Scopo di questo elaborato è quello di descrivere il processo di progettazione e simulazione di vari algoritmi di controllo lineari affrontati nel corso di Complementi di Controlli. Il sistema fisico di riferimento `e il modello linearizzato di un drone. Le tecniche di controllo sperimentate sono basate sulla retroazione di stato: in particolare sono state implementate realizzazioni basate sulla tecnica dell’allocazione degli autovalori con le rispettive varianti con precompensazione o con presenza dell’azione integrale. In questo modo `e possibile assegnare una dinamica desiderata al sistema controllato, sulla base di specifiche come tempo di assestamento e sovraelongazione massima. Dopodichè è stato progettato un controllo ottimo LQ, allo scopo di minimizzare un funzionale di costo quadratico con pesi scelti in modo arbitrario, e ne sono state analizzate le prestazioni, in termini di stato e di ingresso di controllo, al variare della scelta dei pesi. Nell’ipotesi, realistica, di non disporre di una misura completa delle variabili di stato, `e stato progettato un osservatore, sia con la tecnica dell’assegnazione degli autovalori, sia usando i risultati della teoria alla base dei processi stocastici. In particolare, è stato realizzato un filtro di Kalman allo scopo di minimizzare disturbi di processo e rumore di misura stocastici, e ne sono state testate le prestazioni in presenza di rumore bianco gaussiano. Infine, oltre che sul modello lineari

# Modello matematico

Considero i seguenti parametri:

m1=2;

m2=1.5;

M=0.8;

R=0.5;

k1=0.9;

k2=0.8;

k3=0.8;

b=0.35;

J=M\*R^2/2;

const=M\*R+J/R;

Variabili di stato:

Uscite:

Su MATLAB:

A=[ 0 1 0 0 0 0;

-k1/m1 -b/m1 k1/m1\*R b\*R/m1 0 0;

0 0 0 1 0 0;

k1/const b/const -(k1\*R+k2\*R)/const -b\*R/const k2/const 0;

0 0 0 0 0 1;

0 0 k2\*R/m2 0 -(k3+k2)/m2 0];

B=[0 0 0 0 0 k3/m2;

0 0 0 2/const 0 0]';

C=[1 0 0 0 0 0;

0 0 0 0 1 0];

D=zeros(2);

x0=[0 0 0 0 0 0];

Andiamo a valutare anche i poli dell’impianto a ciclo aperto:

eig(A)

Immagine che contiene testo, Carattere, bianco, ricevuta

Descrizione generata automaticamente

Presenta 3 coppie di poli complessi e coniugati, tutti a parte reale negativa. Possiamo concludere dicendo che il sistema a ciclo aperto è asintoticamente stabile.

sys=ss(A,B,C,D);

figure

step(sys)

Immagine che contiene testo, schermata, linea, diagramma

Descrizione generata automaticamente

# Controllabilità e Osservabilità dell’impianto

Affinché le strategie di controllo abbiano l’effetto desiderato, bisogna assicurarsi della controllabilità e dell’osservabilità del sistema considerato.   
Un sistema si dice “completamente controllabile” se e solo se la sua matrice di controllabilità ha rango pieno, il quale dovrà essere pari all’ordine del sistema stesso.  
Un sistema si dice “completamente osservabile” se e solo se la sua matrice di osservabilità ha rango pieno; il ragionamento è quindi analogo al caso precedente.  
Tramite i seguenti comandi, abbiamo valutato la controllabilità e l’osservabilità dell’impianto in esame:

ctr=ctrb(A,B);

rank(ctr) %risulta completamente controllabile

>> ans=6

obs=obsv(A,C);

rank(obs) %risulta completamente osservabile

>> ans=6

Con il comando “rank” andiamo a valutare la dimensione delle matrici di controllabilità e di osservabilità. Possiamo concludere che entrambe le matrici presentano rango pari all’ordine del sistema; di conseguenza quest’ultimo è completamente controllabile e completamente osservabile.

