

# 物 理 解 题 思 路

——Rq Cen

# 目 录

第一章 运动的描述与直线运动	1
第二章 物体间的相互作用——力	11
第三章 运动和力的关系	26
第四章 抛体运动和圆周运动	45
第五章 万有引力定律与航天	58
第六章 动能定理和机械能守恒定律	71
第七章 动量定理和动量守恒定律	86
第八章 机械振动和机械波	104
第九章 光的传播	121
第十章 电荷与电场	134
第十一章 电势与电势能	153
第十二章 电路及其应用	172
第十三章 电流与磁场	184
第十四章 电磁感应	213
第十五章 交变电流	231
第十六章 电磁波和传感器	243
第十七章 分子动理论	247
第十八章 气体、固体和液体	255
第十九章 热力学定律	266
第二十章 量子理论和波粒二象性	278

第二十一章 原子和原子核.....	286
第二十二章 力学实验.....	296
第二十三章 电学实验.....	310

## 第一章 运动的描述和直线运动

运动的描述既是高中物理的开篇也是基础，需熟练掌握质点、参考系、位置和位移、时刻和时间间隔、速度、加速度等物理量及其物理量单位的概念。

直线运动是最基本的运动，高中主要学习匀速直线运动和匀加速直线运动，一切复杂的直线运动都可以分解为若干段连续的匀速直线运动和匀加速直线运动。

需重点从函数和函数图像的角度掌握速度和加速度表示“变化率”的性质。分别从平均速度和瞬时速度的角度理解速度与位移的关系、加速度与速度的关系。要熟练掌握列函数、联立等式、解方程（组）等分析运动的方式，特别是理解一个方程有多个解时，每个解对应的现实当中的物理意义。

对于函数图像，要能熟练运动位移-时间函数曲线的斜率等于速度，速度-时间函数曲线的斜率等于加速度，以及速度-时间函数曲线、 $x$  轴、两条表示时刻的竖线所围成的图形面积等于位移的关系。

虽然直线运动只需考虑正方向和负方向两个方向，但是正负两个方向也容易给计算带来干扰和失误。建议熟练掌握先规定正方向，再用正负号表示位移、速度、加速度的方向，用绝对值表示其大小的方式，可以减少计算失误。

除了用函数和函数图像抽象地描述运动外，也要能根据日常生活经验，想象出运动的动态过程，特别是物体做往复运动、两个物体同向运动或做追及运动、两个物体做反向运动相互接近或相互背离等运动的大致过程。

解决物理问题的两个关键，一个是用物理知识把现实现象转化为数学公式和数学模型，另一个是用数学工具进行分析处理。前者需要深刻全面地理解物理概念，后者需要充分培养训练解决问题的思路和方法。做题是一种很有效的帮助理解概念、训练思维的方法。

1. (2018 海南) 一攀岩者以  $1\text{m/s}$  的速度匀速向上攀登, 图中碰落了岩壁上的石块, 石块自由下落。3s 后攀岩者听到石块落地的声音, 此时他离地面的高度约为

- A. 10m      B. 30m      C. 50m      D. 70m

解析: 攀岩者匀速向上攀登, 石块自由下落, 声音的速度远大于爬山和石块下落的速度, 可以忽略声音传播的时间, 当作瞬间抵达。

石块自由下落了 3s, 下落的高度为  $h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 = 45(\text{m})$ , 这段时间攀岩者向上攀登的高度为  $1\text{m/s} \times 3\text{s} = 3\text{m}$ , 此时他离地面的高度为  $45 + 3 = 48\text{m}$ , 接近 50m。

本题选 C。

2. (2020 浙江 1 月) 如图所示, 新中国成立 70 周年阅兵仪式上, 国产武装直升机排列并保持 “70” 字样编队从天安门上空整齐飞过。甲、乙分别是编队中的两架直升机, 则 ( )



- A. 以甲为参考系, 乙是运动的  
B. 以乙为参考系, 甲是运动的  
C. 以甲为参考系, 坐在观众席上的观众都是静止的  
D. 以乙为参考系, “70” 字样编队中所有直升机都是静止的

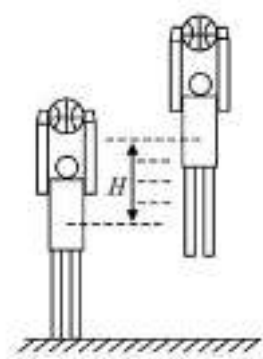
解析: 本题考察相对运动的判断。

题目已知直升机排列并保持 “70” 字样编队从天安门上空整齐飞过。若要保持字样整齐不变, 则这些直升机之间需相对静止, 因此选项 A 和 B 都错误, 排除。选项 D 正确, 备选。

直升机群从上空飞过，相对地面任意静止的物体都在做运动，选项 C 错误，排除。

本题选 D。

3. (2019 全国 I) 如图，篮球架下的运动员原地垂直起跳扣篮，离地后中心上升的最大高度为  $H$ 。上升第一个  $\frac{H}{4}$  所用的时间为  $t_1$ ，第四个  $\frac{H}{4}$  所用的时间为  $t_2$ ，不计空气阻力，则  $\frac{t_2}{t_1}$  满足 ( )



- A.  $1 < \frac{t_2}{t_1} < 2$
- B.  $2 < \frac{t_2}{t_1} < 3$
- C.  $3 < \frac{t_2}{t_1} < 4$
- D.  $4 < \frac{t_2}{t_1} < 5$

解析：本题运动员做的是竖直上抛运动，若起跳速度为  $v_0$ ，则高度  $h$  与时间的关系为  $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ 。当  $t = \frac{v_0}{g}$  时，达到最高点，速度为 0，最大高度  $H$  满足  $2gH = v_0^2$ ，则  $v_0 = \sqrt{2gH}$

上升第一个  $\frac{H}{4}$  的时间  $t_1$  满足关系： $\frac{H}{4} = v_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$ ，代入  $v_0 = \sqrt{2gH}$  得：

$$\frac{H}{4} = \sqrt{2gH} t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$\text{解得 } t_1 = (\sqrt{2} - \frac{\sqrt{6}}{2})\sqrt{\frac{H}{g}}$$

(另一个更大的解  $(\sqrt{2} + \frac{\sqrt{6}}{2})\sqrt{\frac{H}{g}}$  是运动员从起跳到下落返回  $\frac{H}{4}$  高度所用的时间)

利用竖直上抛运动与自由落体运动的对称性, 上升第四个  $\frac{H}{4}$  所用的时间, 与从  $H$  高度自由落体下落到  $\frac{3H}{4}$  高度的时间相等, 所以

$$\frac{1}{2}gt_2^2 = \frac{H}{4}, \text{ 即 } t_2 = \sqrt{\frac{H}{2g}}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\sqrt{\frac{H}{2g}}}{(\sqrt{2} - \frac{\sqrt{6}}{2})\sqrt{\frac{H}{g}}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3} \approx 2 + 1.7 = 3.7$$

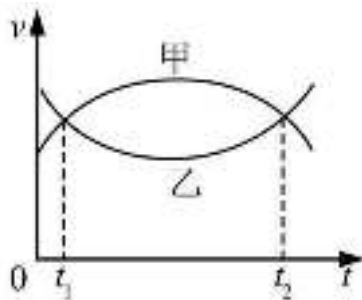
$$\text{所以 } 3 < \frac{t_2}{t_1} < 4$$

本题选 C。

求  $t_1$  的表达式时也可以利用竖直上抛运动与自由落体运动的对称性, 用自由落体过程从开始下落到落地的全部时间减去下落到  $\frac{H}{4}$  高度 (下落距离为  $\frac{3H}{4}$ ) 的时间。

若没有想到竖直上抛运动与自由落体运动的对称性, 也可以直接用上升到最大高度  $H$  所用的时间减去上升到  $\frac{3H}{4}$  所用的时间求得  $t_2$ , 只是计算量稍大, 其实并不复杂。

4. (2018 全国 II) (多选) 甲、乙两汽车在同一条平直公路上同向运动, 其速度—时间图像分别如图中甲、乙两条曲线所表示。已知两车在  $t_2$  时刻并排行驶。下列说法正确的是 ( )

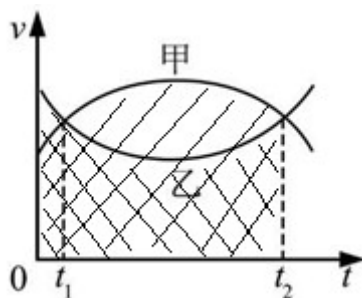


- A. 两车在  $t_1$  时刻也并排行驶
- B. 在  $t_1$  时刻甲车在后，乙车在前
- C. 甲车的加速度大小先增大后减小
- D. 乙车的加速度大小先减小后增大

解析：两辆小车同向运动。

题图为两辆汽车的速度-时间图像。根据图像可知，刚开始甲的速度比乙小，甲做加速运动，乙做减速运动，在  $t_1$  时刻二者速度相等，随后甲的速度大于乙。因此  $t_1$  时刻之前都是乙在前、甲在后，且  $t_1$  时刻时乙领先甲的位移最大。

从  $t_1$  到  $t_2$  时刻，甲的速度始终比乙大，甲乙之间的距离开始减小。题目已知两车在  $t_2$  时刻并排行驶，说明  $t_2$  时刻两车的位移相等。因为速度-时间图像与坐标轴围成的面积等于小车的位移，如下图所示，除了重叠的部分外，左边的小三角与中间的椭圆部分面积应当相等。



$t_2$  时刻以后，乙的速度再次大于甲，乙再次超过甲，并且位移之差越来越大。

逐个分析判断各选项。

选项 A， $t_1$  时刻之前，乙的速度始终大于甲，乙的位移始终大于



甲，不可能并排行驶，错误，排除。

选项 B，在  $t_1$  时刻之前总是甲车在后，乙车在前，直到  $t_2$  时刻甲车才追上乙车，然后继续甲车在后，乙车在前。正确，备选。

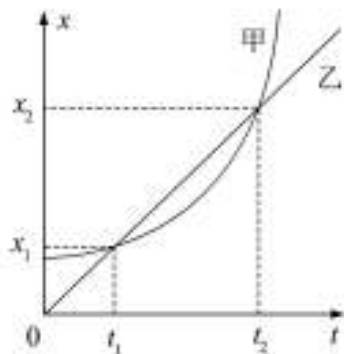
选项 C，根据表示甲车速度的曲线可知，甲车先做加速运动，后做减速运动。且加速的半截曲线的斜率越来越小，甲车的加速度始终减小。错误，排除。

选项 D，根据表示乙车速度的曲线可知，乙车的速度先减小后增大，且前半段减小得越来越慢，后半段增大得越来越快。

需注意，加速度一般指绝对值，前半段减小得越来越慢，虽然数值逐渐增大，但是绝对值逐渐减小。正确，备选。

本题选 BD。

5. (2018 全国 III) (多选) 甲、乙两车在同一平直公路上同向运动，甲做匀加速直线运动，乙做匀速直线运动。甲、乙两车的位置  $x$  随时间  $t$  的变化如图所示。下列说法正确的是 ( )



- A. 在  $t_1$  时刻两车速度相等
- B. 从 0 到  $t_1$  时间内，两车走过的路程相等
- C. 从  $t_1$  到  $t_2$  时间内，两车走过的路程相等
- D. 在  $t_1$  到  $t_2$  时间内的某时刻，两车速度相等

解析：题目已知甲乙两车同向运动，甲做匀加速直线运动，乙做匀速直线运动，且给出了位移-时间图像。

从图中可以看出，甲的位移-时间图像是开口向上的抛物线，符合匀加速直线运动的规律。其当 $t=0$ 时，甲的初始位移不为0。乙的位移-时间图像是一条经过原点的直线。

逐个分析判断各选项。

选项 A，位移-时间图像中，曲线的斜率等于运动的速度。在 $t_1$ 时刻两曲线的斜率明显不同。错误，排除。

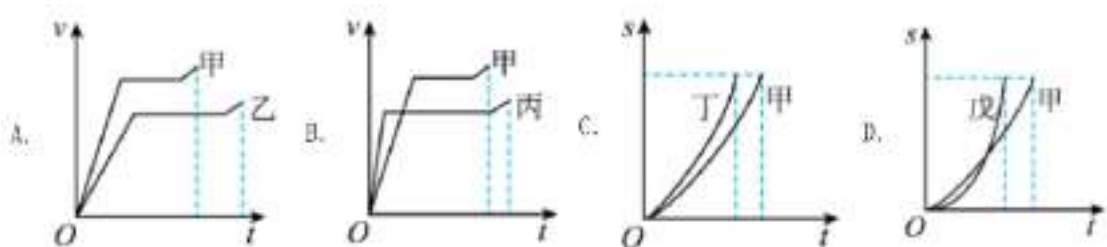
选项 B，位移-时间图像中，路程就是纵坐标之差。从0到 $t_1$ 时间内，甲曲线上升的高度远低于乙曲线，路程差不相等。错误，排除。

选项 C， $t_1$ 和 $t_2$ 时刻，甲和乙的位移都相等，所以从 $t_1$ 到 $t_2$ 时间内两车走过的路程相等。正确，备选。

选项 D，位移-时间图像中，曲线的斜率等于运动的速度。观察甲的抛物线，在点 $(t_1, x_1)$ 附近其斜率小于乙，经连续变化后，在点 $(t_2, x_2)$ 附近其斜率大于乙，这段区间内某处其斜率应当等于乙，所以存在某时刻两车速度相等。正确，备选。

本题选 CD。

6. (2021 广东)(多选)赛龙舟是端午节的传统活动，下列 $v-t$ 和 $s-t$ 图像描述了五条相同的龙舟从同一起点线同时出发、沿长直河道划向同一终点线的运动全过程，其中能反映龙舟甲与其他龙舟在图中出现船头并齐的有( )



解析：题干要求找出能反映龙舟甲与其他龙舟在图中出现船头并齐的图像。龙舟出现船头并齐，说明在某时刻它们的位移相等。

选项 C 和 D 是 $s-t$ 图像，横坐标为时间，纵坐标为位移，只要函

数图像有交点，交点就是两龙舟的船头并齐的时刻。选项 D 中右交点，备选。

选项 A 和 B 是  $v-t$  图像，横坐标为时间，纵坐标为速度。函数图像与  $x$  轴所围成的面积表示位移。选项 A 中龙舟甲的速度始终大于龙舟乙，甲始终在乙前面，不可能有船头并齐的情况。

选项 B 中丙起初速度比甲快，后来比甲慢，且根据图像可知甲更早抵达终点，因此有甲超过丙的过程，超过的瞬间两龙舟船头并齐。另外，根据梯形的面积，可以大致估计某时刻甲和丙与  $x$  轴分别所围成的面积相等。备选。

本题选择 BD。

本题需要较强的图像分析能力，熟练掌握时间、速度、位移之间的数量关系和函数图像关系，能对运动的全过程有较准确的直观想象。

7. (2020 全国 I) 我国自主研制了运-20 重型运输机。飞机获得的升力大小  $F$  可用  $F = kv^2$  描写， $k$  为系数； $v$  是飞机在平直跑道上的滑行速度， $F$  与飞机所受重力相等时的  $v$  称为飞机的起飞离地速度。已知飞机质量为  $1.21 \times 10^5 \text{ kg}$  时，起飞离地速度为  $66 \text{ m/s}$ ；装载货物后质量为  $1.69 \times 10^5 \text{ kg}$ ，装载货物前后起飞离地时的  $k$  值可视为不变。

(1) 求飞机装载货物后的起飞离地速度；

(2) 若该飞机装载货物后，从静止开始匀加速滑行  $1521 \text{ m}$  起飞离地，求飞机在滑行过程中加速度的大小和所用的时间。

解析：题干已知飞机获得升力大小与滑行速度的关系  $F = kv^2$ ，且当  $F = G$  时飞机收到的升力与重力相等，此时的速度为起飞离地速度。

(1) 根据起飞离地速度的定义， $F = G$ ，即  $kv^2 = mg$ 。

代入  $m = 1.21 \times 10^5 \text{ kg}$ ， $v = 66 \text{ m/s}$  得： $66^2 k = 1.21 \times 10^5 g$ ，

化简得  $k = \frac{1.21 \times 10^5 g}{66^2}$ 。

装满货后  $m' = 1.69 \times 10^5 \text{ kg}$ ，与  $k = \frac{1.21 \times 10^5 \text{ g}}{66^2}$  一并代入  $kv'^2 = m'g$  得：

$$\frac{1.21 \times 10^5 \text{ g}}{66^2} v'^2 = 1.69 \times 10^5 \text{ g}$$

解得  $v = 78 \text{ (m/s)}$

飞机装载货物后的起飞离地速度为  $78 \text{ m/s}$ 。

(2) 设匀加速滑行的加速度为  $a$ ，时间为  $t$ 。

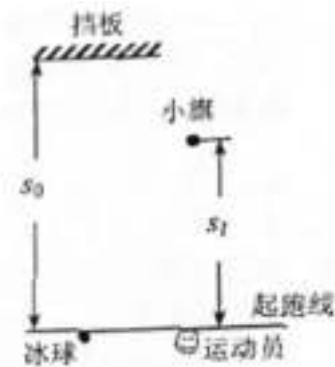
因为起飞离地速度为  $78 \text{ m/s}$ ，所以  $at = 78$ 。

又因为滑行距离为  $1521 \text{ m}$ ，所以  $\frac{1}{2}at^2 = 1521$

联立方程组解得  $t = 39 \text{ s}$ ， $a = 2 \text{ m/s}^2$ 。

飞机在滑行过程中加速度的大小为  $2 \text{ m/s}^2$ ，所用的时间为  $39 \text{ s}$ 。

8. (2017 全国 II) 为提高冰球运动员的加速能力，教练员在冰面上与起跑线相距  $s_0$  和  $s_1$  ( $s_1 < s_0$ ) 处分别放置一个挡板和一面小旗，如图所示。训练时，让运动员和冰球都位于起跑线上，教练员将冰球以初速度  $v_0$  击出，使冰球在冰面上沿垂直于起跑线的方向滑向挡板；冰球被击出的同时，运动员垂直于起跑线从静止出发滑向小旗。训练要求当冰球到达挡板时，运动员至少到达小旗处。假定运动员在滑行过程中做匀加速运动，冰球到达挡板时的速度为  $v_1$ ，重力加速度大小为  $g$ 。求



(1) 冰球与冰面之间的滑动摩擦因数；

(2) 满足训练要求的运动员的最小加速度。

解析：冰球和运动员的运动方向相同，且出发时间相同。冰球的终点线是挡板，运动员的终点线是小旗。

题目假定运动员在滑行过程中做匀加速运动。第（1）问求冰球与冰面之间的滑动摩擦因数，可知冰球应当做匀减速直线运动。

（1）设冰球与冰面之间的滑动摩擦因数为  $\mu$ ，冰球的质量为  $m$ 。冰球受到的重力为  $mg$ ，受到的滑动摩擦力为  $\mu mg$ ，冰球的加速度为  $\mu g$ 。

已知冰球的初速度为  $v_0$ ，冰球到达挡板时的速度为  $v_1$ ，且冰球到挡板的距离为  $s_0$ ，且则可得  $2 \cdot \mu g \cdot s_0 = v_0^2 - v_1^2$ 。

$$\text{解得： } \mu = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2gs_0}$$

$$\text{冰球与冰面之间的滑动摩擦因数为 } \frac{v_0^2 - v_1^2}{2gs_0}$$

（2）根据冰球的初速度为  $v_0$ ，冰球到达挡板时的速度为  $v_1$ ，冰球的加速度为  $\mu g = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2s_0}$ ，可得冰球出发到达挡板的时间  $t$  满足关系：

$$\frac{v_0^2 - v_1^2}{2s_0} \cdot t = v_0 - v_1$$

$$\text{解得： } t = \frac{2s_0}{v_0 + v_1}$$

设运动员的加速度为  $a$ ，运动员在这段时间内运动的位移应不小于  $s_1$ ，可得：  $\frac{1}{2}at^2 \geq s_1$ 。

$$\text{代入 } t = \frac{2s_0}{v_0 + v_1} \text{ 得：}$$

$$\frac{1}{2}a\left(\frac{2s_0}{v_0 + v_1}\right)^2 \geq s_1$$

$$\text{解得 } a \geq \frac{s_1(v_0 + v_1)^2}{2s_0^2}$$

$$\text{满足训练要求的运动员的最小加速度为 } \frac{s_1(v_0 + v_1)^2}{2s_0^2}。$$

## 第二章 物体间的相互作用——力

力与运动是贯穿高中物理绝大多数知识块面的基础。需准确、全面地理解力的描述、力的大小的测量和单位，以及力是有大小和方向的矢量。需熟练使用平面几何知识和向量的运算，分析处理力的合成与分解及相关计算。最常用的方法是使用坐标几何，将所有力都分解到相互垂直的两个方向上。

对物体进行受力分析时，可通过寻找力的来源来确定力是否存在。对于由多个物体共同构成的系统，要注意区分系统内各物体之间的内力，与作用于整个系统的外力。通常系统的内力总是以作用力与反作用力的形式成对出现。

在分析系统的受力情况时，有的情形适合从整体上分析，有的适合从局部开始分析。一般先分析情况简单的物体，或先分析已知条件较多的物体，从已知条件不断地推导出新的条件，根据力的平衡、作用力与反作用力、形态不变的系统内各物体的运动状态总是相等等线索，继续推导出新的条件，从而尽可能获取整个系统的全部力的信息。

有些复杂且较难分析的系统，也可以先将所有已知信息都罗列出来，根据已知信息建立方程，联立方程组并解方程组，从而从数学的角度获得新的信息。平面几何、三角函数、向量运算等数学工具在受力分析中非常有用。

力学实验也是非常重要的内容，经常出现在物理考题中。力的大小既可以通过电子秤、测力计直接测量，也可以通过加速度、弹簧的弹性形变程度等方式间接测算。实验中也经常使用绳子等柔软的物体直接表示出力的方向。

近年来高考中新出现使用物理学知识分析解释现实问题的题目。由于力的作用是从古代开始就有大量研究和应用的问题，并且在日常生活中也经常遇到，因此是此类创新题的主要方向之一，可在平时做题和生活中多用力学知识分析解释现实中的现象。

1. (2022 浙江) 如图所示, 鱼儿摆尾击水跃出水面, 吞食荷花花瓣的过程中, 下列说法正确的是 ( )



- A. 鱼儿吞食花瓣时鱼儿受力平衡
- B. 鱼儿摆尾出水时浮力大于重力
- C. 鱼儿摆尾击水时受到水的作用力
- D. 研究鱼儿摆尾击水跃出水面的动作可把鱼儿视为质点

解析: 题目要求判断鱼儿摆尾击水跃出水面, 吞食荷花花瓣的过程中的受力情况。逐个分析判断各选项。

选项 A, 鱼儿吞食花瓣时, 鱼儿已经离开了水面, 只受到重力作用, 受力不平衡。错误, 排除。

选项 B, 物体受到的浮力等于排开水的重力。鱼儿摆尾出水时有向上的加速度, 是因为鱼儿摆尾击打水面获得了弹力, 弹力和浮力之和大于重力。错误, 排除。

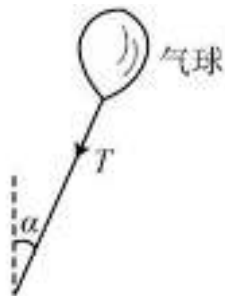
选项 C, 鱼儿摆尾击水时受到水的作用力, 使鱼儿获得向上的加速度跃出水面。正确, 备选。

选项 D, 鱼儿摆尾击水跃出水面的过程中, 运动的轨迹和位移并未远大于鱼儿的体积, 且鱼儿的姿态动作形状体积都不能忽略不计, 不能视为质点。错误, 排除。

本题选 C。

本题不涉及具体的定量计算, 但是需使用大量基本力学规律进行定性分析, 需要对基本概念非常熟悉。题目所问的问题在生活中非常常见, 用课本知识分析、解释、解决现实问题是当前高考的方向, 也有助于更好地理解抽象知识。

2. (2019 江苏) 如图所示, 一只气球在风中处于静止状态, 风对气球的作用力水平向右。细绳与竖直方向的夹角为  $\alpha$ , 绳的拉力为  $T$ , 则风对气球作用力的大小为 ( )



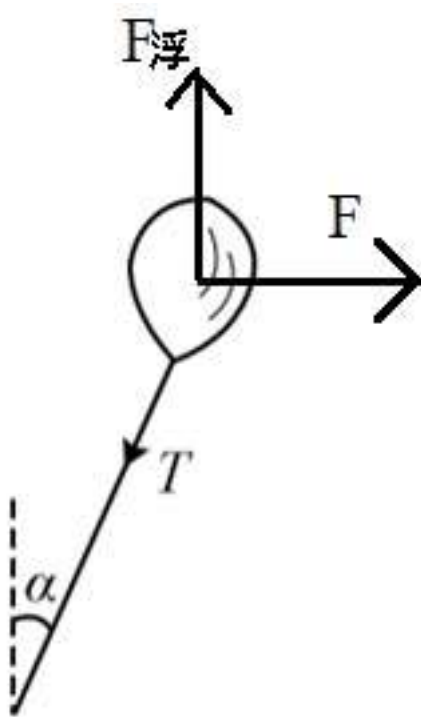
A.  $\frac{T}{\sin \alpha}$

B.  $\frac{T}{\cos \alpha}$

C.  $T \sin \alpha$

D.  $T \cos \alpha$

解题: 题目已知气球处于静止状态, 受到水平向右的风的作用, 设大小为  $F$ , 还受到绳子的拉力  $T$ , 另外, 气球还应受到竖直向下的重力和竖直向上的浮力, 由于浮力大于重力, 可以只考虑浮力减去重力之后的净浮力  $F_{\text{浮}}$ , 作简单的受力分析如下图所示。



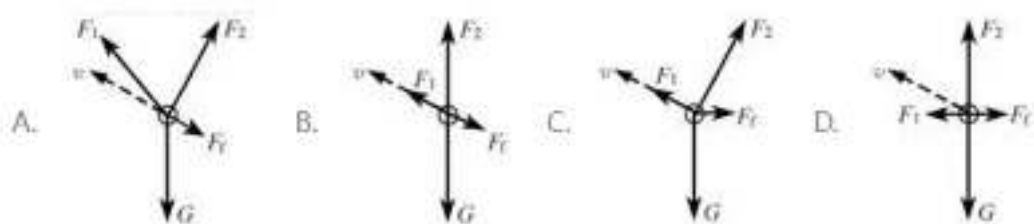
将绳子的拉力  $T$  分解到水平和竖直方向得:

$$T \sin \alpha = F$$

本题选 C。



3. (2020 浙江 7 月) 矢量发动机是喷口可向不同方向偏转以产生不同方向推力的一种发动机。当歼 20 隐形战斗机以速度  $v$  斜向上飞行时, 其矢量发动机的喷口如图所示。已知飞机受到重力  $G$ 、发动机推力  $F_1$ 、与速度方向垂直的升力  $F_2$  和与速度方向相反的空气阻力  $F_f$ 。下列受力分析示意图可能正确的是 ( )



解析: 题干已知矢量发动机是喷口可向不同方向偏转以产生不同方向推力的一种发动机, 即产生的推力可以改变方向。

已知飞机受到重力  $G$ 、发动机推力  $F_1$ , 且升力  $F_2$  与速度方向垂直, 空气阻力  $F_f$  与速度方向相反。

题目要求找出受力分析示意图可能正确的, 因此需要排除有明显错误的。逐个分析判断各选项。

选项 A, 满足升力  $F_2$  与速度方向垂直, 空气阻力  $F_f$  与速度方向相反, 且推力  $F_1$ 、升力  $F_2$ 、阻力  $F_f$ 、重力  $G$  的合力基本与速度一致。没有明显错误, 备选。

选项 B, 升力  $F_2$  与速度方向不垂直。错误, 排除。

选项 C, 空气阻力  $F_f$  与速度方向不相反。错误, 排除。

选项 D, 推力  $F_1$  的大小过小, 且升力  $F_2$  与速度方向不垂直, 空气阻力  $F_f$  与速度方向也不相反。错误, 排除。

本题选 A。

本题主要通过根据题目信息进行比对判断, 以及对力的合成与分解有大致定性判断。

4. (2019 全国 III) 用卡车运输质量为  $m$  的匀质圆筒状工件, 为使工件保持固定, 将其置于两光滑斜面之间, 如图所示。两斜面 I、II 固定在车上, 倾角分别为  $30^\circ$  和  $60^\circ$ 。重力加速度为  $g$ 。当卡车沿平直公路匀速行驶时, 圆筒对斜面 I、II 压力的大小分别为  $F_1$ 、 $F_2$ , 则( )



A.  $F_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}mg, F_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$

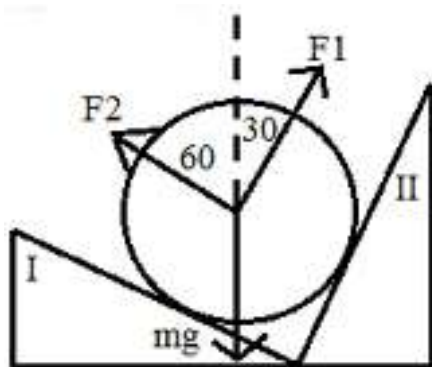
B.  $F_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}mg, F_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}mg$

C.  $F_1 = \frac{1}{2}mg, F_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$

D.  $F_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}mg, F_2 = \frac{1}{2}mg$

解析: 当卡车沿平直公路匀速行驶时, 各物体的加速度都为 0, 处于平衡状态, 因此只需作受力分析即可。

根据工件在两斜面 I、II 上的倾角分别为  $30^\circ$  和  $60^\circ$ , 作简要受力分析如下图所示:



将  $F_1$  和  $F_2$  分别分解到水平和竖直方向, 根据受力平衡可得:

$$F_1 \sin 30^\circ = F_2 \sin 60^\circ, \quad F_1 \cos 30^\circ + F_2 \cos 60^\circ = mg$$

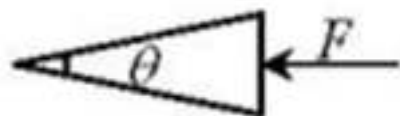
$$\text{即: } \frac{1}{2}F_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}F_2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}F_1 + \frac{1}{2}F_2 = mg$$

$$\text{解方程组得: } F_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}mg, F_2 = \frac{1}{2}mg$$

本题选 D。

5. (2018 天津)(多选)明朝谢肇淛的《五杂俎》中记载:“明姑苏虎丘寺塔倾侧,议欲正之,非万缗不可。一游僧见之曰:无烦也,我能正之。”游僧每天将木楔从塔身倾斜一侧的砖缝间敲进去,经月余扶正了塔身。假设所用的木楔为等腰三角形,木楔的顶角为 $\theta$ ,现在木楔壁上加一力 $F$ ,方向如图所示,木楔两侧产生推力 $F_N$ ,则( )

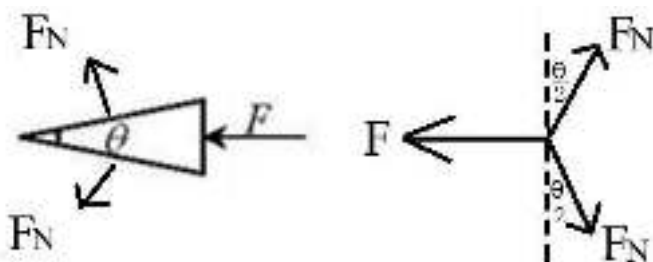


- A. 若 $F$ 一定, $\theta$ 大时 $F_N$ 大
- B. 若 $F$ 一定, $\theta$ 小时 $F_N$ 大
- C. 若 $\theta$ 一定, $F$ 大时 $F_N$ 大
- D. 若 $\theta$ 一定, $F$ 小时 $F_N$ 大

解析:本题中有大段古文,先简单翻译为白话文:明代的虎丘寺塔斜了,商议要把它弄正,需要很多缗才行。一位游僧见到了,说:不用烦恼,我能把它弄正。

不理解古文含义也不影响,游僧每天将木楔从塔身倾斜一侧的砖缝间敲进去,经月余扶正了塔身。根据题图可知,在木楔的右侧施加一个向左的推力 $F$ ,则木楔左边上下两个斜面共同产生推力 $F_N$ 。

作简图如下所示:



将木楔两侧产生推力  $F_N$  分解到平行和竖直方向得:  $2F_N \sin \frac{\theta}{2} = F$ ,

即:  $F_N = \frac{2F}{\sin \frac{\theta}{2}}$ 。

逐个判断各选项。

选项 A, 若  $F$  一定,  $\theta$  大时则  $\sin \frac{\theta}{2}$  大, 则  $F_N$  小。错误, 排除。

选项 B, 若  $F$  一定,  $\theta$  小时则  $\sin \frac{\theta}{2}$  大, 则  $F_N$  大。正确, 备选。

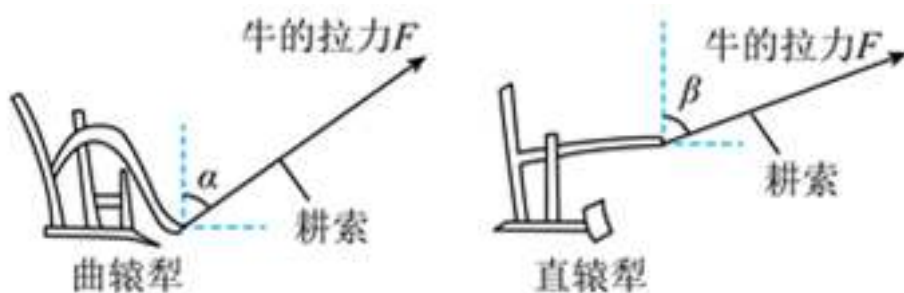
选项 C, 若  $\theta$  一定,  $F$  大时  $F_N$  大。正确, 备选。

选项 D, 若  $\theta$  一定,  $F$  小时  $F_N$  大。错误, 排除。

本题选 D。

本题需理解楔子的作用, 将水平方向施加的力, 转化为有一定倾角的力, 可以插入一些较小的夹角, 并把物体抬起。

6. (2021 广东) 唐代《耒耜经》记载了曲辕犁相对直辕犁的优势之一是起土省力, 设牛用大小相等的拉力  $F$  通过耕索分别拉两种犁,  $F$  与竖直方向的夹角分别为  $\alpha$  和  $\beta$ ,  $\alpha < \beta$ , 如图所示。忽略耕索质量, 耕地过程中, 下列说法正确的是 ( )



- A. 耕索对曲辕犁拉力的水平分力比对直辕犁的大
- B. 耕索对曲辕犁拉力的竖直分力比对直辕犁的大
- C. 曲辕犁匀速前进时, 耕索对犁的拉力小于犁对耕索的拉力
- D. 直辕犁加速前进时, 耕索对犁的拉力大于犁对耕索的拉力

解析: 根据题干信息, 曲辕犁比直辕犁起土省力。犁的主要用途是犁地, 也就是把田地里的土翻起来, 根据“起土”的字面含义, 应

当是把土翻起来的意思。因此曲辕犁可以用笔直辕犁更小的力就把土翻起来。

题目给了两种犁的结构图和牛拉力的情况，因为  $\alpha < \beta$ ，所以用曲辕犁时，拉力的方向与竖直方向的更小。

逐个分析判断各选项。

选项 A，使用力的合成与分解，耕索对曲辕犁和直辕犁拉力的水平分力为  $F \sin \alpha$  和  $F \sin \beta$ 。因为  $\alpha, \beta$  都是锐角且  $\alpha < \beta$ ，所以  $\sin \alpha < \sin \beta$ ，即  $F \sin \alpha < F \sin \beta$ 。对曲辕犁拉力的水平分力更小。错误，排除。

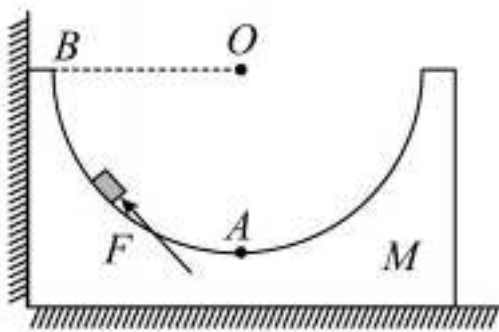
选项 B，使用力的合成与分解，耕索对曲辕犁和直辕犁拉力的竖直分力为  $F \cos \alpha$  和  $F \cos \beta$ 。因为  $\alpha, \beta$  都是锐角且  $\alpha < \beta$ ，所以  $\cos \alpha > \cos \beta$ ，即  $F \cos \alpha > F \cos \beta$ 。对曲辕犁拉力的水平分力更大。正确，备选。

选项 C 和 D，由于作用力与反作用力的基本性质，因此无论犁作何种运动，犁与耕索之间的相互作用力总是大小相等、方向相反。都错误，排除。

本题选 B。

题干的背景知识对解题没有帮助。

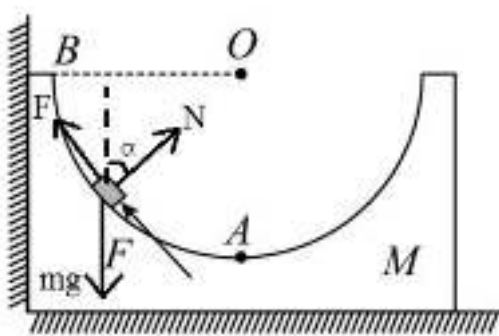
7. (2021 湖南) 质量为  $M$  的凹槽静止在水平地面上，内壁为半圆柱面，截面如图所示， $A$  为半圆的最低点， $B$  为半圆水平直径的端点。凹槽恰好与竖直墙面接触，内有一质量为  $m$  的小滑块。用推力  $F$  推动小滑块由  $A$  点向  $B$  点缓慢移动，力  $F$  的方向始终沿圆弧的切线方向，在此过程中所有摩擦均可忽略，下列说法正确的是 ( )



- A. 推力  $F$  先增大后减小
- B. 凹槽对滑块的支持力先减小后增大
- C. 墙面对凹槽的压力先增大后减小
- D. 水平地面对凹槽的支持力先减小后增大

解析：结合题图观察，凹槽内壁为半圆形，外壁为厂方向。用推力  $F$  推动小滑块由  $A$  点向  $B$  点缓慢移动，通常意味着滑块的速度和加速度都可以看作零，只需要考虑受力情况，不需要考虑速度和加速度。所有摩擦均可忽略，故不考虑摩擦力。

对  $m$  进行简要的受力分析如下：



小滑块受到的重力为  $mg$ ，方向始终竖直向下。受到半圆面的支持力为  $N$ ，始终沿半径方向，设其与竖直方向的夹角为  $\alpha$ 。推力  $F$  的方向始终沿圆弧的切线方向，因此与半径垂直，与竖直方向的夹角为  $90^\circ - \alpha$ 。

由于小滑块缓慢移动，其受力平衡，利用力的合成与分解，分解为水平方向受力平衡和竖直反向受力平衡：

$$N \sin \alpha = F \sin(90^\circ - \alpha) = F \cos \alpha$$

$$mg = N \cos \alpha + F \cos(90^\circ - \alpha) = N \cos \alpha + F \sin \alpha$$

解关于  $N$  和  $F$  的方程得：

$$F = mg \sin \alpha, \quad N = mg \cos \alpha$$

凹槽对水平地面的压力，应当等于凹槽和滑块的重力减去推力沿竖直向上的分力，为  $Mg + mg - F \sin \alpha = Mg + mg - mg \sin^2 \alpha = Mg + mg \cos^2 \alpha$

凹槽对竖直墙面的压力，应当等于推力沿水平向左的分力，为

$$F \cos \alpha = mg \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} mg \sin 2\alpha$$

逐个分析判断各选项：

选项 A，小滑块由最低点向最左点缓慢移动时， $\alpha$  由 0 增大到  $90^\circ$ ，推力  $F = mg \sin \alpha$  始终增大。错误，排除。

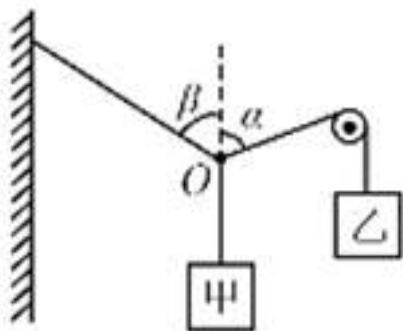
选项 B，凹槽对滑块的支持力为  $N = mg \cos \alpha$ ， $\alpha$  由 0 增大到  $90^\circ$  的过程中， $\cos \alpha$  始终减小，支持力始终减小。错误，排除。

选项 C，墙面对凹槽的压力为  $\frac{1}{2} mg \sin 2\alpha$ ， $\alpha$  由 0 增大到  $90^\circ$  的过程中， $\sin 2\alpha$  先由 0 增大到 1 再减小到 0，先增大后减小。正确，备选。

选项 D，水平地面对凹槽的支持力为  $Mg + mg \cos^2 \alpha$ ， $\alpha$  由 0 增大到  $90^\circ$  的过程中， $\cos^2 \alpha$  始终减小，支持力始终减小。错误，排除。

本题选 C。

8. (2020 全国 III) 如图，悬挂甲物体的细线栓牢在一不可伸长的轻质细绳上 O 点处；绳的一端固定在墙上，另一端通过光滑定滑轮与物体乙相连。甲、乙两物体质量相等，系统平衡时，O 点两侧绳与竖直方向的夹角分别为  $\alpha$  和  $\beta$ 。若  $\alpha = 70^\circ$ ，则  $\beta$  等于 ( )



- A.  $45^\circ$       B.  $55^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $70^\circ$

解析：甲物体悬挂在细绳上，细绳的另一端与另一根细绳相连。另一个细绳的一端为物体乙，另一端系在墙上，且通过一个滑轮。

因为甲、乙两物体质量相等，设它们的质量都为  $m$ 。细绳的弹力方向只能沿绳的方向，且同一根绳未弯曲的部分处处弹力相等。

题目分析系统平衡时，现在进行受力分析。

乙只受到重力和绳子的拉力，拉力等于重力，因此绳子的拉力为  $mg$ 。绳子交汇的点  $O$  处，向右上的那根的弹力为  $mg$ 。

甲也乙只受到重力和绳子的拉力，拉力等于重力，因此绳子的拉力为  $mg$ 。绳子交汇的点  $O$  处，竖直向下那根的弹力为  $mg$ 。

另外还有向左上的绳子，设其弹力为  $T$ 。由于受力平衡，根据图中的夹角，将所有力都分解到平行和竖直两个方向可得：

$$T \sin \beta = mg \sin \alpha$$

$$T \cos \beta + mg \cos \alpha = mg$$

且已知  $\alpha = 70^\circ$ ，这是一个关于  $T$  和  $\beta$  的方程组。解该方程组需要一定的计算技巧。

先消去  $T$ ，由第一个等式得： $T = mg \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ ，代入第二个等式得：

$$mg \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos \beta + mg \cos \alpha = mg$$

约去  $mg$  得：

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos \beta + \cos \alpha = 1$$

等式两边同时乘以  $\sin \beta$  得：

$$\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \sin \beta$$

等式左边可以使用和角公式得：

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \beta$$

根据图中可大致判断， $\alpha, \beta$  都是锐角， $\alpha + \beta$  很可能为钝角，若一个锐角与一个钝角的正弦值相等，则它们应当互补，即  $(\alpha + \beta) + \beta = 180^\circ$ 。

代入  $\alpha = 70^\circ$ ，解得  $\beta = 55^\circ$ 。

本题选 B。

本题列关系式较简单，但是求解角度的过程需要一定的技巧，需熟练掌握三角恒等变换。



9. (2022 湖南) 2022 年北京冬奥会跳台滑雪空中技巧比赛场地边, 有一根系有飘带的风力指示杆, 教练员根据飘带的形态提示运动员现场风力的情况。若飘带可视为粗细一致的匀质长绳, 其所处范围内风速水平向右、大小恒定且不随高度改变。当飘带稳定时, 飘带实际形态最接近的是 ( )



解析: 可以将飘带看作由多个连续质点依次相连形成的锁链, 每个质点都受到重力、风力、相邻两个质点的合力作用。

根据题干可知, 范围内风速水平向右、大小恒定且不随高度改变, 即每一个质点都受到水平向右的风力和竖直向下的重力作用。

飘带稳定时, 各质点都静止。先从最末端的质点开始分析, 该质点处于平衡状态时, 受到水平向右的风力、竖直向下的重力, 则还应受到向左上的拉力, 该拉力来自相邻的末端第二个质点。

对于末端第二个质点, 它受到相同的水平向右的风力、竖直向下的重力, 以及末端第一个质点向右下的拉力。且风力和重力的合力与该拉力的大小和反向都相同, 因此第二个质点受到第三个质点向左上的拉力, 且拉力的大小等于风力和重力的合力的二倍, 拉力的方向与其对末端第一个质点相同。

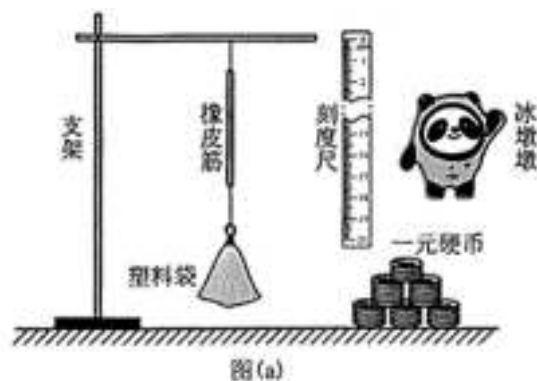
依次类推, 每个质点都受到相同的风力和重力, 以及左右相邻且左边比右边大一号的拉力, 且各拉力的方向都相同。

因为质点间的作用力始终沿两质点的连线, 而各相邻质点间的拉力方向都相同, 因此所有质点应当在同一条直线上, 因此飘带应当为一条直线。

本题选 A。

在分析物体的形状时, 可将物体看作由若干连续的质点构成, 且相邻质点之间有相互作用, 在逐个进行受力分析。

11. (2022 湖南) 小圆同学用橡皮筋、同种一元硬币、刻度尺、塑料袋、支架等, 设计了如图 (a) 所示的实验装置, 测量冰墩墩玩具的质量。主要实验步骤如下:

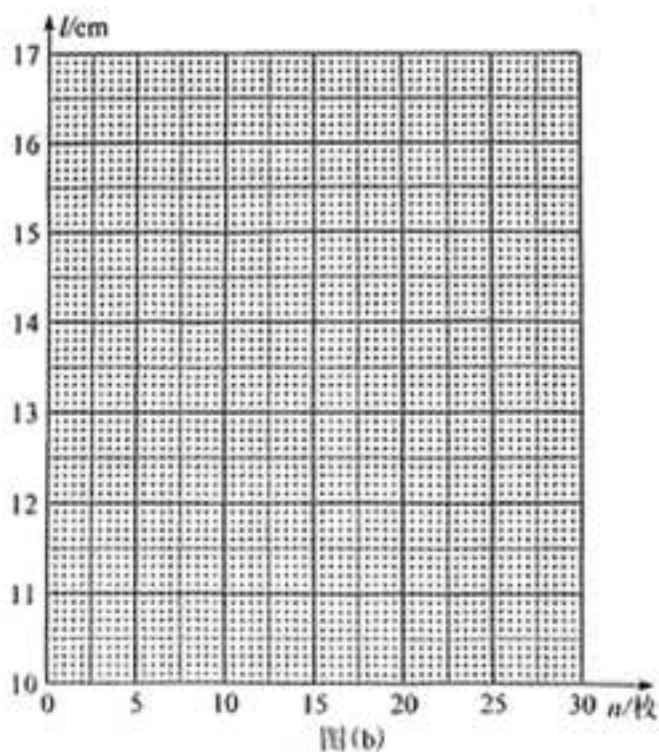


图(a)

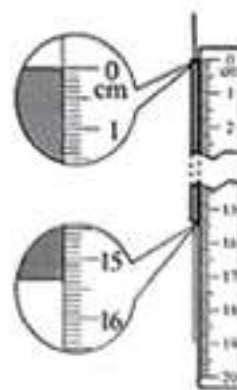
- (1) 查找资料, 得知每枚硬币的质量为  $6.05\text{g}$ ;
- (2) 将硬币以 5 枚为一组逐次加入塑料袋, 测量每次稳定后橡皮筋的长度  $l$ , 记录数据如下表:

序 号	1	2	3	4	5
硬币数量 $n/\text{枚}$	5	10	15	20	25
长度 $l/\text{cm}$	10.51	12.02	13.54	15.05	16.56

- (3) 根据表中数据在图 (b) 上描点, 绘制曲线:



图(b)



图(c)

(4) 取出全部硬币，把冰墩墩玩具放入塑料袋中，稳定后橡皮筋长度的示数如图(c)所示，此时橡皮筋的长度为\_\_\_\_\_cm；

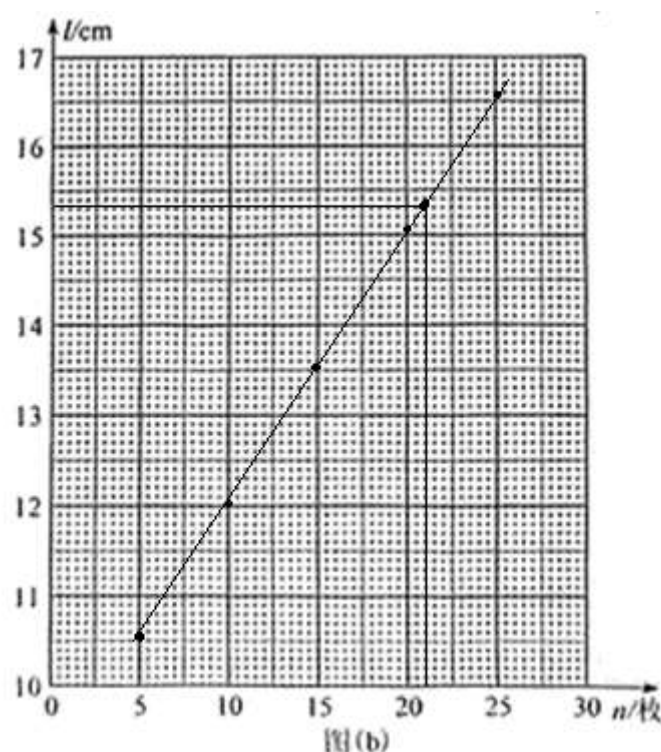
(5) 由上述数据计算得冰墩墩玩具的质量为\_\_\_\_\_g (计算结果保留3位有效数字)。

解析: 本题的实验目的是测量冰墩墩玩具的质量。观察实验装置，在支架上用橡皮筋悬挂了一个塑料袋，另外还有刻度尺、一元硬币、冰墩墩玩具。

第(1)、(2)步查找资料，得知每枚硬币的质量为6.05g；并将硬币以5枚为一组逐次加入塑料袋，测量每次稳定后橡皮筋的长度 $l$ 。这两步得到了橡皮筋的长度与所悬挂重物质量的关系。

如果橡皮筋是理想弹簧，则其弹性形变的大小应当与重物的拉力成正比，其橡皮筋长度-硬币枚数应当为一条直线。由于现实中的各种因素，很可能是一条接近于直线的曲线。

将表中各数据描绘在图(b)中，用一条直线尽可能经过所有点：



读取图(c)中的示数，橡皮筋的长度为15.35cm。从图中读取15.35cm所对应的硬币枚数为21，换算为质量为21枚 $\times$ 6.05g/枚 $\approx$ 127g。

本题是非常真实的实验题。题目的原理是基础的胡克定律。只是将理论化的“弹性形变与弹力成正比”隐藏在具体的数据中。直接使用测得的数据，通过在数据图表中查找相应的数值，也是物理实验中非常基础且重要的方法。

### 第三章 运动和力的关系

牛顿运动定律非常准确且精炼地概括了运动和力的关系。

牛顿第一定律也叫作惯性定律，使用该定律可以根据物体是否静止或做匀速直线运动，定性地判断物体受到的合外力是否平衡。确定物体的运动状态与受力情况，往往是着手分析处理力学问题的第一步。

牛顿第二定律描述了力、质量、加速度之间的数量关系，该定律是进行定量计算的基本公式。使用该定律既可以根据受力情况计算出加速度，用于分析物体的运动状态；也可以根据加速度计算出相应的力，为受力分析提供更多力的信息。

牛顿第三定律描述了作用力与反作用力的规律。对于有多个物体相互作用的系统，使用该定律可以根据一个物体的受力情况，分析推理出另一个物体的受力情况，进一步获取更多的信息和数据。

关于运动的问题主要使用代数的函数运算，主要涉及到位移、速度、加速度之间的计算推导。关于力的问题主要使用平面几何的正交分解。牛顿第二定律是将运动的函数运算与力的几何分析衔接起来的桥梁，可以通过对一方的分析计算为另一方提供新的信息和条件。

牛顿运动定律的内容较简单也较容易理解，题目的难度往往体现在具体情况较复杂，分析推理的难度较高，因此函数运算和几何作图分析的数学功底和分析推理、化繁为简的能力非常重要，需通过充分的做题练习训练培养。

例如，对于由多个物体共同组成的系统，有时需要逐个分析每一个物体；有时需要把多个物体作为整体进行分析；有时需要分别从个体和整体入手，将两条线索得到的信息加以整合。

力与运动的关系不能简单地当作一类题型进行针对性训练，而是要作为简化情形、创造条件、处理问题的方法，高考中极少有题目会专门考察与运动的关系，往往要么与曲线运动、机械振动、电磁感应等内容共同出现，要么需要借助动能定理、动量定理等定理分析问题。

1. (2020 浙江 7 月) 如图所示, 底部均有 4 个轮子的行李箱 a 竖立、b 平卧放置在公交车上, 箱子四周有一定空间。当公交车 ( )



- A. 缓慢启动时, 两只行李箱一定相对车子向后运动
- B. 急刹车时, 行李箱 a 一定相对车子向前运动
- C. 缓慢转弯时, 两只行李箱一定相对车子向外侧运动
- D. 急转弯时, 行李箱 b 一定相对车子向内侧运动

解析: 本题考察惯性和相对运动的知识, 也可以用非惯性系中的惯性力分析。本题还可借助生活经验判断。箱子无论竖立或平卧放置, 与在非惯性系中受到的惯性力无关。

将车子作为参考系, 逐个分析判断各选项。

选项 A, 公交车缓慢启动时, 若加速度足够小, 则可以看作车子加速度近似为零, 车子为惯性系, 箱子不受惯性力的作用, 不相对车子运动。错误, 排除。

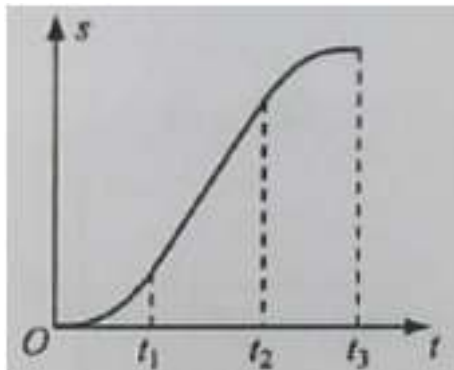
选项 B, 急刹车时, 车子做减速运动, 行李箱相对车子做加速运动, 相对车子向前运动。与生活中急刹车时乘客和行李都向前运动的经验一致。正确, 备选。

选项 C, 缓慢急转弯时, 若转弯的速度足够慢, 则同样可以看作车子加速度为零, 车子为惯性系, 箱子不受惯性力的作用, 不相对车子运动。错误, 排除。

选项 D, 急转弯时, 行李箱由于惯性仍做匀速直线运动, 而车子发生转弯, 行李箱的速度方向朝向转弯的半径外侧, 相对车子向外侧运动。错误, 排除。

本题选 B。

2. (2020 山东) 一质量为  $m$  的乘客乘坐竖直电梯下楼, 其位移  $s$  与时间  $t$  的关系图像如图所示。乘客所受支持力的大小用  $F_N$  表示。速度大小用  $v$  表示, 重力加速度大小为  $g$ , 以下判断正确的是 ( )



- A.  $0 \sim t_1$  时间内,  $v$  增大,  $F_N > mg$
- B.  $t_1 \sim t_2$  时间内,  $v$  减小,  $F_N < mg$
- C.  $t_2 \sim t_3$  时间内,  $v$  增大,  $F_N < mg$
- D.  $t_2 \sim t_3$  时间内,  $v$  减小,  $F_N > mg$

解析: 题目给出了乘客坐竖直电梯下楼的位移-时间图像。图像的斜率为相应时刻的速度。

需注意, 乘客是在下楼, 位移的方向竖直向下, 位移-时间图像中的正方向为竖直向下。

根据位移-时间曲线可判断:

在  $0 \sim t_1$  时间内,  $v$  逐渐增大, 加速度大于零, 重力大于电梯的支持力。

在  $t_1 \sim t_2$  时间内,  $v$  基本不变, 加速度为零, 重力等于电梯的支持力。

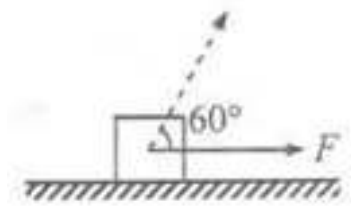
在  $t_2 \sim t_3$  时间内,  $v$  逐渐减小, 加速度小于零, 重力小于电梯的支持力。

按照上述分析, 选项 D 正确。

本题选 D。







- A.  $2 - \sqrt{3}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

解析：设物块的质量为  $m$ ，重力加速度为  $g$ ，物块与桌面的滑动摩擦系数为  $\mu$ 。

物块在水平拉力  $F$  的作用下沿水平桌面做匀速直线运动，此时物体受到的滑动摩擦力为等于拉力，即  $\mu mg = F$ 。

当  $F$  与水平面成  $60^\circ$  角时，物块对桌面的压力为  $N' = mg - F \sin 60^\circ = mg - \frac{\sqrt{3}F}{2}$ ，摩擦力为  $f' = \mu N' = \mu(mg - \frac{\sqrt{3}F}{2})$ 。

由于此时物块也恰好做匀速直线运动， $F$  沿水平方向的分力等于摩擦力，则  $F \cos 60^\circ = f'$ ，即  $\frac{F}{2} = \mu(mg - \frac{\sqrt{3}F}{2})$ 。

代入  $F = \mu mg$  并化简：

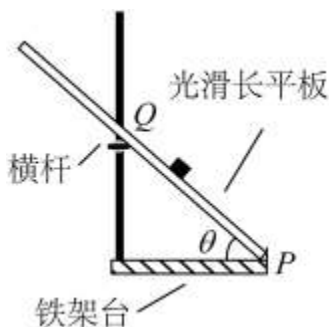
$$\frac{\mu mg}{2} = \mu(mg - \frac{\sqrt{3}\mu mg}{2})$$

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{\sqrt{3}\mu}{2}$$

$$\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

本题选 C。

5. (2021 全国甲卷) 如图，将光滑长平板的下端置于铁架台水平底座上的挡板  $P$  处，上部架在横杆上。横杆的位置可在竖直杆上调节，使得平板与底座之间的夹角  $\theta$  可变。将小物块由平板与竖直杆交点  $Q$  处静止释放，物块沿平板从  $Q$  点滑至  $P$  点所用的时间  $t$  与夹角  $\theta$  的大小有关。若  $\theta$  由  $30^\circ$  逐渐增大至  $60^\circ$ ，物块的下滑时间  $t$  将 ( )



A. 逐渐增大

B. 逐渐减小

C. 先增大后减小

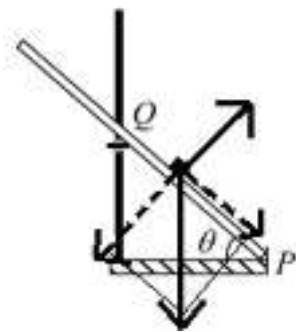
D. 先减小后增大

解析：题干已知光滑长平板。即平板上的滑动无摩擦。

长平板的下端置于铁架台水平底座上的挡板  $P$  处，上部架在横杆上，使得平板与底座之间的夹角  $\theta$  可变。即长平板可以绕点  $P$  旋转，抬高或者降低。

将小物块由平板与竖直杆交点  $Q$  处静止释放，则小物块在重力作用下，沿长平板无摩擦滑下，做匀加速直线运动。

小物块受到重力和长平板的支持力，将重力分解到垂直于长平板和平行于长平板的方向，如下图所示。



小物块受到沿平行于长平板的方向的分力为  $mg \sin \theta$ ，沿长平板方向滑动的加速度为  $g \sin \theta$ 。

设铁架台的长度为  $l$ ，则小物块在长平板上滑动的位移为  $\frac{l}{\cos \theta}$ 。

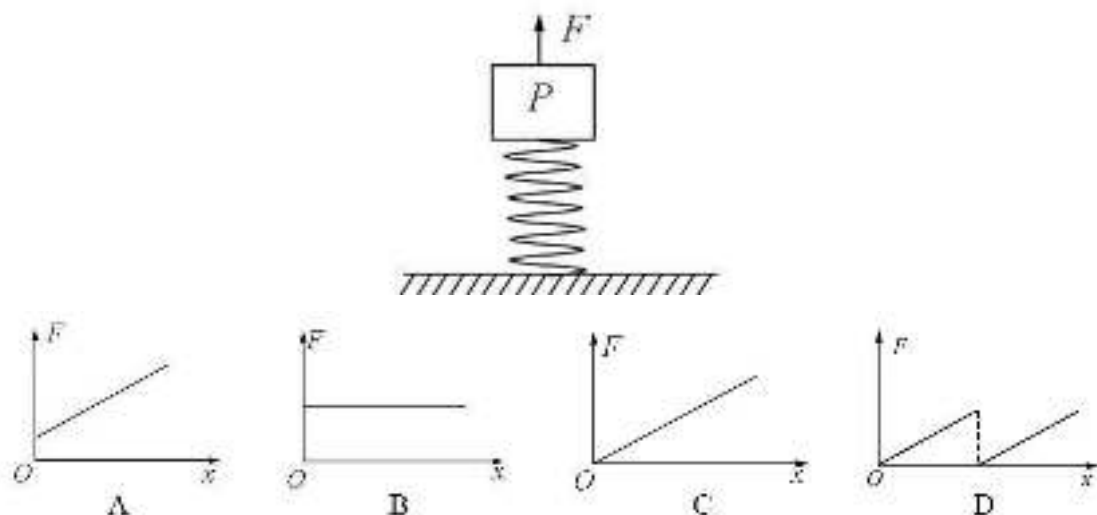
小物块由静止释放，则下滑的时间  $t$  满足关系： $\frac{1}{2} \times g \sin \theta \times t^2 = \frac{l}{\cos \theta}$ ，

解得  $t = \sqrt{\frac{2l}{g \sin \theta \cos \theta}}$ ，利用积化和差化简得： $t = \sqrt{\frac{4l}{g \sin 2\theta}}$ 。

当  $\theta$  从  $30^\circ$  逐渐增大至  $45^\circ$  时,  $\sin 2\theta$  逐渐增大,  $t$  逐渐减小。当  $\theta$  从  $45^\circ$  逐渐增大至  $60^\circ$  时,  $\sin 2\theta$  逐渐减小,  $t$  逐渐增大。小物块下滑的时间先减小后增大,

本题选 D。

6. (2018 全国I) 如图, 轻弹簧的下端固定在水平桌面上, 上端放有物块 P, 系统处于静止状态。现用一竖直向上的力  $F$  作用在 P 上, 使其向上做匀加速直线运动。以  $x$  表示 P 离开静止位置的位移, 在弹簧恢复原长前, 下列表示  $F$  和  $x$  之间关系的图像可能正确的是 ( )



解析: 题干信息中, “轻弹簧” 表明弹簧的质量忽略不计。弹簧下端固定在桌面上, 上方放有物块 P。则弹簧受到物块的压力, 弹簧处于压缩状态, 对物块有竖直向上的支持力。

用一竖直向上的力  $F$  作用在 P 上, 使其向上做匀加速直线运动。物块的加速度不变, 则物块受到的合外力不变。

物块共受到 3 个力: 施加的竖直向上的力  $F$ , 弹簧的支持力  $F_N$ , 重力  $mg$ 。设加速度为  $a$ , 则  $ma = F + F_N - mg$  为定值, 即  $F = ma + mg - F_N$ 。

其中, 重力  $mg$  恒定不变, 弹簧的支持力  $F_N$  与 P 发生的弹性形变  $\Delta d$  成正比。设刚开始静止时的弹性形变为  $d_0$ , 则离开静止位置的位移  $x$  可以表示为:  $x = d_0 - \Delta d$ 。当  $x = 0$  时  $\Delta d = d_0$ , 当  $x = d_0$  时  $\Delta d = 0$ 。

设弹簧劲度系数为  $k$ ,  $F_N = k\Delta d = k(d_0 - x)$ , 则  $F = kx + (ma + mg - kd_0)$ ,  $F$  是关于  $x$  的一次函数, 且当  $x=0$  时,  $F > 0$ 。

又因为本题只考虑“在弹簧恢复原长前”, 所以不需考虑弹簧拉伸后的情况。

本题选 A。

7. (2020 江苏) 中欧班列在欧亚大陆开辟了“生命之路”, 为国际抗疫贡献了中国力量。某运送抗疫物资的班列由 40 节质量相等的车厢组成, 在车头牵引下, 列车沿平直轨道匀加速行驶时, 第 2 节对第 3 节车厢的牵引力为  $F$ 。若每节车厢所受摩擦力、空气阻力均相等, 则倒数第 3 节对倒数第 2 节车厢的牵引力为

- A.  $F$                       B.  $\frac{19F}{20}$                       C.  $\frac{F}{19}$                       D.  $\frac{F}{20}$

解析: 题干已知班列由 40 节质量相等的车厢组成, 一般各车厢的速度和加速度应当都相等。每一节车厢都受到前后相邻的车厢的拉力。还已知每节车厢所受摩擦力、空气阻力均相等。

设班列的加速度为  $a$ ; 每节车厢的质量为  $m$ , 则班列的总质量为  $40m$ ; 每节车厢受到的摩擦力和空气阻力的合力为  $f$ , 则班列受到的总摩擦力为  $40f$ 。

根据“在车头牵引下”可知, 班列的动力在车头, 从前向后各车厢依次拉动后面的车厢前进, 动力  $F_{\text{总}}$  满足关系:  $F_{\text{总}} - 40f = 40ma$ 。

第 1 节车厢受到驱动力  $F_{\text{总}}$ 、第 2 节车厢的拉力  $F_{2-1}$ 、摩擦力和空气阻力  $f$  的共同作用, 加速度为  $a$ , 则第 2 节车厢对第 1 节车厢的拉力大小为  $F_{2-1} = F_{\text{总}} - f - ma = 39f + 39ma$ 。

根据作用力与反作用力, 第 1 节车厢对第 2 节车厢的牵引力大小为  $F_{1-2} = F_{2-1} = 39(f + ma)$ 。

第 2 节车厢受到第 1 节车厢的拉力  $F_{1-2} = 39(f + ma)$ 、第 3 节车厢的

拉力  $F_{3-2}$ 、摩擦力和空气阻力  $f$  的共同作用, 加速度为  $a$ , 则第 3 节车厢对第 2 节车厢的拉力大小为  $F_{3-1} = F_{1-2} - f - ma = 38(f+ma)$ 。

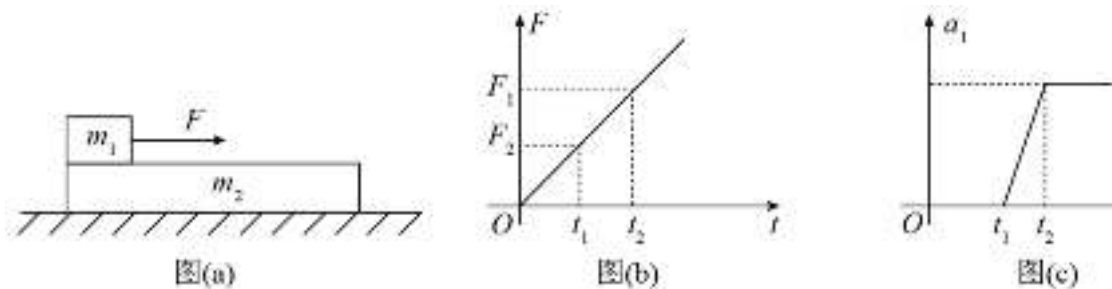
依次类推, 第  $n$  节车厢对第  $n+1$  节车厢的牵引力为  $(40-n)(f+ma)$ 。

已知第 2 节对第 3 节车厢的牵引力为  $F$ , 则  $F = F_{2-3} = (40-2)(f+ma) = 38ma$ 。

倒数第 3 节是第 38 节, 倒数第 2 节是第 39 节, 第 38 节车厢对第 39 节车厢的牵引力为  $F_{38-39} = (40-38)(f+ma) = 2ma = \frac{1}{19}F$ 。

本题选 C。

8. (2021 全国乙) (多选) 水平地面上有一质量为  $m_1$  的长木板, 木板的左端上有一质量为  $m_2$  的物块, 如图 (a) 所示。用水平向右的拉力  $F$  作用在物块上,  $F$  随时间  $t$  的变化关系如图 (b) 所示, 其中  $F_1$ 、 $F_2$  分别为  $t_1$ 、 $t_2$  时刻  $F$  的大小。木板的加速度  $a_1$  随时间  $t$  的变化关系如图 (c) 所示。已知木板与地面间的动摩擦因数为  $\mu_1$ , 物块与木板间的动摩擦因数为  $\mu_2$ , 假设最大静摩擦力均与相应的滑动摩擦力相等, 重力加速度大小为  $g$ 。则 ( )



- A.  $F_1 = \mu_1 m g$
- B.  $F_2 = \frac{m_2(m_1 + m_2)}{m_1}(\mu_2 - \mu_1)g$
- C.  $\mu_2 > \frac{m_1 + m_2}{m_2} \mu_1$
- D. 在  $0 \sim t_2$  时间段物块与木板加速度相等

解析：根据题干和图（a）可得：物块放在长木板上，且物块与木板、木板与地面间都有摩擦力。用力  $F$  水平向右拉物块。

根据图（b）可得：力  $F$  从零开始随时间均匀加大。

根据图（c）可知，木板在  $0 \sim t_1$  内加速度为 0，木板受力平衡。木板  $t_1 \sim t_2$  内加速度均匀增大，受到的合力均匀增大。木板  $t_2$  时刻以后，加速度恒定不变，受到的合外力不变。

该系统存在两组摩擦力：（1）木板对物块的摩擦力，阻碍物块运动。物块对木板的摩擦力，带动木板运动。（2）地面对木板的摩擦力，阻碍木板的运动。

力  $F$  作用与物块上。对于物块，它受到水平向右的拉力  $F$  和来自木板的摩擦力  $f_1$ 。起初，力  $F$  小于最大静摩擦力（等于滑动摩擦力），物块不动。随着  $F$  增大到大于最大静摩擦力，物块开始做加速运动。并且随着  $F$  均匀增大，物块的加速度也均匀增大。

对于长木板，木板起初受到来自物块随拉力  $F$  均匀增大的摩擦力，使木板有向右移动的趋势。起初来自物块的摩擦力小于来自地面的摩擦力，木板静止不动。

当来自物块的摩擦力大于来自地面的摩擦力时，木板开始做加速运动。且木板的加速度随拉力的均匀增大而均匀增大。

当物块对木板的摩擦力大于最大静摩擦力时，木板受到来自物块的摩擦力不变，加速度也不变。

根据上述分析，物块与木板间的最大静摩擦力应当大于底面对木板的最大静摩擦力，才能让来自物块的静摩擦力克服来自底面的摩擦力，带动木板移动，即  $\mu_2 m_2 g > \mu_1 (m_1 + m_2) g$ 。

$t_1$  时刻，木板开始具有加速度，此时来自物块的静摩擦力（等于  $F$ ）应当刚好等于来自地面的最大静摩擦力，即  $F_1 = \mu_1 (m_1 + m_2) g$ 。

$t_2$  时刻，木板的加速度不再随  $F$  继续增大，此时来自物块的静摩擦力应当刚刚达到其最大值，即  $F_2 = \mu_2 m_2 g$ 。此时木板的加速度为

$$a_2 = \frac{\mu_2 m_2 g - \mu_1 (m_1 + m_2) g}{m_1}。$$

由于  $t_2$  时刻物块和木板没有相对运动，加速度相同。将物块和木板整体考虑，则  $F_2 - \mu_1 (m_1 + m_2) g = (m_1 + m_2) a_2$ ，代入  $a_2 = \frac{\mu_2 m_2 g - \mu_1 (m_1 + m_2) g}{m_1}$

并化简得  $F_2 = (m_1 + m_2) \frac{\mu_2 m_2 g - \mu_1 (m_1 + m_2) g}{m_1} + \mu_1 (m_1 + m_2) g。$

逐个分析判断各选项。

选项 A，按照上述分析， $F_1 = \mu_1 (m_1 + m_2) g$ 。错误，排除。

选项 B，按照上述分析，正确，备选。

选项 C，按照上述分析， $\mu_2 m_2 g > \mu_1 (m_1 + m_2) g$ ，即  $\mu_2 > \frac{m_1 + m_2}{m_2} \mu_1。$

正确，备选。

选项 D，在  $0 \sim t_2$  时间段，力  $F$  的大小始终小于等于物块与木板的最大静摩擦力，物块始终静止在木板上，二者的运动状态始终相同。正确，备选。

本题选 BCD。

9. (2022 全国甲) 如图，质量相等的两滑块 P、Q 置于水平桌面上，二者用一轻弹簧水平连接，两滑块与桌面间的动摩擦因数为  $\mu$ 。重力加速度大小为  $g$ 。用水平向右的拉力  $F$  拉动 P，使两滑块均做匀速运动；某时刻突然撤去该拉力，则从此刻开始到弹簧第一次恢复原长之前 ( )



- A. P 的加速度大小的最大值为  $2\mu g$
- B. Q 的加速度大小的最大值为  $2\mu g$
- C. P 的位移大小一定大于 Q 的位移大小
- D. P 的速度大小均不大于同一时刻 Q 的速度大小

解析：本题考察力与运动的分析。

已知质量相等的两滑块 P、Q，设它们的质量都为  $m$ 。又已知两滑块与桌面间的动摩擦因数为  $\mu$ 。重力加速度大小为  $g$ 。则它们受到的滑动摩擦力都为  $\mu mg$ 。

用力拉动使两滑块均做匀速运动。滑块 Q 受到弹簧向右的拉力和桌面向左的摩擦力，这一对力平衡，则弹簧的拉力为  $F' = \mu mg$ 。根据牛顿第三定律，则滑块 P 受到弹簧向左的拉力  $F' = \mu mg$ 。

滑块 P 受到拉力  $F$ 、摩擦力  $\mu mg$ 、弹簧的拉力  $F' = \mu mg$ 。根据受力平衡可得  $F = \mu mg + F' = 2\mu mg$ 。

下面分阶段析分析运动的具体情况。

突然撤去拉力  $F$  的瞬间，弹簧的弹性形变不变，弹力仍为  $F' = \mu mg$ ，此时 Q 仍受力平衡，速度不变。P 受到的拉力  $F$  突然消失，受到的合力为  $2\mu mg$ ，方向水平向左，做加速度为  $2\mu g$  的减速运动。

随着 P 的速度减小，弹簧被拉伸的程度减小，弹簧的弹力  $F'$  减小，P 受到的合力减小，速度减小得越来越慢。同时，Q 不再受力平衡，而是向右的弹力小于向左摩擦力，开始做减速运动。

P 的加速度从  $2\mu g$  开始逐渐减小，Q 的加速度从 0 开始逐渐增大。即：P 刚开始加速度很大，然后逐渐减小；Q 刚开始的加速度为 0，然后逐渐增大。P 的速度减小得比 Q 更快，PQ 间的距离逐渐减小。

当 PQ 间的距离减小到平衡长度时，弹簧的弹力为 0，此时 PQ 都只受摩擦力，加速度相等。由于前阶段 P 的减速度总是大于 Q，因此此时 P 的速度远小于 Q，两个滑块继续接近。

由于摩擦力的存在，导致系统的机械能不断损耗，两个滑块的速度越来越小，弹簧的弹性势能与滑块的动能相互转化后，也随着摩擦而损耗，导致弹簧不再反弹回初始长度。

逐个分析判断各选项。

选项 A，P 的加速度大小的最大值是刚撤去拉力  $F$  时，此时 P 受



到摩擦力和弹簧的弹力，加速度为最大值，为  $2\mu g$ 。正确，备选。

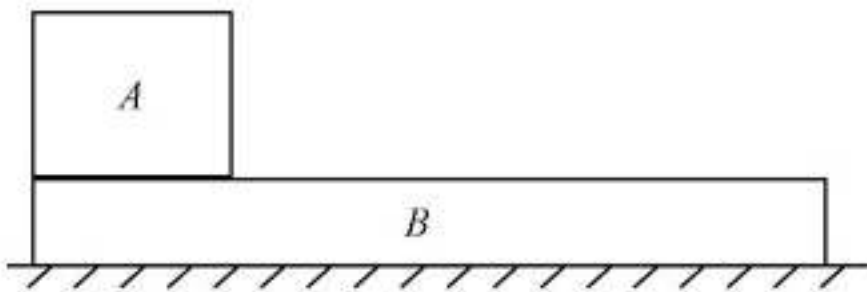
选项 B，按照上述分析，Q 的加速度从 0 开始逐渐增大，当弹簧被压缩到最短时，Q 受到弹簧的弹力和摩擦力的合力最大。由于能量损耗，弹簧的弹性势能不能再达到初始状态，即压缩的弹性形变不能达到初始拉伸的程度，因此对 Q 向左的弹力也不能达到初始的  $\mu mg$ ，所以 Q 的最大加速度达不到  $2\mu g$ 。错误，排除。

选项 C，从撤去拉力到弹簧第一次从拉伸返回到平衡长度的过程中，P 和 Q 之间的距离从拉伸的弹簧变为弹簧的原长，距离减小了，因此 Q 移动的距离比 P 大，Q 的位移应当大于 P。错误，排除。

选项 D，按照上述分析，从撤去拉力到弹簧第一次从拉伸返回到平衡长度的过程中，P 的减速度始终大于 Q，所以 P 的速度大小均不大于同一时刻 Q 的速度大小。正确，备选。

本题选 AD

10. (2019 江苏) 如图所示，质量相等的物块 A 和 B 叠放在水平地面上，左边缘对齐。A 与 B、B 与地面间的动摩擦因数均为  $\mu$ 。先敲击 A，A 立即获得水平向右的初速度，在 B 上滑动距离  $L$  后停下。接着敲击 B，B 立即获得水平向右的初速度，A、B 都向右运动，左边缘再次对齐时恰好静止，此后两者一起运动至停下，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，重力加速度为  $g$ 。求



- (1) A 被敲击后获得的初速度大小  $v_A$ ；
- (2) 在左边缘再次对齐的前、后，B 运动加速度的大小  $a_B$ 、 $a_B'$ ；
- (3) B 被敲击后获得的初速度大小  $v_B$ 。

解析：已知 A 和 B 质量相等，设都为  $m$ 。A 与 B、B 与地面间的动摩擦因数均为  $\mu$ 。

(1) 敲击 A，A 立即获得水平向右的初速度，在 B 上滑动距离  $L$  后停下。A 运动的过程中，水平方向只受到水平向左的摩擦力  $f = \mu mg$ ，做匀加速直线运动，加速度为  $a_A = -\mu g$ 。初速度为  $v_A$ ，末速度为 0，则满足关系  $0^2 - v_A^2 = 2(-\mu g)L$ ，解得  $v_A = \sqrt{2\mu gL}$ 。

(2) 接着敲击 B，B 立即获得水平向右的初速度，A、B 都向右运动，左边缘再次对齐时恰好静止，此后两者一起运动至停下。

在左边缘再次对齐之前，B 相对 A 向右运动，受到 A 向左的滑动摩擦力，大小为  $f_{A-B} = \mu mg$ 。

B 还相对地面向右运动，受到地面向左的滑动摩擦力，大小为  $f_{地} = 2\mu mg$ 。

综上，在左边缘再次对齐的前，B 受到的摩擦力为  $f_{A-B} + f_{地} = \mu mg + 2\mu mg = 3\mu mg$ ， $a_B = \frac{3\mu mg}{m} = 3\mu g$ 。

在左边缘再次对齐之后，A 与 B 之间没有相对运动，A 与 B 的加速度相同，可以当作一个整体考虑，A 和 B 受到地面的摩擦力为  $f_{地} = 2\mu mg$ ，加速度为  $a_B' = \frac{2\mu mg}{2m} = \mu g$ 。

(3) 设 B 从被敲击到左边缘再次对齐时间为  $t$ ，发生的位移为  $L_B$ ，则此时 A 发生的位移为  $L_B - L$ 。

A 从静止开始到左边缘再次对齐，做初速度为 0，加速度为  $\mu g$  的匀加速直线运动，则满足关系  $\frac{1}{2}\mu gt^2 = L_B - L$ 。

B 从静止开始到左边缘再次对齐，做初速度为  $v_B$ ，加速度为  $-3\mu g$  的匀加速直线运动，则满足关系  $v_B t - \frac{1}{2} \times 3\mu gt^2 = L_B$ 。

左边缘再次对齐后，A 与 B 的速度相等，即  $\mu gt = v_B - 3\mu gt$ 。

联立上述三个等式：

$$\frac{1}{2}\mu gt^2 = L_B - L \quad ①$$

$$v_B t - \frac{1}{2} \times 3\mu gt^2 = L_B \quad ②$$

$$\mu gt = v_B - 3\mu gt \quad ③$$

得到关于  $v_B, L_B, t$  的三元方程组。

等式①减去等式②可消去  $L_B$ ：

$$\frac{1}{2}\mu gt^2 - (v_B t - \frac{3}{2}\mu gt^2) = L_B - L - L_B$$

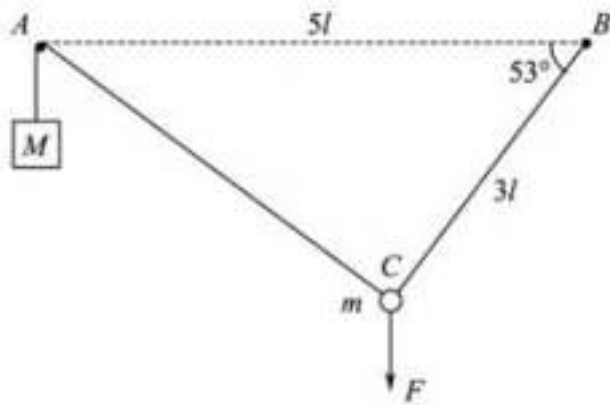
$$2\mu gt^2 - v_B t = -L$$

由③得：  $t = \frac{v_B}{4\mu g}$ ，代入上式得：

$$2\mu g \left(\frac{v_B}{4\mu g}\right)^2 - v_B \frac{v_B}{4\mu g} = -L$$

$$\text{解得 } v_B = 2\sqrt{2\mu gL}。$$

11. (2018 江苏) 如图所示，钉子  $A$ 、 $B$  相距  $5l$ ，处于同一高度。细线的一端系有质量为  $M$  的小物块，另一端绕过  $A$  固定于  $B$ 。质量为  $m$  的小球固定在细线上  $C$  点， $B$ 、 $C$  间的线长为  $3l$ 。用手竖直向下拉住小球，使小球和物块都静止，此时  $BC$  与水平方向的夹角为  $53^\circ$ 。松手后，小球运动到与  $A$ 、 $B$  相同高度时的速度恰好为零，然后向下运动。忽略一切摩擦，重力加速度为  $g$ ，取  $\sin 53^\circ = 0.8$ ， $\cos 53^\circ = 0.6$ 。求



(1) 小球受到手的拉力大小  $F$ ；

(2) 物块和小球的质量之比  $M:m$ ；

(3) 小球向下运动到最低点时, 物块  $M$  所受的拉力大小  $T$ 。

解析: (1) 本问只涉及到受力分析, 不涉及运动问题。

用手竖直向下拉住小球, 小球和物块都静止时, 小球和物块都受力平衡。物块受到的重力为  $Mg$ , 细绳  $AC$  段对物块的拉力应当也为  $Mg$ , 则细绳  $AC$  段对小球的拉力也为  $Mg$ 。

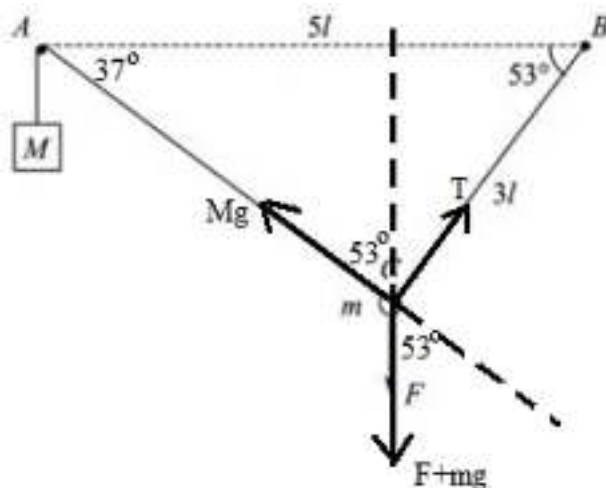
对  $\angle B$  使用余弦定理:

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{(5l)^2 + (3l)^2 - AC^2}{2 \times 5l \times 3l} = \cos 53^\circ = 0.6$$

解得  $AC = 4l$ 。

则  $AC^2 + BC^2 = AB^2$ ,  $\angle C = 90^\circ$ 。

设细绳  $BC$  段对小球的拉力为  $T$ , 对小球作受力分析如下图所示。



将重力和人的拉力分解到相互垂直的细绳  $AC$  段和  $BC$  段方向上, 根据这两个方向的受力平衡得:

$$(F + mg) \sin 53^\circ = T$$

$$(F + mg) \cos 53^\circ = Mg$$

$$\text{由第二个等式得: } F = \frac{Mg}{\cos 53^\circ} - mg = \frac{5Mg}{3} - mg$$

(2) 松手后, 小球运动到与  $A$ 、 $B$  相同高度时的速度恰好为零, 然后向下运动。这一运动过程较为复杂, 难以分析运动中的具体情况。

由于刚松手时小球和物块的速度都为零; 小球运动到与  $A$ 、 $B$  相同高度时的速度恰好为零, 此时物块的速度也为零; 且全过程无摩擦,

因此可以使用机械能守恒。

从刚松手到小球运动到与  $A$ 、 $B$  相同高度时，小球上升的高度为  $\Delta h_m = 3l \sin 53^\circ = 2.4l$ 。

刚松手时，绳子  $ACB$  段的长度为  $4l + 3l = 7l$ 。小球运动到与  $A$ 、 $B$  相同高度时，绳子  $ACB$  段的长度等于  $AB$ ，为  $5l$ 。物块下降的高度等绳子  $ACB$  段减少的长度， $\Delta h_M = 7l - 5l = 2l$ 。

