaciones de recurrencia

$$J_{n-1}(x) - \frac{2n}{x} J_n(x) + J_{n+1}(x) = 0$$

$$J_0^2(x) + \sum_{n=1}^{\infty} 2J_n^2(x) = 1$$

Para calcular la función de Bessel de orden N , se empieza con un valor de $M \gg N$, y utilizando los valores iniciales $J_M = 1$, $J_{M+1} = 0$ se utiliza la primera relación para calcular todos los valores de $n < M$. Luego, utilizando la segunda relación se normalizan todos los valores. **Nota:** Estas relaciones son válidas si $M \gg x$ (use algún valor estimado, como por ejemplo $M = N + 20$).

Utilice estas relaciones para calcular $J_N(x)$ para $N = 3, 4, 7$ y $x = 2, 5, 5, 7, 10$. Para referencia se dan los valores esperados

$$\begin{aligned} J_3(2,5) &= 0,21660 \\ J_4(2,5) &= 0,07378 \\ J_7(2,5) &= 0,00078 \\ J_3(5,7) &= 0,20228 \\ J_4(5,7) &= 0,38659 \\ J_7(5,7) &= 0,10270 \\ J_3(10,0) &= 0,05838 \\ J_4(10,0) &= -0,21960 \\ J_7(10,0) &= 0,21671 \end{aligned}$$

5. Imprima por pantalla una tabla con valores equiespaciados de x entre 0 y 180, con valores de las funciones trigonométricas de la forma:

```
"""
/=====
| x | sen(x) | cos(x) | tan(-x/4) |
/=====
0	0.000	1.000	-0.000
10	0.174	0.985	-0.044
20	0.342	0.940	-0.087
30	0.500	0.866	-0.132
40	0.643	0.766	-0.176
50	0.766	0.643	-0.222
60	0.866	0.500	-0.268
70	0.940	0.342	-0.315
80	0.985	0.174	-0.364
90	1.000	0.000	-0.414
100	0.985	-0.174	-0.466
110	0.940	-0.342	-0.521
120	0.866	-0.500	-0.577
130	0.766	-0.643	-0.637
140	0.643	-0.766	-0.700
150	0.500	-0.866	-0.767
160	0.342	-0.940	-0.839
170	0.174	-0.985	-0.916
/=====
"""
```

6. Dada una lista de números, vamos a calcular valores relacionados a su estadística.

- Calcular los valores de la media aritmética, la media geométrica y la media armónica, dados por:

$$A(x_1, \dots, x_n) = \bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$$

$$G(x_1, \dots, x_n) = \sqrt[n]{x_1 \cdots x_n}$$

$$H(x_1, \dots, x_n) = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

- Calcular la desviación estándar:

$$\sigma \equiv \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})^2}$$

- Calcular la mediana, que se define como el valor para el cual la mitad de los valores de la lista es menor que ella. Si el número de elementos es par, se toma el promedio entre los dos adyacentes.

Realizar los cálculos para las listas de números:

```
L1 = [6.41, 1.28, 11.54, 5.13, 8.97, 3.84, 10.26,
      14.1, 12.82, 16.67, 2.56, 17.95, 7.69, 15.39]
L2 = [4.79, 1.59, 2.13, 4.26, 3.72, 1.06, 6.92,
      3.19, 5.32, 2.66, 5.85, 6.39, 0.53]
```

- La *moda* se define como el valor que ocurre más frecuentemente en una colección. Note que la moda puede no ser única. En ese caso debe obtener todos los valores. Calcule la moda de las siguiente lista de números enteros:

```
L = [8, 9, 10, 11, 10, 6, 10, 17, 8, 8, 5, 10, 14,
     7, 9, 12, 8, 17, 10, 12, 9, 11, 9, 12, 11, 11,
     6, 9, 12, 5, 12, 9, 10, 16, 8, 4, 5, 8, 11, 12]
```

7. Dada una lista de direcciones en el plano, expresadas por los ángulos en grados a partir de un cierto eje, calcular la dirección promedio, expresada en ángulos. Pruebe su algoritmo con las listas:

```
t1 = [0, 180, 370, 10]
t2 = [30, 0, 80, 180]
t3 = [80, 180, 540, 280]
```


Ejercicios de Clase 4

1. Realice un programa para:

- Leer los datos del archivo **aluminio.dat** y poner los datos del elemento en un diccionario de la forma:

```
d = {'S': 'Al', 'Z':13, 'A':27, 'M': '26.98153863(12)', 'P': 1.0000, 'MS':26.  
→9815386(8) '}'
```

- Modifique el programa anterior para que las masas sean números (`float`) y descarte el valor de la incerteza (el número entre paréntesis)
- Agregue el código necesario para obtener una impresión de la forma:

```
Elemento: S  
Número Atómico: 13  
Número de Masa: 27  
Masa: 26.98154
```

Note que la masa sólo debe contener 5 números decimales

2. Escriba funciones para analizar la divisibilidad de enteros:

- La función `es_divisible1(x)` que retorna verdadero si `x` es divisible por alguno de 2, 3, 5, 7 o falso en caso contrario.
- La función `es_divisible_por_lista` que cumple la misma función que `es_divisible1` pero recibe dos argumentos: el entero `x` y una variable del tipo lista que contiene los valores para los cuáles debemos examinar la divisibilidad. Las siguientes expresiones deben retornar el mismo valor:

```
es_divisible1(x)  
es_divisible_por_lista(x, [2,3,5,7])  
es_divisible_por_lista(x)
```

- La función `es_divisible_por` cuyo primer argumento (mandatorio) es `x`, y luego puede aceptar un número indeterminado de argumentos:

```

es_divisible_por(x) # retorna verdadero siempre
es_divisible_por(x, 2) # verdadero si x es par
es_divisible_por(x, 2, 3, 5, 7) # igual resultado que es_divisible1(x)
                                # e igual a es_divisible_por_lista(x)
es_divisible_por(x, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13) # o cualquier secuencia de
↪argumentos

```

3. Realice un programa para:

- Leer el archivo **elementos.dat** en el directorio **data** y guardar los datos en un diccionario, cuyas claves serán los símbolos del elemento:

```
elementos.keys() = ['C', 'H', 'O', 'N', 'Na', 'Cl', 'Ca', 'Au']
```

y los valores serán diccionarios tal como se definieron en el ejercicio anterior. Por ejemplo:

```

elementos['H'] = {'S': 'H', 'Z':1, 'A':1, 'M': 1.00782503207, 'P': 0.999885,
↪'MS':1.00794}

```

- Imprimir todos los elementos, en un formato legible (y si le sale: agradable) para personas, ordenados en valores crecientes de masa.

