

NAMA : PUTRI ANGRAINI AZIZ
NIM : E1E122074
KELAS : GENAP

MATEMATIKA DISKRIT

Himpunan

1. Pengertian Himpunan

Himpunan adalah kumpulan dari objek-objek yang berbeda. Untuk menyatakan, digunakan huruf KAPITAL seperti A, B, C, dsb. Untuk menyatakan anggota-anggotanya digunakan huruf kecil, seperti a,b,c, dsb. Objek di dalam himpunan disebut elemen, unsur, atau anggota.

HIMATEK adalah contoh sebuah himpunan, di dalamnya berisi anggota berupa mahasiswa. Tiap mahasiswa berbeda satu sama lain.

2. Cara Penyajian Himpunan

a. Enumerasi

Setiap anggota himpunan didaftarkan secara rinci.

Contoh :

Himpunan empat bilangan asli pertama: $A = \{1, 2, 3, 4\}$.

Himpunan lima bilangan genap positif pertama: $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$.

$R = \{a, b, \{a, b, c\}, \{a, c\}\}$

$C = \{a, \{a\}, \{\{a\}\}\}$

$K = \{\{\}\}$

b. Simbol-simbol Baku

$P =$ himpunan bilangan bulat positif = $\{1, 2, 3, \dots\}$

$N =$ himpunan bilangan Asli (natural) = $\{1, 2, \dots\}$

$Z =$ himpunan bilangan bulat = $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

$Q =$ himpunan bilangan rasional

$R =$ himpunan bilangan riil

$C =$ himpunan bilangan kompleks

Himpunan yang universal: semesta, disimbolkan dengan U.

Contoh:

Misalkan $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan A adalah himpunan bagian dari U , dengan $A = \{1, 3, 5\}$.

c. Notasi Pembentuk Himpunan

Notasi: $\{x \mid \text{syarat yang harus dipenuhi oleh } x\}$

Contoh :

A adalah himpunan bilangan bulat positif kecil dari 5 $A = \{x \mid x \text{ bilangan bulat positif lebih kecil dari } 5\}$ atau $A = \{x \mid x \leq 4\}$ yang ekuivalen dengan $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$M = \{x \mid x \text{ adalah mahasiswa yang mengambil kuliah matematika diskrit}\}$

d. Diagram Venn

Contoh :

Misalkan $U = \{1, 2, \dots, 7, 8\}$,

$A = \{1, 2, 3, 5\}$ dan $B = \{2, 5, 6, 8\}$.

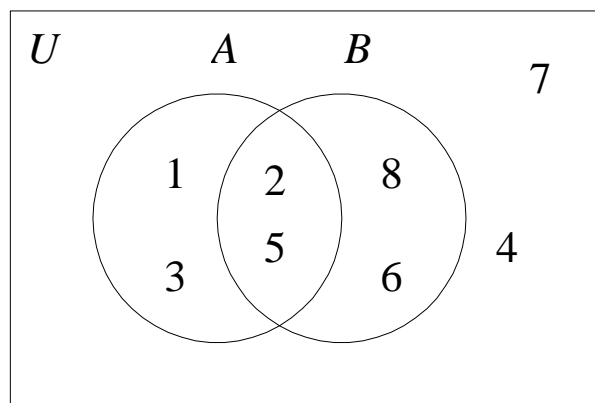


Diagram Venn:

3. Simbol Himpunan

Simbol \in digunakan untuk keanggotaan suatu elemen, dan untuk menyatakan *bukan anggota* digunakan \notin .

Jika $C = \{a, b, \{a\}, \{b, c\}, c, d, \{e, 9\}\}$

Maka $a \in C$, $b \in C$, $e \notin C$, $f \notin C$, $\{a\} \in C$, $\{e, 9\} \in C$, $\{c\} \notin C$,

$\{d\} \notin C$, $\{b\} \notin C$, $\{b, c\} \in C$

Banyaknya anggota dari suatu himpunan disebut bilangan kardinal. dinyatakan dengan $n(C)$ atau $|C|$

Jadi $n(C) = 7$ atau $|C| = 7$

4. Istilah-istilah dalam Himpunan

a. Himpunan Semesta

Himpunan yang mencakup semua anggota yang sedang dibicarakan.

b. Himpunan Kosong

Himpunan yang *tidak memiliki anggota*. Himpunan kosong dinyatakan dengan simbol \emptyset atau $\{ \}$.

Himpunan $\{0\}$ bukan himpunan kosong, melainkan suatu himpunan yang mempunyai satu anggota yaitu bilangan nol.

c. Himpunan yang ekuivalen

Dua himpunan yang tidak kosong A dan B dikatakan ekuivalen jika banyaknya anggota A sama dengan banyaknya anggota B, ditulis dengan $n(A) = n(B)$ atau $|A| = |B|$.

