

BULANIK MANTIK VE YAPAY SİNİR AĞLARINA GİRİŞ

HAFTA – 2.1

**KLASİK VE BULANIK
KÜMELER**

DR. ÖĞR. ÜYESİ M. FATİH ADAK

İÇERİK

- Crisp küme
- Bulanık küme
- Klasik küme teorisi
- Bulanık küme teorisi
- Ayrık bulanık küme
- Sürekli bulanık küme
- Bulanık küme gösterimleri
- Bulanık küme işlemleri
- Bulanık'ta De Morgan prensipleri

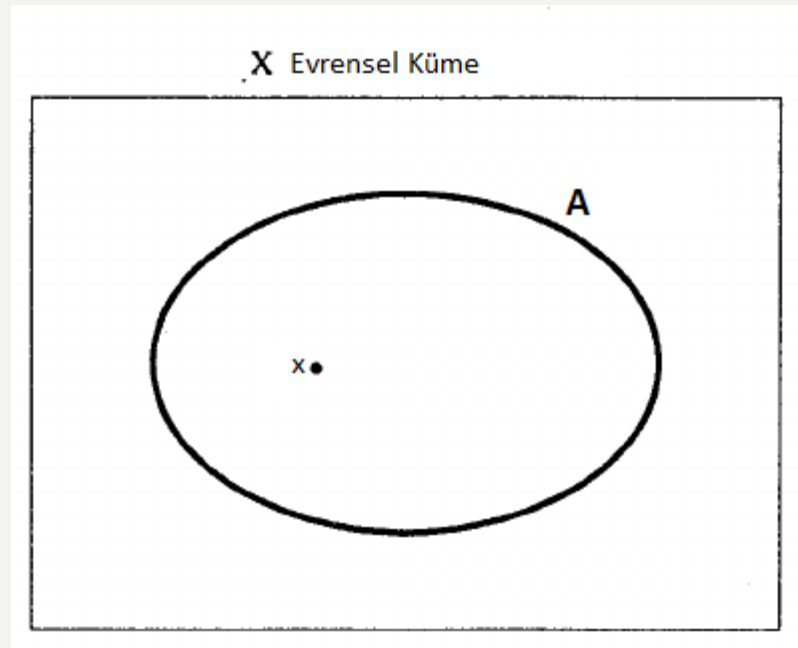
CRISP KÜMELERİ

- Evrensel X kümesi
- Her bir elemanı da x olsun

$\mu_A(x)$ Evrensel kümede her elemanı A kümesinde olup olmama durumunu ayarlar $\{0,1\}$

0 : A kümesinde değildir. Üye değil

1 : A kümesinde. Üye



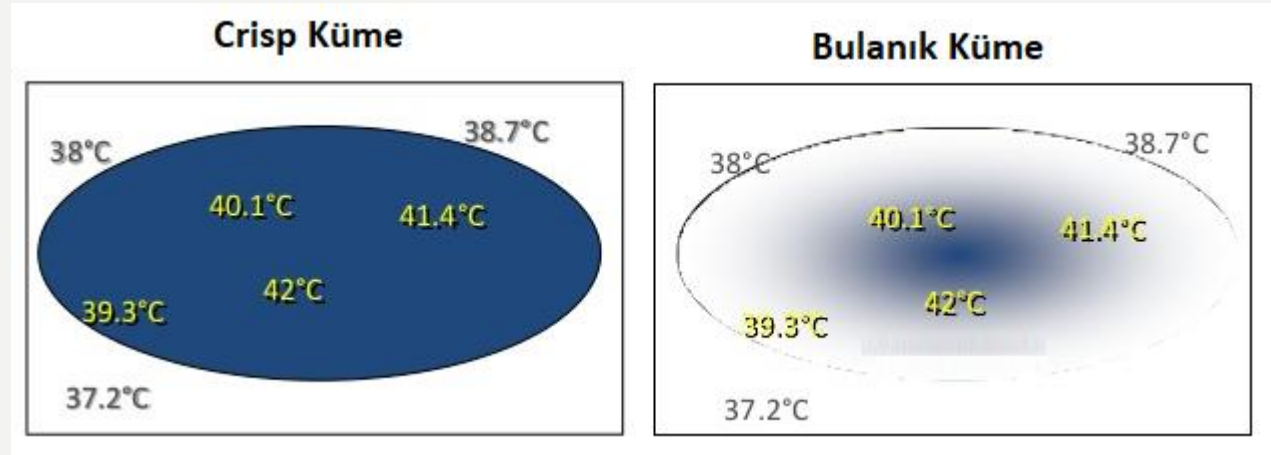
BULANIK KÜMELER

- Bulanık kümelerde her eleman $[0, 1]$ aralığında bir üyelik derecesine sahiptir.