4. PARA ENTREGAR: Adapte los programas realizados en el punto anterior para trabajar con funciones. Se requiere que escriba:

- Una función que lea un archivo (cuyo nombre es el argumento) y devuelva un diccionario donde cada clave es el símbolo del elemento.
- Una función que escriba en un string todos los elementos, ordenados alfabéticamente por clave, en una forma similar a

```

s = """
Elemento: C
Z = 6
A = 12
Masa = 12.0000000
Abundancia = 0.9893
Masa Promedio = 12.0107

Elemento: Ca
Z = 20
A = 40
Masa = 39.96259098
Abundancia = 0.96941
Masa Promedio = 40.078

...
"""

```

Esta función tendrá un argumento requerido que es el diccionario con los elementos y un argumento opcional `reverse` con valor por defecto `False`. Este argumento indica si los elementos se ordenan alfabéticamente de la manera natural (a,b,c,y,z) o inversa (z,y,x, b,a).

- Una función que reciba un nombre de archivo y un string y escriba el string en el archivo dado.
- Finalmente, escriba también el código llamando a las funciones anteriores para realizar el trabajo de lectura y escritura de los elementos en archivos.

Instrucciones de envío: Envíe el código en un archivo llamado `04_SuApellido.py` por correo electrónico con asunto (*subject*) `04_SuApellido`.

CAPÍTULO 17

Ejercicios de Clase 5

1. Escriba una función `crear_sen(A, w)` que acepte dos números reales A, w como argumentos y devuelva la función $f(x)$.

Al evaluar la función f en un dado valor x debe dar el resultado: $f(x) = A \sin(wx)$ tal que se pueda utilizar de la siguiente manera:

```
f = crear_sen(3, 1.5)
f(2)           # Debería imprimir el resultado de 3*sin(1.5*2)=0.4233600241796016
```

2. Utilizando conjuntos (`set`), escriba una función que compruebe si un string contiene todas las vocales. La función debe devolver `True` o `False`.
3. Escriba una serie de funciones que permitan trabajar con polinomios. Vamos a representar a un polinomio como una lista de números reales, donde cada elemento corresponde a un coeficiente que acompaña una potencia
 - Una función que devuelva el orden del polinomio (un número entero)
 - Una función que sume dos polinomios y devuelva un polinomio (objeto del mismo tipo)
 - Una función que multiplique dos polinomios y devuelva el resultado en otro polinomio
 - Una función devuelva la derivada del polinomio (otro polinomio).
 - Una función que, acepte el polinomio y devuelva la función correspondiente.
4. Vamos a describir un **sudoku** como un array bidimensional de 9×9 números, cada uno de ellos entre 1 y 4.

Escribir una función que tome como argumento una grilla (Lista bidimensional de 9×9) y devuelva verdadero si los números corresponden a la resolución correcta y falso en caso contrario. Recordamos que para que sea válido debe cumplirse que:

- Los números están entre 1 y 9
- En cada fila no deben repetirse
- En cada columna no deben repetirse
- En todas las regiones de 3×3 que no se solapan, empezando de cualquier esquina, no deben repetirse.

Ejercicios de Clase 6

1. Para la Clase `Vector` dada en clase implemente los métodos `suma`, `producto` y `abs`
 - `suma` debe retornar un objeto del tipo `Vector` y contener en cada componente la suma de las componentes de los dos vectores que toma como argumento.
 - `producto` toma como argumentos dos vectores y retorna un número real
 - `abs` toma como argumentos el propio objeto y retorna un número real
2. Utilizando la definición de la clase `Punto`:

```
class Punto:
    "Clase para describir un punto en el espacio"

    num_puntos = 0

    def __init__(self, x=0, y=0, z=0):
        "Inicializa un punto en el espacio"
        self.x = x
        self.y = y
        self.z = z
        Punto.num_puntos += 1
        return None

    def __del__(self):
        "Borra el punto y actualiza el contador"
        Punto.num_puntos -= 1

    def __str__(self):
        s = "(x = {}, y = {}, z = {})".format(self.x, self.y, self.z)
        return s

    def __repr__(self):
        return "Punto(x={}, y={}, z={})".format(self.x, self.y, self.z)

    def __call__(self):
```

(continué en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```

    return self.__str__()

@classmethod
def total(cls):
    "Imprime el número total de puntos"
    print("En total hay {} puntos definidos".format(cls.num_puntos))

```

Complete la implementación de la clase Vector con los métodos pedidos

```

class Vector(Punto):
    "Representa un vector en el espacio"

    def suma(self, v2):
        "Calcula un vector que contiene la suma de dos vectores"
        print("Aún no implementada la suma de dos vectores")
        # código calculando v = suma de self + v2
        # ...

    def producto(self, v2):
        "Calcula el producto interno entre dos vectores"
        print("Aún no implementado el producto interno de dos vectores")
        # código calculando el producto interno pr = v1 . v2

    def abs(self):
        "Devuelve la distancia del punto al origen"
        print("Aún no implementado la norma del vector")
        # código calculando la magnitud del vector

    def angulo_entre_vectores(self, v2):
        "Calcula el ángulo entre dos vectores"
        print("Aún no implementado el ángulo entre dos vectores")
        angulo = 0
        # código calculando angulo = arccos(v1 * v2 / (|v1||v2|))
        return angulo

    def coordenadas_cilindricas(self):
        "Devuelve las coordenadas cilíndricas del vector como una tupla (r, theta, z)"
        print("No implementada")

    def coordenadas_esfericas(self):
        "Devuelve las coordenadas esféricas del vector como una tupla (r, theta, phi)"
        print("No implementada")

```

3. **PARA ENTREGAR:** Cree una clase Polinomio para representar polinomios. La clase debe guardar los datos representando todos los coeficientes. El grado del polinomio será *menor o igual a 9* (un dígito).

NOTA: Utilice el archivo **polinomio_06.py** en el directorio **data**, que renombrará de la forma usual Apellido_06.py. Se le pide que programe:

- Un método de inicialización `__init__` que acepte una lista de coeficientes. Por ejemplo para el polinomio $4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ usaríamos:

```
>>> p = Polinomio([1, 2, 3, 4])
```

- Un método `grado` que devuelva el orden del polinomio


```
>>> p = Polinomio([1,2,3,4])
>>> p.grado()
3
```

- Un método `get_coeficientes`, que devuelva una lista con los coeficientes:

```
>>> p.get_coeficientes()
[1, 2, 3, 4]
```

- Un método `set_coeficientes`, que fije los coeficientes de la lista:

```
>>> p1 = Polinomio()
>>> p1.set_coeficientes([1, 2, 3, 4])
>>> p1.get_coeficientes()
[1, 2, 3, 4]
```

- El método `suma_pol` que le sume otro polinomio y devuelva un polinomio (objeto del mismo tipo)
- El método `mul` que multiplica al polinomio por una constante y devuelve un nuevo polinomio
- Un método, `derivada`, que devuelva la derivada de orden `n` del polinomio (otro polinomio):

```
>>> p1 = p.derivada()
>>> p1.get_coeficientes()
[2, 6, 12]
>>> p2 = p.derivada(n=2)
>>> p2.get_coeficientes()
[6, 24]
```

- Un método que devuelva la integral (antiderivada) del polinomio de orden `n`, con constante de integración `cte` (otro polinomio).