Dua himpunan yang sama pasti ekuivalen.

d. Diagram Venn (John Venn Pada Tahun 1881)

Himpunan digambarkan dengan sebuah oval (tidak harus), dan anggota-anggota digambarkan dengan sebuah noktah (titik) yang diberi label, sedangkan himpunan semesta digambarkan dengan segi empat.

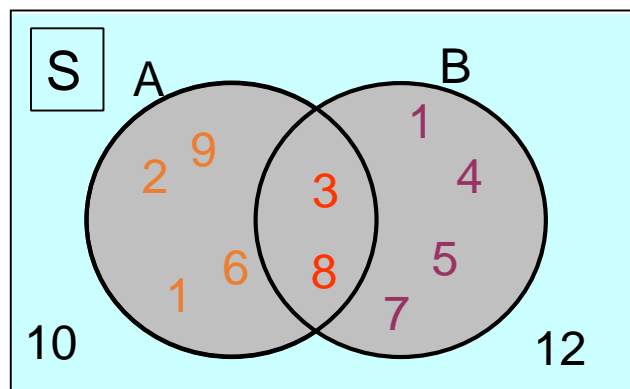
Contoh diagram ven:

Jika diketahui

$$S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$$

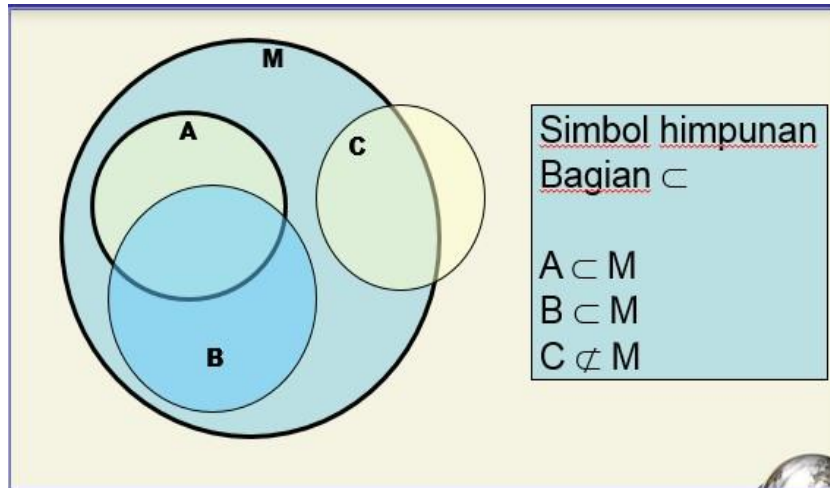
$$A = \{2,3,6,8,9,11\}$$

$B = \{1,3,4,5,7,8\}$ Maka diagram ven untuk kasus tersebut adalah sebagai berikut :



5. Himpunan Bagian

Himpunan B dikatakan himpunan bagian dari himpunan A jika setiap $x \in B$ maka $x \in A$, dinotasikan dengan $B \subset A$.



6. Himpunan Kuasa

Himpunan Kuasa dari himpunan A adalah suatu himpunan yang anggotanya adalah semua himpunan bagian dari A, termasuk himpunan kosong dan himpunan A sendiri. Himpunan kuasa dinotasikan dengan $P(A)$ atau 2^A .

Contoh : Jika $A = \{a, b, 5\}$, maka himpunan kuasa dari A adalah $P(A) = \{x, \{a\}, \{b\}, \{5\}, \{a,b\}, \{a,5\}, \{b,5\}, \{a,b,5\}\}$

a. Operasi Gabungan

Definisi : $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$

Jika

$= \{2, 3, 5, 7, 9\}$; $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 6\}$; $E = \{1, 2, 4\}$

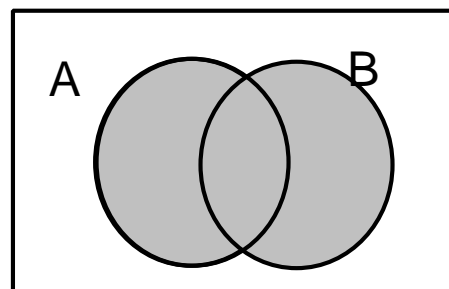
$C = \{10, 11, 14, 15\}$; $D = \{\text{Anto}, 14,$

$L\}$

Maka :

$U \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$ $A \cup D =$

$\{2, 3, 5, 7, 9, \text{Anto}, 14, L\}$



b. Operasi Irisan

Definisi : $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$

Jika :