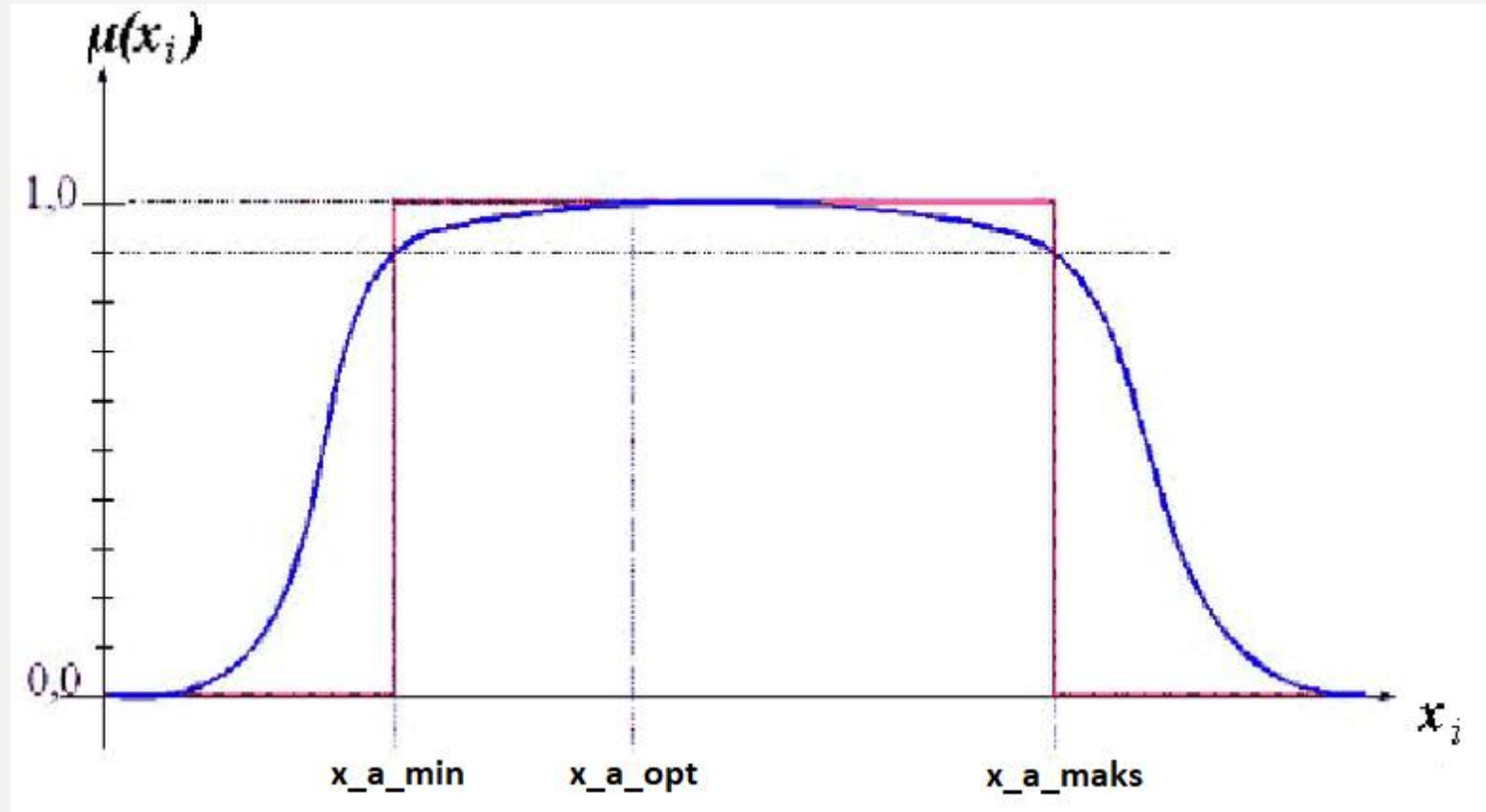
$$\mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$$

- Sınır belirsizdir.
- Kısmi üyeliğe izin verilir.
- Ya da terimi yerine aşağı yukarı terimi tercih edilir.