这两个状态下小球和物块的速度都为零，动能也都为零，小球增加的重力势能等于物块减少的重力势能，即： $mg \cdot 2.4l = Mg \cdot 2l$ ，所以  $M:m = 2.4:2 = 1.2$ （也可以化为最简整数比  $6:5$ ）。

（3）根据运动过程的对称性，小球向下运动的最低点应当就是刚松手的位置。理由如下：

当小球下降到初始位置时，小球和物块的重力势能之和与初始状态相同，则小球和物块的动能之和也应当与初始状态相同，为零。

设小球向下运动到最低点时物块的加速度为  $a_M$ ，方向竖直向下，则细绳  $AC$  段对物块的拉力满足关系  $Mg - T = Ma_M$ ，即  $a_M = g - \frac{T}{M}$ 。

由于小球与物块通过细绳  $AC$  段相连，所以小球的加速度沿  $AC$  方向的分速度与物块的加速度相同，也为  $a_M$ 。

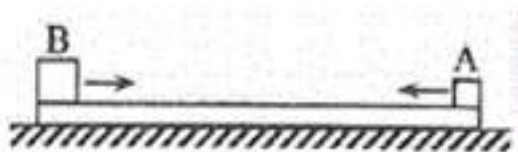
根据细绳  $AC$  段和  $BC$  段所成的角度关系，将小球受到的重力和其加速度分解到沿细绳  $AC$  段方向得： $T - mg \cos 53^\circ = ma_M$ ，代入  $\cos 53^\circ = 0.6$  和  $a_M = g - \frac{T}{M}$  得：

$$T - 0.6mg = m(g - \frac{T}{M})$$

$$\text{解得 } T = \frac{8Mmg}{5(M+m)}$$

$$\text{由于 } M:m = 1.2, \text{ 所以也可表示为 } T = \frac{48mg}{55} \text{ 或 } T = \frac{8Mg}{11}。$$

12. (2017 全国 III) 如图, 两个滑块 A 和 B 的质量分别为  $m_A = 1\text{kg}$  和  $m_B = 5\text{kg}$ , 放在静止于水平地面上的木板的两端, 两者与木板间的动摩擦因数均为  $\mu_1 = 0.5$ ; 木板的质量为  $m = 4\text{kg}$ , 与地面间的动摩擦因数为  $\mu_2 = 0.1$ 。某时刻 A、B 两滑块开始相向运动, 初速度大小均为  $v_0 = 3\text{m/s}$ 。A、B 相遇时, A 与木板恰好相对静止。设最大静摩擦力等于滑动摩擦力, 取重力加速度大小  $g = 10\text{m/s}^2$ 。求



(1) B 与木板相对静止时, 木板的速度;

(2) A、B 开始运动时, 两者之间的距离。

解析: (1) A 的质量较轻为  $m_A = 1\text{kg}$ , B 的质量较重为  $m_B = 5\text{kg}$ , 它们与木板的滑动摩擦因数相同都为  $\mu_1 = 0.5$ , 则它们相对木板滑动时的加速度的大小相等, 都为  $a = \mu_1 g = 0.5 \times 10 = 5\text{m/s}^2$ 。

B 受到木板向左的摩擦力  $f_B = 5 \times 0.5 \times 10 = 25(\text{N})$ , 则木板受到 B 向右的摩擦力  $25\text{N}$ 。同理, A 受到木板向右的摩擦力  $f_A = 1 \times 0.5 \times 10 = 5(\text{N})$ , 则木板受到 A 向左的摩擦力  $5\text{N}$ 。

木板受到两个滑块的合力为  $20\text{N}$ , 方向水平向右。木块相对地面有向右的运动趋势, 受到地面的摩擦力, 最大静摩擦力等于滑动摩擦力为  $f_{\text{地}} = 0.1 \times (1 + 5 + 4) \times 10 = 10(\text{N})$ 。

从开始运动到 B 与木板相对静止时, 木板沿水平方向受到的合力为  $20 - 10 = 10(\text{N})$ , 加速度为  $a_{\text{木板}} = 10 \div 4 = 2.5(\text{m/s}^2)$ 。

设  $t$  时刻 B 与木板相对静止, 则  $v_B - a_B t = a_{\text{木板}} t$ , 代入相应的数值:  
 $3 - 5t = 2.5t$ , 解得  $t = 0.4(\text{s})$

木板的速度为  $2.5 \times 0.4 = 1\text{m/s}$ 。

(2) 规定水平向右为正方向。

从开始运动到 B 与木板相对静止的  $0.4\text{s}$  内, B 发生的位移为:

$$s_{B1} = 3 \times 0.4 + \frac{1}{2} \times (-5) \times 0.4^2 = 0.8\text{m}。$$

$$\text{A 发生的位移为 } s_{A1} = -3 \times 0.4 + \frac{1}{2} \times 5 \times 0.4^2 = -0.8\text{m}$$

A 与 B 共相向运动了  $0.8 + 0.8 = 1.6(\text{m})$ 。

从 B 与木板相对静止到 A 与木板相对静止的这段时间里：

B 与木板相对静止时，A 的速度为  $v_A + a_A t = -3 + 5 \times 0.4 = -1(\text{m/s})$ ，加速度为  $5\text{m/s}^2$ 。B 和木板共同受到地面和 A 的摩擦力，大小分别为  $f_{\text{地}} = 10\text{N}$ ， $f_A = 5\text{N}$ ，不需要考虑 B 与木板之间的内力。则 B 和木板做初速度为  $1\text{m/s}$ ，加速度为  $\frac{10+5}{5+4} = -\frac{5}{3}\text{m/s}^2$  的匀加速直线运动。

设再经过  $t'$  时间后，A 与木板相对静止，设此时 A、B、木板的速度相等，则有  $-1 + 5t' = 1 - \frac{5}{3}t'$ ，解得  $t' = 0.3\text{s}$ 。

这段时间内 A 发生的位移为  $-1 \times 0.3 + \frac{1}{2} \times 5 \times 0.3^2 = -0.075(\text{m})$ ，B 发生的位移为  $1 \times 0.3 + \frac{1}{2} \times (-\frac{5}{3}) \times 0.3^2 = 0.225(\text{m})$ 。

这段时间 A 与 B 共相向运动了  $0.075 + 0.225 = 0.3(\text{m})$

综上，A、B 开始运动时，两者之间的距离为  $1.6 + 0.3 = 0.9(\text{m})$ 。

本题较为复杂，需要清晰明确的思路才能解决。题目涉及三个物体的相互运动，且 A、B 与木板之间、木板与地面之间都有摩擦，且 A 与 B 的运动时间不同。

对于此类看上去情形很复杂的题目，可以根据各物体的受力情况是否变化，将整个过程分为几个明确的阶段，逐个分析各阶段的情况。

对于各阶段中运动状态相同的物体，可以不考虑它们之间的内力，只考虑与其他物体的外力。

总之，既像是把一团毫无头绪的线团逐步梳理清楚，又像是侦探破案从已知信息当中不断推导出新的线索。

## 第四章 抛体运动和圆周运动

抛体运动和圆周运动都是物体在二维平面内做的运动。直线运动只需区分正反两个方向，因此一般只需进行代数运算即可。平面内的方向更加复杂，需要同时进行代数和几何的分析计算，因此对数学能力的要求更高。

抛体运动和圆周运动虽然都是平面内的运动，但它们之间有非常明显的差异。

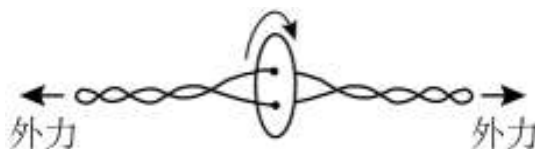
抛体运动可以看作两个运动的复合。分析计算抛体运动时，通常将运动分别分解到沿加速度方向和垂直于加速度的方向。物体在沿加速度方向做匀加速直线运动，在垂直于加速度的方向做匀速直线运动。物体在这两个方向上的位移、速度、加速度等参数相互独立、互不影响，只共享时间这一个参数，因此可以分别进行分析计算，再放在一起分析研究。

圆周运动是一类基本的运动，不能再分解为多个运动。做圆周运动的物体的向心加速度、线速度或角速度、运动半径这三个参数需同时出现在同一个表达式中，共同满足相应的数量关系。分析做圆周运动的物体时，要着重分析向心加速度、线速度或角速度、运动半径这三个物理量。此外，还要准确分析物体的实际受力情况，综合物体所需要的向心力共同考虑。

只要准确地掌握了抛体运动和圆周运动的基本模型和数量关系，则相应的题目只需明确各物理量，并梳理清楚各物理量之间的数量关系，就能梳理清晰解决题目的线索和思路。

1. (2021 全国甲卷) “旋转纽扣”是一种传统游戏。如图，先将纽扣绕几圈，使穿过纽扣的两股细绳拧在一起，然后用力反复拉绳的两端，纽扣正转和反转会交替出现。拉动多次后，纽扣绕其中心的转速可达  $50\text{r/s}$ ，此时纽扣上距离中心  $1\text{cm}$  处的点向心加速度的大小约为 ( )





- A.  $10\text{m/s}^2$       B.  $100\text{m/s}^2$       C.  $1000\text{m/s}^2$       D.  $10000\text{m/s}^2$

解析：本题介绍“旋转纽扣”这种游戏，背景信息对本题的帮助较少，只需知道纽扣绕中心旋转即可。

已知纽扣绕其中心的转速为  $50\text{r/s}$ ，求距离中心  $1\text{cm}$  处的点的向心加速度。圆周运动的向心加速度  $a$  与半径  $r$ 、角速度  $\omega$  之间的关系为  $a = \omega^2 r$ 。

题目中转速  $50\text{r/s}$  的单位为  $\text{r/s}$ ，即“圈每秒”，是频率的单位，需将其转化为角速度的单位。每秒旋转 50 圈，每一圈的弧度为  $2\pi$ ，则每秒转过的弧度为  $50 \times 2\pi = 100\pi$ ，旋转的角速度为  $100\pi\text{rad/s}$ 。

又因为距离中心  $1\text{cm}$  处的半径为  $0.01\text{m}$ ，因此角速度为：

$$a = (100\pi)^2 \times 0.01 = 100\pi^2 \approx 100 \times 3.14^2 \approx 1000\text{m/s}^2$$

本题选 D。

需注意本题转速的单位为“圈每秒”，需将其换算为角速度。

2. (2020 全国 I) 如图，一同学表演荡秋千。已知秋千的两根绳长均为  $10\text{m}$ ，该同学和秋千踏板的总质量约为  $50\text{kg}$ 。绳的质量忽略不计。当该同学荡到秋千支架的正下方时，速度大小为  $8\text{m/s}$ ，此时每根绳子平均承受的拉力约为 ( )



- A.  $200\text{N}$       B.  $400\text{N}$       C.  $600\text{N}$       D.  $800\text{N}$

解析：秋千从支架正下方经过时，可以近似看作圆周运动，同学和踏板受到的合外力等于向心力。

同学和踏板共受到三个力的作用，其中两个来自两根绳的拉力，大小相等，方向竖直向上；以及竖直向下的重力。

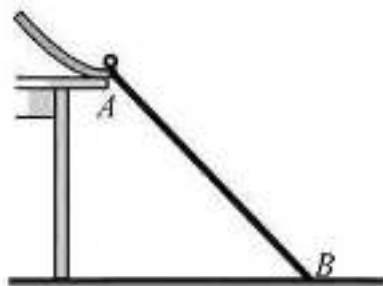
根据同学和秋千踏板的总质量约为  $m = 50\text{kg}$ ，速度大小为  $v = 8\text{m/s}$ ，半径等于绳长为  $r = 10\text{m}$ ，可求得向心力的为  $F_{\text{向}} = \frac{mv^2}{r} = \frac{50 \times 8^2}{10} = 320(\text{N})$ 。

又由于同学和秋千踏板受到的重力为  $G = mg = 50 \times 10 = 500(\text{N})$ ，因此两根绳对同学和秋千踏板的拉力为  $320 + 500 = 820(\text{N})$ 。

两根绳共同承担拉力，平均每根绳子受到的拉力为  $820 \div 2 = 410(\text{N})$ ，近似等于  $400\text{N}$ 。

本题选 B。

3. (2020 浙江 1 月) 如图所示，钢球从斜槽轨道末端以  $v_0$  的水平速度飞出，经过时间  $t$  落在斜靠的挡板  $AB$  中点。若钢球以  $2v_0$  的速度水平飞出，则 ( )



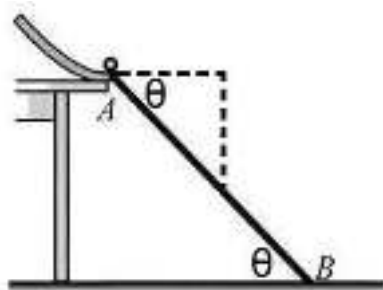
- A. 下落时间仍为  $t$
- B. 下落时间为  $2t$
- C. 下落时间为  $\sqrt{2}t$
- D. 落在挡板底端  $B$  点

解析：钢球从斜槽轨道末端以  $v_0$  的水平速度飞出后做平抛运动，水平位移与时间的关系为  $x(t) = v_0 t$ ，竖直位移与时间的关系为  $y(t) = \frac{1}{2} g t^2$ 。

由于钢球落在斜靠的挡板  $AB$  中点，所以  $AB$  间的垂直距离为

$h = 2 \times \frac{1}{2}gt^2 = gt^2$ ，水平距离为  $d = v_0 t$ 。设挡板与底面的夹角为  $\theta$ ，则可

得  $\tan \theta = \frac{y(t)}{x(t)} = \frac{\frac{1}{2}gt^2}{v_0 t} = \frac{gt}{2v_0}$ 。如下图所示。



若钢球以  $2v_0$  的速度水平飞出，设经过时间  $t'$  落地。假设钢球仍落在挡板上，则需满足关系  $\tan \theta = \frac{y(t')}{x(t')} = \frac{\frac{1}{2}gt'^2}{2v_0 t'} = \frac{gt'}{4v_0}$ 。

联立上述两个等式  $\tan \theta = \frac{gt}{2v_0} = \frac{gt'}{4v_0}$ ，可得： $t' = 2t$ 。

但是，当  $t' = 2t$  时，钢球下落的高度为  $y(2t) = \frac{1}{2}g(2t)^2 = 2gt^2$ ，大于  $AB$  间的垂直距离  $gt^2$ ，因此钢球应当落到地面而非挡板上。

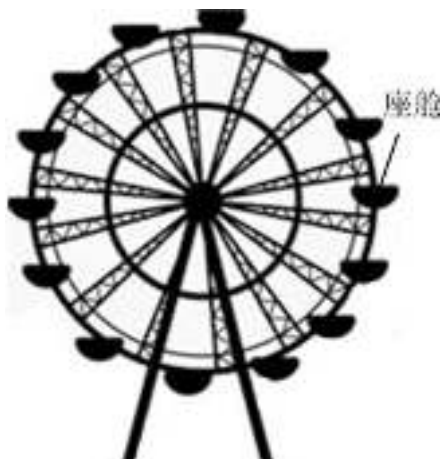
因此钢球以  $2v_0$  的速度水平飞出到落地的时间满足关系  $\frac{1}{2}gt'^2 = gt^2$ ，解得  $t' = \sqrt{2}t$ 。钢球沿水平方向的位移为  $x_2 = 2v_0 \times \sqrt{2}t = 2\sqrt{2}v_0 t > d$ ，在  $B$  点右侧。

综上，若钢球以  $2v_0$  的速度水平飞出，则下落时间为  $\sqrt{2}t$ ，落点在  $B$  点右侧。

本题选 C。

本题需根据已知信息进行计算，判断钢球的落点究竟在挡板上还是地面上。

4. (2019 江苏) (多选) 如图所示，摩天轮悬挂的座舱在竖直平面内做匀速圆周运动。座舱的质量为  $m$ ，运动半径为  $R$ ，角速度大小为  $\omega$ ，重力加速度为  $g$ ，则座舱 ( )



- A. 运动周期为  $\frac{2\pi R}{\omega}$
- B. 线速度的大小为  $\omega R$
- C. 受摩天轮作用力的大小始终为  $mg$
- D. 所受合力的大小始终为  $m\omega^2 R$

解析：已知座舱做匀速圆周运动，质量为  $m$ ，半径为  $R$ ，角速度大小为  $\omega$ ，逐个分析判断各选项。

选项 A，周期为运动一周的时间， $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 。错误，排除。

选项 B，线速度与角速度之间满足关系  $v = \omega R$ 。正确，备选。

选项 C，座舱受到的合外力等于向心力。座舱除受摩天轮作用力外，还受到重力。当座舱运动到最高处时，摩天轮的作用力和重力共同提供向心力。当座舱运动到最低处时，摩天轮的作用力需克服重力并提供向心力，因此座舱受摩天轮作用力的大小始终变化。错误，排除。

选项 D，座舱做匀速圆周运动，其受到合外力的大小始终等于向心力，为  $m\omega^2 R$ 。正确，备选。

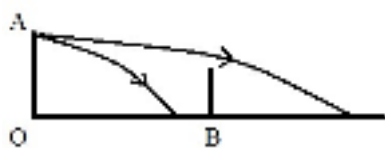
本题选 BD。

5. (2017 全国 I) 发球机从同一高度向正前方依次水平射出两个速度不同的乒乓球 (忽略空气的影响)。速度较大的球越过球网，速度较小的球没有越过球网；其原因是 ( )

- A. 速度较小的球下降相同距离所用的时间较多
- B. 速度较小的球在下降相同距离时在竖直方向上的速度较大
- C. 速度较大的球通过同一水平距离所用的时间较少
- D. 速度较大的球在相同时间间隔内下降的距离较大

解析：本题没有给出具体数据，需要自行建立模型进行分析。

发球机水平射出乒乓球，乒乓球做平抛运动，速度较大的越过球网，较小的球没有越过球网，可做简图如下（图中  $OA$  表示自动发球机， $B$  为球网）：



乒乓球做平抛运动，沿水平方向做匀速直线运动，沿竖直方向做自由落体运动。只有当乒乓球的水平初速度足够大，才能在其竖直下落到球网上沿以下之前，水平越过球网的上沿，从而可以越过球网。

换个角度解释，速度较大的球，当它沿水平方向运动到球网的位置时所用的时间较少，则其沿竖直方向下降的距离较短，还未低于球网上沿，从而可以越过球网。

逐个分析判断各选项，一是判断叙述内容是否正确，二是判断叙述内容是否可以解释该现象。

选项 A，两个小球沿竖直方向下降的运动情况相同，都是自由落体运动，因此下降相同距离所用的时间相同。叙述错误，排除。

选项 B，速度较大的球在下降相同距离时在竖直方向上的速度较大。叙述错误，排除。

选项 C，速度较大的球通过同一水平距离所用的时间较少，因此下降的距离较短。正确且可以解释。备选。

选项 D，与选项 A 类似。错误，排除。

本题选 C。

本题没有给出具体数据，需要自行建立简单的物理模型，并能用合理的语言描述并解释现象。

6. (2017 江苏) 如图所示,  $A$ 、 $B$  两小球从相同高度同时水平抛出, 经过时间  $t$  在空中相遇。若两球抛出速度都变为原来的 2 倍, 则两球从抛出到相遇经过的时间为 ( )



- A.  $t$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}t$       C.  $\frac{t}{2}$       D.  $\frac{t}{4}$

解析: 两个小球从相同高度同时平抛后能在空中相遇, 它们沿竖直方向都做自由落体运动, 加速度相同, 因此两个小球在竖直方向上的位移始终相等, 可以不用考虑。只需考虑两个小球在水平方向上相互接近即可。

设小球  $A$ 、 $B$  的初速度分别为  $v_{0A}$  和  $v_{0B}$ , 则  $A$ 、 $B$  经时间  $t$  相遇后, 它们在水平方向发生的位移为  $d = (v_{0A} + v_{0B})t$ 。

若两球抛出速度都变为原来的 2 倍, 则相互接近的速度变为  $2v_{0A} + 2v_{0B}$ , 相遇经过的时间为  $t' = \frac{d}{2v_{0A} + 2v_{0B}} = \frac{(v_{0A} + v_{0B})t}{2v_{0A} + 2v_{0B}} = \frac{t}{2}$ 。

本题选 C。

题目未明确两个小球分别的初速度, 既可以分别设为  $v_{0A}$  和  $v_{0B}$ , 也可以为计算方便, 设两个小球的初速度相等都为  $v_0$ 。还可以为了更加方便, 可以将其中一个小球的初速度当作惯性参考系, 则该小球做自由落体运动, 另一个小球做平抛运动。

本题有两个重要的启示: (1) 将物体的运动分解到两个相互垂直的方向分别考虑, 有时可以使得分析和计算大大简化; (2) 在研究多个物体的运动时, 选取恰当的惯性系也可以使分析和计算的过程大大简化。

7. (2021 河北) 铯原子钟是精确的计时器, 图 1 中铯原子从  $O$  点以  $100\text{m/s}$  的初速度在真空中做平抛运动, 到达竖直平面  $MN$  所用时间为  $t_1$ ; 图 2 中铯原子在真空中从  $P$  点做竖直上抛运动, 到达最高点  $Q$  再返回  $P$  点, 整个过程所用时间为  $t_2$ 。  $O$  点到竖直平面  $MN$ 、  $P$  点到  $Q$  点的距离均为  $0.2\text{m}$ 。重力加速度取  $g=10\text{m/s}^2$ , 则  $t_1:t_2$  为 ( )

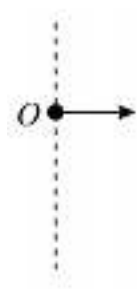


图1

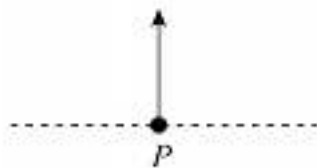


图2

- A. 100:1      B. 1:100      C. 1:200      D. 200:1

解析: 图 1 中铯原子从  $O$  点以  $100\text{m/s}$  的初速度在真空中做平抛运动, 到达竖直平面  $MN$  所用时间为  $t_1$ 。平抛运动的水平位移只与水平初速度有关, 则  $O$  点到竖直平面  $MN$  之间的距离为:  $d_1=100t_1$ 。

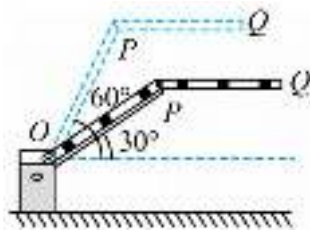
图 2 中铯原子在真空中从  $P$  点做竖直上抛运动, 到达最高点  $Q$  再返回  $P$  点, 整个过程所用时间为  $t_2$ 。上抛运动从起抛到最高点的时间为  $\frac{v_0}{g}$ , 再返回起抛点的时间也为  $\frac{v_0}{g}$ , 则从起抛到返回的时间为  $t_2=\frac{2v_0}{g}$ 。

由已知  $O$  点到竖直平面  $MN$ 、  $P$  点到  $Q$  点的距离均为  $0.2\text{m}$ , 则  $d_1=100t_1=0.2$ , 解得  $t_1=0.002$ 。  $\frac{1}{2}g(\frac{v_0}{g})^2=0.2$ , 解得  $v_0=2$ ,  $t_2=0.4$ 。

$$t_1:t_2=0.002:0.4=1:200。$$

本题选 C。

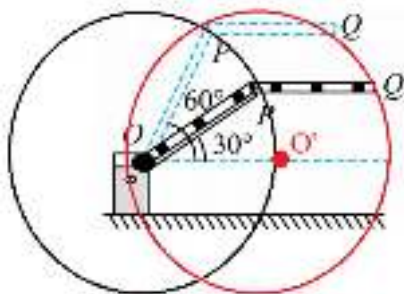
8. (2021 广东) 由于高度限制, 车库出入口采用图 2 所示的曲杆道闸。道闸由转动杆  $OP$  与横杆  $PQ$  链接而成,  $P$ 、  $Q$  为横杆的两个端点。在道闸抬起过程中, 杆  $PQ$  始终保持水平。杆  $OP$  绕  $O$  点与水平方向成  $30^\circ$  匀速转动到  $60^\circ$  的过程中, 下列说法正确的是 ( )



- A.  $P$  点的线速度大小不变
- B.  $P$  点的线速度方向不变
- C.  $Q$  点在竖直方向做匀速运动
- D.  $Q$  点在水平方向做匀速运动

解析：道闸由转动杆  $OP$  与横杆  $PQ$  链接而成。在道闸抬起过程中，杆  $PQ$  始终保持水平。杆  $OP$  绕  $O$  点转动。结合题图可知， $\angle OPQ$  也随道闸抬起过程而旋转。由于  $PQ$  始终保持水平，所以  $\angle OPQ$  与杆  $OP$  抬起的角度互补。

在道闸抬起过程中，转动杆  $OP$  做匀速圆周运动，横杆  $PQ$  在点  $P$  的带动下跟着点  $P$  同步作匀速圆周运动。横杆  $PQ$  上各做匀速圆周运动的圆心在点  $O$  右方，距离等于各点到点  $P$  的距离。如下图所示。



逐个分析判断各选项。

选项 A， $P$  点做匀速圆周运动，线速度大小始终不变，方向时刻改变。正确，备选。

选项 B，参照选项 A。错误，排除。

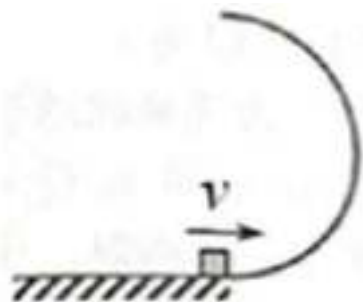
选项 C， $Q$  点也做匀速圆周运动，在竖直和水平方向都不做匀速运动。错误，排除。

选项 D，参照选项 C。错误，排除。

本题选 A。



9. (2017 全国 II) 如图, 半圆形光滑轨道固定在水平地面上, 半圆的直径与地面垂直, 一小物块以速度  $v$  从轨道下端滑入轨道, 并从轨道上端水平飞出, 小物块落地点到轨道下端的距离与轨道半径有关, 此距离最大时对应的轨道半径为 (重力加速度大小为  $g$ ) ( )



- A.  $\frac{v^2}{16g}$       B.  $\frac{v^2}{8g}$       C.  $\frac{v^2}{4g}$       D.  $\frac{v^2}{2g}$

解析: 已知物块进入轨道后做圆周运动, 从上端水平飞出。当物块经过上端时, 向心力应当大于等于重力, 否则物块无法从上端水平飞出, 而是向下偏转。因此物块在最高点的速度  $v'$ 、轨道半径  $r$  之间需满足关系:  $\frac{mv'^2}{r} \geq mg$ , 得  $r \leq \frac{v'^2}{g}$ 。

由于该轨道为光滑轨道, 物块在地面与在上端飞出时机械能守恒:

$\frac{1}{2}mv^2 = mg \cdot 2r + \frac{1}{2}mv'^2$ , 得:  $v'^2 = v^2 - 4gr$ 。代入上式并化简:

$$r \leq \frac{v^2 - 4gr}{g}$$

$$r \leq \frac{v^2}{5g}$$

这是半径可取到的最大值。

物块从轨道上端水平飞出后, 做平抛运动, 在竖直方向做自由落体运动, 在水平方向做匀速直线运动。

物块下落的时间  $t$  满足关系:  $\frac{1}{2}gt^2 = 2r$ , 得  $t = 2\sqrt{\frac{r}{g}}$ 。

则物块沿水平方向的位移为:

$$\begin{aligned}
 d &= v't \\
 &= \sqrt{v^2 - 4gr} \cdot 2\sqrt{\frac{r}{g}} \\
 &= 2\sqrt{\frac{v^2 r - 4gr^2}{g}}
 \end{aligned}$$

其中,  $v$  和  $g$  是定值,  $r$  是变量。令  $f(r) = v^2 r - 4gr^2$ , 是关于  $r$  的二次函数, 且  $r$  的取值范围是  $0 < r \leq \frac{v^2}{5g}$ 。

$$\begin{aligned}
 f(r) &= v^2 r - 4gr^2 \\
 &= -4g\left[\left(r - \frac{v^2}{8g}\right)^2 - \left(\frac{v^2}{8g}\right)^2\right]
 \end{aligned}$$

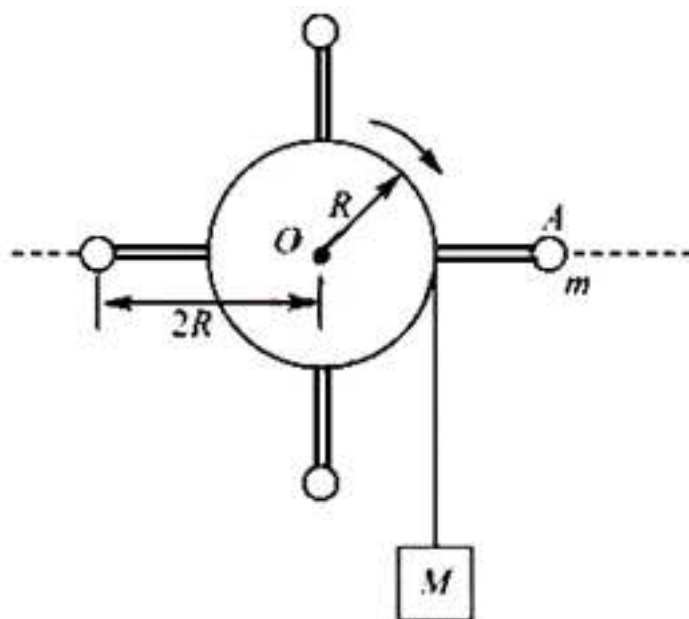
当  $r = \frac{v^2}{8g}$  时,  $f(r)$  为最大值  $\frac{v^4}{16g}$ , 物块落地点到轨道下端的距离达

$$\text{到最大值 } d_{\max} = 2\sqrt{\frac{v^4}{16g}} = \frac{v^2}{2g}。$$

且  $r = \frac{v^2}{8g}$  在范围  $0 < r \leq \frac{v^2}{5g}$  内。

本题选 B。

10. (2020 江苏) 如图所示, 鼓形轮的半径为  $R$ , 可绕固定的光滑水平轴  $O$  转动。在轮上沿相互垂直的直径方向固定四根直杆, 杆上分别固定有质量为  $m$  的小球, 球与  $O$  的距离均为  $2R$ 。在轮上绕有长绳, 绳上悬挂着质量为  $M$  的重物。重物由静止下落, 带动鼓形轮转动。重物落地后鼓形轮匀速转动, 转动的角速度为  $\omega$ 。绳与轮之间无相对滑动, 忽略鼓形轮、直杆和长绳的质量, 不计空气阻力, 重力加速度为  $g$ 。求:



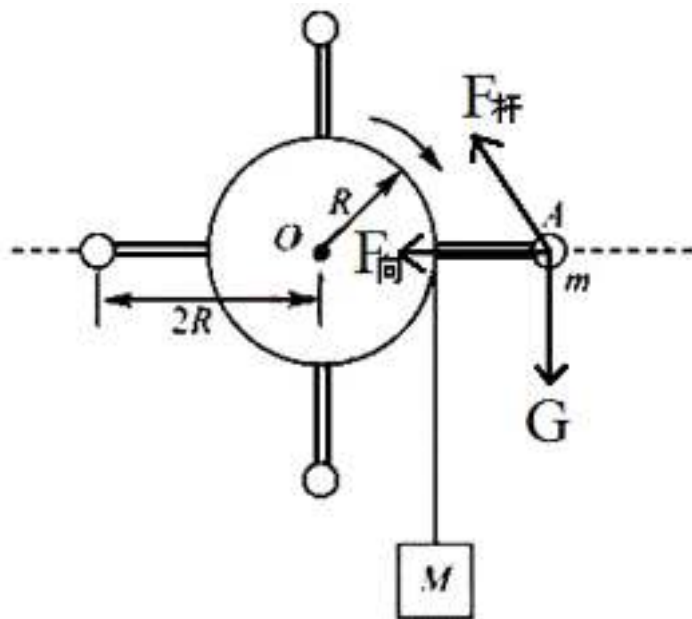
- (1) 重物落地后，小球线速度的大小  $v$ ；
- (2) 重物落地后一小球转到水平位置  $A$ ，此时该球受到杆的作用力的大小  $F$ ；
- (3) 重物下落的高度  $h$ 。

解析：结合题图可知，鼓形轮上有相互垂直的四根直杆，杆上有质量相等的小球。鼓形轮的半径为  $R$ ，小球到轮中心的距离为  $2R$ 。

在轮上用长绳悬挂着质量为  $M$  的重物由静止下落，带动鼓形轮转动，重物落地后鼓形轮以角速度  $\omega$  匀速转动。忽略摩擦、鼓形轮、直杆、长绳的质量，则该过程中重物的重力势能转化为鼓形轮上小球和重物的动能。

(1) 重物落地后鼓形轮匀速转动，转动的角速度为  $\omega$ ，小球到轮中心的距离为  $2R$ ，则线速度为  $v = \omega \cdot 2R = 2\omega R$ 。

(2) 小球转到水平位置  $A$  时，小球受两个力的作用：重力和杆的作用力，合力等于向心力。如下图所示。



向心力的大小为  $F_{\text{向}} = m\omega^2 2R = 2m\omega^2 R$ ，方向水平向左。重力的大小为  $G = mg$ ，方向竖直向下。则该球受到杆的作用力的大小  $F = \sqrt{G^2 + F_{\text{向}}^2} = \sqrt{(mg)^2 + (2m\omega^2 R)^2} = m\sqrt{g^2 + 4\omega^4 R^2}$ 。

(3) 重物下落的过程中，重物的重力势能转化为重物和鼓形轮上小球的动能。

虽然各小球的高度也有变化，但是由于四个小球对称分布，一个小球上升则其对面的小球下降相等的高度，所以不需要考虑四个小球重力势能的变化。

由于重物通过长绳绕在鼓形轮上，因此其线速度等于鼓形轮表面的线速度，为  $\omega R$ 。

$$Mgh = \frac{1}{2}M(\omega R)^2 + 4 \times \frac{1}{2}m(2\omega R)^2$$

$$\text{解得 } h = \frac{\omega^2 R^2}{2g} + \frac{8m\omega^2 R^2}{M}$$

## 第五章 万有引力与航天

万有引力定律是普遍适用的基本定律，牢固掌握万有引力定律的表达式是解决相关问题的关键，对万有公式进行变形、化简、分析是解决大多数关于万有引力定律的题目主要方法。

由于万有引力的作用非常微弱，因此主要考察关于天体运动和微观粒子运动的题目。

关于天体运动的题目又可大致分为天体运动和发射卫星两类，前者主要仅限于对万有引力定律和圆周运动的分析，后者可能涉及到机械能守恒，特别是涉及到第一、第二、第三宇宙速度的计算。除了万有引力定律，开普勒三大定律也描述了非常重要的关系，特别是关于椭圆轨道的描述，注意不要遗漏或者遗忘。

关于微观粒子运动的题目多涉及到库仑力和洛伦兹力。库仑力与万有引力有非常相似的表达式，洛伦兹力则通常与圆周运动有关，将在后续相关章节具体分析。

重力是星球对其表面的万有引力的简化表示，要熟练掌握根据万有引力定律推导重力加速度过程，一些题目会考察万有引力公式中的参数与重力加速度之间的关系。

由万有引力所产生的引力势能有可能成为创新性题目的考察内容。虽然引力势能的推导需要使用简单的积分，但是题目有可能直接给出计算公式的形式。只要理解“势能”又叫“未能”，对于同一物体，引力势能的大小只与位置有关即可，主要特点和性质与重力势能、电势能等势能相似。

此外，需细心区分天体的半径、卫星距离地面的高度、卫星的绕行半径等物理量。

1. (2021 广东) 2021 年 4 月，我国自主研发的空间站“天和”核心舱成功发射并入轨运行。若核心舱绕地球的运行可视为匀速圆周运动，已知引力常量，由下列物理量能计算出地球质量的是 ( )

- A. 核心舱的质量和绕地半径
- B. 核心舱的质量和绕地周期
- C. 核心舱的绕地角速度和绕地周期
- D. 核心舱的绕地线速度和绕地半径

解析：核心舱受到的万有引力提供向心力，则万有引力常量  $G$ 、地球质量  $M$ 、核心舱质量  $m$ 、核心舱轨道半径  $R$ 、核心舱线速度  $v$ 、核心舱角速度  $\omega$  之间满足数量关系： $\frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$ 。化简可得：

$$M = \frac{v^2 R}{G} = \frac{\omega^2 R^3}{G}。$$

需要知道核心舱的轨道半径和线速度，或者轨道半径和角速度。由于周期  $T$  可由角速度直接表示  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ，所以知道到轨道半径和周期也可以。

由于核心舱的质量在等式中被约去，所以没有帮助。

综上，本题选 D。

2. (2021 河北) “祝融号”火星车登陆火星之前，“天问一号”探测器沿椭圆形的停泊轨道绕火星飞行，其周期为 2 个火星日。假设某飞船沿圆轨道绕火星飞行，其周期也为 2 个火星日。已知一个火星日的时长约为一个地球日，火星质量约为地球质量的 0.1 倍，则该飞船的轨道半径与地球同步卫星的轨道半径的比值约为 ( )

- A.  $\sqrt[3]{4}$
- B.  $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$
- C.  $\sqrt[3]{\frac{5}{2}}$
- D.  $\sqrt[3]{\frac{2}{5}}$

解析：“祝融号”为背景信息，与题目关系不大。

已知某飞船沿圆轨道绕火星飞行，其周期为 2 个火星日，且一个火星日的时长约为一个地球日。又已知火星质量约为地球质量的 0.1 倍，求则该飞船的轨道半径与地球同步卫星的轨道半径的比值。

设地球的质量为  $M$ ，地球同步卫星的轨道半径为  $R$ ，地球同步卫星的角速度为  $\omega$ ，卫星的质量为  $m$ 。地球同步卫星受到地球的引力提

供向心力，则有： $\frac{GMm}{R^2} = m\omega^2 R$ ，化简得  $R = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}}$ 。

因为火星质量约为地球质量的 0.1 倍，则火星的质量为  $0.1M$ 。由于飞船的周期为 2 个火星日，约等于 2 个地球日，根据角速度与周期的关系  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ，可得飞船的角速度为地球同步卫星的一半  $\frac{\omega}{2}$ 。设飞船

的轨道半径为  $r$ ，飞船的质量为  $m'$ 。则有： $\frac{G \times 0.1Mm'}{r^2} = m'(\frac{\omega}{2})^2 r$ ，化简

得  $r = \sqrt[3]{\frac{0.4GM}{\omega^2}}$ 。

$$\text{则 } r:R = \sqrt[3]{\frac{0.4GM}{\omega^2}} : \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} = \sqrt[3]{0.4} = \sqrt[3]{\frac{2}{5}}$$

本题选 D。

3. (2018 北京) 若想检验“使月球绕地球运动的力”与“使苹果落地的力”遵循同样的规律，在已知月地距离约为地球半径 60 倍的情况下，需要验证 ( )

- A. 地球吸引月球的力约为地球吸引苹果的力的  $1/60^2$
- B. 月球公转的加速度约为苹果落向地面加速度的  $1/60^2$
- C. 自由落体在月球表面的加速度约为地球表面的  $1/6$
- D. 苹果在月球表面受到的引力约为在地球表面的  $1/60^2$

解析：本题考察对概念的辨析，不涉及复杂的计算。

根据已学知识可知，“使月球绕地球运动的力”与“使苹果落地的力”都是万有引力，其大小都与月球或苹果的质量成正比，与到地心距离的平方成反比。

又已知月地距离约为地球半径 60 倍，则在月球轨道物体的重力加速度或向心加速度应当约为在地球表面的  $1/60^2$ 。

逐个分析判断各选项。

选项 A，地球对月球和苹果的引力除了与距离有关外，还与月球和苹果的质量有关。错误且无法验证，排除。

选项 B, 月球公转的加速度和苹果落地的加速度都是与月球和苹果的质量无关, 只与地球质量和到地心距离有关的物理量, 且与距离的平方成反比。可以验证, 备选。

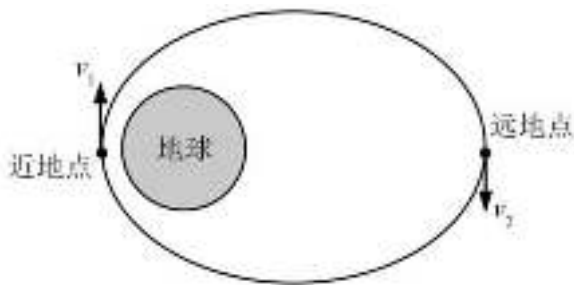
选项 C, 虽然该表述正确, 但是自由落体在月球表面的加速度与地球无关, 无法验证月球和苹果与地球的相互作用遵循相同的规律。排除。

选项 D, 该表述错误, 且自由落体在月球表面的加速度与地球无关。排除。

本题选 B。

除了可以直接排除明显错误的表述外, 还需注意选项所陈述的内容与题目之间是否有直接的因果联系。

4. (2019 江苏) 1970 年成功发射的“东方红一号”是我国第一颗人造地球卫星, 该卫星至今仍沿椭圆轨道绕地球运动。如图所示, 设卫星在近地点、远地点的速度分别为  $v_1$ 、 $v_2$ , 近地点到地心的距离为  $r$ , 地球质量为  $M$ , 引力常量为  $G$ 。则 ( )



A.  $v_1 > v_2$ ,  $v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

B.  $v_1 > v_2$ ,  $v_1 > \sqrt{\frac{GM}{r}}$

C.  $v_1 < v_2$ ,  $v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

D.  $v_1 < v_2$ ,  $v_1 > \sqrt{\frac{GM}{r}}$

解析: 根据开普勒第二定律, 卫星绕天体运动时, 卫星与天体连



线在相同时间内扫过的面积相等。连线扫过的面积接近扇形，面积等于半径  $r$  平方与弧度  $\alpha$  的乘积的一半： $S = \frac{1}{2}r^2\alpha$ ，则单位时间扫过的面积

$$\text{积为 } S = \frac{1}{2}r^2 \frac{\alpha}{t} = \frac{1}{2}r^2\omega, \text{ 变形得 } \omega = \frac{2S}{r^2}$$

卫星的线速度等于角速度与半径的乘积： $v = \omega r$ 。代入  $\omega = \frac{2S}{r^2}$  得：

$$v = \frac{2S}{r^2}r = \frac{2S}{r}。$$

当卫星距离天体较近时，半径  $r$  较小，而扫过的面积  $S$  为定值，则线速度  $v$  较大，所以  $v_1 > v_2$ 。

当卫星在近地点运行时，距离地球的距离越来越远，万有引力不足以提供圆形轨道的向心力，即  $\frac{GMm}{r^2} < \frac{mv_1^2}{r}$ ，变形得  $v_1 > \sqrt{\frac{GM}{r}}$ 。

本题选 B。

5.(2018 全国II)2018 年 2 月，我国 500m 口径射电望远镜(天眼)发现毫秒脉冲星“J0318+0253”，其自转周期  $T = 5.19\text{ms}$ 。假设星体为质量均匀分布的球体，已知万有引力常量为  $6.67 \times 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ 。以周期  $T$  稳定自转的星体的密度最小值约为 ( )

A.  $5 \times 10^9 \text{kg/m}^3$

B.  $5 \times 10^{12} \text{kg/m}^3$

C.  $5 \times 10^{15} \text{kg/m}^3$

D.  $5 \times 10^{18} \text{kg/m}^3$

解析：已知星体的自转周期且质量均匀分布，求其密度最小值。分析计算的原理为：根据万有引力定律，由于星体的旋转速度很快，若密度太小，则对其组成成分的引力不足以提供向心力，星体将无法维持形状。

设星体的密度为  $\rho$ ，半径为  $r$ ，球体的体积为  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ，则星体的质量为  $M = \rho V = \frac{4}{3}\rho\pi r^3$ 。

星球对其表面成分的引力需足够提供向心力，否则将被抛洒出去。

设成分的质量为  $m$ ，则有： $\frac{GMm}{r^2} \geq m\omega^2 r$ 。

已知  $T = 5.19\text{ms}$ ，则  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5.19 \times 10^{-3}}$ （注意换算为基本单位），以及  $6.67 \times 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ ，代入上述不等式得：

$$\frac{6.67 \times 10^{-11} \times \frac{4}{3} \rho \pi r^3 \times m}{r^2} \geq m \left( \frac{2\pi}{5.19 \times 10^{-3}} \right)^2 r$$

$$\rho \geq \frac{3}{4} \times \frac{4\pi}{(5.19 \times 10^{-3})^2 \times 6.67 \times 10^{-11}} = \frac{3\pi}{5.19^2 \times 6.67 \times 10^{-17}} \approx \frac{9 \times 10^{17}}{25 \times 6.7} \approx 5 \times 10^{15}$$

本题选 C。

本题各选项的区别主要在于数量级，而最高位数的数字相同。对于数量级有明显区别的数字，各位数的具体数字的差别影响很小，甚至经常可以忽略，只需要数量级一致即可。该思路在涉及到实际应用的数学或物理问题中非常常用。

6. (2020 江苏) (多选) 甲、乙两颗人造卫星质量相等，均绕地球做圆周运动，甲的轨道半径是乙的 2 倍。下列应用公式进行的推论正确的有 ( )

- A. 由  $v = \sqrt{gR}$  可知，甲的速度是乙的  $\sqrt{2}$  倍
- B. 由  $a = \omega^2 r$  可知，甲的向心加速度是乙的 2 倍
- C. 由  $F = \frac{GMm}{r^2}$  可知，甲的向心力是乙的  $\frac{1}{4}$
- D. 由  $\frac{r^3}{T^2} = k$  可知，甲的周期是乙的  $2\sqrt{2}$  倍

解析：绕地球做圆周运动的人造卫星，万有引力提供向心力。设地球的质量为  $M$ 。因为甲、乙质量相等，设甲、乙的质量都为  $m$ 。因为甲的轨道半径是乙的 2 倍，设轨道半径分别为  $2R$  和  $R$ 。设甲、乙的线速度和角速度分别为  $v_1$ 、 $v_2$ 、 $\omega_1$ 、 $\omega_2$ 。

对于甲有： $\frac{GMm}{4R^2} = \frac{mv_1^2}{2R} = m\omega_1^2 2R$ ，约去  $m$  得： $\frac{GM}{4R^2} = \frac{v_1^2}{2R} = 2\omega_1^2 R$

对于乙有:  $\frac{GMm}{R^2} = \frac{mv_2^2}{R} = m\omega_2^2 R$ , 约去  $m$  得:  $\frac{GM}{R^2} = \frac{v_2^2}{R} = \omega_2^2 R$

两个等式相除:  $\frac{GM}{4R^2} : \frac{GM}{R^2} = \frac{v_1^2}{2R} : \frac{v_2^2}{R} = 2\omega_1^2 R : \omega_2^2 R$ , 化简得:

$$1:4 = v_1^2 : 2v_2^2 = 2\omega_1^2 : \omega_2^2$$

$$\text{即: } v_1 : v_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \omega_1 : \omega_2 = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

逐个分析判断各选项。

选项 A, 按照上述计算可知, 甲的速度是乙的  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。错误, 排除。

选项 B,  $a_1 : a_2 = \omega_1^2 2r : \omega_2^2 r = \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} = \frac{1}{16}$ 。错误, 排除。

选项 C,  $F_1 : F_2 = \frac{GMm}{4R^2} : \frac{GMm}{R^2} = \frac{1}{4}$ 。正确, 备选。

选项 D,  $T_1 : T_2 = \sqrt{\left(\frac{2r}{r}\right)^3} = 2\sqrt{2}$ , 正确, 备选。

本题选 CD。

7.(2020 山东)我国将在今年择机执行“天问 1 号”火星探测任务。质量为  $m$  的着陆器在着陆火星前, 会在火星表面附近经历一个时长为  $t_0$ 、速度由  $v_0$  减速到零的过程。已知火星的质量约为地球的 0.1 倍, 半径约为地球的 0.5 倍, 地球表面的重力加速度大小为  $g$ , 忽略火星大气阻力。若该减速过程可视为一个竖直向下的匀加速直线运动, 此过程中着陆器受到的制动力大小约为 ( )

A.  $m(0.4g - \frac{v_0}{t_0})$

B.  $m(0.4g + \frac{v_0}{t_0})$

C.  $m(0.2g - \frac{v_0}{t_0})$

D.  $m(0.2g + \frac{v_0}{t_0})$

解析: 已知减速过程可视为一个竖直向下的匀加速直线运动, 因此着陆器在降落时做匀加速直线运动, 需根据火星的参数求得火星表面的重力加速度, 再使用匀加速直线运动的公式分析计算即可。

重力的实质是星球的万有引力, 设地球的质量为  $M$ , 半径为  $R$ ,

则地球表面质量为  $m$  的物体受到的重力等于万有引力:  $mg = \frac{GMm}{R^2}$ ,

化简得  $g = \frac{GM}{R^2}$

已知火星的质量约为地球的 0.1 倍, 为  $0.1M$ ; 火星半径约为地球的 0.5 倍, 为  $0.5R$ , 则火星表面的重力加速度  $g'$  满足关系:  $mg' = \frac{G0.1Mm}{(0.5R)^2}$ ,

化简得  $g' = \frac{G0.1M}{(0.5R)^2} = 0.4 \frac{GM}{R^2} = 0.4g$ 。即火星表面的重力加速度为  $0.4g$ 。

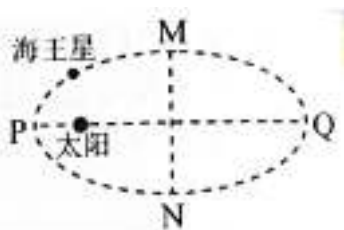
探测器做匀加速直线运动, 经历时间  $t_0$ 、速度由  $v_0$  减速到零的过程, 这期间的加速度为  $a = \frac{v_0}{t_0}$ , 受到的合外力为  $F_{\text{合}} = ma = \frac{mv_0}{t_0}$ 。

制动力需克服火星重力的加速作用, 令探测器减速, 则

$$F_{\text{制}} = F_{\text{合}} + ma = 0.4mg + \frac{mv_0}{t_0}。$$

本题选 B。

8. (2017 全国 II) (多选) 如图, 海王星绕太阳沿椭圆轨道运动,  $P$  为近日点,  $Q$  为远日点,  $M$ 、 $N$  为轨道短轴的两个端点, 运行的周期为  $T_0$ 。若只考虑海王星和太阳之间的相互作用, 则海王星在从  $P$  经  $M$ 、 $Q$  到  $N$  的运动过程中 ( )



- A. 从  $P$  到  $M$  所用的时间等于  $\frac{T_0}{4}$
- B. 从  $Q$  到  $N$  阶段, 机械能逐渐变大
- C. 从  $P$  到  $Q$  阶段, 速率逐渐变小
- D. 从  $M$  到  $N$  阶段, 万有引力对它先做负功后做正功

解析: 海王星绕太阳沿椭圆轨道运动, 没有近似成圆形轨道, 因

此需要借助开普勒三大定律，以及离心运动和向心运动的特点、机械能守恒等知识综合分析。逐个分析判断各选项。

选项 A，从  $P$  到  $M$  处于离太阳较近的位置。根据开普勒第二定律，行星与太阳连线在单位时间内扫过的面积为定值，扇形的面积等于半径  $r$  平方与弧度  $\alpha$  的乘积的一半： $S = \frac{1}{2}r^2\alpha$ 。此时半径较小，则需要角速度较大，因此所用时间较短，运行  $\frac{1}{4}$  个椭圆轨道的时间应当小于  $\frac{T_0}{4}$ 。错误，排除。

选项 B，海王星的机械能由其运动的动能和受到太阳的重力势能（等于引力势能）构成。其运动的过程中只有万有引力做功，机械能守恒。错误，排除。

选项 C，从  $P$  到  $Q$  阶段，海王星到太阳的距离越来越远，重力势能越来越大。由于机械能守恒，则动能越来越小，即速率逐渐变小。正确，备选。

选项 D，从  $M$  到  $N$  阶段可分为两段，从  $M$  到  $Q$ ，海王星距离太阳越来越远，万有引力的方向与位移的方向的夹角为钝角，万有引力做负功。从  $Q$  到  $N$ ，海王星距离太阳越来越近，万有引力的方向与位移的方向的夹角为锐角，万有引力做正功。万有引力对它先做负功后做正功。正确，备选。

本题选 CD。

9. (2018 全国I) (多选) 2017 年，人类第一次直接探测到来自双中子星合并的引力波。根据科学家们复原的过程，在两颗中子星合并前约 100s 时，它们相距约 400km，绕二者连线上的某点每秒钟转动 12 圈。将两颗中子星都看作是质量均匀分布的球体，由这些数据、万有引力常量并利用牛顿力学知识，可估算出这一时刻两颗中子星（ ）

- A. 质量之积
- B. 质量之和
- C. 速率之和
- D. 各自的自转角速度

解析：两颗中子星合并前，绕二者连线上的某点转动，虽然该运动看起来复杂，但只要单独考察其中的一个中子星，就可以将问题简化。中子星 A 绕某点转动，做圆周运动，且只受到中子星 B 的万有引力。虽然中子星 B 也在转动，但是由于中子星 A 做圆周运动，因此其受到的引力提供向心力，应当始终指向转动的圆心。对中子星 B 同理。

设两个中子星的质量分别为  $m_1$  和  $m_2$ ，绕行半径分别为  $r_1$  和  $r_2$  且  $r_1 + r_2 = d = 4 \times 10^5 \text{ m}$ 。又已知转动频率为  $12 \text{ r/s}$ ，则角速度为  $\omega = 12 \times 2\pi = 24\pi$ 。

由万有引力提供向心力可得： $\frac{Gm_1m_2}{d^2} = m_1\omega^2r_1 = m_2\omega^2r_2$ ，化简可分别得： $\frac{Gm_1}{d^2} = \omega^2r_2$ ， $\frac{Gm_2}{d^2} = \omega^2r_1$ 。

逐个分析判断各选项：

选项 A，根据  $\frac{Gm_1m_2}{d^2} = m_1\omega^2r_1 = m_2\omega^2r_2$  无法求得  $m_1m_2$ 。将  $\frac{Gm_1}{(r_1+r_2)^2} = \omega^2r_2$  和  $\frac{Gm_2}{(r_1+r_2)^2} = \omega^2r_1$  相乘得： $\frac{G^2m_1m_2}{d^4} = \omega^4r_1r_2$ ，由于  $r_1r_2$  未知，也无法求得  $m_1m_2$ 。再无其他线索，无法估算，排除。

选项 B，根据  $\frac{Gm_1}{d^2} = \omega^2r_2$ ， $\frac{Gm_2}{d^2} = \omega^2r_1$  可得  $m_1 = \frac{\omega^2r_2d^2}{G}$ ， $m_2 = \frac{\omega^2r_1d^2}{G}$ ，两式相加得  $m_1 + m_2 = \frac{\omega^2r_2d^2}{G} + \frac{\omega^2r_1d^2}{G} = \frac{\omega^2d^2(r_1+r_2)}{G} = \frac{\omega^2d^3}{G}$ 。

其中  $\omega$  可根据周期求得，中子星之间距离  $d$  已知，万有引力常量  $G$  为常量，可以估算  $m_1 + m_2$ 。备选。

选项 C，速率之和的表达式为  $v_1 + v_2 = \omega r_1 + \omega r_2 = \omega(r_1 + r_2) = \omega d$ ，可以估算，备选。

选项 D，根据已学知识，中子星自转的角速度无法通过与其他天体的相互作用求得，排除。

本题选 BC。

10. (2021 全国甲卷) 2021 年 2 月, 执行我国火星探测任务的“天问一号”探测器在成功实施三次近火制动后, 进入运行周期约为  $1.8 \times 10^5 \text{ s}$  的椭圆形停泊轨道, 轨道与火星表面的最近距离约为  $2.8 \times 10^5 \text{ m}$ 。已知火星半径约为  $3.4 \times 10^6 \text{ m}$ , 火星表面处自由落体的加速度大小约为  $3.7 \text{ m/s}^2$ , 则“天问一号”的停泊轨道与火星表面的最远距离约为 ( )

- A.  $6 \times 10^5 \text{ m}$       B.  $6 \times 10^6 \text{ m}$       C.  $6 \times 10^7 \text{ m}$       D.  $6 \times 10^8 \text{ m}$

解析: 已知探测器在周期约为  $1.8 \times 10^5 \text{ s}$  的椭圆轨道运行, 而非圆形轨道。根据开普勒第三定律, 对于同一个天体, 卫星轨道的半长轴的三次方与公转周期的二次方的比值为定值。圆可以看作特殊的椭圆, 其半径相当于半长轴。

设火星的质量为  $M$ , 卫星的质量为  $m$ , 圆形轨道半径为  $R$ , 角速度为  $\omega$ , 由万有引力提供向心力可得  $\frac{GMm}{R^2} = m\omega^2 R$ 。又因为周期  $T$  与角速度之间满足关系  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , 代入得  $\frac{GMm}{R^2} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R$ , 化为开普勒第三定律的表述形式为:  $\frac{R^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$ 。

其中  $R$  为椭圆的半长轴, 也是圆的半径。现在已知  $T = 1.8 \times 10^5 \text{ s}$ , 还求得  $\frac{GM}{4\pi^2}$ 。

又因为火星表面处自由落体的加速度大小约为  $g = 3.7 \text{ m/s}^2$ , 由万有引力等于重力得:  $\frac{GMm}{r^2} = mg$ , 代入火星的半径  $r = 3.4 \times 10^6 \text{ m}$  和  $g = 3.7 \text{ m/s}^2$  得:  $GM = gr^2 = 3.7 \times (3.4 \times 10^6)^2$ 。代入  $\frac{R^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$  可得:

$$R = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} \approx \sqrt[3]{\frac{3.7 \times (3.4 \times 10^6)^2 \times (1.8 \times 10^5)^2}{4\pi^2}}$$

该算式涉及到三次方根的计算, 较为复杂。由于四个选项的区别主要在于数量级, 具体的数值并不是很重要, 因此可以进行近似计算, 尽量把三次根号内写成三个相同数字的乘积的形式, 以方便去掉三次根号。为计算方便, 每一步乘积运算都保留三位有效数字, 能近似成

整数的就近似成整数。

$$\begin{aligned}
 & \sqrt[3]{\frac{3.7 \times (3.4 \times 10^6)^2 \times (1.8 \times 10^5)^2}{4\pi^2}} \\
 &= \sqrt[3]{\frac{3.7 \times 3.4^2 \times 1.8^2 \times 10^{22}}{4\pi^2}} \\
 &\approx \sqrt[3]{\frac{3.7 \times 3.4^2 \times 1.8^2 \times 10^{22}}{40}} \\
 &= \sqrt[3]{\frac{3.7 \times 3.4^2 \times 1.8^2 \times 10^{21}}{4}} \\
 &= \sqrt[3]{3.7 \times 1.7^2 \times 1.8^2 \times 10^7} \\
 &\approx \sqrt[3]{3.7 \times 2.9 \times 3.2 \times 10^7} \\
 &\approx \sqrt[3]{34} \times 10^7
 \end{aligned}$$

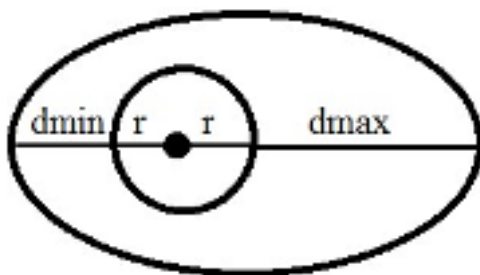
因为  $3^3 = 27$ ， $4^3 = 64$ ，设  $(3+x)^3 = 34$ ，其中  $0 < x < 1$ ，二次展开得：

$$(3+x)^3 = 27 + 27x + 9x^2 + x^3 = 34。$$

因为  $0 < x < 1$ ，省略掉最小的三次项和二次项： $27 + 27x = 34$ ，解得  $x \approx 0.26$ 。

$$\text{即 } R \approx 3.26 \times 10^7$$

椭圆的长轴长等于轨道与火星表面最近距离  $d_{\min}$ 、最远距离  $d_{\max}$ 、火星直径  $2r$  之和，半长轴为其一半。如下图所示。



$$\text{则有： } 2 \times 3.26 \times 10^7 = 2.8 \times 10^5 \text{ m} + 2 \times 3.4 \times 10^6 + d_{\max}$$

$$\text{解得 } d_{\max} = 5.8 \times 10^7$$

与选项 C.  $6 \times 10^7 \text{ m}$  最接近。

本题选 C。

本题对数学能力有较高要求。

一是本题涉及椭圆轨道，天体运动中与椭圆轨道有关的是开普勒



三大定律，还需知道圆可看作特殊的椭圆，是半长轴与半短轴相等——即圆的半径——的椭圆。

本题还涉及到较麻烦的数值计算和三次方根的运算，需要较高的计算技巧，包括数值的近似计算，将可以直接提出到根号外的元素先提出去，运用二项式定理忽略较小项进行近似运算等方法。

## 第六章 动能定理和机械能守恒定律

动能定理和机械能守恒定律的所描述的物理规律相同，都是力在空间上的累积对物体做功的效果。动能定理描述外力对物体运动状态影响的普遍效果。机械能守恒定律描述只有弹力和重力做功时机械能的变化规律。

能量是标量，只有大小，没有方向，可以直接用加减法计算，因此比力、位移、速度、加速度等矢量运算要简便。掌握力做功的计算公式、力做功导致物体速度和高度改变、物体动能和重力势能的定义式，是理解机械能乃至能量这一概念的关键，也是解决一些难度较高的问题时需要使用的根本原理。

机械能守恒定律是非常有用的帮助解决分析解决力与运动的物体的工具，主要适用于只有弹力和重力做功，且系统的变化过程较复杂的情况。特别是由多个物体共同构成的系统，往往可以忽略各组成部分之间的相互作用，直接分析各组成成分和系统整体的机械能变化。

使用机械能守恒定律之前，需要先判断题目条件是否适用该定律，即是否只有弹力和重力做功。如果有其他力做功并产生了其他效果，也可以使用更加普遍适用的能量守恒定律求得。比如摩擦力做功产生热量，以及后续章节中电磁感应中电能与机械能的相互转化。

机械能守恒定律可以从多个角度引申出创新题的拓展知识。比如，重力做功也可以看作有质量的物体受到重力场的作用，其思路与带电荷的物体受到电场作用相同，从而引申出其他类型的场与能量。

再比如，重力是一种做功与路径无关的保守力，重力势能也是只与位置有关的势能（也叫作位能），则弹性形变产生的弹力与弹性势能、万有引力与引力势能、电场力与电势能等保守力与对应的势能，也可以有与重力和重力势能相似的性质。

总之，功和能量是一个非常重要的衔接，它既是可以帮助分析处理力与运动的问题的有力工具，也是引申出更多新的概念，并将这些概念全部联系起来的重要纽带。

1. (2020 江苏) 质量为  $1.5 \times 10^3 \text{ kg}$  的汽车在水平路面上匀速行驶, 速度为  $20 \text{ m/s}$ , 受到的阻力大小为  $1.8 \times 10^3 \text{ N}$ 。此时, 汽车发动机输出的实际功率是 ( )

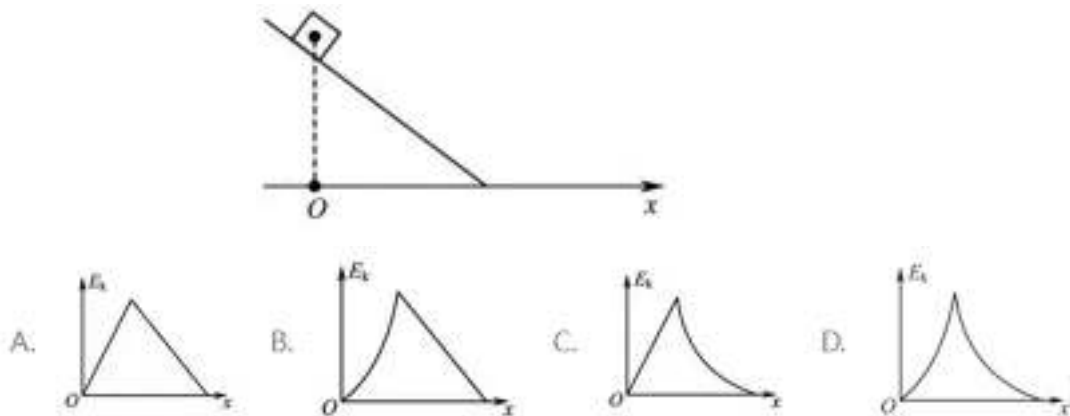
A.  $90 \text{ W}$                       B.  $30 \text{ kW}$  C.  $36 \text{ kW}$  D.  $300 \text{ kW}$

解析: 汽车匀速行驶, 其速度不变, 高度也不变, 机械能不变。由于受到阻力, 发动机输出的功率应当等于阻力阻碍汽车前进的功率。

根据功率和力做功的定义式得:  $P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot \Delta x}{t} = F \cdot \frac{\Delta x}{t} = F \cdot v$ 。代入  $F = f = 1.8 \times 10^3 \text{ N}$ ,  $v = 20 \text{ m/s}$ , 求得汽车发动机输出的功率为  $P = Fv = 1.8 \times 10^3 \times 20 = 3.6 \times 10^4 \text{ W} = 36 \text{ kW}$ 。

本题选 C。

2. (2020 江苏) 如图所示, 一小物块由静止开始沿斜面向下滑动, 最后停在水平地面上。斜面 and 地面平滑连接, 且物块与斜面、物块与地面间的动摩擦因数均为常数。该过程中, 物块的动能  $E_k$  与水平位移  $x$  关系的图像是 ( )



解析: 本题没有具体数据, 需要进行大致估算。题目求物块的动能  $E_k$  与水平位移  $x$  关系的图像

已知物块与斜面、物块与地面间的动摩擦因数均为常数, 因此在下滑和水平滑动过程中都有机械能的损耗。

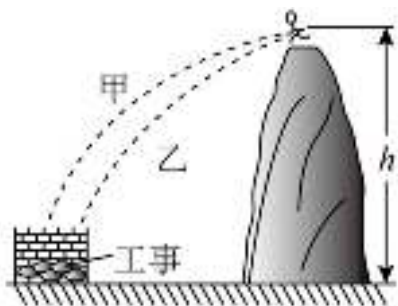
又因为斜面 and 地面平滑连接, 因此物块从斜面滑到水平地面的瞬间没有机械能的损耗。

物块在斜面上下滑的过程中,受到重力、支持力、摩擦力三个力的合力作用,且三个力的大小恒定不变。支持力与重力沿垂直于斜面的分力平衡,重力沿斜面的分力减去摩擦力等于物块受到的合外力,该力也恒定不变,设大小为 $F_1$ 。设斜面的倾角为 $\theta$ 。则水平位移与动能的关系为 $E_{k1} = F_1 x \sin \theta$ ,是一条经过原点的直线,选项A和B符合条件。

物块滑到地面上后,仍做匀加速直线运动,设初始动能为 $E_{k0}$ ,也是一条直线,选项A符合该条件。

本题选A。

3. (2021 广东) (多选) 长征途中,为了突破地方关隘,战士爬上陡峭的山头,居高临下向敌方工事内投掷手榴弹。战士在同一位置先后投出甲、乙两颗质量均为 $m$ 的手榴弹。手榴弹从投出的位置到落点的高度差为 $h$ ,在空中的运动可视为平抛运动,轨迹如图所示,重力加速度为 $g$ 。下列说法正确的有( )



- A. 甲在空中的运动时间比乙的长
- B. 两手榴弹在落地前瞬间,重力的功率相等
- C. 从投出到落地,每颗手榴弹的重力势能减少 $mgh$
- D. 从投出到落地,每颗手榴弹的机械能变化量为 $mgh$

解析: 根据文字和题图可知,战士站在右边高的山头上,向左边下方的工事内投掷手榴弹。

题目已知手榴弹可视为平抛运动,则看作不受空气阻力作用,手榴弹落地的时间与初速度无关,只与高度有关。手榴弹落地的距离由

其初速度决定。

逐个分析判断各选项。

选项 A，由于手榴弹做平抛运动，在空中运动的时间只与高度有关。两个手榴弹的起抛点相同，因此在空中运动的时间相等。错误，排除。

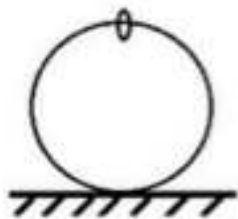
选项 B，手榴弹在落地的过程中，重力的大小和沿重力方向的位移都相等，因此重力做的功相等。到落地的时间也相等，因此重力的功率相等。正确，备选。

选项 C，从投出到落地，两个手榴弹下落的高度都为  $h$ ，且质量都为  $m$ ，重力势能都减少  $mgh$ 。正确，备选。

选项 D，从投出到落地，每颗手榴弹都只有重力做功，机械能守恒，机械能的变化量为 0。错误，排除。

本题选 BC。

4. (2017 全国 II) 如图，一光滑大圆环固定在桌面上，环面位于竖直平面内，在大圆环上套着一个小环。小环由大圆环的最高点从静止开始下滑，在小环下滑的过程中，圆环对它的作用力 ( )



- A. 一直不做功 B. 一直做正功  
C. 始终指向大圆环圆心 D. 始终背离大圆环圆心

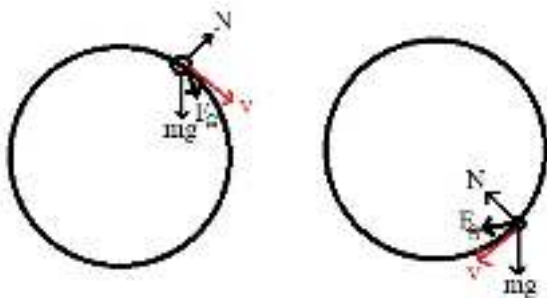
解析：已知一光滑大圆环固定在桌面上，则小环在大圆环上滑动没有机械能损耗，且大环不会相对地面运动。

小环在从最高点静止下滑的过程中机械能守恒。小环的高度降低，重力势能减小，则重力势能只能转化为动能，动能增加。

对于小环，由于机械能守恒，则滑下全过程中只能有重力做功，因此大圆环对小环的力不对小环做功。故大环对小环只有垂直于速度

的支持力。而小环绕大环滑下，其速度的方向始终为切线方向，与半径垂直。

由于重力的方向竖直向下，而小环的速度沿切线方向转动，且速度不断增大，因此其受到的合外力方向在当前速度和指向圆心之间。如下图所示。



当小环在大环的上半部分运动时，大圆环对它的作用力需背离大环圆心，才能使得小环受到的合外力在当前速度与指向半径之间。

当小环在大环的下半部分运动时，大圆环对它的作用力需指向大环圆心，才能使得小环受到的合外力在当前速度与指向半径之间。

综上，选项 A 正确，BCD 错误。

本题选 A。

5. (2021 湖南) “复兴号”动车组用多节车厢提供动力，从而达到提速的目的。总质量为  $m$  的动车组在平直的轨道上行驶。该动车组有四节动力车厢，每节车厢发动机的额定功率为  $P$ ，若动车组所受的阻力与其速率成正比 ( $F_{\text{阻}} = kv$ ,  $k$  为常量)，动车组能达到的最大速度为  $v_m$ 。下列说法正确的是 ( )

- A. 动车组在匀加速启动过程中，牵引力恒定不变
- B. 若四节动力车厢输出功率为额定值，则动车组从静止开始做匀加速运动
- C. 若四节动力车厢输出的总功率为  $2.25P$ ，则动车组匀速行驶的速度为  $\frac{3}{4}v_m$
- D. 若四节动力车厢输出功率为额定值，动车组从静止启动，经

过时间  $t$  达到最大速度  $v_m$ ，则这一过程中该动车组克服阻力做的功为

$$\frac{1}{2}mv_m^2 - Pt$$

解析：已知动车组的总质量为  $m$ ，有 4 节动力车厢且每节车厢发动机的额定功率为  $P$ 。

还已知动车组所受的阻力与其速率成正比  $F_{\text{阻}} = kv$ ，动车组能达到的最大速度为  $v_m$ 。

当动车组达到最大速度时，受到的阻力与牵引力成正比，则有  $F_{\text{牵}} = F_{\text{阻}} = kv$ 。最大牵引功率为  $P_m = \frac{W_m}{t} = \frac{F_m \cdot \Delta x}{t} = F_m \cdot \frac{\Delta x}{t} = F_m v_m = kv_m^2$ 。

一般情况下额定功率就是最大牵引功率，又因为有四节动力车厢，所以  $4P = kv_m^2$

逐个分析判断各选项。

选项 A，设动车组在匀加速启动过程中的加速度为  $a$ ，则速度与时间的关系为  $v = at$ 。又因为动车组所受的阻力与其速率成正比  $F_{\text{阻}} = kv$ ，所以受到的阻力为  $F_{\text{阻}} = kv = kat$ 。

动车受到的合外力为  $F = F_{\text{牵}} - F_{\text{阻}} = F_{\text{牵}} - kat = ma$ ，则牵引力与时间的关系为  $F_{\text{牵}} = kat + ma$ 。牵引力随时间变化。错误，排除。

选项 B，设四节动力车厢输出功率为额定值为  $P'$ ，则动车组的速度  $v$  与牵引力的大小  $F_{\text{牵}}$  之间满足关系  $P' = F_{\text{牵}}v$ ，变形的  $F_{\text{牵}} = \frac{P'}{v}$ 。

又因为动车组所受的阻力与其速率成正比  $F_{\text{阻}} = kv$ ，因此动车组受到的合外力与速度的关系为  $F = F_{\text{牵}} - F_{\text{阻}} = \frac{P'}{v} - kv$ ，动车组的加速度为

$$a = \frac{F}{m} = \frac{P'}{mv} - \frac{kv}{m}。$$

动车组从静止开始，其加速度随速度变化。错误，排除。

选项 C，若四节动力车厢输出的总功率为  $2.25P$ ，且动车组匀速行驶，根据前面推导的  $P(v) = kv^2$ ，代入  $P(v) = 2.25P$  得： $kv^2 = 2.25P$ 。将该等式与  $4P = kv_m^2$  两边相除得： $kv^2 : kv_m^2 = 2.25P : 4P$

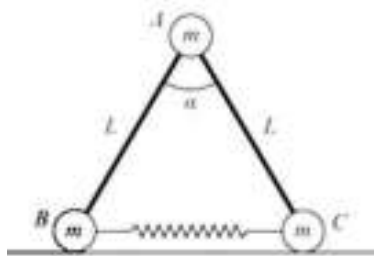
化简得:  $v = \frac{3}{4}v_m$

正确, 备选。

选项 D, 四节动力车厢的输出功率都为额定值  $P$ , 从静止加速到最大速度, 经过的时间为  $t$ , 则这段时间动力车厢输出的功为  $4Pt$ , 动车组获得的动能为  $\frac{1}{2}mv_m^2$ , 可得克服阻力做的功为  $4Pt - \frac{1}{2}mv_m^2$ 。错误, 排除。

本题选 C。

6. (2017 江苏) (多选) 如图所示, 三个小球 A、B、C 的质量均为  $m$ , A 与 B、C 间通过铰链用轻杆连接, 杆长为  $L$ 。B、C 置于水平地面上, 用一轻质弹簧连接, 弹簧处于原长。现 A 由静止释放下降到最低点, 两轻杆间夹角  $\alpha$  由  $60^\circ$  变为  $120^\circ$ 。A、B、C 在同一竖直平面内运动, 弹簧在弹性限度内, 忽略一切摩擦, 重力加速度为  $g$ 。则此下降过程中 ( )



- A. A 的动能达到最大前, B 受到地面的支持力小于  $\frac{3}{2}mg$
- B. A 的动能最大时, B 受到地面的支持力等于  $\frac{3}{2}mg$
- C. 弹簧的弹性势能最大时, A 的加速度方向竖直向下
- D. 弹簧的弹性势能最大值为  $\frac{\sqrt{3}}{2}mgL$

解析: 本题忽略一切摩擦, 弹簧在弹性限度内, 因此没有机械能的损耗, 由三个小球构成的系统机械能守恒。

由于该系统很对称, B 和 C 的运动也是对称的。A 下降的初始阶



段, A 的重力势能转化为 A 的动能和弹簧的弹性势能。

随着 A 受到轻杆的弹力的合力大于 A 的重力, A 开始做减速运动, A 的动能和重力势能都转化为弹簧的弹性势能。

直到 A 下降到最低点时速度为 0, 开始转为向上运动。

逐个分析判断各选项。

选项 A, A 的动能到达最大前, A 做匀加速直线运动, 具有向下的加速度。而 B 和 C 沿竖直方向没有加速度。综上, 整个系统具有向下的加速度, 受到地面的支持力小于重力, 即  $F < 3mg$ 。

由于地面的支持力对称地作用于 B、C 两个小球, 所以 B 受到地面的支持力小于  $\frac{3}{2}mg$ 。正确, 备选。

选项 B, A 的动能最大时, 正处于由向下加速运动转变为向下减速运动的瞬间, 其加速度为 0。B 和 C 沿竖直方向的加速度也为 0。三个球构成的系统受到的合外力平衡, 地面对系统的支持力等于重力  $3mg$ 。

由于地面的支持力对称地作用于 B、C 两个小球, 所以 B 受到地面的支持力等于  $\frac{3}{2}mg$ 。正确, 备选。

选项 C, 弹簧的弹性势能最大时, A 下落到最低点, 具有向上的加速度, 且已经具有向上的加速度做减速运动一段时间。错误, 排除。

选项 D, 当 A 到达最低点时, 弹簧的弹性形变最大, 弹性势能最大, 此时 A 减小的重力势能全部转化为弹簧的弹性势能。

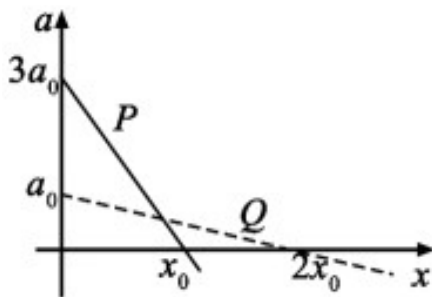
$\alpha$  由  $60^\circ$  变为  $120^\circ$  前后, A 的高度由  $L \cos \frac{60^\circ}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}L$  变为  $L \cos \frac{120^\circ}{2} = \frac{1}{2}L$ , 重力势能减少了  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}mgL$ , 也是此时弹簧的弹性势能。错误, 排除。

本题选 AB。

分析本题需要能分析出由三个球构成的系统始终机械能守恒, 以及动能、重力势能、弹性势能之间来回转化的过程。该装置相当于一

个特殊的弹簧，A 在平衡位置附近做上下往复运动，其受到的合外力、加速度、速度、位移的变化规律与弹簧振子相似，可以自行定性地分析下具体过程。

7. (2019 全国 I) (多选) 在星球 M 上将一轻弹簧竖直固定在水平桌面上，把物体 P 轻放在弹簧上端，P 由静止向下运动，物体的加速度  $a$  与弹簧的压缩量  $x$  间的关系如图中实线所示。在另一星球 N 上用完全相同的弹簧，该用物体 Q 完成同样的过程，其  $a-x$  关系如图中虚线所示。假设两星球均为质量均匀分布的球体。已知星球 M 的半径是星球 N 的 3 倍，则 ( )



- A. M 与 N 的密度相等
- B. Q 的质量是 P 的 3 倍
- C. Q 下落过程中的最大动能是 P 的 4 倍
- D. Q 下落过程中弹簧的最大压缩量是 P 的 4 倍

解析：弹簧的弹性系数  $k$  是弹簧自身的属性，与外界环境无关。设星球 M 和 N 表面的重力加速度分别为  $g_M$  和  $g_N$ 。P 和 Q 的质量分别为  $m_P$  和  $m_Q$ 。

当在星球 M 上，把质量为  $m_P$  的物体放在弹簧上时，P 受到两个力：星球 M 向下的重力  $m_P g_M$  和弹簧向上的弹力  $kx$ ，则 P 的加速度与弹簧的弹性形变之间的关系为：

$$a_P = \frac{m_P g_M - kx}{m_P} = -\frac{k}{m_P} x + g_M$$

该函数为一条直线，斜率为  $-\frac{k}{m_P}$ ，在  $y$  轴上的截距为  $g_M$ 。

同理, 当在星球 M 上, 把质量为  $m_p$  的物体放在弹簧上时, Q 的加速度与弹簧的弹性形变之间的关系为:

$$a_Q = \frac{m_Q g_N - kx}{m_Q} = -\frac{k}{m_Q}x + g_N$$

该函数也为一条直线, 斜率为  $-\frac{k}{m_Q}$ , 在 y 轴上的截距为  $g_N$ 。

根据图中实线和虚线在 x 轴、y 轴上的截距可得:

$$-\frac{k}{m_P} = -\frac{3a_0}{x_0}, \quad g_M = 3a_0$$

$$-\frac{k}{m_Q} = -\frac{a_0}{2x_0}, \quad g_N = a_0$$

逐个分析判断各选项。

选项 A,  $g_M = 3a_0$  与  $g_N = a_0$  相除得:  $g_M : g_N = 3$ 。又因为重力加速度与天体的质量和半径之间满足关系:  $g = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ , 代入质量等于密度乘

以体积、球的体积公式得:  $g = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{G\rho V}{R}} = \sqrt{\frac{G\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{R}} = \sqrt{\frac{4G\rho\pi R^2}{3}}$ 。

$$\text{所以 } g_M : g_N = \sqrt{\frac{4G\rho_M\pi R_M^2}{3}} : \sqrt{\frac{4G\rho_N\pi R_N^2}{3}} = 3$$

$$\text{化简得: } \rho_M R_M^2 : \rho_N R_N^2 = 9$$

又已知星球 M 的半径是星球 N 的 3 倍,  $R_M = 3R_N$ , 代入得:

$$\rho_M (3R_N)^2 : \rho_N R_N^2 = 9, \text{ 化简得 } \rho_M : \rho_N = 1. \text{ 正确, 备选。}$$

$$\text{选项 B, } -\frac{k}{m_P} = -\frac{3a_0}{x_0} \text{ 与 } -\frac{k}{m_Q} = -\frac{a_0}{2x_0} \text{ 相除得: } -\frac{k}{m_P} : -\frac{k}{m_Q} = -\frac{3a_0}{x_0} : -\frac{a_0}{2x_0},$$

化简得:  $m_Q = 6m_P$ 。错误, 排除。

选项 C, P 和 Q 下落过程中, 重力势能转化为动能和弹簧的弹性势能。当加速度  $a > 0$  时, 处于加速下落的过程; 当加速度  $a < 0$  时, 处于作减速运动的过程。因此当  $a = 0$  时, P 和 Q 的动能达到最大值。

当  $a = 0$  时, P 下落的高度为  $x_0$ , 重力势能减少了  $m_P g_M x_0$ , 弹簧的

弹性势能为  $\frac{1}{2}kx_0^2$ ，则 P 的动能为  $m_P g_M x_0 - \frac{1}{2}kx_0^2$ 。

当  $a=0$  时，Q 下落的高度为  $2x_0$ ，重力势能减少了  $2m_Q g_N x_0$ ，弹簧的弹性势能为  $\frac{1}{2}k(2x_0)^2 = 2kx_0^2$ ，则 Q 的动能为  $2m_Q g_N x_0 - 2kx_0^2$ 。

则 Q 的最大动能与 P 的最大动能的比值为：
$$\frac{2m_Q g_N x_0 - 2kx_0^2}{m_P g_M x_0 - \frac{1}{2}kx_0^2}$$

代入  $g_M = 3g_N$ ， $m_Q = 6m_P$  并化简：

$$\frac{2m_Q g_N x_0 - 2kx_0^2}{m_P g_M x_0 - \frac{1}{2}kx_0^2} = \frac{2 \times 6m_P g_N x_0 - 2kx_0^2}{m_P 3g_N x_0 - \frac{1}{2}kx_0^2} = \frac{12m_P g_N x_0 - 2kx_0^2}{3m_P g_N x_0 - \frac{1}{2}kx_0^2} = 4 \cdot \frac{3m_P g_N x_0 - \frac{1}{2}kx_0^2}{3m_P g_N x_0 - \frac{1}{2}kx_0^2} = 4$$

正确，备选。

选项 D，当弹簧达到最大压缩量时，重力势能全部转化为弹簧的弹性势能，有  $mgx = \frac{1}{2}kx^2$ 。分别代入相应的参数得：

$$m_P g_M x_1 = \frac{1}{2}kx_1^2, \text{ 化简得: } 2m_P g_M = kx_1$$

$$m_Q g_N x_2 = \frac{1}{2}kx_2^2, \text{ 化简得: } m_Q g_N = kx_2$$

$$\text{两个等式相除得: } \frac{2m_P g_M}{2m_Q g_N} = \frac{kx_1}{kx_2}$$

$$\text{代入 } g_M = 3g_N, \quad m_Q = 6m_P \text{ 并化简: } \frac{2m_P 3g_N}{2 \times 6m_P g_N} = \frac{kx_1}{kx_2}$$

$$x_1 = \frac{1}{2}x_2$$

错误，排除。

本题选 AC。

本题涉及到机械能之间的相互转化、万有引力与重力之间的关系等公式之间的相互联系。还需要能够根据相关数据之间的函数图像关系，求得相应参数之间的数量关系。本题对公式的熟练运用和数学推导计算能力有较高要求。

8. (2017 全国 I) 一质量为  $8.00 \times 10^4 \text{ kg}$  的太空飞船从其飞行轨道返回地面。飞船在离地面高度  $1.6 \times 10^5 \text{ m}$  处以  $7.50 \times 10^3 \text{ m/s}$  的速度进入大气层, 逐渐减慢至速度为  $100 \text{ m/s}$  时下落到地面。取地面为重力势能零点, 在飞船下落过程中, 重力加速度可视为常量, 大小取为  $9.8 \text{ m/s}^2$ 。(结果保留 2 位有效数字)

(1) 分别求出该飞船着地前瞬间的机械能和它进入大气层时的机械能;

(2) 求飞船从离地面高度  $600 \text{ m}$  处至着地前瞬间的过程中克服阻力所做的功, 已知飞船在该处的速度大小是其进入大气层时速度大小的  $2.0\%$ 。

解析: (1) 飞船减慢至速度为  $100 \text{ m/s}$  时下落到地面, 此时高度为 0, 则机械能等于动能, 为  $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 8.00 \times 10^4 \times (100)^2 = 4.0 \times 10^8 \text{ (J)}$ 。

飞船进入大气层时, 高度为  $1.6 \times 10^5 \text{ m}$ , 速度为  $7.50 \times 10^3 \text{ m/s}$ , 机械能等于动能和重力势能之和, 为  $mgh_{\text{大气}} + \frac{1}{2}mv'^2 = 8.00 \times 10^4 \times 1.6 \times 10^5 \times 9.8 + \frac{1}{2} \times 8.00 \times 10^4 \times (7.50 \times 10^3)^2 = 2.4 \times 10^{12} \text{ (J)}$ 。

(2) 飞船离地面高度  $600 \text{ m}$  处时, 速度大小是其进入大气层时速度大小的  $2.0\%$ , 为  $v'' = 2.0\%v' = 150 \text{ m/s}$ , 机械能为  $mgh_{600} + \frac{1}{2}mv''^2$ 。

第 (1) 问已求得飞船落地瞬间的机械能为  $4.0 \times 10^8 \text{ J}$ , 则该过程中克服阻力所做的功为  $W = 8.00 \times 10^4 \times 600 \times 9.8 + \frac{1}{2} \times 8.00 \times 10^4 \times 150^2 - 4.0 \times 10^8 = 9.7 \times 10^8 \text{ (J)}$ 。

本题的计算较简单, 需注意结果保留 2 位有效数字, 要熟练掌握有效数字的保留。

需要保留有效数字时, 一般不要分步计算出结果, 而是先写出完整的表达式, 求得最后的数值后, 再保留所需的有效数字。

9. (2021 全国乙卷) 一篮球质量为  $m=0.60\text{kg}$ ，一运动员使其从距地面高度为  $h_1=1.8\text{m}$  处由静止自由落下，反弹高度为  $h_2=1.2\text{m}$ 。若使篮球从距地面  $h_3=1.5\text{m}$  的高度由静止下落，并在开始下落的同时向下拍球，球落地后反弹的高度也为  $1.5\text{m}$ 。假设运动员拍球时对球的作用力为恒力，作用时间为  $t=0.20\text{s}$ ；该篮球每次与地面碰撞前后的动能的比值不变。重力加速度大小取  $g=10\text{m/s}^2$ ，不计空气阻力。求

(1) 运动员拍球过程中对篮球所做的功；

(2) 运动员拍球时对篮球的作用力的大小。

解析：已知篮球落地反弹后没有回到原高度，且不计空气阻力，表明反弹的瞬间有机械能的损失。

又已知篮球每次与地面碰撞前后的动能的比值不变，即碰撞前的动能  $E_{k0}$  与反弹起的动能  $E_k'$  的比值为定值，可设  $E_{k0}/E_k'=k$ 。 $k$  可由第一次落下和弹起的高度求得。

(1) 篮球从  $h_1=1.8\text{m}$  处由静止自由落下，重力势能转化为动能，落地瞬间的动能为  $E_{k1}=E_{p1}=mgh_1=0.60\times 10\times 1.8=10.8(\text{J})$ 。

篮球反弹高度为  $h_2=1.2\text{m}$ ，则反弹瞬间的动能转化为重力势能，反弹瞬间的动能为  $E_{k2}=E_{p2}=mgh_2=0.60\times 10\times 1.2=7.2(\text{J})$ 。

设该篮球每次与地面碰撞前后的动能的比值为  $k$ ，则  $k=E_{k1}/E_{k2}=10.8:7.2=1.5$ 。

第二次向下拍球，篮球弹起的最大高度为  $1.5\text{m}$ ，则弹起瞬间的动能转化为重力势能， $E_{k4}=mgh_4=0.6\times 10\times 1.5=9(\text{J})$ 。

则第二次向下拍球时，篮球落地瞬间的动能为  $E_{k3}=kE_{k4}=1.5\times 9=13.5(\text{J})$ 。

篮球被拍下到落地前机械能守恒，则运动员拍球过程中对篮球所做的功为  $W=E_{k3}-mgh_3=13.5-0.6\times 10\times 1.5=4.5(\text{J})$ 。

(2) 第(1)问求得拍球对篮球所做的功为  $E_k=4.5\text{J}$ ，则拍球期间篮球发生的位移为  $\Delta x=\frac{W}{F}=\frac{4.5}{F}$ 。

在拍球的  $t=0.20\text{s}$  内，篮球受到运动员的作用力  $F$  和重力  $G=mg=0.6\times 10=6(\text{N})$ ，做初速度为 0 的匀加速直线运动，则有：

$$\frac{1}{2}\times\frac{F+G}{m}\times t^2=\Delta x$$

代入  $m=0.60\text{kg}$ ， $G=6\text{N}$ ， $t=0.20\text{s}$ ， $\Delta x=\frac{4.5}{F}$  得：

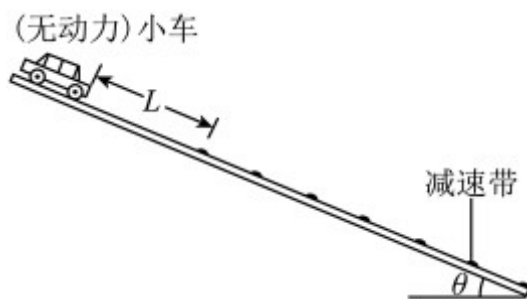
$$\frac{1}{2}\times\frac{F+6}{0.6}\times 0.2^2=\frac{4.5}{F}$$

解得  $F=9.0$  或  $F=-15$ ，舍去负值。

运动员拍球时对篮球的作用力的大小为  $9.0\text{N}$ 。

需注意，本题的数据都保留两位有效数字，因此在计算结果中也要保留两位有效数字。

10. (2021 全国甲卷) 如图，一倾角为  $\theta$  的光滑斜面上有 50 个减速带 (图中未完全画出)，相邻减速带间的距离均为  $d$ ，减速带的宽度远小于  $d$ ；一质量为  $m$  的无动力小车 (可视为质点) 从距第一个减速带  $L$  处由静止释放。已知小车通过减速带损失的机械能与到达减速带时的速度有关。观察发现，小车通过第 30 个减速带后，在相邻减速带间的平均速度均相同。小车通过第 50 个减速带后立即进入与斜面光滑连接的水平地面，继续滑行距离  $s$  后停下。已知小车与地面间的动摩擦因数为  $\mu$ ，重力加速度大小为  $g$ 。



(1) 求小车通过第 30 个减速带后，经过每一个减速带时损失的机械能；

(2) 求小车通过前 30 个减速带的过程中在每一个减速带上平均损失的机械能；

(3) 若小车在前30个减速带上平均每一个损失的机械能大于后一个减速带上损失的机械能, 则  $L$  应满足什么条件?