Maka :

$A = \{ 2, 3, 5, 7, 9 \}$

$A \cap B =$

$B = \{ 0, 1, 2, 4, 5, 6, \}$

$E \cap B =$

$C = \{ 10, 11, 14, 15 \}$

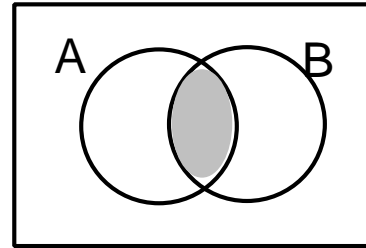
$A \cap C =$

$D = \{ \text{Anto, 14, L} \}$

$D \cap C =$

$E = \{ 1, 2, 4 \}$

$A \cap D =$



c. Operasi Selisih

Definisi : $A - B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B \}$

Contoh :

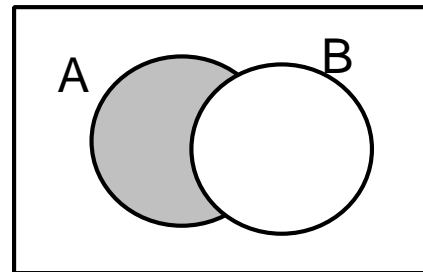
$A = \{ 2, 3, 4, 6, 7, 9 \}; B = \{ 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10 \}$

$; C = \{ 3, 5, 9 \}$

Maka :

$A - B = \{ 4, 7 \}$

$B - A = \{ 1, 5, 8, 10 \}$



d. Operasi Beda Setangkup

Definisi : $A \oplus B = \{ x \mid (x \in A \text{ atau } x \in B) \}$

$\& x \notin (A \cap B)$

$A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B)$

$A \oplus B = (A - B) \cup (B - A)$

Contoh:

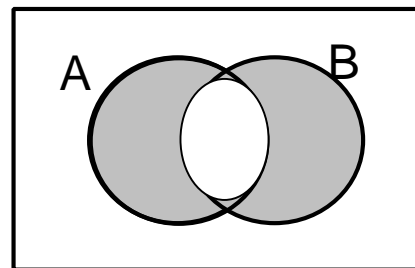
$A = \{ 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10 \} ; B = \{ 2, 7, 8, 11 \} ;$

$C = \{ 1, 3, 5, 7, 9, 11 \} ; D = \{ 0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 12 \}$

Maka :

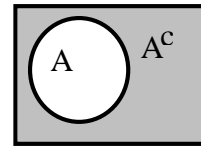
• $A \oplus B = \{ 1, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11 \}$

• $B \oplus C = \{ 1, 2, 3, 5, 8, 9 \}$



e. Operasi Komplemen

Definisi : $A^c = \{x \mid x \notin A \text{ dan } x \in S\}$



Contoh :

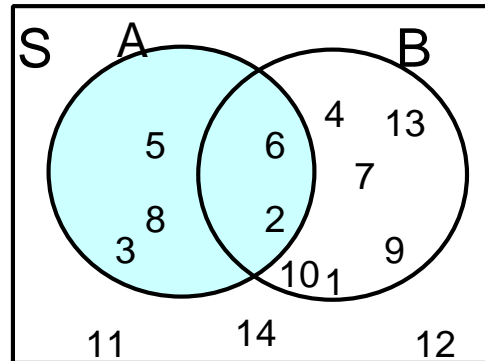
$A = \{2, 3, 5, 6, 8\}$; $B = \{1, 2, 4, 6, 7, 9, 13\}$

$S = \{x \mid x \text{ bilangan asli } \leq 14\}$

Maka :

$A^c = \{1, 4, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$

$B^c = \{3, 5, 8, 11, 12, 14\}$



7. Prinsip Inklusi-Eksklusi

a. Dua Himpunan

Jika A dan B adalah himpunan-himpunan berhingga, maka $A \cup B$ dan $A \cap B$ juga berhingga, dan

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Banyaknya elemen hasil penggabungan dua himpunan A dan B sama dengan banyaknya elemen himpunan A ditambah dengan banyaknya elemen himpunan B, dikurangi dengan banyaknya elemen hasil irisan A dan B

b. Tiga Himpunan

Jika A, B, dan C adalah himpunan-himpunan berhingga, maka

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

Contoh 1 :

Hasil survei terhadap 60 orang pembaca koran, diperoleh data sbb.:

25 orang membaca Kompas

26 orang membaca Merdeka

26 orang membaca Bola

9 orang membaca Kompas dan Bola

11 orang membaca Kompas dan Merdeka

8 orang membaca Merdeka dan Bola

3 orang membaca Ketiganya.