CRİSP VE BULANIK KÜME



CRİSP VE BULANIK KÜME



CRISP VE BULANIK KÜME

Crisp Küme

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

$$A \cup \bar{A} = E$$

Bulanık Küme

$$A \wedge \bar{A} \geq \emptyset$$

$$A \vee \bar{A} \leq E$$

- Crisp Küme
 - Bir önerme ya doğrudur ya yanlıştır.
 - Ali öğrencidir (Doğru)
 - Sigara sağlığa faydalıdır (Yanlış)
- Bulanık Küme
 - Doğruluğun bir derecesi vardır.
 - Mehmet genç biridir. (0,4 doğru)
 - Ayşe uzundur. (0,8 doğru)

KLASİK KÜME TEORİSİ

- Aşağıdaki klasik küme kuralları bulanık kümeye de uygulanır.

$$\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}, \quad \overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

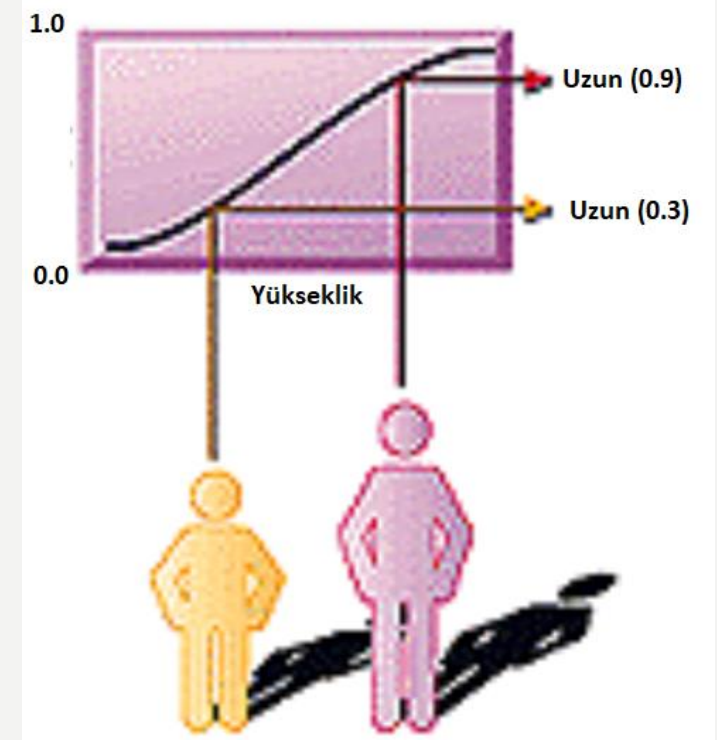
$$A \cap B = B \cap A, \quad A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