```
>>> p1 = p.integrada()
>>> p1.get_coeficientes()
[0, 1, 1, 1, 1]
>>>
>>> p2 = p.integrada(cte=2)
>>> p2.get_coeficientes()
[2, 1, 1, 1, 1]
>>>
>>> p3 = p.integrada(n=3, cte=1.5)
>>> p3.get_coeficientes()
[1.5, 1.5, 0.75, 0.16666666666666666, 0.08333333333333333, 0.05]
```

- El método `eval`, que evalúe el polinomio en un dado valor de `x`.

```
>>> p = Polinomio([1,2,3,4])
>>> p.eval(x=2)
49
>>>
>>> p.eval(x=0.5)
3.25
```

- (Si puede) Un método `from_string` que crea un polinomio desde un string en la forma:

```
>>> p = Polinomio()
>>> p.from_string('x^5 + 3x^3 - 2 x+x^2 + 3 - x')
>>> p.get_coeficientes()
```

(continúe en la próxima página)

(proviene de la página anterior)

```
[3, -3, 1, 3, 0, 1]
>>>
>>> p1 = Polinomio()
>>> p1.from_string('y^5 + 3y^3 - 2 y + y^2+3', var='y')
>>> p1.get_coeficientes()
[3, -2, 1, 3, 0, 1]
```

- Escriba un método llamado `__str__`, que devuelva un string (que define cómo se va a imprimir el polinomio). Un ejemplo de salida será:

```
>>> p = Polinomio([1,2.1,3,4])
>>> print(p)
4 x^3 + 3 x^2 + 2.1 x + 1
```

- Escriba un método llamado `__call__`, de manera tal que al llamar al objeto, evalúe el polinomio (use el método `eval` definido anteriormente)

```
>>> p = Polinomio([1,2,3,4])
>>> p(x=2)
49
>>>
>>> p(0.5)
3.25
```

- Escriba un método llamado `__add__`(`self, p`), que evalúe la suma de polinomios usando el método `suma_pol` definido anteriormente. Eso permitirá usar la operación de suma en la forma:

```
>>> p1 = Polinomio([1,2,3,4])
>>> p2 = Polinomio([1,2,3,4])
>>> p1 + p2
```

Ejercicios de Clase 8

1. Genere arrays en 2d, cada uno de tamaño 10x10 con:
 - a. Un array con valores 1 en la diagonal principal y 0 en el resto (Matriz identidad).
 - b. Un array con valores 0 en la diagonal principal y 1 en el resto.
 - c. Un array con valores 1 en los bordes y 0 en el interior.
 - d. Un array con números enteros consecutivos (empezando en 1) en los bordes y 0 en el interior.
2. Diga qué resultado produce el siguiente código, y explíquelo