解析: 已知相邻减速带间的距离均为  $d$ , 减速带的宽度远小于  $d$ , 所以减速度的宽度可以忽略, 减速带的减速作用可以看作瞬间完成。

还已知小车通过减速带损失的机械能与到达减速带时的速度有关, 且小车通过第30个减速带后, 在相邻减速带间的平均速度均相同, 表明此后小车每经过两个减速带之间增加的动能(速度), 等于经过减速带时损失的动能(速度)。

此外, 斜面是光滑的, 没有摩擦。水平地面不光滑, 有摩擦力。

(1) 小车通过第30个减速带后, 在两个减速带之间运动时重力势能转化为机械能, 获得的动能为  $\Delta E_k = \Delta E_p = mgh = mgd \sin \theta$ 。

经过每一个减速带时, 损失的机械能等于之前获得的动能, 即为  $E_{\text{损}2} = mgd \sin \theta$ 。

(2) 小车通过前30个减速带后减少的重力势能为  $mg(L + 29d) \sin \theta$ 。

小车通过后20个减速带时每次的平均速度都相等, 所以动能不再增加, 因此小车刚进入水平地面时的动能等于刚通过前30个减速带时的动能。

小车进入水平地面后做匀减速直线运动, 摩擦力做功等于动能的减少量, 为  $W = f \Delta x = \mu mgs$ 。

因此小车通过前30个减速带的过程中总共损失的机械能等于减少的重力势能减去增加的动能,  $E_{\text{损}} = mg(L + 29d) \sin \theta - \mu mgs$ 。则在每一个减速带上平均损失的机械能为  $E_{\text{损}1} = \frac{mg(L + 29d) \sin \theta - \mu mgs}{30}$ 。

(3) 若小车在前30个减速带上平均每一个损失的机械能大于后一个减速带上损失的机械能, 则需满足关系:  $E_{\text{损}1} > E_{\text{损}2}$ 。即:

$$\frac{mg(L + 29d) \sin \theta - \mu mgs}{30} > mgd \sin \theta$$

$$\text{解得: } L > \frac{\mu s}{\sin \theta} + d$$



## 第七章 动量定理和动量守恒定律

动量定理描述了力在时间上的累积对物体运动状态的影响。若系统不受外力作用或所受到的合外力始终为零，则系统遵循动量守恒。此外，若系统在某个方向上不受外力或所受到的合外力始终为零，则系统在该方向上的动量守恒。

动量定理和动量守恒定律是非常普遍适用的基本规律，无论力属于何种类型、以何种方式做功，只要满足相应的条件，就可以使用这两条定律。

动量守恒定律常被用于分析碰撞问题，即两个物体发生碰撞前后速度的变化。由于碰撞前后物体有可能继续前进，也有可能被弹回，因此事先规定好正方向，用正负号表示速度的方向，可以令计算结果更直观，避免因判断方向而产生错误。

虽然动量定理也可以用于分析力与运动的问题，但是由于动量定律的公式与牛顿第二定律的形式非常相似，因此实质上用力与运动的方法分析没有本质区别，只是概念上的不同而已。

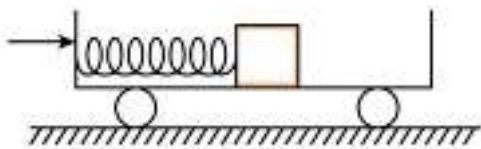
动量定理和动量守恒定律与动能定理和机械能守恒定律相似，不仅是考察的知识点，更是用于分析解决问题的工具。特别是一些较复杂的运动问题，要灵活运用“守恒”关系列出数量公式或简化条件。

力与运动、航空航天、电磁感应等块面都有可能用到动量定理和动量守恒定律，甚至光学和热力学块面也有可能考察与动量定理和动量守恒定律有关的创新题。

分析解决力与运动的有关问题，不能抱着根据“知识点”去寻找题目的“考点”的目的，而是要把所学的知识当作“工具箱”，根据题目需要选取相应的工具进行分析处理，如果题目非常复杂也可以先“乱试一气”。

把复杂的情况分析梳理成清晰的条件线索的方法与对数学等式进行推导变换的能力也非常重要。

1. (2021 全国乙卷) 如图, 光滑水平地面上有一小车, 一轻弹簧的一端与车厢的挡板相连, 另一端与滑块相连, 滑块与车厢的水平底板间有摩擦。用力向右推动车厢使弹簧压缩, 撤去推力时滑块在车厢底板上有相对滑动。在地面参考系 (可视为惯性系) 中, 从撤去推力开始, 小车、弹簧和滑块组成的系统 ( )



- A. 动量守恒, 机械能守恒
- B. 动量守恒, 机械能不守恒
- C. 动量不守恒, 机械能守恒
- D. 动量不守恒, 机械能不守恒

解析: 光滑水平地面, 则小车与地面之间无摩擦。又已知滑块与车厢的水平底板间有摩擦, 则若滑块与小车有相对运动, 则会有机械能损耗。

用力向右推动车厢使弹簧压缩, 撤去推力时, 弹簧的弹性势能转化为滑块的动能。同时滑块与小车之间有摩擦力, 推动小车向右前进, 并有部分能量转化为内能。

由于小车和滑块之间有摩擦力, 所以机械能不守恒。

小车、弹簧和滑块之间有内力作用, 与地面沿水平方向没有外力作用, 构成的系统动量守恒。

本题选 B。

2. (2017 全国I) 将质量为  $1.00\text{kg}$  的模型火箭点火升空,  $50\text{g}$  燃烧的燃气以大小为  $600\text{m/s}$  的速度从火箭喷口在很短时间内喷出。在燃气喷出后的瞬间, 火箭的动量大小为 (喷出过程中重力和空气阻力可忽略) ( )

- A.  $30\text{kg}\cdot\text{m/s}$
- B.  $5.7\times 10^2\text{kg}\cdot\text{m/s}$
- C.  $6.0\times 10^2\text{kg}\cdot\text{m/s}$
- D.  $6.3\times 10^2\text{kg}\cdot\text{m/s}$

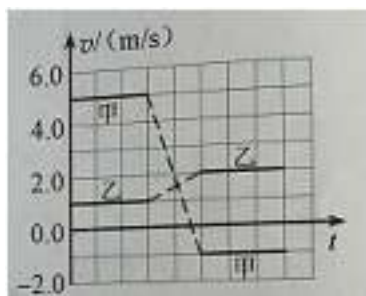
解析：由于燃气在很短时间内喷出，因此时间很短可以忽略重力的作用，题目也明确了喷出过程中重力和空气阻力可忽略，则模型火箭与排出燃气所构成的系统遵循动量守恒定律。

在燃气喷出后的瞬间，火箭的动量大小与燃气相等，方向相反，大小为  $50\text{g} \times 600\text{m/s} = 3.0 \times 10^4 \text{g} \cdot \text{m/s} = 30\text{kg} \cdot \text{m/s}$

本题选 A。

需注意，由于本题求火箭的动量，不需求火箭的速度，因此无论  $1.00\text{kg}$  的质量是否包括  $50\text{g}$  燃气，对结果都没有影响。且由于燃气的质量相对火箭很小，因此对求得的火箭速度的数值的影响也极小。

3. (2020 全国 III) 甲、乙两个物块在光滑水平桌面上沿同一直线运动，甲追上乙，并与乙发生碰撞，碰撞前后甲、乙的速度随时间的变化如图中实现所示。已知甲的质量为  $1\text{kg}$ ，则碰撞过程两物块损失的机械能为 ( )



- A. 3J      B. 4J      C. 5J      D. 6J

解析：水平桌面光滑，没有摩擦力。题目给出了碰撞前后甲、乙的速度随时间的变化情况，由于水平方向甲、乙不受其他外力作用，所以动量守恒。可以使用动量守恒求得甲、乙的质量比。

读图可知，甲碰撞前的速度为  $5.0\text{m/s}$ ，碰撞后的速度为  $-1.0\text{m/s}$ 。乙碰撞前的速度为  $1.0\text{m/s}$ ，碰撞后的速度为  $2.0\text{m/s}$ 。又已知甲的质量为  $1\text{kg}$ ，设乙的速度为  $m_{\text{乙}}$ 。由动量守恒得： $1 \times 5.0 + m_{\text{乙}} \times 1.0 = 1 \times (-1.0) + m_{\text{乙}} \times 2.0$ ，解得  $m_{\text{乙}} = 6(\text{kg})$ 。

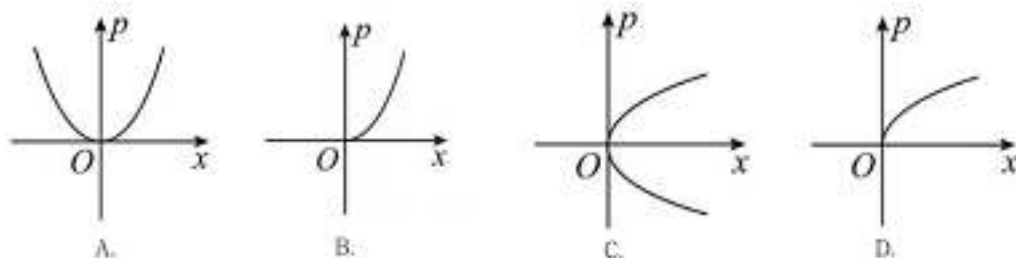
碰撞前的总动能为  $E_{k1} = \frac{1}{2} m_{\text{甲}} v_{\text{甲}}^2 + \frac{1}{2} m_{\text{乙}} v_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 5^2 + \frac{1}{2} \times 6 \times 1^2 = 15.5(\text{J})$ 。

碰撞后的总动能为  $E_{k2} = \frac{1}{2}m_{\text{甲}}v_{\text{甲}}'^2 + \frac{1}{2}m_{\text{乙}}v_{\text{乙}}'^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (-1)^2 + \frac{1}{2} \times 6 \times 2^2 = 12.5(\text{J})$ 。

由于碰撞前后重力势能没有发生变化,碰撞前后损失的机械能等于损失的动能,为  $\Delta E = \Delta E_k = E_{k1} - E_{k2} = 15.5 - 12.5 = 3(\text{J})$

本题选 A。

4. (2021 湖南) 物体的运动状态可用位置  $x$  和动量  $p$  描述,称为相,对应  $p-x$  图像中的一个点。物体运动状态的变化可用  $p-x$  图像中的一条曲线来描述,称为相轨迹。假如一质点沿  $x$  轴正方向做初速度为零的匀加速直线运动,则对应的相轨迹可能是 ( )



解析: 题目介绍了“相”这一概念,实质就是用位置和动量描述物体的运动状态。由于位移和动量都是有方向的矢量,因此相的描述可能较复杂。

题目中质点做直线运动,则只需用正负号表示速度即可,相轨迹实际上就是动量-位移图像。

已知质点沿  $x$  轴正方向做初速度为零的匀加速直线运动,设质量为  $m$ ,加速度为  $a$ ,初始位移为  $x_0$ ,则动量与时间的关系为  $p = mv = mat$ ,位移与时间的关系为  $x = \frac{1}{2}at^2 + x_0$ 。

将  $p = mat$  变形  $t = \frac{p}{ma}$ ,代入  $x = \frac{1}{2}at^2 + x_0$  并变形为用  $x$  表达  $p$  的函数:

$$x = \frac{1}{2}a\left(\frac{p}{ma}\right)^2 + x_0$$

$$p = \sqrt{2m^2a}\sqrt{x-x_0}$$

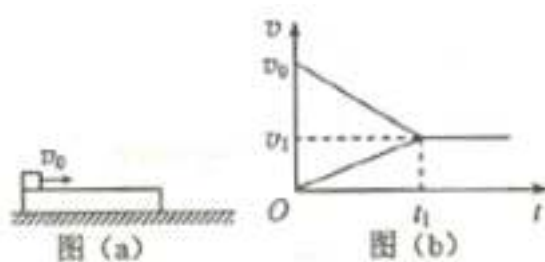
$p$  是关于  $x$  的平方根函数。

又由于初速度为零,因此初始动量也为零。

四个函数图像中，图像左端点的纵坐标为零，且图像接近平方根函数的为 D 选项。

本题选 D。

5. (2018 海南) (多选) 如图 (a)，一长木板静止于光滑水平桌面上， $t=0$  时，小物块以速度  $v_0$  滑到长木板上，图 (b) 为物块与木板运动的  $v-t$  图像，图中  $t_1$ 、 $v_0$ 、 $v_1$  已知。重力加速度大小为  $g$ 。由此可求得 ( )



- A. 木板的长度
- B. 物块与木板的质量之比
- C. 物块与木板之间的动摩擦因数
- D. 从  $t=0$  开始到  $t_1$  时刻，木板获得的动能

解析：水平桌面光滑，因此木板与桌面之间无摩擦。小物块以速度  $v_0$  滑到长木板上，物块受到木板的摩擦力减速。同时物块对木板的摩擦力推动木板向前加速。

已知数据为  $t_1$ 、 $v_0$ 、 $v_1$ 。由于物块初速度为  $v_0$ ，则图 (b) 里上方斜向下的曲线为物块的  $v-t$  图像。由于木板起初静止，因此图 (b) 里下方斜向上的曲线为木板的  $v-t$  图像。

$v-t$  图像中，曲线的斜率为物体的加速度。则物块的加速度为  $a_{\text{物}} = -\frac{v_0 - v_1}{t_1}$ ，木板的加速度为  $a_{\text{板}} = \frac{v_1}{t_1}$ 。

物块的位移与时间的关系为  $x_{\text{物}}(t_1) = v_0 t + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0 - v_1}{t_1} \cdot t^2$ ，木板的位移与时间的关系为  $x_{\text{板}}(t_1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_1}{t_1} \cdot t^2$ 。

物块  $t_1$  时刻的位移为  $x_{\text{物}}(t_1) = v_0 t_1 + \frac{(v_0 - v_1)t_1}{2}$ ，木板  $t_1$  时刻的位移为  $x_{\text{板}} = \frac{1}{2} v_1 t_1$ 。

根据图 (b) 可知，到  $t_1$  时刻物块和木板的速度相同，二者以共同的速度前进，由动量守恒可得： $m_{\text{物}} v_0 = (m_{\text{物}} + m_{\text{板}}) v_1$ ，化简可得物块与木板的质量比  $m_{\text{物}} : m_{\text{板}} = \frac{v_1}{v_0 - v_1}$ 。

将  $x_{\text{物}}(t_1) = v_0 t_1 + \frac{(v_0 - v_1)t_1}{2}$  与  $x_{\text{板}}(t_1) = \frac{1}{2} v_1 t_1$  联立消去  $t_1$ ，通过将连个等式两边相除的方法：

$$\frac{x_{\text{物}}(t_1)}{x_{\text{板}}(t_1)} = \frac{v_0 t_1 + \frac{(v_0 - v_1)t_1}{2}}{\frac{1}{2} v_1 t_1}$$

$$\frac{x_{\text{物}}(t_1)}{x_{\text{板}}(t_1)} = \frac{3v_0 - v_1}{v_1}$$

可求得物块与木板在以相同的速度运动时，二者发生的位移之比。逐个分析判断各选项。

选项 A，只能求得物块与木板在以相同的速度运动时，二者发生的位移之比，无法求得二者之间直接相加减的数量关系，且也未知最终物块停在木板上的何处未知，因此无求得木板长度。排除。

选项 B，按照上述分析， $m_{\text{物}} : m_{\text{板}} = \frac{v_1}{v_0 - v_1}$ 。备选。

选项 C，设物块与木板之间的动摩擦因数为  $\mu$ ，物块受到的摩擦力为  $f = \mu m_{\text{物}} g$ ，物块的加速度为  $a_{\text{物}} = \frac{f_{\text{物}}}{m_{\text{物}}} = \mu g$ 。前面已求得  $a_{\text{物}} = -\frac{v_0 - v_1}{t_1}$ ，

联立得  $\mu g = -\frac{v_0 - v_1}{t_1}$ ，则  $\mu = \frac{v_0 - v_1}{gt_1}$ 。备选。

选项 D，要求得木板获得的动能，需要得到木板的质量和速度。木板的速度已知，但是质量无法直接求得。排除。

本题选 BC。

6. (2019 江苏) 质量为  $M$  的小孩站在质量为  $m$  的滑板上, 小孩和滑板均处于静止状态, 忽略滑板与地面间的摩擦。小孩沿水平方向跃离滑板, 离开滑板时的速度大小为  $v$ , 此时滑板的速度大小为 ( )

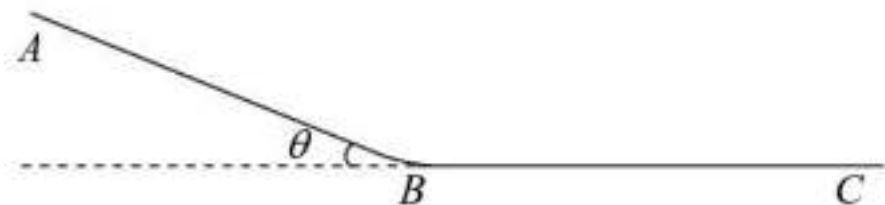
- A.  $\frac{m}{M}v$       B.  $\frac{M}{m}v$       C.  $\frac{m}{m+M}v$       D.  $\frac{M}{m+M}v$

解析: 已知忽略滑板与地面间的摩擦, 则地面对小孩和滑板没有沿水平方向的作用力, 小孩和滑板之间沿水平方向只有内力作用, 遵循动量守恒定律。

起跳前小孩和滑板均处于静止状态, 且小孩沿水平方向跃离滑板时的速度大小为  $v$ 。设小孩离开滑板时滑板的速度为  $v'$ , 则有  $0 = Mv + mv'$ , 解得  $v' = -\frac{M}{m}v$ , 负号表示方向与小孩的方向相反, 所以此时滑板的速度大小为  $\frac{M}{m}v$ 。

本题选 B。

7. (2021 河北) 如图, 一滑雪道由  $AB$  和  $BC$  两段滑雪道组成, 其中  $AB$  段倾角为  $\theta$ ,  $BC$  段水平,  $AB$  段和  $BC$  段由一小段光滑圆弧连接。一个质量为  $2\text{kg}$  的背包在滑道顶端  $A$  处由静止滑下, 若  $1\text{s}$  后质量为  $48\text{kg}$  的滑雪者从顶端以  $1.5\text{m/s}$  的初速度、 $3\text{m/s}^2$  的加速度匀加速追赶, 恰好在坡底光滑圆弧的水平处追上背包并立即将其拎起。背包与滑道的动摩擦因数为  $\mu = \frac{1}{12}$ , 重力加速度取  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\sin \theta = \frac{7}{25}$ ,  $\cos \theta = \frac{24}{25}$ , 忽略空气阻力及拎包过程中滑雪者与背包的重心变化。求:



- (1) 滑道  $AB$  段的长度;
- (2) 滑雪者拎起背包时这一瞬间的速度。

解析: (1) 已知背包先从滑道顶端滑下, 且有摩擦力的作用。背

包的质量、斜坡的倾角、滑动摩擦因数等数据都已知，可求得背包的运动情况。

1s后滑雪者从顶端滑下，且初速度和加速度都已知，也易求其运动情况。

已知恰好在坡底光滑圆弧的水平处追上背包并立即将其拎起，则应当可通过联立背包和滑雪者的运动情况求得滑道AB段的长度。

对背包作简单的受力分析。受到重力 $mg$ 、滑道的支持力 $N$ 、滑道的摩擦力 $f$ 。支持力 $N$ 与重力沿垂直滑道方向的分力 $mg\cos\theta$ 平衡，即 $N=mg\cos\theta$ ，背包受到的摩擦力为 $f=\mu N=\mu mg\cos\theta$ 。重力沿斜面的分力为 $F'=mg\sin\theta$ 。背包沿斜面方向的合力为 $F'-f=mg\sin\theta-\mu mg\cos\theta$ 。

背包的加速度为 $a=\frac{F'}{m}=g(\sin\theta-\mu\cos\theta)=10\times\frac{7}{25}-\frac{1}{12}\times10\times\frac{24}{25}=2\text{m/s}^2$ 。即：

背包作初速度为0，加速度为 $2\text{m/s}^2$ 的匀加速直线运动，位移 $x$ 与时间 $t$ 的关系为： $x=\frac{1}{2}\times2\times t^2=t^2$ 。

滑雪者在斜坡上做初速度为 $1.5\text{m/s}$ 、加速度为 $3\text{m/s}^2$ 的匀加速直线运动，位移 $x$ 与时间 $t$ 的关系为 $x=1.5t+\frac{1}{2}\times3t^2=1.5t+1.5t^2$ 。

滑雪者恰好在坡底光滑圆弧的水平处追上背包，此时经历的时间比背包少1s，位移相等，联立上述两个等式：

$$x=t^2$$

$$x=1.5(t-1)+1.5(t-1)^2$$

解方程组：

$$x=t^2=1.5(t-1)+1.5(t-1)^2$$

$$t^2-3t=0$$

解得 $t=3$ 或 $t=0$ （舍去）

$$x=t^2=9\text{m}$$

滑道AB段的长度为9m。

（2）滑雪者拎起背包时这一瞬间，二者在光滑圆弧上，受到的合外力为零，滑雪者被背包遵循动量守恒。



滑雪者拎起背包前, 背包的速度为  $v_{\text{包}} = a_{\text{包}} t = 2 \times 3 = 6(\text{m/s})$ , 滑雪者的速度为  $v_{\text{人}} = 1.5 + 3 \times (3 - 1) = 7.5(\text{m/s})$ 。

背包和滑雪者的动量之和为  $p_1 = 2 \times 6 + 48 \times 7.5 = 372 \text{kg} \cdot \text{m/s}$ 。

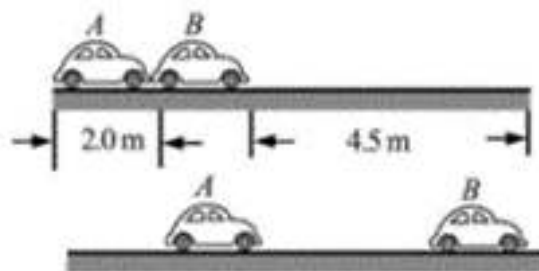
滑雪者拎起背包后, 二者速度相等, 根据动量守恒得:

$$p_2 = p_1 = (2 + 48)v = 372$$

$$v = 7.44(\text{m/s})$$

滑雪者拎起背包时这一瞬间的速度为  $7.44 \text{m/s}$ 。

8. (2018 全国 II) 汽车 A 在水平冰雪路面上行驶。驾驶员发现其正前方停有汽车 B, 立即采取制动措施, 但仍然撞上了汽车 B。两车碰撞时和两车都完全停止后的位置如图所示, 碰撞后 B 车向前滑动了  $4.5 \text{m}$ , A 车向前滑动了  $2.0 \text{m}$ 。已知 A 和 B 的质量分别为  $2.0 \times 10^3 \text{kg}$  和  $1.5 \times 10^3 \text{kg}$ , 两车与该冰雪路面间的动摩擦因数均为  $0.10$ , 两车碰撞时间极短, 在碰撞后车轮均没有滚动, 重力加速度大小为  $g = 10 \text{m/s}^2$ 。求



(1) 碰撞后的瞬间 B 车速度的大小;

(2) 碰撞前的瞬间 A 车速度的大小。

解析: 汽车 A 发现汽车 B 时, 立即制动, 做匀加速直线运动。两车相撞后, B 汽车获得速度并作匀加速直线运动, A 损失速度后也继续做匀加速直线运动。

题目已知 A 车和 B 车的质量、滑动摩擦因数、碰撞后两车分别滑行的距离。

根据重力加速度和滑动摩擦因数可求得两车滑行时的加速度, 结合两车从开始滑行到停止的距离, 可以求得滑行的时间和初速度。

碰撞瞬间 A、B 两车遵循动量守恒，由于碰撞前 B 车静止，因此可以根据碰撞后两车的速度求得碰撞前 A 车的速度。

(1) 碰撞后，B 车做匀加速直线运动。设初速度为  $v_B$ ，加速度的大小为  $a_B = \frac{f_B}{m_B} = \frac{\mu m_B g}{m_B} = \mu g$ 。

由于 B 车做匀加速直线运动，满足关系  $v_B^2 - 0^2 = 2a_B s_B$ ，代入  $a_B = \mu g$ 、 $s_B = 4.5\text{m}$ ，得碰撞后 B 车的速度为：

$$v_B = \sqrt{2a_B s_B} = \sqrt{2\mu g s_B} = \sqrt{2 \times 0.10 \times 10 \times 4.5} = 3.0(\text{m/s})$$

(2) 碰撞后 A 车的速度、滑行距离、加速度满足关系  $v_A^2 - 0^2 = 2a_A s_A$ 。

其中  $a_A = \frac{f_A}{m_A} = \frac{\mu m_A g}{m_A} = \mu g$ ， $s_A = 2.0\text{m}$ ，得碰撞后 A 车的速度为：

$$v_A = \sqrt{2a_A s_A} = \sqrt{2\mu g s_A} = \sqrt{2 \times 0.10 \times 10 \times 2} = 2.0(\text{m/s})$$

设碰撞前的瞬间 A 车速度的大小为  $v_0$ ，由动量守恒得：

$$m_A v_0 = m_A v_A + m_B v_B$$

代入相应的数值：

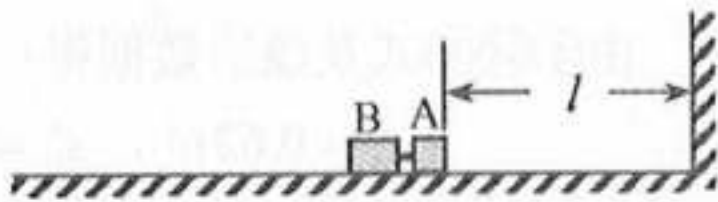
$$2.0 \times 10^3 v_0 = 2.0 \times 10^3 \times 2.0 + 1.5 \times 10^3 \times 3.0$$

解得： $v_0 = 4.3(\text{m/s})$

碰撞前的瞬间 A 车速度的大小为  $4.3\text{m/s}$

再次提醒，题目中的数据都保留两位有效数字，最终结果也应保留两位有效数字。

9. (2019 全国 III) 静止在水平地面上的两小物块 A、B，质量分别为  $m_A = 1.0\text{kg}$ ， $m_B = 4.0\text{kg}$ ；两者之间有一被压缩的微型弹簧，A 与其右侧的竖直墙壁距离  $l = 1.0\text{m}$ ，如图所示。某时刻，将压缩的微型弹簧释放，使 A、B 瞬间分离，两物块获得的动能之和为  $E_k = 10.0\text{J}$ 。释放后，A 沿着与墙壁垂直的方向向右运动。A、B 与地面之间的动摩擦因数均为  $\mu = 0.20$ 。重力加速度取  $g = 10\text{m/s}^2$ 。A、B 运动过程中所涉及的碰撞均为弹性碰撞且碰撞时间极短。



(1) 求弹簧释放后瞬间 A、B 的速度大小；

(2) 物块 A、B 中的哪一个先停止？该物块刚停止时 A 与 B 之间的距离是多少？

(3) A 和 B 都停止后，A 与 B 之间的距离是多少？

解析：已知两小物块 A、B 之间压缩有一个弹簧，释放弹簧后 A、B 分离，分别向右左两边运动。由于是微型弹簧，且瞬间分离，所以 A、B 被弹开时只有内力，合外力为零，遵循动量守恒定律。

题目还已知 A 和 B 的质量，以及分离时两物块获得的动能之和，则可以分别根据动量守恒和获得动能建立两个方程，当中只有两个未知数：A 和 B 分离时的速度的大小  $v_A$  和  $v_B$ 。

由动量守恒得：  $m_A v_A = m_B v_B$

由获得动能之和为  $E_k = 10.0\text{J}$  得：  $\frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = 10.0$

代入  $m_A = 1.0\text{kg}$ ，  $m_B = 4.0\text{kg}$  得：

$$1.0 v_A = 4.0 v_B$$

$$\frac{1}{2} \times 1.0 \times v_A^2 + \frac{1}{2} \times 4.0 \times v_B^2 = 10.0$$

解得  $v_A = 4.0(\text{m/s})$ ，  $v_B = 1.0(\text{m/s})$

弹簧释放后瞬间 A 的速度大小为  $4.0\text{m/s}$ ，B 的速度大小为  $1.0\text{m/s}$ 。

(2) A、B 摊开后，分别向右左两边做匀加速直线运动。由于 A 的右边有墙，且碰撞为弹性碰撞，则 A 碰到墙上的瞬间以原速度向左运动。

先分析较简单的 B，碰撞后，B 的初速度为  $v_B = 1.0\text{m/s}$ ，加速度的大小为  $a = \mu g = 0.20 \times 10 = 2.0(\text{m/s}^2)$ ，B 从弹开到停下所经历的时间为

$$t_B = \frac{v_B}{a} = \frac{1.0}{2.0} = 0.50\text{s}。$$

A 虽然可能会与墙发生碰撞,但由于是弹性碰撞,碰撞后 A 的速度的大小不变,只是方向改变,且 A 的加速度的大小始终不变,方向始终与速度相反, A 从弹开到停下所经历的时间为

$$t_A = \frac{v_A}{a} = \frac{4.0}{2.0} = 2.0\text{s}.$$

$t_B < t_A$ , B 先停止。

若没有墙,当 B 停止时 A 运动的位移为  $x_{A1} = 4.0 \times 0.5 - \frac{1}{2} \times 2.0 \times 0.5^2 = 1.75(\text{m})$ 。因为  $x_{A1} < l$ , 所以 A 碰到了墙。

A 碰墙前后只改变速度和加速度的方向,大小都未改变,因此 A 运动 1.0m 碰墙后,向左运动 0.75m,到释放弹簧令 A、B 弹开的位置的距离为  $1.0 - 0.75 = 0.25(\text{m})$ ,在其右侧。

B 距离释放位置的距离等于 B 发生的位移,  $x_B = \frac{v_B^2}{2a} = \frac{1.0^2}{2 \times 2.0} = 0.25(\text{m})$ ,在其左侧。

所以 A、B 之间的距离为  $0.25 + 0.25 = 0.50(\text{m})$ 。

(3) 上一问已求得, B 停止后在释放位置的左侧 0.25m。

若没有墙, A 发生的位移为  $x_A = \frac{v_A^2}{2a} = \frac{4.0^2}{2 \times 2.0} = 4.0(\text{m})$ 。由于运动 1.0m 后与墙发生弹性碰撞,加速度和速度的大小不变,方向变为与原来相反,因此 A 最终停在距离墙  $4.0 - 1.0 = 3.0(\text{m})$  的位置,该位置距离释放位置  $3.0 - 1.0 = 2.0(\text{m})$ ,在其左侧。

然而 B 已经停在释放位置左侧 0.25m 的位置,即 A 运动到距离墙 1.75m 的位置时将与 B 发生弹性碰撞, A 当前总共运动的距离为  $1.0 + 1.0 + 0.25 = 2.25(\text{m})$ 。

设第二次碰撞前 A 的速度为  $v_A'$ , 则满足关系:  
 $v_A'^2 - v_A'^2 = 2 \times 2.0 \times 2.25$ , 代入  $v_A = 4.0(\text{m/s})$ , 求得  $v_A' = \sqrt{7}(\text{m/s})$ 。

设第二次碰撞后 A 和 B 的速度大小分别为  $v_{A2}$  和  $v_{B2}$ , 由动量守恒和机械能守恒分别可得:

$$m_A v_A' = m_A v_{A2} + m_B v_{B2}$$

$$\frac{1}{2} m_A v_A'^2 = \frac{1}{2} m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B2}^2$$

代入相应的数值得:

$$\sqrt{7} = v_{A2} + 4v_{B2}$$

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{7}^2 = \frac{1}{2} v_{A2}^2 + \frac{1}{2} \times 4v_{B2}^2$$

$$\text{解得 } v_{A2} = -\frac{3}{5}\sqrt{7}(\text{m/s}), \quad v_B = \frac{2}{5}\sqrt{7}(\text{m/s})$$

即 A 被弹回, 具有向右的初速度  $v_{A2} = \frac{3}{5}\sqrt{7}\text{m/s}$ ; B 具有向左的初速度  $v_B = \frac{2}{5}\sqrt{7}\text{m/s}$ 。

$$\text{A 向右运动的位移为 } s_{A2} = \frac{v_{A2}^2}{2a} = \frac{(\frac{3}{5}\sqrt{7})^2}{2 \times 2} = 0.63(\text{m})$$

$$\text{B 向左运动的位移为 } s_{B2} = \frac{v_{B2}^2}{2a} = \frac{(\frac{2}{5}\sqrt{7})^2}{2 \times 2} = 0.28(\text{m})$$

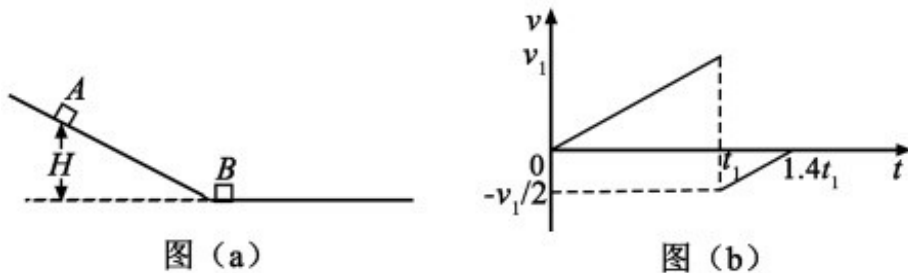
A 和 B 都停止后, A 与 B 之间的距离是:

$$d = s_{A2} + s_{B2} = 0.63 + 0.28 = 0.91(\text{m})$$

本题的运动过程较复杂, 主要是 A 遇到墙壁会反弹。由于 A 与墙壁发生弹性碰撞, 碰撞后仅改变速度的方向, 同时也改变摩擦力的方向, 因此可以通过“对称”的思路, 墙壁相当于镜面, A 相撞墙后的运动与墙壁时的运动镜面对称。

10. (2019 全国I) 竖直面内一倾斜轨道与一足够长的水平轨道通过一小段光滑圆弧平滑连接, 小物块 B 静止于水平轨道的最左端, 如图(a)所示。  $t=0$  时刻, 小物块 A 在倾斜轨道上从静止开始下滑, 一段时间后与 B 发生弹性碰撞(碰撞时间极短); 当 A 返回到倾斜轨道上的 P 点(图中未标出)时, 速度减为 0, 此时对其施加一外力, 使其在倾斜轨道上保持静止。物块 A 运动的  $v-t$  图像如图(b)所示,

图中的  $v_1$  和  $t_1$  均为未知量。已知 A 的质量为  $m$ ，初始时 A 与 B 的高度差为  $H$ ，重力加速度大小为  $g$ ，不计空气阻力。



(1) 求物块 B 的质量；

(2) 在图 (b) 所描述的整个运动过程中，求物块 A 克服摩擦力所做的功；

(3) 已知两物块与轨道间的动摩擦因数均相等。在物块 B 停止运动后，改变物块与轨道间的动摩擦因数，然后将 A 从 P 点释放，一段时间后 A 刚好能与 B 再次碰上。求改变前后动摩擦因数的比值。

解析：A 从斜面上滑下，与斜面底端的 B 发生弹性碰撞。A 反弹回斜面，B 向右运动。

根据图 (b) 中 A 在下滑和上升阶段的加速度（斜率）不同可判断应当有摩擦力。第 (3) 问中也明确有摩擦力。

图 (b) 为 A 的  $v-t$  图像，可求得 A 的加速度，帮助分析 A 的受力情况。A 速度发生突变的  $t_1$  时刻 A 与 B 发生弹性碰撞，有可能根据速度变化情况，使用动量守恒和机械能守恒，求得 A 和 B 的质量比。

(1) 根据图 (b) 可知，A 与 B 发生弹性碰撞前的瞬间，A 的速度为  $v_1$ ，发生弹性碰撞后的瞬间，A 的速度变为  $-\frac{v_1}{2}$ 。设 B 的质量为  $m_B$ ，碰撞后 B 的速度为  $v_B$ ，由动量守恒和机械能守恒分别可得：

$$mv_1 = m \cdot \left(-\frac{v_1}{2}\right) + m_B v_B$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m \cdot \left(-\frac{v_1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2$$

将两个等式化简得：

$$3mv_1 = 2m_B v_B$$

$$3mv_1^2 = 4m_B v_B^2$$

两个等式相除得:

$$\frac{3mv_1^2}{3mv_1} = \frac{4m_B v_B^2}{2m_B v_B}$$

$$v_B = \frac{1}{2}v_1$$

代入  $3mv_1 = 2m_B v_B$  得:

$$m_B = 3m$$

物块 B 的质量为  $3m$ 。

(2) 在图 (b) 所描述的整个运动过程可以分为 2 个阶段:

第 1 阶段为 A 从斜面上滑下, 重力势能转化为动能的同时, 有一部分用于克服摩擦力做功, 可用初始的重力势能减去碰撞前的动能求得。

第 2 阶段为 A 被反弹回去直到停止, 动能转化为重力势能的同时, 有一部分用于克服摩擦力作用。可用刚反弹时的动能减去最终停下时的重力势能求得。

第 1 阶段: A 的起始高度为  $H$ , 初始机械能等于重力势能, 为  $E_0 = mgH$ 。

A 与 B 碰撞前, 速度为  $v_1$ , 此时的机械能等于动能, 为  $E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$ 。

克服摩擦力做的功为  $W_1 = E_0 - E_1 = mgH - \frac{1}{2}mv_1^2$ 。

第 2 阶段: A 的初始机械能等于碰撞后的动能, 为  $E_2 = \frac{1}{2}m(-\frac{v_1}{2})^2 = \frac{1}{8}mv_1^2$ 。

A 最终停下的高度, 可根据 A 沿斜面滑动的位移与斜面的倾角求得。其中, A 沿斜面滑动的位移可根据  $v-t$  图像中的数据求得。斜面的倾角需要根据第 1 阶段 A 沿斜面滑动的距离与 A 的初始高度求得。

第 1 阶段, A 沿斜面滑动的初速度为 0, 加速度为  $a_1 = \frac{v_1}{t_1}$ , A 沿斜面滑动的距离为  $L_1 = \frac{1}{2} \frac{v_1}{t_1} t_1^2 = \frac{v_1 t_1}{2}$ 。又因为 A 的初始高度为  $H$ , 则斜面倾角的正弦值为  $\sin \theta = \frac{H}{L_1} = \frac{2H}{v_1 t_1}$ 。

第 2 阶段, A 沿斜面滑动的初速度为  $-\frac{v_1}{2}$ , 加速度的大小为  $a_2 = \frac{|\frac{v_1}{2}|}{1.4t_1 - t_1} = \frac{5v_1}{4t_1}$ , 沿斜面滑动的距离为  $L_2 = \frac{v_1}{2} \times 0.4t_1 - \frac{1}{2} \times \frac{5v_1}{4t_1} \times (0.4t_1)^2 = 0.1v_1 t_1$ , A 停下时的高度为  $H_2 = L_2 \sin \theta = 0.1v_1 t_1 \cdot \frac{2H}{v_1 t_1} = 0.2H$ 。

A 停下后的机械能等于重力势能, 为  $E_4 = 0.2mgH$ 。A 第 2 阶段克服摩擦力做功为  $W_2 = E_3 - E_4 = \frac{1}{8}mv_1^2 - 0.2mgH$ 。

综上, 在图 (b) 所描述的整个运动过程中, 求物块 A 克服摩擦力所做的功为  $W = W_1 + W_2 = mgH - \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{8}mv_1^2 - 0.2mgH = 0.8mgH - \frac{3}{8}mv_1^2$ 。

由于  $v_1$  和  $t_1$  是未知量, 还需要用已知量  $m$ 、 $g$ 、 $H$  表示出来。可根据 A 的加速度与受力情况分析。

A 下滑时, 受三个力的作用: 竖直向下的重力  $mg$ , 斜面的支持力  $N$ , 斜面的摩擦力  $f$ 。

支持力  $N$  与重力沿垂直斜面的分力平衡:  $N = mg \cos \theta$ 。设动摩擦因数为  $\mu$ , 摩擦力为  $f = \mu N = \mu mg \cos \theta$ 。A 下滑的加速度与质量的乘积等于重力沿斜面的分力减去摩擦力:  $mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta = ma_1 = m \frac{v_1}{t_1}$

A 碰撞后上滑时, A 的加速度与质量的乘积等于重力沿斜面的分力加上摩擦力:  $mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta = ma_2 = \frac{5mv_1}{4t_1}$

联立得方程组:

$$g \sin \theta - \mu g \cos \theta = \frac{v_1}{t_1}$$



$$g \sin \theta + \mu g \cos \theta = \frac{5v_1}{4t_1}$$

两个等式相加得:

$$2g \sin \theta = \frac{9v_1}{4t_1}$$

代入  $\sin \theta = \frac{H}{L_1} = \frac{2H}{v_1 t_1}$  得:

$$2g \cdot \frac{2H}{v_1 t_1} = \frac{9v_1}{4t_1}$$

化简得:

$$v_1^2 = \frac{16gH}{9}$$

代入  $W = 0.8mgH - \frac{3}{8}mv_1^2$  得:

$$W = 0.8mgH - \frac{3}{8}m \times \frac{16gH}{9} = \frac{2}{15}mgH$$

(3) 设改变前后的动摩擦因数分别为  $\mu$  和  $\mu'$ 。

第(1)问已求得, B 的质量为  $3m$ , 碰撞后 B 的速度为  $v_B = \frac{1}{2}v_1$ 。

B 的加速度的大小为  $\mu g$ , 则 B 发生的位移为  $x = \frac{(\frac{1}{2}v_1)^2}{2\mu g} = \frac{v_1^2}{8\mu g}$ 。

当动摩擦因数变为  $\mu'$  时, A 要能刚好与 B 再次碰上, 则其在水平轨道上发生的位移应当也为  $x = \frac{v_1^2}{8\mu g}$ , 此时 A 在水平轨道的加速度

大小为  $\mu'g$ , 则 A 在刚抵达水平轨道时的初速度应为

$$v_A' = \sqrt{2\mu'gx} = \sqrt{2\mu'g \times \frac{v_1^2}{8\mu g}} = \frac{v_1}{2} \sqrt{\frac{\mu'}{\mu}}。$$

A 从 P 点下滑到水平滑道的位移为  $L_2 = 0.1v_1 t_1$ , 将动摩擦因数变为  $\mu'$  后的加速度为  $a' = g \sin \theta - \mu'g \cos \theta$ , 则满足关系:

$$\left(\frac{v_1}{2} \sqrt{\frac{\mu'}{\mu}}\right)^2 = 2(g \sin \theta - \mu'g \cos \theta) \times 0.1v_1 t_1$$

$$\frac{v_1}{4t_1} \frac{\mu'}{\mu} = \frac{1}{5} g(\sin \theta - \mu' \cos \theta)$$

该等式很重要，先放着。

根据第(2)问中列出的

$$g \sin \theta - \mu g \cos \theta = \frac{v_1}{t_1}$$

$$g \sin \theta + \mu g \cos \theta = \frac{5v_1}{4t_1}$$

将两个等式相减得：

$$2\mu g \cos \theta = \frac{v_1}{4t_1}$$

$$\cos \theta = \frac{v_1}{8\mu g t_1}$$

将  $\sin \theta = \frac{2H}{v_1 t_1}$  和  $\cos \theta = \frac{v_1}{8\mu g t_1}$  代入很重要的  $\frac{v_1}{4t_1} \frac{\mu'}{\mu} = \frac{1}{5} g(\sin \theta - \mu' \cos \theta)$ ：

$$\frac{v_1}{4t_1} \frac{\mu'}{\mu} = \frac{1}{5} g \left( \frac{2H}{v_1 t_1} - \mu' \frac{v_1}{8\mu g t_1} \right)$$

$$\frac{v_1^2}{4} \frac{\mu'}{\mu} = \frac{2}{5} gH - \frac{v_1^2 \mu'}{40\mu}$$

代入  $v_1^2 = \frac{16gH}{9}$  得：

$$\frac{16gH}{9} \frac{\mu'}{\mu} = \frac{2}{5} gH - \frac{16gH}{9} \frac{\mu'}{40\mu}$$

$$\frac{4gH}{9} \frac{\mu'}{\mu} = \frac{2}{5} gH - \frac{2gH \mu'}{45\mu}$$

$$\frac{4}{9} \frac{\mu'}{\mu} = \frac{2}{5} - \frac{2\mu'}{45\mu}$$

令  $\frac{\mu}{\mu'} = k$ ，代入上式得：

$$\frac{4}{9} \frac{1}{k} = \frac{2}{5} - \frac{2}{45} \frac{1}{k}$$

$$k = \frac{11}{9}$$

改变前后动摩擦因数的比值为  $\frac{11}{9}$ 。

本题的计算推导较为复杂，特别是需要用已知的参数表示未知的参数，对数学处理能力有较高要求。一般方法为根据已知信息尽可能的列出等式关系，然后通过消元、将形式相似的等式相加减的方式，对等式进行化简。

## 第八章 机械振动和机械波

机械振动是一种较特殊的运动方式。理想的机械振动也叫作简谐运动，其特点为运动物体受到的合外力的大小与偏离平衡位置的位移成正比，且方向始终相反，也遵循牛顿运动定律。正弦函数或余弦函数可以很好的描述和分析简谐振动。

机械振动在空间上传播就产生了机械波。简谐振动所形成机械波在任意时刻的形状也是正弦函数或余弦函数。

分析解决关于机械振动的问题，主要有两个切入点。一是从简谐振动本身物体的位移、速度、加速度、受力情况进行力学分析，梳理清楚物体运动的基本情况。二是使用三角函数描述简谐运动的状态，用数学的方法分析处理三角函数，确定对应的物理状态。这两个切入点有时单独使用，有时需共同使用。

分析解决关于机械波的问题，一般既需分析质点的简谐振动情况，又需分析整列波的波形图，再将二者联系起来。将简谐振动与波形图联系起来的要素主要有两个：质点和时间。即：已知位移-时间图像的质点在波形图中的位置（横坐标）、已知波形图所对应的时间。

判断波的传播方向时，可根据更靠近波源的质点的运动状态总是领先靠近远方一侧的相邻质点、落后于靠近波源一侧的相邻质点的原理进行判断。

解决物理问题总是离不开数学工具。机械振动的位移-时间图像可以用正弦函数或余弦函数表示，机械波的波形图也可以用正弦函数或余弦函数表示，因此若能求出相应的带参数的三角函数表达式，则可以使用三角函数的知识精确地分析解决相应的问题。波的反射、折射、干涉、衍射经常需要用到平面几何的知识。

另外，多普勒效应的计算、有能量损耗的阻尼振动、受外力驱动的受迫振动等也是可能出现的考察内容。波的知识也经常出现在光波、电磁波等其他类型的波的题目中。

1. (2019 全国 III) (多选) 水槽中, 与水面接触的两根相同细杆固定在同一个振动片上, 振动片做简谐振动时, 两根细杆周期性出动水面形成两个波源。两波源发出的波在水面上相遇, 在重叠区域发生干涉并形成了干涉图样。关于两列波重叠区域内水面上振动的质点, 下面说法正确的是 ( )

- A. 不同质点的振幅都相同
- B. 不同质点振动的频率都相同
- C. 不同质点振动的相位都相同
- D. 不同质点振动的周期都与振动片的周期相同
- E. 同一质点处, 两列波的相位差不随时间变化

解析: 由于两根相同的细杆固定在同一个振动片上, 因此当振动片做简谐振动时, 两根细杆受到振动片的驱动, 做频率相同的简谐振动, 且振幅也应当相同。

两根细杆作为波源, 分别引起周围水面振动, 则两处水面振动的频率也振幅也应当相同。

在重叠区域发生干涉并形成图样。在重叠区域, 距离两个波源的距离相等或距离之差等于波长的整数倍位置为振动的加强区, 距离两个波长的距离等于半波长的奇数倍的位置为减弱区。

题目问两列波重叠区域内水面上振动的质点的情况, 逐个分析判断各选项。

选项 A, 两列波相互增强的区域的振幅较大, 两列波相互抵消的区域的振幅较小。错误, 排除。

选项 B, 由于两列波的波源的振动频率相同, 因此两列波的干涉区域的频率也都相同。正确, 备选。

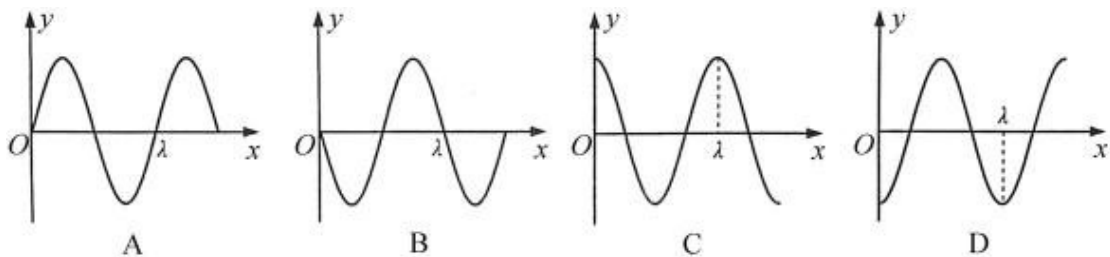
选项 C, 不同质点振动的相位与到波源的距离与波长的关系有关, 不都相同。错误, 排除。

选项 D, 不同质点振动的频率都与振动片相同, 周期等于频率的倒数, 因此周期也都与振动片相同。正确, 备选。

选项 E, 两列波在各质点处的相位差只与到两个波源的距离之差有关, 是定值, 不随时间变化。正确, 备选。

本题选 BDE。

2. (2022 山东) 一列简谐横波在均匀介质中沿  $x$  轴负方向传播, 已知  $x = \frac{5}{4}\lambda$  处质点的振动方程为  $y = A \cos(\frac{2\pi}{T}t)$ , 则  $t = \frac{3}{4}T$  时刻的波形图正确的是 ( )

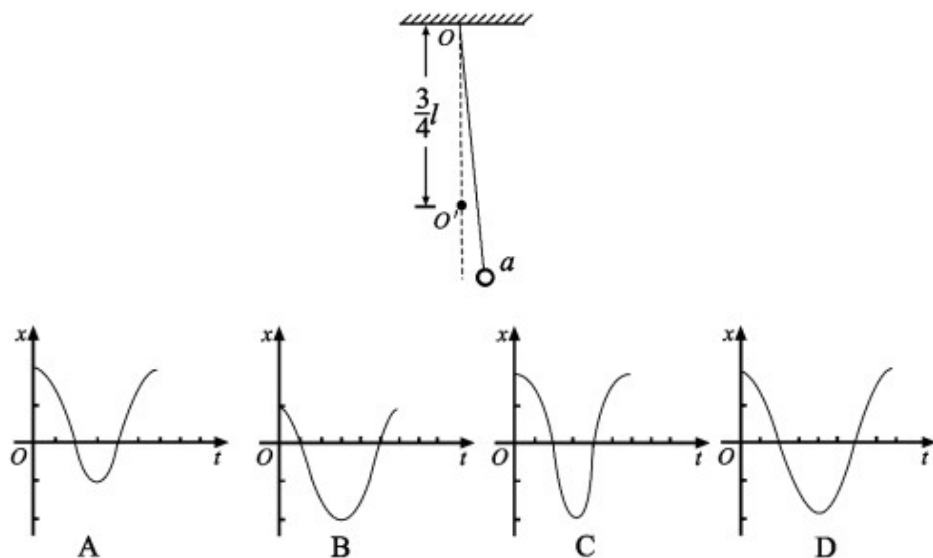


解析: 已知  $x = \frac{5}{4}\lambda$  处质点的振动方程为  $y = A \cos(\frac{2\pi}{T}t)$ , 则  $t = \frac{3}{4}T$  时刻该质点的位移为  $y = A \cos(\frac{2\pi}{T} \times \frac{3}{4}T) = A \cos(\frac{3\pi}{2}) = 0$ 。可排除选项 AB。

当  $t = \frac{3}{4}T$  时, 该质点的相位为  $\frac{3\pi}{2}$ , 结合余弦函数的图像可知, 该点即将向上运动。由于已知该波沿  $x$  轴负方向传播, 则该点右侧的质点应当在其上方, 左侧的质点在其下方。可排除选项 C。

本题选 D。

3. (2019 全国 II), 如图, 长为  $l$  的细绳下方悬挂一小球  $a$ , 绳的另一端固定在天花板上  $O$  点处, 在  $O$  点正下方  $\frac{3}{4}l$  的  $O'$  处有一固定细铁钉。将小球向右拉开, 使细绳与竖直方向成一小角度 (约为  $2^\circ$ ) 后由静止释放, 并从释放时开始倒计时。当小球  $a$  摆至最低位置时, 细绳会受到铁钉的阻挡。设小球相对于其平衡位置的水平位移为  $x$ , 向右为正。下列图像中, 能描述小球在开始一个周期内的  $x-t$  关系的是 ( )



解析：单摆的周期公式为  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 。当小球从最右端摆动到竖直状态时，单摆的长为  $l$ ，周期为  $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ，由于只摆动一半，所以前半段经历的时间为  $t_1 = \frac{1}{2}T_1 = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 。

当小球经过竖直位置后，由于细铁钉  $O'$  的阻挡，单摆将绕点  $O'$  摆动，单摆的长变为  $l' = l - \frac{3}{4}l = \frac{1}{4}l$ ，单摆的周期变为  $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 。由于仍只摆动一半，所以后半段经历的时间为  $t_2 = \frac{1}{2}T_2 = \frac{1}{2}\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{1}{2}t_1$ 。

即：单摆前半段摆动的时间为后半段的两倍。

由于理想单摆视作没有能量损耗，因此单摆能摆到的最大高度相同。左边的半径小于右边，作如下草图可知，左边达到的最左位移小于右边（也可以用三角函数精确计算比较）。



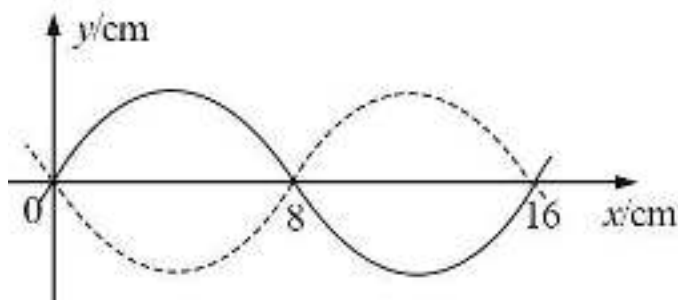
由于规定向右为正, 综合上述信息可得: 单摆在  $x$  轴上方的最大位移大于在  $x$  轴下方的。同一周期内, 单摆在  $x$  上方的振动时间约为在  $x$  轴下方的两倍。

观察四个选项, 只有选项 A 同时满足这两个条件。

本题选 A。

本题的解题线索是单摆的周期公式、单摆能量守恒和基本的三角函数知识 (或作图分析)。

4. (2018 全国 III) (多选) 一列简谐横波沿  $x$  轴正方向传播, 在  $t=0$  和  $t=0.20\text{s}$  时的波形分别如图中实线和虚线所示。已知该波的周期  $T > 0.20\text{s}$ , 下列说法正确的是 ( )



A. 波速为  $0.40\text{m/s}$

B. 波长为  $0.08\text{m}$

C.  $x=0.08\text{m}$  的质点在  $t=0.70\text{s}$  时位于波谷

D.  $x=0.08\text{m}$  的质点在  $t=0.12\text{s}$  时位于波谷

E. 若此波传入另一介质中其波速变为  $0.80\text{m/s}$ , 则它在该介质中的波长为  $0.32\text{m}$

解析: 已知为简谐横波沿  $x$  轴正方向传播,  $t=0$  时的波形为实线,  $t=0.20\text{s}$  时的波形为虚线, 根据图形可知, 两个时刻的波形恰好相反, 则间隔奇数个半周期, 即  $0.20\text{s}$  为奇数个半周期。

设周期为  $T$ , 令  $n$  为整数, 则有  $(\frac{1}{2} + n)T = 0.20$ , 化简得  $T = \frac{0.2}{0.5 + n}$ 。

还已知  $T > 0.20\text{s}$ 。当  $n=0$  时,  $T=0.40\text{s}$ , 符合条件。当  $n=1$  时,  $T = \frac{0.2}{0.5+1}$



$\frac{0.2}{1.5} = \frac{2}{15} \approx 0.13 < 0.20$ 。  $n$  更大时都不成立，因此  $T = 0.40\text{s}$ 。

根据波形图中的数据还可得，波长为  $\lambda = 16\text{cm} = 0.16\text{m}$ ，则波速为  

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.16}{0.40} = 0.40\text{m/s}。$$

从图中无法读出振幅的数值。

逐个分析判断各选项。

选项 A，波速为  $0.40\text{m/s}$ ，正确，备选。

选项 B，波长为  $0.08\text{m}$ ，错误，排除。

选项 C，读图可知， $t = 0.20\text{s}$  时， $x = 0.04\text{m}$  处为波谷，波谷传递到  $x = 0.08\text{m}$  处所经历的时间为  $t = \frac{d}{v} = \frac{0.08 - 0.04}{0.4} = 0.1\text{s}$ 。即  $t = 0.30\text{s}$  时， $x = 0.08\text{m}$  抵达波谷。由于该横波的周期为  $T = 0.40\text{s}$ ，因此任意  $T = 0.30 + 0.40n$  ( $n$  为自然数) 时， $x = 0.08\text{m}$  都抵达波谷。 $0.70 = 0.30 + 0.40$ ，该点抵达波谷。正确，备选。

选项 D，根据上一小问的分析， $x = 0.08\text{m}$  的质点在  $t = 0.12\text{s}$  时不位于波谷。错误，排除。

选项 E，若此波传入另一介质中波速变为  $0.80\text{m/s}$ ，由于振动的周期不随介质改变仍为  $T = 0.40\text{s}$ ，则波长为  $\lambda' = vT = 0.80 \times 0.40 = 0.32(\text{m/s})$ ，正确，备选。

本题选 ACE。

5. (2018 天津) (多选) 一振子沿  $x$  轴做简谐运动，平衡位置在坐标原点。 $t = 0$  时振子的位移为  $-0.1\text{m}$ ， $t = 1\text{s}$  时位移为  $0.1\text{m}$ ，则 ( )

A. 若振幅为  $0.1\text{m}$ ，振子的周期可能为  $\frac{2}{3}\text{s}$

B. 若振幅为  $0.1\text{m}$ ，振子的周期可能为  $\frac{4}{5}\text{s}$

C. 若振幅为  $0.2\text{m}$ ，振子的周期可能为  $4\text{s}$

D. 若振幅为  $0.2\text{m}$ ，振子的周期可能为  $6\text{s}$

解析：已知简谐运动的平衡位置在坐标原点，且  $t = 0$  时振子的位

移为  $-0.1\text{m}$ ， $t=1\text{s}$  时位移为  $0.1\text{m}$ 。

需注意， $t=0$  为开始计时的时间，并不一定是开始振动的时间。且  $t=0$  时振子的位移为  $-0.1\text{m}$ ，振子的速度不一定为  $0$ ，有可能在运动。

由于  $t=0$  时和  $t=1\text{s}$  时振子的位移大小相同、方向相反，可知它们处于对称的位置，但是运动方向有可能相同，也有可能相反。

逐个分析判断各选项。

选项 A，若振幅为  $0.1\text{m}$ ，则振子的最大位移为  $0.1\text{m}$ ，此时振子的速度为  $0$ 。 $t=0$  时和  $t=1\text{s}$  时振子分别位于正方向和负方向的最大位移。

设周期为  $T$ ，令  $n$  为自然数，则有  $(\frac{1}{2}+n)T=1$ ，化简得  $T=\frac{1}{0.5+n}$ 。

当  $n=1$  时， $T=\frac{2}{3}\text{s}$ 。该可能成立。正确，备选。

选项 B，按照上述分析，当  $n=0$  时， $T=2\text{s}$ ；当  $n=1$  时， $T=\frac{2}{3}\text{s}$ 。

当  $n>1$  时， $T<\frac{2}{3}\text{s}$ 。由于  $\frac{2}{3}<\frac{4}{5}$ ，所以不可能。错误，排除。

选项 C，若振幅为  $0.2\text{m}$ ，则位移为  $-0.1\text{m}$  和为  $0.1\text{m}$  时振子的速度不为  $0$ 。设振子的位移-时间函数为  $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$  ( $A>0$ ， $-\pi<\varphi\leq\pi$ )。

其中， $A$  为最大振幅，所以  $A=0.2$ ，即  $f(x)=0.2\sin(\omega x+\varphi)$

代入  $f(0)=-0.1$  得：

$$f(0)=0.2\sin(\omega\times 0+\varphi)=-0.1$$

$$\sin\varphi=-0.5$$

$$\varphi=-\frac{\pi}{6}\text{ 或 } \varphi=-\frac{5\pi}{6}$$

代入  $f(1)=0.1$  得：

$$f(1)=0.2\sin(\omega\times 1+\varphi)=0.1$$

$$\sin(\omega+\varphi)=0.5$$

$$\omega+\varphi=\frac{\pi}{6}+2n\pi\text{ 或 } \omega+\varphi=\frac{5\pi}{6}+2n\pi$$

综上，共四种可能：

$$\varphi=-\frac{\pi}{6}, \quad \omega=\frac{\pi}{3}+2n\pi; \quad \varphi=-\frac{\pi}{6}, \quad \omega=\pi+2n\pi;$$

$$\varphi = -\frac{5\pi}{6}, \quad \omega = \pi + 2n\pi; \quad \varphi = -\frac{5\pi}{6}, \quad \omega = \frac{5\pi}{3} + 2n\pi;$$

若振子的周期为 4s, 则角速度为  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2}$ , 上述四种可能中,

不存在令  $\omega = \frac{\pi}{2}$  的情况。错误, 排除。

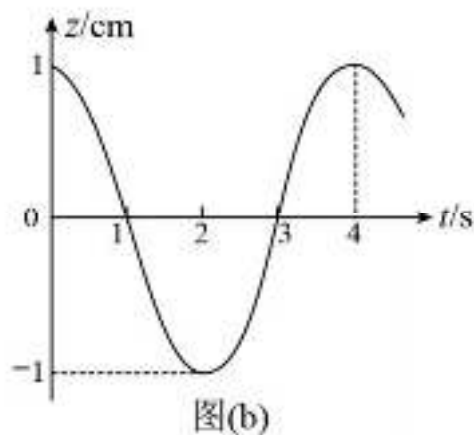
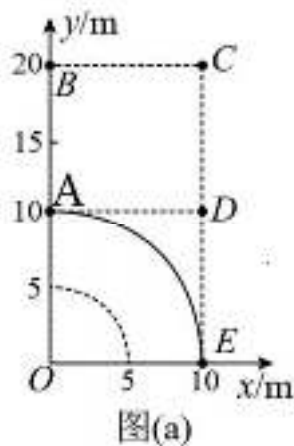
选项 D, 按照上述分析, 若振子的周期为角速度为 6s, 则角速度  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3}$ 。第一种情况中  $\varphi = -\frac{\pi}{6}$ ,  $\omega = \frac{\pi}{3} + 2n\pi$ , 当  $n=0$  时满足该情况。

正确, 备选。

本题选 AD。

本题使用纯数学的表达式的方法, 适合解决需要进行数值计算的问题, 但是对弹簧运动状态的表述不够直观。为建立直观理解, 可以自行画出振子来回振动过程的示意图, 分别大致画出几种可能, 主要区分选项 C 和 D 的情况中, 振子在同一位置时分别向两个方向移动的不同情况。

6. (2021 湖南) (多选) 均匀介质中, 波源位于 O 点的简谐横波在 xOy 水平面内传播, 波面为圆。t=0 时刻, 波面分布如图 (a) 所示, 其中实线表示波峰, 虚线表示相邻的波谷。A 处质点的振动图像如图 (b) 所示, z 轴正方向竖直向上。下列说法正确的是 ( )



- A. 该波从 A 点传播到 B 点, 所需时间为 4s
- B. t=6s 时, B 处质点位于波峰

C.  $t=8\text{s}$  时,  $C$  处质点振动速度方向竖直向上

D.  $t=10\text{s}$  时,  $D$  处质点所受回复力方向竖直向上

E.  $E$  处质点起振后,  $12\text{s}$  内经过的路程为  $12\text{cm}$

解析: 图 (a) 为波面的传播情况, 实线表示波峰, 虚线表示相邻的波谷, 则实线与虚线之间的距离为半波长, 从图中数据可知  $\frac{\lambda}{2}=5\text{m}$ , 解得  $\lambda=10\text{m}$ 。

图 (b) 表示  $A$  处质点的振动图像, 读图可知, 振动的周期为  $4\text{s}$ , 振幅为  $0.01\text{m}$ , 函数图像为余弦函数, 位移-时间图像为  $y=0.01\cos(\frac{\pi}{2}x)$ 。

由波长和周期可求得波速为:  $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{10}{4}=2.5\text{m/s}$ 。

逐个分析判断各选项。

选项 A, 从  $A$  点到  $B$  点的距离为  $10\text{m}$ , 波速为  $2.5\text{m/s}$ , 所需时间为  $t=10\div 2.5=4\text{s}$ 。正确, 备选。

选项 B,  $t=4\text{s}$  时, 波峰传播到点  $B$ , 经过  $2\text{s}$  后  $t=6\text{s}$ , 经过半个周期, 此时  $B$  处质点位于波谷。错误, 排除。

选项 C, 点  $C$  到波源的距离为  $d=\sqrt{10^2+20^2}=10\sqrt{5}(\text{m})$ 。 $t=0$  时波峰到波源的距离为  $10\text{m}$ , 则经过  $t=\frac{10\sqrt{5}-10}{2.5}=4\sqrt{5}-4(\text{s})$  后, 波峰抵达点  $C$ 。

$t=8\text{s}$  时, 点  $C$  从波峰开始振动的时间为  $t=8-(4\sqrt{5}-4)=12-4\sqrt{5}$ , 代入  $y=0.01\cos(\frac{\pi}{2}x)$  得:  $y=0.01\cos[\frac{\pi}{2}(12-4\sqrt{5})]=0.01\cos[(6-2\sqrt{5})\pi]\approx 0.01\cos[(6-2\times 2.23-)\pi]=0.01\cos(1.57\pi)$ 。

$1.5\pi < 1.57\pi < 2\pi$ , 此时的相位在图 (b) 中  $x\in(3,4)$  之间, 此时质点向上运动。正确, 备选。

选项 D, 点  $D$  到波源的距离为  $d=\sqrt{10^2+10^2}=2\sqrt{10}(\text{m})$ , 则经过  $t=\frac{10\sqrt{2}-10}{2.5}=4\sqrt{2}-4(\text{s})$  后, 波峰抵达点  $D$ 。

$t=10\text{s}$  时, 点  $D$  从波峰开始振动的时间为  $t=10-(4\sqrt{2}-4)=14-4\sqrt{2}(\text{s})$ ,

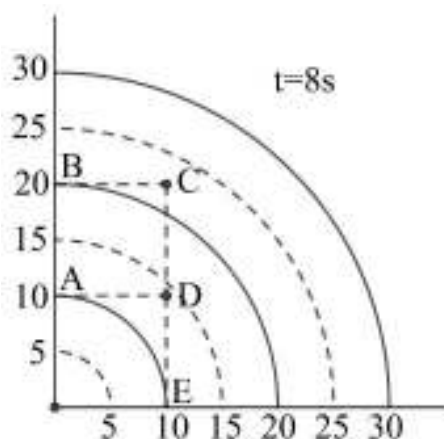
代入  $y = 0.01 \cos(\frac{\pi}{2}x)$  得： $y = 0.01 \cos[\frac{\pi}{2}(14 - 4\sqrt{2})] = 0.01 \cos[(7 - 2\sqrt{2})\pi] \approx 0.01 \cos[(7 - 2 \times 1.41)\pi] = 0.01 \cos(4.18\pi)$ 。

$4\pi < 4.18\pi < 0.5\pi + 4\pi$ ，此时的相位在图（b）中  $x \in (0,1)$  之间，此时质点位移为正，受到的回复力方向竖直向下。错误，排除。

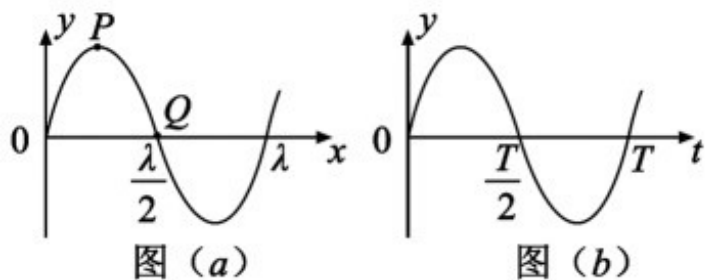
选项 E，E 处质点起振后，12s 内完成了 3 个振动周期，经过的路程为  $3 \times 4 = 12(\text{m})$ 。正确，备选。

本题选 ACE。

对于选项 C 和 D，有更加直观且简便的做法：根据波速和时间，做出相应时刻波峰、波谷所在的圆周。则可根据相应的点到最近的波峰和波谷的距离，直观判断出该点所处的相位。但这种方式需要作图较标准，且相应的数值容易在图中较精确地体现，否则容易误判。例如下图是  $t = 8\text{s}$  时的波形图。



7. (2019 全国 I) (多选) 一简谐横波沿  $x$  轴正方向传播，在  $t = \frac{T}{2}$  时刻，该波的波形图如图（a）所示， $P$ 、 $Q$  是介质中的两个质点。图（b）表示介质中某质点的振动图像。下列说法正确的是（ ）



- A. 质点  $Q$  的振动图像与图 (b) 相同
- B. 在  $t=0$  时刻, 质点  $P$  的速率比质点  $Q$  的大
- C. 在  $t=0$  时刻, 质点  $P$  的加速度的大小比质点  $Q$  的大
- D. 平衡位置在坐标原点的质点的振动图像如图 (b) 所示
- E. 在  $t=0$  时刻, 质点  $P$  与其平衡位置的距离比质点  $Q$  的大

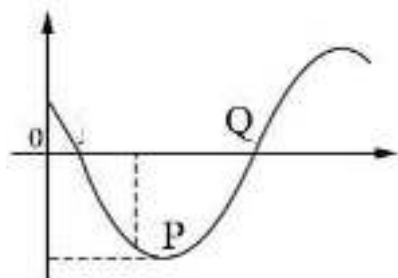
解析: 已知谐横波沿  $x$  轴正方向传播, 图 (a) 为  $t = \frac{T}{2}$  的波形图, 读图可知波长为  $\lambda$ , 此时波形图为正弦函数。点  $P$  位于波峰, 将向下运动。点  $Q$  位于平衡位置, 正在向上运动。

图 (b) 为某质点的振动图像, 读图可知振动周期为  $T$ 。且在  $t = \frac{T}{2}$  时刻, 该点位于平衡位置, 正在向下运动, 应当对应坐标原点和图 (a) 中符号 “ $\lambda$ ” 左边的交点。

逐个分析判断各选项。

选项 A, 根据上述分析可知, 图 (b) 描述的是坐标原点和 “ $\lambda$ ” 左边的交点, 与点  $Q$  不同。错误, 排除。

选项 B, 由于振动周期为  $T$ , 结合  $t = \frac{T}{2}$  时刻的波形图 (a), 可大致画出  $t=0$  时刻的大致波形图如下图所示。



读图可知, 此时点  $P$  位于波谷, 加速度的大小为最大值。点  $Q$  位

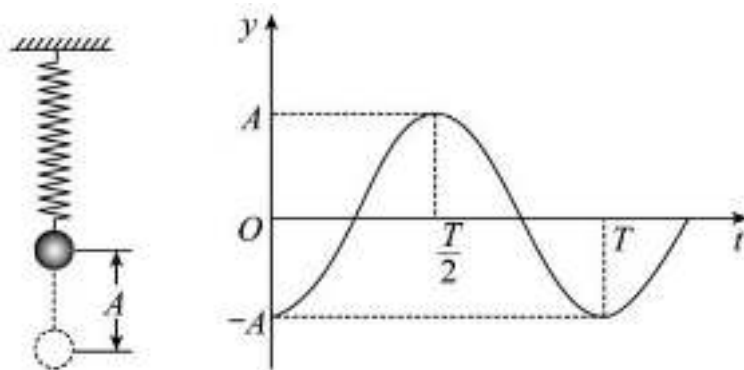
于平衡位置，加速度的大小为0。正确，备选。

选项 D，按照前面的分析可知，图（b）描述的是平衡位置在坐标原点的质点的振动图像。正确，备选。

选项 E，在  $t=0$  时刻，质点 P 在波谷，质点 Q 在平衡位置，质点 P 与其平衡位置的距离比质点 Q 的大。正确，备选。

本题选 CDE。

8. (2021 广东) 如图所示，一个轻质弹簧下端挂一小球，小球静止。现将小球向下拉动距离  $A$  后由静止释放，并开始计时，小球在竖直方向做简谐运动，周期为  $T$ ，经  $\frac{T}{8}$  时间，小球从最低点向上运动的距离  $\frac{A}{2}$  (选填“大于”、“小于”或“等于”)；在  $\frac{T}{4}$  时刻，小球的动能 (选填“最大”或“最小”)。



解析：将小球向下拉动距离  $A$  后由静止释放，并开始计时，则  $t=0$  时小球的位移为最大值。

结合题图的函数图像，规定平衡位置的位移为0，向上的位移为正，设小球振动的位移-时间函数为  $y = -A\cos(\omega t)$ 。已知周期为  $T$ ，则  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ，即  $y = -A\cos(\frac{2\pi}{T}t)$ 。

经  $\frac{T}{8}$  时间，小球从最低点向上运动，位移由  $-A$  变为  $-A\cos(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{8}) = -A\cos\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$ ，运动的距离为  $d = |-\frac{\sqrt{2}}{2}A - (-A)| = \frac{\sqrt{2}-1}{2}A \approx \frac{1.4-1}{2}A = 0.2A$ ，

小于  $\frac{A}{2}$ 。

在  $\frac{T}{4}$  时刻, 小球的位移为  $y = -A \cos(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4}) = -A \cos \frac{\pi}{2} = 0$ , 位于平衡位置, 速度为最大值, 动能也为最大。

9. (2018 全国 I) 一列简谐横波在  $t = \frac{1}{3}$  s 的波形图如图 (a) 所示,  $P$ 、 $Q$  是介质中的两个质点。图 (b) 是质点  $Q$  的振动图像。求

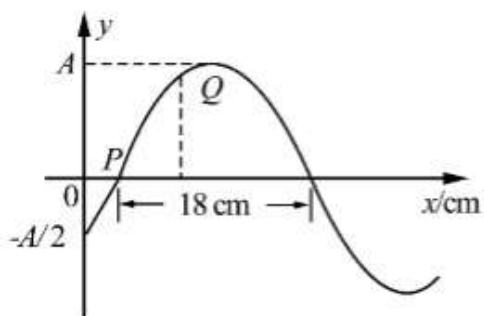


图 (a)

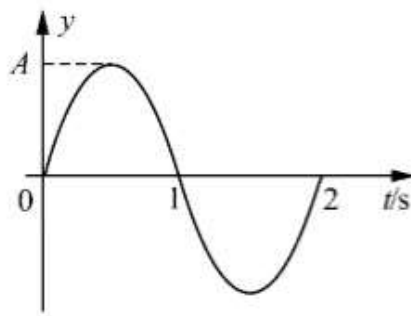


图 (b)

(i) 波速及波的传播方向;

(ii) 质点  $Q$  的平衡位置的  $x$  坐标

解析: (1) 已知图 (a) 是横波  $t = \frac{1}{3}$  s 的波形图, 图形与  $x$  轴相邻两个交点之间的距离为半波长, 即  $\frac{\lambda}{2} = 0.18$  m, 解得  $\lambda = 0.36$  m。

图 (b) 是质点  $Q$  的振动图像, 从图中可读出运动的周期为  $T = 2$  s。

则波速为  $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.36}{2} = 0.18$  m/s。

因为图 (b) 是质点  $Q$  的振动图像, 从图中可读出质点  $Q$  在  $t = \frac{1}{3}$  s 时正在向上运动。由于图 (a) 表示在  $t = \frac{1}{3}$  s 的波形图, 图 (a) 中质点  $Q$  右侧的质点比左侧的高, 右侧的质点的运动状态早于左侧的质点, 因此波自右向左传播, 即沿  $x$  轴负方向传播。

(2) 设图 (a) 中波形图对应的三角函数为  $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 。该



函数周期的一半为 0.18, 所以  $T = 0.36$ , 则  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.36$ , 解得  $\omega = \frac{50\pi}{9}$ 。

又因为  $x = 0$  时  $y = -\frac{A}{2}$ , 带入得:  $-\frac{A}{2} = A \sin \varphi$ , 解得  $\varphi = -\frac{\pi}{6}$  或  $\varphi = -\frac{5\pi}{6}$ 。

结合图形可知, 该函数为  $y = A \sin(\omega x)$  向左移动的距离小于四分之一周期, 所以  $\varphi = -\frac{\pi}{6}$ 。

综上, 该时刻波形图对应的三角函数为  $y = A \sin(\frac{50\pi}{9}x - \frac{\pi}{6})$ 。

根据图 (b) 可求得的质点  $Q$  的位移-时间函数为  $y = A \sin(\omega t)$ , 当  $t = \frac{1}{3}\text{s}$  时,  $y = A \sin(\frac{\omega}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ 。

将  $y = \frac{\sqrt{3}}{2}A$  代入  $y = A \sin(\frac{50\pi}{9}x - \frac{\pi}{6})$  得:

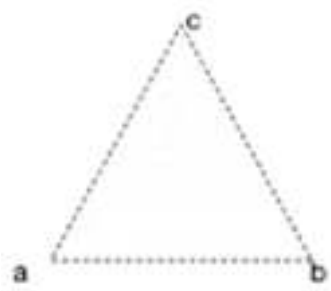
$$\frac{\sqrt{3}}{2}A = A \sin(\frac{50\pi}{9}x - \frac{\pi}{6})$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin(\frac{50\pi}{9}x - \frac{\pi}{6})$$

$$\frac{\pi}{3} = \frac{50\pi}{9}x - \frac{\pi}{6}$$

$$x = 0.09(\text{m})$$

10. (2020 全国 I) 一振动片以频率  $f$  做简谐振动时, 固定在振动片上的两根细杆同步周期性地触动水面上  $a$ 、 $b$  两点, 两波源发出的波在水面上形成稳定的干涉图样。 $c$  是水面上的一点,  $a$ 、 $b$ 、 $c$  间的距离均为  $l$ , 如图所示。已知除  $c$  点外, 在  $ac$  连线上还有其他振幅极大的点其中距  $c$  最近的点到  $c$  的距离为  $\frac{3}{8}l$ 。求



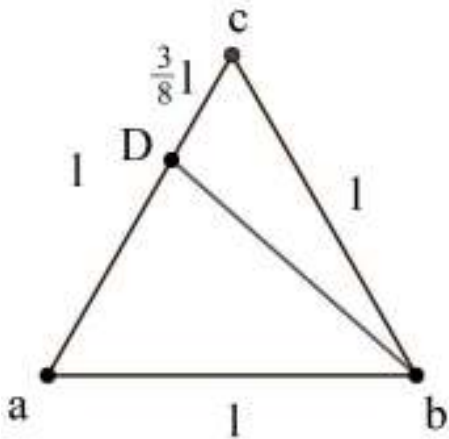
(i) 波的波长

(ii) 波的传播速度

解析: (i) 已知做简谐振动的振动片连有两根细杆, 分别触动  $a$ 、 $b$  两点, 则  $a$ 、 $b$  两点可看作有两个频率、振幅、相位都相同的波源, 则可在水面上形成干涉图样。又已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  间的距离均为  $l$ , 则  $abc$  构成正三角形。

根据波的干涉的规律可知, 到  $a$ 、 $b$  之间距离的差值等于波长的整数倍的位置和  $a$ 、 $b$  距离相等的位置都为振幅的极大点。线段  $ac$  的中垂线上所有点到  $a$ 、 $b$  之间距离相等, 都为振幅的极大点。由于  $abc$  为正三角形, 所以也为振幅的极大点。

还已知在  $ac$  连线上还有其他振幅极大的点其中距  $c$  最近的点到  $c$  的距离为  $\frac{3}{8}l$ , 设该点为点  $D$ , 作图如下:



根据已知信息可得:  $cD = \frac{3}{8}l$ , 则  $aD = ac - cD = l - \frac{3}{8}l = \frac{5}{8}l$ 。