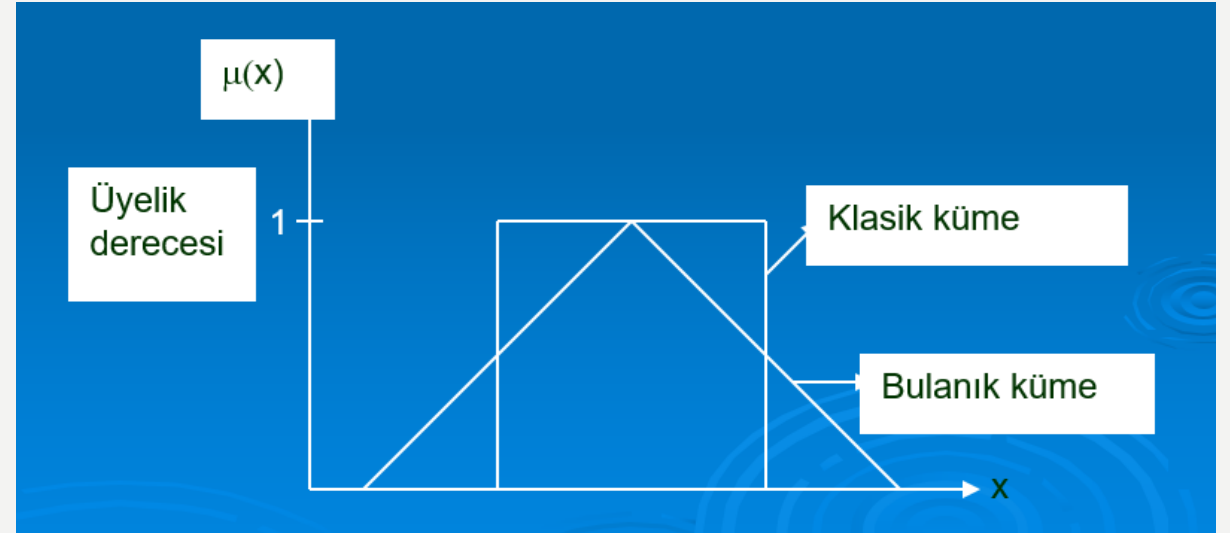
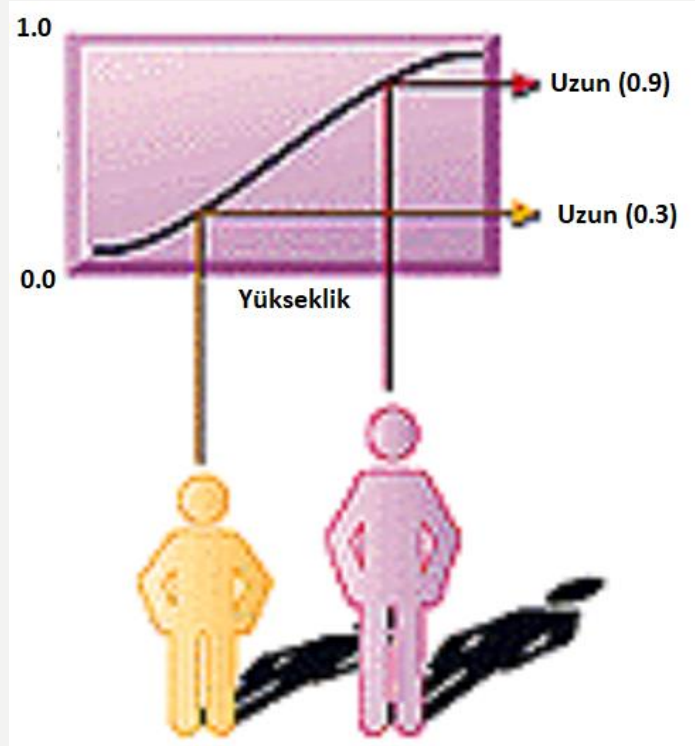
$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

BULANIK KÜME

- Bir bulanık küme dilsel değişkenlerle ifade edilen herhangi bir durumda olabilir.
 - Uzun, Çok uzun
 - Sıcak, Az Sıcak
 - Vb.
- Gerçek dünya problemleri daha çok bulanık kümeye uygundur.