```
# Ejemplo propuesto por Jake VanderPlas
print(sum(range(5), -1))
from numpy import *
print(sum(range(5), -1))
```

3. Escriba una función `suma_potencias(p, n)` (utilizando arrays y **Numpy**) que calcule la operación

$$s_2 = \sum_{k=0}^n k^p$$

4. Usando las funciones de numpy `sign` y `maximum` definir las siguientes funciones, que acepten como argumento un array y devuelvan un array con el mismo *shape*:
 - función de Heaviside, que vale 1 para valores positivos de su argumento y 0 para valores negativos.
 - La función escalón, que vale 0 para valores del argumento fuera del intervalo $(-1, 1)$ y 1 para argumentos en el intervalo.
 - La función rampa, que vale 0 para valores negativos de x y x para valores positivos.
5. **PARA ENTREGAR. Caída libre** Cree un programa que calcule la posición y velocidad de una partícula en caída libre para condiciones iniciales dadas (h_0, v_0) , y un valor de gravedad dados. Se utilizará la convención de que alturas y velocidades positivas corresponden a vectores apuntando hacia arriba (una velocidad positiva significa que la partícula se aleja de la tierra).

El programa debe realizar el cálculo de la velocidad y altura para un conjunto de tiempos equiespaciados. El usuario debe poder decidir o modificar el comportamiento del programa mediante opciones por línea de comandos.

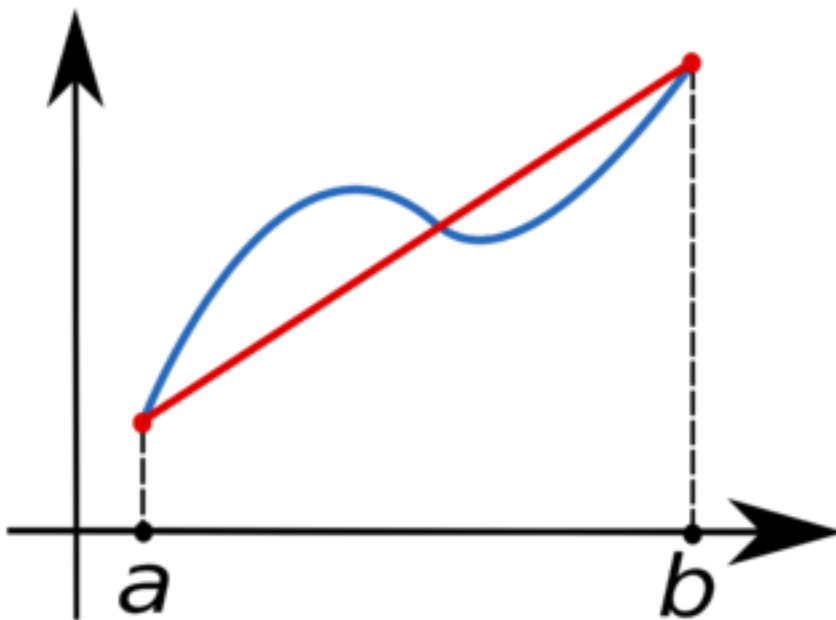
El programa debe aceptar las siguientes opciones por líneas de comando: - `-v vel` o, equivalentemente `--velocidad=vel`, donde `vel` es el número dando la velocidad inicial en m/s. El valor por defecto será 0. - `-h alt` o, equivalentemente `--altura=alt`, donde `alt` es un número dando la altura inicial en metros. El valor por defecto será 1000. La altura inicial debe ser un número positivo. - `-g grav`, donde `grav` es el módulo del valor de la aceleración de la gravedad en m/s^2 . El valor por defecto será 9.8. - `-o nombre` o, equivalentemente `--output=nombre`, donde `nombre` será el nombre de un archivo donde se escribirán los resultados. Si el usuario no usa esta opción, debe imprimir por pantalla (`sys.stdout`). - `-n N` o, equivalentemente `--Ndatos=N`, donde `N` es un número entero indicando la cantidad de datos que deben calcularse. Valor por defecto: 100 - `--ti=instante_inicial` indica el tiempo inicial de cálculo. Valor por defecto: 0. No puede ser mayor que el tiempo de llegada a la posición $h = 0$ - `--tf=tiempo_final` indica el tiempo final de cálculo. Valor por defecto será el correspondiente al tiempo de llegada a la posición $h = 0$.

