

# 高中物理的原理与逻辑

## （2019 人教版伴读版）

作者：仁沁

# 目 录

第一章	运动的描述	1
第二章	匀变速直线运动的研究	18
第三章	相互作用——力	30
第四章	运动和力的关系	46
第五章	抛体运动	58
第六章	圆周运动	72
第七章	万有引力定律与宇宙航行	89
第八章	机械能守恒定律	105
第九章	静电场及其应用	118
第十章	静电场中的能量	135
第十一章	电路及其应用	154
第十二章	电能 能量守恒定律	167
第十三章	电磁感应与电磁波初步	174
第十四章	动量守恒定律	186
第十五章	机械振动	197
第十六章	机械波	211
第十七章	光	226
第十八章	安培力与洛伦兹力	239
第十九章	电磁感应	247
第二十章	交变电流	258
第二十一章	电磁振荡与电磁波	269
第二十二章	传感器	277
第二十三章	分子动理论	283
第二十四章	气体、固体和液体	294
第二十五章	热力学定律	310
第二十六章	原子结构和波粒二象性	321
第二十七章	原子核	339

## 前 言

“物理”一词的解释为：（1）事物的内在规律，事物的道理；（2）物理学。这两种解释的实质相同，即：物理学是研究事物的内在规律和道理的学科。“物”指“事物”，既包括人眼可见的物体，也包括不可见的电流、磁场等。“理”是指事物变化、相互作用的原理和规律，既可用语句描述，也可用数学公式表达。

物理是对客观世界的原理和规律的描述，因此观察客观现象和进行物理实验是非常重要的研究方法，揭示客观世界的原理和规律是学习物理的第一步也是最重要的一步，如果有条件，要认真进行每一堂教学实验。一些实验由于安全或成本原因不能实践操作，也要根据文字描述想象整个流程，理解每一步操作、每一个装置的原理、目的以及注意事项。

物理是高度数学化、公式化的学科，用数学公式描述事物的规律是物理最重要的内容之一，物理早期的发展与数学的发展密不可分。物理有很多数学公式，解决物理题目也经常用到一定的数学知识，因此扎实的数学能力对学好物理非常重要。学习物理需要重点注意两个方面：物理量、物理关系。

**物理量**是将客观规律转化为数学公式的核心，通常为“数字+单位”的形式，用数字精确地表示事物的多少、大小、强弱等性质，用单位标记区分不同的物理量。学习新的物理量时，要注意理解该物理量所描述的性质。最主要的方法是认真理解其严格定义，可借助现实生活中的经验和直觉帮助理解物理量，也可根据不同物理量之间关系推理联想，同时也需要特别注意摆脱生活中形成的惯性印象导致的偏差。测量物理量是物理实验中非常重要的步骤，也是理解实验原理的关键步骤，物理量有时可直接用仪器设备测量并读取数据，有时需要将测得的数据进行一定的数学处理，有时需要经由其他直接测得的物理量计算得到。

**物理关系**是对物理量之间的关系和变化规律的描述，一般用数学公式表示表达物理量之间的数量关系。学习新的物理关系时，需要注意理解数学公式中各参数与物理量之间的对应关系，以及公式中各运算符与物理关系之间的对应关系，将公式的一些性质和形式变换与相应的客观规律进行联系。

2019 人教版的教材非常重视启发和引导，介绍了许多科学史上的重大发现、物理学发展的历史脉络、科学家的轶闻趣事等生动有趣的内容，但是这些生动有趣的内容同时也抢走了物理理论的原理、逻辑、体系框架的“存在感”，同时，分为必修和选修也让这一状况更甚，因此特地编写此书配合课本一起使用，帮助同学更好地理解和掌握物理学的原理、逻辑和体系框架。

由于本书完全由自己独自一人编写，虽然几经校正难免还有一些笔误疏漏，  
还请不吝赐教批评指正。谢谢！

## 第一章 运动的描述

物体的运动是日常生活中的常见现象，太阳东升西落，候鸟长途迁徙，苹果从树上掉下，向远处投掷东西，都是运动的具体表现形式。物体运动的规律是物理学最早研究的课题之一，课文《两个铁球同时落地》讲述的就是伽利略在比萨斜塔上做的验证自由落体运动的规律的著名实验。

由于物体运动的规律与人们日常生活息息相关，因此对于运动规律的描述较容易被理解接受。物体的运动既是物理学早期研究的重要内容，也非常适合作为学习物理的开篇章节。

学习本章时需专门留意，一些关于运动的物理概念与生活中的习惯叫法非常接近，但是有细微而又不可忽略的区别，要注意区分物理概念与习惯叫法，辨析它们之间的区别和共同点。

### 一、质点、参考系

用物理的方法研究事物的变化规律时，首先需要对所描述的概念有清晰明确的定义，才能将不同事物共同的特征放在一起分析研究。为了便于研究，还经常需要进行数学上的简化和近似处理。

#### 物体和质点

高中阶段学习物体的运动，多为具有固定体积和形状的固体，即使研究对象是没有固定体积的气体或没有固定形状的液体，也往往是在固定的容器中，参照固体运动的方式分析研究。

有些物体的形状较简单，比如乒乓球是一个简单的球体；有些物体的形状较复杂，比如汽车有车顶、车头、车身、轮胎等很多组成部分。为了便于研究分析，如果物体的体积比运动范围小很多，可以不考虑物体的形状和体积，而是把它当成一个没有形状、没有体积的简单的点，叫作**质点**。

例如，一辆长约5米，宽约3米的汽车，当这辆汽车行驶在总里程约1260000米的高速公路上时，汽车的体积和形状比起高速公路的总里程小到可以忽略，此时可以将该汽车当作一个点，即质点。

如果使用比例尺为1:18000000的地图具体描述汽车的运动，地图上的1厘米相当于现实中的180公里。按照这个比例，5米长的汽车在地图上约为0.0000003米，用最细的笔也无法画出这么小的点。讨论汽车的位置或行驶距离时，只需用笔沿公路描点或画线即可，不需要也无法考虑汽车的长和宽。

乒乓球的直径约为0.04米，当乒乓球运输在高速公路上时同样可以忽略体积形状，当作质点处理。在研究高速公路上的长距离运动情况时，甚至认为汽车与乒乓球的体积是相同的，都是一个点。

如果要将这辆汽车停进一个长约6米、宽约5米的停车位中，那么汽车的体积和形状，包括车头、车身、车尾、轮胎，以及后视镜、保险杠等各个部位的细节都需要考虑进去，否则有可能车尾停进去了，车头还留外面，或者把后视镜碰掉了，此时汽车就不能当作质点处理。乒乓球的体积比起这个停车位仍然很小，如果要研究乒乓球在这个停车位里的运动情况，仍然可以当作质点处理。

究竟物体比起运动范围究竟多小才算“小”到可以忽略，没有统一的判断标准，需要根据实际情况分析，高中阶段大部分情况下，物体体积与运动范围要么相差十分悬殊要么差不太大，不难判断。

除了运动物体的体积比运动范围小很多的情况以外，如果运动物体的各结构部分间的运动情况完全相同，那么仍可以将物体当作质点处理。例如，足球运动员射门时，通过踢中足球的不同部位、使用不同的发力方式，既可以踢出速度很快的直线球，也可以踢出会转弯的“香蕉球”。

如果研究对象是踢球方式对足球旋转情况的影响，那么足球被直接踢中的部位与没被踢中的部位在射门瞬间的运动情况不同，从而导致足球划出特定的轨迹，此时足球不能当作质点研究。

如果研究对象是足球在射门过程中整体的速度和运动轨迹，那么从整体上看，足球各部位始终合在一起沿同一个轨迹运动，即使足球本身在旋转，但看上去仍是一个完整的球体，旋转的情况可以忽略，可以把足球当作质点研究。

把物体当作质点是一个非常重要的近似处理，是可以使用数学公式描述和分析物体运动规律的前提基础。以上就是“质点”中“点”的含义，“质”的含义是“质量”，具体知识将在后面关于力与运动的章节中学习。

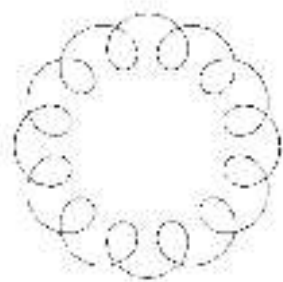
### 参考系

研究物体的运动时，需要先选定参照物，所有物体的运动状态都需要根据这个参照物确定，用物理的说法叫作**参考系**。

日常生活中较少直觉感受到选取参考系带来的影响，人们大都已经习惯将大地或山峰、树木、建筑等当作参照物，认为不动的物体是静止的，移动的物体是运动的，并直观地感觉物体运动的快慢。

研究高速行驶的火车时，选取不同的参考系将产生显著的区别：当一位乘客在高速行驶的列车里缓慢行走时，列车里的其他乘客都将高速行驶的列车当作参考系，认为这位乘客以缓慢的速度前进，而列车外的人将地面当作参考系，认为这位乘客乘着列车一起以极快的速度前进。

研究天体的运动时，我们知道地球绕太阳做圆周运动，月球绕地球做圆周运动。如果将地球作为参考系，那么月球的运动轨迹近似于圆；如果将太阳作为参考系，那么月球的运动轨迹是一圈螺旋线，如下图所示。



综上所述，选取不同的参考系，物体的速度、运动轨迹都可能大不相同。研究物体的运动时，通常需要将所有研究对象放在同一参考系下研究，可以根据实际情况选择令问题易于解决的参考系。

**例 1** 下列各情况是否可以将运动的人或物体当作质点？

(1) 参加马拉松长跑的运动员。分析：马拉松的距离是 42.195 公里，远大于一个人的身体的尺寸，可以将运动员当作质点。

(2) 参加体操比赛的运动员。分析：体操比赛中运动员会做很多优美而复杂的动作，身体的每个部位都要分别考虑，不能将运动员当作质点。

(3) 某一药物分子在人体内的运输。分析：药物分子比起人体的尺寸非常小，在体内运输时可以当作质点。

(4) 夜空中月相的变化。分析：月相是月亮不同部位被地球遮挡，只有部分月面反射太阳光显示出不同形状的现象，不能当作质点。

## 二、时间、位移

研究物体的运动时，经历的时间和移动的距离是两个基本要素，现在从物理的角度更加细致地描述这两个要素。

### 时刻和时间间隔

时间是日常生活中经常使用的概念，当我们说“时间”时，有时指的是时刻，有时指的是时间间隔。如果把时间看作连续流淌的河流，那么时刻是其中的一个点，时间间隔是一段连续的长度。

例如，当说到“现在是晚上 7:00”，这里指的是晚上 7:00 这个时刻。当说到“一节课的时间是 40 分钟”，这里指的是 40 分钟这段时间间隔。

为了便于区分，可以分别使用“时刻”与“时间间隔”（或“时长”）代替单一的“时间”名称。如果不会引起混淆，也可直接使用“时间”。

时刻通常用符号  $t$  表示，时间间隔通常用符号  $\Delta t$  表示。 $\Delta$ （念作“德尔塔”）表示变化量，时间间隔  $\Delta t$  表示从一个时刻  $t_1$  到另一个时刻  $t_2$  的变化量  $\Delta t = t_2 - t_1$ 。高中阶段把时间当作只能从过去向未来单向流动的变量，恒有  $\Delta t \geq 0$ 。实际上也经常使用  $t$  表示时间间隔，需根据实际情况区分判断。

时间有很多常用单位。日常生活中常用的有秒（s）、分（min）、时（h）、天（d）、周（w）、月（m）、年（y）等。包括时间在内的一切物理单位的大小都是人为规定的。时间的基本单位是秒（s），其他时间单位要么以秒为基础计算得到，要么规定方式不那么规范严谨。

人们最早对“1秒”的定义为：规定地球自转1周的时间为1天；将1天等分为24份，每一份的时长叫作1小时；将1小时等分为60份，每一份的时长叫作1分；将1分等分为60份，每一份的时长叫作1秒，就是日常使用的“1秒”的定义。

后来经研究发现，由于地球自转和公转的固有特点，每一天的时长并非固定不变，而是有细微的变化，有时一天的时间较长，有时一天的时间较短。在掌握了精确测量原子的变化情况的技术之后，科学家使用更加稳定的原子的变化规律定义时间间隔。重新定义了“1秒”：铯-133原子基态的两个超精细能阶之间跃迁时所辐射的电磁波的周期的9,192,631,770倍的时间。

理解该定义需要更深入的物理化学知识，暂时不需要掌握。该定义的最突出优点是数据稳定，只要按照该方法测量，所测得的结果总是严格相等，不会出现不同的人在不同时间不同地点测得的“1秒”不同的情况。选用“9,192,631,770倍”这个数字是为了让“1秒”的严格定义与过去不严格的习惯定义尽量接近。

将“1秒”作为基本单位，60秒叫作1分，60分叫作1时，1秒的 $\frac{1}{10^3}$ 叫作1毫秒（ms），1秒的 $\frac{1}{10^6}$ 叫作1微秒（ $\mu\text{s}$ ），1秒的 $\frac{1}{10^9}$ 叫作1纳秒（ns）。对于其他计量单位，同样用“毫”指 $\frac{1}{10^3}$ ，“微”指 $\frac{1}{10^6}$ ，“纳”指 $\frac{1}{10^9}$ 。

从学习“1秒”的定义可感觉到，即使是日常生活中已经习以为常的时间、时分秒等概念，在学习物理时仍需要重新进行准确、全面、深入的认识，主要包括物理量的现实意义、基本单位、单位的规定方式、测量数值的方法。

### 位置和位移

距离也是日常生活中经常使用的概念，有时表示空间内两个位置之间的长度大小，有时表示运动经过的总路程。物理学中使用**位移**表示空间中两个位置间的长度。

位移是一个非常简洁和标准的概念，位移建立在“位置”的基础上，即“位置的移动”。位移只表示两个位置间的方向和长度，跟从一个位置到另一个位置的运动过程无关。

位移通常用符号 $x$ 表示，更规范的方法是用符号 $\Delta x$ 表示，因为位移表示“位置的变化”， $\Delta$ 具有变化的含义。从位置为 $x_A$ 的点A到位置为 $x_B$ 的点B的位移为： $\Delta x = x_B - x_A$ 。其中 $x_A$ ， $x_B$ 可以由相应的数学方法表示，接下来就会学习。



运动经过的总路程叫作**路程**，通常用符号  $s$  表示，表示物体实际运动经过的距离，路程有时简单有时复杂，物理中通常借助数学方法用位移表示路程。

位移与路程最主要的区别为：位移既有大小、又有方向，而路程只有大小。物理中将既有大小、又有方向的量叫作**矢量**，与数学中的**向量**是同一概念。只有大小、没有方向的物理量叫作**标量**。时间和路程都属于标量。

位移的基本单位是米（ $\text{m}$ ）。人们最初对“1米”的规定方式为：通过法国巴黎的子午线（经线）上，从地球赤道到北极点的距离的千万分之一。跟通过地球自转规定“1秒”类似，这个对“1米”的规定也不够恒定。现在对“1米”的规定方式为：光在真空中1秒经过的路程为299792458米。使用该方法规定“1米”的长度，同样由于光在真空中的速度恒定不变，并且用数值“299792458”得到的“1米”与人们过去习惯使用的不太严谨的“1米”最为接近。

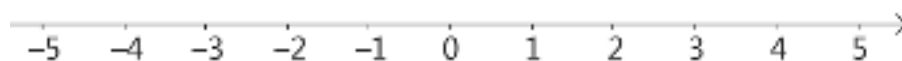
以米为基本单位，1米的 $\frac{1}{10}$ 叫作1分米（ $\text{dm}$ ），1米的 $\frac{1}{10^2}$ 叫作1厘米（ $\text{cm}$ ），1米的 $\frac{1}{10^3}$ 叫作1毫米（ $\text{mm}$ ），1米的 $\frac{1}{10^6}$ 叫作1微米（ $\mu\text{m}$ ），1米的 $\frac{1}{10^9}$ 叫作1纳米（ $\text{nm}$ ），1米的 $\frac{1}{10^{12}}$ 叫作1皮米（ $\text{pm}$ ）；1000米叫作1千米（ $\text{km}$ ），也叫作1公里；光在真空中沿直线传播1年经过的路程叫作1光年（ $\text{ly}$ ），约等于 $9.46 \times 10^{15}$ 米。

需注意，很多物理量或单位使用的字母相同，要根据实际情况辨认，例如路程的符号  $s$  与时间间隔的单位  $\text{s}$  使用同一个英文字母。通常物理量或参数用斜体字母表示，单位用正体字母表示。

### 直线运动的位移

如果物体只沿直线运动，那么可以将直线用数轴标记，直线上的各点与数轴上的实数一一对应，这样一来，任意两点  $A$ 、 $B$  的位置  $x_A$ 、 $x_B$  都可以由对应的实数表示，这种用实数表示位置的方法也叫作**坐标**。

数轴同时还规定了正方向，如果点  $B$  位于点  $A$  的正方向，那么点  $B$  的坐标大于点  $A$ 。坐标为0的点叫作原点，位于原点正方向的点的坐标都是正数，位于原点负方向的点的坐标都是负数。下图是一个数轴。



直线上两点间的位移等于终点的位置（坐标）减去起点的位置（坐标），从  $A$  到  $B$  的位移为： $\Delta x = x_B - x_A$ ，其中  $x_A$ 、 $x_B$  是相应的实数。例如下图中， $x_A = -2.5$ ， $x_B = 3$ ，从  $A$  到  $B$  的位移为： $\Delta x = x_B - x_A = 3 - (-2.5) = 5.5$ 。



与之相反，从  $B$  到  $A$  的位移为： $\Delta x' = x_A - x_B = -2.5 - 3 = -5.5$ 。可以发现， $\Delta x = -\Delta x'$ ， $\Delta x$  是正数， $\Delta x'$  是负数。位移可以是正数、负数或 0。

路程是物体实际运动的距离，与实际经过的路线有关，只有当物体做方向不变的直线运动时，路程才等于位移的绝对值，路程只能为正数或 0。

理解位移的概念时，应当把位移理解为坐标，而不是距离。即位移表示物体所处的位置，这个位置由从原点出发到该点的距离和方向体现。物体的位移增大或减小，反映物体沿正方向移动或沿负方向移动，而非移动的距离变长或变短。

**例 1** 设小明家与学校之间的直线距离为 1200 m，并且可以走直线到达，规定从小明家到学校方向为正方向，求小明从家中出发去学校然后返回家中的位移和路程。

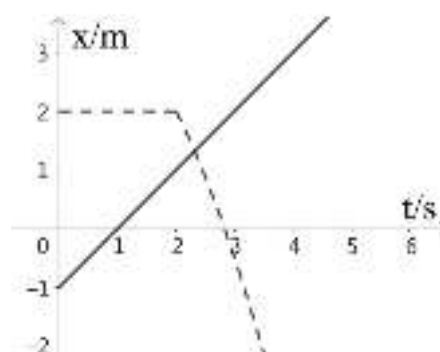
解析：由于规定从小明家到学校方向为正方向，从小明家到学校的位移为 1200 m，从学校到小明家的位移为 -1200 m；小明从家中出发去学校然后返回家中，起点和终点都是家，位移为 0 m，走过的路程为  $1200 + 1200 \text{ m} = 2400 \text{ m}$ 。

### 位移—时间图像

函数关系和函数图像等数学概念是研究分析物理问题的重要工具。要寻找不同物理量之间的关系，常用方法是将两个物理量在一系列情况下的取值对应起来，并画出相应的图像，有助于发现它们之间的联系。

研究物体的运动时，将物体在各时刻的位移与时刻对应起来，用图表或图形表示出来，就得到了运动物体的位移—时间图像，并借助图像求出物体的位移—时间函数，再利用函数和图像分析物体的运动情况。

把时间作为自变量  $x$ （横坐标），位移作为因变量  $y$ （纵坐标），将物体在各时刻的位移所对应的点  $(x, y)$  绘制在平面直角坐标系中，就得到了物体的位移—时间图像，又称  $x-t$  图像。下图是分别用实线和虚线表示两个物体的  $x-t$  图像。



从图中可以读出：实线描述的运动在  $t=0$  时刻的起始位移为 -1，开始运动后位移逐渐变大，表明物体沿正方向运动。虚线描述的运动在  $t=0$  时刻的起始位移为 2，直到  $t=2$  时刻位移始终保持不变，从  $t=2$  时刻开始运动，位移逐渐变小，表明物体沿负方向运动。

### 位移和时间的测量

位移的测量较简单，使用直尺等设备直接测量两点间的距离即可。

如果两点间的距离较远，没有足够长的直尺直接测量，则可以借助做匀速直线运动的物体，通过测量该物体在两点间做匀速直线运动的时间，间接测算得到两点间的距离。

对于距离非常远的情况，例如地球上相距很远的两点，或太空中的两个位置，可以通过测量光经过两点的时间，测算得到两点间的距离。距离单位光年就是光经过一年的时间做直线运动经过的距离。

测量时间间隔的方法也较简单，用秒表等计时装置可以直接记录时间间隔，也可以读取时钟上的起始时刻与终止时刻然后求差值。

沙漏是一种原始的计时装置，同一个沙漏从开始到结束的时间间隔为定值。

打点计时器是一种常用的实验计时装置，该装置每两次打点的时间间隔为定值，若打点计时器在运动的纸带上打出一连串连续的孔，则任意两个相邻的孔之间的时间间隔相同，等于打点计时器的设定打点间隔。

单摆也是一种计时装置，理想单摆完成一个运动周期（从一个最高点出发，经过另一个最高点后返回出发点的时间）是定值，通过数出单摆来回运动的次数，可以求得所经历的时间。

按照上述原理，其他做时间间隔相同的周期运动或周期性变化的装置都可以用来测量时间。

**例 2** 一学校的操场跑道是周长为 400 m 的圆形，甲同学绕操场跑了两半，求甲同学运动的位移大小和路程。

解析：甲同学绕圆形操场跑了两圈半，终点与起点恰好在一条直径的两端，位移为  $\frac{400}{\pi}$  m，路程为两个半圆的周长： $2.5 \times 400 \text{ m} = 1000 \text{ m}$ 。

**例 3** 数轴上一动点  $P$  的起始坐标为 4，点  $P$  依次进行下列运动，求：

- (1) 点  $P$  运动到坐标为 8 的位置，求点  $P$  发生的位移；
- (2) 点  $P$  作位移为 -6 的运动，求点  $P$  抵达的坐标。

解析：(1)  $P$  的起点为坐标为  $x_A = 4$ ，终点为  $x_B = 8$ ，发生的位移等于终点坐标减去起点坐标： $\Delta x_1 = x_B - x_A = 8 - 4 = 4$ 。

(2) 题干中有词语“依次”，因此起点为  $x_B = 8$ ，作位移为  $\Delta x_2 = -6$  的运动，重点变为： $x_C = x_B + \Delta x_2 = 8 + (-6) = 2$ ，抵达的坐标为 6。

### 三、位置变化快慢的描述——速度

速度是日常生活中可以直观感知的物理量，具体表现为物体运动的快慢。正常行驶时，飞机的速度比汽车快，汽车的速度比跑步快，跑步的速度比走路快。长跑或短跑比赛中，可以直观地感受到每名运动员跑步速度的相对快慢。

#### 速度

物理学中，速度不只是主观的感受，而是有严格定义和单位的物理量，可以用数值精确地描述，速度的概念由位移和时间共同定义。

直线运动是最基本的运动形式，直线运动的位移可以由两个位置间的线段的长度直接表示，不需要考虑方向和角度的问题。

我们在小学和初中已经初步学习了直线运动的基本公式：速度=路程÷时间，把位移替换成时间，就得到了速度的定义式：速度=位移÷时间，这就是速度的定义式，即一切速度都可以利用该公式求得，区别只是简单的情况下可以直接代入数值，复杂的情况下需要进行必要的数学处理。

速度的定义式中有三个物理量：速度、位移、时间。其中，速度是将要学习的新物理量，位移和时间刚刚已经学习，现在需要弄清“位移÷时间”的含义。

设某物体在 $t_1$ 时刻的位置为 $x_1$ ，在 $t_2$ 时刻的位置为 $x_2$ ，那么物体经历时间 $\Delta t = t_2 - t_1$ 后，发生的位移为： $\Delta x = x_2 - x_1$ ，按照速度的定义，物体在这段时间的速度为：

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

该公式与“速度=位移÷时间”的含义相同，只是用数学符号代替了语句。

速度的基本单位是位移的基本单位是米(m)除以时间的基本单位是秒(s)，即**米每秒**(m/s或 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ )。常用的速度单位还有千米每小时(km/h或 $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ )、厘米每秒(cm/s或 $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ )等。

位移是既有大小、又有方向的矢量。时间是只有大小、没有方向的标量，速度是矢量。速度的大小等于位移的大小除以时间的大小。速度的方向就是位移的方向。

对于做直线运动的物体，可以建立数轴并规定正方向，位移只有正方向和负方向两种(或位移为0)。如果物体经历一段时间后发生的位移是正数，那么物体在这段时间的速度也是正数，如果位移是负数，那么速度也是负数。

对于在平面内或空间中做复杂运动的物体，位移的表示方式稍复杂，相应的速度的表示方式也稍复杂，在高中数学学习平面向量和空间向量以后就能掌握相应的表示和计算方式。

### 平均速度和瞬时速度

速度的定义式  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  中，只出现了位移即“位置的变化”和时间间隔即“时刻的变化”，跟具体的运动过程无关。由该定义式求得的速度  $v$  只表示物体在  $\Delta t$  时间内总体的运动状态，叫作物体在  $\Delta t$  的**平均速度**，不能体现物体在某个时刻的运动状态。

现实生活中，通常只在长跑比赛、规划路线时考虑一段较长时间的平均速度，在短跑或乘车的过程中，更多感受到的是自己或物体每时每刻运动的快慢。速度的定义式  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  中，如果  $\Delta t$  非常小，小到时间间隔几乎等于某个时刻的一瞬间，即  $\Delta t = t_2 - t_1 \approx 0$ ， $t_2 \approx t_1$ ，此时  $v$  叫作物体在该时刻的**瞬时速度**。瞬时速度的大小叫作**速率**，速率是只有大小的标量，且正能是正数或0（位移的负号表示方向）。

平均速度反映物体在一段时间内的位移随时间变化的情况，瞬时速度反映物体在某个时刻的位移随时间变化的情况。如果物体一段时间的速度始终不变，那么物体在这段时间中每个瞬间的瞬时速度都相同，等于这段时间内的平均速度。

### 实验 测量纸带的平均速度和瞬时速度

本实验的目的是测量纸带运动的平均速度和瞬时速度。

实验中，可以用手拖动纸带运动，也可以在纸带的一段系上悬空的重物，让重物自由下落拖动纸带运动。

纸带从打点计时器中间通过，纸带运动的过程中，打点计时器在纸带上打出若干连续的小孔。

要计算纸带的平均速度  $v$ ，根据公式  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ，需获取纸带的位移  $\Delta x$  和发生这段位移所经历的时间  $\Delta t$ 。

纸带上两点间的位移  $\Delta x$ ，就是这两点间的距离，可以用直尺测量得到。

纸带上两点间的时间间隔  $\Delta t$ ，等于两点间点的个数（包括选取的两个点，设为  $n$ ）减去1，乘以打点计时器的打点间隔  $\Delta t_0$  的乘积  $\Delta t = (n-1)\Delta t_0$ 。这是因为打点计时器每经过  $\Delta t_0$  时间打一个点，所以相邻两点间的时间间隔为  $\Delta t_0$ ， $n$  个点间共有  $n-1$  个间隔，经历的时间为  $\Delta t = (n-1)\Delta t_0$ 。

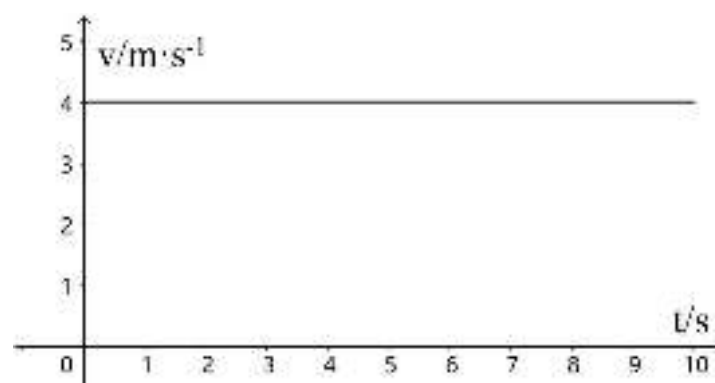
将使用上述方法获取的两点间的位移  $\Delta x$  和时间间隔  $\Delta t = (n-1)\Delta t_0$  代入公式  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ，就可以求得纸带在相应的两点间运动的平均速度。

瞬时速度的精确求法需使用数学中的微积分，本实验选取各点前后尽量短的时间间隔  $\Delta t$  并求得这段很短的时间间隔的平均速度  $v$ ，将其近似当作在中间的点处的瞬时速度。

如果要求更加精确的瞬时速度，原理与本实验相同。采集更加密集的位移—时间数据，绘制出  $x-t$  图像，利用计算机技术拟合得到该图像的函数，图像上每一处位置的切线的斜率（函数在该处的导数）就是该时刻的瞬时速度。

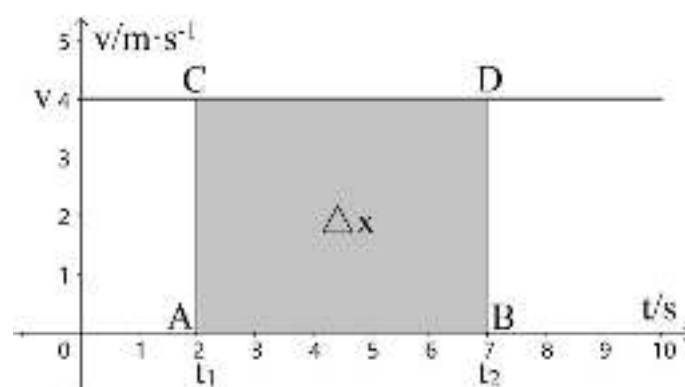
### 速度—时间图像

把时间  $t$  作为自变量  $x$ （横坐标），速度  $v$  作为因变量  $y$ （纵坐标），将物体在各时刻的速度对应的点  $(x, y)$  绘制在平面直角坐标系中，就得到了物体的速度—时间图像，又称  $v-t$  图像，下图是一个做匀速直线运动的物体的  $v-t$  图像。