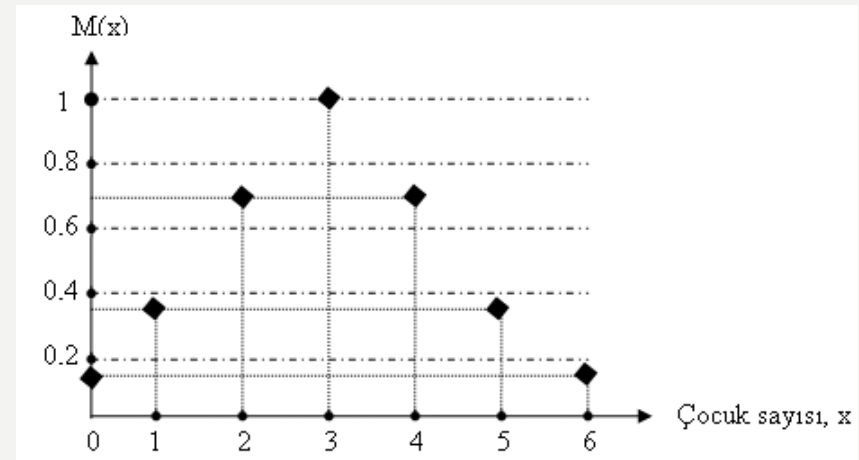
BULANIK KÜME



AYRIK BULANIK KÜME

$$A = \left\{ \left(x_i, \mu_A(x_i) \right) \mid x_i \in X \right\}$$

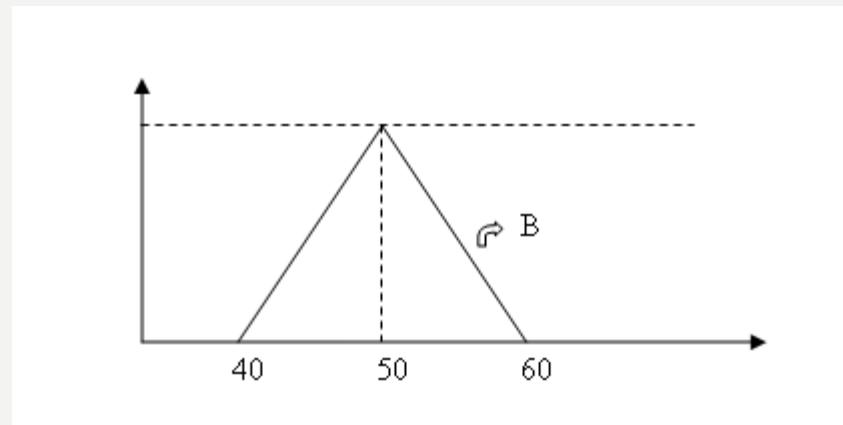
- Burada $\mu_A(x_i)$, A kümesinin üyelik fonksiyonudur. Üyelik fonksiyonu X in Her bir elemanına 0 ile 1 arasında bir üyelik değeri atar.
 - $X = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ bir ailenin sahip olacağı çocuk sayısı
 - $A = \{ (0, 0.1), (1, 0.3), (2, 0.7), (3, 1), (4, 0.7), (5, 0.3), (6, 0.1) \}$
 - A, bir ailedeki normal çocuk sayısı olsun.



SÜREKLİ BULANIK KÜME

- Örnek sürekli bulanık kümeler
 - $X = \mathbb{R}\{\text{Reel Sayılar}\}$
 - $B = \text{Yaklaşık 50 yaş}$
 - $B = \{ (x, \mu(x)) \mid x \in X \}$

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 0, & x < 40 \\ \frac{x-40}{10}, & 40 \leq x \leq 50 \\ \frac{60-x}{10}, & 50 \leq x \leq 60 \\ 0, & 60 < x \end{cases}$$



BULANIK KÜME GÖSTERİMLERİ

- Bulanık küme gösterimini basitleştirmek için alternatif olarak aşağıdaki gösterimler kullanılır.
 - Ayrık Bulanık Küme

$$A = \sum_{x_i} \mu_A(x_i) / x_i$$

- Sürekli Bulanık Küme

$$A = \int_x \mu_A(x) / x$$

- Yukarıda verilen toplam ve integral sembolleri $(x, \mu_A(x))$ çiftlerinin birleşimini göstermek içindir. Toplama veya integral işlemini ifade etmezler. Aynı şekilde / sadece bir semboldür ve bölmeyi ifade etmez.

BULANIK KÜME İŞLEMLERİ

- Birleşim

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \vee \mu_{\tilde{B}}(x)$$

- Kesişim

A, B Bulanık kümeler

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(x)$$

- Değil

$$\mu_{\tilde{\tilde{A}}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x)$$

BULANIK KÜME İŞLEMLERİ

- Bulanık kümenin Evrensel küme E ile ilişkisi

$$\tilde{A} \subseteq E \Rightarrow \mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_E(x)$$

$\mu_{\tilde{A}}(x)$: x elemanının A bulanık kümesindeki üyelik değeri

$$\forall x, x \in E \Rightarrow \mu_{\emptyset}(x) = 0$$

$$\forall x, x \in E \Rightarrow \mu_E(x) = 1$$

BULANIK KÜME İŞLEMLERİ

- Örnek

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{1}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.3}{4} + \frac{0.2}{5} \right\}$$

$$\tilde{B} = \left\{ \frac{0.5}{2} + \frac{0.7}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{0.4}{5} \right\}$$

İki bulanık küme ve payda ilgili elemanı pay ise üyelik derecesini belirtir.
Bütün elemanlar= 1, 2, 3, 4, 5