NOTA: Envíe el programa llamado **Suapellido_08.py** en un adjunto por correo electrónico, con asunto: **Suapellido_08**, antes del día lunes 9 de Marzo.

6. Queremos realizar numéricamente la integral

$$\int_a^b f(x)dx$$

utilizando el método de los trapecios. Para eso partimos el intervalo $[a, b]$ en N subintervalos y aproximamos la curva en cada subintervalo por una recta



La línea azul representa la función $f(x)$ y la línea roja la interpolación por una recta (figura de https://en.wikipedia.org/wiki/Trapezoidal_rule)

Si llamamos x_i ($i = 0, \dots, n$, con $x_0 = a$ y $x_n = b$) los puntos equiespaciados, entonces queda

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2} \sum_{i=1}^n (f(x_i) + f(x_{i-1})).$$

- Escriba una función `trapz(x, y)` que reciba dos arrays unidimensionales `x` e `y` y aplique la fórmula de los trapecios.

- Escriba una función `trapzf(f, a, b, npts=100)` que recibe una función `f`, los límites `a, b` y el número de puntos a utilizar `npts`, y devuelve el valor de la integral por trapecios.
- Calcule la integral logarítmica de Euler:

$$\text{Li}(t) = \int_2^t \frac{1}{\ln x} dx$$

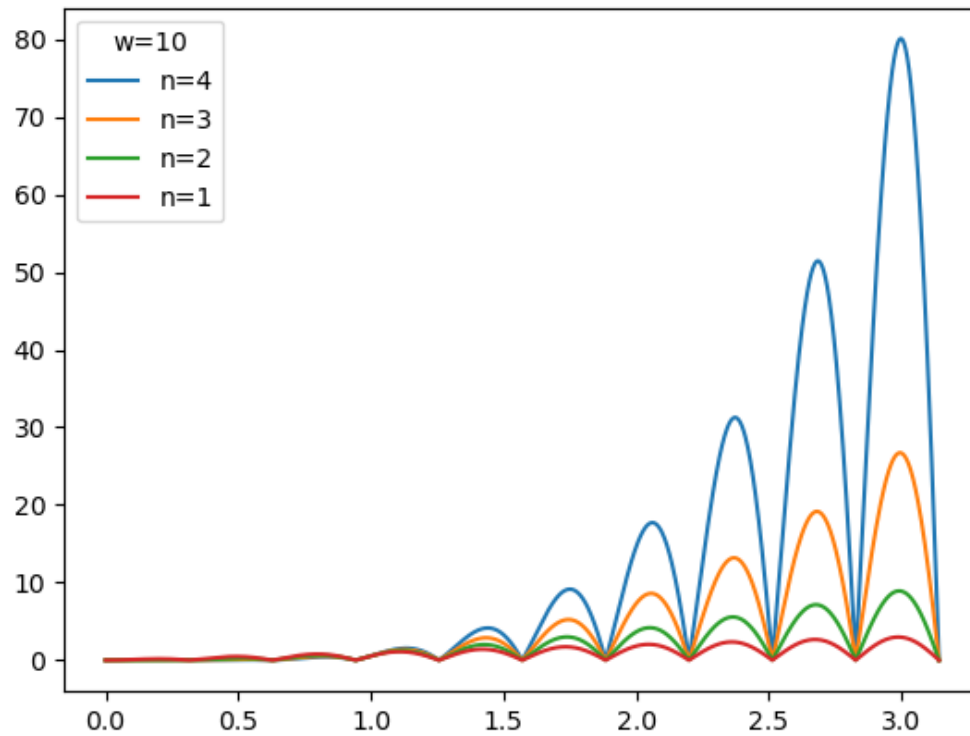
usando la función `t' trapzft'` para valores de `npts=10, 20, 30, 40, 50, 60`

Ejercicios de Clase 9

1. Realizar un programa para visualizar la función

$$f(x, n, w) = x^n |\sin(wx)|$$

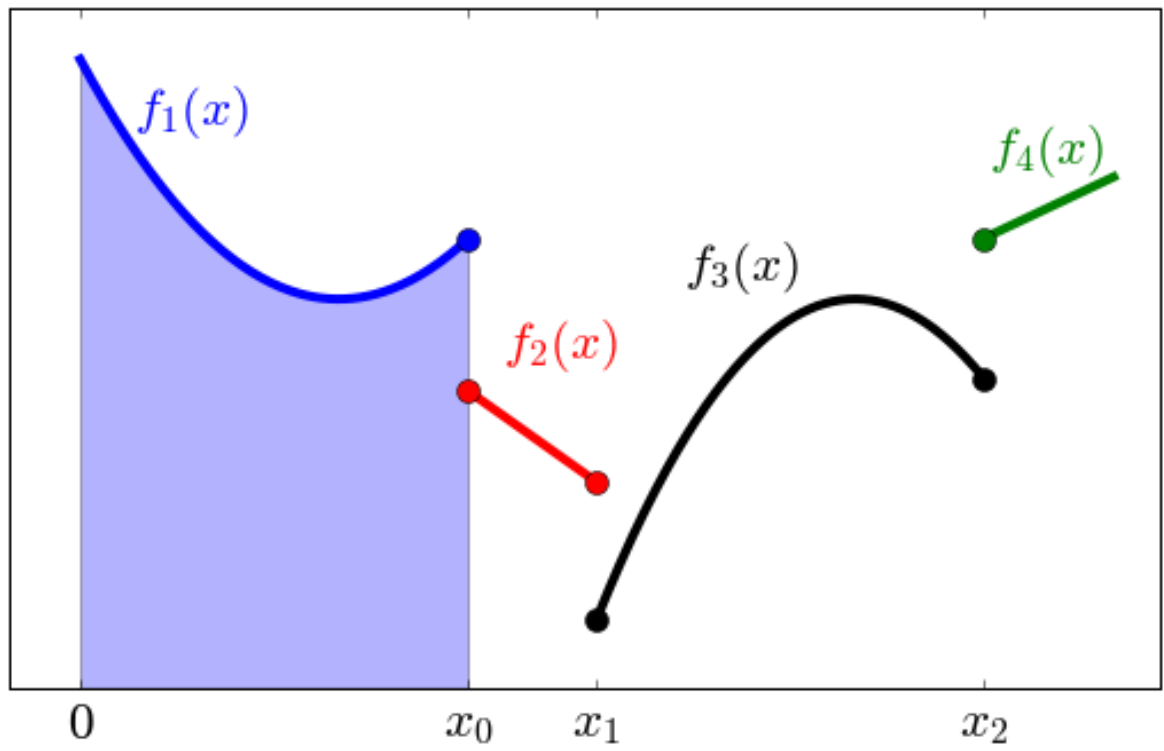
El programa debe realizar el gráfico para $w = 10$, con cuatro curvas para $n = 1, 2, 3, 4$, similar al que se muestra en la siguiente figura



2. Para la función definida a trozos:

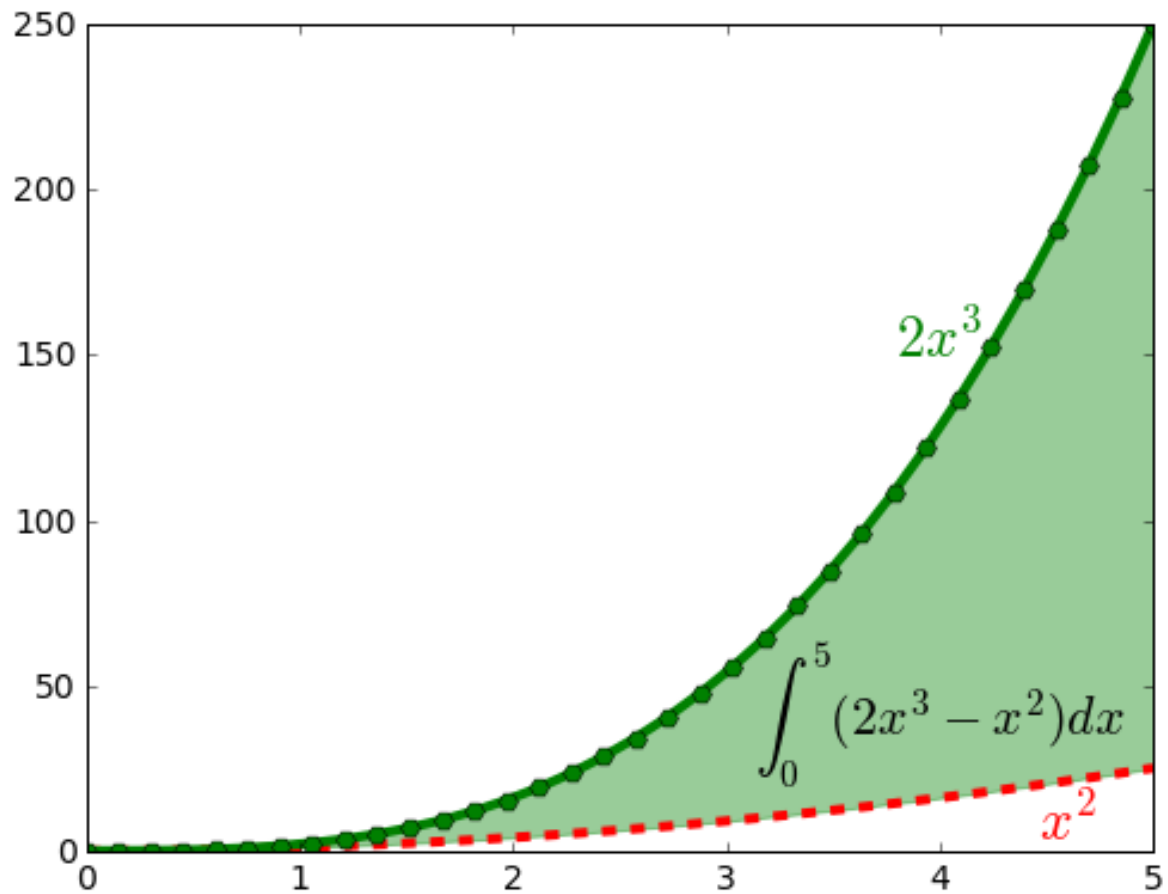
$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) = x^2/8 & -\pi < x \leq \pi/2 \\ f_2(x) = -0,3x & \pi/2 < x < \pi \\ f_3(x) = -(x - 2\pi)^2/6 & \pi \leq x \leq 5\pi/2 \\ f_4(x) = (x - 2\pi)/5 & 5\pi/2 < x \leq 3\pi \end{cases}$$

realizar la siguiente figura de la manera más fiel posible.

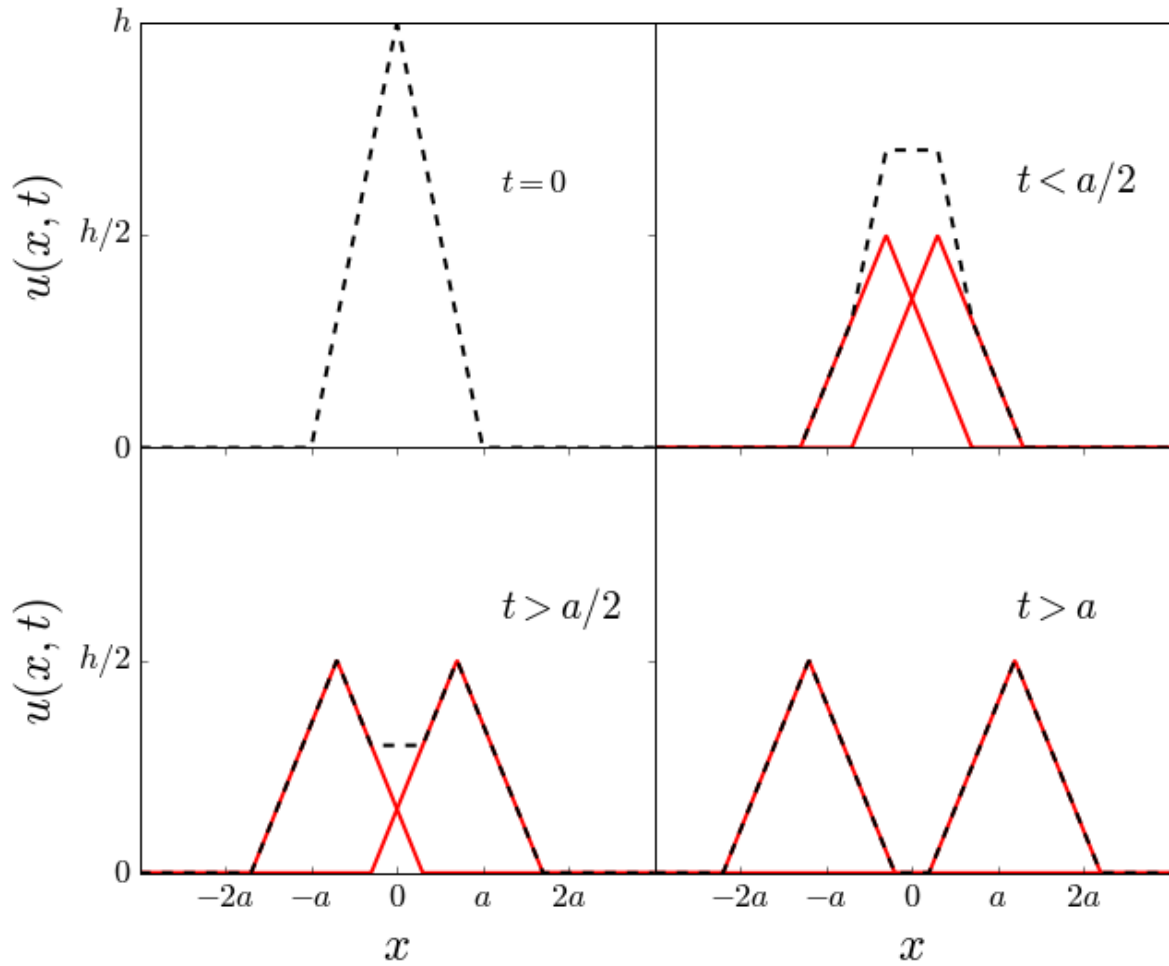


Pistas: Buscar información sobre `plt.fill_between()` y sobre `plt.xticks` y `plt.yticks`.

3. Rehacer la siguiente figura:



4. Notando que la curva en color negro corresponde a la suma de las dos curvas en rojo, rehacer la siguiente figura:



3. Crear una hoja de estilo que permita hacer gráficos adecuados para posters y presentaciones. Debe modificar los tamaños para hacerlos legibles a mayores distancias (sugerencia 16pt). El tamaño de la letra de los nombres de ejes y en las leyendas debe ser mayor también. Las líneas deben ser más gruesas (sugerencia: ~4), los símbolos de mayor tamaño (sugerencia ~10).

Ejercicios de Clase 10

1. Dado un array a de números, creado por ejemplo usando:

```
a = np.random.uniform(size=100)
```

Encontrar el número más cercano a un número escalar dado (por ejemplo $x=0.5$).

2. Vamos a estudiar la frecuencia de aparición de cada dígito en la serie de Fibonacci, generada siguiendo las reglas:

$$a_1 = a_2 = 1, \quad a_i = a_{i-1} + a_{i-2}.$$

Se pide:

1. Crear una función que acepte como argumento un número entero N y retorne una secuencia (lista, tupla, diccionario o *array*) con los elementos de la serie de Fibonacci.
2. Crear una función que devuelva un histograma de ocurrencia de cada uno de los dígitos en el primer lugar del número. Por ejemplo para los primeros 8 valores ($N = 8$): 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 tendremos que el 1 aparece 3 veces, el 2 aparece 2 veces, 3, 5, 8 una vez. Normalizar los datos dividiendo por el número de valores N .
3. Utilizando las dos funciones anteriores graficar el histograma para un número N grande y comparar los resultados con la ley de Benford

$$P(n) = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{d} \right).$$

4. **PARA ENTREGAR (01/04):** Estimar el valor de π usando diferentes métodos basados en el método de Monte Carlo:

1. Crear una función para calcular el valor de π usando el método de cociente de áreas. Para ello:
 - Generar puntos en el plano dentro del cuadrado de lado unidad cuyo lado inferior va de $x = 0$ a $x = 1$
 - Contar cuantos puntos caen dentro del (cuarto de) círculo unidad. Este número tiende a ser proporcional al área del círculo

- La estimación de π será igual a cuatro veces el cociente de números dentro del círculo dividido por el número total de puntos.
2. Crear una función para calcular el valor de π usando el método del valor medio: Este método se basa en la idea de que el valor medio de una función se puede calcular de la siguiente manera:

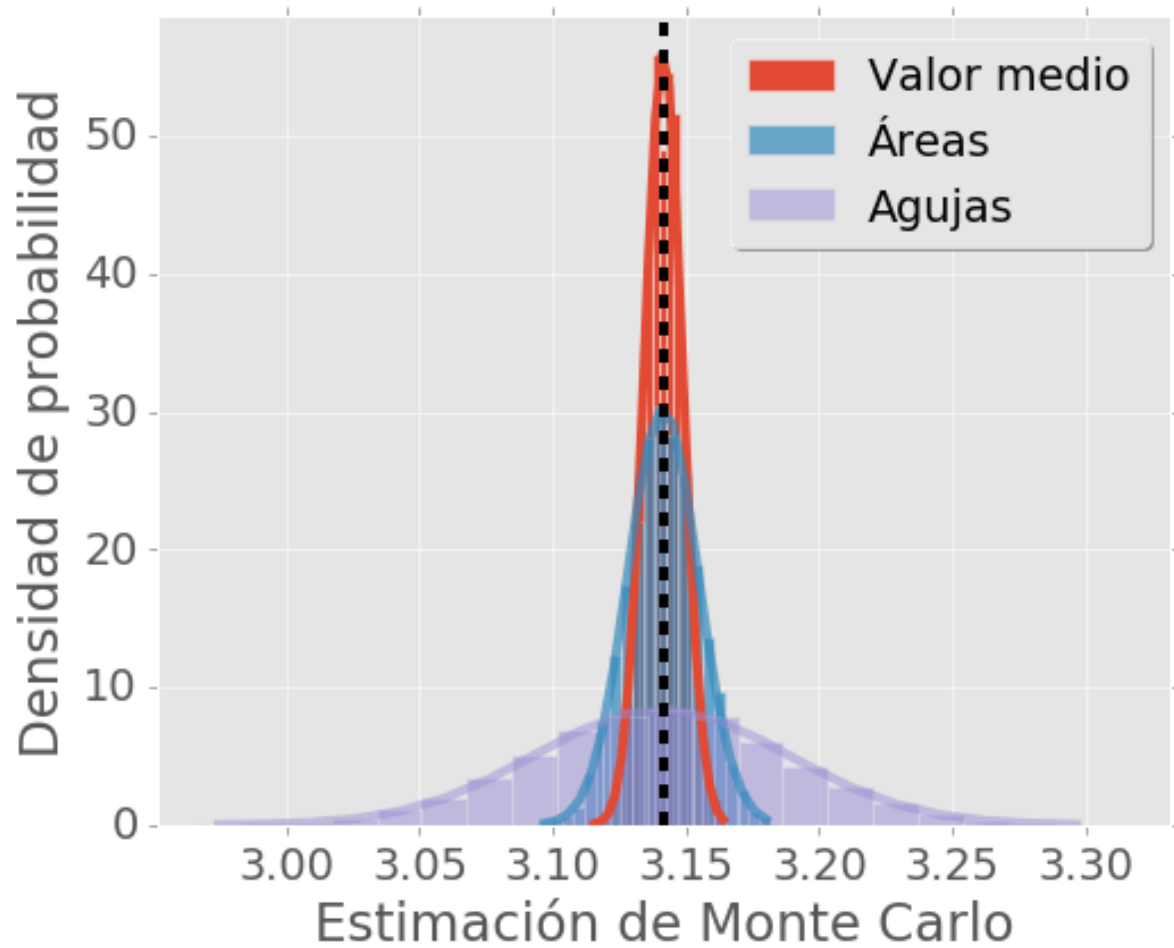
$$\langle f \rangle = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

Tomando la función particular $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ entre $x = 0$ y $x = 1$, obtenemos:

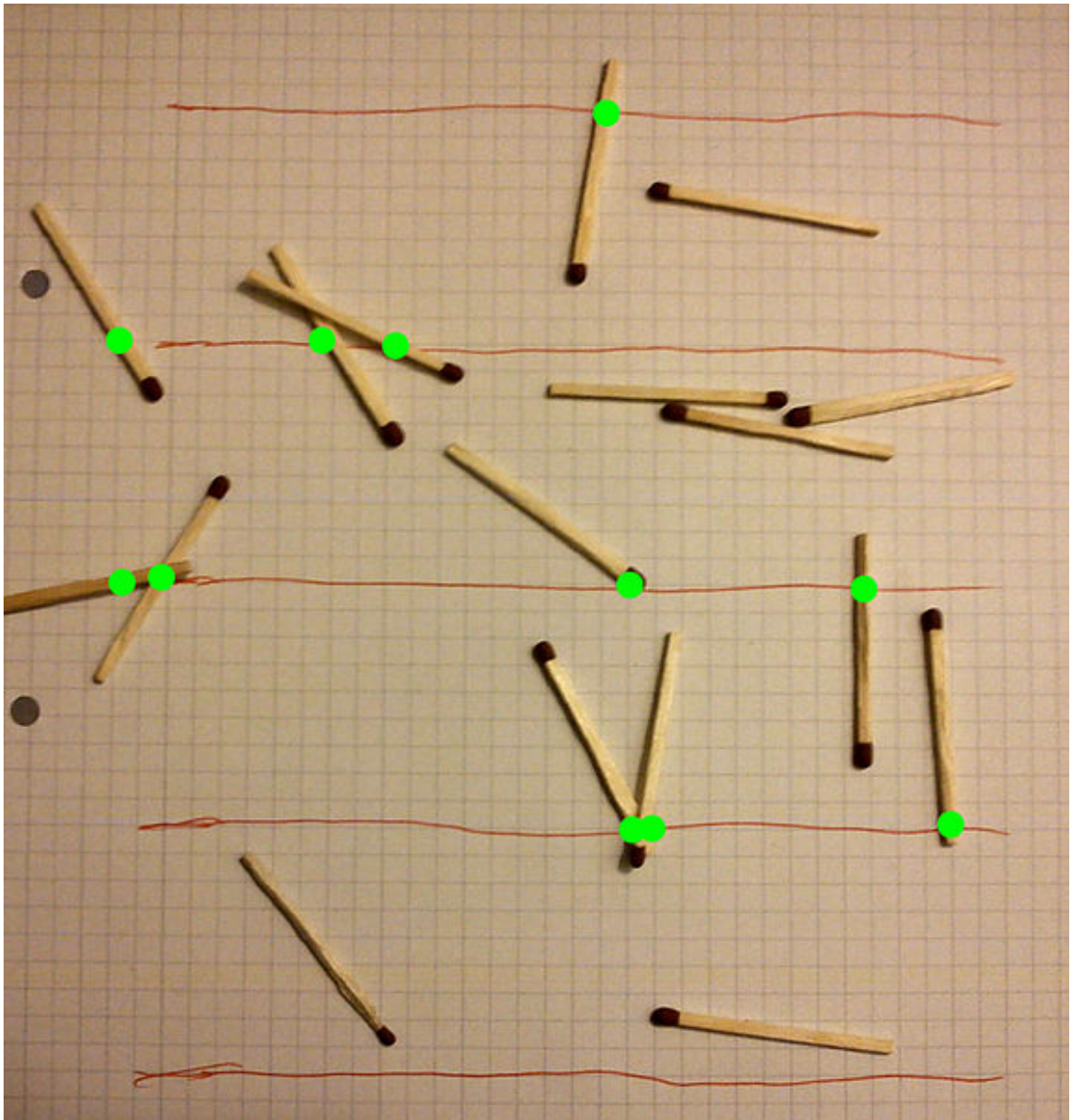
$$\langle f \rangle = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{4}$$

Entonces, tenemos que estimar el valor medio de la función f y, mediante la relación anterior obtener $\pi = 4\langle f(x) \rangle$. Para obtener el valor medio de la función notamos que si tomamos X es una variable aleatoria entre 0 y 1, entonces el valor medio de $f(X)$ es justamente $\langle f \rangle$. Su función debe entonces