对于速度恒定不变的物体，将速度的定义式  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  变形为  $\Delta x = v\Delta t$ ，即位移等于速度与时间的乘积。

如下图所示，在  $v-t$  图像中，分别做出垂直于  $x$  轴的直线  $x = t_1$  和  $x = t_2$ ，与  $x$  轴和  $v-t$  图像分别相交于  $A(t_1, 0)$ 、 $B(t_2, 0)$ 、 $C(t_1, v)$ 、 $D(t_2, v)$ ，那么矩形  $ABDC$  的长  $AB$  就是  $\Delta t = t_2 - t_1$ ，宽  $AC$  就是  $v$ ，矩形  $ABDC$  的面积  $S = v\Delta t$  就等于物体在时间  $\Delta t$  发生的位移。若矩形在  $x$  轴上方，则位移是正数；若矩形在  $x$  轴下方，则位移是负数。



如果物体在  $t = 0$  时刻的初始位置为  $x_0$ ，以平均速度  $v$  运动了  $\Delta t$  时间，那么物体最终的位置为  $x_t = x_0 + v\Delta t$ 。

**例 4** 用龟兔赛跑的例子展示位移与距离、瞬时速度与平均速度的关系，以及速度恒定不变的直线运动的计算。

乌龟与兔子进行100 m 直线赛跑，乌龟做0.1 m/s 的匀速直线运动，兔子前90 m 做10 m/s 的匀速直线运动，在距起点90 m 处睡觉用去20 min，最后10 m 做20 m/s 的匀速直线运动。

在这场赛跑中，乌龟的速度始终为0.1 m/s，跑完全程所用的时间为 $100 \div 0.1 \text{ s} = 1000 \text{ s}$ ，跑完全程的平均速度为 $100 \div 1000 \text{ m/s} = 0.1 \text{ m/s}$ 。

兔子前90 m 的速度始终为10 m/s，跑完前90 m 所用的时间为 $90 \div 10 \text{ s} = 9 \text{ s}$ 。后10 m 的速度始终为20 m/s，跑完后10 m 所使用的时间为 $10 \div 20 \text{ s} = 0.5 \text{ s}$ 。中间睡觉使用的时间为 $20 \text{ min} = 1200 \text{ s}$ 。兔子跑完全程所使用的时间共为 $9 + 1200 + 0.5 \text{ s} = 1209.5 \text{ s}$ ，跑完全程的平均速度为 $100 \div 1209.5 \text{ m/s} \approx 0.08 \text{ m/s}$ 。

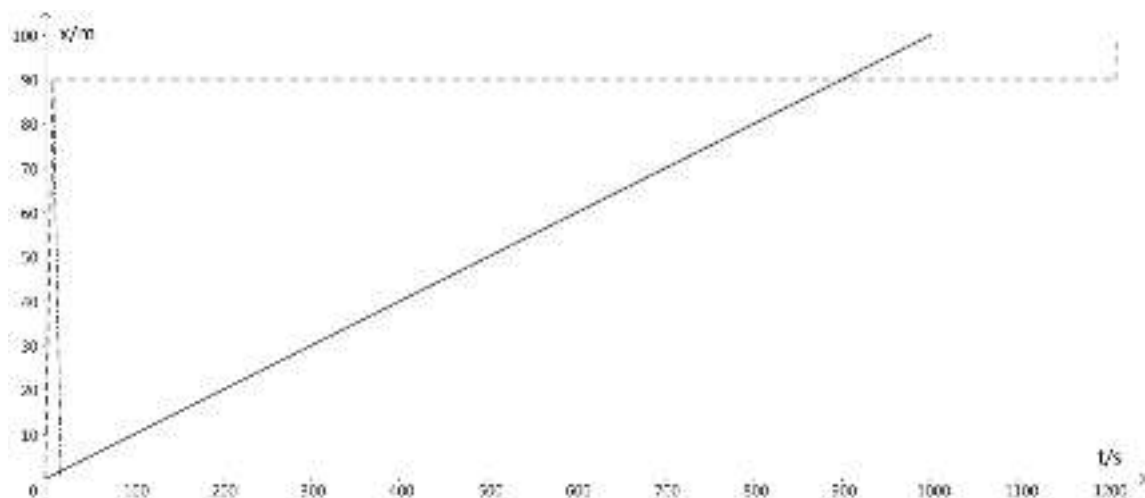
比较龟兔赛跑的情况可发现，虽然兔子跑步时的瞬时速率大于乌龟，但由于兔子睡觉用去了很多时间，所以兔子跑完全程实际使用的时间远大于乌龟，导致乌龟跑完全程的平均速度大于兔子。

兔子输给乌龟之后不服气，约定再次进行100 m 直线赛跑。乌龟仍以0.1 m/s 的速度跑完全程，兔子先以10 m/s 的速度跑到终点线前，又以相同的速率折返回跑回起点停下睡觉。

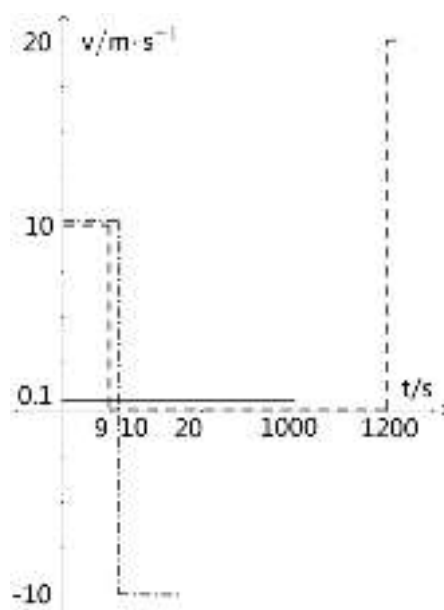
第二场比赛中，乌龟的运动状态与上一场相同。兔子从起点跑到终点线前的速度为10 m/s，所使用的时间为 $100 \div 10 \text{ s} = 10 \text{ s}$ 。从终点线前跑回起点的速率相同，但方向相反，所以速度为-10 m/s。从终点线前回到起点所使用的时间为 $(-100) \div (-10) \text{ s} = 10 \text{ s}$ ，使用的时间共为 $10 + 10 \text{ s} = 20 \text{ s}$ 。

兔子从起点出发又返回起点位移为 $(100) + (-100) \text{ m} = 0 \text{ m}$ ，兔子在第二场赛跑中总的平均速率为 $0 \div 20 \text{ m/s} = 0 \text{ m/s}$ ，总路程为 $100 + 100 \text{ m} = 200 \text{ m}$ 。

下图是龟兔赛跑中乌龟的位移—时间图像（实线）、兔子第一次的位移—时间图像（虚线）、兔子第二次的位移—时间图像（点划线）。



下图是龟兔赛跑中乌龟的速度—时间图像（实线）、兔子第一次的速度—时间图像（虚线）、兔子第二次速度—时间图像（点划线）。



#### 四、速度变化快慢的描述——加速度

速度是位移随时间的变化率，反映位置变化的快慢，日常生活中有很多直观感受。速度随时间的变化率叫作**加速度**，反映速度变化的快慢。加速度通常用符号  $a$  表示，其定义式为：

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

即：若物体在  $t_1$  时刻的速度为  $v_1$ ，在  $t_2$  时刻的速度为  $v_2$ ，那么物体在这段时间前后速度的变化  $\Delta v = v_2 - v_1$  除以时间的变化  $\Delta t = t_2 - t_1$  的商，就是物体的加速。

加速度也是矢量，加速度的方向与速度变化的方向相同，加速度的大小等于速度的大小除以时间。本章和下一章先只从“变化率”的数学概念的角度学习加速度，第三章将学习加速度参与描述的更加重要的物理规律。

按照加速度的定义式，加速度的基本单位是**米每二次方秒**（ $\text{m/s}^2$  或  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ），即速度的基本单位米每秒（ $\text{m/s}$ ）除以时间的基本单位秒（ $\text{s}$ ）。

对于直线运动，只有正方向和负方向两个方向，位移、速度、加速度的方向都可以用正号和负号表示。平面内和空间中的复杂运动的方向需要使用较深入的解析几何知识表示和计算。

#### 加速度的方向

加速度是专有名词，不仅包括速度增大的运动，也包括速度减小的运动。一般只说“加速度”，不说“减速度”，“减速度”可以用负的加速度表示。

当物体沿正方向运动时，速度是正数，若速率逐渐增大，则加速度也是正数；



若速率逐渐减小，则加速度是负数。当物体沿负方向运动时，速度是负数，若速率逐渐增大，则加速度也是负数；若速率逐渐减小，则加速度是正数。

日常生活中对加速度的直观感受较少。当汽车从静止开始启动时，它的速度从  $0 \text{ m/s}$  开始增加，做的就是加速运动，即速度越来越快的运动。如果汽车的速度均匀增加，做的就是匀加速直线运动。

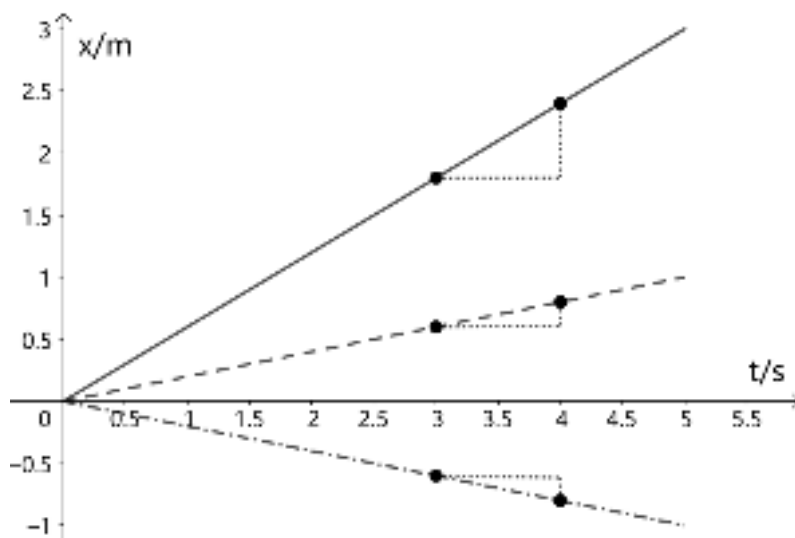
当行驶中的汽车刹车时，从具有一定速度减慢到速度为零停下，汽车在刹车过程中做的就是减速运动，也称加速度为负数的加速运动，即速度越来越慢的运动。如果汽车的速度均匀减小，做的就是匀减速直线运动。

忽略空气阻力，当物体从空中自由下落时，自由下落的物体做的是匀加速直线运动。当把物体向空中竖直上抛时，物体在上升阶段做的是匀减速直线运动。

### 从 $s-t$ 图像看加速度

为了便于理解，先从  $s-t$  图像看物体的速度，再从  $v-t$  图像看运动的加速度。加速度是速度关于时间的变化率，速度是位移关于时间的变化率，两组关系的核心都是变化率，因此可以将加速度与速度的关系跟速度与位移的关系类比。

如果物体做匀速直线运动，经过相同的时间间隔发生的位移相同，运动的  $s-t$  图像是一条直线。下图是三个匀速直线运动的  $s-t$  图像。



从图中可以读出：实线和虚线描述的运动，位移随时间增大而增大，速度是正数，即当  $\Delta t > 0$  时， $\Delta x > 0$ ， $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} > 0$ 。点划线描述的运动的位移随时间增大而减小，速度是负数，即当  $\Delta t > 0$  时， $\Delta x < 0$ ， $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} < 0$ 。

从图中任意一条直线上选取两点  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$ ，两点的纵坐标之差除以横坐标之差，得到的商  $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  就是该直线描述的匀速直线运动的速度  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ 。

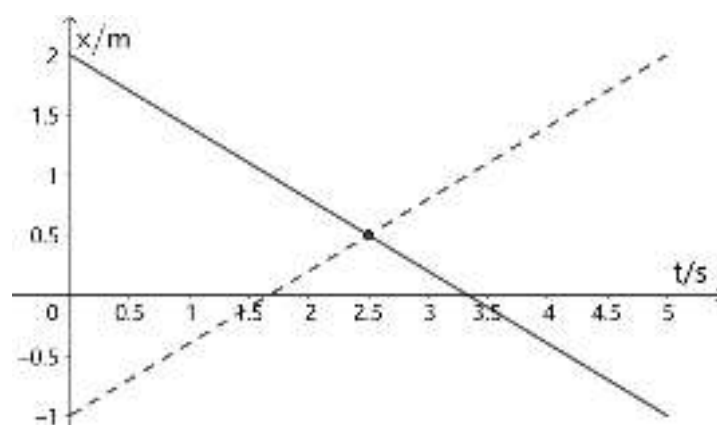
几何中， $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  的意义是该直线的斜率，表示直线的倾斜程度。斜率的绝对值越大，直线越竖直；斜率的绝对值越小，直线越水平。斜率的正负号反映直线倾斜的方向，斜率为正数的直线沿左下-右上方向倾斜，斜率为负数的直线沿左上、右下方向倾斜。

综上， $s-t$  图像中直线的斜率表示匀速直线运动的速度。斜率的绝对值等于速度的大小，斜率的正负号对应运动的方向（正方向或负方向）。

经计算可得，上图中实线描述的运动的速度的速度为  $0.6 \text{ m/s}$ ，虚线描述的运动的速度的速度为  $0.2 \text{ m/s}$ ，前者大于后者。点划线描述的速度为  $-0.2 \text{ m/s}$ ，是负数，表示运动沿负方向。

特别的，如果  $s-t$  图像是一条水平的直线，表示位移不随时间变化，运动的速度为  $0$ 。从直线上任意选取两点，它们的纵坐标总是相等，纵坐标之差总是为  $0$ ，即速度总是为  $0$ 。

$s-t$  图像中不存在竖直的直线，竖直的直线的斜率可以看作无穷大，现实中不存在速度为无穷大的运动。物体在  $t=0$  时刻的起始位置可以不在原点，如下面的  $s-t$  图像所示。



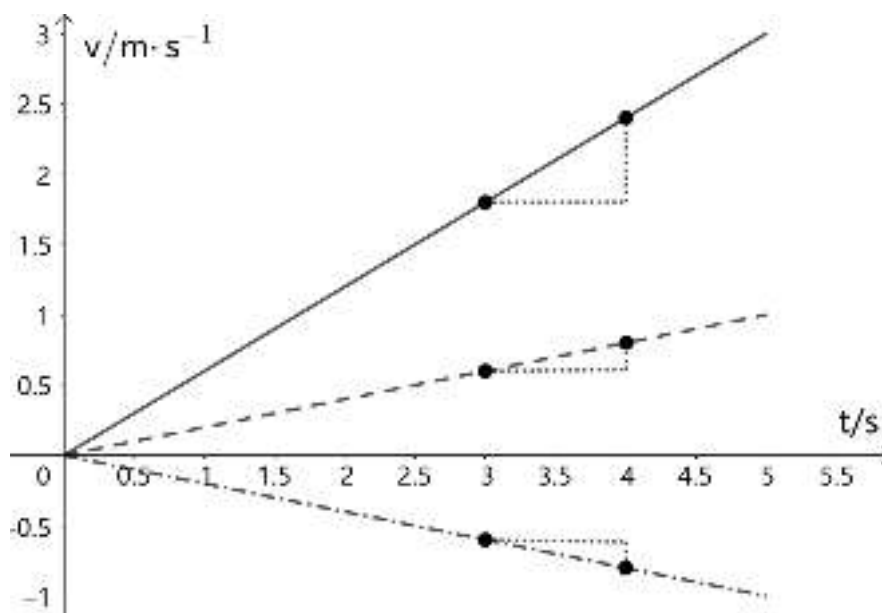
从图中可以读出：实线描述的运动的起始位移为  $x = 2 \text{ m}$ ，位移随时间增大而减小，运动一段时间后位移为负数，可求得其速度为  $-0.6 \text{ m/s}$ 。虚线描述的运动的起始位移为  $x = -1 \text{ m}$ ，位移随时间增大而增大，运动一段时间后位移为正数，可求得其速度为  $0.6 \text{ m/s}$ 。

另外，两条直线相交于点  $(2.5, 0.5)$ ，表示在  $t = 2.5 \text{ s}$  时刻，两个物体的位移都是  $x = 0.5 \text{ m}$ ，该时刻两个物体相遇，在同一位置。

### 从 $v-t$ 图像看加速度

将上面从  $s-t$  图像对速度进行分析得到的规律和结论当中，将  $s-t$  图像中的“ $s$ ”替换为“ $v$ ”，将“速度”替换为“加速度”，将“位移”替换为“速度”，就可以直接得到从  $v-t$  图像对加速度进行分析得到的规律和结论。

下图是三个匀速直线运动的  $v-t$  图像。



从图中可以读出：实线和虚线描述的运动，速度随时间增大而增大，做加速运动，即当  $\Delta t > 0$  时， $\Delta v > 0$ ， $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} > 0$ 。点划线描述的运动的速度随时间增大而减小，做减速运动，即当  $\Delta t > 0$  时， $\Delta v < 0$ ， $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} < 0$ 。

从图中任意一条直线上选取两点  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$ ，两点的纵坐标之差除以横坐标之差，得到的商  $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  就是该直线描述的匀加速直线运动的加速度

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}。$$

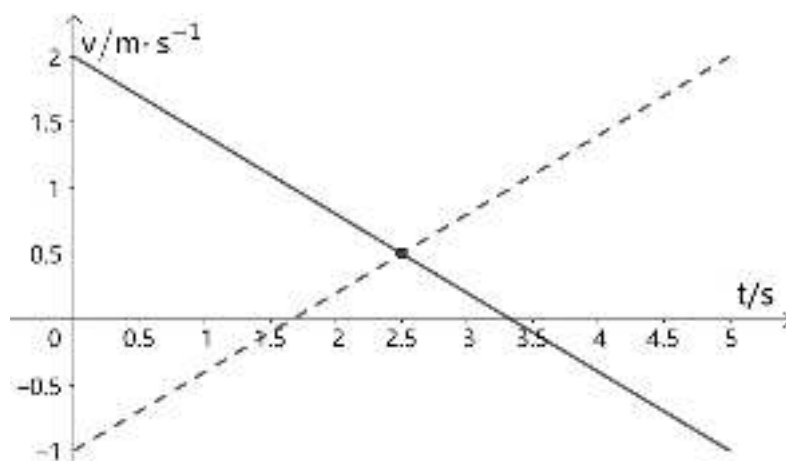
$v-t$  图像中直线的斜率表示匀加速直线运动的加速度。斜率的绝对值等于加速度的大小，斜率的正负号对应加速度的方向（正方向或负方向）。

经计算可得，上图中实线描述的运动加速度为  $0.6 \text{ m/s}^2$ ，虚线描述的运动加速度为  $0.2 \text{ m/s}^2$ ，前者大于后者。点划线描述的加速度为  $-0.2 \text{ m/s}^2$ ，是负数，表示物体做减速运动。

特别的，如果  $v-t$  图像是一条水平的直线，表示速度不随时间变化，运动做匀速直线运动，速度恒定不变。从直线上任意选取两点，它们的纵坐标总是相等，纵坐标之差总是为 0，即加速度总是为 0。

$v-t$  图像中不存在竖直的直线，竖直的直线的斜率可以看作无穷大，现实中不存在加速度为无穷大的运动。

物体在  $t=0$  时刻的起始速度可以不为 0，如下面的  $v-t$  图像所示。

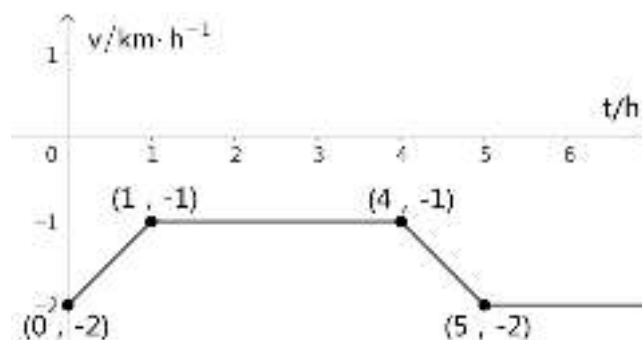


从图中可以读出：实线描述的运动的起始速度为  $v = 2 \text{ m/s}$ ，沿正方向运动，速度的绝对值起初随时间增大而减小，物体做减速运动。至  $t = 3.5 \text{ s}$  时，速度降低为 0，然后速度变为负数且绝对值越来越大，此时物体做加速运动，速度沿负方向。运动的加速度始终不变，为  $-0.6 \text{ m/s}^2$ 。

虚线描述的运动的起始速度为  $v = -1 \text{ m/s}$ ，沿负方向运动，速度的绝对值起初随时间增大而减小，物体做减速运动。至  $t = 1.5 \text{ s}$  时，速度降低为 0，然后速度变为正数且绝对值越来越大，此时物体做加速运动，速度沿正方向。运动的加速度始终不变，为  $0.6 \text{ m/s}^2$ 。

另外，两条直线相交于点  $(2.5, 0.5)$ ，表示在  $t = 2.5 \text{ s}$  时刻，两个物体的速度都是  $v = 0.5 \text{ m/s}$ ，该时刻两个物体的速度相同（大小和方向都相同），但是位移不一定相同（大多数情况下位移不同）。

**例 5** 下图是某做直线运动的物体的  $v-t$  图像，回答下列问题：



（1）求物体的起始速率；（2）求物体在  $t = 2 \text{ h}$  时刻的速度；（3）求物体在  $t = 4.5 \text{ h}$  时刻的加速度；（4）求物体在  $0 \sim 2 \text{ h}$  期间的平均速度；（5） $0 \sim 5 \text{ h}$  内物体的运动方向是否有改变。

解析：（1）读图可知  $t = 0$  时的速度为  $-2 \text{ m/s}$ ，速率为  $2 \text{ m/s}$ 。（2）读图可知  $t = 2 \text{ h}$  时的速度为  $-1 \text{ m/s}$ 。（3）在  $4 \sim 5 \text{ h}$  时间内速度随时间均匀变化，做匀变速直线运动，加速度等于速度的变化量除以时间的变化量，选取  $(4, -1)$  和  $(5, -2)$  两

个时刻的数据，加速度为  $\frac{-2-(-1)}{5-1} \text{ m/s} = -1 \text{ m/s}$ 。(4) 一段时间里的平均速度等于这段时间的总位移除以时间，0~2 h 内的运动可以分为两段，0~1 h 速度均匀变化，1~2 h 内速度不变。其中，0~1 h 时间内的位移等于 y 轴、直线  $x=1$ 、x 轴、 $v-t$  图像围成的面积，是一个直角梯形，上底为1，下底为2，高为1，面积即位移的大小为  $\frac{1+2}{2} \times 1 = \frac{3}{2}$ ，由于速度在 x 轴下方，面积（位移）应当为负数，位移为  $-\frac{3}{2} \text{ m}$ ；1~2 h 内的速度始终为  $-1 \text{ m/s}$ ，位移为  $-1 \times 1 \text{ m/s} = -1 \text{ m/s}$ ，物体在 0~2 h 内的总位移为  $-\frac{3}{2} + (-1) \text{ m} = -\frac{5}{2} \text{ m}$ ，平均速度为： $-\frac{5}{2} \div 2 \text{ m/s} = -\frac{5}{4} \text{ m/s}$ 。

(5) 0~5 h 内物体的速度始终为负数，始终朝负方向运动，没有改变。

### 小结

本章主要学习描述运动的四个基本概念：时间、位移、速度、加速度。需理解时间和位移反映的客观现象、物理概念与日常用语的区别、基本单位及其计量方式，理解速度是位移随时间的变化率、加速度是速度随时间的变化率的定义。

由于当前数学和物理知识储备较少，对带正负号的物理运算、带单位的运算、矢量运算较陌生，需要通过充分的做题练习帮助理解和熟悉，逐渐摆脱“物理量都是正的”“数量是数量、单位是单位”等旧有思维。

当前阶段可以暂时将矢量的大小与方向分开分析处理，但要非常仔细地分析，避免出错。待高中数学学习向量后（若有条件可提前自学简单了解），结合向量的概念和运算理解位移、速度、加速度等矢量运算将会更加直观。

## 第二章 匀变速直线运动的研究

我们在上一章学习了运动的描述。描述运动的物理量主要有位移、时间、速度、加速度。其中，位移和时间是可以直接测量得到的物理量；速度是位移随时间的变化率，加速度是速度随时间的变化率，需要通过计算得到。

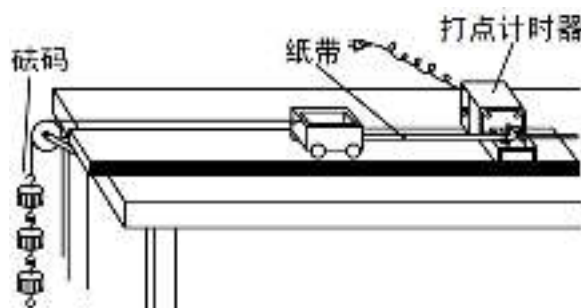
日常生活中，位移和时间都是非常熟悉的概念，速度的快慢可以明显地感知，但是加速度很难直观地感受。似乎加速度只是生硬地从数学上推导得到的概念，在现实中很难有直接的感知。

实际上，如果只研究物体的运动，加速度的确只是从数学上推导得到的概念，位移和时间是直接的物理量，速度是由位移和时间计算得到的“间接的”物理量，加速度是由速度和时间计算得到的“间接的间接的”物理量。

客观世界中还有一个非常重要的物理概念——力。加速度可以将力与运动直接联系起来，因此加速度是非常重要的物理量。力与运动之间的关系将在下一章学习。本章从加速度的定义——速度随时间的变化率的角度，学习匀变速直线运动中的位移、时间、速度、加速度之间的关系。

### 一、实验：探究小车速度随时间变化的规律

我们在上一章学习了测量纸带的平均速度和瞬时速度的实验。本小节的实验的原理、装置和步骤与其基本相同，主要特点是：（1）拖动小车和纸带的动力来自砝码从桌面上下落或从斜面上下滑；（2）用轨道上的小车拖动纸带，降低纸带与桌面之间的摩擦。实验装置的示意图如下所示。



纸带穿过打点计时器时，打点计时器在纸带上打出时间间隔相同的小孔，小孔间的距离就是这段时间小车的位移，可以使用直尺测量得到。小车的运动近似匀变速直线运动，即速度随时间均匀变化——加速度不变的运动。

按照与上一章中的实验相同的方法，记录各点对应的时刻和位移，可以求得各点对应的时刻的瞬时速度。用一个点的前后两点的速度之差除以经历的时间，就可以得到该点对应的时刻的瞬时加速度的近似值。

如果实验装置较为理想，利用测量计算得到的数据绘制的  $v-t$  图像接近一条直线，直线的斜率就是小车运动时的加速度。

## 二、匀变速直线运动的速度与时间的关系

### 匀变速直线运动的概念

匀变速直线运动的名称中包含两个关键要素：“匀变速”和“直线”。

“直线”表明匀变速直线运动是直线运动，运动的轨迹是一条直线。直线可以向两端无限延伸，直线运动只有两个方向，如果规定其中一个方向为正方向，那么另一个方向是负方向。

直线运动的位移可以用数轴表示，从直线上选取一点作为原点，选取一个方向为作正方向，建立数轴。直线上各点的位移（位置）就是该点的坐标，坐标的绝对值表示该点位移的大小，坐标的正负号表示该点位移的方向。

距离原点越远的点，位移的绝对值越大。位于原点正方向的位移都是正数，位于原点负方向的位移都是负数。从点A出发到达点B，发生的位移等于点B的坐标减去点A的坐标之差。差值的大小表示位移的大小，差值的正负号表示位移的方向。

“匀变速”表明匀变速直线运动的速度均匀变化。速度是矢量，有大小和方向两个要素。速度的大小等于位移的大小除以时间的商，易求得其数值。速度的方向与位移的方向相同。直线运动中，速度的方向可以由正负号表示，正号表示沿正方向运动，负号表示沿负方向运动。

匀变速直线运动中，速度随时间均匀变化。假设物体在任意两个时刻 $t_1$ 和 $t_2$ 的速度分别为 $v_1$ 和 $v_2$ ，速度的变化率为 $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ 。根据加速度的定义式 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ，该比值就是该运动的加速度。

需注意， $v_1$ 和 $v_2$ 是矢量，绝对值表示大小，正负号表示方向。得到的加速度 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ 也是矢量，绝对值表示大小，正负号表示方向。对于轨迹不是直线的运动，其位移、速度、加速度有专门的表示和计算方法，将在后续章节学习。

### 匀变速直线运动的特点

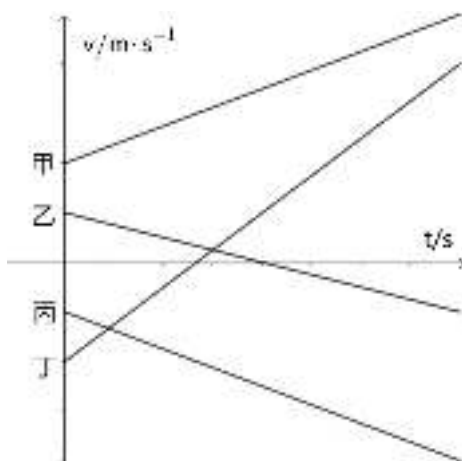
经实验测定和数学证明，如果运动的 $v-t$ 图像是一条倾斜的直线，那么该运动是匀变速直线运动。

从描述 $v-t$ 图像的直线上任意选取两点 $(x_1, y_1)$ 和 $(x_2, y_2)$ ，可求得直线的斜率为 $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ，等于物体的加速度 $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ 。