因为  $D$  是距离  $c$  最近的振幅的极大点, 所以  $bD - aD = \lambda$ , 可得  $bD = aD + \lambda = \frac{5}{8}l + \lambda$ 。

还已知  $ab = l$ 。

又因为  $abc$  为正三角形, 所以  $\angle a = 60^\circ$ , 使用余弦定理得:

$$\cos \angle a = \frac{aD^2 + bD^2 - ab^2}{2aD \cdot bD}$$

代入上述值得:

$$\cos 60^\circ = \frac{(\frac{5}{8}l)^2 + l^2 - (\frac{5}{8}l + \lambda)^2}{2 \times \frac{5}{8}l \times l} = \frac{1}{2}$$

解关于  $\lambda$  的方程:

$$(\frac{5}{8}l)^2 + l^2 - (\frac{5}{8}l + \lambda)^2 = \frac{5}{8}l^2$$

$$\frac{25}{64}l^2 + l^2 - (\frac{25}{64}l^2 + \frac{5}{4}l\lambda + \lambda^2) = \frac{5}{8}l^2$$

$$l^2 - \frac{5}{4}l\lambda - \lambda^2 = \frac{5}{8}l^2$$

$$\lambda^2 + \frac{5}{4}l\lambda - \frac{3}{8}l^2 = 0$$

$$8\lambda^2 + 10l\lambda - 3l^2 = 0$$

$$(2\lambda + 3l)(4\lambda - l) = 0$$

因为  $\lambda > 0$ , 所以  $\lambda = \frac{l}{4}$ 。

(ii) 波的频率与振动片相同, 都为  $f$ , 所以波速为

$$v = \lambda f = \frac{fl}{4}$$

解本题需要一定的数学解三角形的能力, 很多物理问题列出公式后, 剩下的就是解数学题的问题。

## 第九章 光的传播

光的传播是高中物理当中相对独立的知识块面，与牛顿运动和电磁学的联系较少。

光的传播的问题主要有三种类型。一是光沿直线传播，主要包括光的反射和折射，主要使用几何的方法进行分析。其中反射的情况较简单，需熟练掌握折射的有关公式和特点，有些题目需要较强的几何分析和计算能力。特别是一些题目虽然使用立体的器件，需要分别使用平面几何和立体几何的基本概念。

二是光的干涉及双缝干涉实验，主要体现光作为电磁波的特点，需要使用振动和波的知识分析解决。要牢记干涉条纹间距与双缝间距、双缝到屏的距离、光的波长之间的数量关系。该公式的推导过程以及涉及到的近似计算也很重要，一些难度较高的题目可能需要使用类似的推导和近似计算过程。

三是光的干涉、衍射、偏振、色散等波动性质，主要从概念上考察这些规律，用相应的规律解释现实中的现象。另外，光电效应也是经常考察的内容。

由于光学的知识相对独立，且侧重使用几何的方法进行分析，因此需经常复习巩固有关概念，并专门做题练习，熟悉这一块面的实验和题目。

1. (2017 全国 II) (多选) 在双缝干涉实验中，用绿色激光照射在双缝上，在缝后的屏幕上显示出干涉图样。若要增大干涉图样中相邻亮条纹的间距，可选用的方法是 ( )

- A. 改用红色激光
- B. 改用蓝色激光
- C. 减小双缝间距
- D. 将屏幕向远离双缝的位置移动
- E. 将光源向远离双缝的位置移动

解析：双缝干涉实验中，相邻两条亮条纹或相邻两条暗条纹的间距  $\Delta x$  与挡板到屏幕的距离  $l$ 、双缝间的距离  $d$ 、光的波长  $\lambda$  之间满足关系：
$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda$$

若要增大条纹的间距  $\Delta x$ ，则可以通过增大挡板到屏幕的距离  $l$ 、增大光的波长  $\lambda$ 、减小双缝间的距离  $d$  等方式。逐个分析判断各选项。

选项 A，红光的波长比绿光长，改用红色激光相当于增大光的波长，可以增大条纹间距，备选。

选项 B，蓝光的波长比绿光短，改用蓝色激光相当于减小光的波长，将导致条纹间距减小，排除。

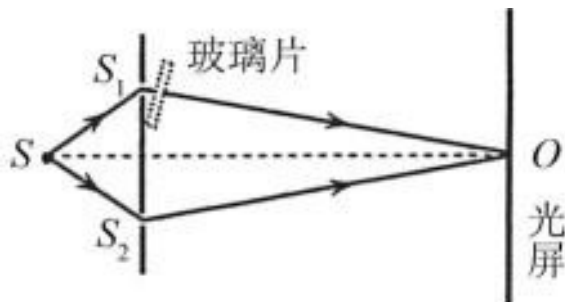
选项 C，减小双缝间距可以增大条纹间距，备选。

选项 D，将屏幕向远离双缝的位置移动，相当于增大挡板到屏幕的距离，可以增大条纹间距，备选。

选项 E，将光源向远离双缝的位置移动，对相关参数没有影响，不改变条纹间距，排除。

本题选 ACD。

2.(2020 山东)双缝干涉实验装置的截面图如图所示。光源  $S$  到  $S_1$ 、 $S_2$  的距离相等， $O$  点为  $S_1$ 、 $S_2$  连线中垂线与光屏的交点。光源  $S$  发出的波长为  $\lambda$  的光，经  $S_1$  出射后垂直穿过玻璃片传播到  $O$  点，经  $S_2$  出射后直接传播到  $O$  点，由  $S_1$  到  $O$  点与由  $S_2$  到  $O$  点，光传播的时间差为  $\Delta t$ 。玻璃片厚度为  $10\lambda$ ，玻璃对该波长光的折射率为 1.5，空气中光速为  $c$ ，不计光在玻璃片内的反射。以下判断正确的是 ( )



$$\text{A. } \Delta t = \frac{5\lambda}{c}$$

$$\text{B. } \Delta t = \frac{15\lambda}{2c}$$

$$\text{C. } \Delta t = \frac{10\lambda}{c}$$

$$\text{D. } \Delta t = \frac{15\lambda}{c}$$

解析：本题与双缝干涉实验的主要区别为，在一个缝的光路上放置了一片玻璃。由于光经  $S_1$  出射后垂直穿过玻璃片传播到  $O$  点，且题目所求为  $O$  点处光传播的时间差为  $\Delta t$ ，因此不需考虑折射，只需考虑对光速的影响。

已知玻璃对该波长光的折射率为 1.5，根据折射率与光速的关系  $n = \frac{c}{v}$  可得光在玻璃中的速度为  $v = \frac{c}{n} = \frac{c}{1.5} = \frac{2}{3}c$ 。

玻璃的厚度为  $10\lambda$ ，则  $S_1$  射出的光线经过玻璃所经历时间为  $t_1 = \frac{10\lambda}{v} = \frac{10\lambda}{2c/3} = \frac{15\lambda}{c}$ 。

$S_2$  射出的光线经过没有玻璃的  $10\lambda$  的路程所经历的时间为  $t_2 = \frac{10\lambda}{c}$ 。

两束光通过其他位置的时间相等。

$$\text{所以 } \Delta t = t_1 - t_2 = \frac{15\lambda}{c} - \frac{10\lambda}{c} = \frac{5\lambda}{c}$$

本题选 A。

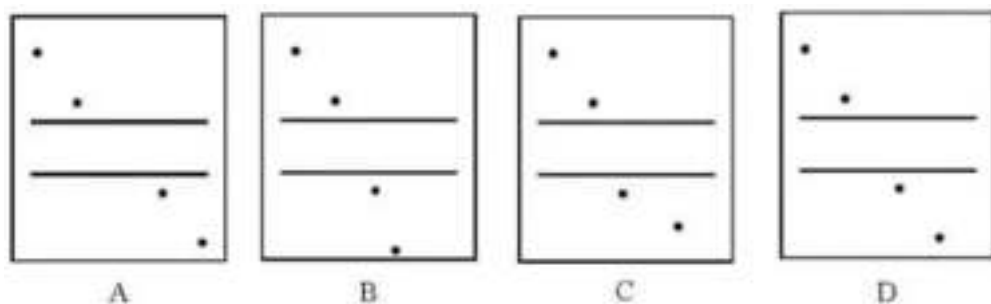
3. (2019 天津) 某小组做测定玻璃的折射率实验，所用器材有：玻璃砖，大头针，刻度尺，圆规，笔，白纸。

(1) 下列哪些措施能够提高实验准确程度。

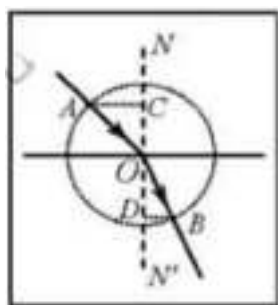
- A. 选用两光学表面间距大的玻璃砖
- B. 选用两光学表面平行的玻璃砖
- C. 选用粗的大头针完成实验
- D. 插在玻璃砖同侧的两枚大头针间的距离尽量大些

(2) 该小组用一套器材完成了四次实验，记录单玻璃砖界限和

四个大头针扎下的孔洞如下图所示，其中实验操作正确的是。



(3) 该小组选取了操作正确的实验记录，在白纸上画出光线的径迹，以入射点  $O$  为圆心作圆，与入射光线、折射光线分别交于  $A$ 、 $B$  点作法线  $NN'$  的垂线，垂足分别为  $C$ 、 $D$  点，如图所示，则玻璃的折射率  $n =$  。（用图中线段的字母表示）



解析：做测定玻璃的折射率实验，玻璃砖作为折射的光密介质，大头针可用于固定点位、确定光路，刻度尺、圆规、笔、白纸主要用于画出光路。

该实验通过分别用两个大头针分别标记出光线射入玻璃砖和射出玻璃砖的光路，利用光路发生偏转的程度计算得到折射率。

(1) 若要提高实验准确程度，则一般应让各种距离尽可能大，并且减小各种不精确的误差：

选项 A，选用两光学表面间距大的玻璃砖，有助于让光线折射后走过更长的光路，使得测量的数值更大，有助于减小误差，备选。

选项 B，必须选用两光学表面平行的玻璃砖，否则射入和射出的光线将不平行，无法进行实验。这是为保证实验正确进行的必要条件，并非减小误差的做法。排除。

选项 C，选用粗的大头针完成实验，可能导致光路难以描画地很细致，排除。

选项 D，插在玻璃砖同侧的两枚大头针间的距离越大，则通过两个点确定的光路越精确，备选。

选择 AD。

(2) 正确的实验记录需确保：射入玻璃砖的光线需与射出玻璃砖的光线平行，故排除不平行的 BC 选项。

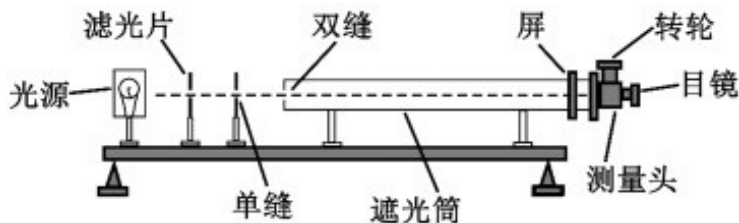
由于光线射入玻璃砖后向靠近法线一侧偏折，则射出的光线不能与射入的光线在同一直线上，故排除平行的 A 选项。

正确的是 D。

(3) 以入射点  $O$  为圆心作圆，与入射光线、折射光线分别交于  $A$ 、 $B$  点作法线  $NN'$  的垂线，垂足分别为  $C$ 、 $D$  点。则入射角为  $\angle AOC$ ，其正弦值为  $\angle AOC = \frac{AC}{OA}$ ，折射角为  $\angle BOD$ ，其正弦值为  $\angle BOD = \frac{BD}{OB}$ 。

折射率为从光密介质进入光疏介质的入射角与折射角的正弦值的比值，从图中可看出  $\angle AOC > \angle BOD$ ，所以  $n = \frac{\angle AOC}{\angle BOD} = \frac{AC}{OA} \div \frac{BD}{OB}$ 。因为  $OA$  和  $OB$  都是圆的半径，所以  $OA = OB$ ，所以  $n = \frac{AC}{BD}$ 。

4. (2019 全国 II) 某同学利用图示装置测量某种单色光的波长。实验室，接通电源使光源正常发光；调整管路，使得从目镜中可以观察到干涉条纹。回答下列问题：



(i) 若想增加从目镜中观察到的条纹个数，该同学可；

- A. 将单缝向双缝靠近
- B. 将屏向靠近双缝的方向移动
- C. 将屏向远离双缝的方向移动
- D. 使用间距更小的双缝



(ii) 若双缝的间距为  $d$ ，屏与双缝间的距离为  $l$ ，测得第 1 条暗纹到第  $n$  条暗纹之间的距离为  $\Delta x$ ，则单色光的波长  $\lambda =$ ；

(iii) 某次测量时，选用的双缝的间距为  $0.300\text{mm}$ ，测得屏与双缝间的距离为  $1.20\text{m}$ ，第 1 条暗条纹到第 4 条暗条纹之间的距离为  $7.56\text{mm}$ 。则所测单色光的波长为  $\text{nm}$ （结果保留 3 位有效数字）。

解析：若想增加从目镜中观察到的条纹个数，可以通过增加目镜的观察范围、减小条纹间距等方法。

相邻两条亮条纹或相邻两条暗条纹的间距  $\Delta x$  与双缝到屏幕的距离  $l$ 、双缝间的距离  $d$ 、光的波长  $\lambda$  之间满足关系： $\Delta x = \frac{l}{d}\lambda$ 。

逐个分析判断各选项：

选项 A，将单缝向双缝靠近，不改变相关参数，排除。

选项 B，将屏向靠近双缝的方向移动，减小双缝到屏幕的距离  $l$ ，条纹间距变小，同样空间范围内的条纹变多，备选

选项 C，将屏向远离双缝的方向移动，与上一选项相反，排除。

选项 D，使用间距更小的双缝，则双缝间的距离  $d$  变小，条纹间距变大，同样空间范围内的条纹变少，排除。

选 B。

(ii) 根据数量关系  $\Delta x = \frac{l}{d}\lambda$ 。

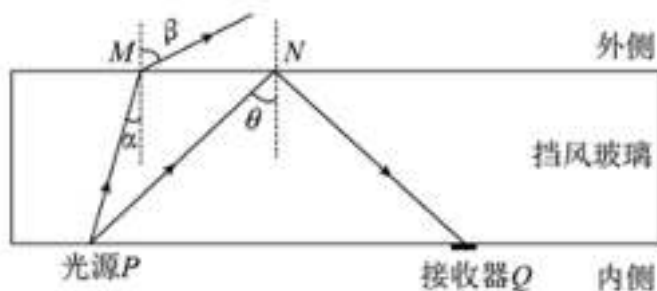
其中，已知若双缝的间距  $d$ ，屏与双缝间的距离  $l$ 。还已知第 1 条暗纹到第  $n$  条暗纹之间的距离为  $\Delta x$ ，共  $n-1$  个间距则相邻两条暗纹之间的距离为  $\frac{\Delta x}{n-1}$ 。

代入相应的数量关系得单色光的波长为  $\lambda = \frac{\Delta x d}{(n-1)l}$ 。

(iii) 将相应的数值换算为基本单位后，代入上一小问求得的公式： $\lambda = \frac{7.56 \times 10^{-3} \times 0.300 \times 10^{-3}}{(4-1) \times 1.20} = \frac{7.56 \times 10^{-6}}{12} = 6.30 \times 10^{-7}(\text{m})$

将单位换算为纳米： $6.30 \times 10^{-7} \text{m} = 6.30 \times 10^2 \text{nm} = 630 \text{nm}$ 。

5. (2021 广东) 如图所示, 一种光学传感器是通过接收器  $Q$  接收到光的强度变化而触发工作的。光从挡风玻璃内侧  $P$  点射向外侧  $M$  点再折射到空气中, 测得入射角为  $\alpha$ , 折射角为  $\beta$ ; 光从  $P$  点射向外侧  $N$  点, 刚好发生全反射并被  $Q$  接收, 求光从玻璃射向空气时临界角  $\theta$  的正弦值表达式。



解析: 结合文字描述观察示意图。该传感器的形状为长方形, 上方为外侧, 下方为内侧, 中间为挡风玻璃。

传感器的下边沿右侧有一接收器  $Q$ , 该传感器通过接收器  $Q$  接收到光的强度变化触发工作。

光从传感器下边沿的  $P$  点向右上射入挡风玻璃, 在上边沿的  $M$  点折射进入外侧的空气中, 且测得入射角和折射角的数值。

光又从  $P$  点向右上射入挡风玻璃, 在上边沿的  $N$  点恰好发生全反射并被接收器  $Q$  接收。

要求临界角  $\theta$  的正弦值表达式。

根据射向  $M$  点并发生折射的光线的入射角和折射角, 可求得挡风玻璃的折射率为  $n = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$

由于射向  $N$  点的光线恰好发生全发射, 所以  $n = \frac{1}{\sin \theta}$

联立上面两式得:

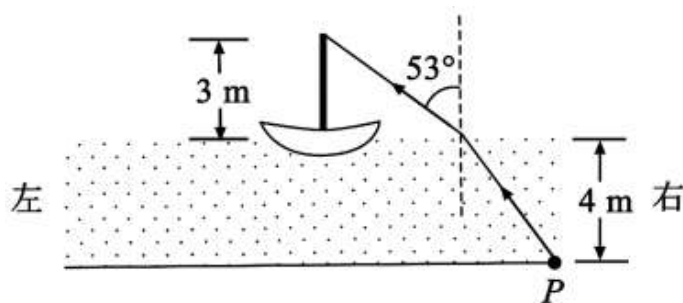
$$\sin \theta = \frac{1}{n} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

本题看起来有些复杂, 其实只要梳理清楚条件后, 分析计算都较简单, 接收器的信息与解题无关。

6. (2019 全国 I) 如图, 一艘帆船静止在湖面上, 帆船的竖直桅杆顶端高出水面  $3\text{m}$ , 距水面  $4\text{m}$  的湖底  $P$  点发出的激光束, 从水面出射后恰好照射到桅杆顶端, 该出射光束与竖直方向的夹角为  $53^\circ$  (取  $\sin 53^\circ = 0.8$ )。已知水的折射率为  $\frac{4}{3}$ 。

(i) 求桅杆到  $P$  点的水平距离;

(ii) 船向左行驶一段距离后停止, 调整由  $P$  点发出的激光束方向, 当其与竖直方向夹角为  $45^\circ$  时, 从水面射出后仍照射在桅杆顶端, 求船行驶的距离。



解析: (i) 结合题图, 桅杆顶端高出水面  $h_1 = 3\text{m}$ ,  $P$  点在水面下  $h_2 = 4\text{m}$ 。从  $P$  点发出的光线经水面折射后恰好照射到桅杆顶端。

已知出射光束与竖直方向的夹角为  $53^\circ$ , 则桅杆到折射点的距离为  $d_1 = h_1 \tan 53^\circ = h_1 \frac{\sin 53^\circ}{\sqrt{1 - \sin^2 53^\circ}} = 3 \times \frac{0.8}{\sqrt{1 - 0.8^2}} = 4(\text{m})$ 。

已知水的折射率为  $n = \frac{4}{3}$ , 入射角的正弦值为  $\sin \theta = \frac{\sin 53^\circ}{n} = \frac{0.8}{\frac{4}{3}} = 0.6$ 。

则点  $P$  到折射点的距离为  $d_2 = h_2 \tan \theta = h_2 \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}} = 4 \times \frac{0.6}{\sqrt{1 - 0.6^2}} = 3(\text{m})$ 。

所以桅杆到  $P$  点的水平距离为  $d = d_1 + d_2 = 4 + 3 = 7(\text{m})$ 。

(ii) 设船向左行驶的距离为  $x$  米, 则此时桅杆到  $P$  点的水平距离为  $(7+x)\text{m}$ 。设此时折射点到船的水平距离为  $y$  米, 则折射点到  $P$  点的水平距离为  $(7+x-y)\text{m}$ 。

已知调整后由  $P$  点发出的激光光束与竖直方向夹角为  $45^\circ$ , 所以折射点到  $P$  点的水平距离为  $d_2' = h_2 \tan 45^\circ = 4 \times 1 = 4(\text{m})$ , 即  $7+x-y=4$ 。

因为水的折射率为  $\frac{4}{3}$ ，则光束射出水面后的折射角的正弦值为

$\sin \varphi' = n \sin 45^\circ = \frac{4}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ，所以折射点到桅杆的水平距离为

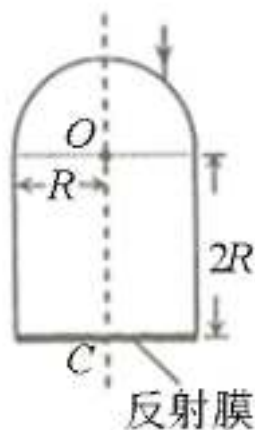
$$d_1' = h_1 \tan \varphi' = h_1 \frac{\sin \varphi'}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi'}} = 3 \times \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\sqrt{1 - (\frac{2\sqrt{2}}{3})^2}} = 6\sqrt{2}(\text{m}), \text{ 即 } y = 6\sqrt{2}.$$

将  $y = 6\sqrt{2}$  代入  $7 + x - y = 4$  得：  $7 + x - 6\sqrt{2} = 4$

解得：  $x = 6\sqrt{2} - 3 \approx 5.5(\text{m})$

即：船行驶的距离为 5.5m。

7. (2017 全国 I) 如图，一玻璃工件的上半部是半径为  $R$  的半球体， $O$  点为球心；下半部是半径为  $R$ 、高为  $2R$  的圆柱体，圆柱体底面镀有反射膜。有一平行于中心轴  $OC$  的光线从半球面摄入，该光线与  $OC$  之间的距离为  $0.6R$ 。已知最后从半球面射出的光线恰好与入射光线平行（不考虑多次反射）。求该玻璃的折射率。



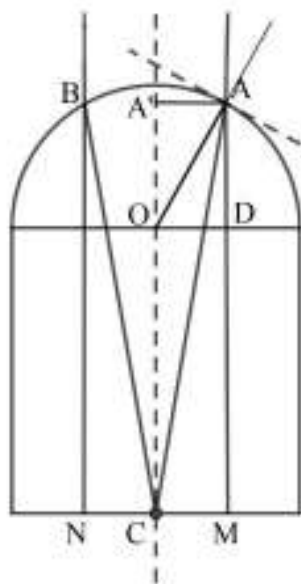
解析：结合题图观察，玻璃工件的上半部是半径为  $R$  的半球体， $O$  点为球心；下半部是半径为  $R$ 、高为  $2R$  的圆柱体，圆柱体底面镀有反射膜。

一束光线平行于中心轴射向半圆面，且到中心轴之间的距离为  $0.6R$ ，则光线射入工件后会发生折射。由于空气相对玻璃是光疏介质，因此光束向靠近法线的方向偏转。法线就是入射点所在的半径。

由于圆柱体底面镀有反射膜，所以光线射到底面的反射膜后反射回半圆面，再折射进入空气。

已知最后从半球面射出的光线恰好与入射光线平行，根据光路的可逆性，以及在底面反射时入射角等于反射角，则光线反射回到球面时，入射点到中心轴的距离应当与射入工件时相同。根据工件结构的对称性可知，底面上的反射点应当为底面的中心点  $C$ 。

作图如下：点  $A$  为光线射入工件的入射点，点  $B$  为光线离开工件的入射点，点  $C$  为底面的中心，也为光线发生反射的入射点，点  $O$  为半圆面的圆心。直线  $AM$ 、 $BN$  与中垂线平行，分别与底面相交于点  $M$ 、 $N$ 。过点  $A$  做  $AA' \perp OC$  与  $A'$ ， $AM$  与半圆直径的交点为  $D$ 。



因为该光线与  $OC$  之间的距离为  $0.6R$ ，即  $AA' = 0.6R$ 。工件的高为  $2R$ ，所以  $DM = 2R$ 。 $OA$  为半圆的半径，所以  $OA = R$ 。

半径  $OA$  是入射光的法线， $\angle OAD$  是其对顶角，与之相等。因为入射光与中垂线平行，且工件下半段为圆柱体，所以  $AD \perp OD$ 。入射角的正弦值为： $\sin \angle OAD = \frac{OD}{OA} = \frac{0.6R}{R} = 0.6$ 。

折射角为  $\angle OAC$ ，对于  $Rt\triangle CAA'$ ， $CA' = CO + OA' = CO + \sqrt{OA^2 - AA'^2} = 2R + \sqrt{R^2 - (0.6R)^2} = 2.8R$ ，又因为  $AA' = 0.6R$ ，则  $CA = \sqrt{CA'^2 + AA'^2} = \sqrt{(2.8R)^2 + (0.6R)^2} = \sqrt{8.2}R$ 。

对  $\angle OAC$  使用余弦定理:  $\cos \angle OAC = \frac{OA^2 + AC^2 - OC^2}{2OA \cdot AC} = \frac{R^2 + (\sqrt{8.2}R)^2 - (2R)^2}{2 \times R \times \sqrt{8.2}R}$

$$= \frac{5.2R^2}{2\sqrt{8.2}R^2} = \frac{2.6}{\sqrt{8.2}}, \text{ 则 } \sin \angle OAC = \sqrt{1 - \left(\frac{2.6}{\sqrt{8.2}}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{2.6}{\sqrt{8.2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1.44}{8.2}} = \frac{1.2}{\sqrt{8.2}}.$$

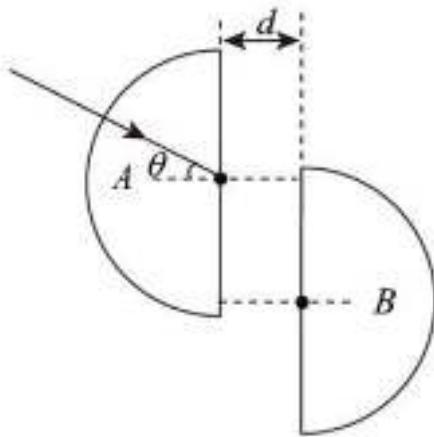
所以折射率为:

$$n = \frac{\sin \angle OAD}{\sin \angle OAC} = \frac{0.6}{1.2/\sqrt{8.2}} = \frac{\sqrt{8.2}}{2} = \frac{2\sqrt{2.05}}{2} = \sqrt{2.05} \approx 1.43$$

分析解决关于折射和反射的光学问题, 需要较强的平面几何能力。借助光路可逆原理和对称性分析, 有时可以令问题大大简化。

8.(2021 河北) 将两块半径均为  $R$ 、完全相同的透明半圆柱体  $A$ 、 $B$  正对放置, 圆心上下错开一定距离, 如图所示。用一束单色光沿半径照射半圆柱体  $A$ , 设圆心处入射角为  $\theta$ 。当  $\theta = 60^\circ$  时,  $A$  右侧恰好无光线射出; 当  $\theta = 30^\circ$  时, 有光线沿  $B$  的半径射出; 射出位置与  $A$  的圆心相比下移  $h$ 。不考虑多次反射。求:

- (i) 半圆柱体对该单色光的折射率;
- (ii) 两个半圆柱体之间的距离  $d$



解析: 结合题图, 两块半圆柱体完全相同, 半径均为  $R$ , 直径正对放置。圆心上下稍错开, 需注意不是圆心对边缘, 而是错开一段未知距离。

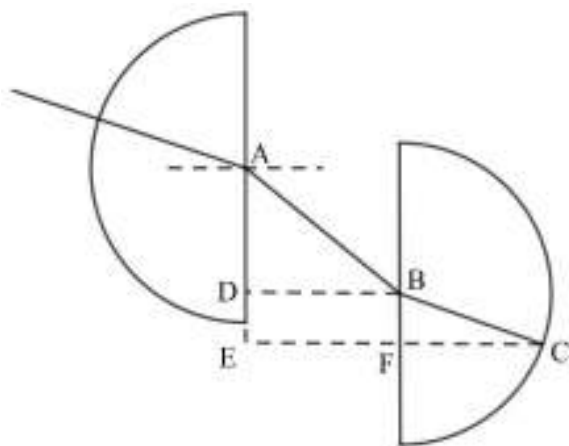
(i) 当光束沿半径射入时, 光束与反射面 (半径所在的切面) 垂直, 不发生偏折。光束从半圆柱射出时, 与法线成一定夹角, 发生

折射现象。

当  $\theta = 60^\circ$  时,  $A$  右侧恰好无光线射出, 恰好发生全反射, 则半圆柱体对该单色光的折射率为  $n = \frac{1}{\sin 60^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 。

(ii) 当  $\theta = 30^\circ$  时, 有光线沿  $B$  的半径射出, 则入射点为圆心  $B$ 。有位两个半圆柱正对放置, 直径相互平行, 则光束进入半圆柱  $B$  的入射角等于从半圆柱  $A$  射出的折射角。根据光路可逆原理, 光束在半圆柱  $B$  中前进的方向与在半圆柱  $A$  中相同。

作示意图如下,  $A$ 、 $B$  分别为两个半圆柱的圆心, 光束从半圆柱  $B$  的点  $C$  处射出。过  $B$ 、 $C$  分别向半圆柱  $A$  的直径引垂线, 垂足分别为  $D$ 、 $E$ ,  $CE$  与半圆柱  $B$  的直径的交点为点  $F$ 。



已知射出位置与  $A$  的圆心相比下移  $h$ , 则  $AE = h$ 。

光束从半圆柱  $A$  射出时的折射角等于进入半圆柱  $B$  的折射角, 由于它们的材料相同, 所以光束进入半圆柱  $B$  的折射角等于从半圆柱  $A$  射出时的入射角, 所以  $\angle BCF = 30^\circ$ 。又因为  $CF \perp BF$ , 所以  $BF = BC \sin \angle BCF = R \sin 30^\circ = \frac{1}{2}R$ 。又因为  $BDEF$  是矩形, 所以  $DE = BF = \frac{R}{2}$ 。

所以  $AD = AE - DE = h - \frac{R}{2}$ 。

根据上一问求得的  $n = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ , 则  $\sin \angle ABD = n \sin 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,

$$\text{则 } \tan \angle ABD = \frac{\sin \angle ABD}{\sqrt{1 - \sin^2 \angle ABD}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{1 - (\frac{\sqrt{3}}{3})^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}。$$

$$\text{所以 } DB = \frac{AD}{\tan \angle ABD} = \sqrt{2}(h - \frac{R}{2})$$

即两个半圆柱体之间的距离为  $\sqrt{2}(h - \frac{R}{2})$



## 第十章 电荷与电场

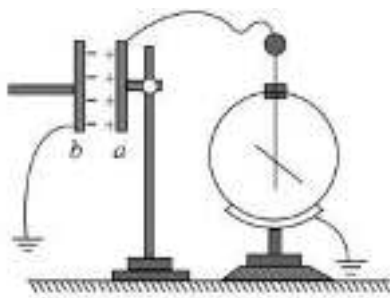
电荷与电场的理论和公式仍然以牛顿力学为基础，最重要的两个基本概念是库仑力的大小和方向以及“场”的概念。库仑力的公式形式与万有引力非常相似，都是与电荷量（质量）的乘积成正比、与距离的平方成反比，只是库仑力有引力和斥力两种类型。电场的概念和性质可以通过与“重力场”类比掌握。

关于电荷与电场的问题，可以大致分为两种类型：

一是关于库仑力或电场力的分析计算的问题。只需根据库仑力的公式和电场的基本性质，进行分析计算即可。主要难点在于分析带电不均匀的物体所产生的电场的分布情况，可利用电场线之间不能相交、电场线的密度与电场强度正相关等特点辅助分析。

二是力与运动的问题。一些题目中电荷间的相互作用和电场对电荷的作用只起到提供外力的作用，其运动类型仍在直线运动、抛体运动、圆周运动等常见范围内，具体分析处理的方法仍属于对力与运动的分析，有时需适当借助能量和动量的守恒定律，一些难题还需要较强的数学能力。

1. (2018 北京) 研究与平行板电容器电容有关因素的实验装置如图所示。下列说法正确的是 ( )



- A. 实验前，只用带电玻璃棒与电容器  $a$  板接触，能使电容器带电
- B. 实验中，只将电容器  $b$  板向上平移，静电计指针的张角变小
- C. 实验中，只在极板间插入有机玻璃板，静电计指针的张角变大

D. 实验中, 只增加极板带电量, 静电计指针的张角变大, 表明电容增大

解析: 本题是关于平行板电容器的问题。观察题图, 左边是一个平行板电容器,  $b$  板接地, 电势总是为 0,  $a$  板与一个电容器相连, 可以由电容器显示其带电荷量的多少。

另外, 电容器的电容  $C$  有两个公式:  $C = \frac{U}{Q}$ , 其中  $U$  是两块极板之间的电势差,  $Q$  是电容器所带的电荷。  $C = \frac{S}{4\pi kd}$ , 其中  $S$  是极板的正对面积,  $d$  是极板之间的距离,  $4\pi k$  是常数。

逐个分析判断各选项:

选项 A, 该装置  $b$  板接地, 电势始终为零。实验前, 只用带电玻璃棒与电容器  $a$  板接触, 则  $a$  板带上相应的电荷, 极板之间存在电势差, 使电容器带电。正确, 备选。

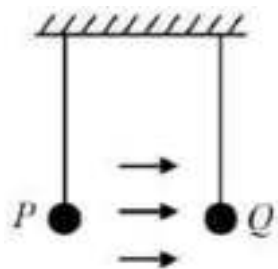
选项 B, 实验中, 只将电容器  $b$  板向上平移, 极板之间的正对面积减小, 则平行板电容器的电容减小, 但是对极板所带的电荷量没有影响, 因此静电计指针的张角不变。错误, 排除。

选项 C, 有机玻璃板是绝缘体, 对电场不产生影响, 因此静电计指针的张角不变。错误, 排除。

选项 D, 实验中, 只增加极板带电量, 则静电计指针的张角变大, 但是带电量对电容器的电容不产生影响。错误, 排除。

本题选 A。

2. (2019 全国 I) 如图, 空间存在一方向水平向右的匀强电场, 两个带电小球  $P$  和  $Q$  用相同的绝缘细绳悬挂在水平天花板下, 两细绳都恰好与天花板垂直, 则 ( )



- A.  $P$  和  $Q$  都带正电荷
- B.  $P$  和  $Q$  都带负电荷
- C.  $P$  带正电荷,  $Q$  带负电荷
- D.  $P$  带负电荷,  $Q$  带正电荷

解析: 已知空间存在水平向右的匀强电场, 有两个带电小球恰好静止, 且细绳都恰好与天花板垂直, 则两个小球受到对方的静电力恰好与受到匀强电场的力平衡。

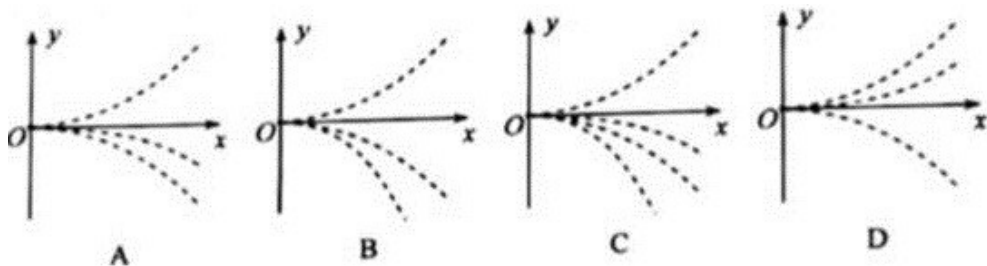
假设小球  $P$  带正电荷, 则其受到匀强电场的作用力水平向右, 因此需受到小球  $Q$  水平向左的力, 即斥力。所以小球  $Q$  应当也带正电荷。这样一来, 小球  $Q$  带正电荷, 受到匀强电场的力水平向右, 受到小球  $P$  的力也水平向右, 细绳不能垂直。排除该情况。

假设小球  $P$  带负电荷, 则其受到匀强电场的作用力水平向左, 因此需受到小球  $Q$  水平向右的力, 即引力。所以小球  $Q$  应当带正电荷。这样一来, 小球  $Q$  带正电荷, 受到匀强电场的力水平向右, 受到小球  $P$  的力水平向右, 细绳也能垂直。即:  $P$  带负电,  $Q$  带正电。

本题选 D。

对于“非此即彼”或只有几种情况的问题, 除了直接进行分析计算外, 也可先假设某种情况, 逐步推理看是否会产生矛盾, 然后再假设其他情况。

3. (2021 全国乙) (多选) 四个带电粒子的电荷量和质量分别为  $(+q, m)$ 、 $(+q, 2m)$ 、 $(+3q, 3m)$ 、 $(-q, m)$ , 它们先后以相同的速度从坐标原点沿  $x$  轴正方向射入一匀强电场中, 电场方向与  $y$  轴平行。不计重力。下列描绘这四个粒子运动轨迹的图像中, 可能正确的是 ( )



解析：已知四个粒子都从原点沿  $x$  轴正方向射入匀强电场中，且电场方向与  $y$  轴平行，则四个粒子都做平抛运动。

由于粒子的带电情况和质量已知，但电场的正方向未知，所以各粒子的偏转方向有两种可能。

设各粒子沿水平方向的初速度都为  $v_0$ ，电场强度为  $E$ ，则沿竖直方向的加速度分别为  $a_1 = \frac{Eq}{m}$ 、 $a_2 = \frac{Eq}{2m}$ 、 $a_3 = \frac{E3q}{3m} = \frac{Eq}{m}$ ， $a_4 = \frac{Eq}{m}$ 。

其中：(1)  $(-q, m)$  的电性与前 3 个粒子相反，因此偏转方向与它们相反。

(2)  $(+q, m)$  与  $(+3q, 3m)$  的初速度和加速度都相同，因此运动状态相同，轨迹重合。

(3)  $(+q, m)$ 、 $(+3q, 3m)$  与  $(-q, m)$  的初速度相同、加速度大小相同方向相反，因次它们的轨迹沿  $x$  轴对称。

(4)  $(+q, 2m)$  的加速度小于另外 3 个粒子，因此它的偏转幅度较小。

选项 A 中， $x$  轴下方有 2 条轨迹，且  $x$  轴上方的轨迹与下方偏转幅度较大轨迹的对称，符合上述所有特点，备选。

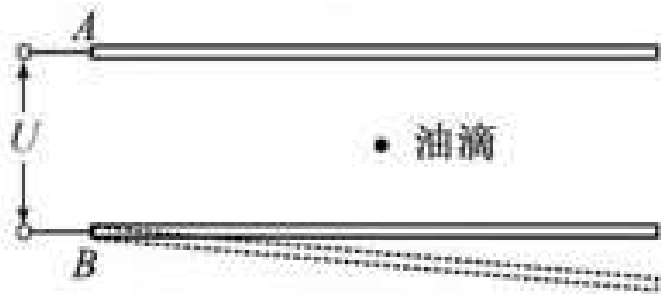
选项 B 中， $x$  轴上方的轨迹与下方的轨迹都不对称，不符合条件 (3)，排除。

选项 C 中， $x$  轴下方有 3 条轨迹，不符合条件 (2)，排除。

选项 D，中， $x$  轴上方有 2 条轨迹，且  $x$  轴下方的轨迹与上方偏转幅度较大轨迹的对称，符合上述所有特点，备选。

本题选 AD。

4. (2018 江苏) 如图所示, 水平金属板  $A$ 、 $B$  分别与电源两极相连, 带电油滴处于静止状态。现将  $B$  板右端向下移动一小段距离, 两金属板表面仍均为等势面, 则该油滴 ( )



- A. 仍然保持静止
- B. 竖直向下运动
- C. 向左下方运动
- D. 向右下方运动

解析: 当两块金属板平行放置时, 当中产生匀强电场。油滴处于静止状态。为便于分析, 假设油滴带负电, 则电场方向为竖直向下, 油滴受到竖直向上的电场力与竖直向下的重力, 二力平衡。

若将  $B$  板右端向下移动, 则两块板不再平行, 电场线也不再是竖直向下, 而是向左下方向, 如下图所示。



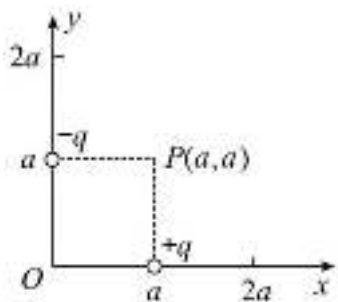
将油滴受到的电场力分解到水平和竖直两个方向。水平方向, 油滴只受到向右的电场力, 具有向右的加速度。

竖直方向, 由于极板间电压  $U$  不变, 极板间距离  $d$  增大, 则电场强度  $E = \frac{U}{d}$  减小。原本与重力相等的电场力, 由于电场强度变小, 且被水平方向分去了一部分, 因此竖直方向不足以与重力平衡, 具有竖直向下的加速度。

综上，油滴具有向右下的加速度，向右下方运动。

本题选 D。

5. (2021 湖南) 如图，在  $(a,0)$  位置放置电荷量为  $q$  的正点电荷，在  $(0,a)$  位置放置电荷量为  $q$  的负点电荷，在距  $P(a,a)$  为  $\sqrt{2}a$  的某点处放置正点电荷  $Q$ ，使得  $P$  点的电场强度为零。则  $Q$  的位置及电荷量分别为 ( )



- A.  $(0,2a)$ ,  $\sqrt{2}q$       B.  $(0,2a)$ ,  $2\sqrt{2}q$   
C.  $(2a,0)$ ,  $\sqrt{2}q$       D.  $(2a,0)$ ,  $2\sqrt{2}q$

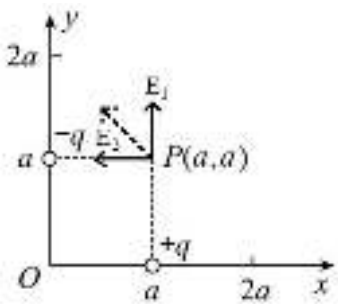
解析：在  $(a,0)$  位置的正点电荷、 $(0,a)$  位置的负点电荷、某正点电荷  $Q$  三者，在  $P(a,a)$  的电场强度的矢量和为零。

可以先求出两个已知点电荷在  $P(a,a)$  处形成的电场之和， $Q$  在该处形成的电场与其大小相等，方向相反即可。

根据点电荷形成的电场强度公式， $(a,0)$  位置的正点电荷  $q$  在  $P(a,a)$  处形成的电场强度的大小为  $E_1 = \frac{kq}{a^2}$ ，方向竖直向上。

$(0,a)$  位置的负点电荷  $q$  在  $P(a,a)$  处形成的电场强度的大小也为  $E_2 = \frac{kq}{a^2}$ ，方向竖直向左。

两个已知电荷在  $P(a,a)$  处形成电场的矢量和的大小为  $E_{1+2} = \frac{\sqrt{2}kq}{a^2}$ ，方向为左偏上  $45^\circ$ 。如下图所示。



$Q$ 在该处形成的电场需与 $E_{1+2}$ 大小相等,应当也为 $E_Q = E_{1+2} = \frac{\sqrt{2}kq}{a^2}$ 。

又因为 $Q$ 到 $P(a, a)$ 的距离为 $\sqrt{2}a$ ,则 $Q$ 的电荷量 $q_Q$ 需满足关系 $\frac{\sqrt{2}kq}{a^2} = \frac{kq_Q}{(\sqrt{2}a)^2}$ ,解得 $q_Q = 2\sqrt{2}q$ 。

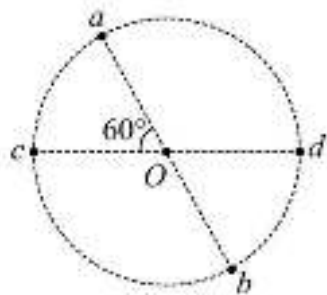
$Q$ 在该处形成的电场需与 $E_{1+2}$ 方向相反,应为下偏右 $45^\circ$ ,则直线 $PQ$ 的斜率为 $-1$ ,因为直线 $PQ$ 经过点 $P(a, a)$ ,所以直线方程为 $y = -(x - a) + a$ ,化简得 $y = -x + 2a$ 。

设 $Q$ 的坐标为 $Q(x_Q, -x_Q + 2a)$ 。因为 $Q$ 到 $P(a, a)$ 的距离为 $\sqrt{2}a$ ,可得 $(x_Q - a)^2 + (-x_Q + 2a - a)^2 = (\sqrt{2}a)^2$ ,解得 $x_Q = 0$ ,则 $Q(0, 2a)$ 。

本题选 B。

为了提高做题速度,可以不通过计算求出点 $Q$ 的坐标,而是直接根据选项中给出的点的位置直观判断。

6. (2021 湖南)(多选)如图,圆心为 $O$ 的圆处于匀强电场中,电场方向与圆平面平行, $ab$ 和 $cd$ 为该圆直径。将电荷量为 $q$  ( $q > 0$ )的粒子从 $a$ 点移动到 $b$ 点,电场力做功为 $2W$  ( $W > 0$ );若将该粒子从 $c$ 点移动到 $d$ 点,电场力做功为 $W$ 。下列说法正确的是( )



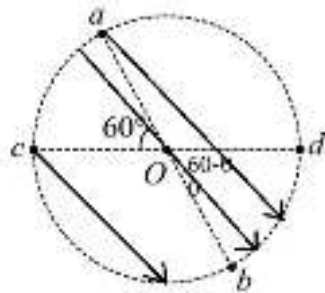
A. 该匀强电场的场强方向与 $ab$ 平行

- B. 将该粒子从  $d$  点移动到  $b$  点, 电场力做功为  $0.5W$
- C.  $a$  点电势低于  $c$  点电势
- D. 若只受电场力, 从  $d$  点射入圆形电场区域的所有带电粒子都做曲线运动

解析: 已知圆处于匀强电场中, 电场方向与圆平面平行, 但是电场的具体方向未知。

将电荷量为  $q$  的粒子从  $a$  点移动到  $b$  点, 电场力做功为  $2W$ ; 从  $c$  点移动到  $d$  点, 电场力做功为  $W$ 。并且从图中可看出  $ab$  与  $cd$  的夹角为  $60^\circ$ 。

设圆的半径为  $r$ , 电场强度为  $E$ , 电场线与  $ab$  的夹角为  $\theta$ 。如下图所示。



由电荷  $q$  从  $a$  点移动到  $b$  点电场力做功  $2W$  可得  $2W = Eqr \cos \theta$ 。由电荷  $q$  从  $c$  点移动到  $d$  点电场力做功  $W$  可得  $W = Eqr \cos(60^\circ - \theta)$ 。

将两个等式相除得:  $\frac{2W}{W} = \frac{Eqr \cos \theta}{Eqr \cos(60^\circ - \theta)}$ , 逐步化简:

$$2 \cos(60^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$2(\cos 60^\circ \cos \theta - \sin 60^\circ \sin \theta) = \cos \theta$$

$$2\left(\frac{1}{2} \cos \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta\right) = \cos \theta$$

$$\sin \theta = 0$$

$$\theta = 0$$

即: 电场线与直径  $ac$  方向平行。

因为将正电荷沿  $ac$  方向平行移动电场力做正功, 所以电场方向为从  $a$  指向  $c$ 。

逐个分析判断各选项:



选项 A，该匀强电场的场强方向与  $ab$  平行。正确，备选。

选项 B，因为  $ab$  与  $cd$  的夹角为  $60^\circ$ ，且  $Ob = Od$ ，所以  $\triangle Obd$  是等边三角形。从  $d$  向直线  $ab$  引垂线，设垂足为  $M$ ，则  $Mb$  就是  $bd$  沿电场线方向的位移，为半径的一半。所以将该粒子从  $d$  点移动到  $b$  点电场力做功为  $Eq \frac{1}{2}r = \frac{1}{2}Eq r = 0.5W$ 。正确，备选。

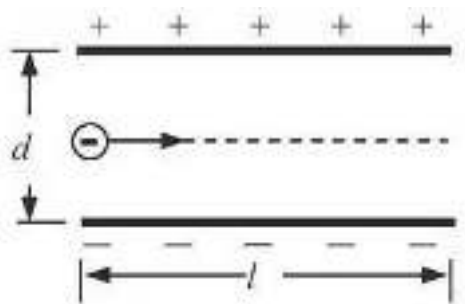
选项 C，因为电场方向为从  $a$  指向  $c$ ， $c$  在直线  $ab$  上的投影在  $a$  靠近  $b$  点的一侧，所以  $a$  点电势高于  $c$  点电势。

也可以作一组垂直于  $ac$  的平行线，每一条直线就是一个等势面，靠近左上的等势面的电势比靠近右下的高。 $a$  点所在的等势面在  $c$  点的左上，所以  $a$  点电势高于  $c$  点电势错误，排除。

选项 D，若从  $d$  点射入圆形电场区域的带电粒子的方向恰好与电场线平行，则带电粒子做匀加速直线运动。错误，排除。

本题选 AB。

7. (2020 浙江 1 月) 如图所示，电子以某一初速度沿两块平行板的中线方向射入偏转电场中，已知极板长度  $l$ ，间距  $d$ ，电子质量  $m$ ，电荷量  $e$ 。若电子恰好从极板边缘射出电场，由以上条件可以求出的是 ( )



- A. 偏转电压
- B. 偏转的角度
- C. 射出电场速度
- D. 电场中运动的时间

解析：平行板分别带有正负电荷，之间产生匀强电场。电子水平

射入后, 受到竖直向上的电场力, 做平抛运动。

已知信息有极板长度  $l$ , 间距  $d$ , 电子质量  $m$ , 电荷量  $e$ , 以及电子沿中线水平射入、恰好从边缘射出。要求可以求出的数据。

已知信息里没有电子的初速度, 设为  $v_0$ 。根据已知信息也无法直接求得电子的加速度, 设电场强度为  $E$ , 则加速度为  $a = \frac{Ee}{m}$ 。

接下来用分析平抛运动的方法分析电子的运动状态, 建立一些等式, 看能不能联立方程组解出未知参数  $v_0$  或  $E$  或其他。

因为电子恰好从极板边缘射出电场, 所以水平位移为  $l$ 。电子沿水平方向做匀速直线运动, 则运动时间  $t$  可表示为  $t = \frac{l}{v_0}$ 。

因为电子沿中线水平射入, 且恰好从极板边缘射出电场, 所以竖直位移为  $\frac{d}{2}$ 。电子沿竖直方向做匀加速直线运动, 则加速度  $a = \frac{Ee}{m}$ 、

运动时间  $t$ 、位移  $\frac{d}{2}$  之间满足关系  $\frac{1}{2} \cdot \frac{Ee}{m} \cdot t^2 = \frac{d}{2}$ 。

综上, 得到电子沿平行和竖直方向的两个等式:

$$t = \frac{l}{v_0} \text{ 和 } \frac{1}{2} \cdot \frac{Ee}{m} \cdot t^2 = \frac{d}{2}$$

可以看作一个方程组, 但是该方程组中有 3 个未知数:  $v_0$ 、 $E$ 、 $t$ , 无法求解。

选项 A 偏转电压  $U$  可通过电场强度  $E$  与极板间距离  $d$  求得  $U = Ed$ , 但是无法求得  $E$ , 所以无法求得偏转电压。排除。

选项 B 偏转的角度若指的是位移偏转的角度, 则可直接通过极板的长度  $l$  和距离  $d$  求得,  $\theta = \arctan \frac{d}{2l}$ 。

若指的是速度偏转的角度, 水平方向的速度仍为  $v_0$ , 竖直方向的速度为  $\frac{Ee}{m} \cdot t$ , 正切值为  $\tan \varphi = \frac{v_0}{\frac{Ee}{m} \cdot t} = \frac{v_0 m}{Eet}$ 。用  $t$  分别表示  $v_0$  和  $E$ :  $v_0 = \frac{l}{t}$ ,

$E = \frac{md}{et^2}$ , 代入正切值得  $\tan \varphi = \frac{\frac{l}{t} \cdot m}{\frac{md}{et^2} \cdot t} = \frac{l}{d}$ 。恰好约去了未知量。

位移和速度的偏转角度都可由已知信息求得, 备选。

选项 C., 射出电场速度为水平速度与竖直速度的矢量和, 为:

$$v = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{Ee}{m} \cdot t\right)^2}, \text{ 代入 } v_0 = \frac{l}{t} \text{ 和 } E = \frac{md}{et^2} \text{ 得: } v = \sqrt{\left(\frac{l}{t}\right)^2 + \left(\frac{\frac{md}{et^2} \cdot e}{m} \cdot t\right)^2} = \sqrt{\frac{l^2 + d^2}{t^2}},$$

无法只用已知数据表示。排除。

选项 D, 电场中运动的时间无法根据已知信息所列出的等式求得。排除。

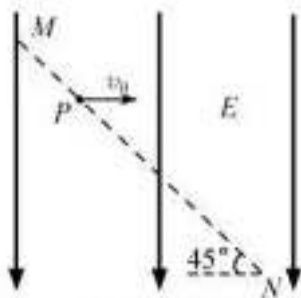
本题选 B。

判断哪些数据可求得、哪些数据无法得到, 主要有两条思路: 一是根据已知信息, 假设尽可能少的位置参数, 列出相互独立的等式并尝试解方程组。二是用尽可能少的未知参数和所有已知参数, 表示出其他所有的未知参数, 并根据题目进行表示、化简, 看能否恰好约去未知参数。这两条思路往往要共同使用, 先使用思路一、再使用思路二。

一般情况下, 若未知数的数量大于 (相互独立的) 方程的数量, 则方程组无唯一解。

在物理中, 通常沿两个不平行的方向的运动状态所得到的两个方程相互独立。沿同一方向上的运动、动量、机械能变化得到的方程往往不独立, 因为动量、机械能的概念都是从运动中推导得到的。

8. (2020 浙江 7 月) 如图所示, 一质量为  $m$ 、电荷量为  $q$  ( $q > 0$ ) 的粒子以速度  $v_0$  从  $MN$  连线上的  $P$  点水平向右射入大小为  $E$ 、方向竖直向下的匀强电场中。已知  $MN$  与水平方向成  $45^\circ$  角, 粒子的重力可以忽略, 则粒子达到  $MN$  连线上的某点时 ( )



- A. 所用时间为  $\frac{mv_0}{qE}$
- B. 速度大小为  $3v_0$
- C. 与  $P$  点的距离为  $\frac{2\sqrt{2}mv_0^2}{qE}$
- D. 速度方向与竖直方向的夹角为  $30^\circ$

解析：已知带正电的粒子水平射入竖直向下的匀强电场。由于重力可以忽略，所以粒子只受到竖直向下的电场力的作用，做平抛运动。

粒子从  $P$  点射入，达到  $MN$  连线上的某点。根据题图可知  $MN$  与水平方向的夹角为  $45^\circ$ ，根据几何关系可知，则这段时间内粒子的水平位移与竖直位移相等。

设粒子运动的时间为  $t$ ，沿水平方向做匀速直线运动，则水平位移为  $x = v_0 t$ 。沿竖直方向做匀加速直线运动，则竖直位移为  $y = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{Eq}{m} t^2$ 。

由水平位移和竖直位移相等可得  $v_0 t = \frac{1}{2} \frac{Eq}{m} t^2$ ，解得  $t = \frac{2mv_0}{Eq}$ 。现在知道粒子运动的时间、水平初速度、竖直方向的加速度，于是可求得粒子运动各类数据。

逐个分析判断各选项：

选项 A，所用时间应为  $t = \frac{2mv_0}{Eq}$ 。错误，排除。

选项 B，粒子达到  $MN$  连线上的某点时，水平方向的速度仍为  $v_0$ ，竖直方向的速度为  $at = \frac{Eq}{m} t = \frac{Eq}{m} \cdot \frac{2mv_0}{Eq} = 2v_0$ ，则粒子的实际速度为

$v = \sqrt{v_0^2 + (2v_0)^2} = \sqrt{5}v_0$ 。错误，排除。

选项 C，粒子达到  $MN$  连线上的某点时，沿水平方向的位移为  $x = v_0 t = v_0 \cdot \frac{2mv_0}{Eq} = \frac{2mv_0^2}{Eq}$ ，根据三角函数关系可得，粒子的实际位移，即该点与  $P$  点的距离为  $\frac{2\sqrt{2}mv_0^2}{Eq}$ 。正确，备选。

选项 D，此时，粒子沿水平方向的速度仍为  $v_0$ ，竖直方向的速度为  $at = \frac{Eq}{m}t = \frac{Eq}{m} \cdot \frac{2mv_0}{Eq} = 2v_0$ ，与竖直方向的夹角的正切值为  $\tan \theta = \frac{v_0}{2v_0} = \frac{1}{2}$ ，不是  $30^\circ$  角的正切值。错误，排除。

本题选 C。

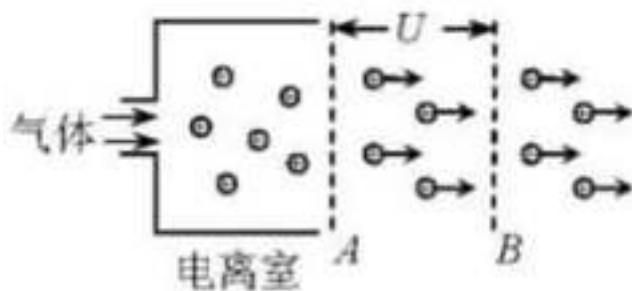
本题实际上是关于平抛运动的问题，只是由电场力提供加速度。

9. (2019 天津) 2018 年，人类历史上第一架由离子引擎推动的飞机诞生，这种引擎不需要燃料，也无污染物排放。引擎获得推力的原理如图所示，进入电离室的气体被电离成正离子，而后飘入电极  $A$ 、 $B$  之间的匀强电场（初速度忽略不计）， $A$ 、 $B$  间电压为  $U$ ，使正离子加速形成离子束，在加速过程中引擎获得恒定的推力。单位时间内飘入的正离子数目为定值，离子质量为  $m$ ，电荷量为  $Ze$ ，其中  $Z$  是正整数， $e$  是元电荷。

(1) 若引擎获得的推力为  $F_1$ ，求单位时间内飘入  $A$ 、 $B$  的正离子数目  $N$  为多少；

(2) 加速正离子束所消耗的功率  $P$  不同时，引擎获得的推力  $F$  也不同，试推导  $\frac{F}{P}$  的表达式；

(3) 为提高能量的转换效率，要使  $\frac{F}{P}$  尽量大，请提出增大  $\frac{F}{P}$  的三条建议。



解析：结合题图，引擎获得推力的原理为：气体从左边进入电离室，电离成正离子。

正离子进入电极  $A$ 、 $B$  之间的匀强电场，经电场加速形成离子束，电势能转化为离子的动能。离子束向右离开引擎后，由于动量守恒，引擎获得向左的动量。

(1) 若引擎获得的推力为  $F_1$ ，则推力在单位时间  $\Delta t$  内产生的动量为  $P = F_1 \Delta t$ 。

离子的质量为  $m$ 、电荷量为  $Ze$ ，经电压为  $U$  的电场加速后，电势能转化为动能，可得  $UZe = \frac{1}{2}mv^2$ ，速度为  $v = \sqrt{\frac{2UZe}{m}}$ ，则每个粒子提供的动量为  $P_0 = mv = \sqrt{2mUZe}$ 。

若飘入正离子的速率为  $\frac{\Delta N}{\Delta t}$ ，则这些正离子共同提供的动量为  $\Delta N P_0 = \Delta N \sqrt{2mUZe}$ ，等于引擎获得的动量，即： $F_1 \Delta t = \Delta N \sqrt{2mUZe}$ ，化简得： $F_1 = \frac{\Delta N}{\Delta t} \sqrt{2mUZe}$ 。

其中飘入正离子的速率就是单位时间内飘入的正离子的数量， $N = \frac{\Delta N}{\Delta t}$ 。

所以  $F_1 = N \sqrt{2mUZe}$ 。

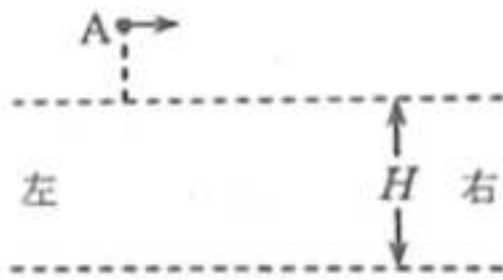
(2) 根据能量守恒定律，加速正离子束所消耗的功率等于单位时间内正离子获得的能量， $P = \frac{\Delta N}{\Delta t} UZe = NUZe$ 。

$$\text{则 } \frac{F}{P} = \frac{N \sqrt{2mUZe}}{NUZe} = \sqrt{\frac{2m}{UZe}}$$

(3) 根据  $\frac{F}{P} = \sqrt{\frac{2m}{UZe}}$ , 为提高能量的转换效率, 可分别从增大  $m$ 、减小  $U$  或  $Z$  的方式。即: 使用质量更大的正离子, 减小电压  $U$ , 使用电荷量  $Z$  更小的正离子。

本题需利用能量守恒将电势能与动能联系起来, 再利用速度将动能与动量联系起来, 这两个联系都不难想到。分析计算的难点主要在于用单位时间内的飘入的离子数目求得恒定的力的大小, 需要熟练掌握“单位时间”这一特殊物理量的表示和计算。

10. (2017 全国 II) 如图, 两水平面 (虚线) 之间的距离为  $H$ , 其间的区域存在方向水平向右的匀强电场。自该区域上方的  $A$  点将质量均为  $m$ 、电荷量分别为  $q$  和  $-q$  ( $q > 0$ ) 的带电小球  $M$ 、 $N$  先后以相同的初速度沿平行于电场的方向射出。小球在重力作用下进入电场区域, 并从该区域的下边界离开。已知  $N$  离开电场时的速度方向竖直向下;  $M$  在电场中做直线运动, 刚离开电场时的动能为  $N$  刚离开电场时动能的 1.5 倍。不计空气阻力, 重力加速度大小为  $g$ 。求



- (1)  $M$  与  $N$  在电场中沿水平方向的位移之比;
- (2)  $A$  点距电场上边界的高度;
- (3) 该电场的电场强度大小。

解析: 已知虚线之间存在水平向右的匀强电场。

整个运动过程可以分为 3 个阶段:

阶段 1: 在电场上方的  $A$  点水平抛出两个带电小球, 则两个带电小球做平抛运动, 斜着进入匀强电场。

阶段 2: 小球在电场中运动时, 受到竖直向下的重力作用和沿水

平方向的电场力作用。

阶段 3: 小球离开电场后, 若有沿水平方向的速度, 则做斜抛运动。若只由沿竖直方向的速度, 则做匀加速直线运动。

上述 3 个阶段中, 小球始终受到重力的作用, 仅在阶段 2 受到水平方向的电场力的作用, 因此尽可能将水平与竖直两个方向的运动情况分别分析, 有需要时再合并。

还已知  $N$  离开电场时的速度方向竖直向下, 则电场力做负功, 恰好完全抵消了  $N$  沿水平向右的初速度。

$M$  在电场中做直线运动, 则其进入电场时的速度的方向, 与受到电场力和重力的合力方向一致。即: 沿水平方向和竖直方向的速度之比, 等于电场力与重力的大小之比。

已知数据有  $M$  和  $N$  的质量均为  $m$ 、电荷量分别为  $q$  和  $-q$ , 电场区域的高度为  $H$ , 刚离开电场时的动能为  $N$  刚离开电场时动能的 1.5 倍。

(1)  $M$  与  $N$  在电场中沿水平方向的位移之比;

因为  $M$  和  $N$  的质量均为  $m$ 、电荷量分别为  $q$  和  $-q$ , 因此它们沿竖直方向的加速度相同, 都为  $g$ , 沿竖直方向的运动状态始终相同。

$M$  和  $N$  沿水平方向的加速度均为  $a = \frac{Eq}{m}$  ( $E$  未知)。 $M$  的加速度沿水平向右,  $N$  的加速度沿水平向左。

设  $M$  和  $N$  沿水平方向的初速度都为  $v_0$ , 则  $N$  在电场区域运动的水平位移为  $x_{N-2-水平} = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2 \frac{Eq}{m}} = \frac{mv_0^2}{2Eq}$ 。

根据  $N$  的初速度、末速度和加速度可求得其在电场区域运动的时间为  $t = \frac{v_0}{a} = \frac{mv_0}{Eq}$ ,  $M$  在电场中的运动时间与之相同, 所以  $M$  在电场中的

水平位移为  $x_{M-2-水平} = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = v_0 \cdot \frac{mv_0}{Eq} + \frac{1}{2} \frac{Eq}{m} \left( \frac{mv_0}{Eq} \right)^2 = \frac{3mv_0^2}{2Eq}$ 。

$M$  与  $N$  在电场中沿水平方向位移之比为:  $\frac{x_{M-2-水平}}{x_{N-2-水平}} = \frac{\frac{3mv_0^2}{2Eq}}{\frac{mv_0^2}{2Eq}} = 3$ 。



(2)  $A$  点距电场上边界的高度;

设  $A$  点距电场上边界的高度为  $h$ , 则小球从  $A$  点运动到电场上边界的时间为  $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ , 沿竖直方向的速度为  $v_{1-竖直} = gt = \sqrt{2gh}$ , 则小球刚进入电场时, 竖直方向与水平方向的速度之比为  $\frac{v_{1-竖直}}{v_0} = \frac{\sqrt{2gh}}{v_0}$ 。

由于  $M$  在电场中做直线运动, 所以其沿竖直方向和水平方向的加速度之比与初速度之比相同, 才能使得实际的加速度与进入电场的初速度方向相同, 即:  $\frac{a_{M-2-竖直}}{a_{M-2-水平}} = \frac{g}{\frac{Eq}{m}} = \frac{\sqrt{2gh}}{v_0}$ , 化简得:。

小球在电场中运动的时间也可以由沿竖直方向的运动求得:

$$v_{1-竖直}t + \frac{1}{2}gt^2 = H, \text{ 代入 } v_{1-竖直} = \sqrt{2gh} \text{ 和 } t = \frac{mv_0}{Eq} \text{ 得: } \sqrt{2gh} \cdot \frac{mv_0}{Eq} + \frac{1}{2}g\left(\frac{mv_0}{Eq}\right)^2 = H。$$

$$\text{代入 } \frac{v_0}{E} = \frac{q\sqrt{2gh}}{mg} \text{ 得: } \sqrt{2gh} \cdot \frac{m}{q} \cdot \frac{q\sqrt{2gh}}{mg} + \frac{1}{2}g\left(\frac{m}{q} \cdot \frac{q\sqrt{2gh}}{mg}\right)^2 = H, \text{ 逐步化简:}$$

$$\sqrt{2gh} \cdot \frac{m}{q} \cdot \frac{q\sqrt{2gh}}{mg} + \frac{1}{2}g\left(\frac{m}{q} \cdot \frac{q\sqrt{2gh}}{mg}\right)^2 = H$$

$$2h + h = H$$

$$h = \frac{H}{3}$$

(3) 该电场的电场强度大小。

已知  $M$  刚离开电场时的动能为  $N$  刚离开电场时动能的 1.5 倍。  $M$  和  $N$  下落的过程中, 只有重力势能、电势能与动能之间的转换。

$M$  和  $N$  的初始动能都为  $\frac{1}{2}mv_0^2$ 。

$M$  和  $N$  的重力势能都减少了  $mg(H+h) = \frac{4mgH}{3}$ , 转化为动能。

电场力对  $M$  做正功, 大小为:  $W_M = Eqx_{M-2-水平} = Eq \frac{3mv_0^2}{2Eq} = \frac{3mv_0^2}{2}$ , 转化为动能。

电场力对  $N$  做负功, 大小为:  $W_N = Eqx_{N-2-水平} = Eq \frac{mv_0^2}{2Eq} = \frac{mv_0^2}{2}$ , 消耗

了动能。

$$M \text{ 刚离开电场时的动能为 } \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{4mgH}{3} + \frac{3mv_0^2}{2} = 2mv_0^2 + \frac{4mgH}{3}。$$

$$N \text{ 刚离开电场时的动能为 } \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{4mgH}{3} - \frac{mv_0^2}{2} = \frac{4mgH}{3}。$$

$M$  刚离开电场时的动能为  $N$  刚离开电场时动能的 1.5 倍，则有：

$$2mv_0^2 + \frac{4mgH}{3} = 1.5 \times \frac{4mgH}{3}, \text{ 解得 } v_0 = \sqrt{\frac{gH}{3}}。 \text{ 将其代入 } \frac{v_0}{E} = \frac{q\sqrt{2gh}}{mg} \text{ 得：}$$

$$\frac{\sqrt{\frac{gH}{3}}}{E} = \frac{q\sqrt{2gh}}{mg}。 \text{ 解得： } E = \frac{\sqrt{2}mg}{2q}。$$

本题的计算化简过程看起来比较复杂，其实解题的核心还是利用已知信息列出等式，联立解方程组。

本题竖直方向只有重力作用，且没有初速度，是初速度为零的匀加速直线运动。水平方向分两个阶段，第 1 阶段只有初速度，第 2 阶段有初速度和电场力产生的加速度。

本题的未知数有 3 个：水平初速度  $v_0$ 、电场强度  $E$ 、初始高度  $h$ 。

本题可以利用的数量关系有 3 个：

关系 1：  $N$  离开电场时的速度方向竖直向下。据此可建立电场强度  $E$  与水平初速度之间的数量关系。

关系：  $M$  在电场中做直线运动。表明  $M$  进入电场时的初速度的方向与受到的合力的方向相同，则此刻竖直与水平方向的速度之比等于加速度之比，据此可建立初速度、初始高度、电场强度之间的数量关系。

关系 3： 刚离开电场时  $M$  的动能是  $N$  的 1.5 倍。可以根据能量守恒，建立初始速度、初始高度、电场强度之间的另一个数量关系。

至此，共有 3 个方程和 3 个未知数，一般可以求得该三元方程组的解。

本题虽然各小问看上去按照顺序难度递增、循序渐进，但其实用尽可能简单的方法和尽量少的条件求出所问的数量关系反而难度更

大。如果一开始就能看出“建立 3 个方程求 3 个未知数”的本质，则可以迅速得到解题的思路。只是具体求解时会有一定的计算量，但这些计算量在来回化简消元中其实并不复杂。

“建立  $N$  个方程求  $N$  个未知数”的思路在很多物理题中普遍使用，若未知数比方程多，则可能所求的问题中恰好可以约去所有的未知数，可以只用已知数据表示

## 第十一章 电势与电势能

能量和势是根据牛顿力学的基本规律，推导得到的两个物理量，这两个物理量对于分析处理一些物理问题非常有用。

电势能是电场力做功所产生的能量。静电场中电场力对电荷做功只与位置有关，电势能是一种只与电荷所在位置有关的势能，电势则是只与位置有关、与电荷也无关的参数。

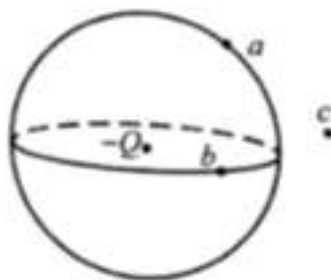
同大多数物理概念类似，电势与电势能的问题也可大致分为两种类型：专门考察的概念和用于分析解决问题的工具。

作为专门考察的概念，需注重理解电势能和电势的公式推导过程以及电场线的性质和画法，需能熟练掌握电场力做功、电场强度、电势能和电势之间的数量关系，能根据电荷和电场线的情况，直观粗略地判断或估计电场强度、电势高低等情况。

作为分析解决问题的工具，使用电势和电势能可以略电荷的具体受力情况和运动过程，直接根据电势（电场强度）、位置、电荷量求得相应的能量变化。借助能量守恒定律，根据电势能与机械能等其他能量的转化，也可以迅速建立起数量关系，用于求解未知参数。

对于一些较难的牛顿力学问题中，各类基本公式大都起到建立数量关系的作用，解决题目的关键在于根据题目条件，利用物理公式建立起相应的数量关系，从而求解出各未知参数，最终还原整个物理过程的全貌，并能够求得所有的细节和参数。

1. (2019 北京) 如图所示， $a$ 、 $b$  两点位于以负点电荷  $-Q$  ( $Q > 0$ ) 为球心的球面上， $c$  点在球面外，则 ( )



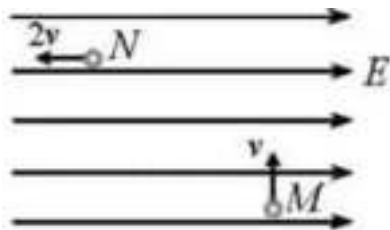
- A.  $a$ 点场强的大小比 $b$ 点大
- B.  $b$ 点场强的大小比 $c$ 点小
- C.  $a$ 点电势比 $b$ 点高
- D.  $b$ 点电势比 $c$ 点低

解析：负点电荷 $-Q$ 在空间内形成电场，越靠近 $-Q$ 的位置电势越低，对于试探电荷 $q$ ，受到的库仑力 $F$ 与距离 $r$ 的关系为 $F = -\frac{kQ}{r^2}q$ ，则电场强度的大小 $E$ 与距离 $r$ 的关系为 $E = \frac{kQ}{r^2}$ ，电势 $\varphi$ 与距离 $r$ 的关系为 $\varphi = -\frac{kQ}{r}$ 。

由于 $a$ 、 $b$ 位于球面上， $c$ 点在球面外，所以 $a$ 、 $b$ 的电势相等，电场强度的大小相等，方向都指向球心。 $c$ 的电势比 $a$ 、 $b$ 高，电场强度的大小比 $a$ 、 $b$ 小。逐个分析判断各选项：

- 选项 A， $a$ 点场强的大小应与 $b$ 相等。错误，排除。
  - 选项 B， $b$ 点场强的大小应比 $c$ 点大。错误，排除。
  - 选项 C， $a$ 点电势应与 $b$ 点相等。错误，排除。
  - 选项 D， $b$ 点电势比 $c$ 点低。正确，备选。
- 本题选 D。

2. (2019 天津) 如图所示，在水平向右的匀强电场中，质量为 $m$ 的带电小球，以初速度 $v$ 从 $M$ 点竖直向上运动，通过 $N$ 点时，速度大小为 $2v$ ，方向与电场方向相反，则小球从 $M$ 运动到 $N$ 的过程 ( )



- A. 动能增加 $\frac{1}{2}mv^2$
- B. 机械能增加 $2mv^2$
- C. 重力势能增加 $\frac{3}{2}mv^2$
- D. 电势能增加 $2mv^2$

解析：已知有水平向右的匀强电场，小球从 $M$ 点竖直向上运动，

通过  $N$  点时，速度大小为  $2v$ ，方向与电场方向相反。

运动过程中，小球受竖直方向的重力和水平方向的电场力。这两个力相互垂直、互不影响，因此可以分别分析两个方向上的运动情况。

小球在  $M$  点时具有竖直向上的初速度  $v$ ，到  $N$  点时只有水平方向的速度，则竖直方向的速度全部克服重力做功，所以重力势能增加了  $\frac{1}{2}mv^2$ 。

小球在  $M$  点时没有水平方向的速度，到  $N$  点时水平方向的速度为  $2v$ ，则电场力令小球做加速运动，电势能转化为动能的量为  $\frac{1}{2}m(2v)^2 = 2mv^2$ 。

逐个分析判断各选项：

选项 A，小球在  $M$  点的动能为  $\frac{1}{2}mv^2$ ，在  $N$  点的动能为  $2mv^2$ ，动能增加了  $\frac{3}{2}mv^2$ 。错误，排除。

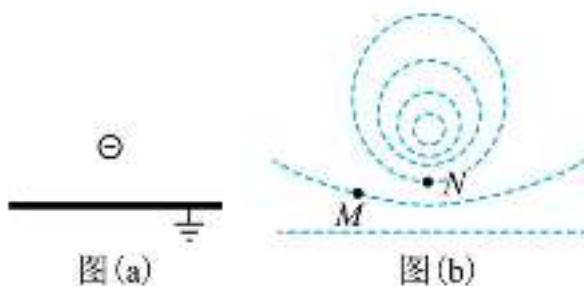
选项 B，竖直方向上，小球的重力势能转化为动能，机械能不变。水平方向上，有  $2mv^2$  的电势能转化为动能，机械能增加  $2mv^2$ 。总的机械能增加  $2mv^2$ 。正确，备选。

选项 C，竖直方向的初速度全部转化为重力势能，重力势能增加  $\frac{1}{2}mv^2$ 。错误，排除。

选项 D，电势能转化为动能，减小了  $2mv^2$ 。错误，排除。

本题选 B。

3. (2021 全国乙) 如图 (a)，在一块很大的接地金属平板的上方固定一负电荷。由于静电感应，在金属平板上表面产生感应电荷，金属板上方电场的等势面如图 (b) 中虚线所示，相邻等势面间的电势差都相等。若将一正试探电荷先后放于  $M$  和  $N$  处，该试探电荷受到的电场力大小分别为  $F_M$  和  $F_N$ ，相应的电势能分别为  $E_{pM}$  和  $E_{pN}$ ，则



- A.  $F_M < F_N$ ,  $E_{pM} > E_{pN}$       B.  $F_M > F_N$ ,  $E_{pM} > E_{pN}$   
 C.  $F_M < F_N$ ,  $E_{pM} < E_{pN}$       D.  $F_M > F_N$ ,  $E_{pM} < E_{pN}$

解析：已知接地金属平板上固定一负电荷。由于接地，则金属平板的电势恒为0。负点电荷四周产生指向它的电场线，电场线的起点都在金属板或无穷远处，终点都在点电荷上。

图(b)给出了等势面，所有圆共同包裹的中心位置应当为点电荷所在的位置，越靠近负点电荷的位置的电势越低，即越小的圆的电势越低。最下方水平的直线就是金属板的零等势面。

各电场线应当与各等势面垂直，且电场线越密集的地方电场强度越大。也可以用如下方法判断电场强度的大小：因为  $E = \frac{U}{d}$ ，负点电荷与金属板之间的电势差  $U$  为定值，则从金属板上越远离负点电荷的位置指向负点电荷的电场线上的电场强度越小。

比较点  $M$  和  $N$  的位置， $M$  所在的等势面比  $N$  所在的等势面距离负点电荷更远，所以  $M$  的电势大于  $N$  的电势。

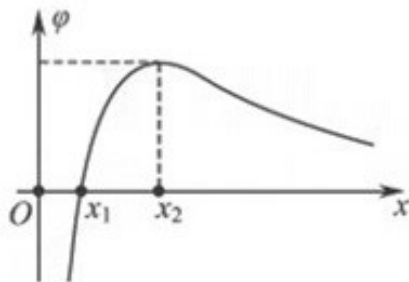
从金属板出发，分别经过  $M$  或  $N$ ，到达负点电荷的电场线中，经过  $M$  的电场线更长，即  $d$  更大，所以  $M$  的电场强度小于  $N$ ，即点电荷在  $M$  处受到的电场力小于在  $N$  处。

综上， $F_M < F_N$ ,  $E_{pM} > E_{pN}$

本题选 A。

根据电场线的疏密大致判断电场强度的大小，根据电荷分布情况大致判断等势面电势的高低，是理解电场和电势的重要基本能力。

4. (2017 江苏) (多选) 在  $x$  轴上有两个点电荷  $q_1$ 、 $q_2$ ，其静电场的电势  $\varphi$  在  $x$  轴上分布如图所示。下列说法正确的有 ( )



- A.  $q_1$  和  $q_2$  带有异种电荷
- B.  $x_1$  处的电场强度为零
- C. 负电荷从  $x_1$  移到  $x_2$  电势能减小
- D. 负电荷从  $x_1$  移到  $x_2$  受到的电场力增大

解析：已知  $x$  轴上有两个点电荷  $q_1$ 、 $q_2$ ，函数图像为静电场的电势  $\varphi$  在  $x$  轴上的分布情况。

根据函数图像可知， $x_1$  处的电势为零， $x_1$  左侧电势为负，且越向左电势越小。 $x_1$  和  $x_2$  之间的电势为正，且逐渐增大。 $x_2$  右侧的电势逐渐减小。

由于  $x$  轴上既有正的电势，又有负的电势，所以需要既有正电荷，又有负电荷。由于  $x_1$  左侧的电势都为负，且极具减小，所以负电荷在  $x_1$  左侧。由于  $x_2$  右侧的电势都为正，且  $x_2$  处的电势最大，所以正电荷可能在  $x_2$  处。

另外，由于电场强度与电势之间具有关系  $E = \frac{U}{d} = \frac{\Delta U}{\Delta x}$ ，因此曲线的斜率表示该处的电场强度。

逐个分析判断各选项：

选项 A， $q_1$  和  $q_2$  带有异种电荷。正确，备选。

选项 B， $x_1$  处的电势为零，电场强度为该处斜率，不为零。错误，排除。

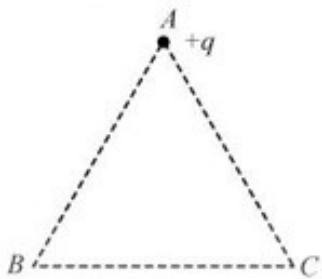


选项 C,  $x_1$  处的电势比  $x_2$  低, 将负电荷从低电势移动到高电势, 则其电势能减小。正确, 备选

选项 D,  $x_1$  处的斜率明显大于  $x_2$  处, 同一电荷在  $x_1$  处受到的电场力大于在  $x_2$  处。错误, 排除。

本题选 AC。

5. (2019 江苏) (多选) 如图所示,  $ABC$  为等边三角形, 电荷量为  $+q$  的点电荷固定在  $A$  点。先将一电荷量也为  $+q$  的点电荷  $Q$  从无穷远处 (电势为 0) 移到  $C$  点, 此过程中, 电场力做功为  $-W$ 。再将  $Q$  从  $C$  点沿  $CB$  移到  $B$  点并固定。最后将一电荷量为  $-2q$  的点电荷  $Q$  从无穷远处移到  $C$  点。下列说法正确的有 ( )



- A.  $Q$  移入之前,  $C$  点的电势为  $\frac{W}{q}$
- B.  $Q$  从  $C$  点移到  $B$  点的过程中, 所受电场力做的功为 0
- C.  $Q$  从无穷远处移到  $C$  点的过程中, 所受电场力做功为  $2W$
- D.  $Q$  在移到  $C$  点后的电势能为  $-4W$

解析: 等边三角形  $ABC$  的上顶点  $A$  处有一点电荷  $+q$ 。

将  $Q$  从无穷远处移到  $C$  点电场力做功为  $-W$ , 由于规定了无穷远处的电势为 0, 电势能做了负功  $-W$ , 则  $C$  点的电势能为  $W$ 。

由于点电荷形成的电场呈球面对称,  $B$  点和  $C$  点到  $A$  点的距离相等, 因此再将  $Q$  从  $C$  点沿  $CB$  移到  $B$  点, 电场力做功为零。

将  $Q$  固定到  $B$  点后, 由于  $A$  点和  $B$  点到  $C$  点的距离相等, 且这两

个点电荷的电荷量和电性都相同,则它们分别在 $C$ 点形成的电场大小相同,方向呈一定夹角。将 $Q$ 从无穷远处移到 $C$ 点,分别克服 $A$ 点和 $B$ 点处电荷的库仑力所做的功可以分别计算再直接相加。

逐个分析判断各选项:

选项 A,将 $Q$ 从无穷远处移到 $C$ 点电场力做功为 $-W$ ,则电荷 $Q$ 在 $C$ 点的电势能为 $W$ ,根据电势的定义可得, $C$ 点的电势为 $\frac{W}{q}$ 。正确,备选。

选项 B,由于点电荷形成的电场呈球面对称, $B$ 点和 $C$ 点到 $A$ 点的距离相等,因此再将 $Q$ 从 $C$ 点沿 $CB$ 移到 $B$ 点,电场力做功为零。正确,备选。

选项 C, $Q$ 从无穷远处移到 $C$ 点的过程中,受来自 $A$ 点的电场力做功为 $\frac{W}{q} \cdot 2q = 2W$ ,受来自 $B$ 点的电场力做功为 $\frac{W}{q} \cdot 2q = 2W$ ,电场力所做的功之和为 $4W$ 。错误,排除。

选项 D, $Q$ 在移到 $C$ 点后电场力做功 $4W$ ,则其电势能为 $-4W$ 。正确,备选。

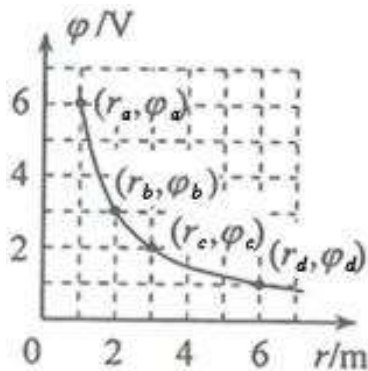
本题选 ABD。

根据数学物理公式计算可得到结论:若在有多个场源的空间内移动一个点电荷,则克服每个场源形成的电场所做的功的代数和,等于克服所用场源共同形成的电场所做的功。

可以自行假设相应的参数验证:一个有质量的点电荷在既有重力、又有匀强电场的空间内发生位移,则克服重力做的功(增加的重力势能)和克服电场力做的功(增加的电势能)的代数和,等于物体克服重力和电场力的合力所做的功。

6. (2017 全国 I)(多选)在一静止点电荷的电场中,任一点的电势 $\varphi$ 与该点到点电荷的距离 $r$ 的关系如图所示。电场中四个点 $a$ 、 $b$ 、

$c$ 和 $d$ 的电场强度大小分别为 $E_a$ 、 $E_b$ 、 $E_c$ 和 $E_d$ 。点 $a$ 到点电荷的距离 $r_a$ 与点 $a$ 的电势 $\varphi_a$ 已在图中用坐标 $(r_a, \varphi_a)$ 标出,其余类推。现将一带正电的试探电荷由 $a$ 点依次经 $b$ 、 $c$ 点移动到 $d$ 点,在相邻两点间移动的过程中,电场力所做的功分别为 $W_{ab}$ 、 $W_{bc}$ 和 $W_{cd}$ 。下列选项正确的是( )



A.  $E_a:E_b=4:1$

B.  $E_c:E_d=2:1$

C.  $W_{ab}:W_{bc}=3:1$

D.  $W_{bc}:W_{cd}=1:3$

解析:题图表示静止点电荷的电场中,电势 $\varphi$ 与到点电荷的距离 $r$ 的关系。

虽然根据库仑定律,点电荷形成的电场中,电场强度与距离的关系为 $E=k\frac{q}{r^2}$ ,电势与距离的关系为 $\varphi=k\frac{q}{r}$ ,但是题目中的情况可能会有所不同,需以题目为准。