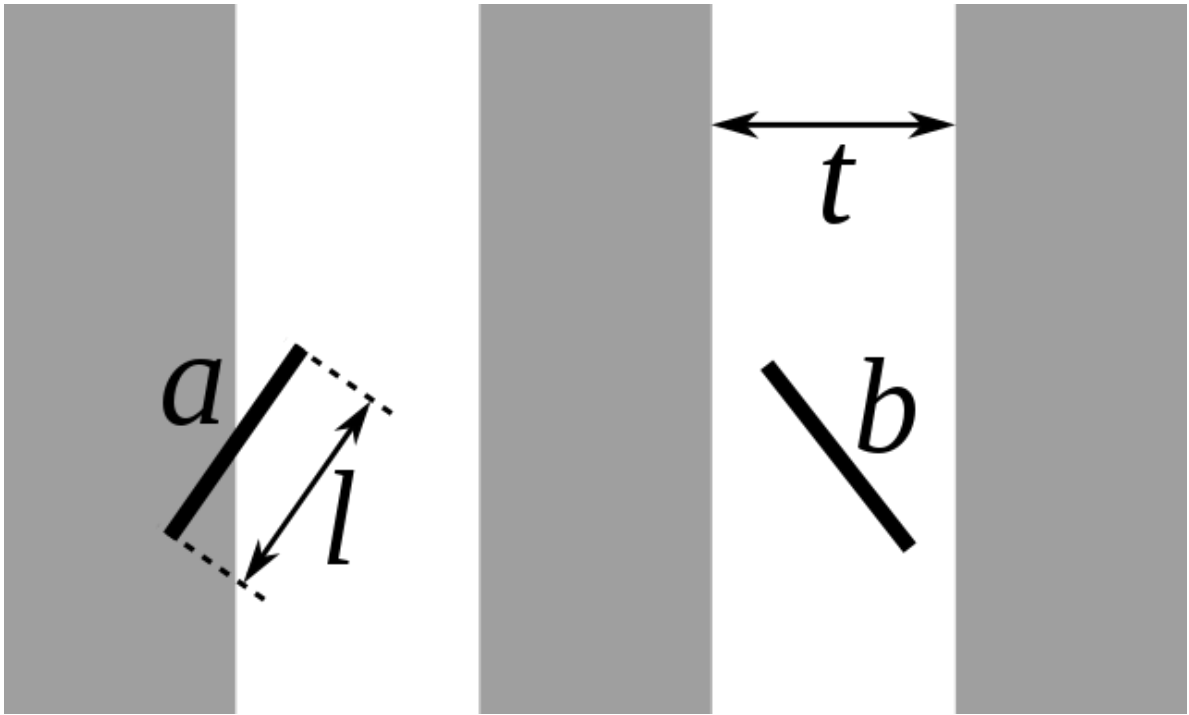
- Generar puntos aleatoriamente en el intervalo $[0, 1]$
 - Calcular el valor medio de $f(x)$ para los puntos aleatorios x .
 - El resultado va a ser igual al valor de la integral, y por lo tanto a $\pi/4$.
3. Utilizar las funciones anteriores con diferentes valores para el número total de puntos N . En particular, hacerlo para 20 valores de N equiespaciados logarítmicamente entre 100 y 10000. Para cada valor de N calcular la estimación de π . Realizar un gráfico con el valor estimado como función del número N con los dos métodos (dos curvas en un solo gráfico)
 4. Para $N = 15000$ repetir el experimento muchas veces (al menos 1000) y realizar un histograma de los valores obtenidos para π con cada método. Graficar el histograma y calcular la desviación standard. Superponer una función Gaussiana con el mismo ancho. El gráfico debe ser similar al siguiente (*el estilo de graficación no tiene que ser el mismo*)



5. El método de la aguja del bufón se puede utilizar para estimar el valor de π , y consiste en tirar agujas (o palitos, fósforos, etc) al azar sobre una superficie rayada



Por simplicidad vamos a considerar que la distancia entre rayas t es mayor que la longitud de las agujas ℓ



La probabilidad de que una aguja cruce una línea será:

$$P = \frac{2\ell}{t\pi}$$

por lo que podemos calcular el valor de π si estimamos la probabilidad P . Realizar una función que estime π utilizando este método y repetir las comparaciones de los dos puntos anteriores pero ahora utilizando este método y el de las áreas.

Ejercicios de Clase 11

1. En el archivo `palabras.words.gz` hay una larga lista de palabras, en formato comprimido. Siguiendo la idea del ejemplo dado en clases realizar un histograma de las longitudes de las palabras.
2. Modificar el programa del ejemplo de la clase para calcular el histograma de frecuencia de letras en las palabras (no sólo la primera). Considere el caso insensible a la capitalización: las mayúsculas y minúsculas corresponden a la misma letra (á es lo mismo que Á y ambas corresponden a a).
3. Utilizando el mismo archivo de palabras, Guardar todas las palabras en un array y obtener los índices de las palabras que tienen una dada letra (por ejemplo la letra j), los índices de las palabras con un número dado de letras (por ejemplo 5 letras), y los índices de las palabras cuya tercera letra es una vocal. En cada caso, dar luego las palabras que cumplen dichas condiciones.