Değil

$$\bar{\tilde{A}} = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{0}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.7}{4} + \frac{0.8}{5} \right\}$$

$$\bar{\tilde{B}} = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.3}{3} + \frac{0.8}{4} + \frac{0.6}{5} \right\}$$

Birleşim

$$\tilde{A} \cup \tilde{B} = \left\{ \frac{1}{2} + \frac{0.7}{3} + \frac{0.3}{4} + \frac{0.4}{5} \right\}$$

Kesişim

$$\tilde{A} \cap \tilde{B} = \left\{ \frac{0.5}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{0.2}{5} \right\}$$

BULANIK KÜME İŞLEMLERİ

- Örnek

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{1}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.3}{4} + \frac{0.2}{5} \right\}$$

$$\tilde{B} = \left\{ \frac{0.5}{2} + \frac{0.7}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{0.4}{5} \right\}$$

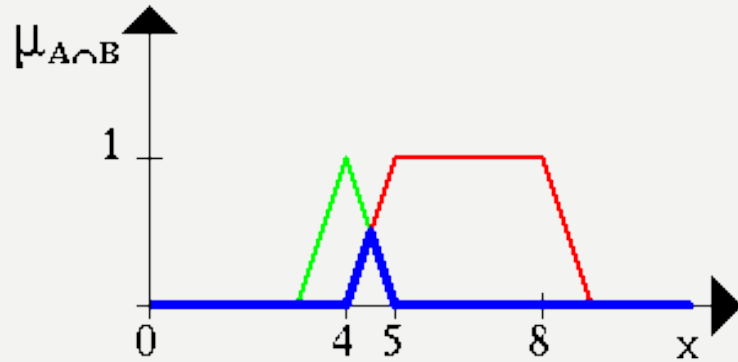
Fark

$$\tilde{A} \setminus \tilde{B} = \tilde{A} \cap \bar{\tilde{B}} = \left\{ \frac{0.5}{2} + \frac{0.3}{3} + \frac{0.3}{4} + \frac{0.2}{5} \right\}$$

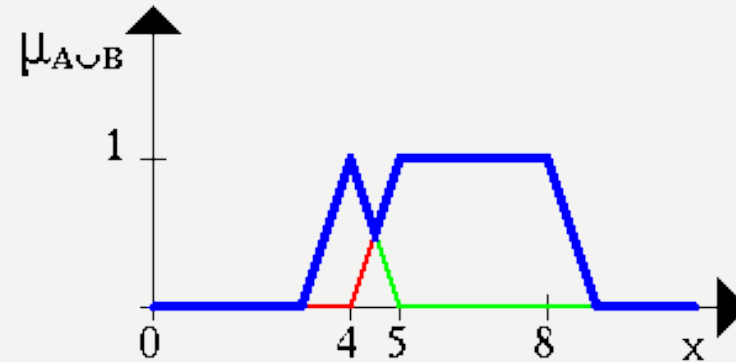
$$\tilde{B} \setminus \tilde{A} = \tilde{B} \cap \bar{\tilde{A}} = \left\{ \frac{0}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{0.4}{5} \right\}$$

BULANIK KÜME İŞLEMLERİ

- Kesişimde Neden Küçük Olan Alınır?



- Birleşimde Neden Büyük Olan Alınır ?



BULANIK'TA DE MORGAN PRENSİPLERİ

$$\overline{\tilde{A} \cup \tilde{B}} = \tilde{A} \cap \tilde{B} = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{0}{2} + \frac{0.3}{3} + \frac{0.7}{4} + \frac{0.6}{5} \right\}$$

$$\overline{\tilde{A} \cap \tilde{B}} = \tilde{A} \cup \tilde{B} = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.8}{4} + \frac{0.8}{5} \right\}$$

KAYNAKLAR

- Ross, Timothy J. Fuzzy logic with engineering applications. John Wiley & Sons, 2005.
- Nguyen, Hung T., and Elbert A. Walker. A first course in fuzzy logic. CRC press, 2005.
- Dubois, Didier J. Fuzzy sets and systems: theory and applications. Vol. 144. Academic press, 1980.
- Bishop, Christopher M. "Pattern recognition and machine learning, 2006." 60.1 (2012): 78-78.