观察曲线,形状与反比例函数类似, $(r_a, \varphi_a)$ 、 $(r_b, \varphi_b)$ 、 $(r_c, \varphi_c)$ 、 $(r_d, \varphi_d)$ 的坐标依次为 $(1, 6)$ 、 $(2, 3)$ 、 $(3, 2)$ 、 $(6, 1)$ 。假设其符合关系 $\varphi=k\frac{q}{r}$ ,将 $(1, 6)$ 代入 $\varphi=k\frac{q}{r}$ 得: $6=k\frac{q}{1}$ ,求得 $kq=6$ 。即 $\varphi=\frac{6}{r}$ 。代入另外三个点的数据,都满足,因此该电场中电势 $\varphi$ 与到点电荷的距离 $r$ 的关系为 $\varphi=\frac{6}{r}$ ,则电场强度与距离的关系为 $E=\frac{6}{r^2}$ 。

则 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 的电场强度分别为 $E_a=\frac{6}{1^2}=6(\text{N/C})$ 、 $E_b=\frac{6}{2^2}=\frac{3}{2}(\text{N/C})$ 、 $E_c=\frac{6}{3^2}=\frac{2}{3}(\text{N/C})$ 、 $E_d=\frac{6}{6^2}=\frac{1}{6}(\text{N/C})$ 。

$a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的电势分别为  $E_a = \frac{6}{1} = 6(\text{V})$ 、 $E_b = \frac{6}{2} = 3(\text{V})$ 、 $E_c = \frac{6}{3} = 2(\text{V})$ 、 $E_d = \frac{6}{6} = 1(\text{V})$ 。

将电荷  $q$  由  $a$  移动到  $b$ ，电场力做功  $W_{ab} = (\varphi_b - \varphi_a)q = (3-6)q = -3q(\text{J})$ 。  
将电荷  $q$  由  $b$  移动到  $c$ ，电场力做功  $W_{bc} = (\varphi_c - \varphi_b)q = (2-3)q = -q$ 。将电荷  $q$  由  $c$  移动到  $d$ ，电场力做功  $W_{cd} = (\varphi_d - \varphi_c)q = (1-2)q = -q = -3q(\text{J})$ 。

逐个分析判断各选项：

选项 A， $E_a : E_b = 6 : \frac{3}{2} = 4 : 1$ 。正确，备选。

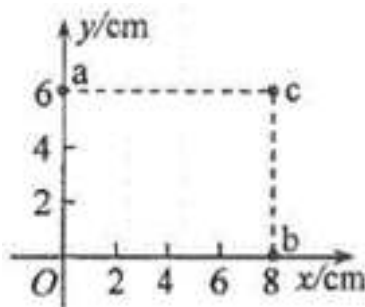
选项 B， $E_c : E_d = \frac{2}{3} : \frac{1}{6} = 4 : 1$ 。错误，排除。

选项 C， $W_{ab} : W_{bc} = (-3q) : (-q) = 3 : 1$ 。正确，备选。

选项 D， $W_{bc} : W_{cd} = (-q) : (-q) = 1 : 1$ 。错误，排除。

本题选 AC。

7. (2017 全国 III) (多选) 一匀强电场的方向平行于  $xOy$  平面，平面内  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三点的位置如图所示，三点的电势分别为  $10\text{V}$ 、 $17\text{V}$ 、 $26\text{V}$ 。下列说法正确的是 ( )

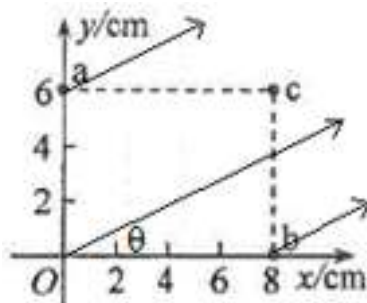


- A. 电场强度的大小为  $2.5\text{V/cm}$
- B. 坐标原点处的电势为  $4\text{V}$
- C. 电子在  $a$  点的电势能比在  $b$  点的低  $7\text{eV}$
- D. 电子从  $b$  点运动到  $c$  点，电场力做功为  $9\text{eV}$

解析：已知匀强电场的方向平行于  $xOy$  平面，但是具体方向未知。  
还已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三点的电势分别为  $10\text{V}$ 、 $17\text{V}$ 、 $26\text{V}$ 。根据题图可知，

三点的坐标分别为  $(0,6)$ 、 $(8,0)$ 、 $(8,6)$ ，则根据三点的距离和电势差，可求得电场线的方向。

设电场强度的大小为  $E$ ，与  $x$  轴正方向的夹角为  $\theta$ ，如下图所示。



$ac$  之间的距离沿电场强度的分量为  $(0.08-0)\cos\theta$ （将厘米换算为米），则  $ac$  之间的电势差为  $E(0.08-0)\cos\theta = 26-10$ ，化简得  $E\cos\theta = 200$ 。

同理， $bc$  之间的距离沿电场强度的分量为  $(0.06-0)\sin\theta$ （将厘米换算为米），则  $bc$  之间的电势差为  $E(0.06-0)\sin\theta = 26-17$ ，化简得  $E\sin\theta = 150$ 。

将  $E\sin\theta = 150$  和  $E\cos\theta = 200$  的两边同时相除得： $\frac{E\sin\theta}{E\cos\theta} = \frac{150}{200}$ ，解得  $\tan\theta = 0.75$ ，则  $\sin\theta = \frac{3}{5}$ ， $\cos\theta = \frac{4}{5}$ 。

将  $E\sin\theta = 150$  和  $E\cos\theta = 200$  的两边分别平方再相加得： $(E\sin\theta)^2 + (E\cos\theta)^2 = 150^2 + 200^2$ ，化简得： $E^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = 62500$ ，解得  $E = 250(\text{V/m})$ 。

逐个分析判断各选项：

选项 A，电场强度的大小为  $E = 250(\text{V/m})$ ，换算单位后等于  $2.5\text{V/cm}$ 。正确，备选。

选项 B，坐标原点到  $b$  点的距离沿电场方向的分量为  $x_b \cos\theta = 8 \times \frac{4}{5} = 6.4(\text{cm})$ ，则坐标原点的电势比  $b$  点低  $2.5 \times 6.4 = 16(\text{V})$ ，所以坐标原点的电势为  $17 - 16 = 1(\text{V})$ 。正确，备选。

选项 C， $a$  点的电势比  $b$  点低  $17 - 10 = 7(\text{V})$ ，由于电子带负电，所以电子在  $a$  点的电势能比在  $b$  点的高  $7\text{eV}$ 。错误，排除。

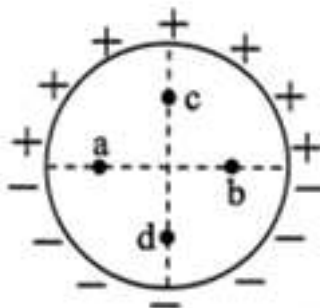
选项 D，由于  $b$  点的电势比  $c$  点低  $26 - 17 = 9(\text{V})$ ，而电子带负电，所

以电子从 $b$ 点运动到 $c$ 点，电场力做正功，大小为 $9\text{eV}$ 。正确，备选。

本题选 ABD。

本题有两个未知参数：电场强度的大小和电场强度的方向。解决本题的关键仍然是根据电场强度和电势的关系，列出两个等式并求出两个未知数。

8. (2020 全国 II) 如图，竖直面内一绝缘细圆环的上、下半圆分别均匀分布着等量异种电荷。 $a$ 、 $b$ 为圆环水平直径上的两个点， $c$ 、 $d$ 为竖直直径上的两个点，它们与圆心的距离均相等。则 ( )



- A.  $a$ 、 $b$ 两点的场强相等
- B.  $a$ 、 $b$ 两点的电势相等
- C.  $c$ 、 $d$ 两点的场强相等
- D.  $c$ 、 $d$ 两点的电势相等

解析：已知竖直面内一绝缘细圆环，需注意是竖直面，该圆环是立在地面上。

细圆环的上、下半圆分别均匀分布着等量异种电荷。细圆环的带电情况较为复杂，难以根据所学的简单情况进行分析，可以根据电场线的基本性质和图形的对称性进行分析。

首先，圆环沿中间竖直的直径左右对称，因此左右两边的电场分布情况应当也对称，高度相同且到中间竖直的直径距离相等的两个位置的电场强度和电势相等。

其次，圆环沿中间水平的直径上下电性相反、电量分布情况相同，因此上下部分电场线的形状也是上下对称的，在距离中间水平距离相

同的上下两个点若在同一条垂线上,则它们的电场强度相同,上方的点的电势与下方的点大小相同、正负号相反。

另外,根据图形的对称性还可知,在中间竖直位置处的电场线也为竖直的,既不向左偏、也不向右偏,否则无法满足其高度的对称性。中间稍微靠近外侧的电场线也只能要么竖直,要么稍微向外鼓起,否则若向内凹陷,则将导致电场线相交。

逐个分析判断各选项:

选项 A,  $a$ 、 $b$  两点沿中间垂线对称,电场分布情况相同,电场强度和电势都相同。正确,备选。

选项 B, 根据对称性,  $a$ 、 $b$  两点的电势相等。正确,备选。

选项 C,  $c$ 、 $d$  两点关于中间水平直径对称,电场线形状和疏密相同,电场强度应相等。正确,备选。

选项 D,  $c$  点更靠近正电荷,  $d$  点更靠近负电荷,  $c$  点的电势高于  $d$  点。错误,排除。

本题选 ABC。

分析解决本题的核心思路是对称性分析。对称就是“一样”的意思,但是上下或左右颠倒。即根据对称的条件,推导出对称的结论,根据对称的结论,得到相等的关系。

对称性分析需要对基本概念理解得非常透彻,还需要较强分析推理能力,但是一旦掌握非常好用,一些看上去复杂的运动问题、场的问题都可以通过对称性分析大大简化。

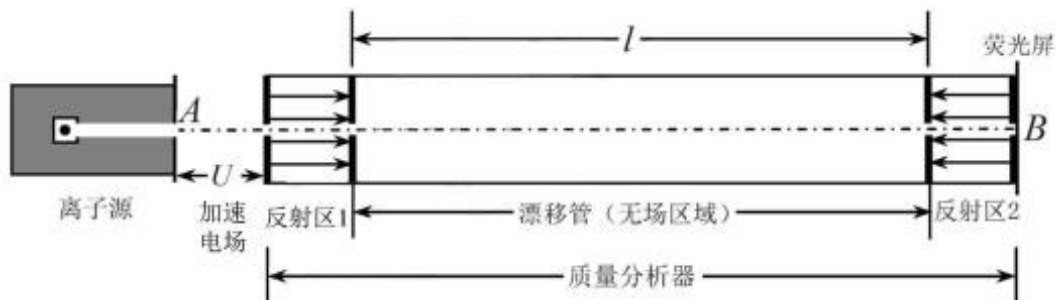
9. (2020 天津) 多反射飞行时间质谱仪是一种测量离子质量的新型试验仪器,其基本原理如图所示,从离子源 A 处飘出的离子初速度不计,经电压为  $U$  的匀强电场加速后射入质量分析器。质量分析器由两个反射区和长为  $l$  的漂移管(无场区域)构成,开始时反射区 1、2 均未加电场,当离子第一次进入漂移管时,两反射区开始加上电场强度大小相等、方向相反的匀强电场,其电场强度足够大,使得进入

反射区的离子能够反射回漂移管。离子在质量分析器中经多次往复即将进入反射区 2 时，撤去反射区的电场，离子打在荧光屏 B 上被探测到，可测得离子从 A 到 B 的总飞行时间。设实验所用离子的电荷量均为  $q$ ，不计离子重力。

(1) 求质量为  $m$  的离子第一次通过漂移管所用的时间  $T_1$ ；

(2) 反射区加上电场，电场强度大小为  $E$ ，求离子能进入反射区的最大的距离  $x$ ；

(3) 已知质量为  $m_0$  的离子总飞行时间为  $t_0$ ，待测离子的总飞行时间为  $t_1$ ，两种离子在质量分析器中反射相同次数，求待测离子的质量  $m_1$ 。



解析：已知多反射飞行时间质谱仪的用途是测量离子质量，因此本题很可能主要关于求得离子的质量。结合题图读题：

阶段 1：从最左边的离子源 A 处飘出的离子，初速度不计，按照初速度为 0 计算。

阶段 2：离子经电压为  $U$  的匀强电场加速后射入质量分析器。设离子的质量为  $m$ ，电荷量为  $q$ ，则电势能转化为动能，射入质量分析器的速度  $v_0$  满足关系  $\frac{1}{2}mv^2 = Uq$ 。

质量分析器两端分别为两个反射区，左边为反射区 1，右边为反射区 2。中间为长为  $l$  的漂移管，管内无电场。

阶段 3：开始时反射区 1、2 均未加电场，则离子经过反射区后进入漂移管，做匀速直线运动。

阶段 4：当离子第一次进入漂移管时，两反射区开始加上电场强



度大小相等、方向相反的匀强电场，其电场强度足够大，使得进入反射区的离子能够反射回漂移管。

离子进入反射区又反射回漂移管后，能量不发生变化，速度的大小也不变，仍为  $v$ ，但是速度变为反向。离子在质量分析器中经多次往复，在漂移管中的速度大小都不变，恒为  $v$ ，只是来回反射而已。

阶段 5：离子即将进入反射区 2 时，撤去反射区的电场，离子打在荧光屏 B 上被检测到，可测得离子从 A 到 B 的总飞行时间。

总飞行时间与离子的速度  $v$ 、反射管的长度  $l$ 、来回折返的次数有关。若反射区的电压足够大，则离子在反射区的运动时间可以忽略不计，具体能否忽略需根据题目再行判断。

因此，根据总飞行时间、反射管的长度  $l$ 、来回折返的次数可求得离子的速度  $v$ ，再结合加速区的电压  $U$  可求得离子的荷质比。

以上就是该装置运行的大致过程和原理，具体解决问题：

(1) 求质量为  $m$  的离子第一次通过漂移管所用的时间  $T_1$ ；

实验所用离子的电荷量均为  $q$ ，质量为  $m$  的离子通过加速区后，电势能转化为动能，获得的速度  $v_0$  满足关系  $\frac{1}{2}mv^2 = Uq$ ，解得： $v = \sqrt{\frac{2Uq}{m}}$ 。

离子在漂移管中做匀速直线运动，所用的时间为：

$$T_1 = \frac{l}{v_0} = \frac{l}{\sqrt{\frac{2Uq}{m}}} = l\sqrt{\frac{m}{2Uq}}$$

(2) 反射区加上电场，电场强度大小为  $E$ ，求离子能进入反射区的最大的距离  $x$ ；

电场强度大小为  $E$ ，则离子受到的电场力为  $F = Eq$ ，则离子的加速度为  $a = \frac{F}{m} = \frac{Eq}{m}$ 。离子的初速度为  $v = \sqrt{\frac{2Uq}{m}}$ ，当进入到最大距离时速度为 0，则最大距离为  $x = \frac{v^2}{2a} = \frac{\sqrt{\frac{2Uq}{m}}^2}{2\frac{Eq}{m}} = \frac{U}{E}$ 。

(3) 已知质量为  $m_0$  的离子总飞行时间为  $t_0$ ，待测离子的总飞行时间为  $t_1$ ，两种离子在质量分析器中反射相同次数，求待测离子的质量  $m_1$ 。

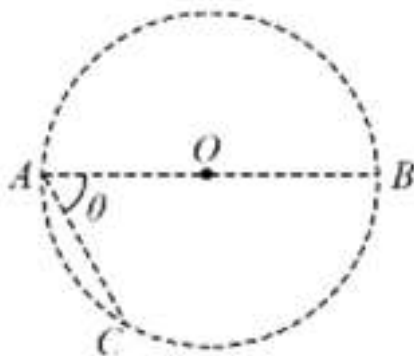
两种离子在质量分析器中反射相同次数，设折返次数为  $n$ ，则两种离子总飞行距离为  $(2n+1)l$ ，则已知离子和待测离子加速后获得的速度分别为  $v_0 = \frac{(2n+1)l}{t_0}$ ， $v_1 = \frac{(2n+1)l}{t_1}$ 。

又因为实验所用离子的电荷量均为  $q$ ，所以加速后转化为动能的电势能相等，都为  $Uq$ 。根据能量守恒可得： $Uq = \frac{1}{2}m_0v_0^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2$ 。代入  $v_0 = \frac{(2n+1)l}{t_0}$  和  $v_1 = \frac{(2n+1)l}{t_1}$  得： $\frac{1}{2}m_0\left(\frac{(2n+1)l}{t_0}\right)^2 = \frac{1}{2}m_1\left(\frac{(2n+1)l}{t_1}\right)^2$ 。

$$\text{化简得： } m_1 = m_0 \frac{t_1^2}{t_0^2}。$$

本题的难点在于分析理解装置的原理和测量过程，只需对照题图，一句一句阅读理解题目即可，关于能量转化和运动的计算都较简单。

10. (2020 全国 I) 在一柱形区域内有匀强电场，柱的横截面是以  $O$  为圆心、半径为  $R$  的圆， $AB$  为圆的直径，如图所示。质量为  $m$ ，电荷量为  $q$  ( $q > 0$ ) 的带电粒子在纸面内自  $A$  点先后以不同的速度进入电场，速度方向与电场的方向垂直。已知刚进入电场时速度为零的粒子，自圆周上的  $C$  点以速率  $v_0$  穿出电场， $AC$  与  $AB$  的夹角  $\theta = 60^\circ$ 。运动中粒子仅受电场力作用。



(1) 求电场强度的大小;

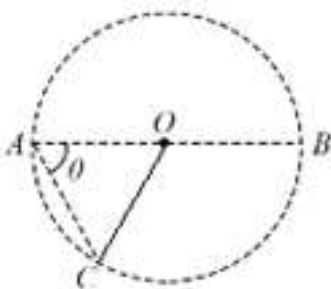
(2) 为使粒子穿过电场后的动能增量最大, 该粒子进入电场时的速度应为多大?

(3) 为使粒子穿过电场前后动量变化量的大小为  $mv_0$ , 该粒子进入电场时的速度应为多大?

解析: 已知柱形区域内有匀强电场。带正电荷的粒子在纸面内自  $A$  点进入电场, 速度方向与电场的方向垂直。当速度为零时, 粒子只受到电场力作用, 从圆周上的  $C$  点以速率  $v_0$  穿出, 表明电场方向沿  $AC$  方向, 根据  $AC$  的距离、粒子获得的动能可求得电场强度。

(1) 求电场强度的大小;

连接  $OC$ , 如下图所示。



因为  $OA=OC$ , 所以  $\triangle OAC$  是等腰三角形。又因为  $AC$  与  $AB$  的夹角  $\theta=60^\circ$ , 所以  $\triangle OAC$  是等边三角形, 所以  $AC=R$ 。

因为当速度为零时, 粒子只受到电场力作用, 从圆周上的  $C$  点以速率  $v_0$  穿出, 所以电场方向沿  $AC$  方向。

粒子的电势能转化为动能, 设  $AC$  之间的电势差为  $U_{AC}$ , 则有

$$U_{AC}q = \frac{1}{2}mv_0^2, \text{ 解得 } U_{AC} = \frac{mv_0^2}{2q}。$$

$$\text{所以电场强度的大小为 } E = \frac{U_{AC}}{AC} = \frac{\frac{mv_0^2}{2q}}{R} = \frac{mv_0^2}{2qR}$$

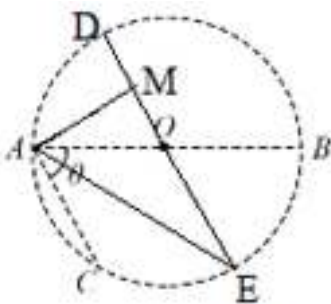
(2) 为使粒子穿过电场后的动能增量最大, 该粒子进入电场时的速度应为多大?

因为带电粒子自  $A$  点沿垂直于电场方向进入, 即沿与水平偏上

30°角的方向进入，只受到沿水平偏下60°方向的电场力作用，相当于作平抛运动。

将粒子的运动分解为相互垂直的水平偏上30°角方向和水平偏下60°角方向。若要粒子动能增量最大，则需有最多的电势能转化为动能，应当从电势最低的位置离开。

过点O做AC的平行线，与上、下半圆分别相交于D、E，从A向DE引垂线，垂足为M。如下图所示。



因为  $AC \parallel DE$ ， $AM \perp DE$ ，所以  $AM \perp AC$ ，所以  $AM$  是粒子的入射方向。

因为电场沿  $AC$  方向， $DE$  是与之平行的直径，则  $E$  是电场内电势最低的点，当离子从点  $E$  离开电场时，电势差最大，获得的动能最大。

粒子沿  $AM$  方向做匀速直线运动，设初速度为  $v_1$ ，发生的位移为  $AM$ 。因为  $AC \parallel DE$ ，所以  $\angle AOM = \angle OAC = 60^\circ$ ，所以  $\triangle OAD$  也是等边三角形，所以  $AM = AO \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}R}{2}$ 。粒子运动的时间为  $t = \frac{AM}{v_1} = \frac{\sqrt{3}R}{2v_1}$ 。

粒子沿  $AC$  ( $DE$ ) 方向做初速度为零的匀加速直线运动，加速度

为  $a = \frac{F}{m} = \frac{Eq}{m} = \frac{\frac{mv_0^2}{2qR}q}{m} = \frac{v_0^2}{2R}$ 。位移为  $ME$ ，因为  $\triangle OAD$  是等边三角形， $AM$

也是  $OD$  的中线，所以  $ME = MO + OE = \frac{R}{2} + R = \frac{3R}{2}$ 。粒子的运动时间为

$$t = \sqrt{\frac{2ME}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times \frac{3R}{2}}{\frac{v_0^2}{2R}}} = \frac{\sqrt{6}R}{v_0}。$$

粒子沿两个方向运动的时间相同:  $t = \frac{\sqrt{3}R}{2v_1} = \frac{\sqrt{6}R}{v_0}$ , 解得  $v_1 = \frac{\sqrt{2}v_0}{4}$ 。

(3) 为使粒子穿过电场前后动量变化量的大小为  $mv_0$ , 该粒子进入电场时的速度应为多大?

需注意, 所求的为“动量变化量的大小”, 而不是“动量大小的变化量”。动量是矢量, 其变化量也是矢量, 所求的是“动量变化量”这一矢量的大小。而不是初始动量的大小与最终动量的大小的差值。

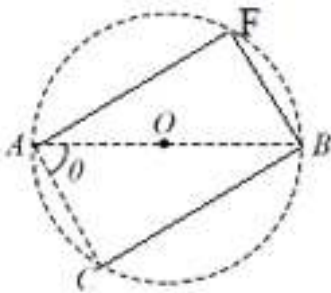
根据动量定理, 粒子动量的变化量等于受到合外力与时间的乘积  $Ft = \Delta(mv)$ , 其中,  $F = Eq = \frac{mv_0^2}{2qR}q = \frac{mv_0^2}{2R}$ ,  $\Delta(mv) = mv_0$ , 代入得:  $\frac{mv_0^2}{2R}t = mv_0$ ,

化简得粒子在电场中运动的时间为  $t = \frac{2R}{v_0}$ 。

则粒子沿电场方向运动的位移为  $x_{\text{电场}} = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2}{2R} \cdot \left(\frac{2R}{v_0}\right)^2 = R$ 。

第(1)问已求得  $AC = R$ , 可知当初速度为 0 时, 从点 C 离开, 速度为  $v_0$ , 动量的变化量的大小为  $mv_0$ 。

连接 BC, 过点 A 做  $AF \parallel BC$  交圆周于点 F, 连接 BF。如下图所示。



因为 AB 是直径, 所以  $\angle AFB = \angle ACB = 90^\circ$ , 又因为  $AF \parallel BC$ , 所以  $\angle ABF = \angle BAC = 60^\circ$ , 则 ACBF 是矩形, 所以  $FB = AC$ 。

当粒子从点 B 离开电场时, 沿电场方向的位移也为 R, 则在电场中运动的时间也为  $t = \frac{2R}{v_0}$ 。

粒子沿入射方向的位移等于 AF, 根据三角函数关系可得  $AF = AB \sin 60^\circ = 2R \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}R$ 。

所以粒子的入射速度为  $v_2 = \frac{AF}{t} = \frac{\sqrt{3}R}{\frac{2R}{v_0}} = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0$ 。

综上，粒子进入电场时的速度应为  $\frac{\sqrt{3}}{2}v_0$  或 0。

本题综合性较强，需数量掌握平抛运动的特点、动能和动量的基本概念、圆的几何关系。

## 第十二章 电路及其应用

初中物理已经初步学习了闭合电路中电压、电流、电阻的基本概念和规律，高中阶段继续学习了电荷的定向流动、导体的电阻的影响因素，串联和并联电路中的电势变化、电势能的转化，以及闭合电路的欧姆定律等更加微观、基本、一般的性质。

分析解决电路问题，最重要的切入点是闭合电路的欧姆定律，这是建立电路中电压、电阻、电流之间的数量关系的基本公式。串联电路和并联电路的等效电阻，以及各支路的电压、电流之间的数量关系，往往电路问题的难点，需要熟练且灵活地予以掌握。

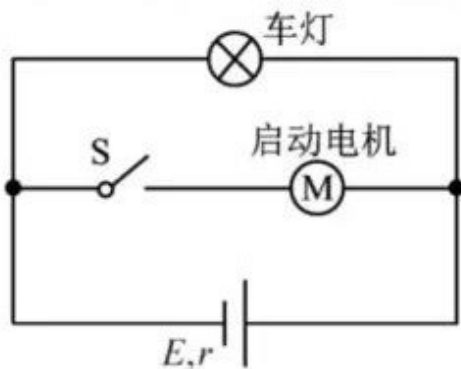
需特别注意，欧姆定律仅适用于纯电阻电路，即：电路中耗电的元件只有电阻，电流做功全部转化为内能（热量），不能通过电动机转化为机械能或其他做功方式，电灯发光一般默认为通过电流的热效应“热的发光”，与电阻没有区别。若电流做机械功，则电路不遵循欧姆定律，电动机的分压通常远大于其电阻与电流的乘积。

电阻的阻值与材料的电阻率、横截面积、长度之间的熟练关系，电容器的电容与极板的正对面积、距离之间的关系，电容与电压和所带电荷量之间的关系等，也是重要的基本公式，需要熟练掌握。若电路中有电容器，则充电和放电阶段电路中流经的不是恒定电流，需以电容器的电压和电荷量变化为核心分析问题。

对于设计电路的问题，有时会觉得难以下手。设计电路的主要切入点仍是欧姆定律，先想办法列出含有所求未知数的关系式，再分别考虑其他各参数可以通过何种方式测得。若缺少示数元件或需考虑内阻，则可能需要列出两个或多个等式，利用方程组求得所求数据和其他未知参数。

总的来说，电路问题对分析推理能力的要求较高，对数学计算的要求低于牛顿力学问题，需要进行充分地练习，熟练掌握复杂电路中的常用规律，提高分析处理电路图的能力。

1. (2020 江苏) (多选) 某汽车的电源与启动电机、车灯连接的简化电路如图所示, 当汽车启动时, 开关  $S$  闭合, 电机工作, 车灯突然变暗, 此时 ( )



- A. 车灯的电流变小
- B. 路端电压变小
- C. 电路的总电流变小
- D. 电源的总功率变大

解析: 观察电路图, 车灯和启动电机并联在电路中, 且车灯始终与电源形成闭合回路, 启动电机所在的电路有开关  $S$ 。

开关  $S$  闭合, 电机工作, 车灯突然变暗, 可能是由于电源有内阻, 开关闭合后车灯和电机并联电路的电阻小于单独车灯的电阻, 使得电源的分压增大, 外电路的分压变小。逐个分析判断各选项:

选项 A, 闭合开关  $S$  后, 外电路的分压减小, 流经车灯的电流减小。正确, 备选。

选项 B, 闭合开关  $S$  后, 外电路的分压减小, 即路端电压变小。正确, 备选。

选项 C, 闭合开关  $S$  后, 外电路的总电阻减小, 整个闭合回路的电阻减小, 电路的总电流变大。错误, 排除。

选项 D, 电源的总功率  $P = EI$ , 闭合开关  $S$  后, 整个闭合回路的电阻减小, 电路的总电流变大, 则电源的总功率也变大。正确, 备选。

本题选 ABD。



2. (2022 浙江 1 月) 小明在一根细橡胶管中灌满食盐水, 两端用粗铜丝塞住管口, 形成一段封闭的盐水柱。他将此盐水柱接到电源两端, 电源电动势和内阻恒定。握住盐水柱两端将它水平均匀拉伸到原长的1.2倍, 若忽略温度对电阻率的影响, 则此盐水柱 ( )

- A. 通过的电流增大                      B. 两端的电压增大  
C. 阻值增大为原来的1.2倍          D. 电功率增大为原来的1.44倍

解析: 在一根细橡胶管中灌满食盐水, 两端用粗铜丝塞住管口, 形成一段封闭的盐水柱, 相当于一根橡胶管包裹的圆柱形电线, 其电阻  $R$  与横截面积  $S$  成反比、与长度  $l$  成正比, 若电阻率为  $\mu$ , 则  $R = \mu \frac{l}{S}$ 。

握住盐水柱两端将它水平均匀拉伸到原长的1.2倍, 由于盐水的体积  $V = Sl$  为定值, 因此长度增长后, 横截面积必然等比例减小。长度由  $l$  变为  $l' = 1.2l$ , 则横截面积变为  $S' = \frac{V}{l'} = \frac{Sl}{1.2l} = \frac{5}{6}S$ , 因此其电阻变为

$$R' = \mu \frac{l'}{S'} = \mu \frac{1.2l}{\frac{5}{6}S} = 1.44\mu \frac{l}{S} = 1.44R。$$

逐个分析判断各选项:

选项 A, 拉伸后, 盐水柱的电阻增大, 电压不变的情况下通过的电流减小。错误, 排除。

选项 B, 拉伸后, 盐水柱的电阻增大, 则盐水柱的分压增大。正确, 备选。

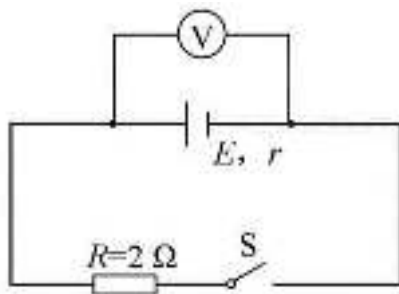
选项 C, 拉伸后, 阻值增大为原来的1.44倍。错误, 排除。

选项 D, 由于电源电动势和内阻恒定, 内部不可忽略, 所以拉伸后的盐水柱的分压增大的幅度小于原来的1.44倍, 电功率增大的幅度也小于原来的1.44倍。错误, 排除。

本题选 B。

本题考察导体的电阻与导体的横截面积和长度的关系, 隐含条件是盐水柱的总体积不变。由于强调了电源有内阻, 一般不能忽略, 所以需要予以考虑。

3. (2019 江苏) 如图所示的电路中, 电阻  $R=2\Omega$ 。断开 S 后, 电压表的读数为 3V; 闭合 S 后, 电压表的读数为 2V, 则电源的内阻  $r$  为 ( )



- A.  $1\Omega$       B.  $2\Omega$       C.  $3\Omega$       D.  $4\Omega$

解析: 观察电路图, 是一个简单的电路, 由电源、电阻、开关、电压表构成。需注意: 虽然电压表看上去连在电源两端, 但实际上连在外电路, 测量的是电阻两端的电压, 即为路端电压。

断开 S 后, 电压表的读数为 3V, 表明电源和电压表构成闭合回路中有电流经过, 由于一般电压表的电阻一般很大, 电源的内阻很小, 可以近似认为电压表的分压等于电源的电动势, 即  $E=3V$ 。

闭合 S 后, 电压表的读数为 2V, 由于电压表的电阻很大, 因此流经电压表的电流可以忽略不计, 只考虑电阻与电源构成的闭合回路即可, 电压表的示数就是路端电压  $U=2V$ , 则电源的分压为  $U_E = E - U = 3 - 2 = 1(V)$ 。根据电阻的分压和阻值可求得电路中的电流为  $I = \frac{U}{R} = \frac{2}{2} = 1(A)$ 。所以电源的内阻为  $r = \frac{U_E}{I} = \frac{1}{1} = 1(\Omega)$ 。

本题选 A。

如果出于严谨, 将开关闭合前后的电路分别看作电源与电压表的串联电路和电压表与电阻并联的外电路, 则会得到两个较复杂的关系式  $\frac{E}{r+R_V} \cdot R_V = 3$  和  $\frac{E}{r+\frac{2R_V}{R_V+2}} \cdot \frac{2R_V}{R_V+2} = 2$  ( $R_V$  为电压表的电阻), 难以直接

求解。其实, 由于  $R_V$  非常大, 因此可以使用近似:  $r+R_V \approx R_V$ ,  $2+R_V \approx R_V$ , 上述两个等式可化简为  $E=3$  和  $\frac{E}{r+2} \cdot 2 = 2$ , 可直接求解。

题目和选项中的数据都是非常简单的整数，可以作为使用近似计算的判断依据。

4. (2019 浙江 4 月) 电动机与小电珠串联接入电路，电动机正常工作时，小电珠的电阻为  $R_1$ ，两端电压为  $U_1$ ，流过的电流为  $I_1$ ；电动机的内电阻为  $R_2$ ，两端电压为  $U_2$ ，流过的电流为  $I_2$ ，则 ( )

- A.  $I_1 < I_2$
- B.  $\frac{U_1}{U_2} > \frac{R_1}{R_2}$
- C.  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$
- D.  $\frac{U_1}{U_2} < \frac{R_1}{R_2}$

解析：已知电动机与小电珠串联接入电路，虽然可能不清楚“小电珠”是什么元件，可以暂且把它当作普通的电阻。

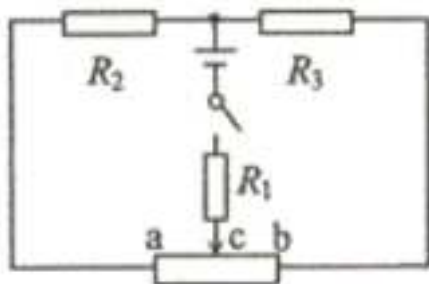
需注意：电动机不是纯电阻，而是会利用电能做功的装置，有电动机做功的电路不符合欧姆定律，电动机两端的电压通常明显大于根据电流和电动机电阻所计算得到的分压，通过较大的电压差对外持续做功，所以  $\frac{U_1}{U_2} < \frac{R_1}{R_2}$ 。

由于电动机和小电珠串联，所以经过的电流相同， $I_1 = I_2$ 。

本题选 D。

本题考察有将电能转化为其他形式能量的元件做功的非纯电阻电路的情况。通常电动机等用电器的分压显著大于根据电流和电阻计算得到的电压。根据电压和电流的乘积计算得到的功率  $P = UI$  与根据电流和电阻计算得到功率  $P' = I^2 R$  之差  $P - P'$  就是对外输出的机械功。

5. (2018 海南) (多选) 如图，三个电阻  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  的阻值均为  $R$ ，电源的内阻  $r < R$ ， $c$  为滑动变阻器的中点。闭合开关后，将滑动变阻器的滑片由  $c$  点向  $a$  端滑动，下列说法正确的是 ( )



- A.  $R_2$  消耗的功率变小
- B.  $R_3$  消耗的功率变大
- C. 电源输出的功率变大
- D. 电源内阻消耗的功率变大

解析：观察电路图， $R_1$  与电源串联在一起。 $R_2$  和滑动变阻器的左半段串联、 $R_3$  与滑动变阻器的右半段串联，二者共同并联在一起。

$c$  为滑动变阻器的中点，将滑动变阻器的滑片由  $c$  点向  $a$  端滑动，则左半段电路中的电阻减小，右半段的电阻增大。

对于并联电路，其等效电阻接近且小于最小的电阻。设滑动变阻器的最大阻值为  $R_0$ ，当滑片位于中点时，两条电路的电阻都为  $R + \frac{1}{2}R_0$ ，等效电阻为  $\frac{1}{2}R + \frac{1}{4}R_0$ 。

设移动后滑动变阻器左右两部分的电阻分别为  $xR_0$  和  $(1-x)R_0$ ，则等效电阻为：
$$R' = \frac{(R + xR_0)(R + (1-x)R_0)}{R + xR_0 + R + (1-x)R_0} = \frac{(R + xR_0)(R + (1-x)R_0)}{2R + R_0}。$$

使用均值不等式： $(R + xR_0)(R + (1-x)R_0) \leq \left[ \frac{(R + xR_0) + (R + (1-x)R_0)}{2} \right]^2 = (R + \frac{1}{2}R_0)^2$ ，所以  $R' \leq \frac{(R + \frac{1}{2}R_0)^2}{2R + R_0} = \frac{1}{4}R + \frac{1}{2}R_0$ 。

因此：当滑片向左移动时，并联电路的等效电阻减小，全电路的电阻减小，电路中的电流增大。

同时，由于电路的总电流增大，而并联电路中各支路的电流与电阻成反比，所以  $R_2$  所在的左半部分的电流增大， $R_2$  的分压增大。

由于并联部分的等效电阻减小,所以并联部分的分压减小,而 $R_3$ 所在的支路的滑动变阻器的阻值增大,其相对于 $R_3$ 的分压也增大,所以 $R_3$ 的分压只能减小。

根据上述结论,逐个分析判断各选项:

选项 A, 根据 $P=\frac{U^2}{R}$ ,  $R_2$ 的分压增大,所以功率变大。错误,排除。

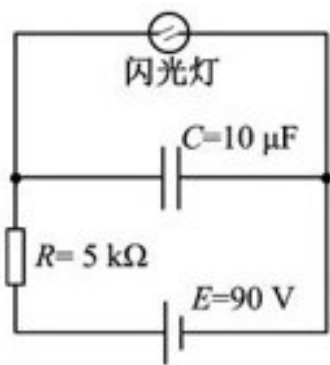
选项 B,  $R_3$ 的分压变小,所以功率变小。错误,排除。

选项 C, 全电路的总电阻变小,所以电源输出的功率变大。正确,备选。

选项 D, 由于外电路的电阻减小,所以电源内阻的分压变大,内阻消耗的功率变大。正确,备选。

本题选 CD。

6. (2018 江苏)(多选)如图所示,电源 $E$ 对电容器 $C$ 充电,当 $C$ 两端电压达到80V时,闪光灯瞬间导通并发光, $C$ 放电。放电后,闪光灯断开并熄灭,电源再次对 $C$ 充电。这样不断地充电和放电,闪光灯就周期性地发光。该电路( )



- A. 充电时, 通过 $R$ 的电流不变
- B. 若 $R$ 增大, 则充电时间变长
- C. 若 $C$ 增大, 则闪光灯闪光一次通过的电荷量增大
- D. 若 $E$ 减小为85V, 闪光灯一次通过的电荷量不变

解析：观察电路图，最下方是电源，沿正极方向有一电阻，应当为保护电阻，用以防止电流过大。闪光灯和电容器并联在电路中，两端的电压相同。

电源  $E$  对电容器  $C$  充电，当  $C$  两端电压达到  $80\text{V}$  时，闪光灯两端的电压也为  $80\text{V}$ ，电容器存储的电荷量为  $Q = CU = 80 \times 10^{-6} = 8 \times 10^{-5} (\text{C})$ 。

放电后，闪光灯断开并熄灭，电源再次对  $C$  充电。这样不断地充电和放电，闪光灯就周期性地发光。

由此可知，当电压足够大时，闪光灯连通并发光，可以当作被击穿。当电压不够大时，闪光灯断开，不通电也不发光。

逐个分析判断各选项：

选项 A，充电时，根据电路图可知电源电动势为定值  $E = 90\text{V}$ ，随着电容器上电荷的累积，两个极板间的电势差越来越小，电路中的电场越来越小，电子受到的电场力逐渐减小，发生定向移动的速率减小，通过  $R$  的电流减小。错误，排除。

选项 B，若  $R$  增大，则电路中的电流减小，电容器累积电荷的速度减慢，充电时间变长。正确，备选。

选项 C，将  $C = \frac{Q}{U}$  变形为  $U = \frac{Q}{C}$ ，若  $C$  增大，则达到闪光灯通电的电压所需的电荷量也增大。正确，备选。

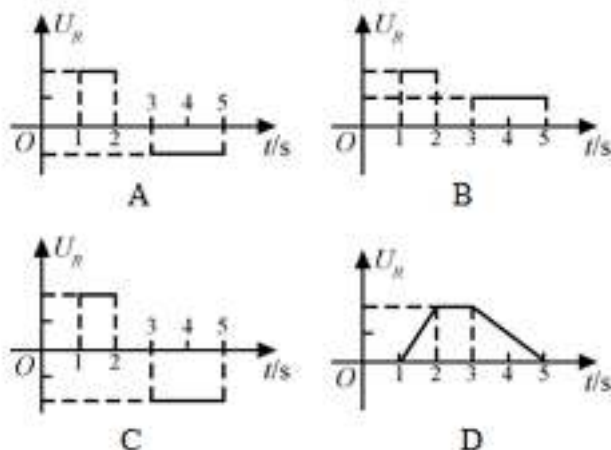
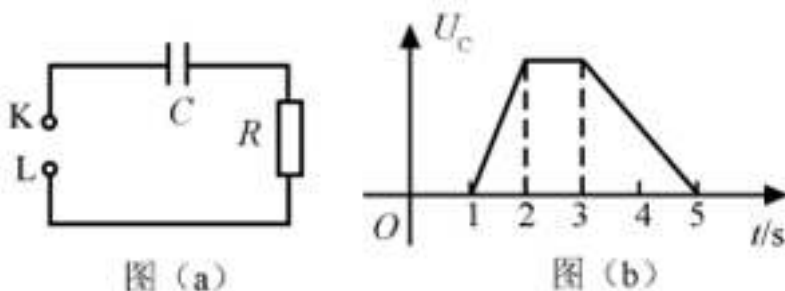
选项 D，由于闪光灯连通所需的电压为定值，只要电容器的电容不变，则达到相应电压所需积累的电荷量为定值，与电源的电压无关，闪光灯一次通过的电荷量不变。正确，备选。

本题选 BCD。

解决本题需对并联电路的等效电阻的变化规律、电路中电流和电压的变化规律有非常熟悉且灵活的掌握。

7. (2020 全国 I) 图 (a) 所示的电路中， $K$  与  $L$  间接一智能电源，用以控制电容器  $C$  两端的电压  $U_C$ ，如果  $U_C$  随时间  $t$  的变化如图 (b) 所示，则下列描述电阻  $R$  两端电压  $U_R$  随时间  $t$  变化的图像中，正确的

是 ( )



解析：观察图 (a)，该电路较简单，为智能电源、电容器  $C$ 、电阻  $R$  构成的串联电路。

已知  $K$  与  $L$  间为智能电源，用以控制电容器  $C$  两端的电压  $U_C$ ，图 (b) 为  $U_C$  随时间  $t$  的变化，读图可得： $t=0\sim 1$  时  $U_C=0$ ， $t=1\sim 2$  时  $U_C$  均匀增大， $t=2\sim 3$  时  $U_C$  保持不变， $t=3\sim 5$  时  $U_C$  均匀减小为 0。

电容器两端电压  $U_C$  变化的过程中，电容器也在进行充电和放电。电容器充电和放电需电路中有电流经过，使电阻  $R$  两端也具有电压。

电容器的电荷量与电压之间满足关系  $C = \frac{Q}{U}$ ，因此电容器上的电荷量与电压的关系为  $Q = CU$ 。

电路中的电流等于单位时间内通过横截面积的电荷量  $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ ，电荷流经电路后积累在电容器上，因此电荷量随时间的变化率可以由电容器两端电压的变化率表示为  $I = \frac{\Delta(CU)}{\Delta t} = \frac{\Delta U_C}{\Delta t} C$ 。即：电流与电容器两端电压的变化率成正比。根据欧姆定律  $U_R = IR$ ，电阻两端的电压也

与电容器两端电压的变化率成正比。

假设电容器左边比右边电势高时为  $U_C > 0$ ，则：

$t=0\sim 1$  时， $U_C=0$ ，电容器未充电，电路中的电流为 0，电阻两端的电压也为 0。

$t=1\sim 2$  时， $U_C$  均匀增大，电流为从  $K$  经过电容和电阻向  $L$  的方向， $\frac{\Delta U_C}{\Delta t}$  为定值，则电流为定值，电阻两端的电压也为定值。电容器左边的极板积累了正电荷，右边的极板积累了负电荷。

$t=2\sim 3$  时， $U_C$  保持不变，电路中的电流为 0，电阻两端的电压也为 0。

$t=3\sim 5$  时， $U_C$  均匀减小，减小同样幅度所经历的时间为之前增加的两倍，因此电流的大小为之前的  $\frac{1}{2}$ 。电容器所带的电荷量减小，则左边的极板所带的正电荷减少，右边的极板所带的负电荷减少，电路中的电流与之前相反。

综上， $t=0\sim 1$  时  $U_R=0$ ， $t=1\sim 2$  时  $U_R$  为恒定不变的正值， $t=2\sim 3$  时  $U_R=0$ ， $t=3\sim 5$  时  $U_C$  为恒定不变的负值且绝对值为  $t=1\sim 2$  时的一半。

本题选 A。

解决本题的关键是理解电流等于单位时间内通过横截面积的电荷量，并与电容器的电压与所带电荷之间的关系联系起来。

8. (2022 山东) 某同学利用实验室现有器材，设计了一个测量电阻阻值的实验。实验器材：

干电池  $E$  (电动势 1.5V，内阻未知)；

电流表  $A_1$  (量程 10mA，内阻为  $90\Omega$ )；

电流表  $A_2$  (量程 30mA，内阻为  $30\Omega$ )；

定值电阻  $R_0$  (阻值为  $150\Omega$ )；

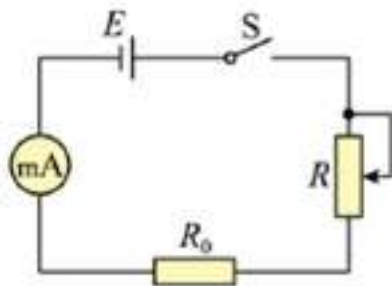
滑动变阻器  $R$  (最大阻值为  $100\Omega$ )；



待测电阻  $R_x$ ;

开关  $S$ ，导线若干。

测量电路如图所示。



(1) 断开开关，连接电路，将滑动变阻器  $R$  的滑片调到阻值最大一端。将定值电阻  $R_0$  接入电路；闭合开关，调节滑片位置。使电流表指针指在满刻度的  $\frac{1}{2}$  处。该同学选用的电流表为\_\_ (填“ $A_1$ ”或“ $A_2$ ”); 若不考虑电池内阻，此时滑动变阻器接入电路的电阻值应为\_\_  $\Omega$ 。

(2) 断开开关，保持滑片的位置不变。用  $R_x$  替换  $R_0$ ，闭合开关后，电流表指针指在满刻度的  $\frac{3}{5}$  处，则  $R_x$  的测量值为\_\_  $\Omega$ 。

(3) 本实验中未考虑电池内阻，对  $R_x$  的测量值\_\_ (填“有”或“无”) 影响。

解析：实验的目的是测量电阻的阻值，常用方式是根据欧姆定律和已知数据列出方程求解。

实验器材有电源、两个电流表、定值电阻、滑动变阻器、待测电阻、开关和导线等，且除电源内阻外的数据都已知，可能需要将电源内阻也作为未知参量一并考虑。

观察电路图，是一个简单的电源、电阻、滑动变阻器、电流表串联的电路。

(1) 断开开关，连接电路，将滑动变阻器  $R$  的滑片调到阻值最大一端。将定值电阻  $R_0$  接入电路；闭合开关，调节滑片位置。使电流表指针指在满刻度的  $\frac{1}{2}$  处。

已知电源的电动势为  $1.5\text{V}$ ，定值电阻的阻值为  $150\Omega$ ，假设极端情况，忽略电源和电流表的阻值，且认为滑动变阻器的阻值为  $0$ ，则电路中的最大电流为  $I = \frac{1.5\text{V}}{150\Omega} = 10\text{mA}$ 。

由于电源和电流表有内阻，且滑动变阻器的阻值很可能不为  $0$ ，因此实际电流应当小于  $10\text{mA}$ 。

若使用电流表  $A_2$ ，则当电流表指针指在满刻度的  $\frac{1}{2}$  处时，电流应为  $15\text{mA}$ ，显然不可能。所以选用的电流表为  $A_1$ 。

不考虑电池内阻，需考虑电流表的内阻，设滑动变阻器的阻值为  $x$ ，可得等式  $\frac{1.5}{150+90+x} = 0.005$ ，解得  $x = 60(\Omega)$ ，此时滑动变阻器接入电路的电阻值应为  $60\Omega$

(2) 断开开关，保持滑片的位置不变。用  $R_x$  替换  $R_0$ ，闭合开关后，电流表指针指在满刻度的  $\frac{3}{5}$  处，可得等式  $\frac{1.5}{R_x+90+60} = 0.01 \times \frac{3}{5}$ ，解得  $R_x = 100\Omega$ ，则  $R_x$  的测量值为  $100\Omega$ 。

(3) 假设电池的内阻为  $r$ ，设实验的第一步调节后滑动变阻器的阻值为  $y$ ，则可得  $\frac{1.5}{150+90+r+y} = 0.005$ ，解得滑动变阻器的阻值为  $y = 60 - r$ 。

第二步，用  $R_x$  替换  $R_0$ ，设此时观察到电流表指针在满刻度的  $k$  处，可得等式  $\frac{1.5}{R_x+90+r+y} = 0.01k$ 。代入  $y = 60 - r$  得： $\frac{1.5}{R_x+90+r+60-r} = 0.01k$ ，仍可解得  $R_x = \frac{150}{k} - 150$ ，对  $R_x$  的测量值无影响。

实际上，由于固定滑动变阻器不变，所以电源的内阻、电流表的内阻、滑动变阻器的阻值之和为定值，可以看作把电源和电流表的内阻都转移到滑动变阻器上捆绑在一起。前后两次实验用  $R_x$  替换  $R_0$ ，电路中其他器件的总阻值没改变，得到的两个等式中其他参数都相同，所以不产生影响。

## 第十三章 电流与磁场

电流与磁场的关系主要包括两方面内容：电流产生的感应磁场，通电导体和带电粒子在磁场中的受力与运动。

电流产生的感应磁场的题目主要以定性判断为主，有时也涉及通电导体在电场中的受力与运动，主要使用安培定则和左手定则进行判断，需对磁感线的性质有直观且熟悉的了解。

通电导体特别是带电粒子在磁场中的受力与运动的题目往往涉及到复杂的牛顿力学和运动分析，是压轴题常见的考查内容。此类题目的难点不在于物理，而在于数学能力和分析能力。

带电粒子在电场或磁场中的运动，涉及到的物理只是只有牛顿运动定律、电场力与电势能、洛伦兹力与圆周运动等几个公式，但题目中很可能出现复杂的装置和运动轨迹，解决此类题目关键在于数学而不是物理。

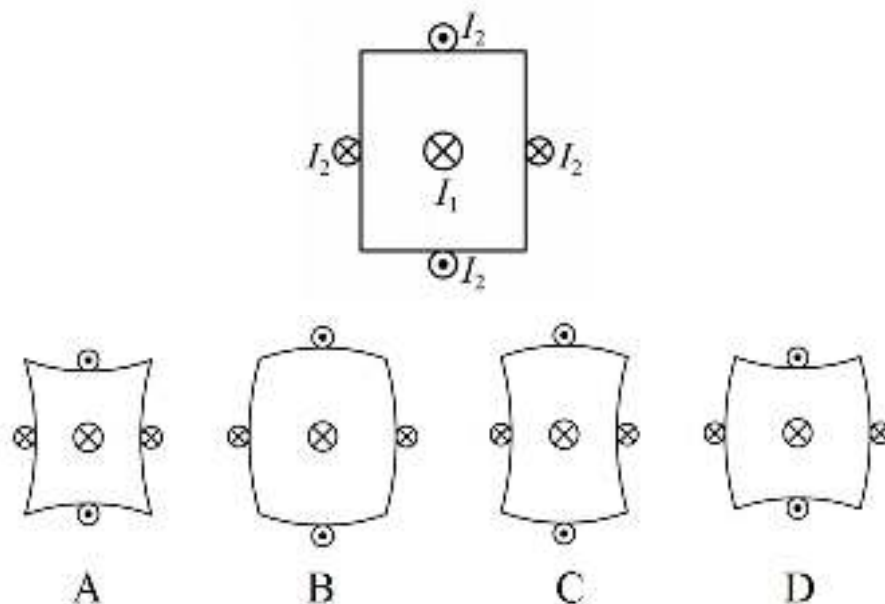
首先，要耐心且细心地读题，根据受力情况的变化，把复杂的装置或轨迹分为若干个阶段，每个阶段都属于容易分析处理的直线运动、圆周运动、抛体运动中的一种，然后定性地了解各阶段大致的受力和运动情况。

其次，要理清清楚各阶段之间的衔接，即：上一个阶段最终的位移和速度，将作为下一个阶段初始的速度和位移。只有力这个条件是不同的。

最后，使用各类函数、平面几何等数学方法，把题目涉及到的主要关系表示出来，通过联立等式、消元等方式，使用已知数据和尽可能少的未知数表示出题目所求的表达式。

总之，带电粒子在磁场中的运动是一类综合性和分析性都很强的题目，既需要对物理概念的理解和熟练运用，也需要较强的数学处理能力和分析解决问题的能力，还需要很大地耐心和细心。

1. (2021 广东) 截面为正方形的绝缘弹性长管中心有一固定长直导线, 长管外表面固定着对称分布的四根平行长直导线。若中心直导线通入电流  $I_1$ , 四根平行直导线通入电流  $I_2$ ,  $I_1 \gg I_2$ , 电流方向如图 3 所示。下列截面图中可能正确表示通电后长管发生形变的是 ( )



解析: 根据右手定则, 中心的导线在其周围形成环形磁场, 磁场的方向沿顺时针方向。

分别用左手定则判断上、下、左、右四根导线所受到的安培力的方向。上方的导线受到的安培力方向向上, 下方的导线受到的安培力方向向下, 左侧的导线受到的安培力方向向右, 右侧的导线受到的安培力方向向左。

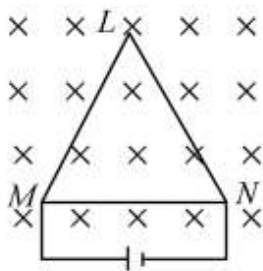
如果对感应磁场和安培力熟悉, 可得知结论: 电流方向相同的平行导线之间相互吸引、电流方向相反的平行导线之间排斥。

综上, 左右两侧的导线向内挤压弹性管, 而上下两边的导线向外拉伸弹性管, 总的变化趋势与选项 C 相符。

本题选 C。

2. (2019 全国 I) 如图, 等边三角形线框  $LMN$  由三根相同的导体棒连接而成, 固定于匀强磁场中, 线框平面与磁感应强度方向垂直, 线框顶点  $M$ 、 $N$  与直流电源两端相接。已知导体棒  $MN$  受到的安培力

大小为  $F$ ，则线框  $LMN$  受到安培力的大小为 ( )



- A.  $2F$       B.  $1.5F$       C.  $0.5F$       D. 0

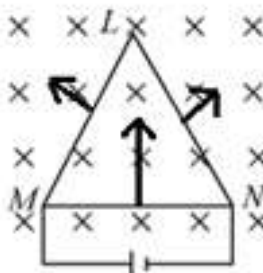
解析：已知等边三角形线框  $LMN$  由三根相同的导体棒连接而成，固定于匀强磁场中，磁场方向垂直纸面向内。

线框顶点  $M$ 、 $N$  与直流电源两端相接，则线框相当于一个并联电路，由  $M-L-N$  和  $M-N$  两条支路构成。由于并联，两条支路两端的电压相等。

由于三根导体棒相同， $M-L-N$  的长度为  $M-N$  的 2 倍，因此  $M-L-N$  的电阻为  $M-N$  的 2 倍，则  $M-L-N$  的电流为  $M-N$  的一半。

根据安培力的大小公式  $F = BIL$ ，导体棒  $ML$ 、 $NL$ 、 $MN$  的长度相等， $ML$  和  $NL$  的电流为  $MN$  的一半，磁感应强度相同，因此  $ML$  和  $NL$  所受到的安培力的大小为  $MN$  的一半，都为  $\frac{F}{2}$ 。

根据左手定则，判断出各导体棒所受安培力的方向如下图所示。

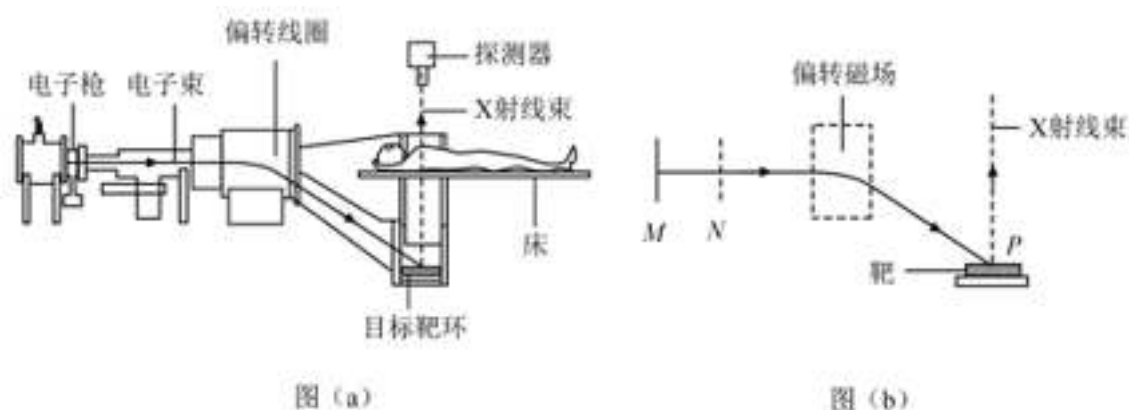


$ML$  和  $NL$  受到的安培力沿水平方向的分力恰好相互抵消，沿竖直方向的分力都为  $\frac{F}{2} \cos 60^\circ = \frac{F}{4}$ ，则线框  $LMN$  受到安培力的大小为

$$F + \frac{F}{4} + \frac{F}{4} = 1.5F。$$

本题选 B。

3.(2020 全国 II)CT 扫描是计算机 X 射线断层扫描技术的简称, CT 扫描机可用于对多种病情的探测。图 (a) 是某种 CT 机主要部分的剖面图, 其中 X 射线产生部分的示意图如图 (b) 所示。图 (b) 中  $M$ 、 $N$  之间有一电子束的加速电场, 虚线框内有匀强偏转磁场; 经调节后电子束从静止开始沿带箭头的实线所示的方向前进, 打到靶上, 产生 X 射线 (如图中带箭头的实线所示); 将电子束打到靶上的点记为  $P$  点。则 ( )



- A.  $M$  处的电势高于  $N$  处的电势
- B. 增大  $M$ 、 $N$  之间的加速电压可使  $P$  点左移
- C. 偏转磁场的方向垂直于纸面向外
- D. 增大偏转磁场磁感应强度的大小可使  $P$  点左移

解析: 本题介绍 CT 扫描机的原题, 题目信息较多, 需要耐心理解题意。

题目文字没有介绍图 (a), 只介绍了图 (b)。先简单分析图 (a): 最左边为电子枪, 发射出了电子束, 经过偏转线圈后发射偏转, 进入目标靶环。该装置与示波器较为类似。

结合图 (b) 读题:  $M$ 、 $N$  之间有一电子束的加速电场, 对应图 (a) 中的电子枪。虚线框内有匀强偏转磁场, 对应图 (a) 中的偏转线圈。经调节后电子束从静止开始沿带箭头的实线所示的方向前进, 打到靶上的  $P$  点。具体如何产生 X 射线未介绍。

逐个分析判断各选项:

选项 A, 由于电子束带负电, 若要加速需从低电势加速到高电势,

因此  $M$  处的电势低于  $N$  处的电势。错误，排除。

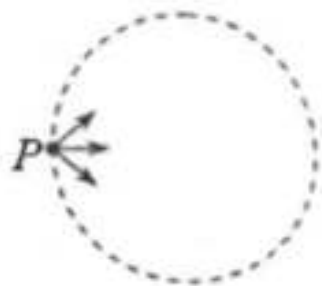
选项 B，增大  $M$ 、 $N$  之间的加速电压，则电子获得的前进速度  $v$  增大，由洛伦兹力提供向心力得： $qvB = \frac{mv^2}{r}$ ，偏转的半径为： $r = \frac{mv}{qB}$ ，可见速度  $v$  越大，偏转的半径  $r$  越大，在固定的偏转区域里偏转的角度越小，（若偏转半径极大，则相当于作直线运动，可近似当作没有偏转。若偏转半径极小，甚至可能在偏转区域内做圆周运动）最终落点  $P$  越靠右。错误，排除。

选项 C，由于电子束带负电，所以电流方向向左，电子束向下偏转，所以受到的洛伦兹力方向向下。使用左手定则判断，偏转磁场的方向垂直于纸面向内。错误，排除。

选项 D，根据关系  $r = \frac{mv}{qB}$ ，增大偏转磁场磁感应强度  $B$ ，偏转的半径变小，则偏转的角度变大，可使  $P$  点左移。正确，备选。

本题选 D。

4. (2017 全国 II) 如图，虚线所示的圆形区域内存在一垂直于纸面的匀强磁场， $P$  为磁场边界上的一点，大量相同的带电粒子以相同的速率经过  $P$  点，在纸面内沿不同方向射入磁场。若粒子射入速率为  $v_1$ ，这些粒子在磁场边界的出射点分布在六分之一圆周上；若粒子入射速率为  $v_2$ ，相应的出射点分布在三分之一圆周上。不计重力及带电粒子之间的相互作用。则  $v_2:v_1$  为 ( )



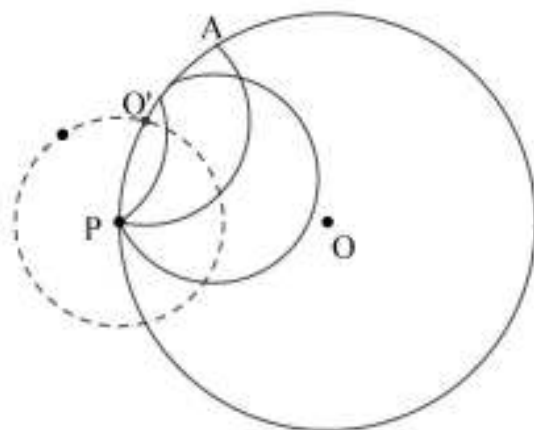
- A.  $\sqrt{3}:2$       B.  $\sqrt{2}:1$       C.  $\sqrt{3}:1$       D.  $3:\sqrt{2}$

解析：已知圆形区域内存在垂直于纸面的匀强磁场，大量相同的

带电粒子以相同的速率、沿不同方向射入磁场。圆形区域的半径为  $R$ 。

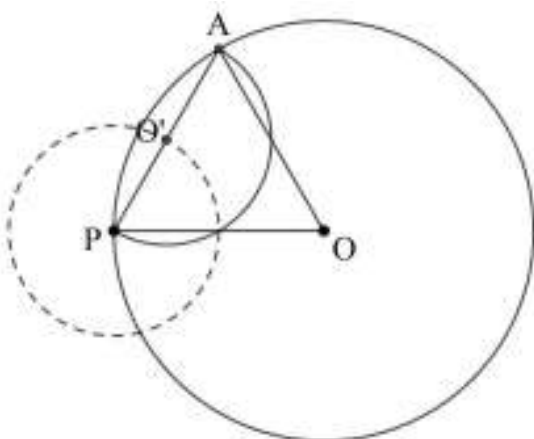
假设磁场垂直于纸面向内，粒子带正电荷，则粒子将向上偏转。如果磁场方向或粒子的电性相反，则向下偏转，两种情况对称。

由于粒子质量、电荷量、速率都相同，且在同一磁场内运动，因此作半径相同的圆周运动，设运动半径为  $r$ 。则各粒子运动的圆心都分布在以  $P$  为圆心，半径为  $r$  的圆周上，如下图所示。



图中，圆  $O$  为题目所给的磁场区域， $P$  为入射点，虚线所画的圆  $P$  的半径为  $r$ ，则所有粒子作圆周运动的圆心都在该圆周上。 $A$  是在圆弧上距离  $P$  最远的点，圆弧  $\widehat{PA}$  是粒子出射点的分布范围。

由于所有轨迹的半径都是  $r$ ，因此  $AP$  的最大值只能等于轨迹的直径  $2r$ ，如下图所示。

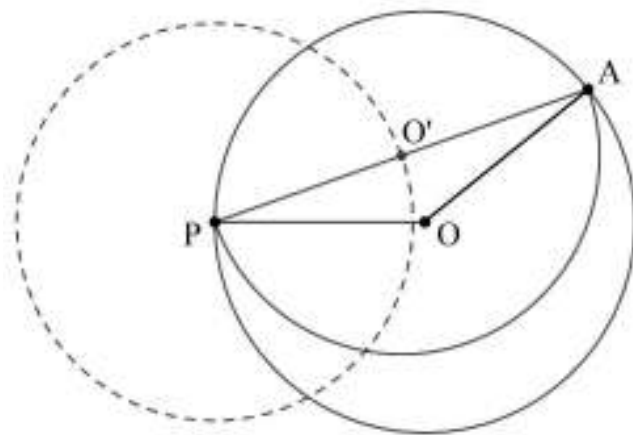


当粒子的初速度为  $v_1$  时，设运动半径为  $r_1$ ，因为  $\widehat{PA}$  是六分之一圆周，所以  $\angle AOP = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ ，又因为  $OA = OP = R$ ， $\triangle OAP$  是等边三角形，



$r_1 = O'A = \frac{R}{2}$ 。可参照上图。

当粒子的初速度为  $v_2$  时，设运动半径为  $r_2$ ，因为  $\widehat{PA}$  是三分之一圆周，所以  $\angle AOP = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$ ，参照下图。



根据  $OA = OP = R$ ， $\angle AOP = 120^\circ$ ，可求得  $r_2 = O'A = \frac{\sqrt{3}}{2}R$ 。

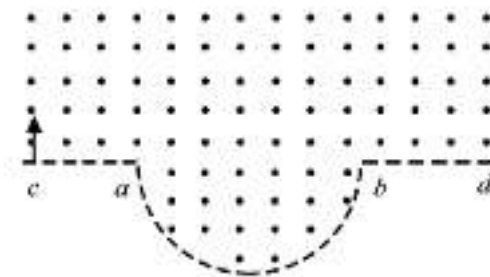
根据洛伦兹力提供向心力： $qvB = \frac{mv^2}{r}$ ， $v = \frac{qrB}{m}$ ，所以：

$$v_2 : v_1 = \frac{qr_2B}{m} : \frac{qr_1B}{m} = r_2 : r_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}R : \frac{1}{2}R = \sqrt{3} : 1$$

本题选 C。

本题也需要较强的几何能力。

5. (2020 全国 I) 一匀强磁场的磁感应强度大小为  $B$ ，方向垂直于纸面向外，其边界如图中虚线所示， $\widehat{ab}$  为半圆， $ac$ 、 $bd$  与直径  $ab$  共线， $ac$  间的距离等于圆的半径。一束质量为  $m$ 、电荷量为  $q$  ( $q > 0$ ) 的粒子，在纸面内从  $c$  点垂直于  $ac$  射入磁场，这些粒子具有各种速率。不计粒子之间的相互作用。在磁场中运动时间最长的粒子，其运动时间为 ( )



- A.  $\frac{7\pi m}{6qB}$       B.  $\frac{5\pi m}{4qB}$       C.  $\frac{4\pi m}{3qB}$       D.  $\frac{3\pi m}{2qB}$

解析：匀强磁场下方的边界有突出的半圆，设半圆的半径为  $r$ 。

粒子从  $c$  点垂直射入磁场， $ac$  间的距离等于圆的半径，也为  $r$ 。

粒子进入磁场后，在洛伦兹力的作用下作圆周运动。根据直观判断，若粒子从突出的半圆部分比从直线的部分离开磁场，运动的时间可能更长，还需要从数学上分析证明。

设粒子进入磁场的速度为  $v$ ，做圆周运动的半径为  $d$ ，则有  $qvB = \frac{mv^2}{d}$ ，可化为： $d = \frac{mv}{qB}$ 。

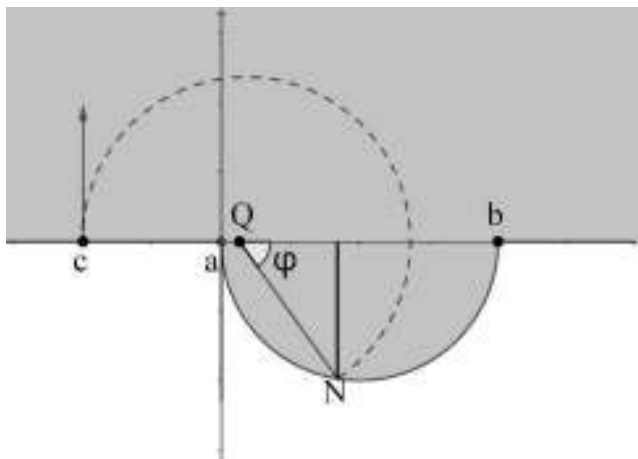
设粒子在磁场中做圆周运动绕行的弧度为  $\theta$ ，即：旋转  $\theta$  之后离开磁场，则在磁场中运动的时间为： $t = \frac{2\pi d \cdot \frac{\theta}{2\pi}}{v} = \frac{\theta d}{v}$ 。代入  $d = \frac{mv}{qB}$  得：

$$t = \frac{\theta \cdot \frac{mv}{qB}}{v} = \frac{m\theta}{qB}。$$

其中， $m$ 、 $q$ 、 $B$  是定值，则粒子在磁场中旋转的弧度  $\theta$ （角度）越大，运动的时间越长。

若粒子从直线边界射出，则旋转的弧度总是为  $\pi$ 。只有当粒子从半圆的边界射出时，旋转的弧度才可能大于  $\pi$ ，现在需求解从半圆的何处射出时，旋转的弧度最大。

以  $a$  为坐标原点，磁场下边界所在的直线为  $x$  轴，与之相垂直的方向为  $y$  轴，建立平面直角坐标系。如下图所示。如下页图所示：



设粒子做圆周运动的圆心为  $Q(x_Q, 0)$ ，则其旋转半径为  $r = x_Q + r$ ，粒子做圆周运动所在的圆的方程为  $(x - x_Q)^2 + y^2 = (r + x_Q)^2$ 。

磁场的半圆形边界所在的圆的方程为  $(x - r)^2 + y^2 = r^2$ 。

联立这两个等式，方程组的解就是两个圆的交点。根据对称性可知，两个交点的横坐标相同，纵坐标互为相反数，其中在  $x$  轴下方的交点就是粒子离开磁场区域的点，命名为点  $N$ 。

两个等式左右两边相减： $[(x - x_Q)^2 + y^2] - [(x - r)^2 + y^2] = (r + x_Q)^2 - r^2$

$$\text{解得： } x_N = \frac{2rx_Q + r^2}{2(r - x_Q)}$$

由图可知，粒子旋转完半个圆周之后，继续旋转的角度  $\varphi$  的余弦值，等于点  $Q$  与点  $N$  的横坐标之差，除以圆周的半径，即： $\cos \varphi = \frac{x_N - x_Q}{r + x_Q}$

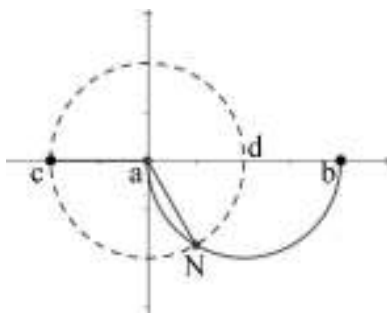
$$\text{代入 } x_N = \frac{2rx_Q + r^2}{2(r - x_Q)} \text{ 得： } \cos \varphi = \frac{\frac{2rx_Q + r^2}{2(r - x_Q)} - x_Q}{r + x_Q} = \frac{r^2 + 2x_Q^2}{2(r^2 - x_Q^2)}。 \text{ 若要 } \varphi \text{ 取最}$$

大值，则需  $\cos \varphi$  取最小值。

表达式  $\frac{r^2 + 2x_Q^2}{2(r^2 - x_Q^2)}$  中， $p$  为圆的半径，为定值。若要粒子能进入半

圆区域， $x_Q$  的范围为  $0 < x_Q < \frac{3}{2}r$ 。当  $x_Q = 0$  时，表达式的分母最大、分子最小，取值最小。即：当粒子做圆周运动的半径为  $r$  时，在磁场区

域运动的时间最长。如下图所示。



此时粒子从半圆的圆心处垂直进入半圆区域，将半圆的圆心标记为  $d(r, 0)$ ，因为  $aN = dN = ad = r$ ，所以  $\triangle adN$  是等边三角形，所以  $\angle daN = 60^\circ$ 。

因为粒子运动的半径为  $r$ ，所以  $r = \frac{mv}{qB}$ ，变形为  $v = \frac{qBr}{m}$ 。做圆周运动的轨迹在磁场中部分的弧长为  $l = (\pi + \frac{1}{3}\pi)r$ ，运动时间为

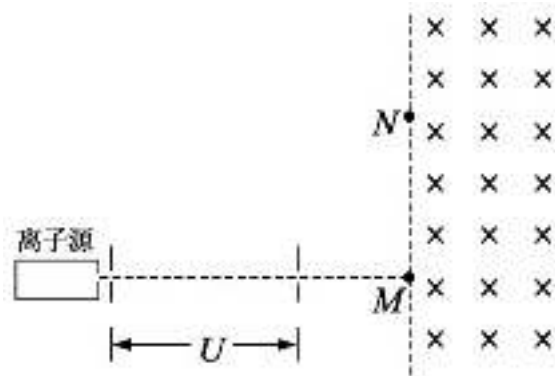
$$t = \frac{l}{v} = \frac{(\pi + \frac{1}{3}\pi)r}{\frac{qBr}{m}} = \frac{4\pi m}{3qB}。$$

本题选 C。

本题的严谨分析和计算较复杂，需要较强的数学功底。

6. (2018 全国 III) 如图，从离子源产生的甲、乙两种离子，由静止经加速电压  $U$  加速后在纸面内水平向右运动，自  $M$  点垂直于磁场边界射入匀强磁场，磁场方向垂直于纸面向里，磁场左边界竖直。已知甲种离子射入磁场的速度大小为  $v_1$ ，并在磁场边界的  $N$  点射出；乙种离子在  $MN$  的中点射出； $MN$  长为  $L$ 。不计重力影响和离子间的相互作用。求

- (1) 磁场的磁感应强度大小；
- (2) 甲、乙两种离子的比荷之比。



解析：结合题图读题。最左边为离子源，产生两种离子，经过右边紧挨着的加速电压  $U$  加速后具有水平向右的速度。

离子从  $M$  点垂直射入匀强磁场，受洛伦兹力作用向上发生偏转，从磁场边界垂直射出。

已知参数有：甲种离子射入磁场的速度大小为  $v_1$ ，并在磁场边界的  $N$  点射出，且  $MN$  长为  $L$ ，根据洛伦兹力提供向心力可列出等式。乙种离子在  $MN$  的中点射出，可列出另一个等式。

(1) 磁场的磁感应强度大小；

设甲种粒子的质量为  $m_1$ ，电荷量为  $q_1$ ，经过加速电压后，电势能转化为动能，可得  $\frac{1}{2}m_1v_1^2 = Uq_1$ ，则甲种粒子的荷质比为  $\frac{q_1}{m_1} = \frac{v_1^2}{2U}$ 。

甲种粒子进入磁场后受洛伦兹力作用做匀速圆周运动，运动的直径为  $MN$  的长，即  $L$ ，则运动半径为  $\frac{L}{2}$ 。由洛伦兹力提供向心力可得：

$$q_1v_1B = \frac{m_1v_1^2}{\frac{L}{2}}, \text{ 化简得: } B = \frac{2m_1v_1}{q_1L}. \text{ 代入 } \frac{q_1}{m_1} = \frac{v_1^2}{2U} \text{ 得: } B = \frac{2m_1v_1}{q_1L} = \frac{2v_1}{L} \cdot \frac{2U}{v_1^2} = \frac{4U}{v_1L}.$$

(2) 甲、乙两种离子的比荷之比。

设乙种离子的质量为  $m_2$ ，电荷量为  $q_2$ 。乙种离子经加速电压加速后的速度为  $v_2$ ，则有  $\frac{1}{2}m_2v_2^2 = Uq_2$ ，则乙种粒子获得的速度为  $v_2 = \sqrt{\frac{2Uq_2}{m_2}}$ 。

乙种离子在  $MN$  的中点射出，则乙种粒子在磁场中做圆周运动的半径为甲种粒子的一半，为  $\frac{L}{4}$ ，由洛伦兹力提供向心力可得：

$$q_2 v_2 B = \frac{m_2 v_2^2}{\frac{L}{4}}, \text{ 化简得: } \frac{q_2}{m_2} = \frac{4v_2}{BL}。$$

$$\text{代入 } v_2 = \sqrt{\frac{2Uq_2}{m_2}} \text{ 得: } \frac{q_2}{m_2} = \frac{4}{BL} \sqrt{\frac{2Uq_2}{m_2}}$$

$$\text{再化简得: } \frac{q_2}{m_2} = \frac{32U}{B^2 L^2}。$$

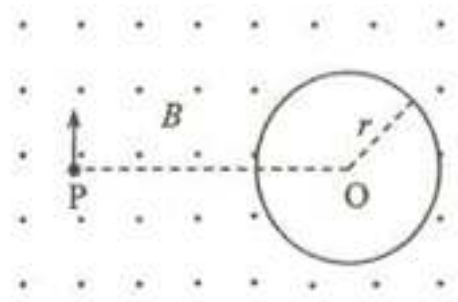
$$\text{对于甲种粒子, 将 } \frac{q_1}{m_1} = \frac{v_1^2}{2U} \text{ 变形为 } v_1 = \sqrt{\frac{2Uq_1}{m_1}}, \text{ 代入 } B = \frac{4U}{v_1 L} \text{ 并化简}$$

$$\text{得: } \frac{q_1}{m_1} = \frac{8U}{B^2 L^2}。$$

$$\text{甲、乙两种离子的比荷之比为: } \frac{q_1}{m_1} : \frac{q_2}{m_2} = \frac{8U}{B^2 L^2} : \frac{32U}{B^2 L^2} = 1:4。$$

7. (2018 海南) 如图, 圆心为  $O$ 、半径为  $r$  的圆形区域外存在匀强磁场, 磁场方向垂直于纸面向外, 磁感应强度大小为  $B$ 。 $P$  是圆外一点,  $OP = 3r$ 。一质量为  $m$ 、电荷量为  $q$  ( $q > 0$ ) 的粒子从  $P$  点在纸面内垂直于  $OP$  射出。已知粒子运动轨迹经过圆心  $O$ , 不计重力。求:

- (1) 粒子在磁场中作圆周运动的半径;
- (2) 粒子第一次在圆形区域内运动所用的时间。

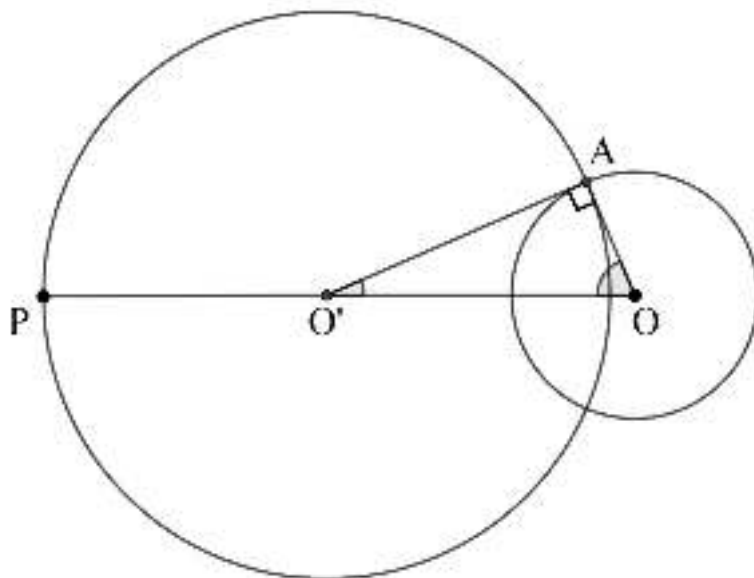


解析: 已知区域内存在匀强磁场, 方向垂直于纸面向外, 磁感应强度大小已知。

带正电荷的粒子从  $P$  点在纸面内垂直于  $OP$  射出, 根据左手定则, 粒子受到向右的洛伦兹力发生偏转。且不计重力, 只需考虑洛伦兹力即可。粒子作匀速圆周运动。

- (1) 因为粒子从  $P$  点在纸面内垂直于  $OP$  射出, 根据圆周运动的

对称性可知，粒子作圆周运动的圆心在直线  $OP$  上。由于圆形区域内没有磁场，因此粒子需沿半径方向射入圆形区域。作图如下所示。



$P$  和  $O$  是题目所给的点， $O'$  是粒子作圆周运动的圆心， $A$  是两个圆的交点。

若要粒子经过  $O$ ，则其在  $A$  点的速度方向应当沿圆  $O$  的半径方向。又因为粒子在  $A$  点的速度方向沿圆  $O'$  在该点处的切线方向，所以  $AO \perp O'A$ 。

设粒子作圆周运动的半径为  $R$ ，已知无磁场的圆形区域半径为  $r$ ， $OP = 3r$ ，则  $OA = r$ ， $O'A = R$ ， $OO' = 3r - R$ ，使用勾股定理得：

$$OA^2 + O'A^2 = OO'^2$$

代入相关值得：

$$r^2 + R^2 = (3r - R)^2$$

$$\text{解得： } R = \frac{4}{3}r。$$

(2) 粒子第一次在圆形区域内运动所用的时间。

由洛伦兹力提供向心力得：

$$\frac{mv^2}{R} = qvB$$

$$\text{代入 } R = \frac{4}{3}r \text{ 解得： } v = \frac{4qrB}{3m}$$

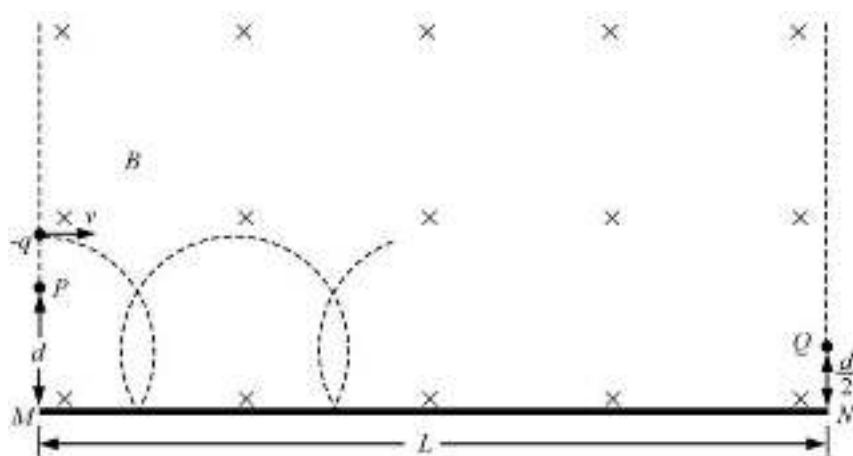
粒子在圆形区域内作匀速直线运动，位移为直径  $d = 2r$ ，则所用时间为：
$$t = \frac{d}{v} = \frac{2r}{\frac{4\pi r B}{3m}} = \frac{3m}{2qB}。$$

本题的难点在于第一问，需分析理清粒子作圆周运动和进入无场区域时的速度方向，使用的主要规律是圆周运动的速度方向沿切线方向，以及若直线运动要经过圆心需沿半径方向。使用几何知识分析解决问题也是很重要的能力。

8. (2019 江苏) 如图所示，匀强磁场的磁感应强度大小为  $B$ 。磁场中的水平绝缘薄板与磁场的左、右边界分别垂直相交于  $M$ 、 $N$ ， $MN = L$ ，粒子打到板上时会被反弹（碰撞时间极短），反弹前后水平分速度不变，竖直分速度大小不变、方向相反。质量为  $m$ 、电荷量为  $-q$  的粒子速度一定，可以从左边界的不同位置水平射入磁场，在磁场中做圆周运动的半径为  $d$ ，且  $d < L$ 。粒子重力不计，电荷量保持不变。

- (1) 求粒子运动速度的大小  $v$ ；
- (2) 欲使粒子从磁场右边界射出，求入射点到  $M$  的最大距离  $d_M$ ；
- (3) 从  $P$  点射入的粒子最终从  $Q$  点射出磁场， $PM = d$ ， $QN = \frac{d}{2}$ ，

求粒子从  $P$  到  $Q$  的运动时间  $t$ 。



解析：已知空间内存在匀强磁场，下面有绝缘薄板。粒子打到



板上后，水平分速度不变，竖直分速度等大反向，类似于弹性碰撞。

磁感应强度  $B$ 、粒子的质量  $m$ 、电荷量  $-q$ ，运动半径  $d$  已知，且忽略重力。

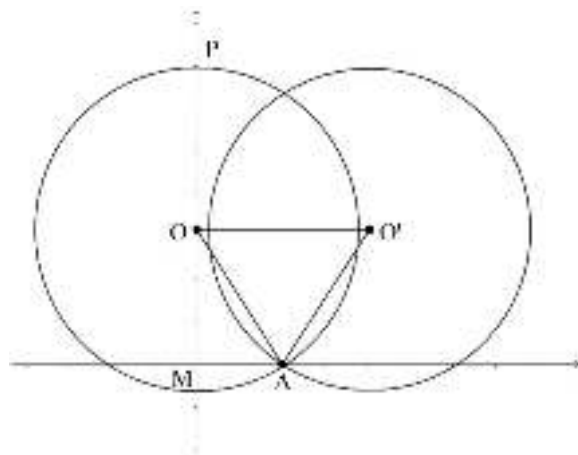
(1) 求粒子运动速度的大小  $v$ ；

根据洛伦兹力提供向心力： $qvB = \frac{mv^2}{d}$ ，解得： $v = \frac{qdB}{m}$

(2) 欲使粒子从磁场右边界射出，求入射点到  $M$  的最大距离  $d_M$ ；

要让粒子从磁场有边界射出，那么粒子需要碰到板上，否则将从左边界飞出。

另外，粒子碰到板反弹后的轨迹，也不能与左边界有交点，否则粒子将从左边界飞出。临界条件为第一次反弹后的轨迹恰好与左边界相切。根据碰撞后水平分速度不变，竖直分速度等大反向，作图如下：



$M$  是坐标原点， $y$  轴为左边的边界， $x$  轴为绝缘板， $P$  为入射点， $O$  为入射时作圆周运动的圆心， $A$  为第一次反弹的点， $O'$  为第一次反弹后作圆周运动的圆心。根据临界条件，圆  $O'$  与  $y$  轴相切。