其中， $x_1$ 和 $x_2$ 就是选取的两个时刻 $t_1$ 和 $t_2$ ， $y_1$ 和 $y_2$ 就是这两个时刻的速度 $v_1$ 和 $v_2$ ，由此可得： $k = a$ 。

斜率的绝对值等于加速度的大小，斜率的正负号表示加速度的方向。

下图是四种匀变速直线运动的  $v-t$  图像。



从图中可以读出：起始时刻，甲和乙的速度是正数，沿正方向运动；丙和丁的速度是负数，沿负方向运动。

甲和丁的速度逐渐增大，加速度是正数，加速度的方向沿正方向。乙和丙的速度逐渐减小，加速度是负数，加速度的方向沿负方向。

甲和丙的速度的绝对值始终增大，速度的方向始终与加速度的方向相同，做的是匀加速直线运动。乙和丁的速度的绝对值起初减小，速度的方向与加速度的方向相反，做的是匀减速直线运动。

乙运动一段时间后，速度由正数变为负数，速度的方向由正方向变为负方向，由减速运动变为加速运动。丁运动一段时间后，速度由负数变为正数，速度方向由负方向变为正方向，也由减速运动变为加速运动。

### 速度与时间的关系

匀变速直线运动的加速度为定值  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ ，如果已知匀变速直线运动的加速度  $a$ ，0时刻的初速度  $v_0$ ，利用上面的等式可以求得该运动在任意时刻  $t$  的速度  $v$ 。

将  $t_1 = 0$ ， $v_1 = v_0$ ， $t_2 = t$ ， $v_2 = v$  代入加速度的定义式并移项可得：

$$v = v_0 + at$$

这就是初速度为  $v_0$ 、加速度为  $a$  的匀变速直线运动，任意时刻  $t$  与速度  $v$  的函数关系。其中， $v$ ， $v_0$ ， $a$  都是矢量，绝对值表示其大小，正负号表示其方向。

另外，如果已知的不是0时刻的初速度  $v_0$ ，而是其他某个时刻  $t'$  的速度  $v'$ ，将  $t_1 = t'$ ， $v_1 = v'$ ， $t_2 = t$ ， $v_2 = v$  代入加速度的定义式并移项可得：

$$v = v' + a(t - t')$$

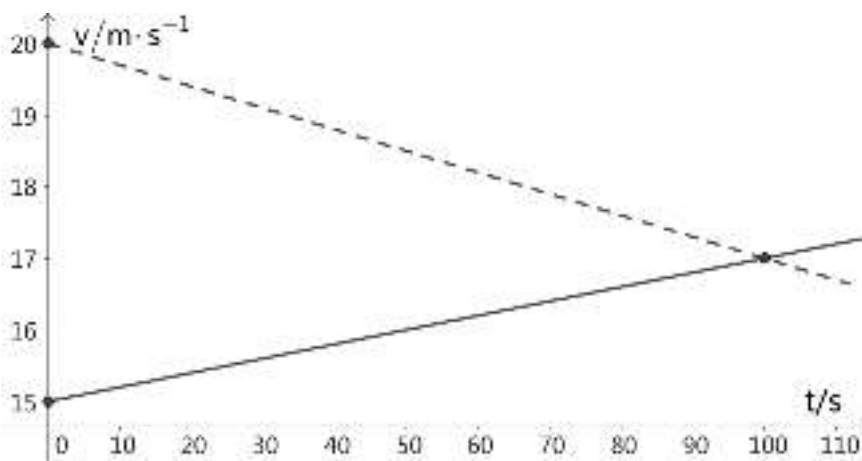
该公式同样反映任意时刻  $t$  与速度  $v$  的函数关系。特别的，当  $t = 0$  时，初速度为  $v_0 = v' - at'$ 。



**例 1** 甲乙两车保持安全距离同向行驶在同一条直线道路上，甲车的速度为  $15 \text{ m/s}$ ，乙车的速度为  $20 \text{ m/s}$ 。某时刻起，甲车以  $0.02 \text{ m/s}^2$  的加速度加速，乙车以  $0.03 \text{ m/s}^2$  的加速度减速，经过多长时间两车的速度相同？

解析：规定甲乙两车行驶的方向为正方向，两车开始改变速度的时刻为  $t=0$  时刻。甲车的初始速度为  $15 \text{ m/s}$ ，加速度为  $0.02 \text{ m/s}^2$ ，甲车的速度与时间的函数关系为： $v_{\text{甲}} = 15 + 0.02t$ 。乙车的初始速度为  $20 \text{ m/s}$ ，由于做减速运动，加速度为负数  $-0.03 \text{ m/s}^2$ ，乙车的速度与时间的函数关系为： $v_{\text{乙}} = 20 - 0.03t$ 。当两车的速度相同时， $v_{\text{甲}} = v_{\text{乙}}$ ，代入相应的  $v-t$  函数解析式得到方程： $15 + 0.02t = 20 - 0.03t$ ，解得： $t = 100 \text{ (s)}$ ，经过  $100 \text{ s}$ ，甲乙两车的速度相同。

下图是甲乙两车的  $v-t$  图像，实线为甲车，虚线为乙车，从图中可以读出：当  $t=100$  时，两条直线相交，此时两车的速度相同。



需特别注意，进行物理量的计算时，需先将单位统一后才能进行数值运算。例 1 使用的数据中，位移的单位都是  $\text{m}$ ，时间的单位都是  $\text{s}$ ，速度的单位都是  $\text{m/s}$ ，加速度的单位都是  $\text{m/s}^2$ ，因此不需要另行换算。

如果同时出现  $\text{km}$  和  $\text{m}$ ，则需换算  $a \text{ km} = a \times 1000 \text{ m}$  或  $a \text{ m} = a \times \frac{1}{1000} \text{ km}$ 。如果同时出现  $\text{s}$  和  $\text{h}$ ，则需换算  $a \text{ h} = a \times 3600 \text{ s}$  或  $a \text{ s} = a \times \frac{1}{3600} \text{ h}$ 。相应的， $a \text{ km/h} = a \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{a}{3.6} \text{ m/s}$  或  $a \text{ m/s} = a \times \frac{1/1000 \text{ m}}{1/3600 \text{ s}} = 3.6a \text{ km/h}$ 。其他单位的换算同理。

### 三、匀变速直线运动的位移与时间的关系

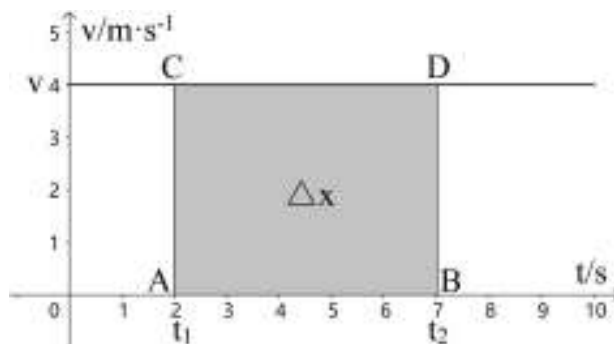
#### 匀变速直线运动的位移

做匀变速直线运动的物体的  $v-t$  图像是一条直线，可以用一次函数表示：

$$v_t = v_0 + at$$

其中： $v_t$ 是速度，是因变量。 $t$ 是时间，是自变量。 $a$ 是加速度，是直线的斜率。 $v_0$ 是初始速度，是直线在 $y$ 轴上的截距。

利用匀变速直线运动的 $v-t$ 图像及函数，可以求得该运动在一段时间间隔内的位移，方法与求匀速直线运动的位移相同。下图是某匀速直线运动的 $v-t$ 图像。



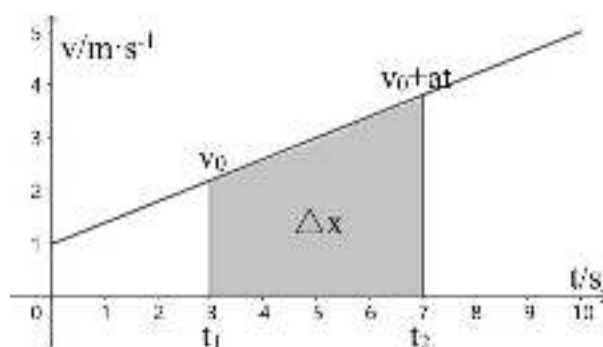
上图中，从横轴上选取对应起始时刻和终止时刻的点 $A(t_1, 0)$ 和 $B(t_2, 0)$ ，过点 $A$ 和点 $B$ 分别做横轴的垂线，与 $v-t$ 图像相交于点 $D$ 和点 $C$ 。

对于匀速直线运动，位移等于速度与时间的乘积。设速度为 $v$ ，那么 $t_1 \sim t_2$ 时间的位移为： $s = v \cdot \Delta t = v \cdot (t_2 - t_1)$ 。

矩形 $ABCD$ 的长 $AB$ 就是 $t_1 \sim t_2$ 的时间间隔 $t_2 - t_1$ ，矩形的高 $AD$ 就是速度 $v$ ，矩形的面积等于运动物体在 $t_1 \sim t_2$ 时间内的位移： $S = AB \cdot AD = (t_2 - t_1)v = x$ 。

如果物体沿正方向移动， $v > 0$ ，此时 $v-t$ 图像在横轴上方，计算得到的位移（面积）也是正数。如果物体沿负方向移动， $v < 0$ ，此时 $v-t$ 图像在横轴下方，计算得到的位移（面积）也是负数。

从数学上可以证明（简要证明见本章末尾），对于匀变速直线运动同理。即：分别做出经过 $t_1$ 、 $t_2$ 时刻的横轴的垂线，那么 $v-t$ 图像、横轴、两条垂线所围成的梯形（或三角形）的面积就是位移的大小，如下图所示。



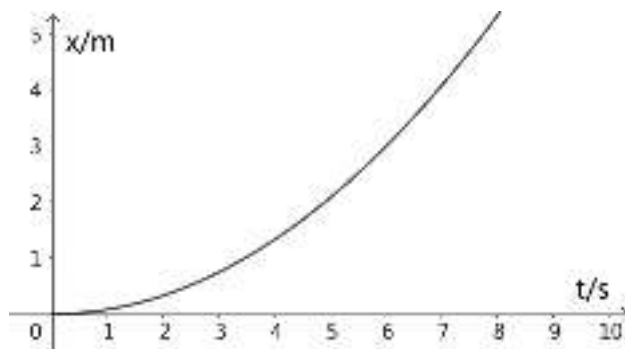
设匀变速直线运动在 $t_1$ 时刻的速度为 $v_0$ 、加速度为 $a$ ，则经过时间 $t$ 发生的位移等于图中梯形的面积。

其中：梯形的高为 $t = t_2 - t_1$ ，上底边长为 $t_1$ 时刻的速度 $v_0$ ，下底边长为 $t_2$ 时刻的速度 $v_0 + at$ ，梯形的面积为：

$$x = \frac{1}{2}[v_0 + (v_0 + at)] \cdot t = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

这就是做初速度为  $v_0$ 、加速度为  $a$  的匀变速直线运动的物体，在  $t$  时刻的位移。其中， $s$ ， $v_0$ ， $a$  都是矢量，绝对值表示大小，正负号表示方向。

下图是某匀加速直线运动的  $s-t$  图像，从图中可以读出： $s-t$  图像是一条抛物线。根据数学知识可知，抛物线是二次函数的轨迹。匀变速直线运动的位移  $x$  与时间  $t$  之间的关系  $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$  是一个二次函数。



**例 2** 甲乙两车前后同向行驶在同一直线道路上，甲车的速度为  $50 \text{ km/h}$ ，乙车的速度为  $60 \text{ km/h}$ ，当两车相距  $2 \text{ km}$  时，两车以相同大小的加速度分别做匀加速和匀减速直线运动，求加速度的大小至少为多少时两车不会相撞？

解析：起初，乙车的速度大于甲车，两车间的距离逐渐减小，直到两车的相等时，两车间的距离才不再减小，只要此刻两车不相撞，两车就不会相撞。规定两车相距  $2 \text{ km}$  时为  $0$  时刻，两车前进的方向为正方向，此刻乙车的位移为原点  $x=0$ ，则甲车的初始位移为  $x=2$ 。

甲车的初始位移为  $2$ ，初速度为  $v_{0\text{甲}} = 50$ ，设加速度为  $a$  ( $a > 0$ )，甲车的  $v-t$  函数关系为： $v_{\text{甲}} = 50 + at$ ，甲车的  $x-t$  函数关系为： $x_{\text{甲}} = 2 + 50t + \frac{1}{2}at^2$ ；

乙车的初始位移为  $0$ ，初速度为  $v_{0\text{乙}} = 60$ ，由于做减速运动，设加速度为  $-a$ ，乙车的  $v-t$  函数关系为： $v_{\text{乙}} = 60 - at$ ，乙车的  $x-t$  函数关系为： $x_{\text{乙}} = 60t + \frac{1}{2}(-a)t^2$ ；

当  $v_{\text{甲}} = v_{\text{乙}}$ ，即  $50 + at = 60 - at$  时，两车的距离最近，解方程得： $t = \frac{5}{a}$ ，此刻甲车的位移为： $x_{\text{甲}} = 2 + 50 \times \frac{5}{a} + \frac{1}{2}a \times (\frac{5}{a})^2 = 2 + \frac{262.5}{a}$ ，此刻乙车的位移为： $x_{\text{乙}} = 60 \times \frac{5}{a} - \frac{1}{2}a \times (\frac{5}{a})^2 = \frac{287.5}{a}$ ，需满足此刻  $x_{\text{甲}} \geq x_{\text{乙}}$ ，即  $2 + \frac{262.5}{a} \geq \frac{287.5}{a}$ ，解得： $a \geq 12.5 \text{ (km/h}^2\text{)}$ ，两车分别加速和减速的加速度的大小应至少为  $12.5 \text{ km/h}^2$ 。

### 速度与位移的关系

我们已经学习了描述匀变速直线运动的规律的四个重要公式。

$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  和  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  分别是速度和加速度的定义式，对任意运动都适用，区别主要

体现在不同运动形式中的  $x$ 、 $v$ 、 $a$  等矢量的数学表达方式不同。

$v_t = v_0 + at$  反映任意时刻的速度  $v_t$  与初始速度  $v_0$ 、加速度  $a$ 、时刻  $t$  的数量关系，涉及四个参数，如果已知其中的三个，可以求得第四个。

$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$  反映任意时刻发生的位移  $x$  与初始速度  $v_0$ 、加速度  $a$ 、时刻  $t$  的数量关系，涉及四个参数，如果已知其中的三个，可以求得第四个。特别的，如果初始位移为  $x_0$ ，则  $t$  时刻的位置为  $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ 。

将  $v_t = v_0 + at$  变形为  $t = \frac{v_t - v_0}{a}$ ，代入  $x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$  并进行化简可得：

$$2ax = v_t^2 - v_0^2$$

即：对于做匀变速直线运动的物体，加速度  $a$ 、初速度  $v_0$ 、末速度  $v_t$ 、位移  $x$  之间满足数量关系  $2ax = v_t^2 - v_0^2$ 。该公式最大的特点是没有时间参数  $t$ 。

需注意， $a$ 、 $v_0$ 、 $v_t$ 、 $x$  都是矢量，直线运动中的方向由正负号表示。

**例 3** 已知某最高限速为 80 km/h 的道路上发生交通事故，勘察事故现场时，测得汽车刹车的轨迹长 450 m，假设该车辆刹车时做匀变速直线运动，速度每小时减慢 4000 km/h，求该车刚开始刹车时的速度是否超速。

解析：车辆刹车时做匀变速直线运动，已知参数中没有时间，考虑使用公式  $2ax = v_t^2 - v_0^2$ ，

规定前进的方向为正方向，开始刹车的时刻为 0，此刻的位移为原点  $x = 0$ ，车辆刹车时速度每小时减慢 4000 km/h，速度大小的变化率为 4000 km/h<sup>2</sup>，加速度为  $a = -4000 \text{ km/h}^2$ ，

刹车的轨迹长 450 m，需将单位换算一致： $x = 450 \text{ m} = 0.45 \text{ km}$ ，

刚开始刹车的起始速度  $v_0$  未知，是要求的物理量，

刹车结束后车辆停下，终末速度为  $v_t = 0 \text{ km/h}$ ，

将上述数据代入公式  $2ax = v_t^2 - v_0^2$  可得： $2 \times (-4000) \times 0.45 = 0^2 - v_0^2$

解得： $v_0 = 60 \text{ km/h}$

刚开始刹车时的速度为 60 km/h，小于 80 km/h 的限速，没有超速。

## 四、自由落体运动

### 自由落体运动

自由落体运动是非常典型的匀变速直线运动，日常生活中随处可见。

意大利科学家伽利略在比萨斜塔上进行了著名的实验，验证了不同重量的物体从相同高度自由下落到地面的时间相等。

伽利略还用一系列严谨的实验证明了物体自由下落时做的是匀加速直线运动，并求出了该运动的加速度为  $9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ，方向恒为竖直向下垂直于地面。

自由落体运动的加速度  $9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  叫作**重力加速度**或**自由落体加速度**，用符号  $g$  表示，即  $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。为了方便计算，有时也近似取  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。使用时需注意重力加速度的方向对应的正负号。

在真空中或忽略空气阻力影响的条件下，地球表面的物体在重力作用下由静止开始下落，所做的运动叫作**自由落体运动**。地球表面自由落体运动的加速度恒为  $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。在很高的空中或其他星球表面的加速度为其他值。

根据匀变速直线运动的一般规律，若物体从静止开始做自由落体运动下落，则其下落的速度与时间的关系为：

$$v = gt$$

其中，速度  $v$  与重力加速度  $g$  都是矢量，由该公式可知二者的方向一致。

自由落体运动下落的位移与时间的关系为：

$$x = \frac{1}{2}gt^2$$

其中，位移  $x$  与重力加速度  $g$  都是矢量，由该公式可知二者的方向一致。

### 竖直上抛运动

竖直上抛运动可以看作是自由落体运动的“前奏”。先给物体竖直向上的初速度  $v_0$  将其抛出，由于重力加速度的方向恒为竖直向下，物体起初做方向竖直向上的匀减速直线运动。直到物体的速度减为 0 的瞬间，开始做自由落体运动。

如果规定竖直向上为正方向，则竖直上抛运动的速度与时间的关系为：

$$v = v_0 - gt$$

需注意，由于通常默认重力加速度的取值为  $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ，因此如果规定竖直向上为正方向，那么重力加速度所产生的加速度应当为  $-g$ 。

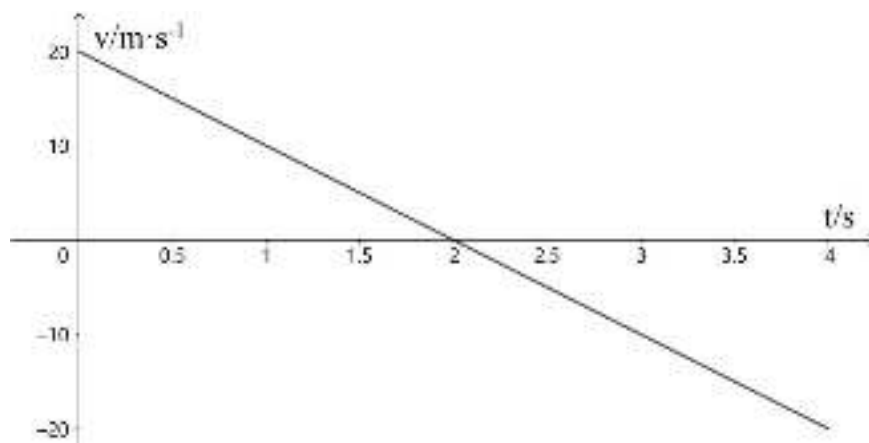
当  $v > 0$  时，物体的速度竖直向上，解不等式  $v_0 - gt > 0$  可得  $t < \frac{v_0}{g}$ ，即：当

$0 < t < \frac{v_0}{g}$  时，物体处于上升状态。

当  $v < 0$  时，物体的速度竖直向下，解不等式  $v_0 - gt < 0$  可得  $t > \frac{v_0}{g}$ ，即：当  $t > \frac{v_0}{g}$  时，物体处于下落状态。

当  $v = 0$  时，物体的瞬时速度为 0，解方程  $0 = v_0 - gt$  可得  $t = \frac{v_0}{g}$ ，即：当  $t = \frac{v_0}{g}$  时，物体处于由上升转为下落的瞬间，此刻物体抵达最高点。

下面是某竖直上抛运动的  $v-t$  图像。



竖直上抛运动的位移与时间的关系为：

$$x = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

当  $x > 0$  时，物体的位移为正方向，解不等式  $v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 > 0$  可得  $t < \frac{2v_0}{g}$ ，即：

当  $0 < t < \frac{2v_0}{g}$  时，物体位于出发点的上方。

当  $x < 0$  时，物体的位移为负方向，解不等式  $v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 < 0$  可得  $t > \frac{2v_0}{g}$ ，即：

当  $t > \frac{2v_0}{g}$  时，物体位于出发点的下方。

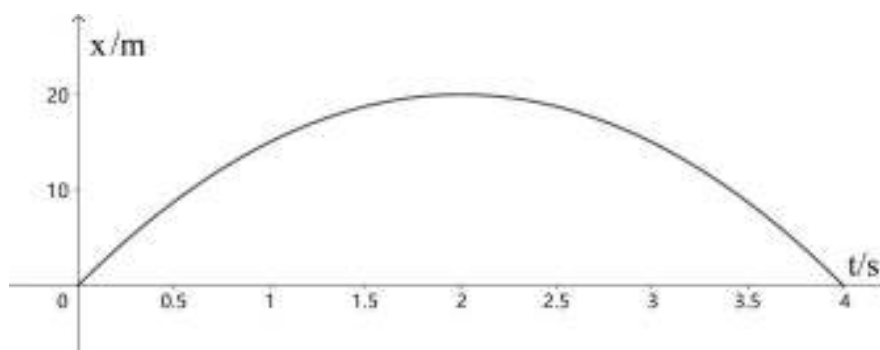
当  $x = 0$  时，物体的位移为 0，解方程  $v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 0$  可得  $t = 0$  或  $t = \frac{2v_0}{g}$ 。当

$t = 0$  时，物体刚被竖直向上抛出；当  $t = \frac{2v_0}{g}$  时，物体返回起抛时的出发点。

将  $t = \frac{v_0}{g}$  代入  $x = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$  可以得到物体上抛的最大高度为  $x_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$ 。也可

可以将  $a = -g$ ， $v_t = 0$  代入  $2ax = v_t^2 - v_0^2$  后得到该结论。还可以利用二次函数的性质得到该结论。角标 “max” 表示“最大值”，“min” 表示最小值。

下面是某竖直上抛运动的  $x-t$  图像，是一个抛物线。

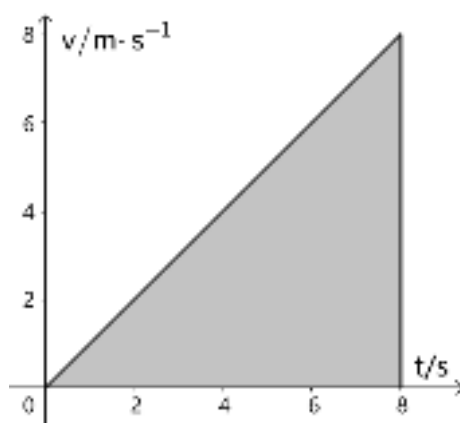


### 拓展知识、 $v-t$ 图像围成的面积等于位移的简要证明

前面刚刚学习，匀速直线运动的  $v-t$  图像是一条平行于横轴的直线。选取任意两个时刻  $t_1$  和  $t_2$ ，则  $v-t$  图像、横轴、经过这两个时刻的垂线所围成的矩形的面积等于  $t_1 \sim t_2$  时间发生的位移。

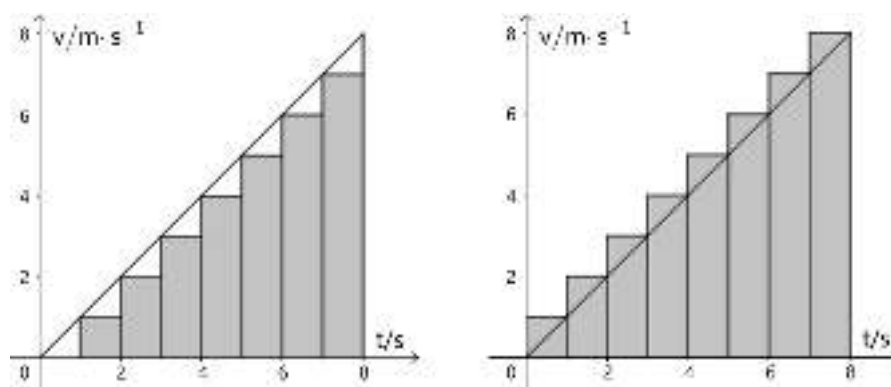
现在简要证明初速度为 0、加速度为  $a$  的匀变速直线运动，任意  $t_1 \sim t_2$  时间的位移  $x$  等于运动的  $v-t$  图像、横轴、经过这两个时刻的垂线所围成的梯形（或三角形）的面积。

下图为初速度  $v_0 = 0$ 、加速度  $a = 1 \text{ m/s}^2$  的匀变速直线运动的  $v-t$  图像。现在参照匀速直线运动的位移公式，求做该匀变速直线运动在  $0 \sim 8\text{s}$  所发生的位移。



近似 1-1：将该运动近似看作若干个连续的匀速直线运动，且每一段匀速直线运动的速度取实际情况的最小值，如下表和下图左所示。

时间	0~1	1~2	2~3	3~4	4~5	5~6	6~7	7~8
速度	0	1	2	3	4	5	6	7



近似 1-2: 将该运动近似看作若干个连续的匀速直线运动, 且每一段匀速直线运动的速度取实际情况的最大值, 如下表和上图右所示。

时间	0~1	1~2	2~3	3~4	4~5	5~6	6~7	7~8
速度	1	2	3	4	5	6	7	8

将近似 1-1 中各矩形的面积相加, 可求得总位移为  $x_{1-1} = 28 \text{ m}$ 。由于实际每一段的速度都大于等于该近似速度, 所以实际位移大于该值, 即  $x > 28 \text{ m}$ 。

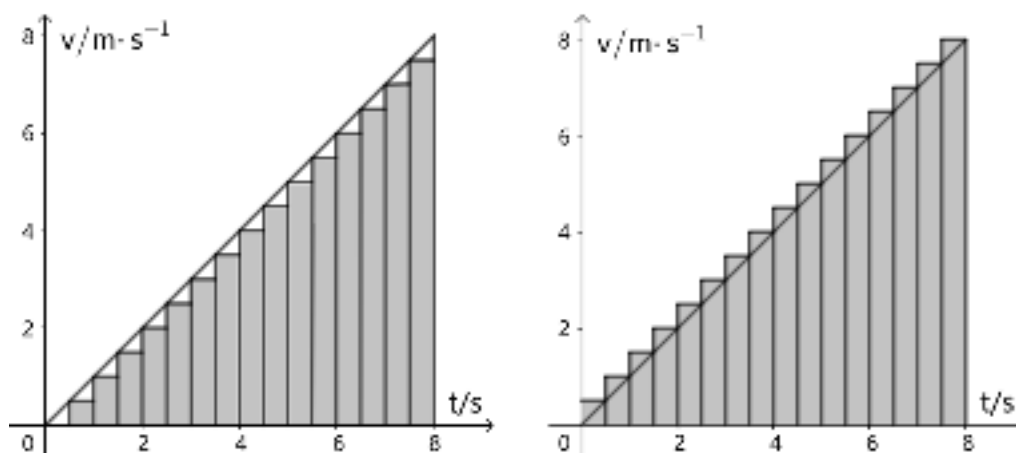
将近似 1-2 中各矩形的面积相加, 可求得总位移为  $x_{1-2} = 36 \text{ m}$ 。由于实际每一段的速度都小于等于该近似速度, 所以实际位移小于该值, 即  $x < 36 \text{ m}$ 。

综上, 实际位移应当介于  $28 \sim 36 \text{ m}$ 。

沿用上述思路, 进行更加精细的近似划分。

近似 2-1: 将该运动近似看作更多个连续的匀速直线运动, 且每一段匀速直线运动的速度取实际情况的最小值, 如下表和下图左所示。

时间	0~0.5	0.5~1	1~1.5	1.5~2	2~2.5	2.5~3	3~3.5	3.5~4
速度	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5
时间	4~4.5	4.5~5	5~5.5	5.5~6	6~6.5	6.5~7	7~7.5	7.5~8
速度	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5





近似 2-2：将该运动近似看作更多个连续的匀速直线运动，且每一段匀速直线运动的速度取实际情况的最大值，如下表和上图右所示。

时间	0~0.5	0.5~1	1~1.5	1.5~2	2~2.5	2.5~3	3~3.5	3.5~4
速度	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
时间	4~4.5	4.5~5	5~5.5	5.5~6	6~6.5	6.5~7	7~7.5	7.5~8
速度	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8

将近似 2-1 中各矩形的面积相加，可求得总位移为  $x_{2-1} = 30 \text{ m}$ 。由于实际每一段的速度都大于等于该近似速度，所以实际位移大于该值，即  $x > 30 \text{ m}$ 。

将近似 2-2 中各矩形的面积相加，可求得总位移为  $x_{2-2} = 34 \text{ m}$ 。由于实际每一段的速度都小于等于该近似速度，所以实际位移小于该值，即  $x < 34 \text{ m}$ 。

综上，实际位移介于  $30 \sim 34 \text{ m}$ ，比上一个较粗略的近似的范围更小。

如果进行更进一步精细的近似，令每段的时间间隔为  $0.25 \text{ s}$ ，分别取各区间速度的下限与上限，则求得的位移范围为  $31 \sim 33 \text{ m}$ 。

根据上述近似过程可以发现，将该匀变速直线运动近似划分为匀速直线运动的时间间隔越短，位移的上限与下限越接近，求得的位移的取值范围越狭窄。

使用数学知识可证明，如果将该匀变速直线运动划分为无穷多个时间间隔为无穷短的匀速直线运动，最终得到的位移的上限与下限重合，等于三角形的面积。对于该例中的数据，结果为  $32 \text{ m}$ 。