4. En el archivo `colision.npy` hay una gran cantidad de datos que corresponden al resultado de una simulación. Los datos están organizados en trece columnas. La primera corresponde a un parámetro, mientras que las 12 restantes corresponde a cada una de las tres componentes de la velocidad de cuatro partículas. Calcular y graficar:
 5. la distribución de ocurrencias del primer parámetro.
 6. la distribución de ocurrencias de energías de la tercera partícula.
 7. la distribución de ocurrencias de ángulos de la cuarta partícula, medido respecto al tercer eje.
 8. la distribución de energías de la tercera partícula cuando la cuarta partícula tiene un ángulo menor a 90 grados con el tercer eje.

Realizar los cuatro gráficos utilizando un formato adecuado para presentación (charla o poster).

5. Leer el archivo `colision.npy` y guardar los datos en formato texto con un encabezado adecuado. Usando el comando mágico `%timeit` o el módulo `timeit`, comparar el tiempo que tarda en leer los datos e imprimir el último valor utilizando el formato de texto y el formato original `npy`. Comparar el tamaño de los dos archivos.
6. El submódulo **`scipy.constants`** tiene valores de constantes físicas de interés. Usando este módulo compute la constante de Stefan-Boltzmann σ utilizando la relación:

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^2}$$

Confirme que el valor obtenido es correcto comparando con la constante para esta cantidad en `scipy.constants`

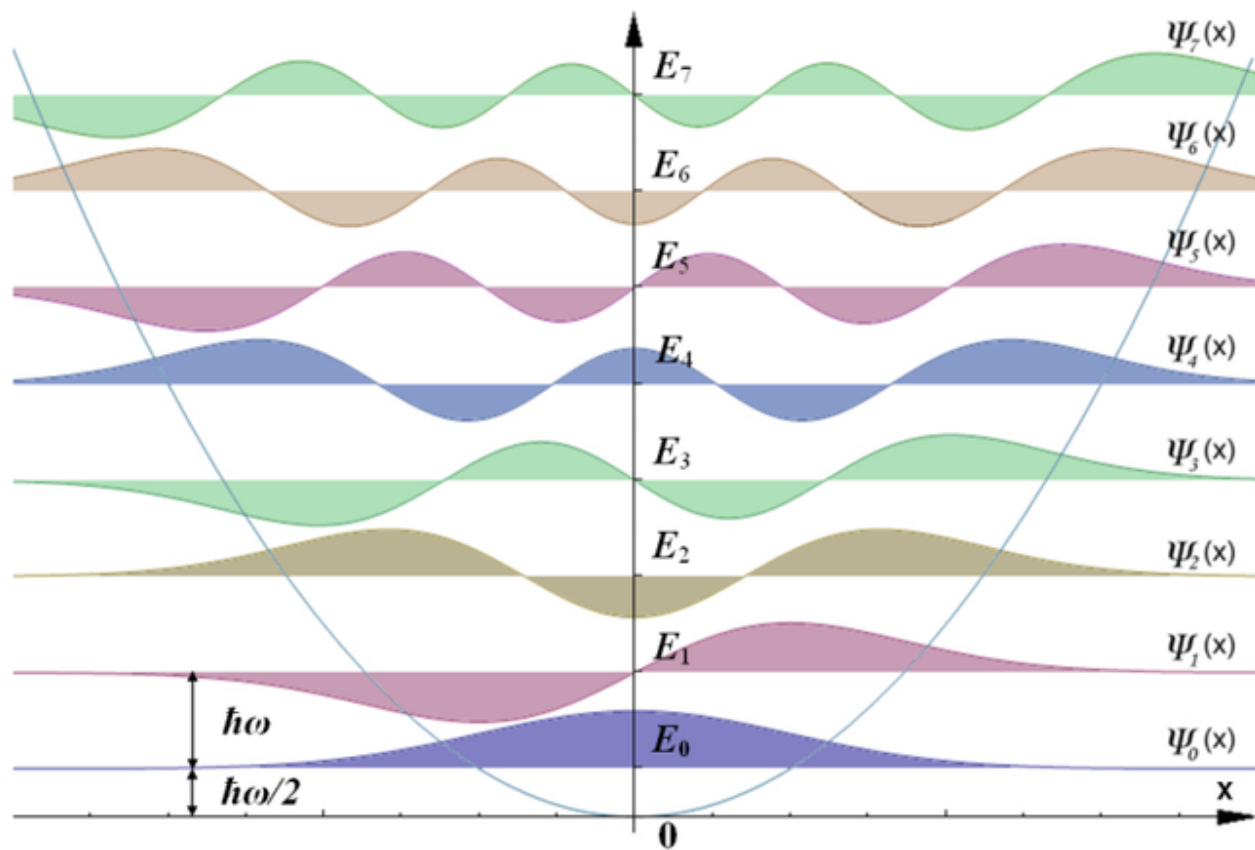
7. Usando **Scipy** y **Matplotlib** grafique las funciones de onda del oscilador armónico unidimensional para las cuatro energías más bajas ($n = 1, 2, 3, 4$), en el intervalo $[-5, 5]$. Asegúrese de que están correctamente normalizados.

Las funciones están dadas por:

$$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} \cdot \left(\frac{\omega}{\pi}\right)^{1/4} \cdot e^{-\frac{\omega x^2}{2}} \cdot H_n(\sqrt{\omega}x), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

donde H_n son los polinomios de Hermite, y usando $\omega = 2$.

Trate de obtener un gráfico similar al siguiente (tomado de [wikipedia](#). Realizado por By AllenMcC. - [File: HarmOszifunktionen.jpg](#), CC BY-SA 3.0)



CAPÍTULO 23

Material adicional

- Puede consultar el [programa completo propuesto](#)
- Puede descargar las [Clases en formato pdf](#)