由于粒子在磁场中作圆周运动的半径只与磁感应强度、电荷量、初速度、质量有关，所以圆  $O$  与圆  $O'$  半径相等， $OA = O'A = d$ 。

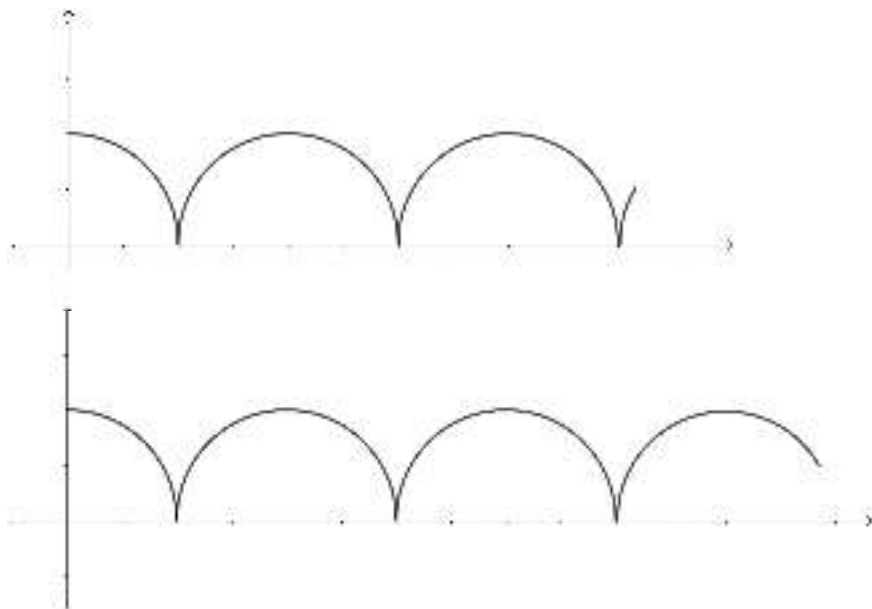
根据碰撞的对称关系， $O$  与  $O'$  在同一条水平线上，又因为圆  $O'$  与  $y$  轴相切，所以切点就是  $O$ ，则  $OO' = d$ ，可得  $\triangle OAO'$  是等边三角形， $\angle OAM = \angle AOO' = 60^\circ$

$$\text{可得 } OM = OA \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}d$$

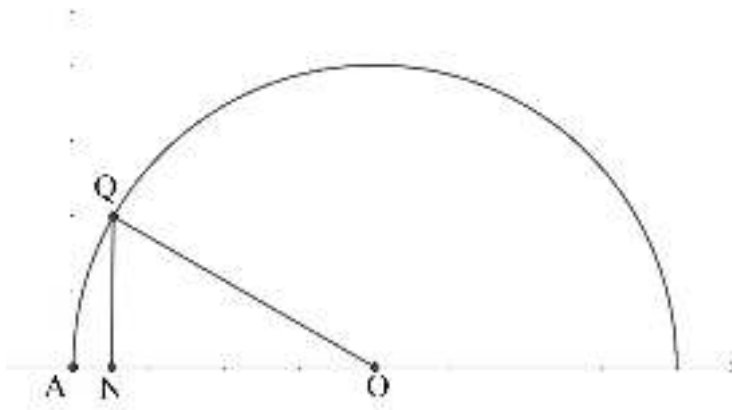
$$\text{可得 } d_M = PM = d + \frac{\sqrt{3}}{2}d = \left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)d$$

(3) 从  $P$  点射入的粒子最终从  $Q$  点射出磁场,  $PM = d$ ,  $QN = \frac{d}{2}$ , 求粒子从  $P$  到  $Q$  的运动时间  $t$ 。

因为入射点  $P$  距绝缘板的距离  $PM = d$  等于圆周运动的半径, 所以粒子撞到绝缘板上时, 速度为竖直向下, 没有水平的分速度, 以相反的速度反弹后, 运动半个圆周后再次反弹, 且粒子从右侧离开时有两种情况, 如下图所示。



对于第一种情况, 粒子沿斜向上离开磁场区域, 补齐半圆, 如下图所示。



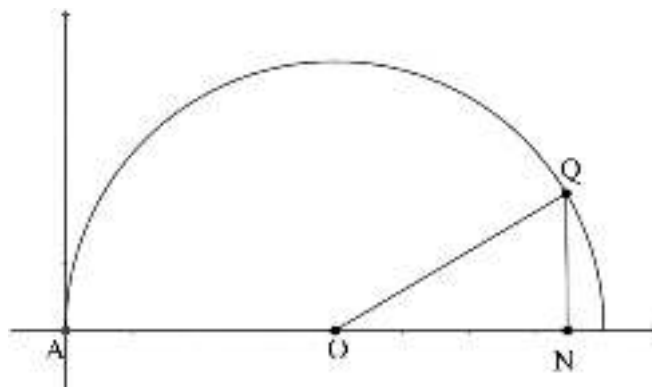
粒子从点  $Q$  沿斜向上射出,  $A$  是最后一次反弹的点,  $O$  是  $Q$  所在半圆的圆心。  $QN = \frac{d}{2}$ ,  $OQ = OA = d$ , 可得  $\sin \angle QON = \frac{QN}{OQ} = \frac{1}{2}$ , 可得则  $\angle QON = 30^\circ$ , 所以  $\widehat{AQ}$  是  $\frac{30^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{12}$  个圆周,  $AN = OA - ON = d - \frac{\sqrt{3}}{2}d$ 。

设粒子中间经历了  $n$  个半圆, 则板长  $L$  与圆周运动的半径满足关系:  $L = d + 2nd + d - \frac{\sqrt{3}}{2}d$ , 解得  $n = \frac{L}{2d} + \frac{\sqrt{3}}{4} - 1$

粒子总共经历了  $\frac{1}{4} + \frac{n}{2} + \frac{1}{12}$  个圆周。粒子作每个圆周所经历的时间为:  $T = \frac{2\pi d}{v} = \frac{2\pi d}{\frac{qdB}{m}} = \frac{2\pi m}{qB}$ , 所以粒子运动的总时间为:

$$t = \left(\frac{1}{4} + \frac{n}{2} + \frac{1}{12}\right)T = \left(\frac{n}{2} + \frac{1}{3}\right)\frac{2\pi m}{qB} = \left(\frac{\frac{L}{2d} + \frac{\sqrt{3}}{4} - 1}{2} + \frac{1}{3}\right)\frac{2\pi m}{qB} = \left(\frac{L}{2d} + \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{3}\right)\frac{\pi m}{qB}$$

对于第二种情况, 粒子沿斜向下离开磁场区域, 补齐半圆, 如下图所示。



粒子从点  $Q$  沿斜向上射出,  $A$  是最后一次反弹的点,  $O$  是  $Q$  所在半圆的圆心。  $QN = \frac{d}{2}$ ,  $OQ = OA = d$ , 可得  $\sin \angle QON = \frac{QN}{OQ} = \frac{1}{2}$ , 可得则  $\angle QON = 30^\circ$ , 所以  $\widehat{AQ}$  是  $\frac{180^\circ - 30^\circ}{360^\circ} = \frac{5}{12}$  个圆周,  $AN = OA + ON = d + \frac{\sqrt{3}}{2}d$ 。

设粒子中间经历了  $p$  个半圆, 则板长  $L$  与圆周运动的半径满足关系:  $L = d + 2pd + d + \frac{\sqrt{3}}{2}d$ , 解得  $p = \frac{L}{2d} - \frac{\sqrt{3}}{4} - 1$ 。

粒子总共经历了  $\frac{1}{4} + \frac{p}{2} + \frac{5}{12}$  个圆周。粒子作每个圆周所经历的时间

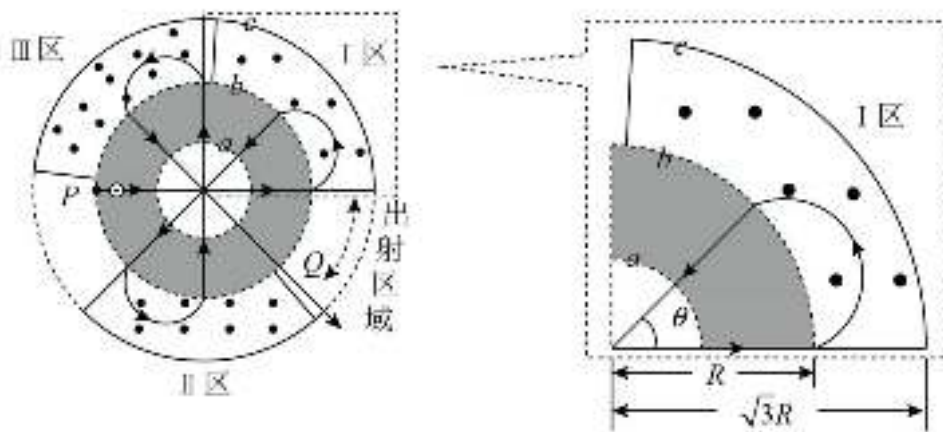
为:  $T = \frac{2\pi m}{qB}$ , 所以粒子运动的总时间为:

$$t = \left(\frac{1}{4} + \frac{p}{2} + \frac{5}{12}\right)T = \left(\frac{p}{2} + \frac{3}{4}\right)\frac{2\pi m}{qB} = \left(\frac{\frac{L}{2d} - \frac{\sqrt{3}}{4} - 1}{2} + \frac{1}{3}\right)\frac{2\pi m}{qB} = \left(\frac{L}{2d} - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{3}\right)\frac{\pi m}{qB}$$

9. (2021 广东) 如图所示是一种花瓣形电子加速器简化示意图。空间有三个同心圆  $a$ 、 $b$ 、 $c$  围成的区域, 圆  $a$  内为无场区, 圆  $a$  与圆  $b$  之间存在辐射状电场, 圆  $b$  与圆  $c$  之间有三个圆心角均略小于  $90^\circ$  的扇环形匀强磁场区 I、II 和 III。各区磁感应强度恒定, 大小不同, 方向均垂直纸面向外。电子以初动能  $E_{k0}$  从圆  $b$  上  $P$  点沿径向进入电场。电场可以反向, 保证电子每次进入电场即被全程加速。已知圆  $a$  与圆  $b$  之间电势差为  $U$ , 圆  $b$  半径为  $R$ , 圆  $c$  半径为  $\sqrt{3}R$ , 电子质量为  $m$ , 电荷量为  $e$ 。忽略相对论效应。取  $\tan 22.5^\circ = 0.4$ 。

(1) 当  $E_{k0} = 0$  时, 电子加速后均沿各磁场区边缘进入磁场, 且在电场内相邻运动轨迹的夹角  $\theta$  均为  $45^\circ$ , 最终从  $Q$  点出射, 运动轨迹如图中带箭头实线所示。求 I 区的磁感应强度大小、电子在 I 区磁场中的运动时间及在  $Q$  点出射时的动能;

(2) 已知电子只要不与 I 区磁场外边界相碰, 就能从出射区域出射。当  $E_{k0} = keU$  时, 要保证电子从出射区域出射, 求  $k$  的最大值。



解析：本题的情况较复杂，需要耐心地读题分析。

已知空间有三个同心圆  $a$ 、 $b$ 、 $c$  围成的区域。

圆  $a$  是内部白色最小的圆，内为无场区，没有电场或磁场。

圆  $a$  与圆  $b$  之间是中间灰色的圆环，存在辐射状电场，“辐射状”一般是沿半径方向的。

圆  $b$  与圆  $c$  之间是最外侧有圆点分布的圆环，有三个圆心角均略小于  $90^\circ$  的扇环形匀强磁场区 I、II 和 III，各区磁感应强度恒定，大小不同，方向均垂直纸面向外，图中已经用圆点标注。

以上是区域内的电场和磁场分布，内部无场，中间是沿半径方向的电场，最外是部分区域有垂直向外的磁场。

电子以初动能  $E_{k0}$  从圆  $b$  上  $P$  点沿径向进入电场。电场可以反向，保证电子每次进入电场即被全程加速，表明电子再中间部分只会被电场加速。又已知圆  $a$  与圆  $b$  之间电势差为  $U$ ，那么电子穿进圆环和穿出圆环都将得到  $Ue$  的能量。

圆  $b$  半径为  $R$ ，圆  $c$  半径为  $\sqrt{3}R$ ，电子质量为  $m$ ，电荷量为  $e$ 。忽略相对论效应。取  $\tan 22.5^\circ = 0.4$ 。这些是基本数据，计算中会用到。

再仔细观察左图中的箭头，电子从圆  $b$  上  $P$  点沿径向进入电场，沿半径方向穿过灰色圆环并被电场加速，然后继续穿过中间的无场区，再一次沿半径方向穿出灰色圆环再一次被加速。

电子进入 I 区后，在磁场作用下作圆周运动，重新回到灰色的圆环，第三次穿过电场区，通过中间的无场区后，第四次穿过电场区。

电子进入 II 区，再次偏转，然后再次穿越圆环，到 III 区第三次偏转后，又一次穿越圆环，从  $Q$  点出射。

(1) 当  $E_{k0} = 0$  时，电子加速后均沿各磁场区边缘进入磁场，且在电场内相邻运动轨迹的夹角  $\theta$  均为  $45^\circ$ ，最终从  $Q$  点出射，运动轨迹如图中带箭头实线所示。求 I 区的磁感应强度大小、电子在 I 区磁场中的运动时间及在  $Q$  点出射时的动能；

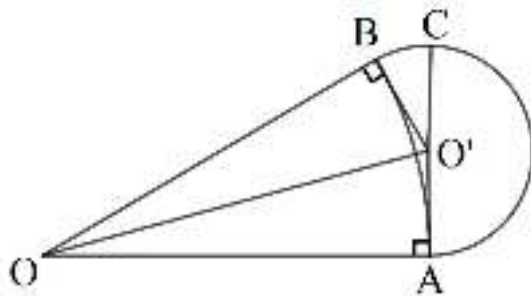
电子的初始动能  $E_{k0} = 0$ ，进入 I 区时，共两次穿越电场区，获得

的电势能为  $2Ue$ ，转化为电子的动能： $2Ue = \frac{1}{2}mv_1^2$ ，求得  $v_1 = 2\sqrt{\frac{Ue}{m}}$

设 I 区的磁感应强度为  $B_1$ ，电子在 I 区作圆周运动的半径为  $r_1$ ，  
则有： $ev_1B_1 = \frac{mv_1^2}{r_1}$ ，即  $B_1 = \frac{mv_1}{er_1}$ 。还需求得  $r_1$ 。

此处的几何关系稍复杂，如下图所示。如果磁场的边界是直线，那么电子若沿水平向右进入磁场，将绕半圆后沿水平向左离开磁场。但本题的磁场边界是圆弧，电子多绕了一个角度之后，才沿半径方向离开磁场。该偏转角度就是绕圆心的偏转角度  $\theta = 45^\circ$

由于电子沿半径方向射入 I 区，所以在 I 区内绕过一个半圆，仍沿半径方向返回电场区，则圆  $b$  上的弦长  $AB$  就是 I 区圆周运动的直径，又因为夹角  $\theta$  均为  $45^\circ$ ，即圆  $b$  的圆心角为  $45^\circ$ ，所以  
 $r_1 = R \tan \frac{45^\circ}{2} = R \tan 22.5^\circ = 0.4R$ 。



图中， $O$ 是整个区域的圆心， $OA = OB = R$ ，圆弧 $\widehat{AB}$ 是圆 $b$ 的边界。  
 $O'$ 是电子在磁场 I 区作圆周运动的圆心。电子从点  $A$  射入 I 区，从点  $B$  离开 I 区。则有： $\tan \frac{45^\circ}{2} = \frac{O'A}{OA} = \frac{r_1}{R}$ ，解得  $r_1 = R \tan \frac{45^\circ}{2} = R \tan 22.5^\circ = 0.4R$ ，  
还有  $\angle CO'B = 180^\circ - \angle AO'B = 180^\circ - (180^\circ - \angle AOB) = \angle AOB = 45^\circ$ 。

$$B_1 = \frac{mv_1}{er_1} = \frac{m \cdot 2\sqrt{\frac{Ue}{m}}}{e \cdot 0.4R} = \frac{5}{R} \sqrt{\frac{Um}{e}}$$

电子在 I 区磁场中偏转的角度为  $\widehat{ACB}$  所对  $c$  应的角度，为：

$$180^\circ + 45^\circ = 225^\circ = \frac{5\pi}{4}, \text{ 运动时间为:}$$

$$t_1 = \frac{\frac{5\pi}{4}r_1}{v_1} = \frac{\frac{5\pi}{4} \cdot 0.4R}{2\sqrt{\frac{Ue}{m}}} = \frac{\pi R}{4} \sqrt{\frac{m}{Ue}}$$

根据图中轨迹可知，电子从点  $P$  射入到从  $Q$  点出射，总共  $4 \times 2 = 8$  次穿越电场区，获得的能量为  $8Ue$ ，出射时的动能极为  $8Ue$ 。

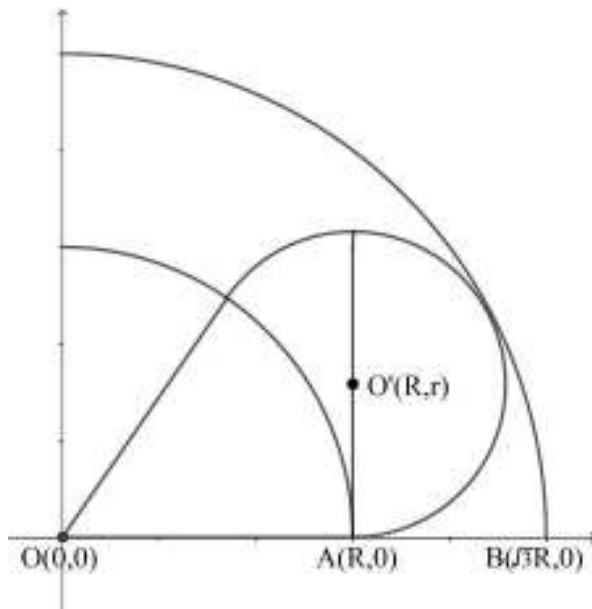
(2) 已知电子只要不与 I 区磁场外边界相碰，就能从出射区域出射。当  $E_{k0} = keU$  时，要保证电子从出射区域出射，求  $k$  的最大值。

由于电子只要不与 I 区磁场外边界相碰，就能从出射区域出射，因此只需要考虑电子的轨迹不碰到磁场外边界即可，不需要考虑偏转角度等其他因素。

当电子在 I 区偏转的圆周与圆  $c$  相切时，为临界条件。实质上是一道几何体。

电子水平向右进入 I 区（如果不是水平，可以把整个区域旋转使其水平向右），作圆周运动的圆心位于经过入射点的垂线上，

以整个区域的中心  $O$  为原点，沿电子初次射入的方向为  $x$  轴正方向，建立平面直角坐标系。如下图所示。



设点  $A$  为进入 I 区的点，则点  $A$  坐标为  $A(R,0)$ 。 $B$  为圆  $c$  的边界与  $x$  轴的交点，则  $B(\sqrt{3}R,0)$ 。

设电子在 I 区作恰好与圆  $c$  相切的圆周运动的半径为  $r$ ，圆心为

$O'$ ，则  $O'(R, r)$ 。

圆  $c$  的方程为  $x^2 + y^2 = (\sqrt{3}R)^2$

电子作圆周运动的方程为：  $(x-R)^2 + (y-r)^2 = r^2$ 。

两个圆内切，只有一个交点，即方程组只有一个解。

将  $(x-R)^2 + (y-r)^2 = r^2$  展开并化简：

$$x^2 - 2Rx + R^2 + y^2 - 2ry + r^2 = r^2$$

$$x^2 - 2Rx + R^2 + y^2 - 2ry + r^2 = 0$$

与  $x^2 + y^2 = (\sqrt{3}R)^2$  左右两边相减并化简：

$$(x^2 - 2Rx + R^2 + y^2 - 2ry + r^2) - (x^2 + y^2) = 0 - (\sqrt{3}R)^2$$

$$-2Rx + R^2 - 2ry = -3R^2$$

$$y = \frac{2R^2 - Rx}{r}$$

代入  $x^2 + y^2 = (\sqrt{3}R)^2$  并化简：

$$x^2 + \left(\frac{2R^2 - Rx}{r}\right)^2 = (\sqrt{3}R)^2$$

$$(R^2 + r^2)x^2 - 4R^3x + 4R^4 - 3r^2R^2 = 0$$

这是关于  $x$  的一元二次方程，只有一个解，利用根的判别式可得：

$$(4R^3)^2 - 4(R^2 + r^2)(4R^4 - 3r^2R^2) = 0$$

$$\text{解得 } r = \frac{\sqrt{3}}{3}R$$

即：电子在 I 区作圆周运动的半径需小于  $\frac{\sqrt{3}}{3}R$

设电子进入 I 区的最大速度为  $v$ ，由洛伦兹力提供向心力可得

$$evB_1 = \frac{mv^2}{r}, \text{ 化简得: } v = \frac{eB_1r}{m} = \frac{e \cdot \frac{5}{R} \sqrt{\frac{Um}{e}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}R}{m} = \frac{5\sqrt{3}}{3} \sqrt{\frac{Ue}{m}}$$

当电子的初动能  $E_{k0} = keU$  时，进入 I 区前穿越两次电场区，总的能量为  $E_{k1} = keU + 2eU = (k+2)eU$ ，全部转化为电子的动能：

$$(k+2)eU = \frac{1}{2}m\left(\frac{5\sqrt{3}}{3} \sqrt{\frac{Ue}{m}}\right)^2$$



$$\text{解得 } k = \frac{13}{6}$$

即  $k$  的最大值为  $\frac{13}{6}$ 。

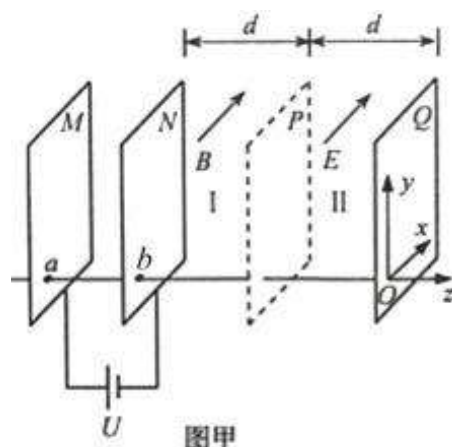
本题有两处难点：一是题目条件较为复杂，3个区域内电场和磁场的情况各不相同，电子的运动轨迹也是复杂的花瓣形。但只要耐心地逐步分析，可以将花瓣形拆解成若干个直线运动和圆周运动，其实并不复杂。

二是本题涉及到一定的几何分析和计算，对数学能力有一定要求。虽然具体分析计算并不难，但是要培养能够把数学当作解决问题的工具，熟练地选择自己熟悉好用的方法分析解决问题的能力。

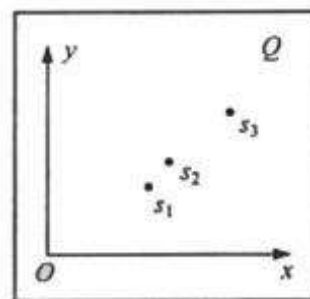
10. (2020 山东) 某型号质谱仪的工作原理如图甲所示。 $M$ 、 $N$  为竖直放置的两金属板，两板间电压为  $U$ ， $Q$  板为记录板，分界面  $P$  将  $N$ 、 $Q$  间区域分为宽度均为  $d$  的 I、II 两部分， $M$ 、 $N$ 、 $P$ 、 $Q$  所在平面相互平行， $a$ 、 $b$  为  $M$ 、 $N$  上两正对的小孔。以  $a$ 、 $b$  所在直线为  $z$  轴，向右为正方向，取  $z$  轴与  $Q$  板的交点  $O$  为坐标原点，以平行于  $Q$  板水平向里为  $x$  轴正方向，竖直向上为  $y$  轴正方向，建立空间直角坐标系  $Oxyz$ 。区域 I、II 内分别充满沿  $x$  轴正方向的匀强磁场和匀强电场，磁感应强度大小、电场强度大小分别为  $B$  和  $E$ 。一质量为  $m$ ，电荷量为  $+q$  的粒子，从  $a$  孔飘入电场（初速度视为零），经  $b$  孔进入磁场，过  $P$  面上的  $c$  点（图中未画出）进入电场，最终打到记录板  $Q$  上。不计粒子重力。

- (1) 求粒子在磁场中做圆周运动的半径  $R$  以及  $c$  点到  $z$  轴的距离  $L$ ；
- (2) 求粒子打到记录板上位置的  $x$  坐标；
- (3) 求粒子打到记录板上位置的  $y$  坐标（用  $R$ 、 $d$  表示）；
- (4) 如图乙所示，在记录板上得到三个点  $s_1$ 、 $s_2$ 、 $s_3$ ，若这三个

点是质子 ${}^1_1\text{H}$ 、氚核 ${}^3_1\text{H}$ 、氦核 ${}^4_2\text{He}$ 的位置，请写出这三个点分别对应哪个粒子（不考虑粒子间的相互作用，不要求写出推导过程）。



图甲



图乙

解

析：本题的已知信息和示意图看起来都比较复杂，先耐心地理清质谱仪的工作原理。

$M$ 、 $N$ 为竖直放置的两金属板，两板间电压为 $U$ 。这两块板在最左边，主要起到加速粒子的作用，令粒子具有垂直于两块板的速度。

$Q$ 板为记录板，在最右边，作用可能为记录粒子最终的落点或运动轨迹。

分界面 $P$ 将 $N$ 、 $Q$ 间区域分为宽度均为 $d$ 的 I、II 两部分。 $N$ 、 $Q$ 间区域较大，被 $P$ 分开。

还已知 $M$ 、 $N$ 、 $P$ 、 $Q$ 所在平面相互平行，可看作四块板竖直插入纸面。

$a$ 、 $b$ 为 $M$ 、 $N$ 上两正对的小孔。以 $a$ 、 $b$ 所在直线为 $z$ 轴，向右为正方向，取 $z$ 轴与 $Q$ 板的交点 $O$ 为坐标原点，以平行于 $Q$ 板水平向里为 $x$ 轴正方向，竖直向上为 $y$ 轴正方向，建立空间直角坐标系 $Oxyz$ 。按照该坐标系的建立方法，粒子可能在 I、II 两区域内，分别在平行于板的平面内移动，最终落到 $Q$ 板的某位置上，类似于示波器。

区域 I、II 内分别充满沿 $x$ 轴正方向的匀强磁场和匀强电场，磁感应强度大小、电场强度大小分别为 $B$ 和 $E$ 。

根据洛伦兹力提供向心力，粒子在区域 I 内作平行于纸面的圆周

运动, 具有沿  $y$  轴方向的位移, 该位移的计算方式需要综合在本区域内的圆周运动和下一区域内的匀速直线运动计算。粒子在区域 II 内具有沿  $x$  轴方向的位移, 该位移用匀加速直线运动计算即可。

一质量为  $m$ , 电荷量为  $+q$  的粒子, 从  $a$  孔飘入电场 (初速度视为零), 经  $b$  孔进入磁场, 根据左手定则, 粒子向上偏转作圆周运动。

粒子再经过  $P$  面上的  $c$  点 (图中未画出) 进入电场, 最终打到记录板  $Q$  上。不计粒子重力。

以上是粒子运动的全过程, 可分为三个阶段:

阶段 1: 粒子在  $M$  板和  $N$  板之间加速, 获得水平向右的速度, 在坐标系中表现为垂直于坐标平面, 在  $O$  点从下向上。

阶段 2: 粒子在区域 I 作纸面内的匀速圆周运动, 向上偏转, 旋转到分界面  $P$  的瞬间, 以该速率和方向进入区域 II, 可将此时的速度分解为水平向右和竖直向上。其中水平向右的分速度在坐标系中表现为垂直于坐标平面, 在  $O$  点从下向上。竖直向上的分速度在坐标系中表现为沿  $y$  轴的速度和位移。

阶段 3: 粒子在区域 II 内, 沿水平向右和竖直向上分别做匀速直线运动, 沿垂直于纸面向内作匀加速直线运动, 在坐标系中表现为沿  $x$  轴的速度和位移。

分析完毕, 下面开始解决各小问:

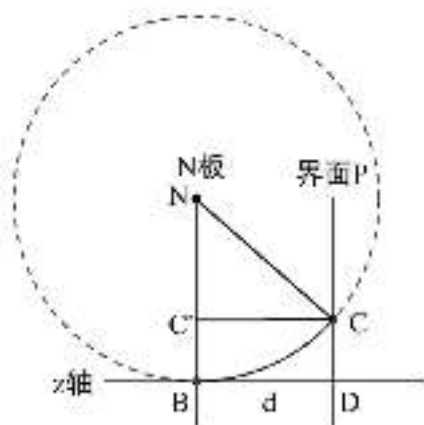
(1) 求粒子在磁场中做圆周运动的半径  $R$  以及  $c$  点到  $z$  轴的距离  $L$ ;

粒子经过  $M$  板和  $N$  板之间加速后, 电势能转化为动能, 设加速后粒子的速度为  $v_0$ , 由于初速度为 0, 可得:  $Uq = \frac{1}{2}mv_0^2$ , 解得  $v_0 = \sqrt{\frac{2Uq}{m}}$ 。

在磁场中洛伦兹力提供向心力, 满足关系  $qv_0B = \frac{mv_0^2}{R}$ , 解得

$$R = \frac{mv_0}{qB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Um}{q}}。$$

作图如下:



图中, 两条竖线分别表示  $N$  板和界面  $P$ , 横线为  $z$  轴,  $B$  就是  $b$  点,  $C$  就是  $c$  点, 根据已知信息  $BD = d$ 。圆弧  $\widehat{BD}$  是粒子在区域 I 的运动轨迹, 虚线圆是补全的整个圆形, 圆心为点  $N$ 。从  $C$  向  $NB$  引垂线, 垂足为  $C'$ 。

$C'CDB$  是矩形, 可得:  $C'C = BD = d$

对于直角  $\triangle NCC'$ , 可得:  $NC' = \sqrt{NC^2 - C'C^2} = \sqrt{R^2 - d^2}$

$c$  点到  $z$  轴的距离为:

$$L = CD = C'B = NB - C'B = R - \sqrt{R^2 - d^2} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Um}{q}} - \sqrt{\frac{2Um}{qB^2} - d^2}$$

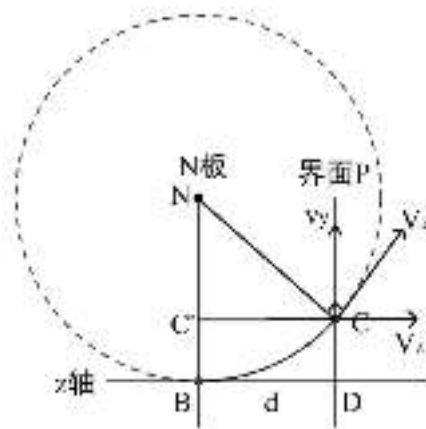
(2) 求粒子打到记录板上位置的  $x$  坐标;

根据示意图可知, 粒子打到记录板上位置的  $x$  坐标, 是由粒子在区域 II 内受到电场加速所产生的位移。要求得该位移, 除已知电场强度、粒子的质量和电荷量外, 还需知道粒子的运动时间。

粒子进入区域 II 时, 具有沿水平向右的初速度, 作匀速直线运动。

结合上一小问中的示意图 (如下页图), 粒子的速率仍为  $v_0 = \sqrt{\frac{2Uq}{m}}$ ,

沿  $C$  点处圆的切线方向。



粒子沿水平方向（ $z$ 轴方向）的分速度为：

$$v_z = v_0 \cos(90^\circ - \angle NCC') = v_0 \sin \angle NCC' = v_0 \frac{NC'}{NC} = v_0 \frac{\sqrt{R^2 - d^2}}{R}$$

粒子在区域 II 飞行的时间为：

$$t_2 = \frac{d}{v_z} = \frac{d}{v_0 \frac{\sqrt{R^2 - d^2}}{R}} = \frac{dR}{v_0 \sqrt{R^2 - d^2}}$$

粒子沿  $x$  轴方向作匀加速直线运动，位移为：

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2} a_x t_2^2 = \frac{1}{2} \frac{Eq}{m} \left( \frac{dR}{v_0 \sqrt{R^2 - d^2}} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{Eq}{m} \left( \frac{d \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Um}{q}}}{\sqrt{\frac{2Uq}{m}} \sqrt{\left( \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Um}{q}} \right)^2 - d^2}} \right)^2 \\ &= \frac{d^2 Em}{4Um - 2qd^2 B^2} \end{aligned}$$

(3) 求粒子打到记录板上位置的  $y$  坐标（用  $R$ 、 $d$  表示）；

本小问可用  $R$ 、 $d$  表示，省去了很多化简步骤。

粒子沿  $y$  轴方向的运动可分为两部分：先在区域 I 内，在纸面所在的平面内作圆周运动，有向上的位移。后区域 II 内，在纸面所在的平面内作匀速直线运动。沿用上一小问的示意图：



其中,  $x$  坐标直接用粒子的参数表示,  $y$  坐标没有, 所以  $x$  坐标更好用。读图可知, 三个点  $s_1$ 、 $s_2$ 、 $s_3$  的  $x$  坐标和  $y$  坐标都不同, 因此只比较  $x$  坐标很可能可行。

质子  ${}_1^1\text{H}$ 、氚核  ${}_1^3\text{H}$ 、氦核  ${}_2^4\text{He}$  的荷质比分别为  $\frac{1}{1}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$ 。

将  $x$  坐标变形为关于荷质比  $\frac{q}{m}$  的表达式:

$$x = \frac{d^2 Em}{4Um - 2qd^2 B^2} = \frac{d^2 E}{4U - 2\frac{q}{m}d^2 B^2}$$

根据该表达式可知, 当荷质比  $\frac{q}{m}$  越小, 则分母越大, 则  $x$  坐标越小。即: 荷质比越小,  $x$  坐标越小。

因此  $x$  坐标最小的  $s_1$  是氚核  ${}_1^3\text{H}$ ,  $x$  坐标居中的  $s_2$  是氦核,  $x$  坐标最大的  $s_3$  是质子  ${}_1^1\text{H}$ 。

本题是一道非常典型的“复杂但不困难”的题目。虽然本题涉及到粒子在三维空间内的运动, 但是在磁场区只做平面内的圆周运动, 在电场区三个相互垂直方向的运动相互独立, 因此分析起来都不难。

解决本题需要非常耐心和细心地读懂质谱仪的工作原理, 各板和区域的用途、粒子在各区域的运动情况、粒子沿各坐标轴的运动情况、粒子在相邻两个区域之间的联系(分界面的情况)、粒子在任意两个方向上的运动之间的联系(时间相同)。

## 第十四章 电磁感应

电磁感应主要涉及导线切割磁感线，或穿过闭合回路的磁通量发生变化，从而产生感应电动势，对感应电动势的方向进行判断，以及对大小进行计算。

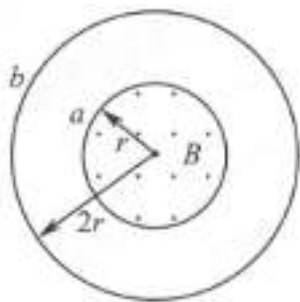
感应电动势和感应电流的计算经常与电路、安培力等的计算共同出现，需要联立相应的数量关系。感应电动势和感应电流通常遵循欧姆定律，感应电流往往也由于磁场的作用而受到安培力的作用。

磁通量是一项较基础且重要的新的概念，需注意理解磁通量的概念，掌握磁通量的计算方式，能直观地大致判断磁通量多少或是否相同，并能将其规律联想迁移到电通量等其他“通量”上。

感应电动势的计算涉及磁通量的变化率，一些题目涉及到导数的基本运算。磁通量等于穿过回路的磁感应强度、面积、夹角正弦值的乘积。若其中的一个随时间变化，另外两个都恒定不变，可以让唯一变化的物理量的变化率与另外不变的两个物理量直接相乘。

虽然课本的电磁感应章节主要学习磁通量变化产生感应电动势，但电流产生感应磁场，磁场对电流的力的作用也都属于电磁学的重要内容，一些题目需同时考虑电生磁和磁生电的作用。

1. (2017 江苏) 如图所示，两个单匝线圈  $a$ 、 $b$  的半径分别为  $r$  和  $2r$ 。圆形匀强磁场  $B$  的边缘恰好与  $a$  线圈重合，则穿过  $a$ 、 $b$  两线圈的磁通量之比为 ( )



A. 1:1

B. 1:2

C. 1:4

D. 4:1



解析：磁通量的定义是垂直穿过空间的磁感应强度与面积的乘积。

对于线圈  $a$ ，有垂直纸面向上的磁场的磁感应强度为  $B$ ，面积为  $\pi r^2$ ，则磁通量为  $\Phi_a = B\pi r^2$ 。

对于线圈  $b$ ，仅在线圈  $a$  内的范围内有磁通量  $\Phi_a = B\pi r^2$ ，在圆环部分没有磁通量，因此磁通量的总量也为  $\Phi_a = B\pi r^2$ 。

因此穿过  $a$ 、 $b$  两线圈的磁通量之比为 1:1。

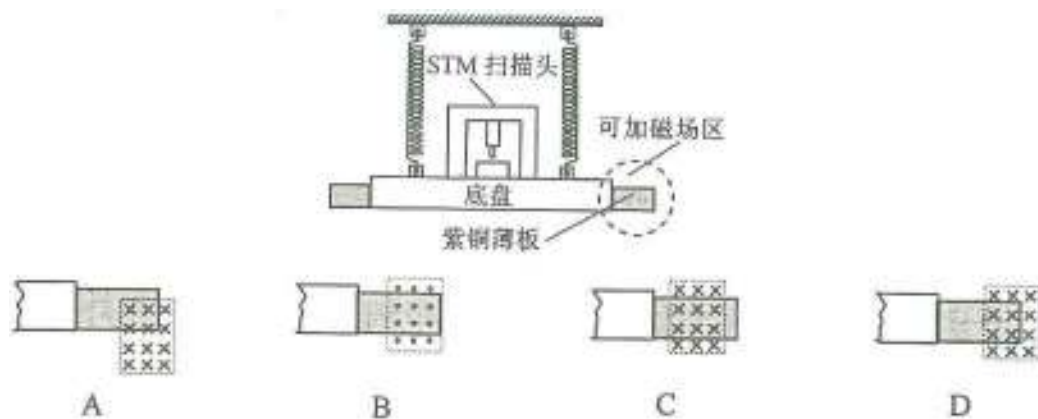
本题选 A。

也可以利用磁感线直观描述磁感应强度的方法，直观且迅速地判断磁通量的多少：垂直穿过面积的磁感线越多，则磁通量越大。由于穿过线圈  $a$  和线圈  $b$  磁感线条数相同，因此磁通量也相同。

事实上，若空间内再无其他磁场，则任何完全包围了线圈  $a$  的线圈的磁通量都与线圈  $a$  相同。

从最基本的概念定义上可以非常迅速直观地解决本题。

2. (2017 全国 I) 扫描隧道显微镜 (STM) 可用来探测样品表面原子尺度上的形貌。为了有效隔离外界振动对 STM 的扰动，在圆底盘周边沿其径向对称地安装若干对紫铜薄板，并施加磁场来快速衰减其微小振动，如图所示。无扰动时，按下列四种方案对紫铜薄板施加恒磁场；出现扰动后，对于紫铜薄板上下及左右振动的衰减最有效的方案是 ( )



解析：已知扫描隧道显微镜可探测原子尺度的形貌。为隔离外界

振动对其的扰动，在圆底盘周边对称地安装若干对紫铜薄板，并施加磁场来快速衰减微小振动。

其原理可能为：紫铜薄板是导体，如果发生振动导致磁通量变化，可以产生感应电流，感应电流在磁场作用下受到安培力的作用，从而阻碍其振动。

在学习中应当已经推导过，感应电流在原磁场中受到的安培力总是与其运动方向相反，此处不需要再重复。

本题的关键是要让紫铜薄板的上下及左右振动能引起穿过其的磁通量发生变化，从而产生感应电流及安培力，利用安培力来抵消振动。

选项 A，当紫铜薄板沿上下或左右振动时，穿过的磁通量都发生变化，该方案有效，备选。

选项 B，当紫铜薄板沿上下振动或向右运动时，穿过的磁通量不变，不产生感应电流，不能抵消上下振动，排除。

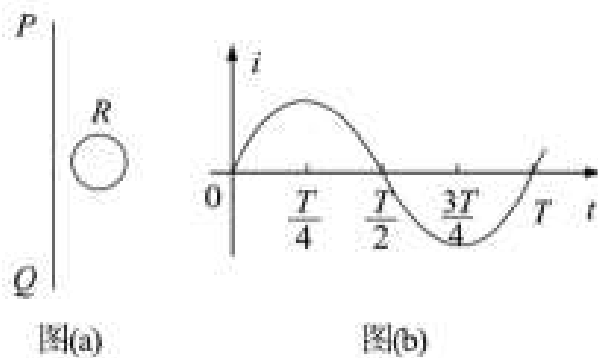
选项 C，当紫铜薄板沿左右振动时，穿过的磁通量不变，不产生感应电流，不能抵消左右振动，排除。

选项 D，与选项 B 类似，当紫铜薄板沿左右振动或向左略微运动时，穿过的磁通量不变，不产生感应电流，不能抵消左右振动，排除。

本题选 A。

本题的应用性很强，需要对电磁感应的现象和效果有较深刻的了解，并有运用知识解决实际问题的思考。

3. (2018 全国III) (多选) 如图 (a)，在同一平面内固定有一长直导线  $PQ$  和一导线框  $R$ ， $R$  在  $PQ$  的右侧。导线  $PQ$  中通有正弦交流电  $i$ ， $i$  的变化如图 (b) 所示，规定从  $Q$  到  $P$  为电流的正方向。导线框  $R$  中的感应电动势 ( )



- A. 在  $t = \frac{T}{4}$  时为零
- B. 在  $t = \frac{T}{2}$  时改变方向
- C. 在  $t = \frac{T}{2}$  时最大, 且沿顺时针方向
- D. 在  $t = T$  时最大, 且沿顺时针方向

解析: 导线  $PQ$  中有变化的电流, 在周围产生变化的磁场。变化的磁场又在导线框  $R$  中产生感应电流。

题目规定从  $Q$  到  $P$  为电流的正方向。根据右手定则, 当电流向上时, 导线右边的磁场线为垂直纸面向内。

现在分别分析  $PQ$  中的电流、穿过线框的磁场、线框中的电流的方向和大小。

$t = 0 \sim \frac{T}{4}$  时间内,  $PQ$  中电流向上,  $R$  中磁感应强度方向垂直纸面向内。 $PQ$  中的电流逐渐增大, 且增大的速率逐渐减慢。则  $R$  中垂直纸面向内的磁感应强度也逐渐增大, 且增大的速率逐渐减慢。则  $R$  中的感应电动势应沿逆时针方向, 产生垂直纸面向外的感应磁场, 以抵消磁感应强度的增大。同时感应电动势与磁感应强度的变化率成正比, 应当逐渐减小。

$t = \frac{T}{4}$  时刻时,  $PQ$  中电流的变化率为零 (曲线斜率为零), 磁感应强度的变化率也为零,  $R$  中感应电动势也为零。

$t = \frac{T}{4} \sim \frac{T}{2}$  时间内,  $PQ$  中电流向上,  $R$  中磁感应强度方向垂直纸面向内。  $PQ$  中的电流逐渐减小, 且减小的速率逐渐加快。则  $R$  中垂直纸面向内的磁感应强度也逐渐减小, 且增大的速率逐渐加快。则  $R$  中的感应电动势应沿顺时针方向, 产生垂直纸面向内的感应磁场, 以补充磁感应强度的减小。同时感应电动势与磁感应强度的变化率成正比, 应当逐渐增大。

$t = \frac{T}{2}$  时刻时,  $PQ$  中电流的变化率达到最大值 (曲线斜率最大), 磁感应强度的变化率也最大,  $R$  中感应电动势最大。

$t = \frac{T}{2} \sim \frac{3T}{4}$  时间内,  $PQ$  中电流向下,  $R$  中磁感应强度方向垂直纸面向外。  $PQ$  中的电流逐渐减小, 且减小的速率逐渐加快。则  $R$  中垂直纸面向外的磁感应强度也逐渐减小, 且增大的速率逐渐加快。则  $R$  中的感应电动势应沿逆时针方向, 产生垂直纸面向外的感应磁场, 以补充磁感应强度的增大。同时感应电动势与磁感应强度的变化率成正比, 应当逐渐增大。

$t = \frac{3T}{4}$  时刻时,  $PQ$  中电流的变化率为零 (曲线斜率为零), 磁感应强度的变化率也为零,  $R$  中感应电动势为零。

$t = \frac{3T}{4} \sim T$  时间内,  $PQ$  中电流向下,  $R$  中磁感应强度方向垂直纸面向外。  $PQ$  中的电流逐渐增大, 且增大的速率逐渐减慢。则  $R$  中垂直纸面向外的磁感应强度也逐渐增大, 且增大的速率逐渐减慢。则  $R$  中的感应电动势应沿顺时针方向, 产生垂直纸面向内的感应磁场, 以抵消磁感应强度的增大。同时感应电动势与磁感应强度的变化率成正比, 应当逐渐减小。

另外, 当  $t = \frac{T}{2}$  时刻时, 感应电动势为零, 感应电动势的方向由逆时针变为顺时针。

当  $t=T$  时刻时, 感应电动势为零, 感应电动势的方向由顺时针变为逆时针。

逐个分析判断各选项:

选项 A, 在  $t=\frac{T}{4}$  时为零。正确, 备选。

选项 B, 在  $t=\frac{T}{2}$  时方向不变。排除。

选项 C, 在  $t=\frac{T}{2}$  时最大, 但且沿顺时针方向。正确, 备选。

选项 D, 在  $t=T$  时, 感应电动势为零, 开始转变方向。错误, 排除。

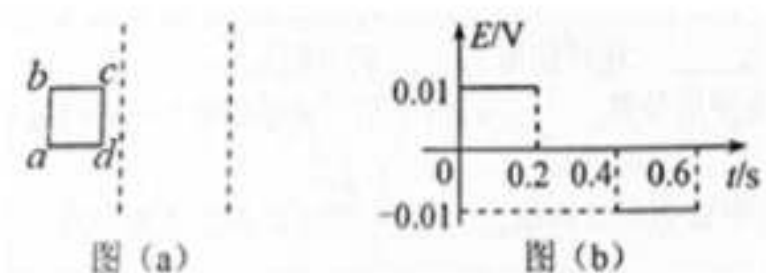
本题选 AC。

本题也可以用另一种更“数学”的思路分析: 根据图 (b),  $PQ$  中电流的变化规律为正弦曲线, 由于周期是  $T$ , 所以其函数为  $i(t)=\sin(\frac{2\pi}{T}\cdot t)$ , 则穿过  $R$  的磁感应强度也发生正弦变化, 可写作

$$B(t)=ki(t)=k\sin(\frac{2\pi}{T}\cdot x)。$$

根据变化的磁场产生感应电流的规律, 感应电流的大小与磁通量的变化率成正比, 因此感应电动势的大小随时间的变化可写作  $e(t)=k'B'(t)=k'ki'(t)=kk'\frac{2\pi}{T}\cos(\frac{2\pi}{T}\cdot x)$ , 是个余弦函数。直接分析余弦函数的情况即可。

4. (2017 全国 II) (多选) 两条平行虚线间存在一匀强磁场, 磁感应强度方向与纸面垂直。边长为  $0.1\text{m}$ 、总电阻为  $0.005\Omega$  的正方形导线框  $abcd$  位于纸面内,  $cd$  边与磁场边界平行, 如图 (a) 所示。已知导线框一直向右做匀速直线运动,  $cd$  边于  $t=0$  时刻进入磁场。现况中感应电动势随时间变化的图线如图 (b) 所示 (感应电流的方向为顺时针时, 感应电动势取正)。下列说法正确的是 ( )



- A. 磁感应强度的大小为  $0.5\text{T}$
- B. 导线框运动速度的大小为  $0.5\text{m/s}$
- C. 磁感应强度的方向垂直于纸面向外
- D. 在  $t = 0.4\text{s}$  至  $t = 0.6\text{s}$  这段时间内，导线框所受的安培力大小为  $0.1\text{N}$

解析：已知平行虚线间存在垂直于纸面的匀强磁场，方向暂时未知。正方形导线框向右做匀速直线运动，则由于通过线框的磁通量变化，将产生感应电动势。

感应电动势随时间变化的图线如图(b)， $t = 0 \sim 0.2\text{s}$  有恒定的电压，应当为开始进入到刚全部进入磁场。 $t = 0.2 \sim 0.4\text{s}$  时没有电压，应当为全部进入磁场且没有离开。 $t = 0.4 \sim 0.6\text{s}$  有反方向恒定的电压，应当为开始离开到全部离开磁场。

由于线框的边长为  $0.1\text{m}$ ，从刚开始进入磁场到完全进入磁场共经过  $0.2\text{s}$ ，且从刚开始离开到完全离开的时间也相同，因此可求得其速度为  $v = 0.1\text{m} \div 0.2\text{s} = 0.5\text{m/s}$ 。选项 B 正确，备选。

由于线框完全进入磁场后，又经过了  $0.2\text{s}$  才开始离开磁场，因此磁场区的宽度为  $0.5\text{m/s} \times 0.2\text{s} + 0.1\text{m} = 0.2\text{m}$ 。

根据感应电动势的计算方式： $e = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B \cdot \Delta S}{\Delta t} = Blv$ ，代入  $e = 0.01\text{V}$ ， $l = 0.1\text{m}$ ， $v = 0.5\text{m/s}$ ，可求得  $B = 0.2\text{T}$ 。选项 A 错误，排除。

题目规定感应电流的方向为顺时针时，感应电动势取正。导线框刚进入匀强磁场时，磁通量增大，需产生反向的磁通量以抵消。由于刚进入时电流为顺时针，感应磁场方向垂直纸面向内，表明匀强磁场

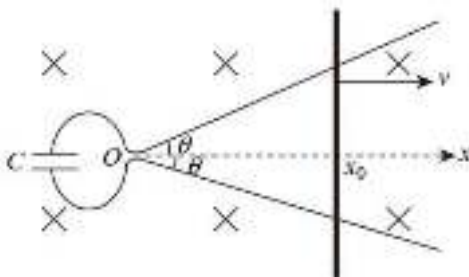
中的磁通量垂直纸面向外。选项 C 正确，备选。

在  $t = 0.4\text{s}$  至  $t = 0.6\text{s}$  这段时间内，根据图 (b) 可知导线框中的感应电动势大小为  $0.01\text{V}$ ，则感应电流大小为  $i = 0.01\text{V} \div 0.005\Omega = 2\text{A}$ 。导线框上下两边的电流等大反向，受到的安培力也等大反向，相互抵消，只考虑左边受到的安培力即可，大小为  $F = Bil = 0.2 \times 2 \times 0.1 = 0.04(\text{N})$ 。

选项 D 错误，排除。

本题选 BC。

5. (2021 河北) 如图，两光滑导轨水平放置在竖直向下的匀强磁场中，磁感应强度大小为  $B$ 。导轨间距最窄处为一狭缝，取狭缝所在处  $O$  点为坐标原点。狭缝右侧两导轨与  $x$  轴夹角均为  $\theta$ ，一电容为  $C$  的电容器与导轨左侧相连。导轨上的金属棒与  $x$  轴垂直，在外力  $F$  作用下从  $O$  点开始以速度  $v$  向右匀速运动，忽略所有电阻。下列说法正确的是 ( )



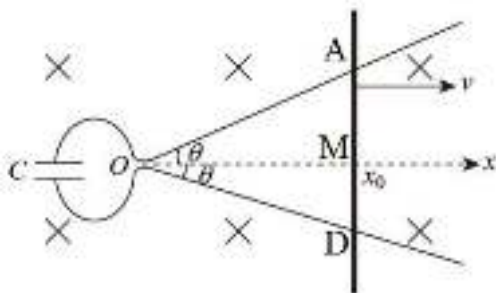
- A. 通过金属棒的电流为  $2BCv^2 \tan \theta$
- B. 金属棒到达  $x_0$  时，电容器极板上的电荷量为  $BCvx_0 \tan \theta$
- C. 金属棒运动过程中，电容器的上极板带负电
- D. 金属棒运动过程中，外力  $F$  做功的功率恒定

解析：已知存在垂直纸面向下的匀强磁场，两条导轨呈一定张角放置，左边与电容器相连。导轨上竖直放置金属棒，在外力作用下向右匀速运动，且忽略电阻。

两条斜导轨、金属棒构成闭合回路，导体棒向右运动，回路的面积增大，穿过的垂直纸面向下的磁通量增大，则产生逆时针的感应电

动势，以抵消磁通量的增大。

在题图中标上字母，如下图所示：



当金属棒以速度  $v$  匀速向右运动时，则  $\triangle OAD$  底边  $AD$  上的高  $OM$  随时间变化的关系为： $OM = vt$ ，底边  $AD$  随时间变化的关系为： $AD = 2AM = 2OM \tan \theta = 2vt \tan \theta$ ，则  $\triangle OAD$  的面积随时间变化的关系为： $S_{\triangle OAD} = \frac{1}{2} OM \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot vt \cdot 2vt \tan \theta = v^2 t^2 \tan \theta$ 。则感应电动势随时间变化的关系为： $E = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{B \Delta S}{\Delta t} = B \frac{\Delta(v^2 t^2 \tan \theta)}{\Delta t} = 2Bv^2 t \tan \theta$ 。

由于回路左边与电容器相连，则电容器存储的电荷量随时间变化的关系为： $Q = CE = 2BCv^2 t \tan \theta$ 。则电流的大小为单位时间内通过的电荷量： $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\Delta(2BCv^2 t \tan \theta)}{\Delta t} = 2BCv^2 \tan \theta$ 。选项 A 正确。

选项 B，当金属棒到达  $x_0$  时，时间为  $t = \frac{x_0}{v}$ ，电容器极板上的电荷量为  $Q = 2BCv^2 \frac{x_0}{v} \tan \theta = 2BCvx_0 \tan \theta$ 。错误，排除。

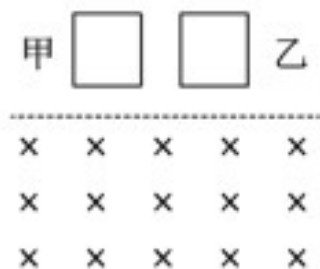
选项 C，金属棒运动过程中，回路中产生逆时针的感应电动势，左边的线圈中电流也为逆时针方向，负电荷向下级板移动，上极板带正电。错误，排除。

选项 D，金属棒运动过程中，安培力的大小随时间变化的关系为： $F_A = BIl = B \cdot 2BCv^2 \tan \theta \cdot 2vt \tan \theta = 4B^2 Cv^3 t \tan^2 \theta$ ，与时间  $t$  正相关，且总是阻碍金属棒运动。因此金属棒运动的加速度时刻变化，速度也时刻变化，恒外力  $F$  做功的功率  $P = Fv$  也时刻变化。错误，排除。

本题选 A。



6. (2021 全国甲卷) (多选) 由相同材料的导线绕成边长相同的甲、乙两个正方形闭合线圈, 两线圈的质量相等, 但所用导线的横截面积不同, 甲线圈的匝数是乙的 2 倍。现两线圈在竖直平面内从同一高度同时由静止开始下落, 一段时间后进入一方向垂直于纸面的匀强磁场区域, 磁场的上边界水平, 如图所示。不计空气阻力, 已知下落过程中线圈始终平行于纸面, 上、下边保持水平。在线圈下边进入磁场后且上边进入磁场前, 可能出现的是 ( )



- A. 甲和乙都加速运动
- B. 甲和乙都减速运动
- C. 甲加速运动, 乙减速运动
- D. 甲减速运动, 乙加速运动

解析: 甲、乙两个导线框边长相同、材料相同、质量相等, 横截面积不同、甲的匝数是乙的 2 倍。

由于材料相同, 所以密度相同。又由于质量相等, 所以导线的体积相同。甲的匝数是乙的 2 倍, 那么甲的长度是乙的 2 倍, 明确了横截面积不同, 于是可得甲的横截面积是乙的一半。

根据导体的电阻与长度成正比、与横截面积成反比, 可知甲的电阻是乙的 4 倍。

两个线圈先从同一高度由静止开始下落, 它们受到的重力相同, 做相同的自由落体运动。

一段时间后进入一方向垂直于纸面的匀强磁场区域, 则进入磁场区时两个线圈的速度和加速度都相同, 则甲和乙中每一匝线圈中磁通量的变化率也相同。

由于甲的匝数是乙的 2 倍, 因此甲中总的感应电动势是乙的 2 倍。又因为甲的电阻是乙的 4 倍, 根据  $I = \frac{E}{R}$ , 甲中感应电流是乙的一半。

根据  $F = Ilv$ , 甲中的电流是乙的一半, 匝数又是乙的二倍, 因此甲受到的安培力与乙相等, 因此甲和乙的运动状态相同。

若甲和乙受到的重力大于安培力, 则甲和乙都做加速运动。选项 A 成立。

若甲和乙受到的重力小于安培力, 则甲和乙都做减速运动。选项 B 成立。

由于甲和乙的受力情况总是相同, 因此不存在二者运动状态不同的情况, 选项 C 和 D 不成立。

本题选 AB。

需注意质量和材料都相同的导线, 密度应当也相同, 因此若长度不同则横截面积也不同, 导致电阻大小不同。但是经过几次计算后, 这种不同其实并未体现在安培力上。

7. (2019 全国 I) (多选) 空间存在一方向与纸面垂直、大小随时间变化的匀强磁场, 其边界如图 (a) 中虚线  $MN$  所示。一硬质细导线的电阻率为  $\rho$ 、横截面积为  $S$ , 将该导线做成半径为  $r$  的圆环固定在纸面内, 圆心  $O$  在  $MN$  上。  $t=0$  时磁感应强度的方向如图 (a) 所示; 磁感应强度  $B$  随时间  $t$  的变化关系如图 (b) 所示。则在  $t=0$  到  $t=t_1$  的时间间隔内 ( )

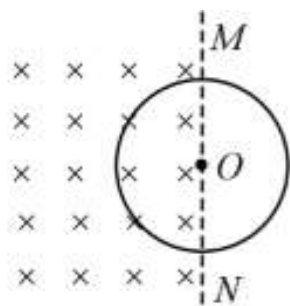


图 (a)

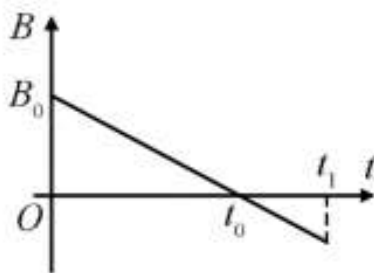


图 (b)

- A. 圆环所受安培力的方向始终不变
- B. 圆环中的感应电流始终沿顺时针方向
- C. 圆环中的感应电流大小为  $\frac{B_0 r S}{4 t_0 \rho}$
- D. 圆环中的感应电动势大小为  $\frac{B_0 \pi r^2}{4 t_0}$

解析: 已知空间内存在垂直于纸面且大小随时间变化的匀强磁场, 圆环固定在纸面内, 且恰好磁场的边界与圆环的直径重合。

根据图 (b) 可知磁感应强度随时间均匀, 斜率为  $\frac{B_0}{t_0}$ , 圆环中只

有一半面积有磁场, 可得感应电动势的大小为:  $E = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = S_{\text{环}} \frac{\Phi B}{\Delta t} = \frac{\pi r^2 B_0}{2 t_0}$ 。

选项 D 错误, 排除。

在  $0 \sim t_0$  时间内, 磁感应强度垂直纸面向内且减小, 则圆环上产生顺时针的感应电动势, 产生的感应磁场补充匀强磁场减小。

在  $t_0 \sim t_1$  时间内, 磁感应强度垂直纸面向外且增大, 则圆环上仍产生顺时针的感应电动势, 产生的感应磁场抵消匀强磁场增大。

综上, 圆环上总是产生顺时针的感应电动势以及感应电流。选项 B 正确, 备选。

由于圆环中感应电流的方向不变, 但匀强磁场的方向在  $t_0$  发生了变化, 因此圆环所受安培力的方向发生变化。选项 A 错误, 排除。

根据圆环的电阻率  $\rho$ 、横截面积  $S$ 、长度  $2\pi r$ , 可求得圆环的电阻为  $R = \rho \frac{2\pi r}{S}$ 。

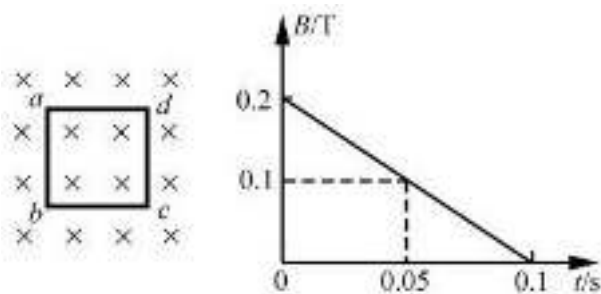
则圆环中感应电流的大小为  $I = \frac{E}{R} = \frac{\frac{\pi r^2 B_0}{2 t_0}}{\rho \frac{2\pi r}{S}} = \frac{S r B_0}{4 t_0 \rho}$ 。选项 C 正确,

备选。

本题选 BC。

8. (2020 天津) 如图所示, 垂直于纸面向里的匀强磁场, 磁感应强度  $B$  随时间  $t$  均匀变化。正方形硬质金属框  $abcd$  放置在磁场中, 金属框平面与磁场方向垂直, 电阻  $R = 0.1 \Omega$ , 边长  $l = 0.2 \text{ m}$ 。求

- (1) 在  $t = 0$  到  $t = 0.1 \text{ s}$  时间内, 金属框中的感应电动势  $E$ ;
- (2)  $t = 0.05 \text{ s}$  时, 金属框  $ab$  边受到的安培力  $F$  的大小和方向;
- (3) 在  $t = 0$  到  $t = 0.1 \text{ s}$  时间内, 金属框中电流的电功率  $P$ 。



解析: 已知有垂直于纸面向里的匀强磁场, 磁感应强度随时间均匀变化, 正方形硬质金属框放置在磁场中, 则随着磁感应强度均匀变化, 金属框中产生感应电动势。形成感应电流后, 金属框受到安培力的作用发生移动或转动。

- (1) 在  $t = 0$  到  $t = 0.1 \text{ s}$  时间内, 金属框中的感应电动势  $E$ ;

根据右侧图表, 磁感应强度等于斜率, 为  $\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{0.2 \text{ T}}{0.1 \text{ s}} = 2 \text{ T/s}$ , 金属

框中的感应电动势为  $E = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(BS)}{\Delta t} = S \frac{\Delta B}{\Delta t} = l^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} = 0.2^2 \times 2 = 0.08 \text{ (V)}$

由于垂直于纸面向里的匀强磁场均匀减弱, 感应电动势沿顺时针方向, 产生向里的感应磁场补充减弱的匀强磁场。

- (2)  $t = 0.05 \text{ s}$  时, 金属框  $ab$  边受到的安培力  $F$  的大小和方向;

根据磁场方向和电流方向, 使用左手定则, 金属框  $ab$  边受到竖直向上的安培力。

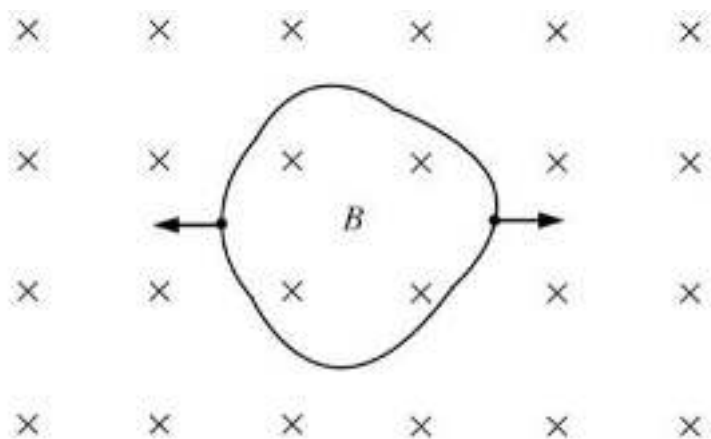
金属框中电流的大小为  $I = \frac{E}{R} = \frac{0.08}{0.1} = 0.8 \text{ (A)}$ 。

根据右图可知  $t = 0.05 \text{ s}$  时磁感应强度为  $0.1 \text{ T}$ , 则  $ab$  边受到安培力的大小为:  $F = BIl = 0.1 \times 0.8 \times 0.2 = 0.016 \text{ (N)}$ 。

(3) 在  $t=0$  到  $t=0.1\text{s}$  时间内, 金属框中电流的电功率  $P$ 。

电流的电功率等于感应电动势与感应电流的乘积, 感应电动势和电流都恒定不变,  $P=EI=0.08\times 0.8=0.064(\text{W})$ 。

9. (2019 江苏) 如图所示, 匀强磁场中有一个用软导线制成的单匝闭合线圈, 线圈平面与磁场垂直。已知线圈的面积  $S=0.3\text{m}^2$ 、电阻  $R=0.6\Omega$ , 磁场的磁感应强度  $B=0.2\text{T}$ 。现同时向两侧拉动线圈, 线圈的两边在  $\Delta t=0.5\text{s}$  时间内合到一起。求线圈在上述过程中



- (1) 感应电动势的平均值  $E$ ;
- (2) 感应电流的平均值  $I$ , 并在图中标出电流方向
- (3) 通过导线横截面的电荷量  $q$ 。

解析: 向两头拉动线圈的过程中, 线圈的面积逐渐减小, 最终线圈的两边合到一起, 面积为零。穿过线圈的磁通量减少, 产生感应电动势。

虽然本题中线圈的形状不是规则的圆形或方形, 但是题目求的都是平均值, 因此可用一段时间内的变化量处理。

- (1) 感应电动势的平均值  $E$ ;

面积为  $S=0.3\text{m}^2$  的线圈在  $\Delta t=0.5\text{s}$  时间内合到一起, 面积变化率的平均值为  $\overline{\frac{\Delta S}{\Delta t}}=\frac{0.3-0}{0.5}=0.6(\text{m}^2/\text{s})$ , 则感应电动的平均值为:

$$E = \frac{\overline{\Delta\Phi}}{\Delta t} = \frac{\overline{\Delta(BS)}}{\Delta t} = B \frac{\overline{\Delta S}}{\Delta t} = 0.2 \times 0.6 = 0.12(\text{V})。$$

(2) 感应电流的平均值  $I$ ，并在图中标出电流方向

$$\text{感应电流的平均值为：} I = \frac{E}{R} = \frac{0.12}{0.6} = 0.2(\text{A})。$$

由于穿过线圈的磁通量减少，感应电动势为顺时针方向，产生向内的感应磁场，以补充减少的磁通量。

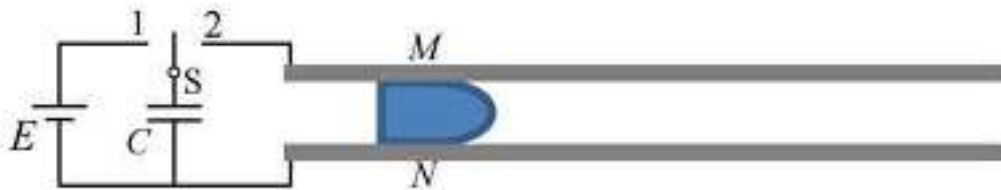
(3) 通过导线横截面的电荷量  $q$ 。

通过导线横截面的电荷量等于平均电流与时间的乘积：

$$q = It = 0.2 \times 0.5 = 0.1(\text{C})$$

本题考察闭合回路在一段时间内发生不规则、不均匀变化中产生的感应电动势、感应电流的平均值。本题启示：在分析计算中，不必拘泥于精确的瞬时状态，对于不规则、不均匀的变化，除了用守恒进行分析外，也可用平均值计算。下一题将更加典型。

10. (2017 天津) 电磁轨道炮利用电流和磁场的作用使炮弹获得超高速度，其原理可用来研制新武器和航天运载器。电磁轨道炮示意如图，图中直流电源电动势为  $E$ ，电容器的电容为  $C$ 。两根固定于水平面内的光滑平行金属导轨间距为  $l$ ，电阻不计。炮弹可视为一质量为  $m$ 、电阻为  $R$  的金属棒  $MN$ ，垂直放在两导轨间处于静止状态，并与导轨良好接触。首先开关  $S$  接 1，使电容器完全充电。然后将  $S$  接至 2，导轨间存在垂直于导轨平面、磁感应强度大小为  $B$  的匀强磁场（图中未画出）， $MN$  开始向右加速运动。当  $MN$  上的感应电动势与电容器两极板间的电压相等时，回路中电流为零， $MN$  达到最大速度，之后离开导轨。问：



- (1) 磁场的方向;
- (2)  $MN$  刚开始运动时的加速度  $a$  的大小;
- (3)  $MN$  离开导轨后电容器上剩余的电荷量  $Q$  是多少。

解析: 结合题图读题:

最左边是电动势为  $E$  的直流电源, 中间是电容为  $C$  的电容器, 右边有两条间距为  $l$  的金属导轨, 中间的炮弹看作质量为  $m$ 、电阻为  $R$  的金属棒。

首先开关  $S$  接 1, 电源与电容器构成闭合回路, 电容器完全充电所带的电荷量为  $Q = CE$ , 上极板带正电, 电势较高。

然后将  $S$  接至 2, 电容和导轨、炮弹构成闭合回路, 电容器放电, 有顺时针的电流, 在炮弹上沿  $M \rightarrow N$  方向。

由于导轨间存在磁场, 炮弹在安培力的作用下运动。

- (1) 磁场的方向;

炮弹向右加速运动, 表明安培力方向向右, 炮弹中电流的方向为  $M \rightarrow N$ , 根据左手定则可判断出磁场方向垂直纸面向内。

- (2)  $MN$  刚开始运动时的加速度  $a$  的大小;

电容器完全充电所带的电荷量为  $Q = CE$ , 刚开始放电时, 电容器两端的电压为  $E$ , 回路中电流的大小为  $I_0 = \frac{E}{R}$ 。

炮弹受到的安培力的大小为  $F_0 = BI_0 l = \frac{BEI_0 l}{R}$ 。

炮弹的加速度为  $a = \frac{F_0}{m} = \frac{BEI_0 l}{mR}$ 。

- (3)  $MN$  离开导轨后电容器上剩余的电荷量  $Q$  是多少。

已知当  $MN$  上的感应电动势与电容器两极板间的电压相等时, 回路中电流为零,  $MN$  达到最大速度, 之后离开导轨。

炮弹加速的过程中始终受到大小变化的安培力的作用, 可利用动量守恒。

利用动量定理, 炮弹受到的安培力累积产生的冲量为炮弹离开时

的动量:  $Ft = mv_{\max}$ 。

安培力的平均值可由电流的平均值求得  $\bar{F} = B\bar{I}l$ ，代入上式可得：

$$B\bar{I}lt = mv_{\max}。$$

其中， $\bar{I}t = \Delta Q = CE - CU$ ，代入可得  $BIC(E - U) = mv_{\max}$ 。

另外，离开时炮弹上的感应电动势与电容器相等，也是  $U$ 。设此时炮弹前进的位移为  $x$ ，炮弹的速度为位移与时间的比值， $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ，

则炮弹上的感应电动势为  $U = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(BS)}{\Delta t} = B \frac{\Delta S}{\Delta t} = B \frac{\Delta(xl)}{\Delta t} = Bl \frac{\Delta x}{\Delta t} = Blv_{\max}$ 。

于是得到炮弹离开导轨时的电压  $U$  和速度  $v$  的两个方程：

$$BIC(E - U) = mv_{\max}$$

$$U = Blv_{\max}$$

将第二个等式变形为  $v_{\max} = \frac{U}{Bl}$ ，代入第一个等式可求得  $U$ ：

$$BIC(E - U) = m \frac{CU}{Bl}$$

$$(BIC + \frac{m}{Bl})U = BICE$$

$$U = \frac{B^2 l^2 CE}{B^2 l^2 C + m}$$

电容器上剩余的电荷量  $Q$  为：

$$Q = CU = \frac{B^2 l^2 C^2 E}{B^2 l^2 C + m}$$

本题第（3）问难度较高，涉及到平均电流以及平均受力大小的计算。其原理为：由于安培力与电流的数量关系始终不变，总是满足  $F = BIl$ ，是线性关系。而电流在时间上的累积等于电荷量  $Q = It$  和安培力在时间上的乘积等于冲量  $P = Ft$  也都是线性关系，因此可以用相同的方式等效计算平均电流与平均安培力在时间上的累积。

需注意，第（3）问不适合使用能量守恒。因为电容器中的电势能除转化为炮弹的动能外，还因为炮弹有电阻而转化为焦耳热。焦耳



热与电流的平方成正比，而不是与电流成正比，其数量关系与安培力不同，因此无法用平均量简化。若要用能量守恒，需使用微积分计算。

对于涉及到电容器充电和放电的问题，利用电容器的电荷量变化与时间的比值求得平均电流，或利用电容器的电压作为瞬时电压，是较常见的情况。

由于电流与时间的乘积等于移动的电荷量，而力与时间的乘积等于冲量，因此在涉及到一段时间内的平均电流时，主要使用动量定理。而焦耳热等于电流的平方与时间的乘积，因此几乎不使用能量守恒定律。只有当电磁感应不涉及焦耳热时，或给了等效电流时，才考虑使用能量守恒。需注意区分“等效电流”和“平均电流”，前者是能量（产热）上的等效，后者是时间上的平均。

## 第十五章 交变电流

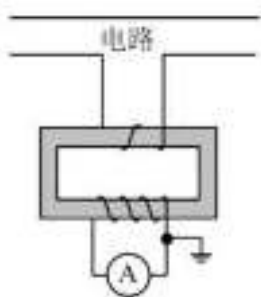
交变电流的题目主要包括两种类型：交流电的产生和交流电的运输。

交流电的产生主要是导线框在磁场中旋转产生感应电动势.需对产生交流电的全过程、各阶段都较熟悉，特别是用正弦函数描述磁通量、感应电动势随时间的变化，正弦函数的各参数与发电机的参数之间的对应关系，需要扎实的分析处理三角函数的能力。

交流电的运输主要是高压输电与变压器的应用。需理解变压器的工作原理，结合恒定电流的知识分析处理交流电路。需注意，高压输电和通有交流电的电路中，由于有其他用电器，电阻的发热功率并不总是等于电路的功率。电功率的定义式为  $P=UI$ ，只有纯电阻的功率才可使用  $P=I^2R$ 。

交变电流的题目相对较少，容易因为训练较少而产生陌生感，要通过充分的练习，熟悉关于交变电流的产生和输送的题目的分析思路。

1. (2020 江苏) 电流互感器是一种测量电路中的电流的变压器，工作原理如图所示。其原线圈匝数较少，串联在电路中，副线圈匝数较多，两端接在电流表上。则电流互感器 ( )



- A. 是一种降压变压器
- B. 能测量直流电路的电流
- C. 原、副线圈电流的频率不同
- D. 副线圈的电流小于原线圈的电流

解析：已知电流互感器是一种测量电路中的电流的变压器，即电流互感器是一种变压器，其作用是测量电路中的电流。

观察题图读题，原线圈的匝数较少且串联在电路中，副线圈匝数较多接在电流表上。根据变压器的原理，副线圈所在电路中的电压较大，根据线圈匝数比和电流表的示数，可计算出元电路中的电流大小。由于该变压器可以将分得的电压方法，因此可减少元电路中的电压的损耗。

逐个分析判断各选项：

选项 A，因为原线圈匝数稀少、副线圈匝数多，所以是一种升压变压器。错误，排除。

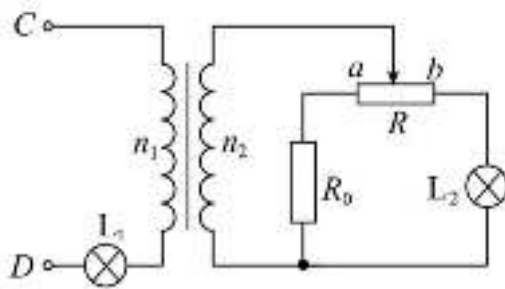
选项 B，变压器只能应用于交流电路，不能用于直流电路。错误，排除。

选项 C，根据变压器的原理，原、副线圈电流的频率相同。错误，排除。

选项 D，因为副线圈的匝数多于原线圈，所以副线圈的电流小于原线圈，也有助于减少因测量导致的电能损耗。正确，备选。

本题选 D。

2. (2021 湖南) 如图，理想变压器原、副线圈匝数比为  $n_1:n_2$ ，输入端 C、D 接入电压有效值恒定的交变电源，灯泡  $L_1$ 、 $L_2$  的阻值相同。在滑动变阻器  $R$  的滑片从  $a$  端滑动到  $b$  端的过程中，两个灯泡始终发光且工作在额定电压以内，下列说法正确的是 ( )



- A.  $L_1$  先变暗后变亮,  $L_2$  一直变亮
- B.  $L_1$  先变亮后变暗,  $L_2$  一直变亮
- C.  $L_1$  先变暗后变亮,  $L_2$  一直变暗
- D.  $L_1$  先变亮后变暗,  $L_2$  一直变暗

解析: 副线圈所在的电路中,  $R_0$  与滑动变阻器的左半部串联,  $L_2$  与滑动变阻器的右半部串联, 这两个电路并联在一起。

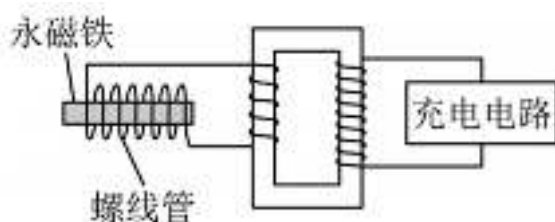
并联电路的等效电阻小于其中最小的支路的电阻。在滑动变阻器从  $a$  端滑动到  $b$  端的过程中, 副线圈电路中的并联电路的等效电阻先增大、后减小, 因此副线圈所在电路的分压先增大、后减小, 则  $L_1$  的分压先减小、后增大,  $L_1$  先变暗、后变亮。

$L_2$  与滑动变阻器的右半部串联在一起, 在滑动变阻器从  $a$  端滑动到  $b$  端的过程中, 它们共同的分压逐渐增大, 且滑动变阻器的电阻逐渐减小, 因此  $L_2$  的分压逐渐增大,  $L_2$  一直变亮。

本题选 A。

“滑动变阻器从一端移动到另一端的过程中, 并联电路的等效电阻先增大、后减小”的结论, 以及各支路中电阻的分压的变化规律, 在解题思路的《电路及其应用》的题目中有具体推导, 可自行推导验证, 这个结论较为常用, 可以直接记下来。

3. (2021 广东) 某同学设计了一个充电装置, 如图所示。假设永磁铁的往复运动在螺线管中产生近似正弦式交流电, 周期为  $0.2\text{s}$ , 电压最大值为  $0.05\text{V}$ 。理想变压器原线圈接螺线管, 副线圈接充电电路, 原、副线圈匝数比为  $1:60$ 。下列说法正确的是 ( )



- A. 交流电的频率为 10 Hz
- B. 副线圈两端电压最大值为 3 V
- C. 变压器输入电压与永磁铁磁场强弱无关
- D. 充电电路的输入功率大于变压器的输入功率

解析：已知永磁铁产生近似正弦式交流电，则可按照正弦式交流电分析处理。

周期为  $T = 0.2 \text{ s}$ ，则频率为  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.2} = 5 \text{ Hz}$ 。电压的最大值为  $U_{\max} = 0.05 \text{ V}$ ，则电压的有效值为  $U_{\text{eff}} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{0.05}{\sqrt{2}} \text{ V}$ 。原、副线圈匝数比为 1:60，则副线圈中的电压的最大值为  $U_{\max}' = 60U_{\max} = 60 \times 0.05 \text{ V} = 3 \text{ V}$ 。

逐个分析判断各选项：

选项 A，交流电的频率应为 5 Hz。错误，排除。

选项 B，副线圈两端电压最大值为 3 V。正确，备选。

选项 C，感应电动势通过永磁铁的往复运动，让螺线管中的磁通量发生变化而产生。永磁铁磁场越强，则磁感线越密集，永磁铁移动时螺线管中的磁通量变化幅度越大，感应电动势即输入电压越大。错误，排除。

选项 D，根据能量守恒定律，充电电路的输入功率只可能小于或等于变压器的输入功率。错误，排除。

本题选 B。

4. (2020 全国 II) (多选) 特高压输电可使输送中的电能损耗和电压损失大幅降低。我国已成功掌握并实际应用了特高压输电技术。假设从 A 处采用 550 kV 的超高压向 B 处输电，输电线上损耗的电功率为  $\Delta P$ ，到达 B 处时电压下降了  $\Delta U$ 。在保持 A 处输送的电功率和输电线电阻都不变的条件下，改用 1100 kV 特高压输电，输电线上损耗的电功率变为  $\Delta P'$ ，到达 B 处时电压下降了  $\Delta U'$ 。不考虑其他因素的影响，

则 ( )

A.  $\Delta P' = \frac{1}{4} \Delta P$

B.  $\Delta P' = \frac{1}{2} \Delta P$

C.  $\Delta U' = \frac{1}{4} \Delta U$

D.  $\Delta U' = \frac{1}{2} \Delta U$

解析: 已知特高压输电可使输送中的电能损耗和电压损失大幅降低, 因此可能输电电压越高, 电能和电压的损失越小。

从  $A$  处向  $B$  处输电, 保持  $A$  处输送的电功率和输电线电阻都不变, 设分别为  $P$  和  $R$ 。

采用  $U_1 = 550 \text{ kV}$  的超高压时, 电流大小为  $I = \frac{P}{550 \times 10^3}$ , 输电线的分压就是电压损失, 为  $\Delta U = IR = \frac{PR}{550 \times 10^3}$ , 电功率的损耗就是电线上的焦耳热, 为  $\Delta P = I^2 R = \left(\frac{P}{550 \times 10^3}\right)^2 R = \frac{P^2 R}{550^2 \times 10^6}$ 。

采用  $U_2 = 1100 \text{ kV}$  的特高压时, 电流大小为  $I' = \frac{P}{1100 \times 10^3}$ , 电压损失为  $\Delta U' = I' R = \frac{PR}{1100 \times 10^3}$ , 电功率损耗为  $\Delta P' = I'^2 R = \left(\frac{P}{1100 \times 10^3}\right)^2 R = \frac{P^2 R}{1100^2 \times 10^6}$ 。

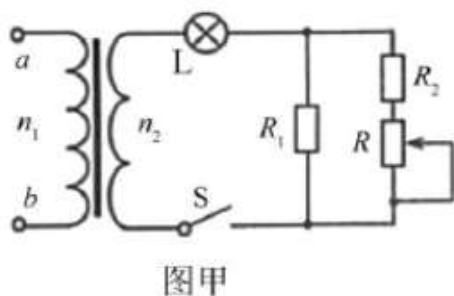
比较上述表达式,  $\frac{\Delta P'}{\Delta P} = \frac{\frac{P^2 R}{1100^2 \times 10^6}}{\frac{P^2 R}{550^2 \times 10^6}} = \frac{1}{4}$ , 即  $\Delta P' = \frac{1}{4} \Delta P$ 。

$\frac{\Delta U'}{\Delta U} = \frac{\frac{PR}{1100 \times 10^3}}{\frac{PR}{550 \times 10^3}} = \frac{1}{2}$ , 即  $\Delta U' = \frac{1}{2} \Delta U$ 。

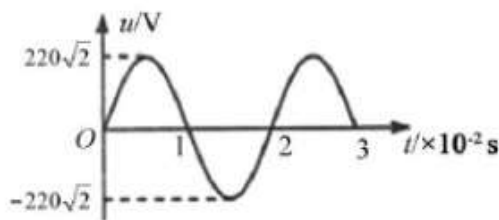
本题选 AD。

5.(2020 山东)图甲中的理想变压器原、副线圈匝数比  $n_1:n_2 = 22:3$ , 输入端  $a$ 、 $b$  所接电压  $u$  随时间  $t$  的变化关系如图乙所示。灯泡  $L$  的电阻恒为  $15 \Omega$ , 额定电压为  $24 \text{ V}$ 。定值电阻  $R_1 = 10 \Omega$ 、 $R_2 = 5 \Omega$ , 滑动变阻器  $R$  的最大阻值为  $10 \Omega$ 。为使灯泡正常工作, 滑动变阻器接入电路

的电阻应调节为 ( )



图甲



图乙

- A.  $1\Omega$                       B.  $5\Omega$                       C.  $6\Omega$                       D.  $8\Omega$

解析：已知理想变压器原、副线圈匝数比  $n_1:n_2=22:3$ ，则输入端和输出端的电压比也为  $22:3$ 。

根据图乙可知，输入端的电压的最大值为  $220\sqrt{2}\text{V}$ ，则有效值为  $220\text{V}$ ，则输出电压的有效值为  $220\text{V} \times \frac{3}{22} = 30\text{V}$ 。另外，电压的周期为  $2 \times 10^{-2}\text{s}$ ，则频率为  $50\text{Hz}$ 。

观察分析图甲中的电路，灯泡  $L$  在干路中， $R_2=5\Omega$  和滑动变阻器串联，共同与  $R_1=10\Omega$  并联。

已知灯泡  $L$  的额定电压为  $24\text{V}$ ，要让其正常工作，其电压应当等于或略小于  $24\text{V}$ 。

$$\text{设滑动变阻器的阻值为 } x, \text{ 并联电路的等效电阻为 } R_{\text{并}} = \frac{R_1(R_2+x)}{R_1+R_2+x}$$

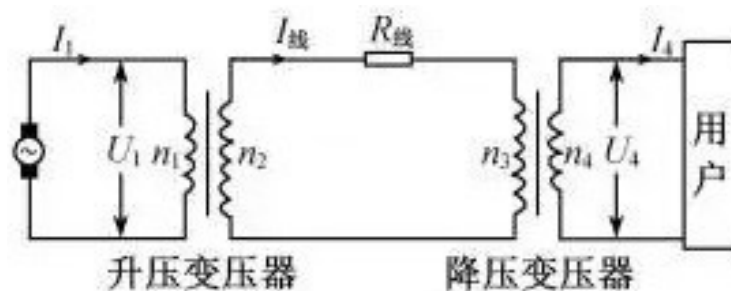
$$= \frac{10 \times (5+x)}{10+5+x} = \frac{50+10x}{x+15}, \text{ 则灯泡的分压为: } U = \frac{ER_L}{R_L+R_{\text{并}}} = \frac{30 \times 15}{15 + \frac{50+10x}{x+15}} = 24。$$