若匀变速直线运动的初始速度不为  $0$ ，则围成的形状是梯形，证明过程同理，梯形的面积等于位移的大小。可以使用上述证明中  $t_0 \sim t_2$  围成的三角形面积减去  $t_0 \sim t_1$  围成的三角形面积的差，就是  $t_1 \sim t_2$  的梯形面积。

该方法叫作**微元法**，其原理与高中数学将会初步学习的微积分相似，对于分析解决一些数学物理问题非常有用。

不只是匀变速直线运动，对于任意复杂的运动，只要知道其  $v-t$  函数解析式，就可以求得任意时间间隔内的位移，位移等于：

$v-t$  图像、 $x$  轴、经过  $t_1$  垂直于横轴的直线、经过  $t_2$  垂直于横轴的直线，四条曲线或直线围成的矩形的面积。其中，横轴上方的面积为正数，表示位移沿正方向，横轴下方的面积为负数，表示位移沿负方向。

## 小结

本章主要学习匀变速直线运动的基本规律，需注重从数学概念“变化率”的角度理解加速度的概念，熟练掌握匀变速直线运动的时间、位移、速度、加速度的公式，熟练掌握用实数表示的直线运动的矢量计算。

### 第三章 相互作用——力

力和运动一样也是现实中普遍存在的现象。人站立时地面对人有力的作用，推门时手对门有力的作用，走路时地面对鞋底有力的作用，磁铁的同名磁极之间有相互排斥的作用、异名磁极之间有相互吸引的作用。

力是物体间的相互作用。“力”的概念非常宽泛和模糊，不够清晰和具体。这是因为人们对力的本质的探索还在进行当中，对力的实质还没有定论，只能根据力产生的方式和效果宽泛而模糊地定义为“物体间的相互作用”。

虽然力的概念不够清晰和具体，但是对力的类型、性质、作用效果和方式等规律的研究已经有了系统的理论。高中物理学习力的知识时，暂时不需要深究“力的本质”，只要结合日常生活经验，学习研究力的基本性质和作用规律即可。

#### ○、力的描述的复习与回顾

高中物理对力的认识与生活中的直观感受没有显著区别，对力的知识的学习与初中基本一致，只是对力的性质、规律、作用效果的描述更加精确和数学化。现在简要复习回顾初中物理已经初步学习的力的描述方法。

#### 力的概念

物体间的相互作用叫作力。

“物体间”即“一个物体与另一个物体之间”，力的存在需要至少两个物体，只有一个物体不足以产生力。

需注意，一个物体内部的不同部分之间也属于“物体之间”。

例如，一支笔与一块橡皮属于“物体间”。一支笔是一个物体，不属于“物体间”。一支笔的笔管与笔芯虽然都属于一支笔，但是笔管与笔芯可以看作是相互独立的两个的物体，因此也属于“物体间”。一支笔与它的笔芯是整体与部分的关系，不属于“物体之间”，不具备形成力的条件。

特别的，如果部分远小于整体，例如一支笔与它的笔尖，虽然严格来说是整体与部分的关系，但是由于笔尖相对于笔非常小，笔可以近似等同于除了笔尖以外的部分，因此笔与笔尖有时也可以看作是“物体之间”。

“相互作用”表明力的作用是相互的，如果甲对乙有力的作用，那么乙对甲也有力的作用。不存在只有甲对乙有力的作用，乙对甲没有力的作用的情况。

需注意，有时只把乙作为研究对象，不需要分析甲的情况，因此只需要考虑甲对乙的力的作用，不需要考虑乙对甲的力的作用。有时乙对甲的作用对于甲来说小到可以忽略不计，也可以免于考虑。需要根据实际情况具体判断。

### 力的三要素

力有三个基本要素：大小、方向、作用点。

**力的大小**是衡量力的作用能力的标度。力的大小的单位是牛顿，简称牛，符号为N。

日常生活中可以非常直观地感受到力的大小。例如，举重比赛中力气较大的运动员可以举起更重的杠铃；马车需要马匹有足够的力量拉动车子前进；火箭升空需要有足够大的推力把火箭发射进入太空。

**力的方向**是力对受力物体产生作用的方向。力既有大小，又有方向，因此力是矢量，与位移、速度、加速度类似。力与运动有非常直接的联系，将在下一章具体学习。

**力的作用点**是力作用于物体的具体位置。力的实际作用位置非常复杂，为了可以简便地分析处理，将力的作用位置简化为一个点。

将力的作用位置近似在一个点上主要有两方面优点。一方面，可以用数学的矢量的概念简洁地进行力的分析与运算；另一方面，力的作用点与质点假设结合，使得可以将物体的受力情况、运动状态的分析集中在一个点上，不需要考虑复杂的形状和体积。

### 力的表示

数学和物理中，使用有向线段直观地表示矢量。线段的长度表示矢量的大小，线段的方向表示矢量的方向。公式中，力一般用符号 $F$ 表示。

使用有向线段（即矢量）表示力的方法叫作**力的图示**，可以直观地表示出力的三要素：大小、方向、作用点。

**力的大小**用线段的长度表示。同一个示意图中，线段越长表示力的大小越大，线段的长度之比通常应当等于力的大小之比。

如果平面直角坐标系规定了平面内的单位长，那么线段的长度可以并且应当尽量精确地表示力的大小。

例如，表示2N大小的力的有向线段的长度应当等于表示1N大小的力的有向线段的2倍。

**力的方向**用有向线段的箭头所指示的方向表示。

直线上，只有正方向和负方向两个方程，用数轴表示即可。例如，拔河比赛中只有两个方向，要么向左，要么向右。

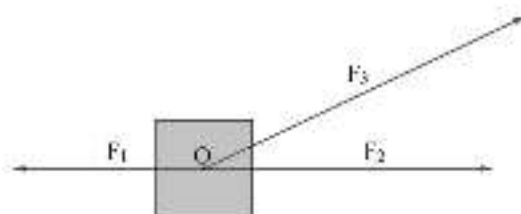
平面空间是高中物理最常见的情况，通常使用平面直角坐标系及解析几何的方法分析处理。例如，物体在地面上平移，或一些竖直堆放的物体等。

立体空间是我们所处的空间，需要使用立体几何的方法或空间直角坐标系分析处理，高中物理较少出现立体空间的受力分析。

**力的作用点**用有向线段的端点（没有箭头的点）表示。

如果有一条有向线段表示一个力，那么应当确保其端点始终位于力的作用点，不能任意平移。这与数学中矢量可以任意平移有所不同。

下图中， $F_1 = 2\text{ N}$ ，方向为水平向左； $F_2 = 3\text{ N}$ ，方向为水平向右； $F_3 = 4\text{ N}$ ，方向为右偏上 $30^\circ$ 。这三个力作用在同一点，为物体的中心O点。



有时两个物体之间相互接触的位置是一个平面，例如，把书平放在桌面上。此时书与桌面之间的力不是作用在某一点上，而是作用在接触面上，情况较复杂。

为了便于分析，对于形状和体积不变的物体（叫作“刚体”），可以认为其受到的外力的作用点都在其质心上。质心是物体密度分布的中心，对于密度均匀的物体，质心就是其几何中心，例如，圆的圆心、正三角形的中心（三条高的交点）、矩形的对角线的交点等。

高中阶段，如无专门说明，通常默认物体形状规则且密度均匀，其质心就是其几何中心，不需要专门考虑力的作用点的问题。

### 力的作用效果

力的作用效果主要有两种：（1）引起物体的运动状态发生变化；（2）引起物体的形状发生变化。高中阶段主要学习力引起物体的运动状态发生变化。

日常生活中如果不用力推物体，物体就静止在地面不动，导致人们曾经普遍认为力是维持物体运动原因。经过伽利略等科学家们的研究发现，力是引起物体运动状态改变的原因。

如果没有力的作用，物体会保持原有运动状态，速度的大小和方向都不变，要么静止不动，要么做匀速直线运动。日常生活中，如果不持续施加外力，物体最终会静止，是因为物体受到空气阻力、摩擦力的作用，导致物体的速度逐渐减慢并最终停止。

需注意，对于同一个物体，它的“运动状态”只与速度有关，即速度的大小和方向，与物体的位置无关。

如果物体的速度改变，无论是速度的大小改变，还是速度的方向改变，都称物体的运动状态改变。只有当物体静止或做匀速直线运动时，速度的大小和方向才都不变，即物体的运动状态不变。

如果物体做匀速直线运动，由于物体的运动状态与位置无关，只与速度有关，因此该物体的运动状态不变。

## 一、重力与弹力

### 重力

牛顿受到苹果从树上掉落的启发，提出了重力的概念。

日常生活中，一切物体都有自发掉落到地面上的倾向，产生这种倾向的原因是物体受到来自地球的重力，通常用符号  $G$  表示。

重力的施力物体是地球，受力物体是地球表面的物体。物体受到的重力的方向总是垂直于地面竖直向下。

根据实验测量计算，物体受到的重力与物体的质量成正比：

$$G = mg$$

其中， $G$  为物体受到的重力，标准单位为牛顿（N）。 $m$  为物体的质量，标准单位为千克（kg）。

$g$  为重力加速度，根据上面的公式可以求得单位为牛每千克（ $\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$ ）。根据实验测量计算，地球表面的重力加速度为  $g = 9.8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ 。即：质量为1kg的物体，在地面受到的重力为9.8 N。为方便计算，也经常使用近似值  $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ 。

根据该公式，物体受到的重力越大，表明该物体的质量越大，因此可以通过测量物体受到的重力（即重量）计算物体的质量。

本章学习的重力加速度  $g = 9.8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$  与上一章的重力加速度  $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  是同一概念。即  $g = 9.8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ，由此可得： $1 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。移项得： $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ，该等式可以看作是1N的定义式，其中，kg、m、s是人为规定的基本物理量单位，该等式反应了力与运动的基本关系，将在下一章具体学习。

氢气球、氦气球、热气球等物体不会自发下落到地面，是由于地球表面充满空气。空气的密度及受到的重力很小，通常忽略不计。但是氢气、氦气等气体的密度比空气小，或由于加热而导致装置内部的空气密度比外界小，将会“上浮”到更高的空中。该现象的原理与密度比水小的物体会上浮到水面上类似。

为了方便分析和计算，通常认为物体受到的重力的作用点是物体上的一点，该点叫作物体的重心。重心是一种等效的分析处理问题的方法，在分析研究物体受重力的情况时，分别考虑各部分受到重力的复杂情况，与将物体受到的重力集中在重心的简单情况，得到的结果往往是相同的，但是后者更加简便。

对于形状或密度不规则的物体，可以利用实验的方法确定其重心（质心）的位置。用一根细线将物体静止悬挂起来，物体受到绳子的拉力与地球的重力平衡，这两个力大小相等、方向相反、在同一条直线上，这条直线经过物体的重心。

先后将细线分别系在物体不同的位置，可以得到两条经过重心的直线，那么这两条直线的交点就是该物体的重心。

综上，质量为  $m$  的物体，受到的重力的大小为  $mg$ ，方向总是竖直向下，作用点为物体的重心。

### 弹力

物体间直接接触产生的力叫作**接触力**。接触力有两种：弹力和摩擦力。其中，弹力的方向垂直于物体间的接触面，摩擦力的方向平行于物体间的接触面。

当物体受到外力的作用时，形状或体积会改变，叫作**形变**。形变的程度有大有小，例如，用手指按橡皮，能感觉到橡皮被按下去；用手按压桌面，虽然很难感觉到桌面发生变化，但其实桌面的确被压下去，只是程度很小以至于人眼和触觉感受不到，用精密的仪器可以检测到。

当物体受外力作用发生形变时，在一定范围内，如果撤去施加的外力，物体会恢复原来的形状，这种形变叫作**弹性形变**。上面的例子中，撤去外力后，橡皮、桌面都会恢复原状，发生的是弹性形变。高中阶段主要学习弹性形变。

物体发生弹性形变的最大程度叫作**弹性限度**。如果物体的形状或体积变化过大，超出了弹性限度，以至于撤去外力后无法恢复原来的形状或体积，这种形变叫作**非弹性形变**。

如果用很大的力气压橡皮，手松开后会在橡皮上留下一个无法恢复的压痕。如果用非常大的力气敲击桌面，也会在桌面留下无法恢复的痕迹。这些都是非弹性形变的例子。

当用手按橡皮、桌面发生弹性形变时，可以感到受到来自物体的力。这个力来自发生弹性形变的物体想要恢复原状的趋势，叫作**弹力**。

一般情况下，按物体的力越大，反过来受到来自物体的力也越大，体现了物体间力的作用总是相互的。

### 胡克定律

弹力的大小遵循**胡克定律**，由发现该规律的英国科学家胡克的名字命名。胡克定律对任何弹性形变都适用，高中阶段多见于弹簧、绳索等形变明显的物体。

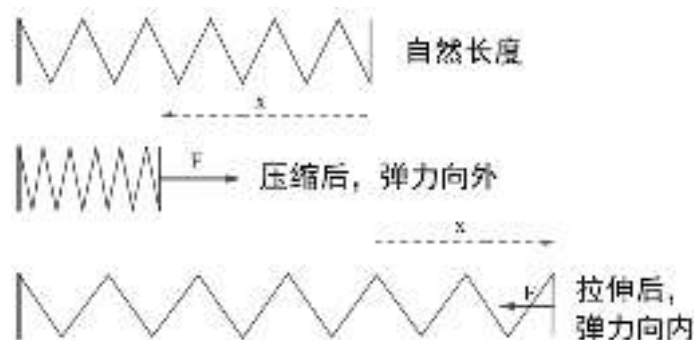
胡克定律的内容为：在弹性限度内，发生弹性形变的物体提供的弹力  $F$  与弹性形变的大小  $x$  成正比，用公式表示为：

$$F = kx$$

其中， $F$  是弹力的大小，标准单位为牛（N）。 $x$  为弹性形变的大小，标准单位为米（m）。当弹簧处于不受外力的自然状态时， $x = 0$ 。

$k$  叫作**劲度系数**，由胡克定律可得  $k = \frac{F}{x}$ ，由此可得劲度系数的单位为**牛顿每米**（N/m），该等式可以看作是劲度系数的定义式，不同材料或形状的物体具有不同的劲度系数。

弹力的方向总是垂直于两物体的接触面，与弹性形变的方向相反。例如，当弹簧被压缩时，弹簧向内发生弹性形变，弹簧产生的弹力向外。当弹簧被拉长时，弹簧发生向外的弹性形变，弹簧产生的弹力向内。如下图所示。



需注意，产生弹力的直接原因是弹性形变，而不是物体间接触。若两个物体接触但未发生弹性形变，则不产生弹力。分析弹力是否存在或计算大小时，有时需要根据物体的整体受力情况进行分析。

胡克定律涉及的物理量中，弹力  $F$ 、弹性形变  $x$  都是矢量，既有大小、又有方向。刚刚学习的公式  $F = kx$  只描述了弹力的大小与弹性形变的大小的关系，如果要同时体现这两个矢量的方向关系，胡克定律可以写为：

$$F = -kx$$

由于弹力总是与弹性形变的方向相反，二者总是共直线，这一方向关系可以由负号简洁地表示。

弹力的作用点较复杂，对于忽略形状和体积变化的物体，可以按照作用于受力物体的重心（质心）分析处理。对于弹簧，可以认为作用在弹簧受力的一端的重心（质心）。

**例 1** 已知一只麻雀的质量为  $50\text{ g}$ ，重力加速度的大小取  $g = 10\text{ N/kg}$ ，求：

- (1) 这只麻雀静止在地面上时的加速度和受到的重力大小；
- (2) 这只麻雀做自由落体运动下冲时的加速度和受到的重力大小。

解析：(1) 麻雀静止时加速度为  $0$ ，受到的重力等于质量乘以重力加速度： $G = 0.05 \times 10 = 0.5\text{ N}$ 。(2) 自由落体运动的加速度就是重力加速度： $g = 10\text{ m/s}^2$ ，重力不变仍为  $0.5\text{ N}$ 。

**例 2** 已知一弹簧的自然长度为  $20\text{ cm}$ ，在  $20\text{ N}$  拉力作用下被拉长至  $30\text{ cm}$ ，若该弹簧被推力压缩至  $15\text{ cm}$ ，求推力的大小。

解析：弹簧在  $20\text{ N}$  拉力作用下，从自然长度  $20\text{ cm}$  被拉长至  $30\text{ cm}$ ，长度的变化量为： $0.30 - 0.2\text{ m} = 0.1\text{ m}$ ，弹簧的劲度系数为： $20 \div 0.1\text{ N/m} = 200\text{ N/m}$ 。若该弹簧被推力压缩至  $15\text{ cm}$ ，长度的变化量为： $0.2 - 0.15\text{ m} = 0.05\text{ m}$ ，推力的大小为： $200 \times 0.05\text{ N} = 10\text{ N}$ 。

## 二、摩擦力

物体间相互接触，除了在垂直于接触面的方向产生弹力外，还可能在沿接触面的方向产生**摩擦力**。

根据名称可知，摩擦力与日常生活中的“摩擦”现象有关。“摩擦”通常指物体之间紧密接触，挤压且来回移动，例如，磨面粉是磨盘与麦粒之间挤压并来回移动，擦黑板是板擦与黑板之间挤压并来回移动，摩拳擦掌是两只手之间挤压并来回移动。

根据生活中的摩擦现象可知，产生摩擦力需要两个满足两个必需的条件：（1）物体间相互接触且产生弹力；（2）物体间有沿接触面方向的相互运动或相互运动的趋势。

如果两个物体之间没有接触或接触但没有弹力，则不产生摩擦力。例如，在平行道路上行驶的两辆汽车，没有发生接触，没有摩擦力。

如果两个物体之间虽然接触并产生弹力，但没有沿接触面方向的相互运动或相互运动的趋势，则也不产生摩擦力。

例如，水平静止置桌面上的书本，虽然书本与桌面之间有弹力，但二者之间没有相对运动或趋势，就没有弹力。

如果将书本水平拿起，虽然书本与桌面之间有相对运动，但是在沿接触面的方向没有相对运动，因此也没有弹力。

如果将书本在桌面上推动，书本与桌面沿接触面的方向有相对运动，书本与桌面之间有摩擦力。

如果轻推书本但是书本没有移动，书本具有与桌面沿接触面方向的相对运动的趋势，书本与桌面之间也有摩擦力。

根据物体间的运动状态和力的作用方式，摩擦力可分为滑动摩擦力、静摩擦力、滚动摩擦力。

### 滑动摩擦力

若两个物体相互接触并产生弹力，且它们之间沿接触面方向以滑动的方式做相对运动，则它们之间产生**滑动摩擦力**。

例如，把书本放在桌面上，书本和桌面之间相互接触并产生弹力。若沿着水平方向推动书本水平滑动，则此时书本与桌面之间产生了滑动摩擦力。

滑动摩擦力的大小由两个因素共同决定：（1）接触面间弹力的大小；（2）滑动摩擦系数。滑动摩擦力的大小等于二者的乘积，计算公式为：

$$F_f = \mu F_{\text{压}}$$

其中， $F_f$  为滑动摩擦力的大小，标准单位为牛顿（N）。 $F_{\text{压}}$  为正压力的大小，即沿垂直于接触面方向的压力的大小，标准单位也为牛顿（N）。



$\mu$ （念作“谬”）叫作**滑动摩擦因数**。由上述公式可得： $\mu = F_f / F_{\text{压}}$ ，由此可知滑动摩擦因数没有单位，该式可以看作是滑动摩擦因数的定义式。

滑动摩擦因数的大小由相互接触的两个物体的材料、形状、接触面积等天然因素决定。一般情况下，表面越粗造则活动摩擦因数越大。若材质和形状等条件都相同，则接触面积越大，滑动摩擦因数越大。

滑动摩擦因数的数值可以通过实验获取，先测得正压力与摩擦力的数值，再根据其定义式计算得到。滑动摩擦因数无法根据材质、形状、面积等参数分析计算得到。

现实中可以直观地感受到，若用力将物体按在地上，则推动物体滑动需要更大的力气，这是因为滑动摩擦力与正压力成正比。物体间的接触面越光滑，则推动物体所需要的力气越小，这是因为越光滑的接触面滑动摩擦因数越小。

滑动摩擦力的方向总是沿着两个物体的接触面，且与物体间相对运动的方向相反。需注意，滑动摩擦力的方向与物体间的加速度、受力情况等无关。

滑动摩擦力的作用点较复杂，对于忽略形状和体积变化的物体，可以按照作用于受力物体的重心（质心）分析处理。

### 静摩擦力

若两个物体相互接触并产生弹力，且它们之间具有沿接触面方向相对运动的趋势，实际上在该方向没有相对运动，则它们之间产生**静摩擦力**。

例如，把书本放在桌面上，书本和桌面之间相互接触并且有弹力，若沿着水平方向推书本但没有推动，则书本与桌面之间产生了静摩擦力。此时，书本与桌面相对静止，但水平方向的推力使得书本具有沿与桌面接触面方向发生相对运动的趋势，因此产生了静摩擦力。

需注意体会“趋势”的含义，物体的静止与运动较容易判别，“运动的趋势”无法直接从物体的运动状态判断，需要根据物体整体的受力情况判断。如果没有摩擦力，那么书本将在推力的作用下发生运动，静摩擦力阻止了该运动，因此只有运动的趋势。

静摩擦力的方向与物体沿该方向其他力的合力的方向相反。

静摩擦力的大小与物体沿接触面方向的其他力的合力的大小相等。

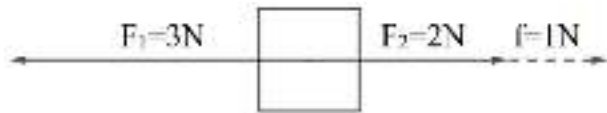
物体间的静摩擦力随着沿接触面方向的其他力的合力变化。若合外力的大小改变，则静摩擦力的大小随之改变。若合外力的方向改变，则静摩擦力的方向随之改变。总之，静摩擦力总是阻碍物体间的相对运动。

物体间的静摩擦力  $F$  总是介于 0 与最大静摩擦力  $F_{\text{max}}$  之间，即  $0 < F \leq F_{\text{max}}$ 。

例如，如下图所示，若一个人用  $F = 2 \text{ N}$  的力水平推箱子但没推动，此时箱子受到地面  $f = 2 \text{ N}$  的静摩擦力，方向与推力的方向相反。



如下图所示，若一个人用  $F_1 = 3\text{ N}$  的力水平向左推箱子，同时另一个人用  $F_2 = 2\text{ N}$  的力水平向右推，箱子不动，此时箱子受到地面  $f = 1\text{ N}$  的静摩擦力，方向与两个推力的合力的方向相反，为水平向右。



如下页图所示，若一个人用  $F_1 = 2\text{ N}$  的力水平向左推箱子，同时另一个人用  $F_2 = 2\text{ N}$  的力水平向右推，箱子不动，由于此时箱子受到的合外力为0，相对地面没有运动趋势，与地面之间无静摩擦力。



### 滚动摩擦力

物体滚动时受到的摩擦力叫作**滚动摩擦力**。例如，轮胎在地上滚动时，与地面之间的摩擦力是滚动摩擦力。产生静摩擦力与滑动摩擦力时，物体间的接触面保持不变，而产生滚动摩擦力的物体间的接触面时刻改变。

对于同一对物体，通常滚动摩擦力远小于滑动摩擦力，日常生活中可明显感受到轮胎或球体滚动时受到的摩擦力与拖动它们时受到的摩擦力的区别。

滚动摩擦力的大小的计算方式与滑动摩擦力相似，与物体间正压力成正比： $F_f = \delta F_{\text{压}}$ ，其中， $F_f$  为滚动摩擦力的大小， $F_{\text{压}}$  为正压力的大小， $\delta$ （念作“德尔塔”，为  $\Delta$  的小写）叫作**滚动摩擦因数**，也没有单位。

**例 2** 质量为  $500\text{ g}$  的砖块放置在水平地面上， $g = 10\text{ N/kg}$ ，回答下列问题：

- (1) 用  $1\text{ N}$  的力水平推砖块，没有推动，求砖块受到的摩擦力的类型和大小；
- (2) 用  $2\text{ N}$  的力水平推砖块，砖块恰好做匀速直线运动，求砖块受到的摩擦力的类型和大小，以及砖块与地面间的滑动摩擦因数；
- (3) 用  $3\text{ N}$  的力水平推动砖块运动，求砖块受到的摩擦力的类型和大小。

解析：(1) 砖块没动，受到静摩擦力，大小等于推力，为  $1\text{ N}$ 。

(2) 砖块做匀速直线运动，受滑动摩擦力，且大小跟推力相等，为  $2\text{ N}$ ，滑动摩擦因数等于滑动摩擦力除以压力： $\mu = \frac{2}{0.5 \times 10} = 0.4$ 。

(3) 滑动过程中受到的仍是滑动摩擦力，大小只与压力和滑动摩擦因数有关，还是  $2\text{ N}$ 。

### 三、牛顿第三定律

#### 作用力和反作用力

用手按橡皮或桌面时，橡皮或桌面被挤压的同时，手也可以感受到来自橡皮或桌面的力的作用。

观察和实验表明，两个物体之间的力的作用总是相互的，如果甲对乙有力的作用，那么必定同时乙对甲也有力的作用。这一对总是同时出现的力叫作**作用力**和**反作用力**，其中任意一个力都可以叫作作用力，同时另一个力叫作反作用力。

#### 牛顿第三定律

牛顿第三定律陈述了作用力与反作用力的存在、大小、方向之间的关系，其内容为：**两个物体之间的作用力和反作用力总是大小相等，方向相反，作用在同一条直线上。**

根据牛顿第三定律，若甲对乙有力的作用，则乙一定也对甲有力的作用，且这两个力大小相等、方向相反、作用在同一直线上。

牛顿第三定律可以用于发现力或确认力是否存在。

#### 物体受力的初步分析

分析物体受到的力的情况是物理学研究的重要课题。受力分析的主要目标是一一指出物体受到的各个力，以及它们的大小和方向，（作用点近似看作在重心）。

分析物理的受力情况时，有两条主要的思路：一是根据物体间相互接触及运动（趋势），逐个寻找物体受到的力；二是根据物体的运动状态，利用力与运动的关系确认物体的受力情况。

通常这两条思路需要共同使用，进行综合分析和判断，才能确保没有缺漏和重复。利用牛顿第三定律，本章先学习使用第一条思路，第二条思路将在下一章学习。

例如，分析一本水平静止放置在桌面上的书的受力情况。首先，这本书是地球表面的物体，始终受到重力的作用，方向竖直向下；另外，书与桌面之间有接触，可能存在弹力和摩擦力的作用，书压在桌面上对桌面有压力，因此书同时受到来自桌面的支持力。由于书在水平方向不受到其他外力，没有运动或运动的趋势，因此与桌面间没有摩擦力。

**例 3** 一个质量为 $1\text{ kg}$ 的木块静止放置在倾斜角为 $30^\circ$ 的粗糙斜面上，求木块受到斜面的总的作用力的大小和方向，重力加速度的大小取 $g = 10\text{ N/kg}$ 。

解析：木块是静止的，受到的合外力为零。木块总共受到三个力：重力、斜面的支持力、斜面的摩擦力，斜面总的作用力是支持力和摩擦力的合力，这个合力跟重力平衡，大小相等、方向相反，重力的大小为 $1 \times 10\text{ N} = 10\text{ N}$ ，方向竖直向下，因此斜面对木块的合力的大小也为 $10\text{ N}$ ，方向竖直向上。

## 四、力的合成和分解

力是矢量，可以运用矢量运算进行合成与分解。由于当前尚未学习高中数学的向量知识，因此先学习使用平行四边形定则，其实质与矢量运算相同。

进行力的合成或分解之前，首先要明确每个力的受力物体。只有作用于同一物体的同一点或相交于同一点的力，才能进行合成与分解。

作用于同一物体的同一点的力也叫作**共点力**。高中阶段，通常把形状变化不明显的物体以及弹簧的受力点都看作是在它们的质心处。

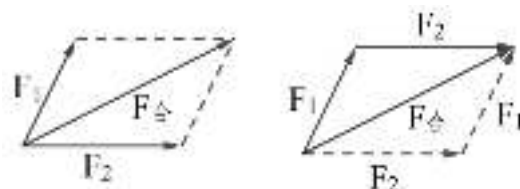
### 合力和分力

如果一个力  $F_{\text{合}}$  单独作用于一个物体产生的效果，与几个力  $F_1, F_2 \cdots$  共同作用于该物体产生的效果相同，那么称这个力  $F_{\text{合}}$  为另外几个力  $F_1, F_2 \cdots$  的**合力**，称另外几个力  $F_1, F_2 \cdots$  为力  $F_{\text{合}}$  的**分力**。

### 力的合成和分解

求几个共点力或相交于同一点的力的过程叫作**力的合成**。把一个力分解成若干共点力或相交于同一点的力的过程叫作**力的分解**。

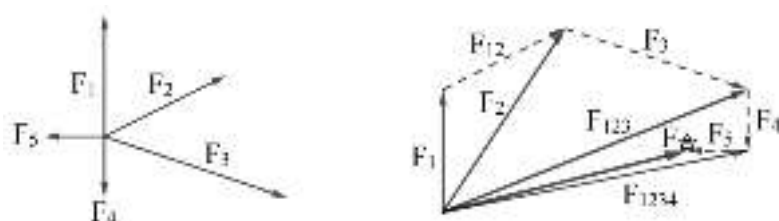
力的合成与分解遵循**平行四边形定则**。其内容为：将表示两个力  $F_1, F_2$  的有向线段平移至首尾相连，可以作为两条邻边画出平行四边形，从起始的力的起点到终止的力的终点构成的平行四边形的对角线，就是合力  $F_{\text{合}}$ 。如下图左所示。



也可以将表示两个力  $F_1, F_2$  的有向线段平移至起点重合，作为两条邻边作出平行四边形，从共同起点出发抵达平行四边形相对的顶点的对角线的有向线段，也是  $F_1, F_2$  的合力  $F_{\text{合}}$ 。如上图右所示。