# Assegnamento degli Autovalori

La prima strategia di controllo presentata è basata sull’assegnamento degli autovalori tramite retroazione di stato. Questa tecnica consiste in uno schema di controllo con retroazione statica dello stato. La caratteristica fondamentale è quella di poter scegliere la dinamica del sistema a ciclo chiuso allocando i poli della matrice di trasferimento; in questo modo risulta possibile stabilizzare il sistema e soddisfare alcuni requisiti della risposta transitoria.

Bisogna a questo punto individuare il vettore degli autovalori che vogliamo raggiungere tramite retroazione di stato. Questo vettore verrà scelto in relazione alle caratteristiche dinamiche e statiche richieste.

Consideriamo di voler raggiungere la posizione desiderata in un tempo di 5s con una sovraelongazione minore del 2%.

Da tali espressioni è possibile ricavare ωn e ζ, dalle relazioni inverse.

Suppongo di voler approssimare il mio sistema del sesto ordine con un sistema del secondo ordine con due poli dominanti. questi ultimi saranno soluzione dell’equazione di secondo grado:

PO=2;

Ts=2;

zita=abs(log(PO/100))/(sqrt(pi^2+log(PO/100)^2));

wn=4/(zita\*Ts);

p=roots([1 2\*zita\*wn wn^2])';

% a questi aggiungo gli altri 4 poli ad alte frequenze:

Poli=[p real(p(1)\*10) real(p(1)\*10+1) real(p(1)\*10+2) real(p(1)\*10+3)]

Ottengo i poli:

>> Poli'

ans =

-2.0000 + 1.6061i

-2.0000 - 1.6061i

-20.0000 + 0.0000i

-19.0000 + 0.0000i

-18.0000 + 0.0000i

-17.0000 + 0.0000i

A questo punto non resta che utilizzare il comando *place* per ottenere la matrice di retroazione di stato K. Inoltre, verifico che il sistema a ciclo chiuso abbia effettivamente i poli nelle posizioni desiderate.

K=place(A,B,Poli)

eig(A-B\*K)

Immagine che contiene testo, Carattere, schermata, linea

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene testo, Carattere, bianco, algebra

Descrizione generata automaticamente

Il Sistema a ciclo chiuso sarà:

sys\_k=ss(A-B\*K,B,C-D\*K,D);

step(sys\_k)

A questo punto inserisco una matrice di precompensazione in modo da rimuovere l’errore a regime ed ottenere y∞ = r. Basta calcolare la matrice di guadagno statico del sistema retroazionato.

Kfb=dcgain(sys\_k);

Kff=pinv(Kfb);

Questa tecnica di controllo, in generale, non è robusta a variazioni parametriche ed alla presenza di disturbi in ingresso o in uscita all’impianto da controllare.

Immagine che contiene diagramma, testo, linea, Carattere

Descrizione generata automaticamente Immagine che contiene schermata, linea

Descrizione generata automaticamente

# LQR ed azione integrale

Inserendo un’azione integrale mi assicuro astatismo con disturbi costanti ed errore a regime nullo per riferimenti a gradino.

Si può dimostrare che se la coppia (A,B) è completamente controllabile e se la matrice W ha rango pari alla somma del numero di stati e del numero di uscite, allora il sistema aumentato è completamente controllabile.   
La matrice W è definita nel seguente modo:

ciò equivale a dire che il numero di uscite deve essere minore o al più uguale al numero di ingressi di controllo. In questo caso, poiché abbiamo un solo ingresso di controllo, è possibile retroazionare un’unica uscita.

Sistema aumentato:

Aaum=[A zeros(6,1);

-C(1,:) 0];

Baum=[B;zeros(1,2)];

Caum=[C zeros(2,1)];

Daum=D;

sysAum=ss(Aaum,Baum,Caum,Daum);

rank(ctrb(Aaum,Baum(:,1)))



Adesso bisogna calcolare la matrice di retroazione attraverso il controllo LQ.

%% simulink