解得  $x=1$ 。

本题选 A。

如果求得的数值不在选项中，则应选取大于该值中最小的，以保证灯泡的分压不大于其额定电压，且尽可能接近额定电压，一般电表的偏转程度在其最大量程（最大电压）的三分之二到全满之间即可，一般应避免超过其量程（最大电压）。

6. (2020 浙江) 如图所示, 某小型水电站发电机的输出功率  $P=100\text{ kW}$ , 发电机的电压  $U_1=250\text{ V}$ , 经变压器升压后向远处输电, 输电线总电阻  $R_{\text{线}}=8\ \Omega$ , 在用户端用降压变压器把电压降为  $U_4=220\text{ V}$ 。已知输电线上损失的功率  $P_{\text{线}}=5\text{ kW}$ , 假设两个变压器均是理想变压器, 下列说法正确的是 ( )



- A. 发电机输出的电流  $I_1=40\text{ A}$
- B. 输电线上的电流  $I_{\text{线}}=625\text{ A}$
- C. 降压变压器的匝数比  $n_3:n_4=190:11$
- D. 用户得到的电流  $I_4=455\text{ A}$

解析: 结合题图读题分析:

某小型水电站发电机的输出功率  $P=100\text{ kW}$ , 发电机的电压  $U_1=250\text{ V}$ , 经变压器升压后向远处输电, 根据图中标出的  $U_1$ , 左边部分应当表示发电机。

输电线总电阻  $R_{\text{线}}=8\ \Omega$ , 根据图中标出的  $R_{\text{线}}$ , 中间部分应当表示输电线。

在用户端用降压变压器把电压降为  $U_4=220\text{ V}$ 。根据图中标出的  $U_4$  和用户, 右边部分应当表示用户。

图中两个升压变压器和降压变压器的用途, 应当是利用高压输电, 减小输电线上的电能损耗。

已知输电线上损失的功率  $P_{\text{线}}=5\text{ kW}$ , 假设两个变压器均是理想变压器, 则两个变压器输入和输出的功率分别相等, 但是两个变压的功



率不相等，整个示意图中只有电线损耗了电能。

选项 A，发电机的输出功率  $P=100\text{ kW}$ ，电压  $U_1=250\text{ V}$ ，则输出的电流为  $I_1=\frac{P}{U_1}=\frac{100\times 10^3\text{ W}}{250\text{ V}}=400\text{ A}$ 。错误，排除。

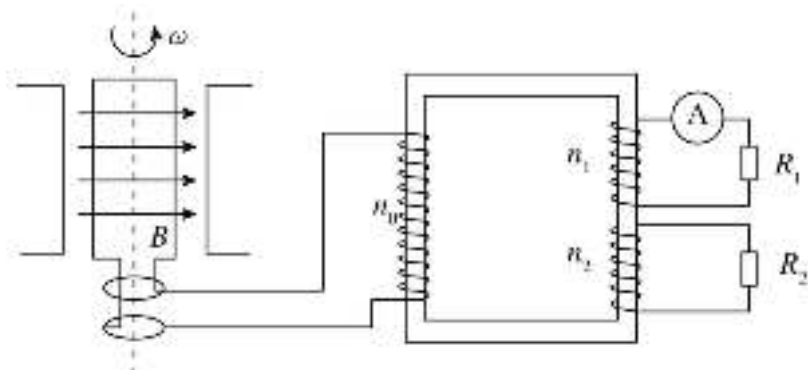
选项 B：输电线上损失的功率都以焦耳热的形式散失，则  $P_{\text{线}}=I_{\text{线}}^2 R_{\text{线}}$ ，代入相应的数值： $5\times 10^3=I_{\text{线}}^2\times 8$ ，解得  $I_{\text{线}}=25\text{ A}$ 。错误，排除。

选项 C，降压便器输出入的功率等于发电功率减去电线损耗的功率，为  $P_{\lambda}=P-P_{\text{线}}=100-5=95\text{ (kW)}$ ，上一问求得电流为  $I_{\text{线}}=25\text{ A}$ ，输入的电压为  $U_{\lambda}=\frac{P_{\lambda}}{I_{\text{线}}}=\frac{95\times 10^3}{25}=3800\text{ (V)}$ 。还已知输出的电压为  $U_4=220\text{ V}$ ，则匝数比为  $n_3:n_4=U_{\lambda}:U_4=3800:220=190:11$ 。正确，备选。

选项 D，用户得到的功率为  $P_{\text{出}}=P_{\lambda}=95\text{ (kW)}$ ，电压为  $U_4=220\text{ V}$ ，得到的电流为  $I_4=\frac{P_{\text{出}}}{U_4}=\frac{95\times 10^3}{220}\approx 432\text{ A}$ 。错误，排除。

本题选 C。

7. (2021 河北) (多选) 如图，发电机的矩形线圈长为  $2L$ 、宽为  $L$ ，匝数为  $N$ ，放置在磁感应强度大小为  $B$  的匀强磁场中。理想变压器的原、副线圈匝数分别为  $n_0$ 、 $n_1$  和  $n_2$ ，两个副线圈分别接有电阻  $R_1$  和  $R_2$ 。当发电机线圈以角速度  $\omega$  匀速转动时，理想电流表读数为  $I$ 。不计线圈电阻，下列说法正确的是 ( )



- A. 通过电阻  $R_2$  的电流为  $\frac{n_1 I}{n_2}$
- B. 电阻  $R_2$  两端的电压为  $\frac{n_2 I R_1}{n_1}$
- C.  $n_0$  与  $n_1$  的比值为  $\frac{\sqrt{2} N B L^2 \omega}{I R_1}$
- D. 发电机的功率为  $\frac{\sqrt{2} N B L^2 \omega I (n_1 + n_2)}{n_0}$

解析：矩形线圈长为  $2L$ 、宽为  $L$ ，匝数为  $N$ ，磁感应强度大小为  $B$ ，以角速度  $\omega$  匀速转动，则感应电动势的大小为  $E_0 = 2NBL^2\omega \sin(\omega t)$ ，最大值为  $E_{0\max} = 2NBL^2\omega$ ，有效值即读数为  $E_{0\text{effe}} = \sqrt{2}NBL^2\omega$ 。

两个副线圈  $n_1$  和  $n_2$  串联在电路中，分别由铁框中的磁通量变化产生感应电动势，因此分别与原线圈满足关系  $\frac{E_0}{n_0} = \frac{E_1}{n_1} = \frac{E_2}{n_2}$ 。

已知电流表中的读数为  $I$ ，则所在副线圈中的电压为  $E_1 = IR_1$ ，根据上面的关系可求得  $E_0 = \frac{n_0 IR_1}{n_1}$ ， $E_2 = \frac{n_2 IR_1}{n_1}$ ，则  $I_2 = \frac{n_2 IR_1}{n_1 R_2}$

逐个分析判断各选项：

选项 A，通过电阻  $R_2$  的电流应为  $I_2 = \frac{n_2 IR_1}{n_1 R_2}$ 。错误，排除。

选项 B，电阻  $R_2$  两端的电压为  $\frac{n_2 IR_1}{n_1}$ 。正确，备选。

选项 C，将  $E_0 = \frac{n_0 IR_1}{n_1}$  变形为  $\frac{n_0}{n_1} = \frac{E_0}{IR_1}$ ，代入  $E_{0\text{effe}} = \sqrt{2}NBL^2\omega$  得  $\frac{n_0}{n_1} = \frac{E_0}{IR_1} = \frac{\sqrt{2}NBL^2\omega}{IR_1}$ 。正确，备选。

选项 D，发电机的功率等于两个电路的用电功率之和。上方回路的功率为  $P_1 = I^2 R_1$ ，下方回路的功率为  $P_2 = I_2^2 R_2 = (\frac{n_2 IR_1}{n_1 R_2})^2 R_2 = (\frac{n_2 IR_1}{n_1})^2 \frac{1}{R_2}$ ，

总功率为  $P = P_1 + P_2 = I^2 R_1 + (\frac{n_2 IR_1}{n_1})^2 \frac{1}{R_2} = I^2 R_1 (1 + \frac{n_2^2 R_1}{n_1^2 R_2})$ 。

选项的表达式  $\frac{\sqrt{2}NBL^2\omega I(n_1+n_2)}{n_0}$  中没有  $R_1$  和  $R_2$ 。将  $E_0 = \frac{n_0 IR_1}{n_1}$  变形为

$$R_1 = \frac{E_0 n_1}{n_0 I} = \frac{\sqrt{2}NBL^2\omega n_1}{n_0 I} \text{ 代入可消去 } R_1:$$

$$P = I^2 R_1 \left(1 + \frac{n_2^2 R_1}{n_1^2 R_2}\right) = I^2 \frac{\sqrt{2}NBL^2\omega n_1}{n_0 I} \left(1 + \frac{n_2^2 R_1}{n_1^2 R_2}\right) = \frac{\sqrt{2}NBIL^2\omega}{n_0} \left(n_1 + \frac{n_2^2 R_1}{n_1 R_2}\right)$$

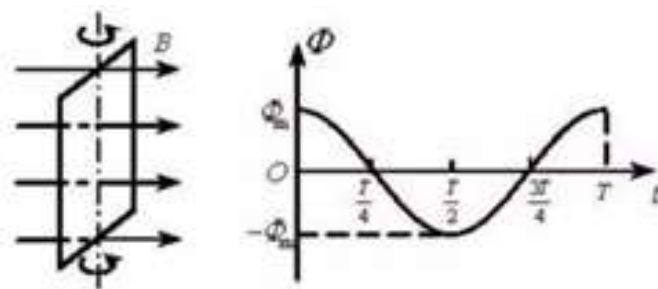
与选项中的表达式比较, 仅括号内的部分不同。只有当  $\frac{n_2^2 R_1}{n_1 R_2} = n_2$  即

$\frac{n_2}{n_1} = \frac{R_2}{R_1}$  时, 两个表达式才相同, 但题目并未明确该条件。错误, 排除。

本题选 BC。

分析本题时, 需根据变压器的工作原理: 原线圈在铁框中产生变化的磁场, 导致副线圈中的磁通量发生变化, 可得到关系  $\frac{E_0}{n_0} = \frac{E_1}{n_1} = \frac{E_2}{n_2}$ 。

8. (2019 天津) (多选) 单匝闭合矩形线框电阻为  $R$ , 在匀强磁场中绕与磁感线垂直的轴匀速转动, 穿过线框的磁通量  $\Phi$  与时间  $t$  的关系图像如图所示。下列说法正确的是 ( )



- A.  $\frac{T}{2}$  时刻线框平面与中性面垂直
- B. 线框的感应电动势有效值为  $\frac{\sqrt{2}\pi\Phi_m}{T}$
- C. 线框转一周外力所作的功为  $\frac{2\pi^2\Phi_m^2}{RT}$
- D. 从  $t=0$  到  $t=\frac{T}{4}$  过程中线框的平均感应电动势为  $\frac{\pi\Phi_m}{T}$

解析：单匝闭合线框在匀强磁场中垂直匀速转动，是产生交流电的典型模型。

右图是穿过线框的磁通量与时间的关系，是正弦函数（其实是余弦函数，平移四分之一个周期后可变成正弦函数）。

根据  $E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ，函数的导数就是感应电动势的大小，导数为一正弦函数，导数的周期和频率就是感应电动势的周期和频率，都与原函数相同。

逐个分析判断各选项：

选项 A，中性面是指线圈位于该平面时，不受到其他作用，即感应电动势和安培力为零，表现为“中性”。观察右图， $\frac{T}{2}$  时刻时穿过线框的磁通量为反向的最大值，此时感应电动势为零，此时线框平面与中性面平行。错误，排除。

选项 B，根据右图中的参数：磁通量的最大值为  $\Phi_m$ ，运动周期为  $T$ ，可得到磁通量随时间变化的函数为  $\Phi(t) = \Phi_m \cos(\frac{2\pi}{T}t)$ ，则感应电动势随时间变化的函数为其导数，为： $E(t) = \Phi'(t) = -\Phi_m \frac{2\pi}{T} \sin(\frac{2\pi}{T}t)$ 。感应电动势的最大值为  $E_m = \Phi_m \frac{2\pi}{T}$ ，有效值为  $E_{effe} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \Phi_m \frac{\sqrt{2}\pi}{T}$ 。正确，备选。

选项 C，线框转一周外力所作的功等于所产生的电能，且电能全部在电阻上全部转化为内能，因此线圈旋转一周所产生的焦耳热就是外力做的功。感应电动势的有效值为  $E_{effe} = \Phi_m \frac{\sqrt{2}\pi}{T}$ ，则旋转一周产生的内能

能为  $Q = \frac{E_{effe}^2}{R} T = \frac{(\Phi_m \frac{\sqrt{2}\pi}{T})^2}{R} T = \frac{2\Phi_m^2 \pi^2}{RT}$ 。正确，备选。

选项 D，从  $t=0$  到  $t=\frac{T}{4}$  过程中，线框的平均感应电动势为各时刻

产生的电动势之和除以总时间，需使用积分计算或记住结论：

$$\bar{E} = \frac{\left| \int_0^{T/4} -\Phi_m \frac{2\pi}{T} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) dt \right|}{T/4} = \frac{\left| \Phi \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \right|_0^{T/4}}{T/4} = \frac{\left| \Phi \cos\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4}\right) - \Phi \cos\left(\frac{2\pi}{T} \Phi \times 0\right) \right|}{T/4} = \frac{4\Phi}{T}$$

若正弦函数  $f(t) = \Phi \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$  的最大值为  $\Phi$ ，则该函数在完整个四分之一周期内的平均值为  $\frac{4\Phi}{T}$ 。错误，排除。

本题选 BC。

## 第十六章 电磁波和传感器

电磁波和传感器没有“硬核”的概念和公式，涉及到的规律和公式大多与光的传播、简谐波、电磁振荡、电阻的性质有关，已在相应的章节专门学习。因此针对性的题目也很少，可大致分为两类、

一类实际上考察的仍是光的传播、简谐波、电磁振荡、电阻的性质等方面的具体内容，需根据题目中有提示作用的信息判断出属于哪一类问题，再用相应的知识分析解决。

另一类主要考察电磁波和传感器本身，本身较少涉及基本概念和公式计算，主要根据本章节介绍的知识，结合课外知识和语义，进行分析推理判断即可。

1. (2020 江苏) (多选) 电磁波广泛应用在现代医疗中。下列属于电磁波应用的医用器械有 ( )

- A. 杀菌用的紫外线
- B. 拍胸片的 X 光机
- C. 治疗咽喉炎的超声波雾化器
- D. 检查血流情况的“彩超”机

解析: 本题需判断各器械是否属于电磁波。逐个分析判断各选项:

选项 A, 紫外线灯利用紫外线杀菌, 紫外线属于电磁波, 备选。

选项 B, X 光机利用 X 光的穿透能力拍片, X 光属于电磁波, 备选。

选项 C, 超声波是高频振动的声波, 即振动的空气, 不属于电磁波, 排除。

选项 D, “彩超”机是彩色超声设备, 也是利用超声波成像的器械, 不属于电磁波, 排除。

本题选 AB。

2.(2017 北京)物理学原理在现代科技中有许多重要应用。例如,利用波的干涉,可将无线电波的干涉信号用于飞机降落的导航。如图所示,两个可发射无线电波的天线对称地固定于飞机跑道量测,它们类似于杨氏干涉实验中的双缝。两天线同时都发出波长为 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 的无线电波。飞机降落过程中,当接收到 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 的信号都保持最强时,表明飞机已对准跑道。下列说法正确的是( )



- A. 天线发出的两种无线电波必须一样强
- B. 导航利用了 $\lambda_1$ 与 $\lambda_2$ 两种无线电波之间的干涉
- C. 两种无线电波在空间的强弱分布稳定
- D. 两种无线电波各自在空间的强弱分布完全重合

解析:本题是关于无线电波的干涉信号用于飞机降落的导航,可能涉及波的干涉,结合题图读题分析。

两个可发射无线电波的天线对称地固定于飞机跑道量测,已在图中画出。

它们类似于杨氏干涉实验中的双缝,该应用的原理可能与双缝干涉实验有关。双缝干涉实验的显著特征是产生加强区和减弱区。

两天线同时都发出波长为 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 的无线电波,即两个天线都发出两种不同波长的无线电波,则这两种无线电波各自干涉,产生两组不同的加强区和减弱区的分布情况。

但是两组波的加强区和减弱区无论如何分布,两个波源之间连线的中垂线上任意点到两个波源的位置总是相等,因此对于两列电磁波来说都总是加强区。根据题图可知该中垂线就是飞机跑道。因此飞机

降落过程中，当接收到 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 的信号都保持最强时，表明飞机已对准跑道。

逐个分析判断各选项：

选项 A，因为只要检测两组波叠加后是否信号始终最强，各自和各自比较即可，无需相互比较，因此两种无线电波无需一样强。错误，排除。

选项 B，导航利用的是 $\lambda_1$ 与 $\lambda_2$ 两组波各自的干涉，不涉及到相互之间的干涉。错误，排除。

选项 C，由于两组波的波长固定、波源固定，因此各自在空间的强弱分布稳定。正确，备选。

选项 D，波的干涉的加强区与减弱区的分布与波长有关，由于两种无线电波的波长不同，因此各自在空间的强弱分布也不同，只有中垂线一定同时是两列波的加强区。错误，排除。

本题选 C。

3. (2021 广东) 某小组研究热敏电阻阻值随温度的变化规律。根据实验需要已选用了规格和量程合适的器材。

先用多用电表预判热敏电阻阻值随温度的变化趋势。选择适当倍率的欧姆档，将两表笔\_\_\_\_\_，调节欧姆调零旋钮，使指正指向右边“ $0\Omega$ ”处。测量时观察到热敏电阻温度越高，相同倍率下多用电表指针向右偏转角度越大，由此可判断热敏电阻阻值随温度的升高而\_\_\_\_\_。

解析：题目已知要研究热敏电阻阻值随温度的变化规律，逐个分析解答各小问：

先用多用电表预判热敏电阻阻值随温度的变化趋势。选择适当倍率的欧姆档，调节表笔后，调节欧姆调零旋钮，使指正指向右边“ $0\Omega$ ”处，表明此时是在调零。则需将两表笔短接或直接接触，让两表笔间



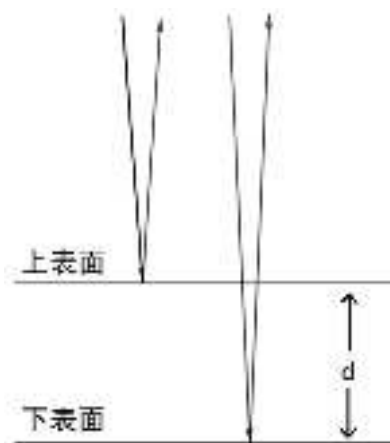
的实际阻值为零。

测量时观察到热敏电阻温度越高，相同倍率下多用电表指针向右偏转角度越大。此时使用的是欧姆表功能，显示的是电阻大小。

需注意，欧姆表的指针的偏转方向与电流表和电压表相反，向右偏转角度越大，显示的阻值越小，因此热敏电阻阻值随温度的升高而减小。

4. (2020 江苏) 国际宇航联合会将 2020 年度“世界航天奖”授予我国“嫦娥四号”任务团队。“嫦娥四号”任务创造了多项世界第一。在探月任务中，“玉兔二号”月球车朝正下方发射一束频率为  $f$  的电磁波，该电磁波分别在月壤层的上、下表面被反射回来，反射波回到“玉兔二号”的时间差为  $\Delta t$ 。已知电磁波在月壤层中传播的波长为  $\lambda$ ，求该月壤层的厚度  $d$ 。

解析：本题使用电磁波测量月壤层的厚度。已知电磁波分别在月壤层的上、下表面被反射回来，由于月壤有厚度，因此两个电磁波经过的路程不同。从下表面反射回来的电磁波比从上表面反射回来的多走了一个折返，即月壤厚度的两倍，如下图所示。



根据电磁波的频率  $f$  和波长  $\lambda$ ，可求得其波速  $v = \lambda f$ 。

月壤厚度的二倍为：  $2d = v \cdot \Delta t = \lambda f \cdot \Delta t$ 。

月壤的厚度为：  $d = \frac{\lambda f \Delta t}{2}$ 。

## 第十七章 分子动理论

分子动理论部分主要包括研究分子直径的油膜实验、间接反映分子热运动的布朗运动、分子的无规则运动及其与温度、压强之间的关系，以及分子动能和分子势能的基本知识。

关于分子动理论的题目以概念的辨析和定性的分析为主，整体上难度较低。需注意清晰辨别相应的概念和现象所反映的规律。一些题目涉及到基本的统计学知识，在高中数学的概率与统计部分有较深入的学习。

分子动理论仍建立在牛顿力学的基础上，若遇到较难的创新题，只需使用牛顿力学中关于力、运动、能量、动量的基本规律和定义进行简要分析或计算即可。

1. (2017 北京) 以下关于热运动的说法正确的是 ( )

- A. 水流速率越大，水分子的热运动越剧烈
- B. 水凝结成冰后，水分子的热运动停止
- C. 水的温度越高，水分子的热运动越剧烈
- D. 水的温度升高，每一个水分子的运动速率都会增大

解析：本题需判断关于热运动的说法是否正确。逐个分析判断各选项：

选项 A，分子的热运动主要由温度决定，与物体的宏观运动情况无关。错误，排除。

选项 B，水凝结成冰后，水分子的热运动的剧烈程度减小，但仍在以振动的方式运动，只有绝对零度时分子的热运动才停止。错误，排除。

选项 C，温度是分子热运动的标志，水的温度越高，水分子的热运动越剧烈。正确，备选。

选项 D，水的温度升高，全体水分子整体的运动速率增大，但是

每个具体的水分子的情况不一致,有可能一些水分子的运动速率反而减小。错误,排除。

本题选 C。

2. (2018 北京) 关于分子动理论, 下列说法正确的是 ( )

- A. 气体扩散的快慢与温度无关
- B. 布朗运动是液体分子的无规则运动
- C. 分子间同时存在着引力和斥力
- D. 分子间的引力总是随分子间距增大而增大

解析: 本题需判断关于分子动理论的说法是否正确。逐个分析判断各选项:

选项 A, 气体扩散的快慢与气体分子的速率有关, 温度是反应气体分子平均动能的标度, 因此二者有关。错误, 排除。

选项 B, 布朗运动是细小颗粒因受到分子的随机碰撞而进行的无规则运动, 本身不是分子的无规则运动。错误, 排除。

选项 C, 分子间同时存在着引力和斥力, 这是基本知识。正确, 备选。

选项 D, 分子间的引力总是随分子间距增大而减小。错误, 排除。

本题选 C。

3. (2021 北京) 比较  $45^{\circ}\text{C}$  的热水和  $100^{\circ}\text{C}$  的水蒸气, 下列说法正确的是 ( )

- A. 热水分子的平均动能比水蒸气的大
- B. 热水的内能比相同质量的水蒸气的小
- C. 热水分子的速率比水蒸气的小
- D. 热水分子的热运动比水蒸气的剧烈

解析: 本题比较  $45^{\circ}\text{C}$  的热水和  $100^{\circ}\text{C}$  的水蒸气的有关参数。温度

是分子平均动能的标度，温度越高则分子的热运动越剧烈。另外，气体分子的热运动比同种液体分子更剧烈。题目中热水的温度比水蒸气低，因此这两种因素的影响方式一致。逐个分析判断各选项：

选项 A，热水的温度比水蒸气低，因此热水分子的平均动能比水蒸气的小。错误，排除。

选项 B，对于相同质量的  $45^{\circ}\text{C}$  的热水和  $100^{\circ}\text{C}$  的水蒸气，它们所含的分子的种类和数量相同，温度越高则系统所具有的内能越大。正确，备选。

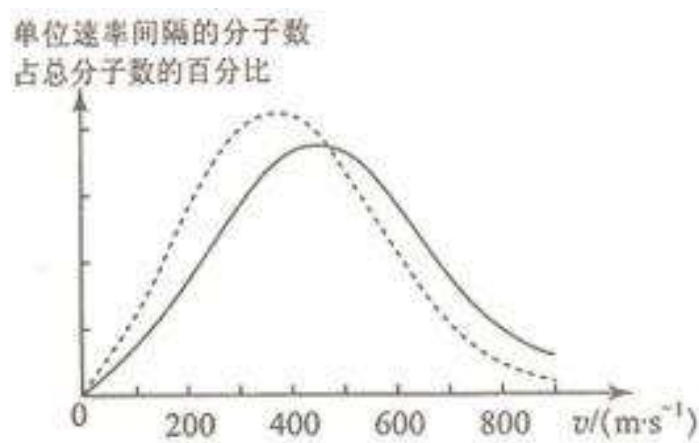
选项 C，热水分子的平均速率比水蒸气的小，但是有可能某个热水分子的速率比某个水蒸气分子的大。错误，排除。

选项 D，热水的温度比水蒸气低，因此分子的整体热运动没有水蒸气的剧烈，单个分子的情况存在各种可能。错误，排除。

本题选 B。

需注意温度反映的是系统内所有分子的热运动的平均情况，实际上单个分子有可能速率很快，可能很慢，也可能适中。

4. (2017 全国 I) (多选) 氧气分子在  $0^{\circ}\text{C}$  和  $100^{\circ}\text{C}$  温度下单位速率间隔的分子数占总分子数的百分比随气体分子速率的变化分别如图中两条曲线所示。下列说法正确的是 ( )



A. 图中两条曲线下面积相等

- B. 图中虚线对应于氧气分子平均动能较小的情形
- C. 图中实线对应于氧气分子在 $100^{\circ}\text{C}$ 时的情形
- D. 图中曲线给出了任意速率区间的氧气分子数目
- E. 与 $0^{\circ}\text{C}$ 时相比,  $100^{\circ}\text{C}$ 时氧气分子速率出现在 $0 \sim 400 \text{ m/s}$ 区间内的分子数占总分子数的百分比比较大

解析: 已知题图描述的是“氧气分子在 $0^{\circ}\text{C}$ 和 $100^{\circ}\text{C}$ 温度下单位速率间隔的分子数占总分子数的百分比随气体分子速率的变化”。

图中有两条曲线, 分别表示 $0^{\circ}\text{C}$ 和 $100^{\circ}\text{C}$ 下的情况。纵坐标是“单位速率间隔的分子数占总分子数的百分比”, 图中已写明。横坐标是“速率”, 可根据图中单位判断。

即: 题图表示的是: 不同速率的分子, 在全体分子中所占百分比的情况。横坐标上, 越靠左表示分子的速率越慢, 越靠右表示分子的速率越快。纵坐标上, 越高表示所占百分比越大。这是一幅统计图表, 在高中数学的统计学部分很常见。

由于纵坐标表示百分比, 因此所有点的纵坐标之和应当等于 $100\%$ , 即每条曲线与 $x$ 轴所围成的面积应当等于“1”。

由于温度越高, 系统内分子的平均动能越大, 即速率大的分子应当更多, 因此曲线应当整体更加偏右。图中实线比虚线更加靠右, 因此实线表示 $100^{\circ}\text{C}$ 时的情形, 虚线表示 $0^{\circ}\text{C}$ 时的情形。

逐个分析判断各选项:

选项 A, 图中两条曲线表示的都是各速率的分子在全体分子中的占比, 曲线下的面积都等于 $100\%$ 也就是“1”, 面积相等。正确, 备选。

选项 B, 图中虚线相对靠左, 分子的平均速率(动能)更小。正确, 备选。

选项 C, 图中实线相对靠右, 分子的平均速率(动能)更大, 对应温度更高——即 $100^{\circ}\text{C}$ 时的情形。正确, 备选。

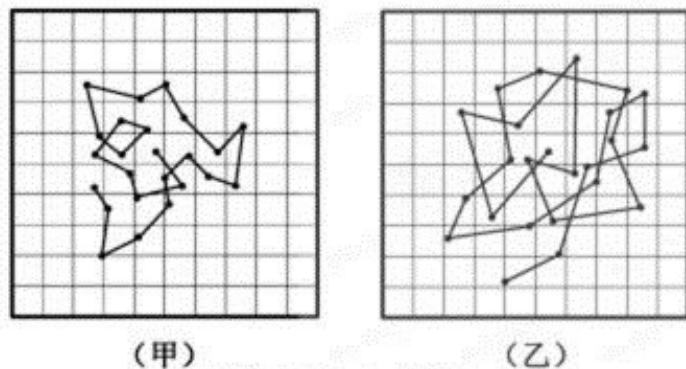
选项 D, 图中曲线只给出了任意速率区间的氧气分子在全体分子

中所占的百分比，并未给出具体数目。错误，排除。

选项 E，从图中找出  $0 \sim 400 \text{ m/s}$  区间的位置，选线始终在实线上方，因此与  $0^\circ\text{C}$  时的分子占比要比  $100^\circ\text{C}$  时的大。错误，排除。

本题选 ABC。

5. (2017 江苏) 图甲和乙是某同学从资料中查到的两张记录水中炭粒运动位置连线的图片，记录炭粒位置的时间间隔均为  $30 \text{ s}$ ，两方格纸每个表示的长度相同。比较两张图片可知：若水温相同，\_\_\_\_ (选填“甲”或“乙”) 中炭粒的颗粒较大；若炭粒大小相同，\_\_\_\_ (选填“甲”或“乙”) 中水分子的热运动较剧烈。



解析：已知图甲和乙是水中炭粒运动位置连线的图片，记录位置的时间间隔均为  $30 \text{ s}$ 。观察两幅图，图中由很多的黑点和线段，黑点是各时刻炭粒的位置，线段将相邻时刻的黑点连起来，就近似地描绘了炭粒的运动轨迹。

由于炭粒是肉眼可见的物体，因此做的是布朗运动，受到水分子的不规则撞击而产生。

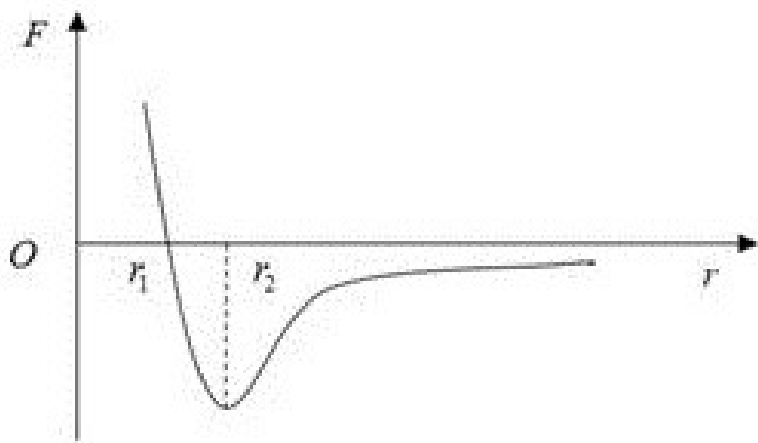
比较图甲和乙中各线段的长度，可发现图甲中各线段的长度大都比图乙种要短，表明图甲中炭粒在相同时间内运动的距离更短，炭粒的速度更小。

由于炭粒的运动是由于受到水分子的不规则撞击引起的，因此甲中水分子对炭粒的作用效果要小于图乙。

若水温相同，甲中炭粒的颗粒较大，受到水分子相同程度的撞击后，获得的速度更小。

若炭粒大小相同，乙中水分子的热运动较剧烈，水分子通过撞击传递给炭粒的动能更大。

6. (2020 全国I) 分子间作用力  $F$  与分子间距  $r$  的关系如图所示， $r=r_1$  时， $F=0$ 。分子间势能由  $r$  决定，规定两分子相距无穷远时分子间的势能为零。若一分子固定于原点  $O$ ，另一分子从距  $O$  点很远处向  $O$  点运动，在两分子间距减小到  $r_2$  的过程中，势能\_\_\_\_\_ (填“减小”“不变”或“增大”)；在间距由  $r_2$  减小到  $r_1$  的过程中，势能\_\_\_\_\_ (填“减小”“不变”或“增大”)；在间距等于  $r_1$  处，势能\_\_\_\_\_ (填“大于”“等于”或“小于”) 零。



解析：题图为分子间作用力  $F$  与分子间距  $r$  的关系， $r=r_1$  时， $F=0$ 。

根据图中的曲线可知，当分子间距离很远时，作用力是引力。随着距离接近，引力逐渐增大，当  $r=r_2$  时引力达到最大值。接下来引力随分子间作用力减小， $r=r_1$  时， $F=0$ 。若距离继续减小，则作用力表现为斥力，且随距离减小而增大。

规定两分子相距无穷远时分子间的势能为零。另一分子从很远处向分子运动，在两分子间距减小到  $r_2$  的过程中，作用力始终表现为引力，与位移方向一致，做正功，则势能减小。

在间距由  $r_2$  减小到  $r_1$  的过程中, 作用力仍然为引力, 与位移方向一致, 仍然做正功, 势能仍减小。

由于分子从无穷远处移动到  $r_1$  的过程中, 势能始终减小, 因此在间距等于  $r_1$  处, 势能小于零。

7. (2018 江苏) 一定量的氧气贮存在密封容器中, 在  $T_1$  和  $T_2$  温度下其分子速率分布的情况见表。则  $T_1$  \_\_\_\_\_ (选填“大于”“小于”或“等于”)  $T_2$ 。若约 10% 的氧气从容器中泄露, 泄露前后容器内温度均为  $T_1$ , 则在泄露后的容器中, 速率处于 400 ~ 500 m/s 区间内的氧气分子数占总分子数的百分比 \_\_\_\_\_ (选填“大于”“小于”或“等于”) 18.6%。

速率区间 (m·s <sup>-1</sup> )	各速率区间的分子数占 总分子数的百分比 /%	
	温度 $T_1$	温度 $T_2$
100 以下	0.7	1.4
100~200	5.4	8.1
200~300	11.9	17.0
300~400	17.4	21.4
400~500	18.6	20.4
500~600	16.7	15.1
600~700	12.9	9.2
700~800	7.9	4.5
800~900	4.6	2.0
900 以上	3.9	0.9

解析: 表格为分子速率分布的情况, 两列分别为不同的温度  $T_1$  和  $T_2$ , 各行为在速率区间的分子数占分子总数的百分比。

比较两列的数据, 下面三行速率很大的区间内,  $T_1$  列的比例都大于  $T_2$  列, 上面三行速率很小的区间内,  $T_1$  列的比例都小于  $T_2$  列, 可推断  $T_1$  列分子的整体速率要大于  $T_2$  列, 因此  $T_1$  大于  $T_2$ 。



若约10%的氧气从容器中泄露，泄露前后容器内温度均为  $T_1$ 。由于温度不变，因此分子的动能的分布规律也不变。图中  $T_1$  列速率处于  $400 \sim 500 \text{ m/s}$  区间内的氧气分子数占总分子数的百分比是18.6%，因此泄露后仍等于18.6%。

## 第十八章 气体、固体和液体

气体、固体和液体的题目大致包含三种类型：气体系统的变化、物质聚集状态的变化（相变）、各聚集状态的具体性质。

气体系统状态的变化是考察最多的内容，也是难度相对较高的内容，这是由于气体系统最符合分子动理论模型分析描述。特别是理想气体，可以直接用牛顿力学分析。对于此类题目，主要通过理想气体状态方程中压强、体积、热力学温度之间的数量关系，结合基本的牛顿运动定律和热力学定律分析处理。

物质聚集状态的变化（相变）以定性的分析判断为主，需要对各种相变过程中，分子运动状态和分子间作用力的变化情况非常熟悉，主要通过分析推理予以解决。

气体、固体和液体的具体性质方面主要考察浸润和不浸润现象、晶体和非晶体的性质等具体的知识点，需要牢固记忆相关的知识点，有机会的话与现实生活以及科普知识相结合。

1.（2020 江苏）玻璃的出现和使用在人类生活里已有四千多年的历史，它是一种非晶体。下列关于玻璃的说法正确的有（ ）

- A. 没有固定的熔点
- B. 天然具有规则的几何形状
- C. 沿不同方向的导热性能相同
- D. 分子在空间上周期性排列

解析：已知玻璃是一种非晶体，本题可能主要考察非晶体的性质。逐个分析判断各选项：

选项 A，非晶体没有固定的熔点。正确，备选。

选项 B，非晶体天然不具有规则的几何形状，天然具有规则的几何形状是晶体的特点。错误，排除。

选项 C，非晶体不具有各向异性，即沿不同方向的导热、导电等

性能不同。正确，备选。

选项 D，非晶体的分子在空间上杂乱无章的排列。周期性排列是晶体的特点。错误，排除。

本题选 AC。

2.(2019 全国II)(多选)对于实际的气体,下列说法正确的是( )

- A. 气体的内能包括气体分子的重力势能
- B. 气体的内能包括气体分子之间相互作用的势能
- C. 气体的内能包括气体整体运动的动能
- D. 气体的体积变化时, 其内能可能不变
- E. 气体的内能包括气体分子热运动的动能

解析：本题考察关于实际气体的知识。实际气体大致符合理想气体的基本特点，但是分子的体积和分子间作用力不能忽略。逐个分析判断各选项：

选项 A，气体的内能只包括气体分子的动能和分子势能，不包括整个系统宏观的重力势能和动能。错误，排除。

选项 B，气体的内能包括气体分子之间相互作用的势能。正确，备选。

选项 C，气体的内能不包括气体整体运动的动能。错误，排除。

选项 D，气体的内能与温度、体积等参数有关。气体的体积变化时，有可能分子势能和分子动能一个增大、一个减小，变化量恰好抵消，其内能可能不变。正确，备选。

选项 E，气体的内能包括气体分子热运动的动能。正确，备选。

本题选 BDE。

3.(2018 江苏)如图所示，一支温度计的玻璃泡外包着纱布，纱布的下端浸在水中。纱布中的水蒸发时带走热量，使温度计示数低于

周围空气温度。当空气温度不变，若一段时间后发现该温度计示数减小，则（ ）



- A. 空气的相对湿度减小
- B. 空气中水蒸气的压强增大
- C. 空气中水的饱和气压减小
- D. 空气中水的饱和气压增大

解析：已知温度计的玻璃泡外包着纱布，纱布下端浸在水中。水蒸发时带走热量，使温度降低，从而使温度计示数低于周围空气温度。

若一段时间后发现该温度计示数减小，表明纱布的温度继续降低。由于已知空气温度不变，因此纱布温度减小不是因为外界空气温度降低所导致，那么应当就是来自水的蒸发，因为纱布持续吸水、水持续蒸发吸热，让纱布的温度降低，使得温度计示数减小。

水会继续蒸发，是因为空气的相对湿度减小，从而促使更多的水蒸发，以增大空气中水分子的含量。

逐个分析判断各选项：

选项 A，水蒸气蒸发表明空气中的相对湿度减小，需要蒸发水分子予以补充。正确，备选。

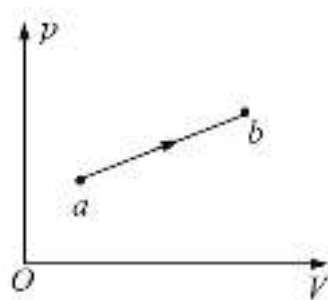
选项 B，根据上一选项可知空气的相对湿度减小，即水蒸气的压强减小。错误，排除。

选项 C，空气中水的饱和气压只与温度有关，环境的温度不会因为很少的水蒸发吸热而变化，因此空气中水的饱和蒸气压不变。错误，排除。

选项 D，与上一选项同理。错误，排除。

本题选 A。

4. (2018 全国Ⅲ)(多选)如图,一定量的理想气体从状态  $a$  变化到状态  $b$ , 其过程如  $p-V$  图中从  $a$  到  $b$  的直线所示。在此过程中 ( )



- A. 气体温度一直降低
- B. 气体内能一直增加
- C. 气体一直对外做功
- D. 气体一直从外界吸热
- E. 气体吸收的热量一直全部用于对外做功

解析: 题图为  $p-V$  图, 根据理想气体状态方程  $pV = nRT$  可得:

$$T = \frac{pV}{nR}, \text{ 即温度与 } p \text{ 和 } V \text{ 的乘积成正比。}$$

观察题图, 从状态  $a$  变化到状态  $b$ , 压强随体积线性增加, 气体膨胀对外界做正功。同时, 气体的温度也显著增大, 因此需从外界吸收热量。

上述过程中, 气体吸热膨胀, 且气体对外做功。由于是理想气体, 理想气体忽略了分子势能, 内能只与分子动能有关, 即只与温度有关。

逐个分析判断各选项:

选项 A, 由于  $T = \frac{pV}{nR}$ , 气体的压强和体积都增大, 且气体的含量不变, 因此气体温度一直升高。错误, 排除。

选项 B, 由于气体温度一直升高, 因此内能一直增加。正确, 备选。

选项 C, 气体体积增大, 气体对外界的压力与运动方向一致, 一

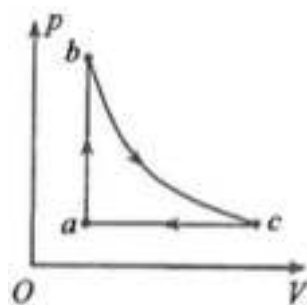
直对外做功。正确，备选。

选项 D，气体的温度一直升高，且一直对外界做功，因此需一直从外界吸热。正确，备选。

选项 E，由于气体的内能一直增加，因此气体吸收的热量只有一部分用于对外做功，还有一部分留下来增加了系统的内能。错误，排除。

本题选 BCD。

5. (2017 全国 III) (多选) 如图，一定质量的理想气体从状态  $a$  出发，经过等容过程  $ab$  达到状态  $b$ ，再经过等温过程  $bc$  达到状态  $c$ ，最后经过等压过程  $ca$  回到初态  $a$ 。下列说法正确的是 ( )



- A. 在过程  $ab$  中气体的内能增加
- B. 在过程  $ca$  中外界对气体做功
- C. 在过程  $ab$  中气体对外界做功
- D. 在过程  $bc$  中气体从外界吸收热量
- E. 在过程  $ca$  中气体从外界吸收热量

解析：已知气体为理想气体，则看作分子间没有分子势能，只有分子动能，分子间发生弹性碰撞，以及气体的状态满足理想气体状态方程  $pV = nRT$ 。

系统从状态  $a$  出发，经过等容过程  $ab$  达到状态  $b$ 。等容过程气体体积不变，气体对外界做功为零。由于体积不变压强增大，气体的温度升高，系统的内能增加。因此气体需从外界吸收热量。

系统再经过等温过程  $bc$  达到状态  $c$ ，由于是等温过程，气体的内

能不变。气体体积增大，对外界做正功。由于气体的内能不变且对外做正功，则需要从外界吸收热量。

系统最后经过等压过程  $ca$  回到初态  $a$ 。气体的体积减小，系统对外界做负功。气体的温度减小，内能减少。由于气体的内能减少且外界对气体做正功，因此气体需释放热量。

由于  $ab$  是等容过程，设状态  $a$  和  $b$  的体积都是  $V_1$ ，状态  $c$  的体积是  $V_2$ 。由于  $ca$  是等压过程，设状态  $a$  和  $c$  的压强都是  $p_1$ ，状态  $b$  的压强是  $p_2$ 。由于  $bc$  是等温过程，所以  $p_2V_1 = p_1V_2$ 。

根据上述推论，逐个分析判断各选项：

选项 A，在过程  $ab$  中，气体的温度升高，因此内能增加。正确，备选。

选项 B，在过程  $ca$  中，气体的体积减小，外界对气体做正功。正确，备选。

选项 C，在过程  $ab$  中，气体的体积不变，不对外界做功。错误，排除。

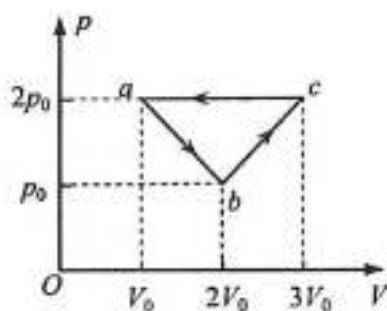
选项 D，按照前面的分析，在过程  $bc$  中，气体需要从外界吸收热量。正确，备选。

选项 E，按照前面的分析，在过程  $ca$  中，气体需释放热量。错误，排除。

本题选 ABD。

虽然定量的假设和数量关系没有用到，但是养成在符合条件时进行简单的定量计算是一种好习惯，或许下一题就用到了。

6.(2020 山东)一定质量的理想气体从状态  $a$  开始，经  $a \rightarrow b$ 、 $b \rightarrow c$ 、 $c \rightarrow a$  三个过程后回到初始状态  $a$ ，其  $p-V$  图像如图所示。已知三个状态的坐标分别为  $a(V_0, 2p_0)$ 、 $b(2V_0, p_0)$ 、 $c(3V_0, 2p_0)$ 。以下判断正确的是 ( )



- A. 气体在  $a \rightarrow b$  过程中对外界做的功小于在  $b \rightarrow c$  过程中对外界做的功
- B. 气体在  $a \rightarrow b$  过程中从外界吸收的热量大于在  $b \rightarrow c$  过程中从外界吸收的热量
- C. 在  $c \rightarrow a$  过程中，外界对气体做的功小于气体向外界放出的热量
- D. 气体在  $c \rightarrow a$  过程中内能的减少量大于  $b \rightarrow c$  过程中内能的增加量

解析：已知一定质量的理想气体经过了三个过程，以及相应的  $p-V$  图像。根据理想气体状态方程  $pV = nRT$ ，温度  $T$  与  $pV$  成正比。根据  $p-V$  图像，以及数据  $a(V_0, 2p_0)$ 、 $b(2V_0, p_0)$ 、 $c(3V_0, 2p_0)$  逐个分析：

过程  $a \rightarrow b$ ：压强减小，体积增大。气体体积膨胀，气体对外界做正功。

$p_a V_a = 2p_0 V_0$ ， $p_b V_b = 2p_0 V_0$ ，两个状态下的温度不变，系统的内能不变。

由于气体做正功，且气体内能不变，因此气体需吸收热量。

过程  $b \rightarrow c$ ：压强增大，体积也增大，气体仍对外做正功。

$p_c V_c = 6p_0 V_0$ ，气体的温度升高，系统的内能增大。

由于气体做了正功，还能内能增大，因此气体需吸收热量。

过程  $c \rightarrow a$ ，气体压强不变，体积减小，对外界做负功。前后  $pV$  减小，气体的温度降低，内能也减小。

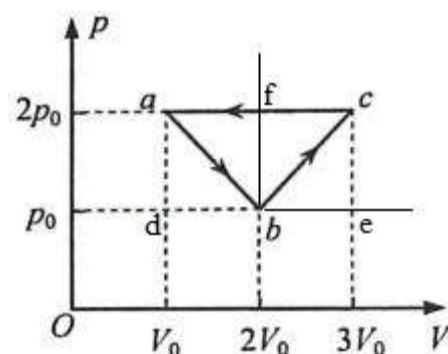
气体对外界做负功（外界对气体做正功），且气体内能减小，因



此气体需释放热量。

逐个分析判断各选项：

选项 A,  $p-V$  曲线与两个端点处的垂线和水平线所围成的面积等于气体膨胀或压缩时所做的功，如下图所示。



气体在  $a \rightarrow b$  过程中做的功等于三角形  $abd$  的面积，在  $b \rightarrow c$  过程中做的功等于三角形  $bce$  的面积。根据已知数据，这两个三角形的底边和高都相等，因此面积相等，因此对外界做的功相等。错误，排除。

选项 B, 气体在  $a \rightarrow b$  与  $b \rightarrow c$  过程前后内能都不变，根据上一选项可知对外界做功相同，因此从外界吸收的热量也相同。错误，排除。

选项 C, 在  $c \rightarrow a$  过程中，气体的内能减小，因此外界对气体做的功小于气体向外界放出的热量。正确，备选。

选项 D, 理想气体的内能只与温度有关，气体在  $c \rightarrow a$  过程中内能减少的幅度为  $p_c V_c - p_a V_a = 6p_0 V_0 - 2p_0 V_0 = 4p_0 V_0$ 。气体在  $b \rightarrow c$  过程中内能增加的幅度为  $p_c V_c - p_b V_b = 6p_0 V_0 - 2p_0 V_0 = 4p_0 V_0$ 。幅度相同。错误，排除。

本题选 C。

7. (2021 广东) 在高空飞行的客机上某乘客喝完一瓶矿泉水后，把瓶盖拧紧。下飞机后发现矿泉水瓶变瘪了，机场地面温度与高空客舱内温度相同。由此可判断，高空客舱内的气体压强（选填“大于”、“小于”或“等于”）机场地面大气压强；从高空客舱到机场地面，矿泉水瓶内气体的分子平均动能（选填“变大”、“变小”或“不变”）。

解析：在高空飞行的客机上某乘客喝完一瓶矿泉水后，把瓶盖拧紧，则此时瓶内的压强与高空机舱内相同。

下飞机后发现矿泉水瓶变瘪了，表明瓶外的压强大于瓶内，即：高空客舱内的气体压强小于机场地面大气压强。

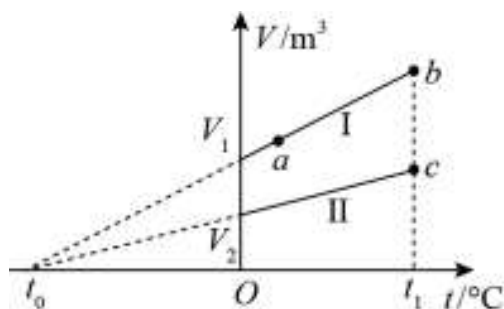
气体的平均动能只与温度有关，且已知机场地面温度与高空客舱内温度相同，因此矿泉水瓶内气体的分子平均动能不变。

8. (2020 江苏) 一瓶酒精用了一些后，把瓶盖拧紧，不久瓶内液面上方形成了酒精的饱和汽，此时（选填“有”或“没有”酒精分子从液面飞出，当温度升高时，瓶中酒精饱和汽的密度（选填“增大”“减小”或“不变”）。

解析：一瓶酒精用了一些后，把瓶盖拧紧，不久瓶内液面上方形成了酒精的饱和汽，此时既有酒精分子从液面飞出，也有酒精蒸气分子回归液态，两种变化达到动态平衡。

当温度升高时，酒精的饱和蒸汽压升高，有更多的酒精分子从液态变为气态，单位空间内的气态酒精分子增多，酒精饱和汽的密度增大。

9. (2021 全国甲卷) 如图，一定量的理想气体经历的两个不同过程，分别由体积-温度 ( $V-t$ ) 图上的两条直线 I 和 II 表示， $V_1$  和  $V_2$  分别为两条直线与纵轴交点的纵坐标； $t_0$  是它们的延长线与横轴交点的横坐标， $t_0 = -273.15^\circ\text{C}$ ； $a$  为直线 I 上的一点。由图可知，气体在状态  $a$  和  $b$  的压强之比  $\frac{p_a}{p_b} =$ ；气体在状态  $b$  和  $c$  的压强之比  $\frac{p_b}{p_c} =$ 。



解析：题图为体积-温度图，横坐标是温度，单位是摄氏度（ $^{\circ}\text{C}$ ），纵坐标是体积，单位是立方米（ $\text{m}^3$ ）。

根据理想气体状态方程  $pV = nRT$ ，以及摄氏度和热力学温度的关系  $T = t + 273.15$  可得： $pV = nR(t + 273.15)$ ，化简得  $V-t$  关系的表达式为：

$$V = \frac{nR}{p}t + \frac{273.15nR}{p}。$$

是一次函数，图像是直线，直线的斜率为  $\frac{nR}{p}$ ，与压强成正比。

函数在  $x$  轴上的截距为  $(-273.15, 0)$ ，就是绝对零度。

结合题图继续读题： $V_1$  和  $V_2$  分别为两条直线与纵轴交点的纵坐标，比较两条直线的斜率，I 的斜率比 II 大，因此 I 的压强比 II 小。

$t_0$  是它们的延长线与横轴交点的横坐标， $t_0 = -273.15^{\circ}\text{C}$ ，这就是绝对零度，理论上所有的  $V-t$  直线都经过该点。

由于  $a$  和  $b$  两点都在直线 I 上，因此它们的对应的直线斜率相同，因此对应的压强也相同， $\frac{p_a}{p_b} = 1$ 。

$b$  和  $c$  分别在直线 I 和 II 上。由于已知  $V_1$  和  $V_2$  分别为两条直线与纵轴交点的纵坐标，于是可根据直线 I 上两点  $(0, V_1)$  和  $(-273.15, 0)$  的坐标，求得直线 I 的斜率为： $k_1 = \frac{V_1 - 0}{0 - (-273.15)} = \frac{V_1}{273.15}$ ，即  $k_1 = \frac{nR}{p_b} = \frac{V_1}{273.15}$ ，变形得  $p_b = \frac{273.15nR}{V_1}$ 。

同理，根据直线 II 上两点  $(0, V_2)$  和  $(-273.15, 0)$  的坐标，求得直线 II

的斜率为:  $k_2 = \frac{nR}{p_c} = \frac{V_2}{273.15}$  变形得  $p_c = \frac{273.15nR}{V_2}$

$$\text{因此 } \frac{p_b}{p_c} = \frac{\frac{273.15nR}{V_1}}{\frac{273.15nR}{V_2}} = \frac{V_2}{V_1}。$$

## 第十九章 热力学定律

热力学定律是非常基础的物理定律，高中阶段对热力学定律的学习以定性的描述为主，定量的计算主要涉及已经重点学习的机械能、电能，以及将要学习的核能等。

关于热力学的定律的题目中较多出现创新题，需要理解新出现的设备装置或自然过程的能量变化，结合热力学定律进行分析和判断。

由于热力学定律是非常普遍的定律，可以认为现实中真实应用的装置或发生的现象都一定遵循热力学定律，只有假设或假想出来的情况才有可能违背热力学定律，需要根据热力学定律的具体内容进行分析判断。

对于需进行定量计算的题目，关键在于厘清能量转化的形式和效率，以及所遵循的具体规律，能量的数值的计算需使用其他相应章节中的公式。

另外，气体系统状态的变化规律、理想气体状态方程的简答题属于上一章的题目，为了平衡篇幅而放在本章。

1. (2020 全国II) 下列关于能量转换过程的叙述，违背热力学第一定律的有，不违背热力学第一定律、但违背热力学第二定律的有。

- A. 汽车通过燃烧汽油获得动力并向空气中散热
- B. 冷水倒入保温杯后，冷水和杯子的温度都变得更低
- C. 某新型热机工作时将从高温热源吸收的热量全部转化为功，而不产生其他影响
- D. 冰箱的制冷机工作时从箱内低温环境中提取热量散发到温度较高的室内

解析：本题要求分别选出违背热力学第一定律的选项和不违背热力学第一定律、但违背热力学第二定律的选项。逐个分析判断个选项：

选项 A，汽车通过燃烧汽油获得动力并向空气中散热，是日常生

活中常见的现象，不违背热力学第一和第二定律。

选项 B，冷水倒入保温杯后，应当冷水温度略微升高，杯子的温度降低。二者温度都降低，相当于能量凭空消失，违背热力学第一定律。填入第一个空。

选项 C，某新型热机工作时将从高温热源吸收的热量全部转化为功，而不产生其他影响，这是典型的第二类永动机，不违背第一定律，但违背了第二定律。填入第二个空。

选项 D，冰箱的制冷机工作时从箱内低温环境中提取热量散发到温度较高的室内，也是日常中常见的现象，冰箱工作时需要额外消耗电能，引起了其他变化，不违背热力学第一和第二定律。

2. (2022 湖南) (多选) 利用“涡流效应”可实现冷热气体的分离。如图，一冷热气体分离装置由喷嘴、涡流室、环形管、分离挡板和冷热两端管等构成。高压氮气由喷嘴切向流入涡流室中，然后以螺旋方式在环形管中向右旋转前进，分子热运动速率较小的气体分子将聚集到环形管中心部位，而分子热运动速率较大的气体分子将聚集到环形管边缘部位。气流到达分离挡板处时，中心部位气流与分离挡板碰撞后反向，从 A 端流出，边缘部位气流从 B 端流出。下列说法正确的是。



- A. A 端为冷端，B 端为热端
- B. A 端流出的气体分子热运动平均速率一定小于 B 端流出的
- C. A 端流出的气体内能一定大于 B 端流出的
- D. 该装置气体进出的过程满足能量守恒定律，但违背了热力学

## 第二定律

E. 该装置气体进入的过程既满足能量守恒定律，也满足热力学第二定律

解析：已知利用“涡流效应”可实现冷热气体的分离，即最终达到的效果时将温度较低的气体与温度较高的气体分开。

结合题图读题，一冷热气体分离装置由喷嘴、涡流室、环形管、分离挡板和冷热两端管等构成，各部件都已在图中注明。

高压氮气由喷嘴切向流入涡流室中。喷嘴在上方左侧。

然后以螺旋方式在环形管中向右旋转前进。中间中空的部分是环形管，高压氮气在里面向右旋转前进。

分子热运动速率较小的气体分子将聚集到环形管中心部位，分子热运动速率较大的气体分子将聚集到环形管边缘部位。可以把气流想象成漩涡，漩涡的中心是热运动速率较小的分子，漩涡的外围是速率较大的分子。

气流到达分离挡板处时，中心部位气流与分离挡板碰撞后反向，从 A 端流出，边缘部位气流从 B 端流出。挡板在最右侧，中心部分的分子速率较小，被弹回从左边的 A 端流出。边缘的分子速率较大，不会碰到挡板，从右边的 B 端流出。

上述分离的原理是速率小的分子在漩涡中心，速率大的分子在漩涡外围。挡板的面积和位置恰好只弹回中心的分子，从而实现分离。

逐个分析判断各选项：

选项 A，热运动速率小的分子温度低，从左边的 A 端流出，A 端为冷端。热运动速率大的分子温度高，从右边的 B 端流出，B 端为热端。正确，备选。

选项 B，A 端为冷端，B 端为热端，冷热表示分子热运动的平均动能，因此 A 端流出的气体分子热运动平均速率一定小于 B 端。正确，备选。

选项 C, A 端为冷端, B 端为热端, A 端流出的气体内能应当小于 B 端流出的。错误, 排除。

选项 D, 该装置在分离冷热气体时引起了其他变化: 一方面, 让气体旋转前进就需要对气体做功, 改变其运动状态。另一方面, 冷气体碰到挡板反弹, 对挡板产生了作用, 挡板要维持其形状和位置, 必然产生一定的变化。错误, 排除。

选项 E, 现实中可以实现的装置都不会违法热力学定律。正确, 备选。

本题选 ABE。

3. (2022 浙江) 风力发电已成为我国实现“双碳”目标的重要途径之一。如图所示, 风力发电机是一种将风能转化为电能的装置。某风力发电机在风速为  $9\text{ m/s}$  时, 输出电功率为  $405\text{ kW}$ , 风速在  $5\sim 10\text{ m/s}$  范围内, 转化效率可视为不变。该风机叶片旋转一周扫过的面积为  $A$ , 空气密度为  $\rho$ , 风场风速为  $v$ , 并保持风正面吹向叶片。下列说法正确的是 ( )



- A. 该风力发电机的输出电功率与风速成正比
- B. 单位时间流过面积  $A$  的流动空气动能为  $\frac{1}{2}\rho Av^2$
- C. 若每天平均有  $1.0\times 10^8\text{ kW}$  的风能资源, 则每天发电量为  $2.4\times 10^9\text{ kW}\cdot\text{h}$
- D. 若风场每年有  $5000\text{ h}$  风速在  $6\sim 10\text{ m/s}$  范围内, 则该发电机每年发电量至少为  $6.0\times 10^5\text{ kW}\cdot\text{h}$



解析：已知风力发电机是一种将风能转化为电能的装置，风能实际上是空气分子的动能。

风速在  $5 \sim 10 \text{ m/s}$  范围内，转化效率可视为不变。即：只要风速在  $5 \sim 10 \text{ m/s}$  范围内，风的动能转化为电能的比例不变。

风机叶片旋转一周扫过面积为  $A$ ，空气密度为  $\rho$ ，风场风速为  $v$ 。

单位时间  $t$  内，撞击叶片的空气的质量为： $m = \rho V = \rho A v t$ ，这些空气的动能为  $E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \rho A v t \cdot v^2 = \frac{1}{2} \rho A v^3 t$ 。

这些动能都用于发电，则单位时间空气分子撞击叶片的功率为

$$P_{\text{风}} = \frac{E_k}{t} = \frac{\frac{1}{2} \rho A v^3 t}{t} = \frac{1}{2} \rho A v^3。$$

因为风速在  $5 \sim 10 \text{ m/s}$  范围内，转化效率可视为不变，设  $\eta = \frac{P_{\text{电}}}{P_{\text{风}}}$ ，

$$\text{则 } P_{\text{电}} = \eta P_{\text{风}} = \frac{1}{2} \eta \rho A v^3$$

代入风速  $v = 9 \text{ m/s}$  时，输出电功率  $P_{\text{电}} = 405 \text{ kW}$  得， $405 = \frac{1}{2} \eta \rho A \times 9^3$ ，

$$\text{解得 } \eta \rho A = \frac{10}{9}。$$

逐个分析判断各选项：

选项 A，风力发电机的输出电功率与风速的三次方成正比。错误，排除。

选项 B，单位时间流过面积  $A$  的流动空气动能为  $\frac{1}{2} \rho A v^3$ 。错误，排除。

选项 C，根据已知信息，只能求得风速与发电功率之间的比例关系，无法求得风能与发电功率之间的比例关系。错误，排除。

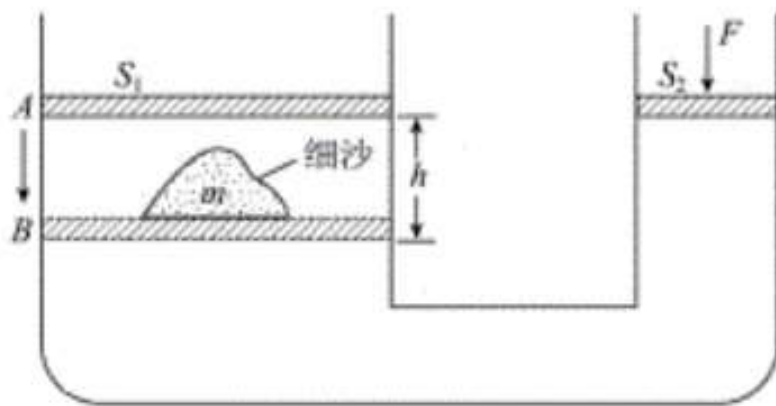
选项 D，选项求证的是发电量“至少”，因此取最小值  $v = 6 \text{ m/s}$ ，对应的发电功率为： $P_{\text{电}} = \frac{1}{2} \eta \rho A v^3 = \frac{1}{2} \times \frac{10}{9} \times 6^3 = 120 \text{ (kW)}$ ，每年的发电量

为： $120 \text{ kW} \times 5000 \text{ h} = 6.0 \times 10^5 \text{ kW} \cdot \text{h}$ 。正确，备选。

本题选 D。

解决本题的关键在于理解风力发电的原理：将空气分子的动能转化为电能。并能建立起空气密度、风速、叶片旋转面积与能量之间的数量关系。

4. (2021 湖南)(多选)如图，两端开口、下端连通的导热气缸，用两个轻质绝热活塞（截面积分别为  $S_1$  和  $S_2$ ）封闭一定质量的理想气体，活塞与气缸壁间无摩擦。在左端活塞上缓慢加细沙，活塞从  $A$  下降  $h$  高度到  $B$  位置时，活塞上细沙的总质量为  $m$ 。在此过程中，用外力  $F$  作用在右端活塞上，使活塞位置始终不变。整个过程环境温度和大气压强  $p_0$  保持不变，系统始终处于平衡状态，重力加速度为  $g$ 。下列说法正确的是（ ）



- A. 整个过程，外力  $F$  做功大于 0，小于  $mgh$
- B. 整个过程，理想气体的分子平均动能保持不变
- C. 整个过程，理想气体的内能增大
- D. 整个过程，理想气体向外界释放的热量小于  $(p_0 S_1 h + mgh)$
- E. 左端活塞到达  $B$  位置时，外力  $F$  等于  $\frac{mgS_2}{S_1}$

解析：结合题图读题。已知两端开口、下端连通的导热气缸，用

两个轻质绝热活塞(截面积分别为  $S_1$  和  $S_2$ ) 封闭一定质量的理想气体, 活塞与气缸壁间无摩擦。即图中 U 型的装置, 左右两端向上开口, 下端连通。斜纹部分是轻质绝热活塞, 下方很长的一截是封闭的理想气体。

在左端活塞上缓慢加细沙, 活塞从  $A$  下降  $h$  高度到  $B$  位置, 活塞上细沙的总质量为  $m$ 。在此过程中, 用外力  $F$  作用在右端活塞上, 使活塞位置始终不变。整个过程环境温度和大气压强  $p_0$  保持不变, 系统始终处于平衡状态。

即: 在左边缓慢加细沙, 左边活塞受到细沙压力作用高度下降。同时为了让右侧活塞不动, 用一个外力  $F$  维持。整个过程中温度和大气压都不变, 系统也处于平衡。

最后的实际效果是气缸内的气体被压缩, 由于气缸导热, 所以气体的温度不变, 始终与外界相同。

逐个分析判断个选项:

选项 A, 由于外力  $F$  未引起活塞发生位移, 因此做功为 0。错误, 排除。

选项 B, 由于气缸导热, 环境温度不变, 因此理想气体的温度始终与外界相同, 分子平均动能保持不变。正确, 备选。

选项 C, 根据上一选项可知, 错误, 排除。

选项 D, 整个过程, 理想气体的温度不变, 内能不变。外力压缩气体做功等于气体向外界释放的能量。由于细沙缓慢添加, 因此细沙重力做功小于  $mgh$ , 外界大气压对左边的活塞做功为  $p_0 S_1 h$ , 因此理想气体受外界做功小于  $(p_0 S_1 h + mgh)$ , 对外界释放的热量也小于该值。正确, 备选。

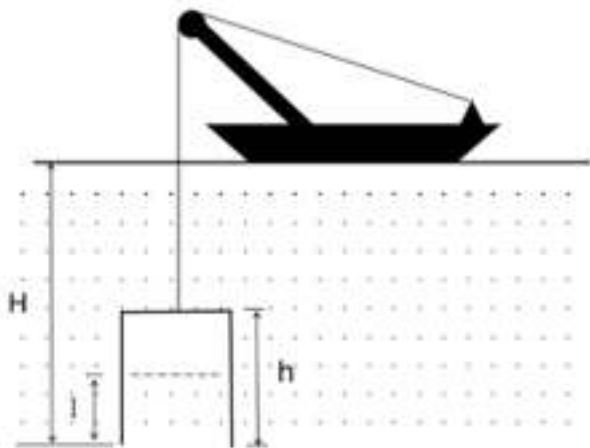
选项 E, 由于理想气体的压强处处相等, 因此左侧活塞与右侧活塞受到的压强也相等。左侧活塞受到的压强为  $\frac{p_0 S_1 h + mgh}{S_1}$ , 右侧活塞

受到的压强为  $\frac{p_0 S_2 h + F}{S_2}$ 。二者相等： $\frac{p_0 S_1 h + mgh}{S_1} = \frac{p_0 S_2 h + F}{S_2}$ ，化简得：

$$F = \frac{mgS_2}{S_1}。正确，备选。$$

本题选 BDE。

5. (2020 全国II) 潜水钟是一种水下救生设备，它是一个底部开口、上部封闭的容器，外形与钟相似。潜水钟在水下时其内部上方空间里存有空气，以满足潜水员水下避险的需要。为计算方便，将潜水钟简化为截面积为  $S$ 、高度为  $h$ 、开口向下的圆筒；工作母船将潜水钟由水面上方开口向下吊放至深度为  $H$  的水下，如图所示。已知水的密度为  $\rho$ ，重力加速度大小为  $g$ ，大气压强为  $p_0$ ， $H \gg h$ ，忽略温度的变化和水密度随深度的变化。



(i) 求进入圆筒内水的高度  $l$ ；

(ii) 保持  $H$  不变，压入空气使筒内的水全部排出，求压入的空气在其压强为  $p_0$  时的体积。

解析：已知潜水钟底部开口、上部封闭，外形与钟相似，可以看作倒扣下去的瓶子。

题目将潜水钟简化为截面积为  $S$ 、高度为  $h$ 、开口向下的圆筒；工作母船将潜水钟由水面上方开口向下吊放至深度为  $H$  的水下。

读图可知，潜水钟内部既有空气，又有水，则空气的压强应当与

水的压强平行。

(1) 根据玻意耳定律, 气体的压强与体积成反比, 即二者的乘积为定值。

潜水钟放入水下前, 空气的压强与大气压强相同, 为  $p_0$ 。空气的体积为  $Sh$ , 压强与体积的乘积为  $p_0Sh$ 。

潜水钟沉入深度为  $H$  的水下时, 空气的压强与水压相同, 初中物理学习过水压与深度的关系  $p' = p_0 + \rho g(H-l)$ 。由于  $H \gg h > l$ , 所以  $H-l \approx H$ , 所以  $p' = p_0 + \rho gH$ 。空气的体积为  $S(h-l)$ , 压强与体积的乘积为  $(p_0 + \rho gH)S(h-l)$ 。

根据玻意耳定律可得:  $p_0Sh = (p_0 + \rho gH)S(h-l)$ ,

$$\text{解得: } l = \frac{\rho g H h}{p_0 + \rho g H}。$$

(ii) 保持  $H$  不变, 水压仍为  $p' = p_0 + \rho gH$ 。压入空气使筒内的水全部排出, 则潜水钟内空气的体积为  $Sh$ , 此时钟内空气压强与体积的乘积为  $(p_0 + \rho gH)Sh$ 。

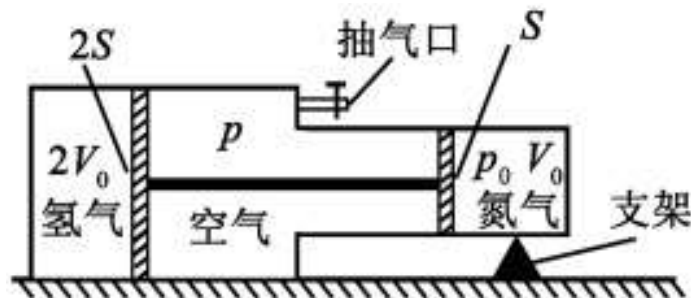
设当压强为  $p_0$  时, 这些空气的体积变为  $V'$ , 根据玻意耳定律可得:

$$(p_0 + \rho gH)Sh = p_0V'。 \text{解得: } V' = \frac{(p_0 + \rho gH)Sh}{p_0}。$$

由于潜水钟在  $p_0$  时原来就有体积为  $Sh$  的空气, 因此压入的空气的体积为:  $V_{\text{压入}} = V' - Sh = \frac{(p_0 + \rho gH)Sh}{p_0} - Sh = \frac{\rho g H Sh}{p_0}。$

6 (2019 全国II) 如图, 一容器由横截面积分别为  $2S$  和  $S$  的两个气缸连通而成, 容器平放在水平地面上, 气缸壁光滑。整个容器被通过刚性杆连接的两活塞分隔成三部分, 分别充有氢气、空气和氮气。平衡时, 氮气的压强和体积分别为  $p_0$  和  $V_0$ , 氢气的体积为  $2V_0$ , 空气的压强为  $p$ 。现缓慢地将中部的空气全部抽出, 抽气过程中氢气和氮气的温度保持不变, 活塞没有到达两气缸的连接处, 求:

- (i) 抽气前氢气的压强；  
 (ii) 抽气后氢气的压强和体积



解析：已知容器由横截面积分别为  $2S$  和  $S$  的两个气缸连通而成，气缸壁光滑，因此没有摩擦消耗能量。

整个容器被通过刚性杆连接的两活塞分隔成三部分，即中间的杆的长度不变，两个活塞由杆连在一起，不能被压缩或者拉伸。

容器左边充有氢气，体积是  $2V_0$ ，压强未知。中间充有空气，压强是  $p$ ，体积未知。右边充有氮气，压强和体积分别为  $p_0$  和  $V_0$ 。

左边的活塞受到氢气向右的推力  $p_{\text{氢气}} \cdot 2S$  和空气向左的推力  $p \cdot 2S$ ，右边的活塞受到空气向右的推力  $p \cdot S$  和氮气向左的推力  $p_0 \cdot S$ 。向右的推力与向左的推力平衡，可得： $p_{\text{氢气}} \cdot 2S + pS = p \cdot 2S + p_0 S$ 。

$$\text{解得： } p_{\text{氢气}} = \frac{p + p_0}{2}$$

(ii) 缓慢地将中部的空气全部抽出，则中间变为真空状态，不再有压强，活塞和连杆只受到氢气向右的推力和氮气向左的推力，这两个力达到平衡。

抽气过程中氢气和氮气的温度保持不变，且活塞没有到达两气缸的连接处，因此氢气和氮气的横截面积不变。

由于氢气部分的横截面积是氮气部分的 2 倍，当活塞移动一定距离时，氢气增大的体积等于氮气减小的体积的二倍，或氢气减小的体积等于氮气增大的体积的二倍。

设抽气后氢气的体积和压强分别变为  $V_{\text{氢}}'$  和  $p_{\text{氢}}'$ 。氢气的体积变化

了  $V_{\text{氢}}' - 2V_0$ ，则氮气的体积发生与之方向相反、大小为一半的变化，变为  $V_{\text{氮}}' = V_0 + \frac{2V_0 - V_{\text{氢}}'}{2}$ 。

达到平衡时，活塞受到氢气和氮气的压力相等，因此  $p_{\text{氢}}' 2S = p_{\text{氮}}' S$ ，即  $p_{\text{氮}}' = 2p_{\text{氢}}'$ 。

对氢气和氮气分别使用玻意耳定律：

$$p_{\text{氢}} \cdot 2V_0 = \frac{p + p_0}{2} \cdot 2V_0 = p_{\text{氢}}' V_{\text{氢}}'$$

$$p_0 V_0 = p_{\text{氮}}' V_{\text{氮}}' = 2p_{\text{氢}}' \left( V_0 + \frac{2V_0 - V_{\text{氢}}'}{2} \right)$$

即得方程组：

$$\begin{cases} \frac{p + p_0}{2} \cdot 2V_0 = p_{\text{氢}}' V_{\text{氢}}' \\ p_0 V_0 = 2p_{\text{氢}}' \left( V_0 + \frac{2V_0 - V_{\text{氢}}'}{2} \right) \end{cases}$$

$$\text{由 } \frac{p + p_0}{2} \cdot 2V_0 = p_{\text{氢}}' V_{\text{氢}}' \text{ 可得： } p_{\text{氢}}' V_{\text{氢}}' = (p + p_0) V_0$$

$$\text{由 } p_0 V_0 = 2p_{\text{氢}}' \left( V_0 + \frac{2V_0 - V_{\text{氢}}'}{2} \right) \text{ 可得： } p_0 V_0 = 4p_{\text{氢}}' V_0 - p_{\text{氢}}' V_{\text{氢}}'$$

将  $p_{\text{氢}}' V_{\text{氢}}' = (p + p_0) V_0$  代入  $p_0 V_0 = 4p_{\text{氢}}' V_0 - p_{\text{氢}}' V_{\text{氢}}'$  可得：

$$p_0 V_0 = 4p_{\text{氢}}' V_0 - (p + p_0) V_0$$

$$\text{解得： } p_{\text{氢}}' = \frac{p_0}{2} + \frac{p}{4}$$

$$\text{将 } p_{\text{氢}}' = \frac{p_0}{2} + \frac{p}{4} \text{ 代入 } p_{\text{氢}}' V_{\text{氢}}' = (p + p_0) V_0 \text{ 可得： } \left( \frac{p_0}{2} + \frac{p}{4} \right) V_{\text{氢}}' = (p + p_0) V_0$$

$$\text{解得： } V_{\text{氢}}' = \frac{4(p_0 + p)V_0}{2p_0 + p}$$

7.(2021 河北)某双层玻璃保温杯夹层中有少量空气，温度为  $27^\circ\text{C}$  时，压强为  $3.0 \times 10^3 \text{ Pa}$ 。

(i) 当夹层中空气的温度升至  $37^\circ\text{C}$ ，求此时夹层中空气的压强；

(ii) 当保温杯外层出现裂隙，静置足够长时间，求夹层中增加

的空气质量与原有空气质量的比值，设环境温度为  $27^{\circ}\text{C}$ ，大气压强为  $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ 。

解析：已知双层玻璃保温杯夹层中有少量空气，温度为  $27^{\circ}\text{C}$  时，压强为  $3.0 \times 10^3 \text{ Pa}$ 。由于已知温度和压强，可以使用查理定律，需注意将摄氏温度换算为热力学温度。

$$(i) \quad 27^{\circ}\text{C} = (273 + 27) \text{ K} = 300 \text{ K}, \quad 37^{\circ}\text{C} = (273 + 37) \text{ K} = 310 \text{ K}.$$

$$\text{根据查理定律: } \frac{3.0 \times 10^3}{300} \times = \frac{p}{310}, \text{ 解得 } p = 3.1 \times 10^3 \text{ Pa}$$

(ii) 当保温杯外层出现裂隙，静置足够长时间，则夹层中空气的温度和压强与外界相同。空气的质量与空气分子的数目，即物质的量相等。根据理想气体状态方程  $pV = nRT$ ， $n = \frac{pV}{RT}$ 。

夹层的体积不变，只有压强和温度变化。

$$\text{夹层原有的空气的物质的量为 } n_0 = \frac{p_0 V}{RT_0} = \frac{3.1 \times 10^3 V}{R \times 310} = \frac{10V}{R}$$

$$\text{静置后空气的物质的量变为 } n' = \frac{p' V}{RT'} = \frac{1.0 \times 10^5 V}{R \times 300} = \frac{1000V}{3R}$$

$$\text{增加的空气的物质的量为: } \Delta n = n' - n_0 = \frac{1000V}{3R} - \frac{10V}{R} = \frac{970V}{3R}$$

增加的空气质量与原有空气质量的比值等于它们的物质的量之

$$\text{比, 为: } \frac{\Delta n}{n_0} = \frac{\frac{970V}{3R}}{\frac{10V}{R}} = \frac{970}{3}.$$



## 第二十章 量子理论和波粒二象性

高中阶段对于量子理论和波粒二象性的学习的以知识概念为主，涉及到的公式计算较简单，主要是能量子的能量与振动频率的关系  $\varepsilon=h\nu$  和物质波的动量与波长的关系  $p=h/\lambda$ ，整体难度较低。

解答相应的题目时，主要利用上述两个数量关系，对题目的条件加以分析判断或简单计算，从而得到相应的结论或结果。

由于量子理论和波粒二象性同时涉及粒子和波，因此有时需与电磁学、光的传播等方面的知识和公式共同使用。

本章的知识概念以描述为主，且靠近物理学研究前沿，因此有较大的可能出现创新题。分析解答创新题的思路是通用的：耐心而又细心地读题，理解题目涉及的物理现象或实验装置的主要过程，结合课本里的知识，主要使用逻辑推理和分析解答。

1. (2020 江苏) “测温枪” (学名“红外线辐射测温仪”) 具有响应快、非接触和操作方便等优点。它是根据黑体辐射规律设计出来的，能将接收到的人体热辐射转换成温度显示。若人体温度升高，则人体热辐射强度  $I$  及其极大值对应的波长  $\lambda$  的变化情况是 ( )

- A.  $I$  增大,  $\lambda$  增大
- B.  $I$  增大,  $\lambda$  减小
- C.  $I$  减小,  $\lambda$  增大
- D.  $I$  减小,  $\lambda$  减小

解析：已知测温枪是根据黑体辐射规律设计出来的，根据黑体辐射的规律，人体的温度升高，则热辐射强度  $I$  增大，且辐射出的能量子的能量也增大。

能量子的能量大小与波长的关系为： $\varepsilon=h\nu=h\cdot\frac{1}{T}=h\cdot\frac{c}{\lambda}$ ，其中普朗克常数  $h$  和光速  $c$  是定值。若能量子的能量  $\varepsilon$  增大，则  $\lambda$  减小。

本题选 B。



C. 从  $n=3$  能级跃迁到  $n=4$  能级需吸收  $0.66\text{ eV}$  的能量

D.  $n=3$  能级的氢原子电离至少需要吸收  $13.6\text{ eV}$  的能量

解析：原子从高能级跃迁到低能级时，可释放出光子，光子的能量等于不同能级的能量差，且光子的能量与频率之间满足关系  $\varepsilon = h\nu$ 。题目给出了氢原子能级示意图，根据单位可判断，图中左侧应该是能级的序号，右侧是能级的能量。结合题图逐个分析判断各选项。

选项 A，示意图中给出了 5 个能级，不同的能级配对有  $C_5^2 = 10$  种组合，因此可辐射出至少 10 种频率的光子。错误，排除。

选项 B，从  $n=3$  能级跃迁到  $n=1$  能级比跃迁到  $n=2$  能级释放的能量更多，根据  $\varepsilon = h\nu$  可知，前者辐射的光子频率更高。错误，排除。

选项 C，根据示意图中的数据可得，从  $n=3$  能级跃迁到  $n=4$  能级需吸收的能量为： $-0.85 - (-1.51) = 0.66\text{ eV}$ 。正确，备选。

选项 D， $n=3$  能级的氢原子电离，相当于从  $n=3$  能级跃迁到  $n=\infty$  能级，需吸收的能量为  $0 - (-1.51) = 1.51\text{ eV}$ 。错误，排除。

本题选 C。

4. (2021 天津) 光刻机是制造芯片的核心装备，利用光源发出的紫外线，将精细图投影在硅片上，再经技术处理制成芯片。为提高光刻机清晰投影最小图像的能力，在透镜组和硅片之间充有液体。紫外线进入液体后与其在真空中相比 ( )

A. 波长变短

B. 光子能量增加

C. 频率降低

D. 传播速度增大

解析：题干是关于光刻机的背景知识，与题目关联不大，题目的实际问题是紫外线进入液体后与其在真空中相比，发生了哪些变化。

已知光在真空中的速度  $c$  最快，进入液体后速度降低减小，假设为  $v$ 。光波本身振动的频率不变  $f$ ，即光子本身振动的频率不变  $f$ ，

光振动的周期  $T$  也不变，于是光的波长  $\lambda = vT$  变小。

逐个分析判断各选项：

选项 A，由于光的速度  $v$  减小，周期  $T$  不变，因此波长  $\lambda = vT$  减小。

正确，备选。

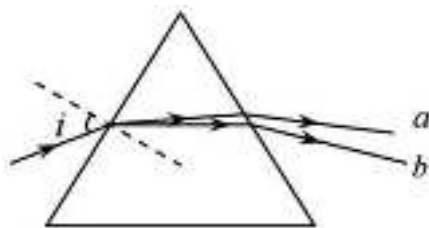
选项 B，由于光子的频率不变，因此光子的能量不变。错误，排除。

选项 C，光波的振动频率不随进入不同介质而改变。错误，排除。

选项 D，光在真空中的速度最快，在其他介质中的速度都小于真空中。错误，排除。

本题选 A。

5. (2017 天津) 明代学者方以治在《阳燧倒影》中记载：“凡宝石面凸，则光成一条，有数棱则必有一面多色”，表明白光通过多棱晶体折射会发生色散现象。如图所示，一束复色光通过三棱镜后分解成两束单色光 a、b，下列说法正确的是 ( )



A. 若增大入射角  $i$ ，则 b 光先消失

B. 在该三棱镜中 a 光波长小于 b 光

C. a 光能发生偏振现象，b 光不能发生

D. 若 a、b 光分别照射同一光电管都能发生光电效应，则 a 光的遏止电压低

解析：古文的大致意思为：凡是宝石的表面凸出来，则光线变成一条。若（宝石）有数条棱，则必然有一面有多种颜色。描述的是色散的现象。如果不理解古文的意思，也不影响做题。

题目已知古文表明白光通过多棱晶体折射会发生色散现象，题图

为一束复色光通过三棱镜后分解成两束单色光 a、b。读图可知，a 光的偏转程度小于 b 光，因此 a 光的折射率小于 b 光。

逐个分析判断各选项。

选项 A，只有当光线从光密介质进入光疏介质时，若入射角小到一定值，才会发生全反射现象，折射光小时。三棱镜相对于空气是光密介质，因此光线从空气射入三棱镜不会发生全反射现象，两束光都不会消失。错误，排除，

选项 B，读图可知，b 光的折射率大于 a 光： $n_b > n_a$ 。

由于光的频率越大，则折射率也越大，因此  $f_b > f_a$

又由于真空中的光速  $c$  为定值，所以  $\frac{c}{v_b} > \frac{c}{v_a}$ ，可得  $v_a > v_b$ 。

因为  $\lambda = \frac{v}{f}$ ，所以  $\lambda_a = \frac{v_a}{f_a} > \frac{v_b}{f_b} = \lambda_b$ 。错误，排除。

选项 C，光能否发生偏振现象与光的振动方向有关，与光的折射率无关。错误，排除。

选项 D，根据光的折射率与频率的关系可知得  $f_b > f_a$ 。

遏止电压为  $U_c = \frac{hf - W_0}{e}$ 。其中  $W_0$  为逸出功， $e$  为元电荷。由于  $f_b > f_a$ ，所以 a 光的遏止电压小于 b 光。正确，备选。

本题选 D。

6. (2021 浙江) 已知普朗克常量  $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ，电子的质量为  $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ，一个电子和一滴直径约为  $4 \mu\text{m}$  的油滴具有相同动能，则电子与油滴的德布罗意波长之比的数量级为 ( )

A.  $10^{-8}$

B.  $10^6$

C.  $10^8$

D.  $10^{16}$

解析：物质的动量  $p$  与其德布罗意波的波长  $\lambda$  之间的关系为  $p = \frac{h}{\lambda}$ ，

其中  $h$  为普朗克常数。电子与油滴的德布罗意波长之比，等于它们的动量之比的倒数。

已知一个电子和一滴直径约为  $4\text{ }\mu\text{m}$  的油滴具有相同动能，设动能为  $E_k$ 。还已知电子的质量  $m_e = 9.11 \times 10^{-31}\text{ kg}$ ，则电子的速度  $v_e$  满足关系  $E_k = \frac{1}{2} m_e v_e^2$ ，解得  $v_e = \sqrt{\frac{2E_k}{m_e}}$ ，则电子的动量为  $p_e = m_e v_e = \sqrt{2m_e E_k}$ 。

同理，油滴的动量为  $p_{\text{油}} = \sqrt{2m_{\text{油}} E_k}$ ，但是不知道油滴的质量。由于题目只需要估算数量级，油的密度与水在同一个数量级，可以近似当作  $\rho = 10^3\text{ kg/m}^3$ （如果熟悉各类数据的话，可知油的密度实际上约为  $\rho = 0.8 \times 10^3\text{ kg/m}^3$ ，但为了方便计算，就用水的密度）