以其中任意一个向量开始，另一个向量结束都可以。上图中的实线与虚线分别表示两种先后顺序，画出的是同一个平行四边形，得到的对角线相同。

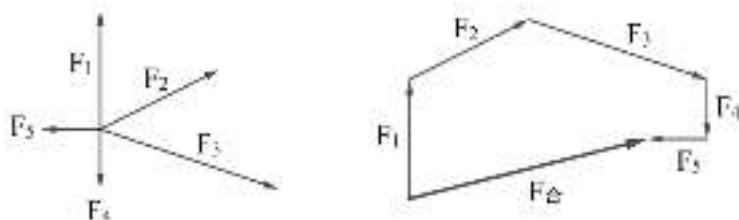
平行四边形定则只适用于求两个力的合力，如果要求多个力  $F_1, F_2, \cdots, F_n$  的合力，可先求  $F_1$  与  $F_2$  的合力  $F_{12}$ ，再求  $F_{12}$  与  $F_3$  的合力  $F_{123}$ ，依次类推，最后求得  $F_{12 \cdots (n-1)}$  与  $F_n$  的合力  $F_{12 \cdots n}$ ，就是所有力的合力  $F_{\text{合}}$ 。如下图所示。



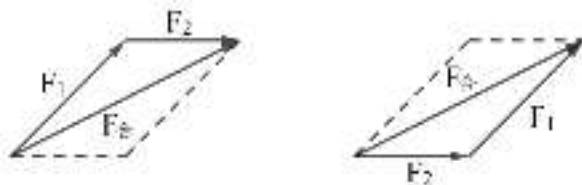
求多个力的合力，也可以先任意两两组合，分别求出  $F_{12}$ 、 $F_{34} \cdots F_{(n-1)n}$ ，再依次或分别求合力的合力，结果相同。

上面两种方法相当于使用了加法结合律和交换律，矢量加法满足加法交换律和加法交换律，任意调换或组合各力相加的顺序得到的结果相同。

求多个力的合力，还可以将所有力按照一定顺序（任意顺序都可以）依次首尾相连，从第一个力的起点指向最后一个力的终点的力，即为这些力的合力的大小与方向。如下图所示。

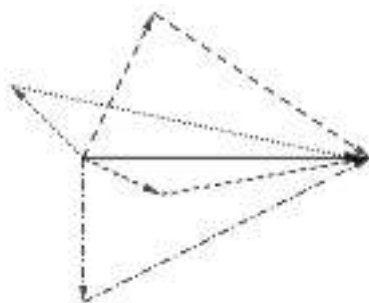


将力的合成的过程反过来，就是力的分解的过程。如果知道两个力的合力  $F_{\text{合}}$  和它的一个分力  $F_1$ ，那么只需将已知分力  $F_1$  平移，令  $F_1$  与  $F_{\text{合}}$  的起点重合，那么从  $F_1$  的终点指向  $F_{\text{合}}$  的终点的有向线段，表示的就是另一个分力  $F_2$ ，该过程相当于补齐平行四边形的另一组边。如下图左所示。



也可以将  $F_1$  与  $F_{\text{合}}$  的终点重合，那么从  $F_{\text{合}}$  的起点指向  $F_1$  的起点的有向线段，表示的就是另一个分力  $F_2$ ，如上图右所示。

如果没有特别要求，任意一个力可以作为无穷多种平行四边形的对角线，即可以分解成无穷多组两个力的合力，如下图所示。

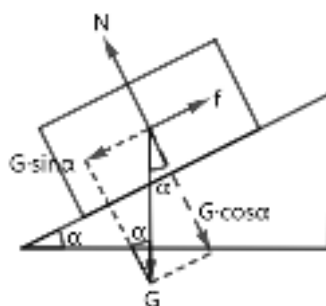


将力进行**正交分解**是一种非常特殊而且好用的分解方法。“正交”是垂直的意思，正交分解是将力分解为相互垂直的两个力。

将力进行正交分解后，沿两个方向且相互垂直的力可以分别相加减，对另一个方向的力不产生影响，可以令问题大为简化。

在既有平面（地面）、又有斜面的情况下，既可以将所有力都分解为平行于地面和垂直于地面两个方向，也可以将所有力都分解为平行于斜面和垂直于斜面两个方向。

如下图所示，将一个木块放在倾角为 $\alpha$ 的粗糙斜面上，受到重力 $G$ 、斜面的支持力 $N$ 、斜面的摩擦力 $f$ 。其中重力 $G$ 竖直向下，支持力 $N$ 垂直于斜面向上，摩擦力 $f$ 沿斜面向上。可以将重力 $G$ 分解为两个相互垂直的分力：沿支持力反方向的 $G \cdot \sin \alpha$ 与沿摩擦力反方向的 $G \cdot \cos \alpha$ 。



从重力 $G$ 的末端分别向平行于斜面与垂直于斜面的两条直线分别引垂线，从 $G$ 的起点到垂足所构成的有向线段就表示在这两个方向上的分力，使用平面几何知识可以求得相应的力的大小和方向。

进行在同一条直线上的力的合成和分解时，只需根据力的方向简单相加减，可以非常直观地感受并运用加法交换律和结合律。

使用平行四边形定则进行平面内的力的合成和分解时，既可以通过精确制图的方法，绘制并测量得到合力的大小和方向，也可以通过平面几何或坐标向量的方法，计算得到合力的大小和方向。待高中数学学习坐标向量后会非常明显地感受到这一工具的便捷。

### 矢量和标量

我们在前两章已经初步学习了矢量的概念，矢量的特点是既有大小、又有方向，位移、速度、加速度、力都是矢量。矢量的运算需要同时考虑大小和方向。

物理中矢量与数学中的向量是同一概念，向量的知识可以用于分析解决涉及矢量的物理问题。力的合成可以用矢量的加法计算，力的分解可以用矢量的减法计算，后面将要学习的力的作用可以利用矢量的数量积计算。

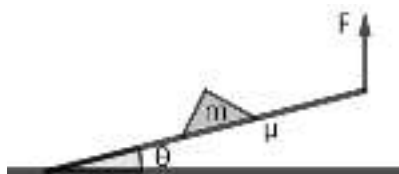
矢量没有固定的位置，矢量只要保持大小和方向不变，可以任意平移，仍是同一个矢量。矢量只表示力的大小和方向，不能表示力的作用点。因此在利用矢量进行共点力的合成或分解时，利用向量完成分析后，需要将最终得到的力的作用点明确在相应的点上。

相对的，只有大小、没有方向的物理量叫作**标量**。时间、质量、路程、能量等物理量都是标量。标量的运算只需要考虑大小即可。

**例 4** 已知两个力的大小分别为  $F_1 = 3\text{ N}$ ,  $F_2 = 4\text{ N}$ , 求它们的合力的最大值和最小值, 当合力最大或最小时, 它们的方向的关系如何?

解析: 根据力的合成的三角形法则可知, 如果  $F_1$  和  $F_2$  不共直线, 那么  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_1 + F_2$  总是可以组成一个三角形, 由三角形的两边之和总是大于第三边、两边之差总是小于第三边的数学规律可知,  $4 - 3 < F_1 + F_2 < 3 + 4$ , 即  $1 < F_1 + F_2 < 7$ 。当  $F_1$  和  $F_2$  共直线且方向相同时,  $F_1 + F_2 = 3 + 4\text{ N} = 7\text{ N}$ , 此时合力最大。当  $F_1$  和  $F_2$  共直线且方向相反时,  $F_1 + F_2 = 4 - 3\text{ N} = 1\text{ N}$ , 此时合力最小。

**例 5** 如下图所示, 一个质量为  $m$  的木块放置在平板上, 木块与平板间的滑动摩擦因数为  $\mu$ , 重力加速度为  $g$ , 缓慢抬起平板, 求木块不移动的条件下木板可被抬起的最大角度  $\theta$  需满足的条件。

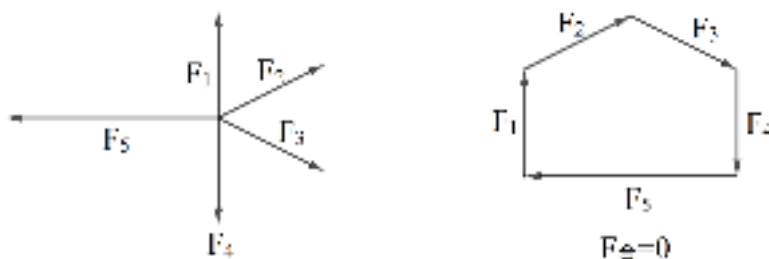


解析: 若要木块不移动, 则滑动摩擦力需恰好等于重力沿斜面的分力。重力沿斜面方向的分力的大小为:  $mg \sin \theta$ , 木块对斜面的压力等于重力垂直于斜面方向的分力, 大小为:  $mg \cos \theta$ , 滑动摩擦力为  $\mu mg \cos \theta$ 。抬起最大角度时,  $mg \sin \theta = \mu mg \cos \theta$ , 化简得:  $\tan \theta = \mu$ , 这就是抬起的最大角度需满足的条件。

## 五、共点力的平衡

### 共点力平衡的条件

如果一个物体 (近似为质点) 受到的所有外力的合力为 0, 等价于该物体没有受到任何外力的作用, 此时称该物体处于**平衡状态**。即共点力的合力为 0 是共点力平衡的条件。如下图所示。



当物体处于平衡状态时, 该物体静止或做匀速直线运动, 不可能处于其他运动状态。

例如, 把一本书水平静止放置在桌面上, 书受到桌面的支撑力和地球的重力, 二者大小相等、方向相反、作用于同一点, 合外力为 0, 此时书处于平衡状态。

若用恒定的力推书但没推动，书仍然静止。书除了受到沿竖直方向的重力和支持力，还受到沿水平方向的推力和静摩擦力，合外力仍为0，仍处于平衡状态。

当书从空中自由下落时，书只受到重力的作用，合外力不为0，不处于平衡状态。

需注意辨别平衡力与作用力和反作用力，平衡力是同一个物体受到的两个或多个力的和为0，作用力和反作用力是两个物体之间相互同时施加给对方的力。

例如，书受到桌面的摩擦力与桌面受到书的摩擦力，是一对作用力与反作用力，二者大小相同、方向相反，且同时产生、同时消失。一个力的施力物体是书，受力物体是桌面，另一个力的施力物体是桌面，受力物体是书。

用恒定不变的力推书但是书仍然静止的情况下，对书的推力与书受到桌面的静摩擦力是一对平衡力，二者大小相同、方向相反。虽然静摩擦力的大小始终与推力相等，但是如果推力过大，则静摩擦力变为滑动摩擦力且不会继续增大。推力与静摩擦力的受力物体都是书，前者的施力物体是手，后者的施力物体是桌面。

### 杠杆的受力平衡

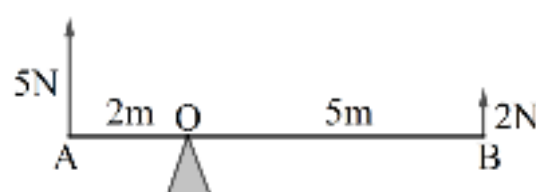
杠杆是一种常见的机械，由一个支点和一根可以绕支点自由转动的杆构成，通常忽略杠杆的质量。生活中的机械天平、跷跷板、带合页的门都可看作杠杆。

杠杆的受力平衡中，作用于杠杆的力在不同的点上，杠杆的受力平衡也叫作力矩平衡。

力矩是杠杆上某点处受到的沿垂直于杠杆方向的分力的大小 $F$ ，与该点到杠杆支点的垂线的长度 $l$ 的乘积： $F \times l$ 。力矩的单位是牛顿·米（ $\text{N} \cdot \text{m}$ ）。

力矩可以在两个方向产生效果：令杠杆沿顺时针方向旋转，或令杠杆沿逆时针方向旋转。如果令杠杆沿顺时针方向旋转的力矩之和，等于令杠杆沿逆时针方向旋转的力矩之和，此时称杠杆达到力矩平衡。如果令杠杆沿顺时针方向旋转的力矩之和，大于令杠杆沿逆时针方向旋转的力矩之和，杠杆将沿顺时针方向旋转。反之，杠杆将沿逆时针方向旋转。

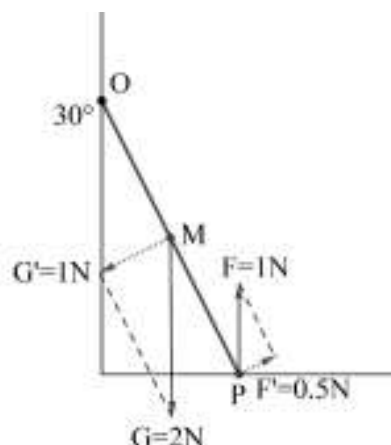
例如，一长为7 m的杠杆，支点 $O$ 在距离 $A$ 端2 m处，在 $A$ 端施加大小为5 N竖直向上的力，在 $B$ 端施加大小为2 N竖直向上的力。 $A$ 端的力令杠杆沿顺时针方向旋转，力矩为 $5 \times 2 \text{ N} \cdot \text{m} = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。 $B$ 端的力令杠杆沿逆时针方向旋转，力矩为 $2 \times 5 \text{ N} \cdot \text{m} = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。二者大小相等、方向相反，杠杆处于平衡状态。如下图所示。





需注意，杠杆的力臂的长度是从力的作用点到支点之间的直线距离，不一定总是沿着杠杆的形状。若杠杆有弯折，力臂就不沿杠杆的方向。计算力矩时，力的大小取垂直于力臂方向的分力的大小，若力与力臂不垂直，则需进行力的分解。另外，杠杆的支点不一定在杠杆的中间，可以在杠杆的任何位置，包括末端。

例如，一根长为2 m的杆的一端挂在墙上，与墙面成 $30^\circ$ 角，杆可以沿悬挂点O自由转动。如下图所示。



杆受到的重力为2 N，且全部集中于中点M。同时，在杆的另一端点P施加大小为1 N的竖直向上的力。根据几何关系可得：重力在中点M处产生的力矩为 $2 \times \sin 30^\circ \times 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ ，令杆绕支点O沿顺时针旋转（将杆拉下）。拉力在端点P处产生的力矩为 $1 \times \sin 30^\circ \times 2 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ ，令杆绕支点O沿逆时针旋转（将杆提起）。两个方向的力矩大小相等，杆处于力矩平衡状态。

**例6** 杂技表演中，3名演员站在正三角形的三个顶点处，一起沿斜向上 $45^\circ$ 角用力将1名演员举起，已知被举起的演员的质量为60 kg，求底下每名演员对被举起的演员的力的大小。重力加速度的大小取 $g = 10 \text{ N/kg}$ 。

解析：被举起的演员受四个力：重力和底下三名演员对他支持，由正三角形的对称性可知底下三名演员对他的力大小相等，三个力沿竖直方向的分力加起来等于重力，三个力沿水平方向的分力两两平衡。重力的大小为 $60 \times 10 \text{ N} = 600 \text{ N}$ ，则底下三名演员每人对他的力沿竖直方向的分力都为 $600 \div 3 \text{ N} = 200 \text{ N}$ ，又因为力的方向为向上 $45^\circ$ 角，因此实际作用力的大小为 $200 \div \sin 45^\circ \text{ N} = 200\sqrt{2} \text{ N}$ 。

### 小结

本章主要从常见的重力、弹力、摩擦力入手，学习力的描述和分析方法，部分知识已经在初中初步学习，本章在复习巩固的基础上进一步数学化和公式化。本章的重点是力的分析，主要包括力的合成与分解和共点力的平衡，需熟练掌握平行四边形定则，根据需要用力进行正交分解。

## 第四章 运动和力的关系

力的作用效果之一是改变物体的运动状态。我们已经先后学习了运动和力的描述与分析运算，现在学习运动和力的关系，这个关系由牛顿运动定律作出了系统且简洁的阐释。

速度和加速度是矢量，力也是矢量。运动的物体常假设为没有体积和形状的质心，物体的受力情况也常忽略体积和形状，认为在其质心上。描述和分析物体的运动状态和受力情况时，采用的假设与使用的数学工有很多相同或相似之处。

虽然牛顿运动定律的表达非常简洁，但是具体场景中物体的运动和受力情况的分析及其数学运算可能会较复杂，在熟练掌握矢量运算前，需要分别对方向和数量进行分析和计算。

### 一、牛顿第一定律

根据生活经验，要使物体运动，往往需要有人或其他物体主动对其施加作用，否则物体就静止不动，因此人们曾经普遍认为力是维持物体保持运动原因。

经过伽利略、笛卡尔等科学家们的研究发现，力是引起物体的运动状态变化的原因，物体静止不动是因为受到的合外力为0。生活中肉眼无法直接观察到的空气对运动物体有阻力作用，物体的接触面之间有摩擦力的作用。

牛顿在前人研究的基础上，总结并提出了阐释运动与力的关系的基本规律，叫作**牛顿运动定律**。牛顿运动定律主要包括三条内容，分别命名为牛顿第一、第二、第三定律，上一章我们学习了牛顿第三定律，本章学习第一定律和第二定律。

#### 牛顿第一定律

牛顿第一定律的内容为：**一切物体总保持匀速直线运动状态或静止状态，除非作用在它上面的力迫使它改变这种状态。**

该定律陈述了一个基本事实：若没有外力的作用，则物体总是保持匀速直线运动状态或静止状态。

反之，若有外力迫使物体改变运动状态，则物体将不再保持匀速直线运动状态或静止状态。另外，若有外力存在，但没有迫使物体改变运动状态，则物体可能在受外力作用的情况下，仍然保持匀速直线运动状态或静止状态。

实际上，“物体”“运动状态”“形状”都是不够具体的概念，在分析研究时需要对研究对象进行明确。

例如，用手指按压桌面上的橡皮，压力没有改变橡皮的运动状态，而是改变了橡皮的形状。但是如果将研究范围缩小到手指接触的极其微小的部分，则橡皮的这一微小部分的运动状态发生了改变，这一微小部分的形状观察不到变化。

另外，现实中不存在“不受任何力的作用”，通常所说的“不受外力作用”是指将很小的力忽略不计，在一定近似范围内可以看作是不受外力作用。因此，牛顿第一定律无法用实验严格证明，而是通过近似实验进行验证，并结合逻辑推理分析得出的结论。

做匀速直线运动的物体，它的速度大小不变，方向也不变。对于静止的物体，它的速度为0，相当于也不变，可以看作是速度为0的匀速直线运动，尽管方向对于速度为0的运动无实际意义。

需注意辨别：速度不变与速率不变。速度是矢量，速度不变要求速度的大小和方向都不变。速率是标量，等于速度的大小。做匀速曲线运动的物体虽然速率不变，但是速度的方向时刻改变，因此速度也时刻改变。

速度和力都是矢量，可以进行合成与分解。将物体受到的外力进行正交分解，如果物体在其中一个方向上受到的分力的合力为0，那么该物体在该方向上静止或做匀速直线运动。

例如，做竖直上抛或自由落体运动的物体，沿水平方向不受力的作用，沿水平方向静止；沿竖直方向始终受到重力的作用，做匀变速直线运动。救援物资从飞机上自然脱离后，忽略空气阻力，救援物资沿水平方向不受力的作用，沿水平方向做匀速直线运动，沿竖直方向做自由落体运动。

### 惯性与质量

物体在不受外力作用的情况下，始终保持匀速直线运动状态或静止状态的性质叫作**惯性**，因此牛顿第一定律也叫作**惯性定律**。

惯性是一切宏观物体的固有属性，一切具有质量的宏观物体都有惯性。物体的惯性的大小由质量的大小决定，物体的质量越大，则惯性越大。若将相同大小的力施加于质量不同物体，则质量较小的物体的运动状态改变的程度更大。例如，用相同的力气投掷铅球和篮球，篮球被抛出时的速度更快。

日常生活中，可以通过测量物体受到的重力的大小，间接计算出物体的质量。利用力的平衡，测量出物体受到的重力 $G$ ，除以重力加速度 $g$ ，就可以得到物体的质量 $m = G / g$ 。质量是标量，基本单位是千克，符号为 $\text{kg}$ 。

过去的学习中，将质量看作是衡量物质的多少的标度。例如，化学中常用的摩尔质量，反映的就是宏观物体的质量与所含微观粒子的数量之间的关系。

根据力与运动的关系，**质量可以看作是物体惯性的大小的标度**，即物体维持原有运动状态的能力的大小。物体的质量越大，维持原有运动状态的能力就越强，运动状态越难改变，惯性越大。

对于诸如高速运行的物体、质量极小的物体、外太空的天体等，无法用常规方法直接测量它们的质量，可以根据力与运动的关系，间接测算它们的质量。

### 拓展知识、惯性参考系

学习参考系时曾经提到,选取不同的参考系,同一物体的运动状态可能不同。现阶段只学习研究将静止的物体(例如大地)或者做匀速直线运动的物体(例如做匀速直线运动的列车)作为参考系,这两种情况下建立的参考系叫作**惯性系**。

静坐在做匀速直线运动的列车里的乘客,在地面看来正在做匀速直线运动。反之,矗立在道旁的树木,在列车看来在做反方向的匀速直线运动。由此,匀速直线运动与静止可以看作是同一状态,只是选取的惯性系不同。

选取非静止且做非匀速直线运动的物体建立的参考系叫作**非惯性系**。例如,自由下落的电梯做匀加速直线运动,速度的大小时刻改变;绕地球匀速旋转的卫星做匀速圆周运动,速度的方向时刻改变,选取它们建立的参考系都是非惯性系。

高中物理学习的规律都默认是在惯性系中,非惯性系中的运动与力较复杂,高中阶段不需要掌握。

**例 1** 如下图所示,大小两个砖块叠放在水平地面上,回答下列问题:



(1) 如果用大小为  $F_1$  的力水平向右推动小砖块,两个砖块以相同的速度做匀速直线运动,求两砖块间摩擦力、大砖块与地面间摩擦力的大小及方向;

(2) 如果用大小为  $F_2$  的力水平向右推动大砖块,两个砖块以相同的速度做匀速直线运动,求两砖块间摩擦力、大砖块与地面间摩擦力的大小及方向。

解析:(1) 先单独看小砖块,已知它沿水平方向受水平向右的推力  $F_1$ ,并且做匀速直线运动,那么应当有一个与  $F_1$  等大反向的力与之平衡,这个力只能是大砖块对它的摩擦力,所以大砖块对小砖块的摩擦力的大小为  $F_1$ ,方向水平向左。

再把大小两个砖块看作一个整体,已知它们沿水平方向受水平向右的推力  $F_1$ ,并且做匀速直线运动,那么应当有一个与  $F_1$  等大反向的力与之平衡,这个力只能是地面对大砖块的摩擦力,所以地面对大砖块的摩擦力的大小为  $F_1$ ,方向水平向左。

单独看大砖块,刚才已经分析得知它受到地面的摩擦力的大小为  $F_1$ ,方向水平向左,并且做匀速直线运动,它还应当受到小砖块的摩擦力,大小为  $F_1$ ,方向水平向右,这个力刚好跟它对小砖块的摩擦力是一对反作用力。

(2) 把大小两个砖块看作一个整体,已知它们沿水平方向受水平向右的推力  $F_1$ ,并且做匀速直线运动,那么应当有一个与  $F_1$  等大反向的力与之平衡,这个

力只能是地面对大砖块的摩擦力，所以地面对大砖块的摩擦力的大小为  $F_1$ ，方向水平向左。

再单独看大砖块，现在已经知道它受到两个力：水平向右的推力  $F_1$  和来自地面的水平向左的摩擦力，大小也为  $F_1$ ，那么大砖块此时沿水平方向已经受力平衡，不需要其他外力，它受到小砖块的摩擦力为0。

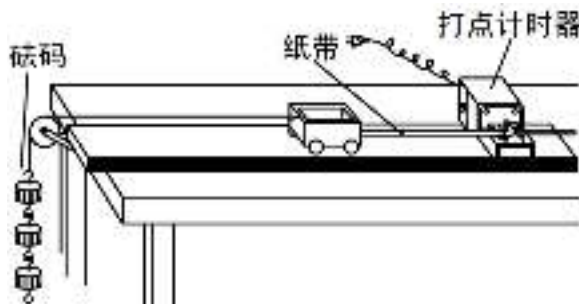
单独看小砖块，它做匀速直线运动，刚刚分析得知它与大砖块间的摩擦力为0，并且水平方向也没有其他外力，因此它沿水平方向不受力，做匀速直线运动。

## 二、实验：探究加速度与力、质量的关系

### 实验思路

本实验的目的是探究加速度与力、质量的关系，分别探究加速度与力的关系、加速度与质量的关系，方法是测量相应的物理量，并利用数学表达式建立规律。

本实验的装置与第一章和第二章的实验基本一致：将小车水平放置在木板上，用细线通过滑轮与槽码相连，在槽码下落的拉力的牵引下运动。小车拖动纸带通过打点计时器，打点计时器在纸带上打点，纸带上相邻两点间的时间间隔就是设置的打点间隔。如下图所示。



本实验涉及三个物理量：加速度、力、质量。同时研究三个或多个物理量之间的数量关系会很复杂，通常采用**控制变量法**可以更加简便和严谨，即：只改变一个物理量，令其可控的其他物理量不变，测量所需的数据，研究分析所需的数据与这一个变化的物理量之间的关系。

要研究力与加速度的关系，控制小车的质量和其他条件不变，只改变牵引力，测量加速度的大小，探究加速度与力的关系。

要研究质量与加速度的关系，控制牵引力的大小和其他条件不变，只改变小车的质量，测量加速度的大小，探究加速度与质量的关系。

### 物理量的测量

本实验需要测量采集三个物理量：加速度、力、质量。

**质量的测量。**小车的质量可以使用天平测量，并通过在车上放置砝码改变小车整体的质量，获取多组不同质量的实验数据。

**加速度的测量。**利用初速度为0的匀变速直线运动的位移 $x$ 、加速度 $a$ 、时间 $t$ 的关系 $x = \frac{1}{2}at^2$ ，使用直尺测量小车运动的位移 $x$ ，使用秒表记录所用的时间 $t$ ，求得加速度： $a = \frac{2x}{t^2}$ 。

也可以利用打点计时器更加精确地计时。纸带上相应的点与第一个点之间的距离 $x$ ，数出该点与第一个点之间的间隔 $n$ ，乘以打点计时器的打点间隔 $\Delta t$ ，就可以得到运动时间 $t = n\Delta t$ ，进而求得加速度： $a = \frac{2x}{t^2} = \frac{2x}{(n\Delta t)^2}$ 。

对于初速度为0的匀变速直线运动，在时间 $t$ 相同的情况下，加速度 $a$ 与位移 $x$ 成正比，因此也可以控制运动时间相同，测量不同质量和力的作用下，发生的位移 $x$ ，用位移的比例代替加速度的比例。可以设一个常数 $k$ ，认为 $a = kx$ ，分析比较中不要求得 $k$ 的具体数值。

**力的测量。**小车受到的各外力难以逐个测得，可以利用力的合成，考虑令其中若干力的合力为0，将它们一并忽略，只研究唯一可以变化且受控制的力即可。当小车静止或做匀速直线运动时，受到的合外力为0，在此基础上，再改变槽码提供的牵引力即可。

该实验中，小车与木板之间有摩擦力，（打点计时器在纸带上打点时会阻碍运动、细线与滑轮之间有摩擦力很小可以忽略），要尽量消除这些因素的影响，需使用**阻力补偿法**：在细线的另一端悬挂槽码前，将平板倾斜一很小的角度，令小车恰好可以做匀速直线运动，那么此时小车重力沿木板方向的分力与来自木板的摩擦力恰好平衡，槽码的重力全部用于令小车运动。

槽码提供的牵引力 $F$ 等于其受到的重力 $G$ ，可以利用天平测得质量 $m$ ，再与重力加速度 $g$ 相乘得到 $F = G = mg$ 。改变槽码的数量可以改变牵引力的大小。

### 进行实验和数据分析

按照上述方法进行实验，测量计算在小车质量不变的条件下，不同的牵引力 $F$ 与加速度 $a$ 之间的对应关系，将 $a-F$ 数据绘制在平面直角坐标系中。将会发现， $a-F$ 图像是一条经过原点的倾斜直线，表明在质量不变的条件下，加速度与力成正比。

测量计算在牵引力不变的条件下，不同的小车质量 $m$ 与加速度 $a$ 之间的对应关系，将 $a-m$ 数据绘制在平面直角坐标系中。将会发现， $a-m$ 图像类似于反比例函数的图像。如果将自变量改为质量的倒数 $\frac{1}{m}$ ，绘制出 $a-\frac{1}{m}$ 图像是一条直线，表明在力不变的条件下，加速度与质量成反比。

### 三、牛顿第二定律

#### 牛顿第二定律的表达式

上一节的实验的结论实际上就是牛顿第二定律的主要内容：**物体加速度的大小跟它受到的作用力成正比，跟它的质量成反比，加速度的方向跟作用力的方向相同。**牛顿第二定律可以用数学表达式表示为：

$$a \propto \frac{F}{m}$$

其中， $a$  是物体的加速度大小， $F$  是物体受到的力的大小， $m$  是物体的质量，符号  $\propto$  表示成正比。可以通过设一个比例系数  $k$ ，用等式关系表示牛顿第二定律：

$$F = kma$$

其中， $k$  是恒定不变的常数。

#### 力的单位

力的单位是牛顿，简称牛，用符号  $\text{N}$  表示。力的单位牛顿是为了纪念牛顿而命名的。对于“ $1\text{ N}$ ”的规定正是来自牛顿第二定律，令  $F = kma$  中的比例系数  $k = 1$ ，就得到了：

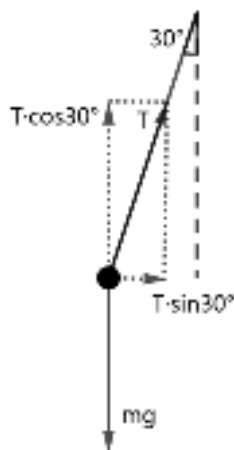
$$1\text{ N} = 1\text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