Tentukan:

- Gambarkan diagram Venn untuk masalah ini
- Berapa orang yang membaca hanya satu koran.

Misal:

A= Himpunan orang yg suka baca koran Kompas

B= Himpunan orang yg suka baca koran Merdeka

C= Himpunan orang yg suka baca koran Bola

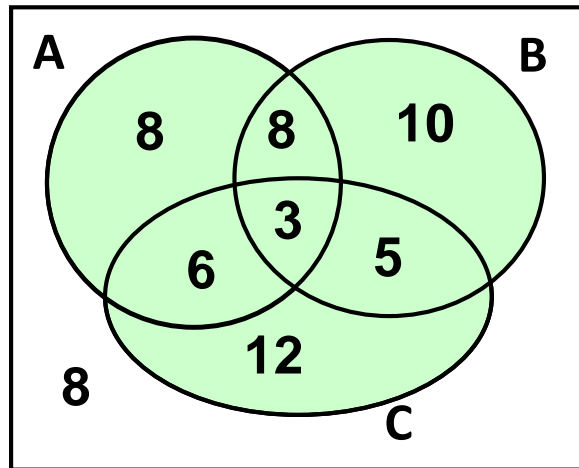
Maka

$$|A| = 25 \quad |A \cap B| = 11 \quad |A \cap B \cap C| = 3$$

$$|B| = 26 \quad |A \cap C| = 9$$

$$|C| = 26 \quad |B \cap C| = 8$$

- a. $|A| = 25$;
 $|B| = 26$;
 $|C| = 26$;
 $|A \cap B| = 11$;
 $|A \cap C| = 9$;
 $|B \cap C| = 8$;
 $|A \cap B \cap C| = 3$



- b. Banyak orang yang membaca hanya satu koran = $8 + 10 + 12 = 30$

Contoh 2 :

Hasil survei terhadap 60 orang pembaca koran, diperoleh data sbb :

25 orang membaca Kompas

26 orang membaca Merdeka

26 orang membaca Bola

9 orang membaca Kompas dan Bola

11 orang membaca Kompas dan Merdeka

8 orang membaca Merdeka dan Bola

8 orang tidak membaca Ketiganya.

Tentukan :

- a. Gambarkan diagram Venn untuk masalah ini.
- b. Banyaknya orang yang membaca ketiganya

c. Berapa orang yang membaca hanya satu koran.

Misal:

A= Himpunan orang yg suka baca koran Kompas

B= Himpunan orang yg suka baca koran Merdeka

C= Himpunan orang yg suka baca koran Bola

Maka

$$|A| = 25 \quad |A \cap B| = 11 \quad |A \cap B \cap C| = x$$

$$|B| = 26 \quad |A \cap C| = 9$$

$$|C| = 26 \quad |B \cap C| = 8$$

a. $|S| = 60$; $|A| = 25$;

$$|B| = 26$$
 ; $|C| = 26$;

$$|A \cap B| = 11$$
 ;

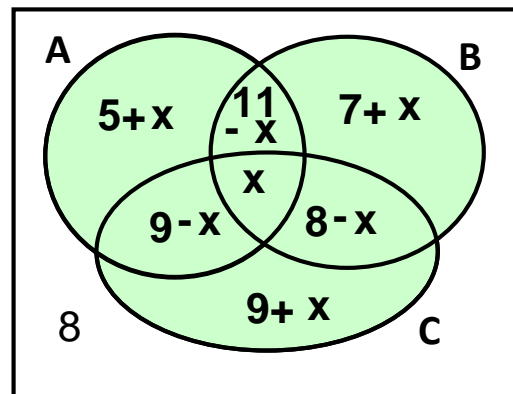
$$|A \cap C| = 9$$
 ;

$$|B \cap C| = 8$$
 ;

$$|A \cap B \cap C| = x$$

$$60 = (5+x) + (11-x) + (7+x) + (9-x) + (x) + (8-x) + (9+x) + 8$$

$$60 = 57 + x \quad x = 3$$



b. Banyak orang yang membaca hanya satu koran

Berapa banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3 atau 5?

Penyelesaian:

A= himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 3,

B= himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 5,

$A \cap B$ = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 3 dan 5 (yaitu himpunan bilangan bulat yang habis dibagi oleh KPK – Kelipatan Persekutuan Terkecil – dari 3 dan 5, yaitu 15),

Masalah: $|A \cup B|$

$$|A| = [100/3] = 33,$$

$$|B| = [100/5] = 20,$$

$$|A \cap B| = [100/15] = 6$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$= 33 + 20 - 6 = 47$$

Jadi, ada 47 buah bilangan yang habis dibagi 3 atau 5.