将油滴近似看作球体，则直径约为  $4\text{ }\mu\text{m}$  的油滴的体积为：

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (4 \times 10^{-6})^3\text{ m}^3。作近似计算：\frac{3.14}{3} \approx 1，则 V = 4^4 \times 10^{-18}\text{ m}^3。$$

油滴的质量为  $m_{\text{油}} = 10^3\text{ kg/m}^3 \times 4^4 \times 10^{-18}\text{ m}^3 = 4^4 \times 10^{-15}\text{ kg} = 2.56 \times 10^{-13}\text{ kg}$ 。

电子与油滴的德布罗意波长之比约为：

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_{\text{油}}} = \frac{p_{\text{油}}}{p_e} \frac{\sqrt{2m_{\text{油}} E_k}}{\sqrt{2m_e E_k}} = \sqrt{\frac{m_{\text{油}}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2.56 \times 10^{-13}}{9.11 \times 10^{-31}}} \approx \sqrt{\frac{1}{4} \times \frac{10^{-13}}{10^{-31}}} = \frac{1}{2} \times 10^9 = 5 \times 10^8$$

数量级为  $10^8$ 。

本题选 C。

如果计算得到的数量级为  $10^9$ ，则可以看作  $10 \times 10^8$ ，只要前面的数字在  $1 \sim 10$  都可以粗略估算，找到误差在  $10$  倍以内的选项即可。

7.（2021 北京）北京高能光源是我国首个第四代同步辐射光源，计划于 2025 年建成。同步辐射光具有光谱范围宽（从远红外到 X 光波段，波长范围约为  $10^{-5}\text{ m} \sim 10^{-11}\text{ m}$ ，对应能量范围约为  $10^{-1}\text{ eV} \sim 10^5\text{ eV}$ ）、光源亮度高、偏振性好等诸多特点，在基础科学研究、应用科学和工艺学等领域已得到广泛应用。

速度接近光速的电子在磁场中偏转时，会沿圆弧轨道切线发出电

磁辐射，这个现象最初是在同步加速器上观察到的，称为“同步辐射”。以接近光速运动的单个电子能量约为 $10^9 \text{ eV}$ ，回旋一圈辐射的总能量约为 $10^4 \text{ eV}$ ，下列说法正确的是（ ）

- A. 同步辐射的机理与氢原子发光的机理一样
- B. 用同步辐射光照射氢原子，不能使氢原子电离
- C. 蛋白质分子的线度约为 $10^{-8} \text{ m}$ ，不能用同步辐射光得到其衍射图样
- D. 尽管向外辐射能量，但电子回旋一圈后能量不会明显减小

解析：题干第一段是背景信息，介绍了同步辐射光源计划，以及光谱范围宽、光源亮度高、偏振性好等特点，还已知其波段范围及波长和能量范围。

第二段已知速度接近光速的电子在磁场中偏转时，会沿圆弧轨道切线发出电磁辐射。电子在磁场中受到洛伦兹力作用做圆周运动。

原子发出辐射是因为电子在不同能级的轨道之间跃迁时释放能量，电子做圆周运动时不存在不同能级的轨道跃迁，因此原理与原子不同。

还已知以接近光速运动的单个电子能量约为 $10^9 \text{ eV}$ ，同步辐射的能量范围约为 $10^{-1} \text{ eV} \sim 10^5 \text{ eV}$ ，远小于电子本身的能量，辐射出的能量对电子本身的影响很小，有一定可能是来自比电子更小的结构层面发生的变化。

逐个分析判断各选项：

选项 A，前面已经分析。错误，排除。

选项 B，氢原子电离所需的能量大约十几 $\text{eV}$ ，同步辐射的能量范围中有大于该值的，因此同步辐射光照射可使氢原子电离。错误，排除。

选项 C，当光波的波长与孔径的大小接近或略大于孔径时，可发生衍射现象。已知波长范围约为 $10^{-5} \text{ m} \sim 10^{-11} \text{ m}$ ，蛋白质分子的线度约

为  $10^{-8} \text{ m}$ ，有一部分波长与蛋白质分子的线度接近，因此能用同步辐射光得到其衍射图样。错误，排除。

选项 D，已知接近光速运动的单个电子能量约为  $10^9 \text{ eV}$ ，电子回旋一圈后释放的能量约为  $10^4 \text{ eV}$ ，二者数量级相差很大，辐射的能量可以忽略不计，因此电子回旋一圈后能量不会明显减小。正确，备选。

本题选 D。

8. (2019 江苏) 在“焊接”视网膜的眼科手术中，所用激光的波长  $\lambda = 6.4 \times 10^{-7} \text{ m}$ ，每个激光脉冲的能量  $E = 1.5 \times 10^{-2} \text{ J}$ 。求每个脉冲中的光子数目。(已知普朗克常量  $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ，光速  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ 。计算结果保留一位有效数字)

解析：根据光量子的能量与频率的关系  $\varepsilon = h\nu$  和频率与波长的关系  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  可得该激光的光量子的能量为：

$$\varepsilon = h \frac{c}{\lambda} = 6.63 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{6.4 \times 10^{-7}} = 3 \times 10^{-19} \text{ (J)}$$

因为每个激光脉冲的能量为  $E = 1.5 \times 10^{-2} \text{ J}$ ，因此每个脉冲中的光子数目为：

$$n = \frac{E}{\varepsilon} = \frac{1.5 \times 10^{-2}}{3 \times 10^{-19}} = 5 \times 10^{16} \text{ (个)}$$



## 第二十一章 原子和原子核

关于原子和原子核的题目重点是原子核的变化, 主要涉及核反应方程式的书写和推断, 以及衰变和半衰期的有关计算, 有时会用到质能方程。

对于核反应方程式的题目, 分析思路与化学反应方程式的书写和推断类似, 解题的关键是质量数守恒和电荷数守恒, 需特别注意可能出现一些质量数或电荷数为零的粒子。

对于衰变和半衰期的题目, 解题的关键是半衰期的定义式和粒子衰变过程中未衰变的粒子数占总数的数量关系, 主要表现为数学问题。另外, 有一些自然现象虽然不是粒子的衰变, 但变化规律与衰变相同, 因此需使用相同的思路。

除了上述与方程式和计算有关的题目外, 原子和原子核中也涉及到原子的结构及物理模型、原子光谱、放射现象等以描述为主的知识, 也需要牢固掌握。

微观世界是物理学研究的前沿领域之一, 也是创新题和场景题较多出现的块面, 关于原子的结构和变化规律的知识是分析解决此类题目的主要依据。

1. (2021 湖南) 核废料具有很强的放射性, 需要妥善处理。下列说法正确的是 ( )

- A. 放射性元素经过两个完整的半衰期后, 将完全衰变殆尽
- B. 原子核衰变时电荷数守恒, 质量数不守恒
- C. 改变压力、温度或浓度, 将改变放射性元素的半衰期
- D. 过量放射性辐射对人体组织有破坏作用, 但辐射强度在安全剂量内则没有伤害

解析: 本题要求判断跟核废料有关的说法, 逐个分析判断各选项:

选项 A, 根据半衰期的定义, 放射性元素经过两个完整的半衰期

后，将剩余原来的四分之一，而不是完全衰变殆尽。错误，排除。

选项 B，原子核衰变是核反应的一种，遵循电荷数守恒和质量数守恒，但具体的质量可能会亏损。错误，排除。

选项 C，放射性元素的半衰期是原子核本身的性质，与外界环境无关。错误，排除。

选项 D，过量放射性辐射对人体组织有破坏作用，正确。安全剂量的规定就是根据对人体是否有伤害确定的，也正确。备选。

本题选 D。

2. (2021 北京) 硼 (B) 中子俘获治疗是目前最先进的癌症治疗手段之一。治疗时先给病人注射一种含硼的药物，随后用中子照射，硼俘获中子后，产生高杀伤力的  $\alpha$  粒子和锂 (Li) 离子。这个核反应的方程是 ( )

A.  ${}^{10}_5\text{B} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^7_3\text{Li} + {}^4_2\text{He}$

B.  ${}^{11}_5\text{B} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + {}^1_0\text{n}$

C.  ${}^{14}_7\text{N} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + {}^1_1\text{H}$

D.  ${}^{14}_7\text{N} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{14}_6\text{C} + {}^1_1\text{H}$

解析：已知硼俘获中子后，产生高杀伤力的  $\alpha$  粒子和锂 (Li) 离子，则反应物为硼 B 和中子  ${}^1_0\text{n}$ ，产物为  $\alpha$  粒子 (氦核 He) 和锂离子 Li。只有选项 A 的反应物和产物符合。

本题选 A。

3. (2022 湖北) 上世纪四十年代初，我国科学家王淦昌先生首先提出证明中微子存在的实验方案：如果静止原子核  ${}^7_4\text{Be}$  俘获核外 K 层电子 e，可生成一个新原子核 X，并放出中微子  $\nu_e$ ，即  ${}^7_4\text{Be} + {}^0_{-1}\text{e} \rightarrow \text{X} + {}^0_0\nu_e$ 。根据反应后原子核 X 的动能和动量，可以间接测量中微子的能量和动量，进而确定中微子的存在。下列说法正确的是 ( )

- A. 原子核 X 是  ${}^7_3\text{Li}$
- B. 核反应前后的总质子数不变
- C. 核反应前后总质量数不同
- D. 中微子  $\nu_e$  的电荷量与电子的相同

解析：对于核反应方程式  ${}^7_4\text{Be} + {}^0_{-1}\text{e} \rightarrow \text{X} + {}^0_0\nu_e$ ，使用质量数守恒和电荷数守恒，可求得 X 的质量数为  $7+0-0=7$ ，核电荷数为： $4+(-1)-0=3$ ，即  ${}^7_3\text{X}$ 。根据核电荷数可知 X 是 Li 元素，即  ${}^7_3\text{Li}$ 。

还已知根据反应后原子核 X 的动能和动量，可以间接测量中微子的能量和动量，进而确定中微子的存在。在计算过程中需考虑可能发生的质量亏损对能量的影响。

逐个分析判断各选项：

选项 A，原子核 X 是  ${}^7_3\text{Li}$ 。正确，备选。

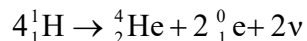
选项 B，反应前的质子数为 4，反应后的质子数为 3，核反应前后的总质子数减少了 1。错误，排除。

选项 C，核反应遵循质量数守恒，具体的质量可能发生变化，总质量数不变。错误，排除。

选项 D，根据方程式中中微子表示为  ${}^0_0\nu_e$  可知，其电荷量为 0，与电子的不同。错误，排除。

本题选 A。

4. (2019 全国 II) 太阳内部核反应的主要模式之一是质子—质子循环，循环的结果可表示为



已知  ${}^1_1\text{H}$  和  ${}^4_2\text{He}$  的质量分别为  $m_p=1.0078\text{u}$  和  $m_\alpha=4.0026\text{u}$ ， $1\text{u}=931\text{MeV}/c^2$ ， $c$  为光速。在 4 个  ${}^1_1\text{H}$  转变成 1 个  ${}^4_2\text{He}$  的过程中，释放的能量约为 ( )

A. 8 MeV

B. 16 MeV

C. 26 MeV

D. 52 MeV

解析：已知太阳内部发生的一个核反应为  $4 {}_1^1\text{H} \rightarrow {}_2^4\text{He} + 2 {}_1^0\text{e} + 2\nu$ ，根据质量数守恒和电荷数守恒，最后的  $\nu$  的质量数和电荷数都为 0。需注意，反应方程式中电子  ${}_1^0\text{e}$  的电荷量为正数，可能是正电子。总之方程式是配平的就行。

还已知  ${}_1^1\text{H}$  和  ${}_2^4\text{He}$  的质量，要求 4 个  ${}_1^1\text{H}$  转变成 1 个  ${}_2^4\text{He}$  的过程中释放的能量，可使用质能方程计算。既然题目没有提供正电子  ${}_1^0\text{e}$  和  $\nu$  的质量，就先不予以考虑。

题目给出的质量的单位是 u，且  $1\text{u} = 931\text{MeV}/c^2$ ，根据质能方程  $E = mc^2$ ，用该数值与  $c^2$  相乘恰好得到具体的数字，且单位是 MeV，与选项一致。

$$\begin{aligned}\Delta E &= 4m_{\text{p}}c^2 - m_{\alpha}c^2 = (4m_{\text{p}} - m_{\alpha})c^2 \\ &= (4 \times 1.0078\text{ u} - 4.0026\text{ u})c^2 \\ &= (4 \times 1.0078 - 4.0026)\text{u}c^2 \\ &= (4 \times 1.0078 - 4.0026) \times (931\text{ MeV}/c^2) \times c^2 \\ &= (4 \times 1.0078 - 4.0026) \times 931\text{ MeV} \\ &= 0.0286 \times 931\text{ MeV} \\ &\approx 0.028 \times 1000\text{ MeV} \\ &= 28\text{ MeV}\end{aligned}$$

近似等于选项 C。

本题选 C。

5. (2018 江苏) 已知 A 和 B 两种放射性元素的半衰期分别为  $T$  和  $2T$ ，则相同质量的 A 和 B 经过  $2T$  后，剩下的 A 和 B 的质量之比为 ( )

A. 1:4

B. 1:2

C. 2:1

D. 4:1

解析：设 A 和 B 的质量都是  $m_0$ 。

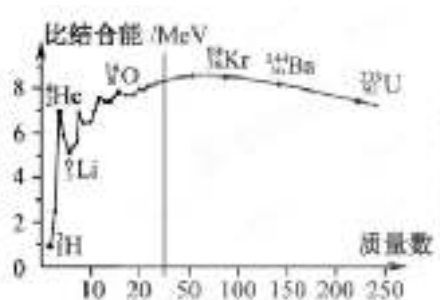
已知 A 的半衰期为  $T$ ，A 经过第一个  $T$  后，剩下的质量为  $\frac{m_0}{2}$ ，经过第二个  $T$  后，剩下的质量为  $\frac{m_0}{4}$ 。

B 的半衰期为  $2T$ ，经过  $2T$  后，剩下的质量为  $\frac{m_0}{2}$ 。

剩下的 A 和 B 的质量之比为  $\frac{m_0}{4} : \frac{m_0}{2} = 1:2$ 。

本题选 B。

6. (2017 江苏) (多选) 原子核的比结合能曲线如图所示。根据该曲线，下列判断正确的有 ( )



- A.  ${}^4_2\text{He}$  核的结合能约为 14 MeV
- B.  ${}^4_2\text{He}$  核比  ${}^6_3\text{Li}$  核更稳定
- C. 两个  ${}^2_1\text{H}$  核结合成  ${}^4_2\text{He}$  核时释放能量
- D.  ${}^{235}_{92}\text{U}$  核中核子的平均结合能比  ${}^{89}_{36}\text{Kr}$  核中的大

解析：题图为原子核的比结合能曲线，横坐标是质量数，纵坐标是比结合能。比结合能是把构成原子核的核子分开所需要的能量与核子数的比值。根据题图逐个分析判断各选项：

选项 A，根据题图可知  ${}^4_2\text{He}$  核的比结合能约为 7 MeV， ${}^4_2\text{He}$  核的质量数为 4，因此起结合能为  $4 \times 7 \text{ MeV} = 28 \text{ MeV}$ 。错误，排除。

选项 B， ${}^4_2\text{He}$  核的比结合能比  ${}^6_3\text{Li}$  核的大，因此平均把  ${}^4_2\text{He}$  核的每个核子分开所需要的能量比  ${}^6_3\text{Li}$  核的大， ${}^4_2\text{He}$  核更难以分开，也就更稳定。正确，备选。

选项 C,  ${}^2_1\text{H}$  核的比结合能为  $1\text{ MeV}$ , 把 1 个  ${}^2_1\text{H}$  核拆分成一个质子和一个中子所需要吸收的能量为  $2\text{ MeV}$ , 则把 2 个  ${}^2_1\text{H}$  核拆分成两个质子和两个中子所需要吸收的能量为  $4\text{ MeV}$ 。

${}^4_2\text{He}$  核的比结合能为, 把 1 个  ${}^4_2\text{He}$  核拆分成两个质子和两个中子所需要吸收的能量为  $28\text{ MeV}$ 。

把 1 个  ${}^4_2\text{He}$  核拆分成两个质子和两个中子, 可以分为两个步骤: 第一步把 1 个  ${}^4_2\text{He}$  核拆分成两个  ${}^2_1\text{H}$ , 第二步把 2 个  ${}^2_1\text{H}$  核拆分成两个质子和两个中子。

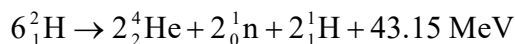
两步加起来需要吸收  $28\text{ MeV}$  能量, 第二步需要吸收  $4\text{ MeV}$  能量, 可求得第一步需要吸收  $24\text{ MeV}$  能量。

两个  ${}^2_1\text{H}$  核结合成  ${}^4_2\text{He}$  核的过程, 可以看作把  ${}^4_2\text{He}$  核拆分成两个  ${}^2_1\text{H}$  核的逆过程。拆分需要吸收能量, 那么结合会释放能量。正确, 备选。

选项 D, 比结合能相当于核子的平均结合能, 读图可知  ${}^{235}_{92}\text{U}$  核中核子的平均结合能比  ${}^{89}_{36}\text{Kr}$  核中的小。错误, 排除。

本题选 BC。

7. (2020 全国 II) 氘核  ${}^2_1\text{H}$  可通过一系列聚变反应释放能量, 其总效果可用反应式



表示。海水中富含氘, 已知  $1\text{ kg}$  海水中含有的氘核约为  $1.0 \times 10^{22}$  个, 若全都发生聚变反应, 其释放的能量与质量为  $M$  的标准煤燃烧时释放的热量相等; 已知  $1\text{ kg}$  标准煤燃烧释放的热量约为  $2.9 \times 10^7\text{ J}$ ,  $1\text{ MeV} = 1.6 \times 10^{-13}\text{ J}$ , 则  $M$  约为 ( )

A.  $40\text{ kg}$

B.  $100\text{ kg}$

C.  $400\text{ kg}$

D.  $1000\text{ kg}$

解析: 已知核反应方程式  $6 {}^2_1\text{H} \rightarrow 2 {}^4_2\text{He} + 2 {}^1_0\text{n} + 2 {}^1_1\text{H} + 43.15\text{ MeV}$ , 先简

单确认一下质量数守恒和电荷数守恒。

已知1kg海水中含有的氘核约为 $1.0 \times 10^{22}$ 个，若全发生反应释放的能量等于质量为 $M$ 的标准煤燃烧时释放的热量。

又已知1kg标准煤燃烧释放的热量约为 $2.9 \times 10^7 \text{ J}$ ，那么质量为 $M$ 的标准煤燃烧时释放的热量为 $2.9 \times 10^7 M \text{ J}$ 。

则每个氘核发生核反应释放的热量为 $\frac{2.9 \times 10^7 M \text{ J}}{1.0 \times 10^{22}} = 2.9 \times 10^{-15} M \text{ J}$ 。

根据核反应方程式，6个氘核发生反应释放的能量为43.15 MeV，将单位换算为焦耳为 $43.15 \times 1.6 \times 10^{-13} \text{ J}$ ，即每个氘核发生反应释放的能量为 $\frac{43.15 \times 1.6 \times 10^{-13}}{6} \text{ J}$ 。

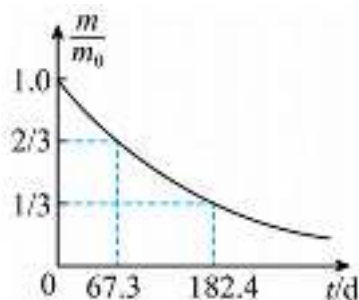
$$\text{即： } 2.9 \times 10^{-15} M \text{ J} = \frac{43.15 \times 1.6 \times 10^{-13}}{6} \text{ J}$$

$$2.9 \times 10^{-15} M = \frac{43.15 \times 1.6 \times 10^{-13}}{6}$$

$$M = \frac{43.15 \times 1.6 \times 10^{-13}}{6 \times 2.9 \times 10^{-15}} \approx \frac{43 \times 1.6 \times 100}{6 \times 2.9} \approx 400$$

本题选 C。

8. (2021 全国乙) 医学治疗中常用放射性核素 $^{113}\text{In}$ 产生 $\gamma$ 射线，而 $^{113}\text{In}$ 是由半衰期相对较长的 $^{113}\text{Sn}$ 衰变产生的。对于质量为 $m_0$ 的 $^{113}\text{Sn}$ ，经过时间 $t$ 后剩余的 $^{113}\text{Sn}$ 质量为 $m$ ，其 $\frac{m}{m_0}-t$ 图线如图所示。从图中可以得到 $^{113}\text{Sn}$ 的半衰期为 ( )



A. 63.7 d

B. 101.0 d

C. 115.1 d

D. 124.9 d

解析：已知  $^{113}\text{Sn}$  衰变产生  $^{113}\text{In}$ ，题图给出了剩余  $^{113}\text{Sn}$  的质量与初始质量的比值与时间的关系图，可读出两个点 (67.3, 2/3) 和 (182.4, 1/3)。

核子衰变过程中，剩余未衰变的百分比与时间和半衰期的关系

为：
$$t_x = t_{1/2} \cdot \frac{\ln(1/x)}{\ln 2}$$

代入  $t = 67.3$ ， $x = 2/3$  得：

$$67.3 = t_{1/2} \cdot \frac{\ln(1/(2/3))}{\ln 2}$$

$$67.3 = t_{1/2} \cdot \frac{\ln(3/2)}{\ln 2}$$

$$67.3 = t_{1/2} \cdot \frac{\ln 3 - \ln 2}{\ln 2}$$

$$t_{1/2} = \frac{67.3 \ln 2}{\ln 3 - \ln 2}$$

很难计算出具体数值，再将  $t = 182.4$ ， $x = 1/3$  代入试试：

$$182.4 = t_{1/2} \cdot \frac{\ln(1/(1/3))}{\ln 2}$$

$$182.4 = t_{1/2} \cdot \frac{\ln 3}{\ln 2}$$

利用该表达式可求得  $\frac{\ln 3}{\ln 2} = \frac{182.4}{t_{1/2}}$ ，将其代入前面计算过程中的

$$67.3 = t_{1/2} \cdot \frac{\ln 3 - \ln 2}{\ln 2} :$$

$$67.3 = t_{1/2} \cdot \frac{\ln 3 - \ln 2}{\ln 2}$$

$$67.3 = t_{1/2} \cdot \left( \frac{\ln 3}{\ln 2} - \frac{\ln 2}{\ln 2} \right)$$

$$67.3 = t_{1/2} \cdot \left( \frac{182.4}{t_{1/2}} - 1 \right)$$

$$67.3 = 182.4 - t_{1/2}$$

$$t_{1/2} = 67.3 = 115.1$$

本题选 C。



如果忘记了公式  $t_x = t_{1/2} \cdot \frac{\ln(1/x)}{\ln 2}$ ，需要知道剩余未衰变的核子的数量  $x$  与初始的核子的数量  $x_0$  的比值与时间  $t$  对数关系  $\ln \frac{x}{x_0} = -kt$ ，然后代入数据计算。

如果两个公式都忘记，需要从衰变的指数变化推导，设单位时间内衰变的核子占总数的百分比为  $k$ ，即  $\frac{dx}{dt} = -kx$ ，利用积分求得关系  $\ln \frac{x}{x_0} = -kt$ 。背公式和用微积分推导，总得掌握一项。

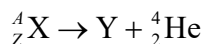
9. (2017 北京) 在磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中，一个静止的放射性原子核发生了一次  $\alpha$  衰变。放射出的  $\alpha$  粒子 ( ${}_2^4\text{He}$ ) 在与磁场垂直的平面内做圆周运动，其轨道半径为  $R$ 。以  $m$ 、 $q$  分别表示  $\alpha$  粒子的质量和电荷量。

(1) 放射性原子核用  ${}_Z^AX$  表示，新核的元素符号用  $Y$  表示，写出该  $\alpha$  衰变的核反应方程。

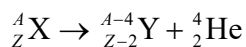
(2)  $\alpha$  粒子的圆周运动可以等效成一个环形电流，求圆周运动的周期和环形电流的大小。

(3) 设该衰变过程释放的核能都转化为  $\alpha$  粒子和新核的动能，新核的质量为  $M$ ，求衰变过程的质量亏损  $\Delta m$ 。

解析：(1) 放射性原子核用  ${}_Z^AX$ ，新核的元素符号用  $Y$  表示，发生了一次  $\alpha$  衰变需放射出一个  $\alpha$  粒子  ${}_2^4\text{He}$ ，因此核反应方程式为：



为保险起见，最好根据质量数守恒和电荷数守恒计算并标注出  $Y$  的电荷数和质量数：



(2)  $\alpha$  粒子的圆周运动可以等效成一个环形电流，设线速度的

大小为  $v$ ，洛伦兹力提供向心力，可得： $qvB = \frac{mv^2}{R}$ ，

$$\text{解得： } v = \frac{qRB}{m}$$

$$\text{角速度为： } \omega = \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$$

$$\text{周期为： } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

电流的大小等于单位时间通过横截面积的电荷量，等于单位时间内粒子通过任意横截面积的次数与粒子电荷量的乘积：

$$I = \frac{q}{T} = \frac{q^2 B}{2\pi m}$$

需注意，不能用公式  $I = qv$ 。这是因为粒子形成的是环形电流，单位时间内可能多次经过同一横截面积。公式  $I = qv$  并未考虑同一粒子多次经过同一横截面积的情况。

(3) 设该衰变过程释放的核能都转化为  $\alpha$  粒子和新核的动能，上一问求得了  $\alpha$  粒子的速度，结合其质量可求得  $\alpha$  粒子的动能。

由于放射性原子核原来是静止的，因此产生的  $\alpha$  粒子和新核遵循动量守恒，可根据  $\alpha$  粒子的动量求得新核的动量。

$$\alpha \text{ 粒子的动量的大小为： } p_{\alpha} = mv = qRB$$

$$\text{新核的动量的大小也为 } p_Y = qRB$$

$$\text{已知新核的质量为 } M, \text{ 则新核的速度为： } v_Y = \frac{p_Y}{M} = \frac{qRB}{M}$$

$$\alpha \text{ 粒子的动能为： } E_{\alpha} = \frac{1}{2} m \left( \frac{qRB}{m} \right)^2 = \frac{q^2 R^2 B^2}{2m}$$

$$\text{新核的动能为： } E_Y = \frac{1}{2} M \left( \frac{qRB}{M} \right)^2 = \frac{q^2 R^2 B^2}{2M}$$

$$\text{衰变释放的核能为： } \Delta E = E_{\alpha} + E_Y = \frac{q^2 R^2 B^2}{2m} + \frac{q^2 R^2 B^2}{2M}$$

$$\text{根据质能方程 } E = mc^2, \text{ 质量亏损为： } \Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{q^2 R^2 B^2}{2mc^2} + \frac{q^2 R^2 B^2}{2Mc^2}$$

## 第二十二章 力学实验

实验是自然科学的基础，在科学研究中，通常实验才是自然科学的主要部分。由于物理理论相对较为完备，可以脱离实际只针对理论出题，因此也有专门针对实验的题目。

牛顿力学是高中物理非常基本、重要、篇幅占比巨大的块面，因此也有较多的实验题是在牛顿力学的框架下，主要涉及物体的运动、物体的受力平衡、立于运动、机械能、动量等。

实验题有两个方面与纯理论题有非常显著的差别：一是数据的获取。理论题中通常会直接给出各类数据，实验题中经常需要根据题目中的信息读取或推断得到物理数据，因此需要熟悉各类主要的实验测量工具，知道它们的原理和用法。

二是实验误差和错误。理论题往往都是非常理想化的条件，直接找公式、套公式、进行数学分析处理就可以解决。但实际上现阶段学习的物理理论都是粗略的近似，在实验题中经常需要考虑由于物理公式中采取的近似处理导致的系统误差、实际测量中出现的随机误差等。有时题目还会刻意“犯错”，要求从理论和操作中找出错误的原因并纠正错误。对于涉及误差和“错误”的实验题，关键在于熟练掌握物理理论的推导过程，特别是当中涉及到的近似处理。

除了上述两方面非常明显的主要区别外，解决实验题与理论题的都需要建立在最基本的物理概念和理论的透彻掌握的基础上，题目的形式无论如何多变，都离不开获取数据、物理规律、数学处理的基本框架。

1. (2020 浙江)(2) 某同学用单摆测量重力加速度，

①为了减少测量误差，下列做法正确的是\_\_\_\_\_ (多选)；

A. 单摆的振幅越大越好

B. 摆球质量大些、体积小些

C. 摆线尽量细些、长些、伸缩性小些

D. 计时的起、止位置选择摆球达到的最高点处

②改变摆长，多次测量，得到周期平方与摆长的关系图像如图 3 所示，所得结果与当地重力加速度值相符，但发现其延长线没有过原点，其原因可能是\_\_\_\_\_。

A. 测周期时多数了一个周期

B. 测周期时少数了一个周期

C. 测摆长时直接将摆线的长度作为摆长

D. 测摆长时将摆线的长度加上摆球的直径作为摆长

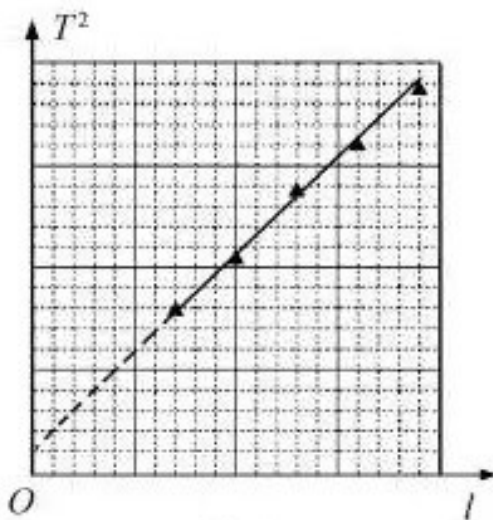


图 3

解析：单摆的周期  $T$ 、单摆的长度  $l$  与重力加速度  $g$  的关系为：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \text{ 可变形为: } g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \text{ 可根据测量单摆的长度 } l \text{ 和单摆的周期 } T \text{ 计算得到重力加速度 } g.$$

①逐个分析判断各选项：

选项 A，摆的振幅越大越好单摆只有在最大振幅偏离平衡位置的角度不大于  $10^\circ$  时，才能近似使用上述公式，因此并非振幅越大越好。错误，排除。

选项 B，摆球质量大些，可以忽略摆线的质量。正确。摆球的体

积小些, 可以让单摆的长度更加接近摆线的长度。正确。备选。

选项 C, 摆线尽量细些, 更加接近没有体积的直线。摆线尽量长些, 测得的绳长可以更加等于单摆长。摆线尽量伸缩性小些, 使得单摆长度尽可能不变, 且不产生其他方向的运动造成干扰。正确。备选。

选项 D, 摆球达到最高点处的位置较难以确定, 摆球通过最低点时的位置很容易确定, 且时间很短方便掐表。错误, 排除。

综上, 选择 BC。

②图中横坐标为摆长  $l$ , 纵坐标为周期平方  $T^2$ 。

将公式  $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$  变形为:  $T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l$ , 可知  $T^2 - l$  的图像应当是一条经过原点的直线, 斜率为  $\frac{4\pi^2}{g}$ 。

但是图中的直线没有经过原点, 而是高出原点, 但是仍是一条直线。因此整体上没有问题, 可能是某个参数的取值有误。逐个分析判断各选项:

选项 A, 如果测周期时多数了一个周期, 那么图中的  $T^2$  实际上是  $(T+1)^2$ , 但  $(T+1)^2 = T^2 + 2T + 1 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l + 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} + 1$ , 与  $l$  不是直线关系。不可能, 排除。

选项 B, 如果测周期时少数了一个周期, 那么图中的  $T^2$  实际上是  $(T-1)^2$ , 但  $(T-1)^2 = T^2 - 2T + 1 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l - 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} + 1$ , 与  $l$  也不是直线关系。不可能, 排除。

选项 C, 测摆长时直接将摆线的长度作为摆长, 遗漏了小球的半径  $r$ , 那么图中的  $l$  实际上是  $l-r$ 。

令  $l' = l - r$ , 则  $l = l' + r$ , 那么  $T^2$  与  $l'$  的关系为:  $T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l = \frac{4\pi^2}{g} \cdot (l' + r)$   
 $= \frac{4\pi^2}{g} \cdot l' + \frac{4\pi^2 r}{g}$ 。该支线在  $y$  轴上的截距为  $\frac{4\pi^2 r}{g}$ , 在  $y$  轴上方。正确,

备选。

选项 D, 与上一问相反, 如果测摆长时将摆线的长度加上摆球的直径作为摆长, 那么图中的  $l$  实际上是  $l+r$ 。

令  $l''=l+r$ , 则  $l=l''-r$ , 那么  $T^2$  与  $l''$  的关系为:  $T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l = \frac{4\pi^2}{g} \cdot (l''-r) = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l'' - \frac{4\pi^2 r}{g}$ 。该支线在  $y$  轴上的截距为  $-\frac{4\pi^2 r}{g}$ , 在  $y$  轴下方。错误, 排除。

本题选 C。

2. (2020 全国III) 某同学利用图 (a) 所示装置验证动能定理。调整木板的倾角平衡摩擦阻力后, 挂上钩码, 钩码下落, 带动小车运动并打出纸带。某次实验得到的纸带及相关数据如图 (b) 所示。

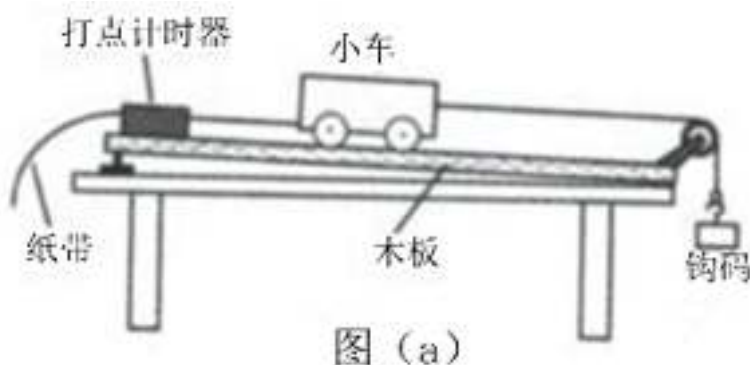


图 (a)

已知打出图 (b) 中相邻两点的时间间隔为  $0.02\text{ s}$ , 从图 (b) 给出的数据中可以得到, 打出 B 点时小车的速度大小  $v_B = \underline{\hspace{2cm}}\text{ m/s}$ , 打出 P 点时小车的速度大小  $v_P = \underline{\hspace{2cm}}\text{ m/s}$ 。(结果均保留 2 位小数)

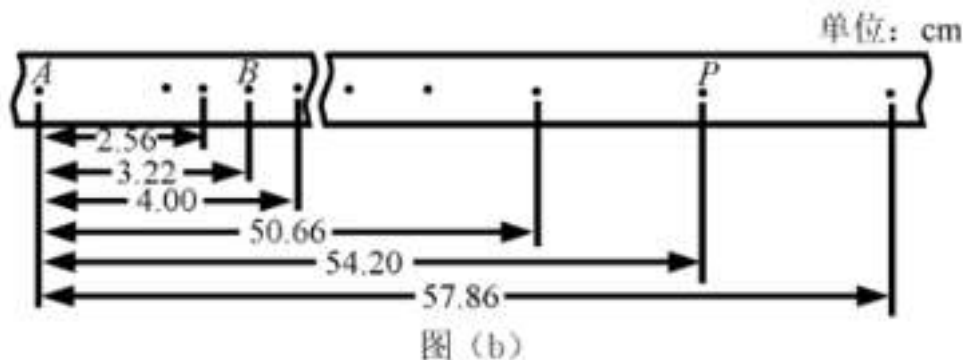


图 (b)

若要验证动能定理，除了需测量钩码的质量和小车的质量外，还需要从图(b)给出的数据中求得的物理量为\_\_\_\_\_。

解析：已知实验装置的目的是验证动能定理。动能定理的内容为合外力对物体的做功等于物体动能的变化量，涉及到的物理量有合外力、位移、质量、速度。

结合图(a)读题：

调整木板的倾角平衡摩擦阻力后，可以忽略装置中的摩擦力。

挂上钩码，钩码下落。把小车和钩码看作一个整体，小车受到的重力、支持力、摩擦力平衡，钩码受到的重力使小车和钩码共同作匀加速直线运动。

带动小车运动，打点计时器打出纸带，纸带上相邻的点的时间间隔相等。

逐个分析解答各小问：

已知打出图(b)中相邻两点的时间间隔为  $0.02\text{ s}$ ，从图(b)中还可直接读出相邻两点之间的位移。

设小车的加速度为  $a$ ，经过点 B 时的速度为  $v_B$ ，则小车经过点 B 前一个点的速度为  $v_B - 0.02a$ ，经过点 B 后一个点的速度为  $v_B + 0.02a$ 。从图中可读出点 B 到前一个点和到后一个点之间的位移分别为  $3.22\text{ cm} - 2.56\text{ cm} = 0.66\text{ cm} = 0.0066\text{ m}$  和  $4.00\text{ cm} - 3.22\text{ cm} = 0.78\text{ cm} = 0.0078\text{ m}$ 。

根据匀加速直线运动中的数量关系可得：

$$v_B^2 - (v_B - 0.02a)^2 = 2a \times 0.0066$$

$$(v_B + 0.02a)^2 - v_B^2 = 2a \times 0.0078$$

将两个等式分别展开并化简得：

$$0.04v_B - 0.0004a = 0.0132$$

$$0.04v_B + 0.0004a = 0.0156$$

两个等式两边分别相加得：

$$0.08v_B = 0.0288$$

$$v_B = 0.36 \text{ (m/s)} \quad (\text{注意题目要求结果均保留 2 位小数})$$

同理, P 点到前一个和后一个点的距离分别为:  $54.20 \text{ cm} - 50.66 \text{ cm} = 3.54 \text{ cm} = 0.0354 \text{ m}$  和  $57.86 \text{ cm} - 54.20 \text{ cm} = 3.66 \text{ cm} = 0.0366 \text{ m}$ .

$$v_P^2 - (v_P - 0.02a)^2 = 2a \times 0.0354$$

$$(v_P + 0.02a)^2 - v_P^2 = 2a \times 0.0366$$

将两个等式分别展开并化简得:

$$0.04v_P - 0.0004a = 0.0708$$

$$0.04v_P + 0.0004a = 0.0732$$

两个等式两边分别相加得:

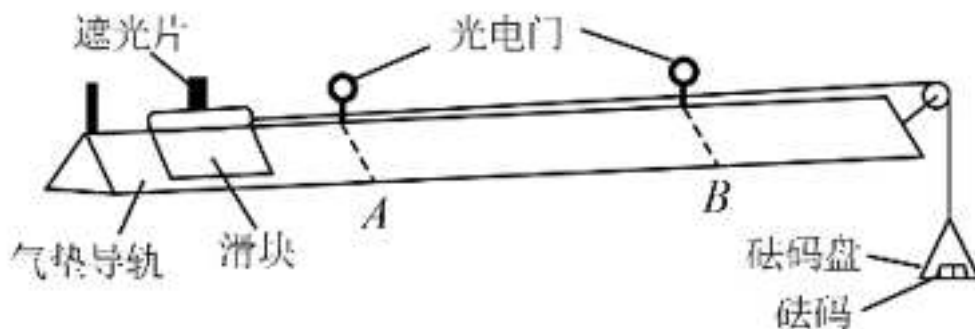
$$0.08v_P = 0.1440$$

$$v_P = 1.80 \text{ (m/s)} \quad (\text{注意题目要求结果均保留 2 位小数})$$

若要验证动能定理, 需要知道小车和钩码的动能变化量和合外力做的功。刚才已经求得了小车的速度, 再知道它的质量就能得到其动能的变化量。

根据钩码的质量, 还可以求得小车受到的合外力, 就是钩码的重力。若要知道合外力对小车做的功, 还需知道小车受到合外力时发生的位移, 即 B、P 两点之间的距离。

3. (2020 全国I) 某同学用如图所示的实验装置验证动量定理, 所用器材包括: 气垫导轨、滑块 (上方安装有宽度为  $d$  的遮光片)、两个与计算机相连接的光电门、砝码盘和砝码等。





实验步骤如下:

(1) 开动气泵, 调节气垫导轨, 轻推滑块, 当滑块上的遮光片经过两个光电门的遮光时间\_\_\_\_\_时, 可认为气垫导轨水平。

(2) 用天平测砝码与砝码盘的总质量  $m_1$ 、滑块 (含遮光片) 的质量  $m_2$ ;

(3) 用细线跨过轻质定滑轮将滑块与砝码盘连接, 并让细线水平拉动滑块;

(4) 令滑块在砝码和砝码盘的拉动下从左边开始运动, 和计算机连接的光电门能测量出遮光片经过 A、B 两处的光电门的遮光时间  $\Delta t_1$ 、 $\Delta t_2$  及遮光片从 A 运动到 B 所用的时间  $t_{12}$ ;

(5) 在遮光片随滑块从 A 运动到 B 的过程中, 如果将砝码和砝码盘所受重力视为滑块所受拉力, 拉力冲量的大小  $I = \underline{\hspace{2cm}}$ , 滑块动量改变量的大小  $\Delta p = \underline{\hspace{2cm}}$ ; (用题中给出的物理量及重力加速度  $g$  表示)

(6) 某次测量得到的一组数据为:  $d = 1.000 \text{ cm}$ ,  $m_1 = 1.50 \times 10^{-2} \text{ kg}$ ,  $m_2 = 0.400 \text{ kg}$ ,  $\Delta t_1 = 3.900 \times 10^{-2} \text{ s}$ ,  $\Delta t_2 = 1.270 \times 10^{-2} \text{ s}$ ,  $t_{12} = 1.50 \text{ s}$ , 取  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。计算可得  $I = \underline{\hspace{2cm}} \text{ N} \cdot \text{s}$ ,  $\Delta p = \underline{\hspace{2cm}} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ; (结果均保留 3 位有效数字)

(7) 定义  $\delta = \left| \frac{I - \Delta p}{I} \right| \times 100\%$ , 本次实验  $\delta = \underline{\hspace{2cm}} \%$  (保留 1 位有效数字)。

解析: 已知实验目的是验证动量定理, 需要知道物体的质量、速度的变化量、受到的合外力和受力时间。

结合题图, 实验使用气垫导轨、滑块 (上方安装有宽度为  $d$  的遮光片)、两个与计算机相连接的光电门、砝码盘和砝码等。

气垫导轨可以让滑块悬浮, 相当于没有摩擦力。滑块上方为遮光片, 具体用途暂时未明确。滑块还与砝码和砝码盘相连, 可能是砝码和砝码盘的重力作为合外力, 拉动滑轨运动。

逐个分析解答各小问,“实验步骤如下”表明各小问对应实验步骤,先后之间有一定的因果联系:

(1)如果七点导轨水平,滑块受力平衡轻推后做匀速运动,先后经过两个光电门的时间相同,遮光片遮光时间也应该相等。

如果遮光时间不相等,表明滑块受到的合外力不为零,可能导轨没水平,导致重力的分力改变其速度。

气垫导轨虽然摩擦力很小,但是空气仍然有一定的阻力和摩擦,因此遮光片的遮光时间不会完全相等,因此实际上是大约相等。

(2)用天平测砝码与砝码盘的总质量  $m_1$ 、滑块(含遮光片)的质量  $m_2$ ;

(3)用细线跨过轻质定滑轮将滑块与砝码盘连接,并让细线水平拉动滑块;

砝码和砝码盘受到的重力为滑块、砝码、砝码盘提供加速度,加速度为  $a = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2}$ 。

(4)令滑块在砝码和砝码盘的拉动下从左边开始运动,和计算机连接的光电门能测量出遮光片经过 A、B 两处的光电门的遮光时间  $\Delta t_1$ 、 $\Delta t_2$  及遮光片从 A 运动到 B 所用的时间  $t_{12}$ ;

(5)在遮光片随滑块从 A 运动到 B 的过程中,所用的时间为  $t_{12}$ 。如果将砝码和砝码盘所受重力视为滑块所受拉力,则大力大小为  $m_1 g$ 。拉力冲量的大小  $I = \underline{m_1 g t_{12}}$ 。

滑块经过第一个光电门时的速度为  $\frac{d}{\Delta t_1}$ , 经过第二个光电门时的速度为  $\frac{d}{\Delta t_2}$ , 滑块动量改变量的大小  $\Delta p = \underline{m_2 (\frac{d}{\Delta t_2} - \frac{d}{\Delta t_1})}$ 。

(6)将题目给出的数据代入上一小问中的公式:

$$\begin{aligned}
 I &= m_1 g t_{12} \\
 &= 1.50 \times 10^{-2} \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 1.50 \text{ s} \\
 &= 2.21 \times 10^{-1} \text{ N} \cdot \text{s}
 \end{aligned}$$

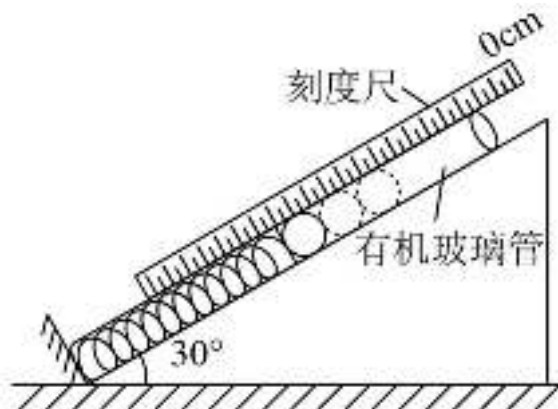
$$\begin{aligned}
 \Delta p &= m_2 \left( \frac{d}{\Delta t_2} - \frac{d}{\Delta t_1} \right) \\
 &= 0.400 \text{ kg} \times \left( \frac{1.000 \times 10^{-2} \text{ m}}{1.270 \times 10^{-2} \text{ s}} - \frac{1.000 \times 10^{-2} \text{ m}}{3.900 \times 10^{-2} \text{ s}} \right) \\
 &= 0.400 \text{ kg} \times (0.787 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} - 0.256 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}) \\
 &= 2.12 \times 10^{-1} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}
 \end{aligned}$$

(7) 定义  $\delta = \left| \frac{I - \Delta p}{I} \right| \times 100\%$ , 本次实验  $\delta = \underline{\hspace{2cm}}\%$  (保留 1 位有效数字)。

将上一问的两个结果代入公式:

$$\delta = \left| \frac{2.21 \times 10^{-1} - 2.12 \times 10^{-1}}{2.21 \times 10^{-1}} \right| \times 100\% = 4\%$$

4. (2021 广东) 某兴趣小组测量一缓冲装置中弹簧的劲度系数。缓冲装置如图所示, 固定在斜面上的透明有机玻璃管与水平面夹角为  $30^\circ$ , 弹簧固定在有机玻璃管底端。实验过程如下: 先沿管轴线方向固定一毫米刻度尺, 再将单个质量为  $200 \text{ g}$  的钢球 (直径略小于玻璃管内径) 逐个从管口滑进, 每滑进一个钢球, 待弹簧静止, 记录管内钢球的个数  $n$  和弹簧上端对应的刻度尺示数  $L_n$ , 数据如表 1 所示。实验过程中弹簧始终处于弹性限度内。采用逐差法计算弹簧压缩量, 进而计算其劲度系数。



$n$	1	2	3	4	5	6
$L_n / \text{cm}$	8.04	10.03	12.05	14.07	16.11	18.09

(1) 利用  $\Delta L_i = L_{i+3} - L_i (i=1,2,3)$  计算弹簧的压缩量:  $\Delta L_1 = 6.03 \text{ cm}$ ,  $\Delta L_2 = 6.08 \text{ cm}$ ,  $\Delta L_3 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}$ , 压缩量的平均值  $\overline{\Delta L} = \frac{\Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3}{3} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}$ 。

(2) 上述  $\overline{\Delta L}$  是管中增加          个钢球时产生的弹簧平均压缩量;

(3) 忽略摩擦, 重力加速度  $g$  取  $9.80 \text{ m/s}^2$ , 该弹簧的劲度系数为           $\text{N/m}$  (结果保留 3 位有效数字)。

解析: 实验目的是弹簧的劲度系数, 弹簧的劲度系数  $k$  涉及到的公式有  $F = k\Delta x$ , 即劲度系数是弹簧的弹力  $F$  与弹性形变的大小  $\Delta x$  的比例系数。

结合题图读题: 下方的大三角斜面, 上面紧贴着一个有机玻璃管 (可能不太容易看得清), 与水平面夹角为  $30^\circ$ 。弹簧固定在有机玻璃管底端, 也就是左下角的“ $30^\circ$ ”那里。

实验过程为:

先沿管轴线方向固定一毫米刻度尺, 可从图中找到。

再将单个质量为  $200 \text{ g}$  的钢球 (直径略小于玻璃管内径) 逐个从管口滑进, 每滑进一个钢球, 待弹簧静止, 记录管内钢球的个数  $n$  和弹簧上端对应的刻度尺示数  $L_n$ 。

则每个钢球都会对弹簧产生弹力, 弹力可以根据钢球的质量  $m$ 、重力加速度  $g$ 、斜面的倾角计算得到  $\theta$ , 单个小球产生的压力为  $mg \sin \theta$ 。

根据弹簧上端对应的刻度尺示数  $L_n$  可以计算得到弹簧发生弹性形变的大小。

数据如表 1 所示。

实验过程中弹簧始终处于弹性限度内, 这是保证实验数据合理的前提。

采用逐差法计算弹簧压缩量,逐差法就是挨个算出相邻相等间隔的参数之间的差值,然后利用差值(或各差值的平均数)计算。

逐个分析解答各小问:

(1) 利用  $\Delta L_i = L_{i+3} - L_i (i=1,2,3)$  计算弹簧的压缩量。

题图共给出了 6 个数据。已知的  $\Delta L_1 = 6.03 \text{ cm}$  恰好等于放入第 4 个小球和放入第 1 个小球时的位移之差,  $\Delta L_2 = 6.08 \text{ cm}$  恰好等于放入第 5 个小球和放入第 2 个小球时的位移之差, 因此  $\Delta L_3$  应当等于放入第 6 个小球和放入第 3 个小球时的位移之差:  $\Delta L_3 = 18.09 - 12.05 = 6.04 \text{ cm}$ 。

将各数值代入得:  $\overline{\Delta L} = \frac{\Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3}{3} = \frac{6.03 + 6.08 + 6.04}{3} = 6.05 \text{ cm}$ 。

(2) 需注意, 这里的  $\Delta L_1$ 、 $\Delta L_2$ 、 $\Delta L_3$  是比原来增加 3 个小球之后的位移差(从 1 个加到 4 个、从 2 个加到 5 个、从 3 个加到 6 个), 它们的平均值  $\overline{\Delta L}$  也是增加 3 个小球之后产生的位移差。

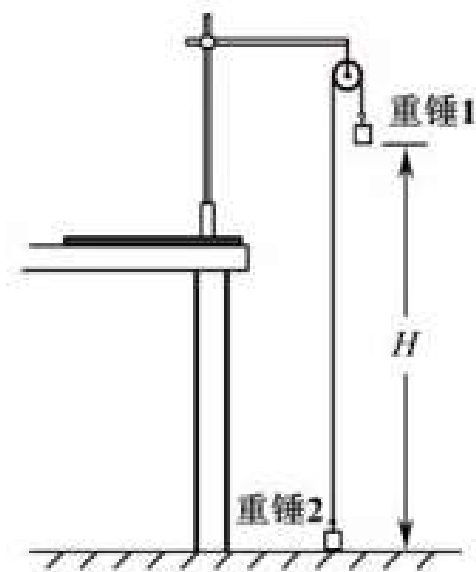
(3) 忽略摩擦, 重力加速度  $g$  取  $9.80 \text{ m/s}^2$ 。

加入 3 个小球后, 弹簧受到的弹力增大了  $F = 3mg \sin \theta$ , 对应的位移的变化量为  $\overline{\Delta L}$ , 根据胡克定律可得:

$$k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{3mg \sin \theta}{\overline{\Delta L}} = \frac{3 \times 0.2 \text{ kg} \times 9.80 \text{ N/kg} \times \sin 30^\circ}{6.05 \times 10^{-2} \text{ m}} = 48.6 \text{ N/m} \text{ (需注意结果}$$

保留 3 位有效数字)。

5. (2018 江苏) 某同学利用如图所示的实验装置来测量重力加速度  $g$ 。细绳跨过固定在铁架台上的轻质滑轮, 两端各悬挂一只质量为  $M$  的重锤。实验操作如下:



- ①用米尺量出重锤 1 底端距地面的高度  $H$ ；
- ②在重锤 1 上加上质量为  $m$  的小钩码；
- ③左手将重锤 2 压在地面上，保持系统静止。释放重锤 2，同时右手开启秒表，在重锤 1 落地时停止计时，记录下落时间；
- ④重复测量 3 次下落时间，取其平均值作为测量值  $t$ 。

请回答下列问题：

(1) 步骤④可以减小对下落时间  $t$  测量的\_\_\_\_\_（选填“偶然”或“系统”）误差。

(2) 实验要求小钩码的质量  $m$  要比重锤的质量  $M$  小很多，主要是为了\_\_\_\_\_。

- (A) 使  $H$  测量得更准确
- (B) 使重锤 1 下落的时间长一些
- (C) 使系统的总质量近似等于  $2M$
- (D) 使细绳的拉力与小钩码的重力近似相等

(3) 滑轮的摩擦阻力会引起实验误差。现提供一些橡皮泥用于减小误差，可以怎么做？

(4) 使用橡皮泥改进实验后，重新进行实验测量，并测出橡皮泥的质量为  $m_0$ 。用实验中的测量量和已知量表示  $g$ ，得  $g = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解析：实验的目的是测量重力加速度  $g$ ，需要测量的物理量应当包括物体的速度和时间，质量有可能不需要。

结合题图读题：细绳跨过固定在铁架台上的轻质滑轮，两端各悬挂一只质量为  $M$  的重锤，则滑轮达到平衡。

①用米尺量出重锤 1 底端距地面的高度  $H$ ，获得一个数据。

②在重锤 1 上加上质量为  $m$  的小钩码，则重锤受到小钩码的作用，做匀加速直线运动，合外力为  $mg$ ，作用于两个重锤和小钩码，总质量为  $2M + m$ ，可求得加速度为  $a = \frac{mg}{2M + m}$ 。

③左手将重锤 2 压在地面上，保持系统静止。释放重锤 2，同时右手开启秒表，在重锤 1 落地时停止计时，记录下落时间，根据下落时间和下落高度  $H$ ，可求得加速度  $a$ ，然后利用前面推出的公式求得重力加速度。

④重复测量 3 次下落时间，取其平均值作为测量值  $t$ 。

逐个分析解答各小问：

(1) 步骤④为重复测量，取多个数据的平均值，这种方法可以减小测量产生的偶然误差（也叫随机误差）。系统误差是蕴含于实验设计和公式推导本身的，如果不实质上改变实验的步骤，将无法改变系统误差。

(2) 实验要求小钩码的质量  $m$  要比重锤的质量  $M$  小很多，逐个分析判断各选项：

(A)  $H$  的测量与小钩码和重锤的质量无关。错误，排除。

(B) 根据推导出的公式  $a = \frac{mg}{2M + m}$ ，若  $m \ll M$ ，则加速度  $a$  也越小，下落相同高度所需的时间更长，更便于测量时间，让测量的时间更加准确。正确，备选。

(C) 使系统的总质量近似等于  $2M$  对于该实验并没有任何帮助。错误，排除。

(D) 虽然让小钩码的质量  $m$  要比重锤的质量  $M$  小很多, 可以产生使细绳的拉力与小钩码的重力近似相等的效果, 但是达到该效果对实验的精度和便利性没有任何帮助。错误, 排除。

因此目的是 B。

(3) 滑轮的摩擦阻力会引起实验误差, 阻碍重锤 1 在重物的牵引下加速运动。要减小该误差, 就需要尽可能抵消摩擦阻力的作用。由于摩擦阻力总是阻碍重锤 1 下落, 因此可以略微增加重锤 1 的负重, 让负重的重力尽可能等于摩擦阻力的大小。

具体操作为: 在重锤 1 上黏贴少量橡皮泥, 使得在没有加上钩码时, 滑轮 1 可以保持匀速下落。

(4) 根据前面的推导, 重锤 1 下滑的加速度等于钩码受到的重力除以两个重锤、钩码、橡皮泥的质量:  $a = \frac{mg}{2M + m + m_0}$ 。

根据重锤 1 下落的高度  $H$  和下落的平均时间  $t$ , 可求得加速度为  $a = \frac{2H}{t^2}$ 。

联立两个等式得:  $\frac{mg}{2M + m + m_0} = \frac{2H}{t^2}$

解得:  $g = \frac{2H(2M + m + m_0)}{mt^2}$



## 第二十三章 电学实验

电学实验是高考中非常常见的实验题型，涉及到的理论和元件都较简单，但题目的复杂程度可高可低。

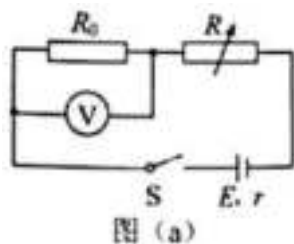
电学实验的基本要素较为简单，主要是电源、电阻、电表等基本的电路元件。可能会出现传感器、二极管等较特殊的电路元件，但实质上只是阻值会变化的电阻而已。

电学实验涉及到的理论也较简单，主要包括欧姆定律、串联电路和并联电路的等效电阻，可能涉及电阻的阻值与其长度和横截面积的关系。

虽然电学实验的理论和元件都较简单，但由于可以有多种组合方式，有时需考虑电源和电表内阻的影响，有时需出于安全性和合理性进行估算，有时需自行设计电路并连接元件，导致题目的复杂度可能很高。

分析解决电学实验的基本思路与其他实验题类似，首先要明确实验的目的和需要测量的参数，然后根据实验装置找出相应的参数是直接测量还是间接计算得到的，再根据相应的理论和数据建立数量关系，最后根据题目要求和现实情况分析考虑细节和误差等因素即可。

1. (2021 全国乙) 一实验小组利用图 (a) 所示的电路测量一电池的电动势  $E$  (约  $1.5\text{ V}$ ) 和内阻  $r$  (小于  $2\ \Omega$ )。图中电压表量程为  $1\text{ V}$ ，内阻  $R_V = 380.0\ \Omega$ ；定值电阻  $R_0 = 20.0\ \Omega$ ；电阻箱  $R$ ，组大阻值为  $999.9\ \Omega$ ； $S$  为开关。按电路图连接电路。完成下列填空：



(1) 为保护电压表，闭合开关前，电阻箱接入电路的电阻值可

以选\_\_\_\_\_Ω (填“5.0”或“15.0”);

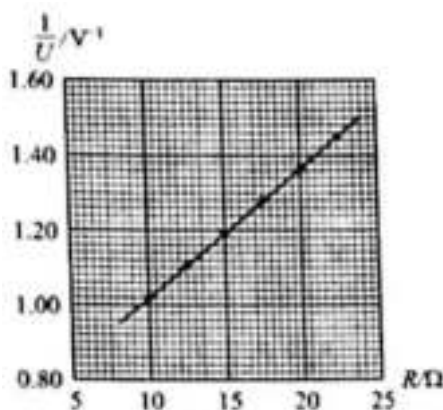


图 (b)

(2) 闭合开关, 多次调节电阻箱, 记录下阻值  $R$  和电压表的相应读数  $U$ ;

(3) 根据图(a)所示电路, 用  $R$ 、 $R_0$ 、 $R_V$ 、 $E$  和  $r$  表示  $\frac{1}{U}$ , 得  $\frac{1}{U} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(4) 利用测量数据, 做  $\frac{1}{U}-R$  图线, 如图(b)所示;

(5) 通过图(b)可得  $E = \underline{\hspace{2cm}}$  V (保留 2 位小数),  $r = \underline{\hspace{2cm}}$  Ω (保留 1 位小数);

(6) 若将图(a)中的电压表当成理想电表, 得到的电源电动势为  $E'$ , 由此产生的误差为  $\left| \frac{E'-E}{E} \right| \times 100\% = \underline{\hspace{2cm}}\%$ 。

解析: 已知实验的目的是测量电源的电动势和内阻, 主要方法很可能是利用欧姆定律建立起若干组与电动势和内阻有关的数量关系, 然后求得相应的数值。

分析图(a)中的电路: 是一个简单的串联电路, 电源  $E$ 、定值电阻  $R_0$ 、电阻箱  $R$  串联在一起, 电压表测量定值电阻两端的电压。

逐个分析回答各小问:

(1) 为保护电压表, 应当确保闭合开关后电压表的示数稍微小些。由于电压表与定值电阻并联, 因此要让电阻箱接入电路的电阻值稍微大些, 选 15.0 Ω。

再简单测算下：电源的电动势和内阻按照估计值 $1.5\text{ V}$ 和最大值 $2\ \Omega$ 计算，定值电阻 $R_0 = 20.0\ \Omega$ ，粗略忽略电压表的电阻，则电流约为 $I = \frac{1.5}{2+20+15} \approx 0.041\text{ A}$ ，电压表的示数约为 $0.041 \times 20 = 0.8\text{ V}$ ，没超过最大量程，且偏转幅度也没有过小。合理。

(2) 闭合开关，多次调节电阻箱，记录下阻值 $R$ 和电压表的相应读数 $U$ ；

(3) 根据图(a)所示电路，电压表与定值电阻并联，等效电阻为： $R_{\text{等}} = \frac{R_V R_0}{R_V + R_0}$

根据闭合电路的欧姆定律，电路中的电流为： $I = \frac{E}{\frac{R_V R_0}{R_V + R_0} + R + r}$

则并联电路两端的电压为： $U = \frac{E}{\frac{R_V R_0}{R_V + R_0} + R + r} \cdot \frac{R_V R_0}{R_V + R_0}$

将上述表达式变形为 $\frac{1}{U} - R$ 的关系式为：

$$\frac{1}{U} = \frac{R_V + R_0}{ER_V R_0} \cdot R + \frac{R_V R_0 + r(R_V + R_0)}{ER_V R_0}$$

(4) 根据图(b)，可以读出5个具体的点，其中数据比较便于计算的是 $(9.5\ \Omega, 1\text{ V}^{-1})$ 和 $(24\ \Omega, 1.5\text{ V}^{-1})$ ，

(5) 将上述数值，以及题目中的 $R_V = 380.0\ \Omega$ 、 $R_0 = 20.0\ \Omega$ 代入上一小问的表达式中得：

$$1 = \frac{380+20}{380 \times 20E} \times 9.5 + \frac{380 \times 20 + r(380+20)}{380 \times 20E}$$

$$1.5 = \frac{380+20}{380 \times 20E} \times 24 + \frac{380 \times 20 + r(380+20)}{380 \times 20E}$$

分别化简得：

$$E = \frac{3}{2} + \frac{r}{19}$$

$$1.5E = \frac{43}{19} + \frac{r}{19}$$

上面的等式乘以1.5再减去下面的等式得:

$$\frac{4.5}{2} + \frac{1.5r}{19} = \frac{43}{19} + \frac{r}{19}$$

解得:  $r = 0.5 (\Omega)$

两个化简后的等式直接相减得:

$$1.5E - E = \frac{43}{19} - \frac{3}{2}$$

解得:  $E \approx 1.53 (\text{V})$

(6) 若将图(a)中的电压表当成理想电表, 即误认为  $R_V = +\infty$ , 电压表和定值电阻并联后的等效电阻等于定值电阻, 则相应的关系式

变为:  $\frac{E}{r+R_0+R} = \frac{U}{R_0}$ 。变形为  $\frac{1}{U}-R$  的形式为:  $\frac{1}{U} = \frac{1}{ER_0} \cdot R + \frac{r+R_0}{ER_0}$

将相应数值代入表达式得:

$$1 = \frac{1}{20E'} \times 9.5 + \frac{r'+20}{20E'}$$

$$1.5 = \frac{1}{20E'} \times 24 + \frac{r'+20}{20E'}$$

分别化简得:

$$20E' = 29.5 + r'$$

$$30E' = 44 + r'$$

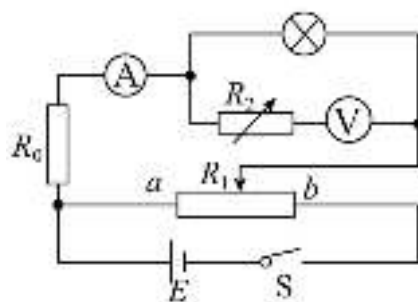
两个等式相减得:

$$E' = 1.45 \text{ V}$$

将  $E \approx 1.53 (\text{V})$  和  $E' = 1.45 \text{ V}$  代入  $\left| \frac{E'-E}{E} \right| \times 100\%$  得:

$$\left| \frac{E'-E}{E} \right| \times 100\% = \left| \frac{1.45-1.53}{1.53} \right| \times 100\% \approx 5\%。$$

2. (2021 全国甲) 某同学用图 (a) 所示电路探究小灯泡的伏安特性, 所用器材有: 小灯泡 (额定电压  $2.5\text{ V}$ , 额定电流  $0.3\text{ A}$ )、电压表 (量程  $300\text{ mV}$ , 内阻  $300\ \Omega$ )、电流表 (量程  $300\text{ mA}$ , 内阻  $0.27\ \Omega$ )、定值电阻  $R_0$ 、滑动变阻器  $R_1$  (阻值  $0\sim 20\ \Omega$ )、电阻箱  $R_2$  (最大阻值  $9999.9\ \Omega$ )、电源  $E$  (电动势  $6\text{ V}$ , 内阻不计)、开关  $S$ 、导线若干。



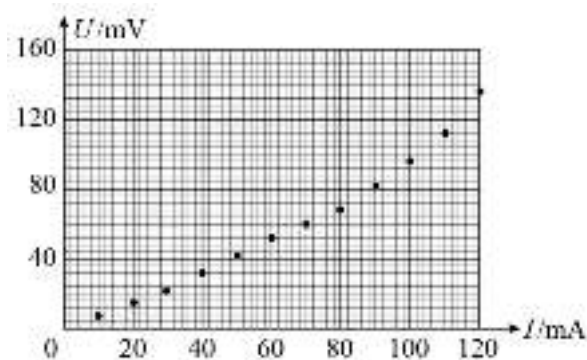
图(a)

完成下列填空:

(1) 有 3 个阻值分别为  $10\ \Omega$ 、 $20\ \Omega$ 、 $30\ \Omega$  的定值电阻可供选择, 为了描绘小灯泡电流在  $0\sim 300\text{ mA}$  的  $U-I$  曲线,  $R_0$  应选取阻值为  $\underline{\hspace{1cm}}\ \Omega$  的定值电阻。

(2) 闭合开关前, 滑动变阻器的滑片应置于变阻器的  $\underline{\hspace{1cm}}$  (填“a”或“b”) 端;

(3) 在流过电流表的电流较小时, 将电阻箱  $R_2$  的阻值置零, 改变滑动变阻器滑片的位置, 读取电压表和电流表的示数  $U$ 、 $I$ , 结果如图(b)所示。当流过电流表的电流为  $10\text{ mA}$  时, 小灯泡的电阻为  $\underline{\hspace{1cm}}\ \Omega$  (保留 1 位有效数字);



图(b)

(4) 为使得电压表满量程时对应于小灯泡两端的电压为  $3\text{ V}$ ，该同学经计算知，应将  $R_2$  的阻值调整为  $\underline{\hspace{2cm}}\Omega$ 。然后调节滑动变阻器  $R_1$ ，测得数据如下表所示：

$U/\text{mV}$	24.0	46.0	76.0	110.0	128.0	152.0	184.0	216.0	250.0
$I/\text{mA}$	140.0	160.0	180.0	200.0	220.0	240.0	260.0	280.0	300.0

(5) 由图 (b) 和上表可知，随流过小灯泡电流的增加，其灯丝的电阻  $\underline{\hspace{2cm}}$  (填“增大”“减小”或“不变”);

(6) 该同学观测到小灯泡刚开始发光时流过电流表的电流为  $160\text{ mA}$ ，可得此时小灯泡功率  $P_1 = \underline{\hspace{2cm}}\text{ W}$  (保留 2 位有效数字); 当流过电流表的电流为  $300\text{ mA}$  时，小灯泡的电功率为  $P_2$ ，则  $\frac{P_2}{P_1} = \underline{\hspace{2cm}}$  (保留至整数)。

解析：实验的目的是探究小灯泡的伏安特性，因此实验需要测量小灯泡两端的电压和电流。

观察电路图，看起来比较复杂，小灯泡与一个电阻箱  $R_2$  和电压表并联，然后与定值电阻  $R_0$  串联，上述电路与滑动变阻器  $R_1$  的左半部分并联，再共同与其右半部分串联。

上述电路可以通过调节滑动变阻器的滑片来调节上方电路的分压。当滑片在左边的 a 端时，相当于灯泡和定值电阻与导线并联，分压为零。当滑片在右边的 b 端时，相当于灯泡和定值电阻与整个滑动变阻器并联，获得的分压最大。于是，灯泡和定值电阻获得的总电压可以在近似等于电源电动势和零之间调节。

逐个分析解决各小问：

(1) 为了描绘小灯泡电流在  $0 \sim 300\text{ mA}$  的  $U-I$  曲线，则通过灯泡的电流应当在  $0 \sim 300\text{ mA}$  之间。

按照上面的分析，小灯泡的分压最小值为零，则电流的最小值也

为零。当滑片移动到 **b** 端时，灯泡的分压最大，此时对应最大电流 300 mA。

电源的电动势为 6 V，内阻不计。小灯泡的额定电压 2.5 V，额定电流 0.3 A，可求得电阻约为  $\frac{25}{3} \Omega$ ，则灯泡和定值电阻所在支路中的最大电流约为：
$$I_{\max} = \frac{6}{R + \frac{25}{3}} = 0.3$$
，解得  $R \approx 12 \Omega$ 。若要令电流能取到

300 mA，则定值电阻需要小于该值，应选取阻值为  $10 \Omega$  的定值电阻。

(2) 闭合开关前，为防止烧坏灯泡和定值电阻，应当让其分压尽可能小。当滑动变阻器的滑片应置于变阻器的 **a** 端时，灯泡和定值电阻相当于被一段导线短接，分压为零。

(3) 在流过电流表的电流较小时，将电阻箱  $R_2$  的阻值置零，相当于没有电阻箱。由于灯泡的电阻约为  $8 \Omega$  左右，只有电压表的电阻  $300 \Omega$  的不到二十分之一，因此电压表所在电路中的分流只有灯泡所在电路的不到二十分之一，可以忽略。

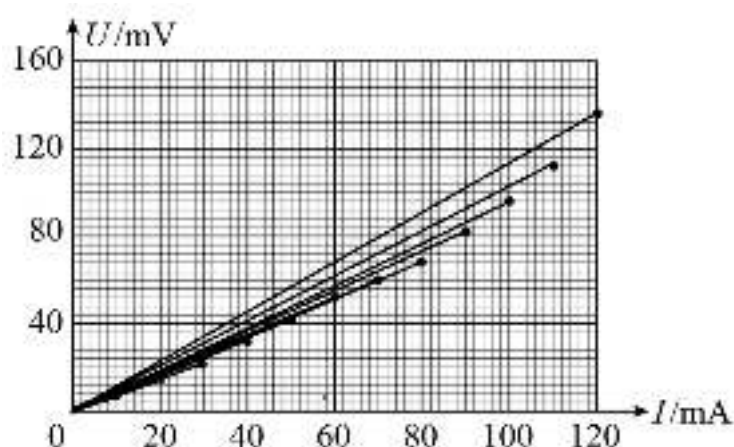
读图 (b) 可得，横坐标为 10 mA 的点，对应的纵坐标在第二个小格四分之三附近，一个大格对应的电压为 40 mV，则第二个小格四分之三对应的电压约为  $40 \times \frac{1.75}{10} = 7 \text{ mV}$ ，小灯泡的电阻为  $\frac{7}{10} = 0.7 \Omega$ 。

灯泡在该电流时的阻值甚至比额定功率下的阻值小很多，上述近似更加可行。

(4) 为使得电压表满量程时对应于小灯泡两端的电压为 3 V，电压表的满量程为 300 mV，则灯泡两端的实际电压等于电压表的 10 倍，因此电阻箱的分压应当等于电压表的 9 倍，电阻箱的阻值应当等于电压表的 9 倍，应将  $R_2$  的阻值调整为  $300 \times 9 = 2700 \Omega$ 。

然后调节滑动变阻器  $R_1$ ，测得数据。

(5) 图 (b) 为  $U-I$  曲线，纵坐标与横坐标的比值等于小灯泡的电阻，将各点与原点相连，连线的斜率就是灯泡的阻值，如下图所示：



可以看出斜率起初变化不明显,后来随电流增加逐渐增大,即灯丝的电阻增大。

(6) 根据表中数据,当电流表的示数为 160 mA 时,电压表的示数为 46 mV,根据第(4)小问可知此时灯泡两端的电压为 460 mV,此时功率为  $p_1 = 0.16 \times 0.46 \approx 0.074 \text{ W}$ 。

当流过电流表的电流为 300 mA 时,电压表的示数为 250 mV,此时灯泡两端的电压为 2500 mV,小灯泡的电功率为  $p_2 = 0.3 \times 2.5 \approx 0.75 \text{ W}$ ,则  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{0.75}{0.074} \approx 10$ 。

3. (2019 全国 II) 某小组利用图(a)所示的电路,研究硅二极管在恒定电流条件下的正向电压  $U$  与温度  $t$  的关系,图中  $V_1$  和  $V_2$  为理想电压表; $R$  为滑动变阻器, $R_0$  为定值电阻(阻值  $100 \Omega$ ); $S$  为开关, $E$  为电源。实验中二极管置于控温炉内,控温炉内的温度  $t$  由温度计(图中未画出)测出。图(b)是该小组在恒定电流为  $50.0 \mu\text{A}$  时得到的某硅二极管  $U-t$  关系曲线。回答下列问题:



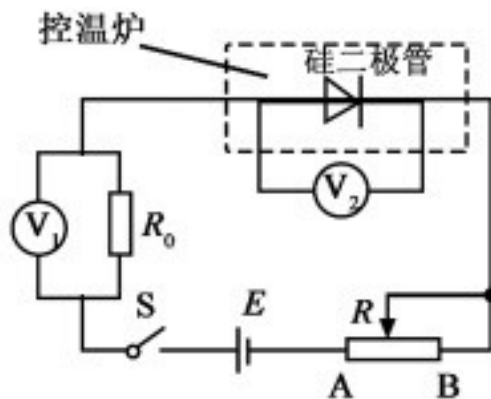


图 (a)

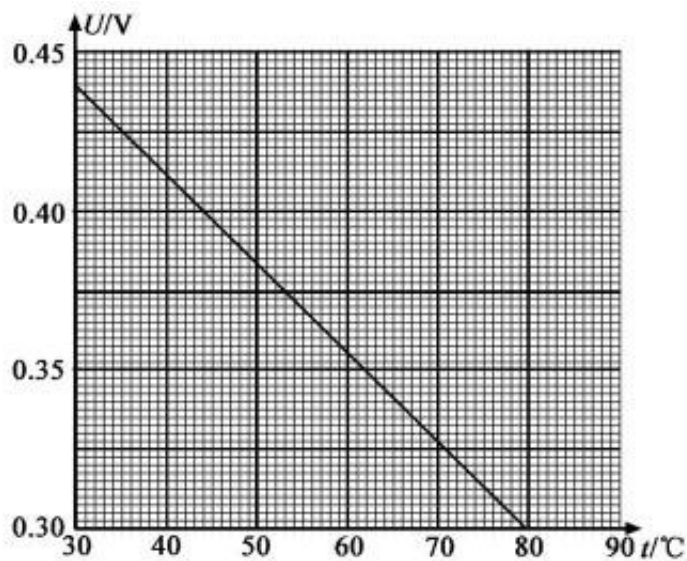


图 (b)

(1) 实验中, 为保证流过二极管的电流为  $50.0\mu\text{A}$ , 应调节滑动变阻器  $R$ , 使电压表  $V_1$  的示数为  $U_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{mV}$ ; 根据图 (b) 可知, 当控温炉内的温度  $t$  升高时, 硅二极管正向电阻  $\underline{\hspace{2cm}}$  (填“增大”或“变小”), 电压表  $V_1$  示数 (填“增大”或“变小”), 此时应将  $R$  的滑片向  $\underline{\hspace{2cm}}$  (填“A”或“B”) 端移动, 以使  $V_1$  示数仍为  $U_1$ 。

(2) 由图 (b) 可以看出  $U$  与  $t$  成线性关系。硅二极管可以作为测温传感器, 该硅二极管的测温灵敏度为  $\left| \frac{\Delta U}{\Delta t} \right| = \underline{\hspace{2cm}} \times 10^{-3} \text{V}/^\circ\text{C}$  (保留 2 位有效数字)。

解析: 本题的目的是研究硅二极管在恒定电流条件下的正向电压  $U$  与温度  $t$  的关系, 需要测量电压与温度。

结合题目信息分析电路：看上去是个简单的串联电路，定值电阻  $R_0$ 、硅二极管、滑动变阻器  $R$  串联在电路中。其中电压表  $V_1$  测量的是定值电阻  $R_0$  两端的电压，电压表  $V_2$  测量的是硅二极管两端的电压，滑动变阻器的左半部分接入电路。

控温炉内的温度  $t$  由温度计（图中未画出）测出。图（b）是该小组在恒定电流为  $50.0\ \mu\text{A}$  时得到的某硅二极管  $U-t$  关系曲线。由于电流恒定，因此可根据电压表的示数求得硅二极管的电阻。

图（b）是硅二极管的  $U-t$  关系曲线，是一条直线，可知其  $R-t$  关系曲线应当也是一条直线。

逐个分析解答各小问：

（1）实验中，为保证流过二极管的电流为  $50.0\ \mu\text{A}$ ，由于是串联电路，所以干路中的电流都是  $50.0\ \mu\text{A}$ 。已知  $R_0 = 100\ \Omega$ ，则需使  $V_1$  的示数为  $U_1 = 50.0\ \mu\text{A} \times 100\ \Omega = 50.0 \times 10^{-3}\ \text{mA} \times 100\ \Omega = 5.00\ \text{mV}$ （注意单位和有效数字）；

根据图（b）可知，当控温炉内的温度  $t$  升高时，硅二极管的电压变小，由于电流不变，所以正向电阻变小。

由于是串联电路，硅二极管的电阻减小，则其分压减小，定值电阻的分压增大，电压表  $V_1$  示数增大。

由于硅二极管的电阻减小，整个电路的总电阻减小，为了维持电流不变，应让电路的总电阻增大，应将  $R$  的滑片向 **B** 端移动。

（2）由图（b）可以看出  $U$  与  $t$  成线性关系。硅二极管可以作为测温传感器，根据题目给出的表达式  $\left| \frac{\Delta U}{\Delta t} \right|$ ，是电压的变化率与温度的变化率的比值，即直线的斜率。又由于取绝对值，所以是正数。

从图中找两个比较容易确定坐标的点，比如  $(45\ ^\circ\text{C}, 0.40\ \text{V})$  和  $(80\ ^\circ\text{C}, 0.30\ \text{V})$ ，求得斜率为  $\left| \frac{\Delta U}{\Delta t} \right| = \left| \frac{0.4 - 0.3}{45 - 80} \right| \approx 0.28 \times 10^{-3}\ \text{V} / ^\circ\text{C}$ 。

4. (2022 广东) 弹性导电绳逐步成为智能控制系统中部分传感器的敏感元件, 某同学测量弹性导电绳的电阻与拉伸后绳长之间的关系, 实验过程如下:

(1) 装置安装和电路连接如图 11(a) 所示, 导电绳的一端固定, 另一端作为拉伸端, 两端分别用带有金属夹 A、B 的导线接入如图 11(b) 所示的电路中。

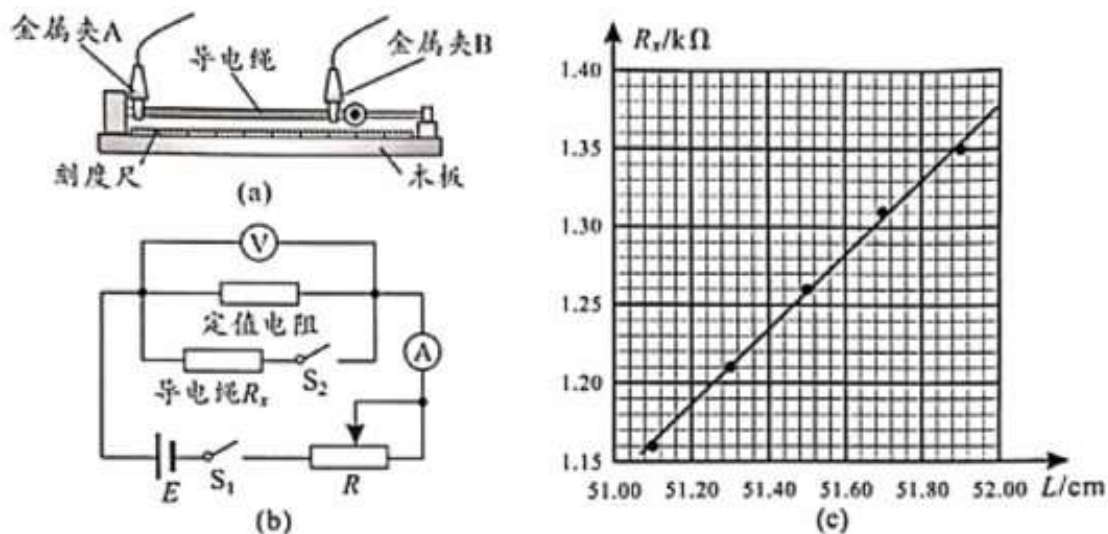


图 11

(2) 导电绳拉伸后的长度  $L$  及其电阻  $R_x$  的测量

① 将导电绳拉伸后, 用刻度尺测量并记录 A、B 间的距离, 即为导电绳拉伸后的长度  $L$ 。

② 将滑动变阻器  $R$  的滑片滑到最右端。断开开关  $S_2$ , 闭合开关  $S_1$ , 调节  $R$ , 使电压表和电流表的指针偏转到合适位置。记录两表的示数  $U$  和  $I_1$ 。

③ 闭合  $S_2$ , 电压表的示数\_\_\_\_ (选填“变大”或“变小”)。调节  $R$  使电压表的示数仍为  $U$ , 记录电流表的示数  $I_2$ , 则此时导电绳的电阻  $R_x =$ \_\_\_\_ (用  $I_1$ 、 $I_2$  和  $U$  表示)。

④ 断开  $S_1$ , 增大导电绳拉伸量, 测量并记录 A、B 间的距离, 重复步骤②和③。

(3) 该电压表内阻对导电绳电阻的测量值\_\_\_\_ (选填“有”或“无”)

影响。

(4) 图 11 (c) 是根据部分实验数据描绘的  $R_x-L$  图线。将该导电绳两端固定在某种机械臂上, 当机械臂弯曲后, 测得导电绳的电阻  $R_x$  为  $1.33\text{ k}\Omega$ , 则由图线可读出导电绳拉伸后的长度为 \_\_\_\_\_ cm, 即为机械臂弯曲后的长度。

解析: 本题的目的是测量弹性导电绳的电阻与拉伸后绳长之间的关系, 很可能需要测量导电绳的电阻大小与绳长, 电阻可以通过欧姆定律计算得到, 绳长应该可以直接测量。

逐步读题并分析解答:

(1) 装置安装和电路连接如图 11 (a) 所示, 导电绳的左端固定在金属夹 A 上, 右端固定在金属夹 B 上且金属夹 B 可以移动, 下面是刻度尺和木板, 可以读出绳长。

分别带有金属夹 A、B 的导线接入如图 11 (b) 所示的电路中。导电绳与定值电阻并联在电路中, 且导电绳连有一个开关  $S_2$ 。并联电路外还有一个滑动变阻器, 可以用于调节并联电路的分压。暂时不知道电压表、电流表、电源是否是理想元件。

(2) 导电绳拉伸后的长度  $L$  及其电阻  $R_x$  的测量

①将导电绳拉伸后, 用刻度尺测量并记录 A、B 间的距离, 即为导电绳拉伸后的长度  $L$ 。这个步骤很直接简洁。

②将滑动变阻器 R 的滑片滑到最右端, 滑动变阻器的阻值为最大, 可以起到保护电路的作用。

断开开关  $S_2$ , 导电绳没有连入电路, 只有定值电阻和滑动变阻器串联。

闭合开关  $S_1$ , 调节 R, 使电压表和电流表的指针偏转到合适位置。记录两表的示数  $U$  和  $I_1$ 。不清楚所谓的“指针偏转到合适位置”是什么意思, 先存疑。

③闭合  $S_2$ , 导电绳与定值电阻并联, 等效电阻小于定值电阻, 导

致该部分的分压减小，电压表的示数变小。

调节  $R$  使电压表的示数仍为  $U$ ，则应当将滑动变阻器调小，使并联的等效电阻的分压增大。记录电流表的示数  $I_2$ 。

由于前后两次电压表的示数相等，可利用欧姆定律建立数量关系。

闭合  $S_2$  前，电压表的读数是定值电阻两端的电压，电流表的读数是流过定值电阻的电流，设定值电阻为  $R_0$ ，则有  $U = I_1 R_0$ 。

闭合  $S_2$  后，电压表的读数是并联后的等效电阻两端的电压，电流表的读数是干路的电流，设导电绳的电阻为  $R_x$ ，则有  $U = I_2 \frac{R_0 R_x}{R_0 + R_x}$ 。

$$\text{将 } R_0 = \frac{U}{I_1} \text{ 代入 } U = I_2 \frac{R_0 R_x}{R_0 + R_x} \text{ 得: } U = I_2 \frac{\frac{U}{I_1} R_x}{\frac{U}{I_1} + R_x}$$

进行化简得：

$$U = I_2 \frac{U R_x}{U + I_1 R_x}$$

$$U + I_1 R_x = I_2 R_x$$

$$R_x = \frac{U}{I_2 - I_1}$$

④断开  $S_1$ ，增大导电绳拉伸量，测量并记录 A、B 间的距离，重复步骤②和③。获得多组数据，以减小误差。

(3) 根据上述测量并计算导电绳电阻的方法，如果电压表有内阻，可以把电压表和定值电阻并联的等效电阻看作定值电阻，电压表仍看作理想电压表。而上述公式  $R_x = \frac{U}{I_2 - I_1}$  中与定值电阻的具体阻值无关，因此该电压表内阻对导电绳电阻的测量值无影响。

(4) 图 11 (c) 是根据部分实验数据描绘的  $R_x - L$  图线。从图中找出纵坐标  $R_x = 1.33 \text{ k}\Omega$  的点，读取其横坐标为  $51.80 \text{ cm}$ 。