这与我们在上一章通过重力加速度  $g = 9.8\text{ m/s}^2 = 9.8\text{ N/kg}$  得知关系相同。力的单位牛顿不是直接将客观标准作为依据规定的，而是利用质量的单位千克、距离的单位米、时间的单位秒，根据牛顿第二定律规定出来的。根据该数量关系可得牛顿第二定律的表达式为：

$$F = ma$$

**例 2** 一辆列车启动时做匀加速直线运动，列车中一小球用细线悬挂在架子上，细线与竖直方向的夹角为  $30^\circ$ ，已知重力加速度为  $g$ ，求列车启动时的加速度的大小。

解析：当物体具有加速度时，利用牛顿第二定律根据物体的实际加速度求得的力就是物体受到的合外力，根据题意作图如下所示。



假设列车朝右前进，加速度的大小为  $a$ ，小球的质量为  $m$ 。根据牛顿第二定律，小球受到的合外力水平向右，大小为  $ma$ 。小球受到两个力的作用：重力  $G = mg$ ，绳子的拉力  $T$ ，这两个力的合力水平向右，大小为  $ma$ 。

将绳子的拉力  $T$  沿竖直和水平方向正交分解，沿竖直方向的分力大小为  $T \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} T$ ，沿水平方向的分力大小为  $T \sin 30^\circ = \frac{1}{2} T$ 。

小球沿竖直方向没有加速度，受到的合外力为 0，因此绳子沿竖直方向的分力与重力大小相等、方向相反，由此可得： $\frac{\sqrt{3}}{2} T = mg$ ，解得： $T = \frac{2\sqrt{3}}{3} mg$ ，

小球沿水平方向受到的合外力的大小为  $ma$ ，等于绳子沿水平方向的分力，由此可得： $\frac{1}{2} T = ma$ ，化简后得： $a = \frac{T}{2m}$ ，

将  $T = \frac{2\sqrt{3}}{3} mg$  代入该等式，消去参数  $T$  和  $m$ ，解得： $a = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3} mg}{2m} = \frac{\sqrt{3}}{3} g$ 。

由本题可知，列车的加速度决定细线的倾角，与细线上悬挂重物的质量无关。

### 牛顿第二定律与矢量运算

牛顿第二定律  $F = ma$  将物体受到的力与物体的运动状态直接联系起来。

该公式中，加速度  $a$  和力  $F$  都是矢量。两个矢量相等需要同时满足大小相等、方向相同。即物体受到的力的大小等于质量与加速度的大小的乘积，力的方向与加速度的方向相同。

需注意，牛顿第二定律既适用于单独的力，也适用于多个力的合力，“力”与“加速度”需一一对应。

若质量为  $m$  的物体同时受到多个力  $F_1, F_2, \dots, F_n$  的作用，那么可以先求得物体受每个力作用产生的加速度  $a_1 = \frac{F_1}{m}, a_2 = \frac{F_2}{m}, \dots, a_n = \frac{F_n}{m}$ ，其中，每个加速度的方向与对应的力相同，再将各加速度按照平行四边形定则相加。

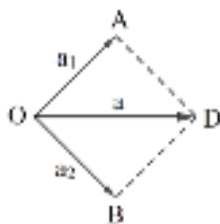
也可以先将力  $F_1, F_2, \dots, F_n$  按照平行四边形定则相加求得合力  $F_{\text{合}}$ ，再求得物体受合力作用产生的加速度  $a = \frac{F_{\text{合}}}{m}$ ，加速度的方向与合力的方向相同。

这两种运算方式的结果相同。

**例 3** 甲用 2 N 的力向正东北方向推动质量为 2 kg 的书桌，乙用 2 N 的力向正东南方向推，忽略摩擦力，求书桌的加速度。

解析：根据题目信息作图如下所示。





方法一：先分别求得两个力产生的加速度，再利用平行四边形定则求和。甲用 2 N 的力向正东北方向推书桌，使其具有向正东北方向的加速度：

$a_1 = \frac{2}{2} \text{ N/kg} = 1 \text{ N/kg} = 1 \text{ m/s}^2$ 。乙用 2 N 的力向正东南方向推书桌，使其具有向

正东南方向的加速度： $a_2 = \frac{2}{2} \text{ N/kg} = 1 \text{ N/kg} = 1 \text{ m/s}^2$ 。利用平行四边形定则将这

两个加速度相加， $\triangle OAB$  为等腰直角三角形，将  $OB$  平移到与  $OA$  相接的位置，构成正方形  $OADB$ ，书桌的加速度为  $OD = \sqrt{1^2 + 1^2} \text{ m/s}^2 = \sqrt{2} \text{ m/s}^2$ ，方向为正东。

方法二：先求得两个力的合力，再求合力产生的加速度。依旧使用原图，图中的矢量表示力，甲用 2 N 的力向正东北方向推书桌，乙用 2 N 的力向正东南方向推书桌，利用平行四边形定则将这两个力相加，可求得  $F_{\text{合}} = 2\sqrt{2} \text{ N}$ ，方向为

正东。利用牛顿第二定律求得加速度为  $a = \frac{F_{\text{合}}}{m} = \frac{2\sqrt{2}}{2} \text{ N/kg} = \sqrt{2} \text{ N/kg} = \sqrt{2} \text{ m/s}^2$ ，

方向与合力相同，为正东。用两种方法求得的结果相同，主要过程也很相似。

#### 四、力学单位制

在使用物理量描述客观规律时，除了使用数值描述量的大小之外，还需要使用单位表示描述的对象。

##### 基本单位

我们在第一章学习了时间的基本计量单位秒（s）和长度的基本计量单位米（m），这两个单位都是以客观的自然现象为标准规定的。

质量的基本单位千克（kg）也是以客观的自然现象为标准规定的：1 kg 是普朗克常数为  $6.62607015 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  时的质量单位，高中阶段的物理知识无法理解，暂不需要掌握。该取值与曾使用的“4 °C 时 1 dm<sup>3</sup> 纯水的质量”标准相一致。

时间的单位秒、长度的单位米、质量的单位千克，以及电流的单位安培（A）、热力学温度的单位开尔文（K）、物质的量的单位摩尔（mol）、发光强度的单位坎德拉（cd），这七个物理量叫做**基本物理量**，简称**基本量**，它们的单位叫作**基本单位**。这七个基本单位都是以客观的自然现象为标准规定的，是直接来源于客观事实的物理量单位。除了这七个基本单位之外的一切物理量单位，都可以由这七个物理量单位表示。

速度的定义式为  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ，速度的单位米每秒（m/s）是长度（位移）的单位除以时间的单位，对“1 m/s”的规定是每1 s 运动1 m 时的速度。

加速度的定义式为  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ，加速度大单位米每二次方秒（m/s<sup>2</sup>）是长度（位移）的单位除以时间的单位的二次方，对“1 m/s<sup>2</sup>”的规定是每1 s 速度变化1 m/s 时的加速度。

力的定义非常复杂，当前阶段可以看作是物体间的相互作用，力的单位牛顿（N）的定义式来自牛顿第二定律： $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ，对“1 N”的规定是令质量为1 kg 的物体产生1 m/s<sup>2</sup> 的加速度的力的大小。

### 国际单位制

为了让全人类的科学研究更加统一和规范，国际计量大会制定了国际通用的单位制，叫作**国际单位制**。

国际单位制将物理量单位分为两类：基本单位和非基本单位。基本单位是以客观规律为标准制定的，共有七种：时间的单位秒、长度的单位米、质量的单位千克，电流的单位安培、热力学温度的单位开尔文、物质的量的单位摩尔、发光强度的单位坎德拉。其他单位都是非基本单位，都可以由基本单位的运算表示。

**例 4** 根据物理量单位判断公式  $Ft = mv^2$  从物理上是否成立？ $F$  为物体受到的力， $t$  为力的作用时间， $m$  为物体的质量， $v$  为物体的速度。

解析：力  $F$  的单位为 N，用基本单位表示为： $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ；时间的单位为 s；质量  $m$  的基本单位为 kg，速度  $v$  的基本单位为  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。公式左边的单位为： $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{s} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ，公式右边的单位为： $\text{kg} \cdot (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})^2 = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ ，公式左右两边的单位不一样，从物理上不能成立。

## 五、牛顿运动定律的应用

牛顿运动定律阐述了力与运动的基本关系，因此其应用主要方式主要有两种：从受力确定运动情况、从运动情况确定受力。

### 从受力确定运动情况

利用牛顿第二定律，根据物体的受力情况，可以求得物体的加速度，进而可以求得物体的速度、位移等运动情况。

**例 5** 一辆质量为 1000 kg 的汽车以 30 m/s 的速度在道路上直线行驶，已知该车刹车时与地面的滑动摩擦因数为 0.2，重力加速度的大小取  $g = 10 \text{ N/kg}$ ，求该车从开始刹车到停止运动的距离。

解析：该车的质量为 1000 kg，汽车对地面的压力等受到的重力：

$N = mg = 1000 \times 10 \text{ N} = 10000 \text{ N}$ 。又因为该车刹车时与地面的滑动摩擦因数为 0.2，受到的摩擦力为： $f = \mu N = 0.2 \times 10000 \text{ N} = 2000 \text{ N}$ 。该车刹车时的加速度的大小为： $a = \frac{f}{m} = \frac{2000}{1000} \text{ N/kg} = 2 \text{ N/kg} = 2 \text{ m/s}^2$ 。已知刹车前的初速度为  $v_0 = 30 \text{ m/s}$ ，停止后的速度为  $v_t = 0 \text{ m/s}$ ，规定前进的方向为正方向，代入公式  $2ax = v_t^2 - v_0^2$  得： $2 \times (-2)x = 0^2 - 30^2$ ，解得： $x = 225 \text{ m}$ 。该车从开始刹车到停止运动的距离为 225 m。

### 从运动情况确定受力

根据牛顿第一定律，若物体静止或做匀速直线运动，则该物体不受力的作用。

虽然现实中不存在物体不受力的作用的情形，但是如果物体受到的合外力为 0，那么物体也静止或做匀速直线运动。根据牛顿第二定律，如果物体受到的合外力为 0，那么物体的加速度也为 0，物体的速度不变，表明物体静止或做匀速直线运动。

需注意，物体不受力或合外力为 0，等价于物体的速度不变，等价于物体静止或做匀速直线运动。速度是矢量，如果速度只是大小不变，但方向改变，那么速度仍然变化，此时物体具有加速度，受到和合外力不为 0。

当物体受到外力作用时，将具有加速度，实际加速度的大小等于合外力的大小除以物体的质量，实际加速度的方向与合外力的方向相同。也可以将力和加速度、速度、位移都正交分解到两个相互垂直的方向，分别分析研究这两个方向的力与运动。

由于力是物体间的相互作用，如果发现物体的实际运动情况与根据受力分析推断出的运动情况不一致，那么很可能还存在其他未发现的力的作用及施力物体，该原理帮助科学家们新发现了很多未知的天体和一些重要的微观粒子。

**例 6** 质量为 2 kg 的直升机模型在螺旋桨提供的升力作用下，以  $0.5 \text{ m/s}^2$  的加速度垂直升空，重力加速度取  $g = 10 \text{ N/kg}$ ，求螺旋桨提供的升力的大小。

解析：质量为 2 kg 直升机模型以  $0.5 \text{ m/s}^2$  的加速度垂直升空，受到的合外力的大小为  $F = 2 \times 0.5 \text{ N} = 1 \text{ N}$ ，方向竖直向上。沿竖直方向，模型受到重力和螺旋桨提供的升力两个力，重力的大小为  $2g = 10 \text{ N/kg} = 20 \text{ N}$ ，方向竖直向下。因此螺旋桨提供的升力的大小为  $1 + 20 \text{ N} = 21 \text{ N}$ ，方向竖直向上。

## 六、超重和失重

### 重力的测量

重力是地球表面的物体受到地心的竖直向下的引力，测量重力有两种方法。一种是利用力的平衡，将待测物体静止放置或悬挂在测力计上，测力计的读数就

是物体受到的重力的大小。另一种是利用牛顿第二定律，分别测量物体做自由落体运动的加速度  $g$  和质量  $m$ ，那么物体受到的重力为  $G = mg$ 。

### 超重和失重

高中阶段，选取参考系时一般只选取（相对于地面）静止或做匀速直线运动的物体，不选取做变速运动的物体。即只选取惯性系，不选取非惯性系。这是由于非惯性系中的运动和力的分析较复杂。

现实生活中常见的非惯性系是做自由落体运动的物体。当物体从空中自由下落时，由于受重力的作用而具有竖直向下的加速度。

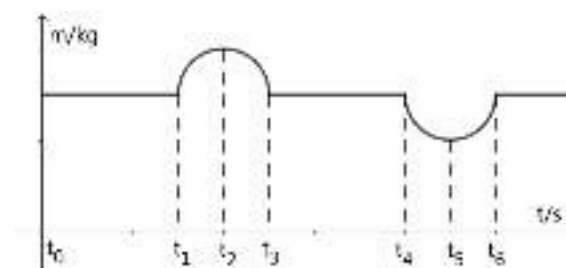
当物体静止不动时，用弹簧秤称它受到的重力  $G = mg$ ，弹簧秤的拉力  $F$  与物体受到的重力  $G$  平衡： $F = G = mg$ ，弹簧秤受到来自物体的力等于物体受到的重力，弹簧秤的示数就是物体的重量。

当物体具有竖直向下的加速度时，此时使用弹簧秤称重，根据牛顿第二定律，由于物体具有向下的加速度  $a$ ，因此物体在竖直方向上受到的合外力竖直向下，来自弹簧秤的拉力  $F$  小于重力  $G = mg$ ： $a = \frac{mg - F}{m}$ 。弹簧秤受到来自物体的力等于物体受到的弹簧秤的拉力，也小于物体的重力  $F = mg - ma$ ，因此弹簧秤的示数小于物体静止时的重量。物体仿佛失去了重量，这种现象叫作**失重**现象，称物体处于**失重**状态。特别的，当物体做自由落体运动时，即加速度为  $g$  的匀加速直线运动时，弹簧秤对物体没有力的作用  $F = mg - mg = 0$ ，此时称物体**完全失重**。

相反的，当物体具有竖直向上的加速度  $a$  时，弹簧秤受到来自物体的力为  $F = mg + ma$ ，弹簧秤的示数大于物体静止时的重量，叫作**超重**现象，称物体处于**超重**状态。

日常生活中，人在向上起跳或起立的瞬间处于超重状态，从高处跳下或下蹲的瞬间处于失重状态。乘电梯上楼的起步阶段处于超重状态，减速停止阶段处于失重状态。乘电梯下楼的起步阶段处于失重状态，减速停止阶段处于超重状态。火箭升空的过程处于超重状态，宇航员在太空中处于失重状态，地球同步卫星处于完全失重状态。

**例 7** 电梯内有一台放有重物的电子天平，天平的读数随时间变化的关系如下图所示，分别指出电梯处于超重状态和失重状态的时间段。



解析：观察图像可以发现，大部分时候是直线，中间由两段是曲线。直线的时候电子天平的读数不变，表面电梯做匀速直线运动或静止，即处于平衡状态。 $t_1 \sim t_3$ 时间内的读数都大于平衡状态下的读数，物体处于超重状态。 $t_4 \sim t_6$ 时间内的读数都小于平衡状态下的读数，物体处于失重状态。

### 小结

本章主要学习力与运动的关系——牛顿运动定律及其初步应用。牛顿运动定律是整个高中物理的牛顿力学块面的基础，可以推导出很多其他重要的定理，在后续章节中还会经常出现。需熟练掌握力与运动状态之间的相互推导，灵活应用力和运动的合成与分解。

本章的难点主要在于分析复杂场景中物体的受力情况和运动状态，需要充分的做题练习，提高分析解决物理问题的数学能力。接下来的两章将要学习的抛体运动、圆周运动，非常经典地体现了牛顿运动定律中使用的数学方法。

## 第五章 抛体运动

我们已经学习了直线运动中位移、速度、加速度的基本关系，也学习了力与运动的关系——牛顿运动定律。虽然牛顿运动定律的表述和公式都非常简洁，但是其中所蕴含的物理和数学含义非常丰富。

当速度与位移不在同一直线、加速度与速度不在同一直线时，需要使用相应的数学方法分析处理。本章和下一章分别学习两种平面内的基本运动模型：抛体运动和圆周运动，以及使用相应的数学工具分析处理运动问题的原理和思路。

由于当前尚未系统学习平面向量的运算，因此平面几何和代数运算仍是主要的数学工具。如有条件，可以在学习完高中数学关于平面向量章节之后，再结合向量的基本性质和运算，回顾本章的内容并加深理解。

对于与几何图形有关的问题，应当尽量画出规范的示意图，使长度和角度的对应关系尽可能精准。作图越规范，就越容易通过观察图像发现规律，在此基础上再从数学上进行推导验证会更容易。

“近似”和“极限”是物理和数学中两种重要的思想与方法。第一章求匀变速直线运动的位移时初步使用了近似和极限的思想。“近似”是一种粗略的估计，主要用于帮助理解。“极限”是严谨的数学分析推导方法。

### 一、曲线运动

直线只有两个方向，分别指向直线的两端。平面内有无穷多方向，平面内的物体运动的轨迹可以是弯曲的曲线。

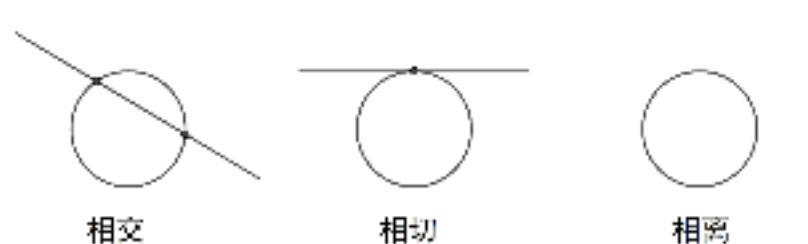
#### 曲线运动的速度方向

分析曲线运动时，关键是确定运动的方向。

质点做曲线运动时，运动方向（即速度的方向）沿曲线在该点处的切线的方向。

**切线**是一个数学概念，待高中数学学习了函数的导数之后会有更完整准确的认识，现在结合已经掌握的知识进行初步了解。

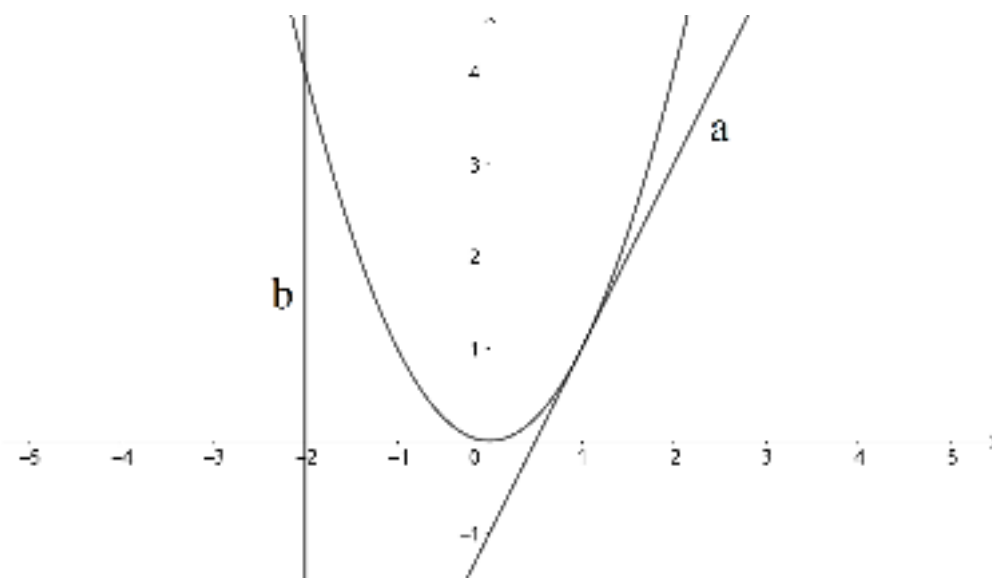
我们最初学习切线的概念，是在直线与圆的位置关系中。直线与圆有三种位置关系：直线与圆相交，有两个公共点；直线与圆相切，有一个公共点；直线与圆相离，没有公共点。如下图所示。



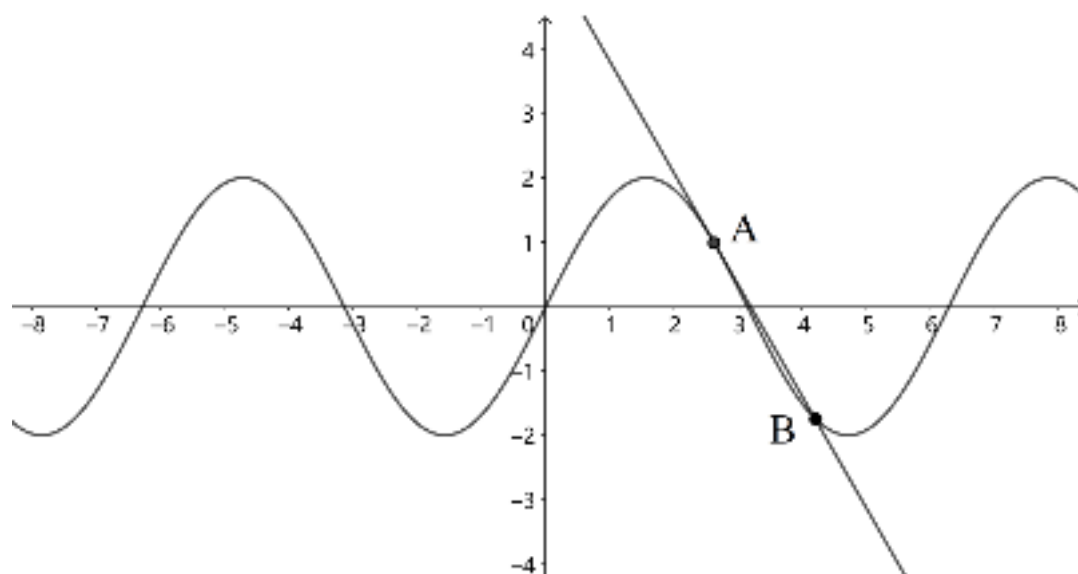
其中，当直线与圆相切时，这条直线叫作圆的**切线**，公共点叫作切线与圆的**切点**。

对于平面内的直线和圆，可以根据公共点的个数判断它们之间的位置关系。但是对于其他曲线，直线与曲线的公共点的个数，跟直线与曲线是否相切并没有直接对应关系。

如下图所示，直线 $a$ 、 $b$ 都与抛物线只有一个公共点，直线 $a$ 与抛物线相切，直线 $b$ 与抛物线相交。从图中可以看出，直线 $a$ 除了与抛物线只有一个公共点之外，其他部分都只在抛物线的一侧。直线 $b$ 将抛物线分割为两个部分。



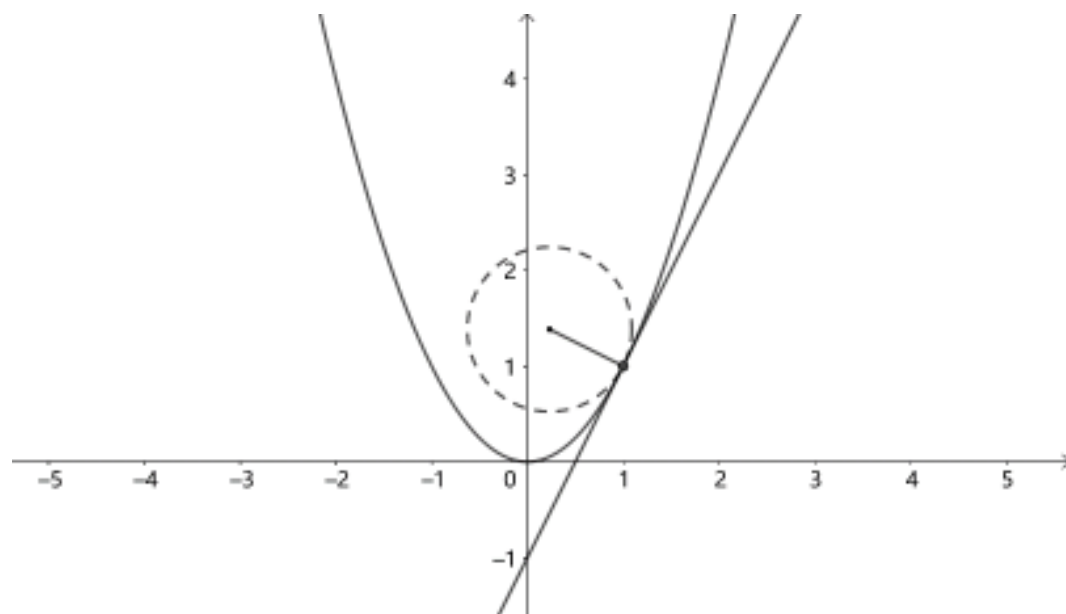
然而，直线与曲线只有一个公共点的同时，直线是否只在曲线的一侧，也不足以作为判断直线是否是曲线切线的依据。如下图所示，图中的直线 $AB$ 是正弦曲线在点 $A$ 处的切线，该切线不但将曲线分割为两部分，还与曲线有两个交点。



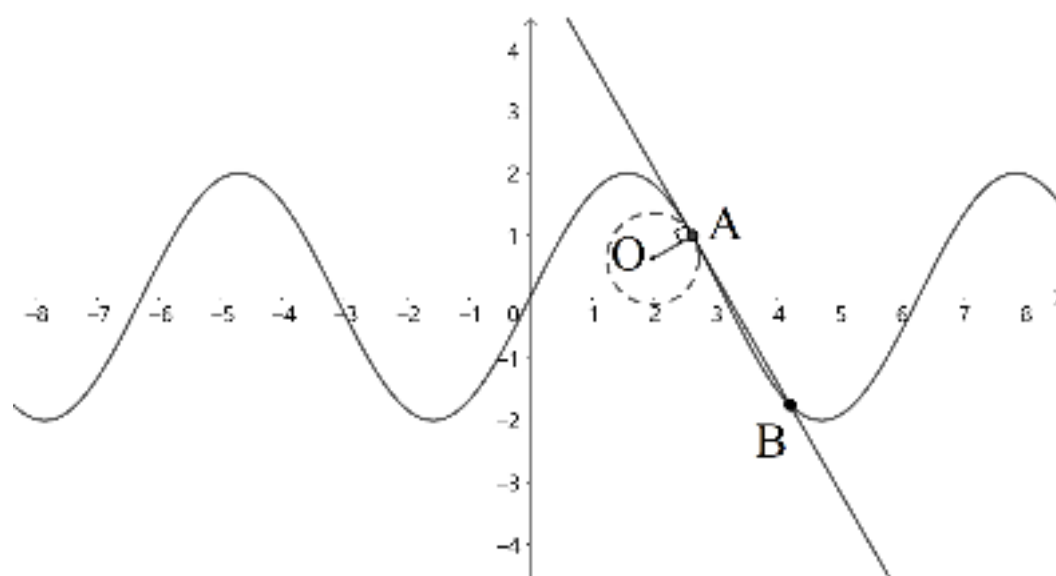
虽然上面两个例子都不能完美展示曲线的切线的特点，利用现有知识也难以详细地描述切线的确切含义，但是可以结合上面两个例子，初步理解切线的含义：

若要作出曲线上一点处的切线，可以只观察该点附近曲线的情况。根据曲线在该点及附近的情况，作出一个近似的圆，则这个圆在该点处的切线，就是曲线在该点处的切线。

上面抛物线的例子中，可以在抛物线的该点处，根据该点及其附近的弯曲情况，作出一个近似的圆。由于抛物线在该处略微向右凸起，因此圆心在该点的左侧，然后画出圆上的该点处的切线。如下图所示。

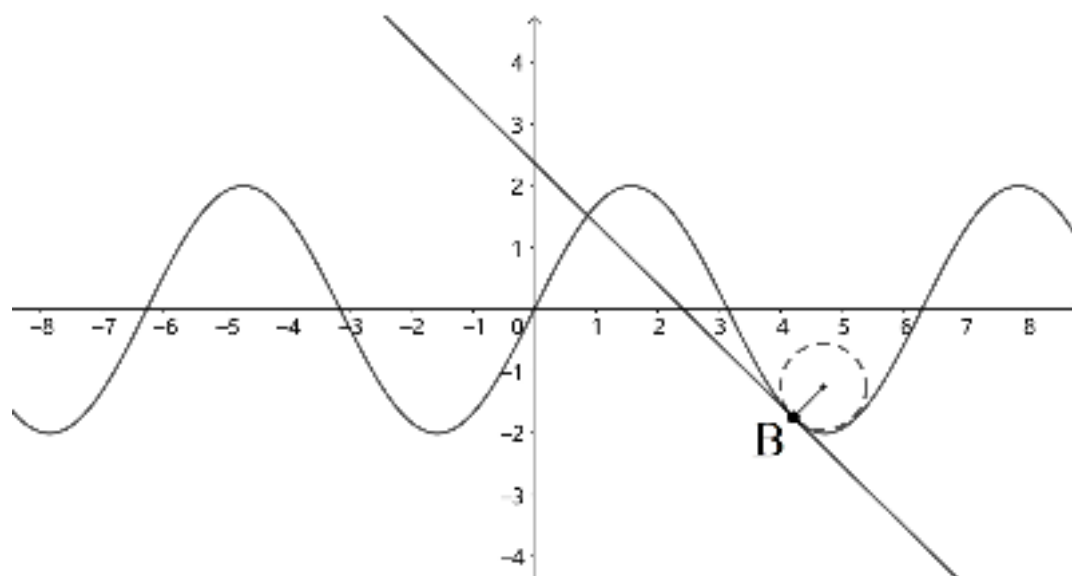


上面正弦曲线的例子中，同样可以在该点处，根据该点及其附近的弯曲情况，作出一个近似的圆。由于正弦曲线在该点处略微向右上方凸起，因此圆心在该点的左下方，然后画出圆上的该点处的切线。如下图所示。



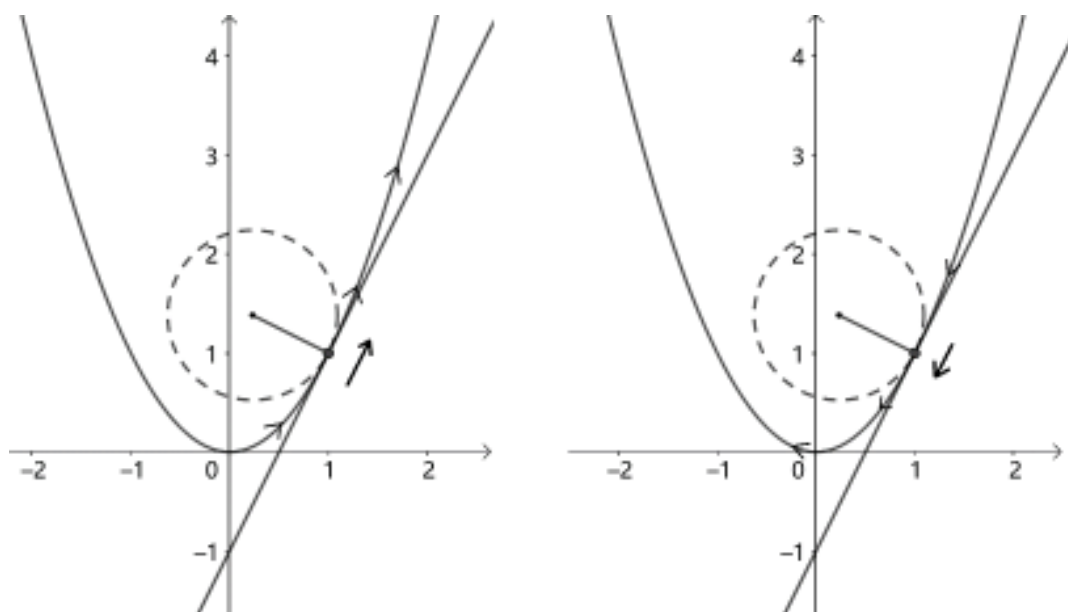
若要画出上面的正弦曲线在点B处的切线，由于在该点处正弦曲线略微向左下方凸起，因此圆心在该点的右上方。如下图所示。





以上就是作出曲线上某点处的切线的简要方法。

切线是一条直线，有两个方向。如果要用切线表示运动的方向，在确定了曲线在某一点处的切线之后，还需要进行“二选一”，确定具体的方向。只需根据质点在曲线上运动的方向，分别从切线上找到靠近起点的一侧、靠近终点的一侧，就可以确定质点沿切线移动的方向。如下图所示。



以上就是根据现有知识，找出或判断曲线运动的轨迹上一点处速度的方向的主要方法。速度的大小需用有向线段的长度表示。

需注意，切线只表示曲线在一个点处的变化趋势，无法反映曲线整体的情况，因此讨论曲线的切线时，应当明确“曲线上某一点处的切线”。直线也可以看作是一种特殊的曲线，直线的切线就是它自身。

数学上，切线表示曲线在其上某点处的变化趋势，可以将曲线近似看作是由许多非常短的线段相接而成，就像把圆看作是有无穷多条边的正多边形。

如下图所示，从左至右分别为正五边形、正十边形、正二十边形、圆。正多边形的边数越多，形状越接近圆，性质也越接近圆。正多边形上（除了顶点之外）各点处的切线就是该点所在的边。



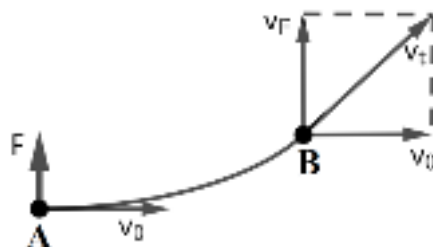
### 物体做曲线运动的条件

根据牛顿第二定律，物体的加速度的方向与合外力的方向相同。当物体受到的合外力的方向与速度的方向不在同一直线上时，物体将在合外力的方向产生加速度，在加速度的作用下产生速度。

物体原来的速度与外力令物体新产生的速度的矢量和，就是物体的实际速度。物体受外力后的实际速度与原速度的方向不在同一直线上，物体做曲线运动。

即：当物体所受合力的方向与它的速度的方向不在同一直线上时，物体做曲线运动。

如下图所示。物体在点A时速度为 $v_0$ ，方向水平向右。经过竖直向上的力 $F$ 作用一段时间，运动到点B处。在力 $F$ 的作用下，物体产生竖直向上的速度 $v_F$ ， $v_0$ 与 $v_F$ 的矢量和就是物体此刻的实际速度 $v_t$ 。物体运动的方向由 $v_0$ 偏转为 $v_t$ 。



物体做曲线运动速度的方向改变时，受到的合外力的方向指向作切线时假想出的圆的圆心方向。

**例 1** 一辆汽车在半径为 $R$ 的圆形道路上，做速率为 $v$ 的匀速圆周运动，汽车从开始运动经过多长时间，速度的方向与初始速度相反？

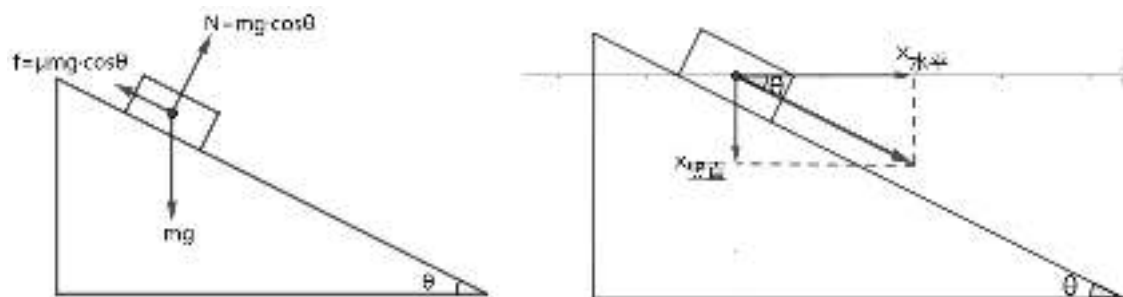
解析：当汽车绕圆周旋转半周时，速度的方向跟原来相反。半径为 $R$ 的圆的周长为 $2\pi R$ ，汽车的速率为 $v$ ，经过时间 $\frac{\pi R}{v}$ 后，速度的方向与初始速度相反。

## 二、运动的分解与合成

描述物体运动的位移、速度、加速度等参数都是矢量，它们都可以参照力的分解与合成的方式，进行分解与合成，并且可以进行相应的计算。

### 另一个平面运动的实例

如下图左所示，一个质量为  $m$  的木块放置在倾角为  $\theta$  的斜面上，重力加速度的大小为  $g$ ，木块与斜面间的滑动摩擦因数  $\mu = g \tan \theta$ 。对木块进行受力分析可知它受到的合外力为 0，假设木块沿斜面匀速下滑，速度的大小为  $v$ 。现在对木块的运动情况进行分解。



如上图右所示。以木块的起始位置为坐标原点，水平向右为  $x$  轴正方向，竖直向下为  $y$  轴正方向，建立平面直角坐标系。

木块沿倾角为  $\theta$  的斜面，以大小为  $v$  的速度匀速下滑，那么在  $t$  时刻，木块到原点的距离为  $vt$ 。

此时，木块沿水平方向的位移等于到  $y$  轴的距离： $x_{\text{水平}} = x \cos \theta = vt \cos \theta$ ；  
木块沿竖直方向的位移等于到  $x$  轴的距离： $x_{\text{竖直}} = x \sin \theta = vt \sin \theta$ 。

木块的实际位移与沿水平和竖直方向的位移满足勾股定理：

$$x = \sqrt{x_{\text{水平}}^2 + x_{\text{竖直}}^2}$$

木块的实际位移与水平方向的夹角的正切值为：

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{x \sin \theta}{x \cos \theta} = \frac{x_{\text{竖直}}}{x_{\text{水平}}}$$

以上是位移的正交分解，接下来根据位移的分解进行速度的正交分解。

按照速度的定义，木块沿水平方向的平均速度为：

$$v_{\text{水平}} = \frac{x_{\text{水平}}}{t} = \frac{vt \cos \theta}{t} = v \cos \theta$$

木块沿竖直方向的平均速度为：

$$v_{\text{竖直}} = \frac{x_{\text{竖直}}}{t} = \frac{vt \sin \theta}{t} = v \sin \theta$$

如果时间  $t$  很小接近于 0，上面两个等式也适用于瞬时速率。

木块沿倾角  $\theta$  的实际速度  $v$ ，可以分解为沿水平和竖直两个方向的分速度：

$$\begin{cases} v_{\text{水平}} = v \cos \theta \\ v_{\text{竖直}} = v \sin \theta \end{cases}$$

由勾股定理可得：

$$v = \sqrt{v_{\text{水平}}^2 + v_{\text{竖直}}^2}$$

木块的实际速度与水平方向的夹角的正切值为：

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{v \sin \theta}{v \cos \theta} = \frac{v_{\text{竖直}}}{v_{\text{水平}}}$$

### 运动的合成与分解

根据上面的例子可知，利用速度的定义式，速度也可以像位移一样进行正交分解。同理，根据加速度的定义式，加速度也可以像位移和速度一样进行正交分解。利用牛顿定律还可知，加速度的正交分解实际上就是力的正交分解。

将物体的实际位移、实际速度、实际加速度、受到的合外力进行正交分解为沿两个相互垂直的方向的分位移、分速度、分加速度、分力后，还可以利用勾股定理重新合成为实际位移、实际速度、实际加速度、受到的合外力。

将物体的运动分解到两个或多个方向上的过程叫作**运动的分解**。根据物体的分运动求得物体的实际运动的过程叫作**运动的合成**。

位移、速度、加速度、力都是矢量，它们的合成与分解实际上是矢量的加减法，遵循相应的运算规则，即平行四边形定则。

在运动的分解中，最方便好用的是正交分解，主要优点有：（1）互相垂直的方向上的运动互不影响，可以分别独立分析计算；（2）两个方向的分速度的大小容易由三角函数得到；（3）使用勾股定理可以将两个方向上的分位移、分速度、分加速度合成为实际运动的参数。

对于平面运动，描述物体运动状态的位移、速度、加速度等矢量都可以进行分解与合成。具体方法为：

- （1）建立平面直角坐标系。通常将与地面（或斜面）平行的方向作为  $x$  轴，与地面（或斜面）垂直的方向作为  $y$  轴，根据实际情况分别确定正方向。
- （2）将物体所有的加速度（力）、速度、位移等参数，按照平行四边形定则分解到两条坐标轴上。
- （3）在两条坐标轴上，分别按照直线运动的规律，分析计算物体的加速度、速度、位移。
- （4）利用勾股定理，将同一时刻两条坐标轴上的位移、速度、加速度等参数合成，即可得到物体的实际运动状态。

上述思路是分析处理力与运动的主要方法。

### 变化率与累积

按照速度的定义，速度  $v$  是位移  $x$  关于时间  $t$  的变化率： $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ，那么位移

可以看作是速度在时间上的累积（累加）： $\Delta x = v \cdot \Delta t$ 。

物体发生的位移可以看作是在一系列连续时间中的速度累积（累加）起来的和。因此，对应相同时间的情况下，速度的合成与分解跟位移的合成与分解可以一并计算。

同理，加速度  $a$  是速度  $v$  关于时间  $t$  的变化率： $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ，那么速度可以看作是加速度在时间上的累积（累加）： $\Delta v = a \cdot \Delta t$ 。

物体速度的变化可以看作是在一系列连续时间中的加速度累积（累加）起来的和。因此，对应相同时间的情况下，加速度的合成与分解跟速度的合成与分解可以一并计算。

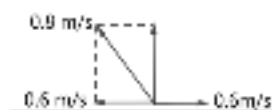
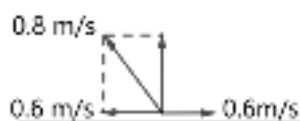
综上，对应相同时间的情况下，力的作用使物体产生加速度，加速度的累积产生速度，速度的累积产生位移。因此力、加速度、速度、位移的合成与分解可以一并计算，这就是可以对运动进行分解-分别计算-合并的原理。

**例 2** 一条宽为 20 m 的河流中水流的速度为 0.6 m/s，一艘小船的行驶速度为 0.8 m/s，回答下列问题：

（1）如果小船的船头始终垂直于河流，求小船跨越河流后，起点与终点之间的直线距离；

（2）如果小船想要沿垂直于河流的轨迹横跨河流，求小船的船头方向与河流方向夹角的余弦值。

解析：（1）如果小船的船头始终垂直于河流，那么小船自身的速度也垂直于河流，大小为 0.8 m/s。同时河流沿水平方向的速度为 0.6 m/s，小船沿平行于河流方向的速度为 0.6 m/s，如下图左所示。



小船的运动可以分解为垂直于河流和平行于河流两个方向。垂直于河流方向的速度为 0.8 m/s，位移就是河流的宽 20 m，运动时间为  $20 \div 0.8 \text{ s} = 25 \text{ s}$ 。这段时间小船沿水平方向的位移为  $0.6 \times 25 \text{ m} = 15 \text{ m}$ 。小船的起点与终点之间的直线距离为  $\sqrt{20^2 + 15^2} \text{ m} = 25 \text{ m}$ 。

（2）如果小船想要沿垂直于河流的轨迹横跨河流，那么实际速度的方向应当垂直于河流的流速，小船自身速度需要有沿平行于河流方向的分速度，跟河水流速抵消，小船的船头方向与河流方向夹角的余弦值为  $\frac{0.6}{0.8} = \frac{3}{4}$ ，如上图右所示。

### 三、实验：探究平抛运动的特点

抛体运动是一种生活中常见的运动模型，泛指物体被抛出后做的运动。例如，向空中抛球、向河里丢石子等。

本实验的主要目的是探究平抛运动——物体被水平抛出后，物体的实际运动情况，以及沿水平和竖直两个方向运动的特点。

#### 进行实验

将小球静止放置在左面边缘，用小锤沿水平方向快速击打小球，令小球脱离桌面的同时，获得水平方向的初速度。小球开始运动后，具有沿水平方向的初速度，始终受到竖直向下的重力作用。

利用频闪照相或录制视频的方法，记录物体的运动轨迹。频闪照相机的原理与打点计时器类似，可以设置一个极短的时间间隔 $T$ ，则频闪照相机每隔 $T$ 时间拍摄一张照片。

将频闪照相机固定，令拍摄的平面与小球运动的平面平行，连续拍摄一系列小球做平抛运动的照片，再将各照片重叠，在同一副图片中展示小球在各时刻的位置。小球的运动轨迹如下图所示。



事先设定的拍摄间隔 $T$ ，就是图中任意两个相邻小球位置之间运动的时间。任意两个相邻小球位置之间的位移，就是小球经过这段时间发生的位移。直接测量各相邻小球位置之间的位移，并由此计算速度、加速度，难以发现明显的规律。

分别测量相邻小球沿水平方向和沿竖直方向的分位移，并由此计算分速度、分加速度，可以发现非常明显的规律：在误差范围内，小球沿水平方向做匀速直线运动，沿竖直方向做自由落体运动。

也可以借助计算机描绘平抛运动的轨迹，并利用计算机计算小球分别沿水平方向和竖直方向的分位移、分速度、分加速度。

#### 四、抛体运动的规律

抛体运动的特点是物体受到的合外力恒定不变，且通常与初速度的方向不同。抛体运动不只局限于物体被抛出后做的运动，只要物体受到的合外力恒定且与初速度方向不同，都可以当作抛体运动分析处理。

根据抛出方向与初速度方向的关系，抛体运动可以分为竖抛运动、平抛运动和斜抛运动。其中，竖抛运动是直线运动，已经在第二章学习，现在学习平抛运动和斜抛运动。

分析抛体运动的主要思路为：先利用牛顿第二定律，把合外力转化为加速度，再通过运动的分解合成进行数学处理。

##### 平抛运动

平抛运动是物体被水平抛出后做的运动，初速度与重力加速度垂直。平抛运动的初速度的方向与加速度的方向不共直线，实际速度的大小和方向始终改变，需通过将运动正交分解为水平和竖直两个方向，分别分析处理。设质量为  $m$  物体被水平抛出后，沿水平方向的初速度为  $v_0$ ，始终受到重力  $G = mg$  的作用。

##### 平抛运动的速度

物体沿水平方向不受外力作用，沿水平方向的速度不变，始终为  $v_{\text{水平}} = v_0$ 。

物体沿竖直方向始终受到重力作用，做初速度为 0、加速度大小为  $g$  的匀加速直线运动，速度与时间的关系为  $v_{\text{竖直}} = gt$ 。

利用勾股定理，物体的实际速度为：

$$v = \sqrt{v_{\text{水平}}^2 + v_{\text{竖直}}^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$$

利用三角函数，物体的实际速度与水平方向夹角的正切值为：

$$\tan \theta = \frac{v_{\text{竖直}}}{v_{\text{水平}}} = \frac{gt}{v_0}$$

##### 平抛运动的位移

物体沿水平方向做匀速直线运动，位移与时间的关系为  $x_{\text{水平}} = v_0 t$ 。

物体沿竖直方向做自由落体运动，位移与时间的关系为  $x_{\text{竖直}} = \frac{1}{2} gt^2$ 。

利用勾股定理，物体的实际位移为：

$$x = \sqrt{x_{\text{水平}}^2 + x_{\text{竖直}}^2} = \sqrt{(v_0 t)^2 + \left(\frac{1}{2} gt\right)^2}$$

物体的实际位移（从起抛位置指向当前位置）与水平方向夹角的正切值为：

$$\tan \varphi = \frac{x_{\text{竖直}}}{x_{\text{水平}}} = \frac{\frac{1}{2} gt^2}{v_0 t} = \frac{gt}{2v_0}$$

## 平抛运动的轨迹

将平抛运动在各时刻沿水平方向的位移与沿竖直方向的位移一一对应起来，描绘得到的图像就是平抛运动的轨迹。

联立  $\begin{cases} x_{\text{水平}} = v_0 t \\ x_{\text{竖直}} = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$ ，消去参数  $t$ ，得到  $x_{\text{竖直}} - x_{\text{水平}}$  的对应关系，得到的图像就是平抛运动的轨迹。

是平抛运动的轨迹。

由  $x_{\text{水平}} = v_0 t$  可得： $t = \frac{x_{\text{水平}}}{v_0}$ ，将该等式代入  $x_{\text{竖直}} = \frac{1}{2} g t^2$  可得：

$x_{\text{竖直}} = \frac{1}{2} g \left( \frac{x_{\text{水平}}}{v_0} \right)^2 = \frac{g}{2v_0^2} x_{\text{水平}}^2$ ，令  $y = x_{\text{竖直}}$ ， $x = x_{\text{水平}}$ ，可以得到函数：

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$$

这是一个二次函数，平抛运动的轨迹是一条抛物线，因此二次函数的图像也叫作**抛物线**。

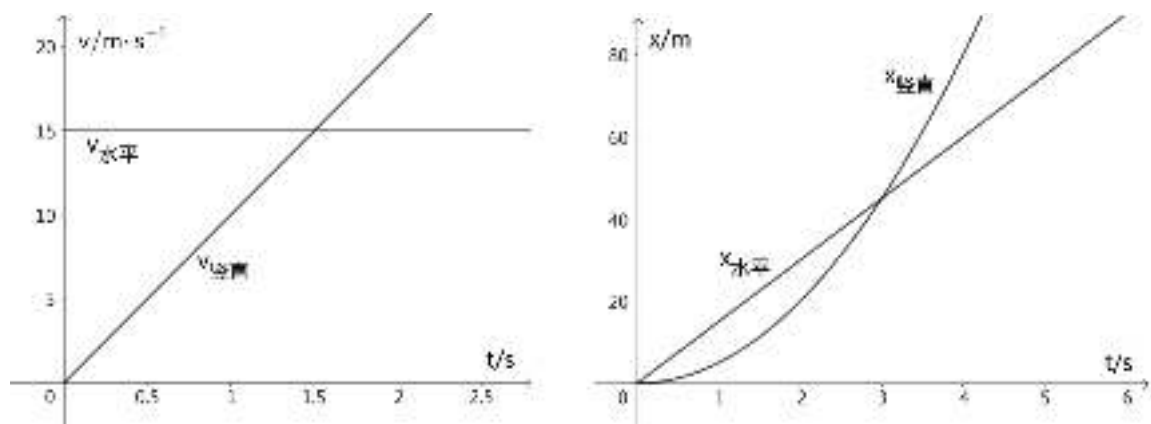
**例 3** 游客甲在山坡顶将质量为 20 g 的石子以 15 m/s 的初速度水平抛出，重力加速度的大小取  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，试分析石子的运动状态。

解析：建立平面直角坐标系，以起抛位置为原点，水平抛出的方向为  $x$  轴正方向，竖直向下为  $y$  轴正方向，初速度沿水平方向为  $v_0 = 15 \text{ m/s}$ ，加速度沿竖直方向为  $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。

沿水平方向：做匀速直线运动，速度恒定不变  $v_{\text{水平}} = v_0 = 15$ ，位移与时间的关系为  $x_{\text{水平}} = v_0 t = 15t$ 。

沿竖直方向：做匀变速直线运动，速度与时间的关系为  $v_{\text{竖直}} = gt = 10t$ ，位移与时间的关系为  $x_{\text{竖直}} = \frac{1}{2} g t^2 = 5t^2$ 。

石子沿水平和竖直方向的  $v-t$  和  $x-t$  图像如下图所示。

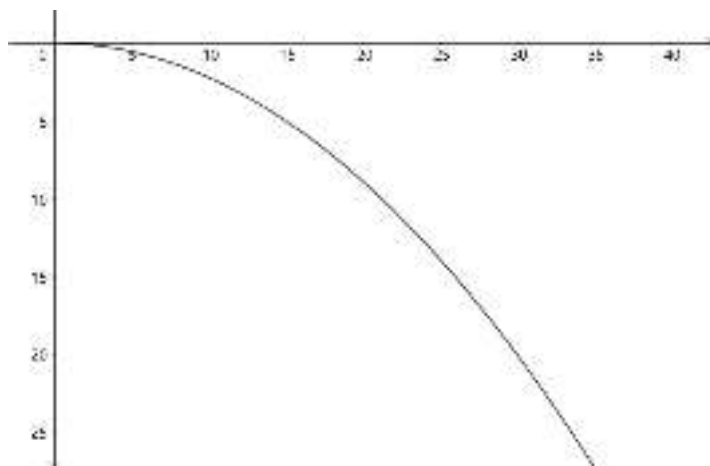




任意时刻  $t$ ，石子沿水平方向的速度为  $v_{\text{水平}} = 15$ ，沿竖直方向的速度为  $v_{\text{竖直}} = 10t$ ，将沿两个方向的速度合成为石子的实际速度，大小为  $v = \sqrt{v_{\text{水平}}^2 + v_{\text{竖直}}^2} = \sqrt{15^2 + (10t)^2} = 5\sqrt{4t^2 + 9}$ ，速度的方向为水平偏下  $\alpha$ ，且  $\tan \alpha = \frac{v_{\text{竖直}}}{v_{\text{水平}}} = \frac{10t}{15} = \frac{2t}{3}$ 。

石子沿水平方向的位移为  $x_{\text{水平}} = 15t$ ，沿竖直方向的位移为  $x_{\text{竖直}} = 5t^2$ ，实际位移的大小为  $x = \sqrt{x_{\text{水平}}^2 + x_{\text{竖直}}^2} = \sqrt{(15t)^2 + (5t^2)^2} = 5t\sqrt{t^2 + 9}$ ，实际位移的方向为水平偏下  $\beta$ ，且  $\tan \beta = \frac{x_{\text{竖直}}}{x_{\text{水平}}} = \frac{5t^2}{15t\sqrt{t^2 + 9}} = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 9}}$ 。

以各时刻石子沿水平方向的位移为横坐标，沿竖直方向的位移为纵坐标，绘制的图形就是石子实际运动的轨迹。将  $x_{\text{水平}} = 15t$  变形为  $t = \frac{x_{\text{水平}}}{15}$ ，代入  $x_{\text{竖直}} = 5t^2$  消去  $t$ ，得到函数  $x_{\text{竖直}} = \frac{x_{\text{水平}}^2}{45}$ ，函数图像就是石子运动的轨迹。如下图所示。



### 一般的抛体运动

斜抛运动是物体沿倾斜角被抛出后做的运动。斜抛运动的特点是物体的初速度与加速度成一倾斜角而非垂直。物体的初速度的方向与水平面之间的夹角叫作**抛射角**。

分析处理斜抛运动的思路与平抛运动类似，只需先把初速度分解为沿水平和竖直两个方向即可。物体仍沿水平方向仍做匀速直线运动，沿竖直方向做匀变速直线运动。

**例 4** 游客乙在海边沿与水平线成  $30^\circ$  角斜向上，将贝壳以  $v_0 = 20 \text{ m/s}$  的初速度向大海扔出，重力加速度的大小取  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，试分析贝壳的运动状态。

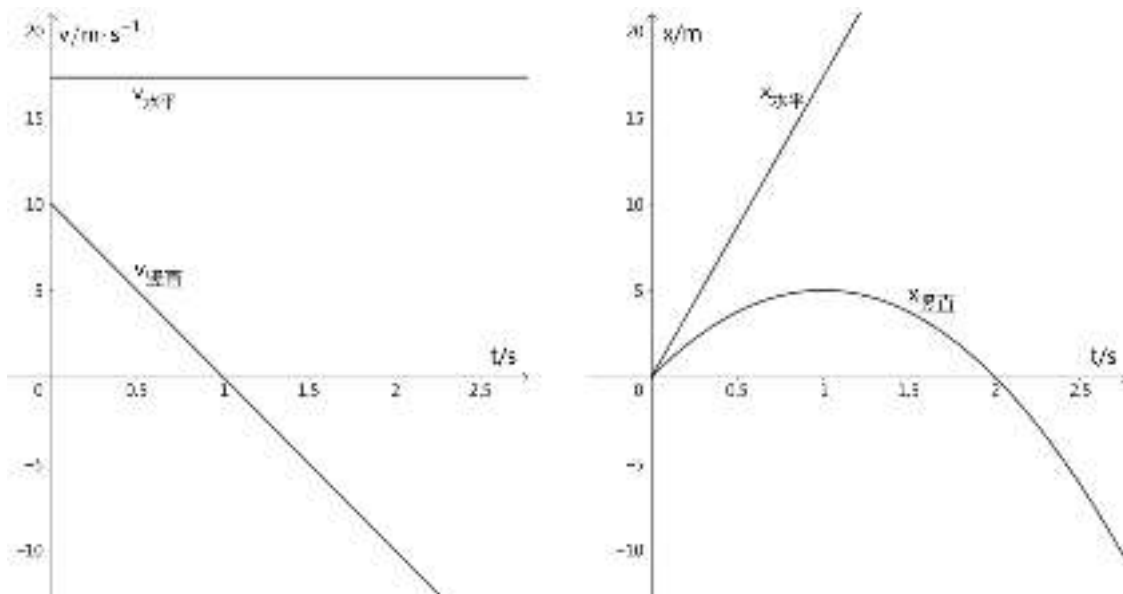
解析：建立平面直角坐标系，以起抛位置为原点，以水平和竖直方向分别为  $x$  轴和  $y$  轴，分别以水平前进方向和竖直向上为正方向。

将初速度  $v_0 = 20 \text{ m/s}$  分解为沿  $x$  轴和  $y$  轴方向的两个分速度。沿与水平线成  $30^\circ$  角斜向上被抛出，沿水平方向的初始速度为： $v_{0\text{水平}} = 20 \cos 30^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$ ，沿竖直方向的初始速度为： $v_{0\text{竖直}} = 20 \sin 30^\circ = 20 \times \frac{1}{2} = 10$ 。

沿水平方向，贝壳做匀速直线运动，速度始终为： $v_{\text{水平}} = v_{0\text{水平}} = 10\sqrt{3}$ ，位移与时间的关系为： $x_{\text{水平}} = v_{\text{水平}} t = v_{0\text{水平}} t = 10\sqrt{3}t$ 。

沿竖直方向，贝壳做匀变速直线运动，速度与时间的关系为： $v_{\text{竖直}} = v_{0\text{竖直}} - gt = 10 - 10t$ ，位移与时间的关系为： $x_{\text{竖直}} = v_{0\text{竖直}} t - \frac{1}{2}gt^2 = 10t - 5t^2$ 。

贝壳沿水平和竖直方向的  $v-t$  和  $x-t$  图像如下所示。



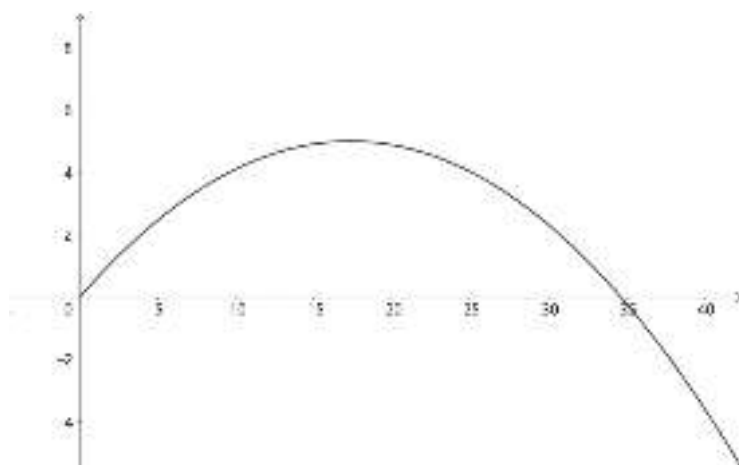
任意时刻  $t$ ，贝壳沿水平方向的速度为  $v_{\text{水平}} = 10\sqrt{3}$ ，沿竖直方向的速度为  $v_{\text{竖直}} = 10 - 10t$ ，将沿两个方向的速度合成为贝壳的实际速度，大小为  $v = \sqrt{v_{\text{水平}}^2 + v_{\text{竖直}}^2} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + (10 - 10t)^2} = 10\sqrt{t^2 - 2t + 4}$ ，速度的方向为水平偏上  $\alpha$ ，且  $\tan \alpha = \frac{v_{\text{竖直}}}{v_{\text{水平}}} = \frac{10 - 10t}{10\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(1-t)}{3}$ 。若  $\tan \alpha > 0$ ，则速度的方向水平沿斜向上。若  $\tan \alpha < 0$ ，则速度的方向沿斜向下。

贝壳沿水平方向的位移为  $x_{\text{水平}} = 10\sqrt{3}t$ ，沿竖直方向的位移为  $x_{\text{竖直}} = 10t - 5t^2$ ，实际位移的大小为  $x = \sqrt{x_{\text{水平}}^2 + x_{\text{竖直}}^2} = \sqrt{(10\sqrt{3}t)^2 + (10t - 5t^2)^2} = 5t\sqrt{t^2 - 4t + 16}$ ，实际位移的方向为水平偏上  $\beta$ ，且  $\tan \beta = \frac{x_{\text{竖直}}}{x_{\text{水平}}} = \frac{10t - 5t^2}{5t\sqrt{t^2 - 4t + 16}} = \frac{2-t}{\sqrt{t^2 - 4t + 16}}$ 。若

$\tan \beta > 0$ ，则位移的方向为水平偏上，在海平面上。若  $\tan \beta < 0$ ，则速度的方向为水平偏下，贝壳进入海平面下（假设贝壳在海平面下的运动规律与海平面上相同，虽然这不可能）。

以各时刻贝壳沿水平方向的位移为横坐标，沿竖直方向的位移为纵坐标，绘制的图形就是贝壳实际运动的轨迹。将  $x_{\text{水平}} = 10\sqrt{3}t$  变形为  $t = \frac{x_{\text{水平}}}{10\sqrt{3}}$ ，代入

$x_{\text{竖直}} = 10t - 5t^2$  消去  $t$ ，得到函数  $x_{\text{竖直}} = -\frac{1}{60}x_{\text{水平}}^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x_{\text{水平}}$ ，函数图像就是贝壳运动的轨迹。如下图所示。



**例 5** 一质量为  $10 \text{ kg}$  的重物被从以  $20 \text{ m/s}$  的速度航行的轮船上抛下，抛下瞬间重物相对轮船静止。若直到沿水平方向静止，重物始终受到大小为  $2 \text{ N}$  的水平方向阻力作用，物体受到的浮力大小始终为  $50 \text{ N}$ ，重力加速度的大小为  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，求重物沿水平方向静止时下落的深度。

解析：物体沿水平方向做匀减速直线运动，初速度跟轮船相同  $20 \text{ m/s}$ ，加速度为  $2 \div 10 \text{ m/s}^2 = 0.2 \text{ m/s}^2$ ，直到沿水平方向静止经过的时间为  $20 \div 0.2 \text{ s} = 100 \text{ s}$ 。

物体沿竖直方向受到重力和水的浮力，重力的大小为  $10 \times 10 \text{ N} = 100 \text{ N}$ ，方向竖直向下。浮力的大小为  $50 \text{ N}$ ，方向竖直向上。物体沿竖直方向受到的合外力为  $100 - 50 \text{ N} = 50 \text{ N}$ ，方向竖直向下，加速度为  $50 \div 10 \text{ m/s}^2 = 5 \text{ m/s}^2$ 。

当物体运动至  $100 \text{ s}$  时，沿竖直方向下落的深度为  $\frac{1}{2} \times 5 \times 100^2 \text{ m} = 25000 \text{ m}$ 。

### 小结

本章学习运动的分解与合成、抛体运动。需重点理解位移、速度、加速度等矢量的正交分解，以及总量的大小和方向与各分量之间的对应和计算关系。需重点掌握将力与运动“分解—分别处理—合成”的分析思路，以及相关函数解析式的变形、联立、消元等数学处理方法。

## 第六章 圆周运动

当力的作用效果是改变物体的运动状态时，既可以改变速度的大小，也可以改变物体的方向。在直线运动中，力只改变速度的大小。在抛体运动中，力同时改变速度的大小和方向。在匀速圆周运动中，力只改变速度的方向。

圆是一种具有高度对称性的特殊几何图形。当运动的轨迹是圆周或圆弧时，这样的运动叫作**圆周运动**。圆周运动是一种重要的基本运动模型。圆上各点处切线的方向都不相同，因此圆周运动的速度的方向时刻都在改变。

圆周运动也是生活中较常见的运动类型。行星绕恒星运动和卫星绕行星运动都可以近似为圆周运动，轮胎滚动是圆周运动，将绳子一端系着重物旋转也是圆周运动。

### 任意角和弧度制

初中已经学习了表示角的大小的单位：角度。科学研究中，经常使用另一种表示角的大小的单位：弧度。弧度比起角度具有很明显的便利和优势。高中数学的三角函数部分将详细学习任意角和弧度制，在此作简要介绍。

### 任意角

有公共端点的两条射线可以构成一个角。两条射线张开的程度是角的大小。角的大小的单位为“度”，用符号“°”表示。这种对角度的描述方式是静止的，把角看作是一幅静止的画面。

现实生活中，很多角的形成都经历了动态的过程，两条射线从相互重合开始，其中一条射线或两条射线都沿公共端点旋转，最终得到一个角。

例如，跳水运动员的跳水动作中，有一种叫做“空中转体三周半”，运动员从直立状态起跳，在空中旋转三个圆周和一个半圆后，竖直向下入水。

如果另一位跳水运动员的动作是“空中转体两周半”，那么这位运动员从直立状态起跳，在空中旋转两个圆周和一个半圆后，竖直向下入水。

虽然这两位运动员都是从直立状态起跳，最终以竖直向下入水，两个状态之间的角度都是 $180^\circ$ ，但是他们旋转经过的圈数不同，技术动作的难度也不同。

为了能够表示出角形成的动态过程及其内在性质，可以用旋转的方式定义角的大小，规定方式如下：

一条射线绕其端点沿逆时针方向旋转后的终末位置（**终边**），与它的初始位置（**始边**）所成的角叫做**正角**。一条射线绕其端点沿顺时针方向旋转后的终末位置，与它的初始位置所成的角叫做**负角**。一条射线如果没有进行任何旋转，那么它的终末位置与初始位置重合，所成的角叫做**零角**。

射线绕其端点旋转时,有可能旋转超过一周,经过初始位置后继续旋转,也有可能旋转了很多周,若干次经过初始位置。这些情况下,需要将旋转经过的角度都计入该角的角度。

下面是一些角及它们的角度,水平的射线为始边,根据角度的大小可以得知它们旋转经过的圆周数,根据角度的正负号可以得知它们旋转的方向。



按照上述旋转的定义方式,可以得到任意大小的角度,叫做**任意角**。这样一来,角度的大小就不再局限于 $[0, 360]$ ,而是拓展到全体实数 $(-\infty, +\infty)$ ,角之间相加减、角与常数相乘也就有了新的几何意义。

角之间相加减,其几何意义除了可以表示把两个角的顶点和一条边重合,将另外两条边放在异侧或同侧外,也可以表示:

$\angle A + \angle B$  表示:先按照 $\angle A$ 的方式旋转,再按照 $\angle B$ 的方式旋转,最终所得到的角。

$\angle A - \angle B$  表示:先按照 $\angle A$ 的方式旋转,再按照 $\angle B$ 相反的方式旋转,最终所得到的角。

$k\angle A$  表示:按照 $\angle A$ 的方式连续旋转 $k$ 次。

根据实际经验可以知道,如果一个角继续旋转若干个圆周角,那么它的终边的位置不变。也可以表述为:角度相差 $360^\circ$ 的整数倍的角,它们的终边相同。所有终边相同的角都可以由一个集合表示:

$$S = \{\beta | \beta = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$$

集合 $S$ 中所有的角 $\beta$ 的终边都与 $\alpha$ 相同,因此这些角静止时的性质相同,可以一并研究,只有当研究它们的动态的性质时才需要加以区分。

**例 1** 求 $[0^\circ, 360^\circ)$ 内,与下列各角终边相同的角:

- (1)  $1441^\circ$ ; (2)  $-120^\circ$ ; (3)  $720^\circ$ ; (4)  $-1000^\circ$ 。

解析:将各角加或减 $360^\circ$ 的整数倍,得到 $[0^\circ, 360^\circ)$ 范围内的角即可:

(1)  $1441 \div 360 = 4 \cdots 1$ , 即  $1441^\circ = 1^\circ + 360^\circ \times 4$ , 所以  $1441^\circ$  角的终边与  $1^\circ$  角相同。

(2)  $-120 \div 360 = -1 \cdots 240$ , 即  $-120^\circ = 240^\circ + 360^\circ \times (-1)$ , 所以  $-120^\circ$  角的终边与  $240^\circ$  角相同。

(3)  $720 \div 360 = 2$ , 即  $720^\circ = 0^\circ + 360^\circ \times 2$ , 所以  $720^\circ$  角的终边与  $0^\circ$  角相同。

(4)  $-1000 \div 360 = -3 \cdots 80$ , 即  $-1000^\circ = 80^\circ + 360^\circ \times (-3)$ , 所以  $-1000^\circ$  角的终边与  $80^\circ$  角相同。

### 弧度制

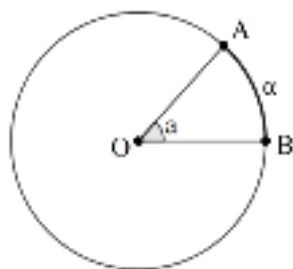
弧度也是表示角的大小的单位。弧度制的最大优点是：弧度与长度有直接对应关系，将角的大小与线的长度直接联系了起来。角的大小和两点间的距离不再是两套毫无关联的计量体系，二者可以更加方便地一并计算。

角度制对角的大小的规定为：将周角平均分为360份，其中的一份叫做 $1^\circ$ 。角度制的规定中，周角是现实中客观存在的概念，转一圈就是一周，而360份是人为规定的数字。

弧度制借助了圆周率 $\pi$ 的概念：经实际测量计算和数学推导得到：任意圆的周长与直径的比值是定值，该比值叫做**圆周率**，用符号 $\pi$ 表示。 $\pi$ 是一个无理数，实际数值约为3.1415926……。

例如，一个直径为1米的标准圆形井盖，它的周长就是 $\pi$ 米。数学中通常不使用物理单位，而是直接使用数字单位“1”。如果一个圆的半径为 $r$ ，那么该圆的直径为 $d = 2r$ ，周长为 $C = 2\pi r$ 。

如下图所示：设圆O的半径为 $r$ ，直径 $d = 2r$ ，周长 $C = 2\pi r$ ，半径OA与OB所形成的角度为 $a^\circ$ ，圆弧AB的长为 $l$ 。



已经规定了圆周角等于 $360^\circ$ ，因此 $\angle AOB$ 与圆周角的比例为 $\frac{a}{360}$ 。圆周长为 $C = 2\pi r$ ，AB的长 $l$ 与圆周长的比例为 $\frac{l}{2\pi r}$ 。这两个比例应当总是相等，即：

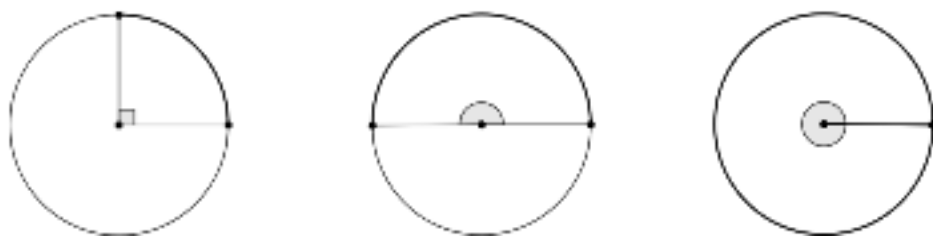
$$\frac{a}{360} = \frac{l}{2\pi r}$$

移项并约分得：

$$\frac{l}{r} = \frac{\pi a}{180}$$

即：一个角所对应的圆弧长 $l$ 与圆的半径 $r$ 的比值 $\frac{l}{r}$ ，与角度 $a^\circ$ 成正比，比例系数为 $\frac{\pi}{180}$ 。比值与圆的半径无关，只与角度有关。

下面分别是直角、平角、周角所对应的圆弧，注意体会圆弧与圆周长之间的比例关系，以及对应的圆心角与圆周角之间的比例总是相等。



按照上述规律，可以直接用圆心角对应的弧长 $l$ 与半径 $r$ 的比值 $\frac{l}{r}$ 表示该角的大小。

半径 $r=1$ 的圆叫做**单位圆**。使用单位圆作为研究对象，计算会很方便。单位圆的周长为 $2\pi$ ，如果单位圆的圆心角对应的弧长为 $\theta$ ，那么弧长与半径的比值就是 $\theta$ ，此时称该角的大小为 $\theta$ 。

这就是**弧度制**对角的大小的规定方式，即单位圆的圆心角对应的圆弧的长度。弧度没有实际的物理含义，只是一个数学上的计量单位，与长度中的“1”相当。

为了区分弧度与长度，也将弧度的单位专门记作 $\text{rad}$ ，念作“弧度”。即：单位圆中对应的弧长为 $\theta$ 的圆心角的大小为 $\theta \text{ rad}$ 。

弧度单位“ $\text{rad}$ ”只是规定一个基本的大小，不具有物理意义。 $\text{rad}$ 的主要作用是提示它前面的数值是角的大小而非长度的大小，因此 $\text{rad}$ 经常省略不写。

利用弧度 $\theta$ 与角度 $a$ 之间对应的比例关系 $\frac{a}{360^\circ} = \frac{\theta}{2\pi}$ 可以进行单位换算：

$$\theta = \frac{\pi}{180^\circ} \times a, \quad a = \frac{180^\circ}{\pi} \times \theta$$

下面是一些常见的角度与弧度，需熟练掌握它们之间的换算关系。

角度( $^\circ$ )	0	30	45	60	90	120	135	150	180	360
弧度( $\text{rad}$ )	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$2\pi$

**例 2** 将下列弧度化为角度：

(1)  $\frac{\pi}{12}$ ; (2)  $-\pi$ ; (3)  $2.5\pi$ 。

解析：(1)  $\frac{\pi}{12} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 15^\circ$ ; (2)  $-\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = -180^\circ$ ; (3)  $2.5\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 450^\circ$ 。

**例 3** 将下列角度化为弧度：

(1)  $22.5^\circ$ ; (2)  $-216^\circ$ ; (3)  $513^\circ$ 。

解析： $22.5^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{8}$ ;  $-216^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = -\frac{6\pi}{5}$ ;  $513^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{57\pi}{20}$ 。

任意角的弧度的规定方式与角度类似，单位半径绕原点沿逆时针旋转所得到的角的弧度为正数，沿顺时针旋转所得到的角的弧度为负数，未旋转的角的弧度为0。弧度制下，角的大小的定义域也是全体实数  $\mathbf{R}$ 。

### 一、圆周运动

描述运动的主要物理量有三个：位移、速度、加速度。

圆周运动的位移已经由其轨迹——圆周描述。圆周运动的轨迹是一个圆，描述圆周运动需要使用圆的相关参数，主要有：半径  $r$ 、直径  $d$ 、周长  $C$ 、面积  $S$ 、常数圆周率  $\pi$  等。它们之间的基本数量关系有：

直径等于半径的二倍： $d = 2r$

周长等于直径与圆周率的乘积： $C = \pi d = 2\pi r$

面积等于半径的平方乘以圆周率： $S = \pi r^2$

大小为  $\alpha^\circ$  的圆心角对应的弧长为： $l = \frac{\alpha}{360} c$

大小为  $\theta \text{ rad}$  的圆心角对应的弧长为： $l = \theta r$

大小为  $\alpha^\circ$  的圆心角对应的扇形面积为： $S' = \frac{\alpha}{360} S$

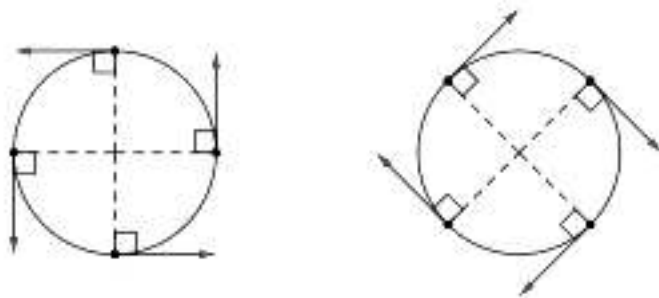
大小为  $\theta \text{ rad}$  的圆心角对应的扇形面积为： $S' = \frac{\theta}{2\pi} S$

物体做圆周运动时，旋转的方向有两种：逆时针方向和顺时针方向。通常把逆时针旋转叫作正方向、顺时针旋转叫作负方向。这种规定方式在高中阶段极少实际使用，在学习更高等的解析几何知识后才有实际用途。

### 线速度

圆周运动的线速度的定义与直线运动和抛体运动中线速度的定义相同，即位移  $x$  随时间  $t$  的变化率： $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ，基本单位是米每秒（m/s）。

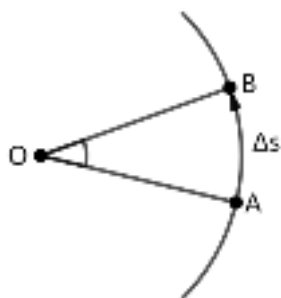
我们在上一章学习了曲线运动的速度的方向，总是沿运动轨迹切线的方向。物体做圆周运动时，速度的方向也总是沿轨迹——圆的切线的方向。下图是圆周运动的方向分别为逆时针（左）或顺时针（右）时，一些位置处的速度的方向。





由于现阶段尚未充分学习平面向量在物理学中的应用，而圆周运动又无法像抛体运动那样正交分解为两个垂直方向上的直线运动分别分析。因此，高中阶段圆周运动的速度的方向和大小总是需要分开分析。

高中阶段，圆周运动的速度  $v$  的数值表示速度的大小，其大小等于运动经过的弧长  $s$  随时间  $t$  的变化率： $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ ，恒为正数或 0；方向为所在圆上一点的切线，指向逆时针或顺时针方向。如下图所示。



当物体做圆周运动时速度的大小总是相等，这样的运动叫作**匀速圆周运动**。由于圆周运动的速度的方向时刻改变，因此匀速圆周运动实际上是变速运动，只是速度的大小不变。

### 角速度

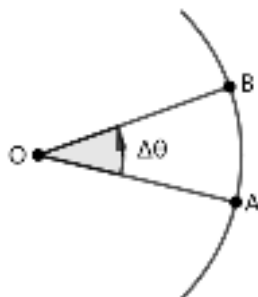
如果一系列圆周运动的半径不同，那么半径越大的圆，旋转一周经过的距离越长。如果以相同大小的速度做圆周运动，那么圆的半径越大，旋转一圈需要的时间越长。

研究圆周转时，有时分析的重点是旋转一周需要的时间，不太关心旋转一周经过的距离。此时更适合用**角速度**描述圆周运动的快慢。

角速度通常用符号  $\omega$  表示，其定义为：物体做圆周运动时，单位时间内转过的圆心角的大小：

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

根据角速度的定义可得：角速度的基本单位是**弧度每秒**（rad/s），也可以省略无实际物理含义的弧度（rad），直接使用**每秒**（s<sup>-1</sup>）作为角速度的单位。如下图所示。



角速度是矢量，既有大小，又有方向。角速度的大小等于弧度与时间的比值，角速度的方向的规定高中阶段不需要掌握，可以简单地分为正方向（逆时针）和负方向（顺时针）两种。

当物体做匀速圆周运动时，角速度的大小恒定不变，因此角速度的大小不变的圆周运动也是匀速圆周运动。即匀速圆周运动、线速度大小不变的圆周运动、角速度大小不变的圆周运动是同一概念。

### 周期

周期是描述圆周运动的常用物理量。

物体做圆周运动时，旋转一周经过的时间叫作**周期**，通常用符号 $T$ 表示。周期是一段时间，因此周期的单位与时间的单位相同，基本单位为**秒**（s）。

按照周期的定义，当匀速圆周运动的角速度为 $\omega$ 时，旋转一周（ $2\pi$ ）经过的时间为 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ，这就是周期与角速度的数量关系。

如果圆周运动的角速度非常快，导致周期 $T$ 的数值非常小，使得计算使用时较为不便，此时使用**频率**或**转速**描述圆周运动的快慢更加方便。

**频率**的定义为：圆周运动经过单位时间（1s）转过的周期数，通常用符号 $f$ 表示，即 $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ 。

根据频率的定义可得，频率的单位是时间的单位的倒数，为**秒分之一**（ $s^{-1}$ ）。频率的常用单位是**赫兹**（Hz）， $1s^{-1} = 1Hz$ 。

圆周运动经过单位时间转过的周期数也可以用**转速**描述。转速常用符号 $n$ 表示，常用单位有**转每秒**（r/s）、**转每分**（r/min）等。“1转”就是一周，即 $1r = 2\pi$ 。

由转速的定义可得，转速等于角速度乘以相应的时长，再除以圆周角：

$$n = \frac{\omega t}{2\pi}$$

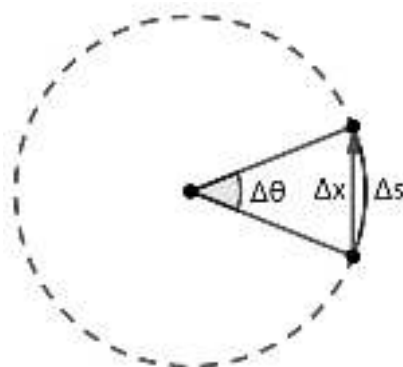
除了圆周运动之外，周期和频率也可以用于描述其他周期运动或具有周期性地“周而复始”“不断重复”特点的变化。圆周运动本身就是一种周期运动。

实际计算中，为了便于进行物理量单位的计算和化简，通常将周期、频率、转速的单位都换算为时间的单位s或 $s^{-1}$ 。

### 线速度与角速度的关系

圆的直径 $d$ 、周长 $C$ 、面积 $S$ 等参数都可以由半径 $r$ 表示，因此可以只考虑圆的半径 $r$ 一个参数。

对于同一个圆周运动，其线速度 $v$ 、角速度 $\omega$ 、半径 $r$ 之间具有固定的数量关系。假设物体做圆周运动时，经过时间 $\Delta t$ ，运动的弧长为 $\Delta s$ ，旋转的角度为 $\Delta\theta$ ，如下图所示。



圆弧的长等于圆的半径与对应的圆心角的乘积： $\Delta s = \Delta \theta \times r$

等式两边同时除以  $\Delta t$  可得： $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta \theta \times r}{\Delta t}$ ，即  $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \times r$

分别代入圆周运动的线速度与角速度的大小的定义式可得：

$$v = \omega r$$

即圆周运动中，线速度等于角速度与半径的乘积。

考察该等式中各物理量的单位。等式左边：线速度  $v$  的标准单位是  $\text{m/s}$ ；等式右边：角速度  $\omega$  的标准单位是  $\text{s}^{-1}$ ，半径  $r$  的标准单位是  $\text{m}$ ，等式右边的单位也是  $\text{m/s}$ 。等式两边的单位相同。将该等式移项可得：

$$\omega = \frac{v}{r}, \quad r = \frac{v}{\omega}$$

只要已知其中两个参数，就可以求得第三个参数。

根据线速度与角速度的关系  $v = \omega \cdot r$  可得：当线速度  $v$  恒定时，半径  $r$  越大，则角速度  $\omega$  越小。当角速度  $\omega$  恒定时，半径  $r$  越大，则线速度  $v$  越大。

现实生活中，以相同的速度绕操场跑圈时，内圈比外圈的距离更短，所用的时间更短。用传送带固定的两个半径不同的传送轮，传送带将具有相同的线速度（传送带上处处线速度相等），半径小的传送轮的角速度更大。

自行车的构造中既有角速度相同、线速度不同的情况，又有线速度相同、角速度不同的情况。下面是一个自行车的模型。



骑车的人蹬脚踏板使其旋转，脚踏板与后轮通过链条相连接，后轮转动时地面对后轮的摩擦力提供前进的动力。前轮用于转向和控制平衡，地面对前轮的摩擦力阻碍自行车前进。

**例 4** 已知独轮车的踏板与轮子是同心圆且固定在同一根轴上共同转动，若踏板的半径为 30 cm，轮子的直径为 50 cm，若独轮车要以 1 m/s 的速度直线前进，那么演员蹬踏板的周期应为多少？

解析：已知踏板与轮子是同心圆且共同转动，那么它们具有相同的角速度，若独轮车要以 1 m/s 的速度直线前进，则轮子的线速度为  $v_{\text{轮}} = 1 \text{ m/s}$ ，又因为轮子的半径为 50 cm，即  $r_{\text{轮}} = 0.5 \text{ m}$ ，所以轮子和踏板的角速度同为：

$$\omega = \frac{v_{\text{轮}}}{r_{\text{轮}}} = \frac{1}{0.5} \text{ s}^{-1} = 2 \text{ s}^{-1}$$

踏板的周期即旋转一周的时间为：

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi \text{ (s)}$$

**例 5** 已知一辆拉力车前后轮的半径分别为 1.5 m 和 3 m，若拉力车要正常行驶，需前后轮的速度一致，求前后轮的转速之比应当为多少？

解析：假设拉力车以速度  $v$  前进，则前后轮的线速度都是  $v$ ，此时前轮的角速度为： $\omega_1 = \frac{v}{r_1} = \frac{v}{1.5}$ ，转速为： $n_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{v}{3\pi}$ ，后轮的角速度为： $\omega_2 = \frac{v}{r_2} = \frac{v}{3}$ ，转速为： $n_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{v}{6\pi}$ ，前后轮的转速之比应当为： $n_1 : n_2 = \frac{v}{3\pi} : \frac{v}{6\pi} = 2 : 1$ 。

## 二、向心力

根据牛顿第一定律，如果物体不受力的作用，物体的速度不变，将静止或做匀速直线运动。做圆周运动的物体的速度方向时刻变化，因此始终受到力的作用。

### 向心力

如果在可以忽略质量的绳子的一端系一重物，用手握住绳子的另一端甩动使重物旋转，此时手可以明显地感受到来自绳子的拉力。并且重物转得越快，那么手感受到的拉力越大。如果手突然松开，不再提供拉力，则物体将会被抛掷出去，不再做圆周运动。

手感受到的绳子的拉力实际上也是重物对绳子的拉力，根据牛顿第三定律，绳子对重物也有拉力，这个拉力维持重物做圆周运动，并且总是指向圆周运动的圆心的方向，叫作**向心力**。

向心力的方向始终沿圆周运动的半径方向指向圆心。圆周运动的速度的方向总是沿切线方向。由于圆的切线垂直于切点所在的半径，因此做圆周运动的物体的速度总是与受到的向心力垂直。向心力的方向也时刻改变。

将圆周运动的速度与受到的向心力进行正交分解后可以发现，**向心力只改变速度的方向，不改变速度的大小**。

向心力是按照力的作用效果命名的力，而不像万有引力、弹力、摩擦力那样按照力的性质命名。万有引力、弹力、电磁力等很多力都可以作为向心力。例如：上面的例子中的向心力是绳子对物体的弹力，卫星绕行星旋转时的向心力是万有引力，一些带电物体之间的静电引力也可以作为向心力，向心力还可以是一些力的合力或某个力的分力。

### 向心力的大小

经精确的实验测定，做圆周运动的物体受到的向心力的大小  $F_n$ ，与物体的质量  $m$ 、线速度大小  $v$ 、角速度大小  $\omega$ 、圆的半径  $r$  之间具有数量关系：

$$F_n = \frac{mv^2}{r}, \quad F_n = m\omega^2 r$$

根据向心力的大小公式可知，向心力的大小  $F_n$  与物体的质量成正比，与线速度或角速度的平方也成正比，与半径大小的关系不确定。

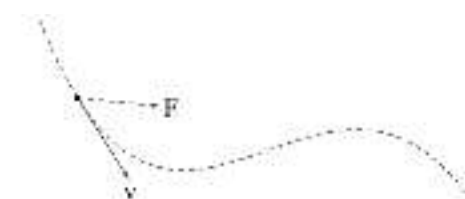
当物体做匀速圆周运动时，速度和加速度的大小不变，受到的向心力的大小也恒定不变，等于  $F_n = \frac{mv^2}{r}$  或  $F_n = m\omega^2 r$ 。

需注意，力  $F_n$ 、线速度  $v$ 、角速度  $\omega$ 、半径  $r$  都是矢量，其实向心力的公式中蕴含了方向信息。但是由于高中阶段未安排学习相应的数学知识（向量积），因此该公式只用于计算向心力的大小，向心力的方向可以简单地直接分析得到。

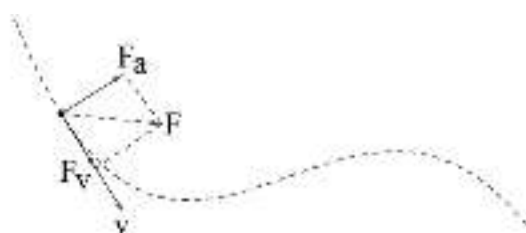
### 变速圆周运动和一般曲线运动的受力特点

当力与速度共直线时，物体做直线运动。当力与速度垂直时，物体做圆周运动。当力与速度既不共直线也不垂直时，可以利用圆周运动的规律可以更方便地分析速度大小和方向的变化情况。

如下图所示，假设质点按照虚线所示的轨迹运动，质点在某时刻的速度为  $v$ （实线向量），受到的合外力为  $F$ 。



分析质点此时运动状态的变化情况，可以将合外力  $F$  分解为平行于速度  $v$  方向的分力  $F_v$  和垂直于速度  $v$  方向的分力  $F_n$ ，如下图所示。

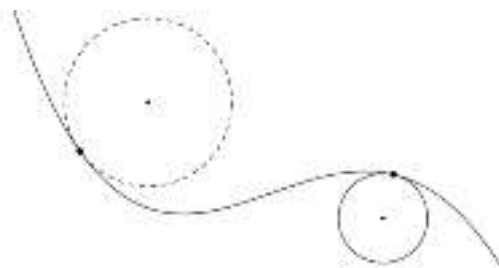


其中,  $F_v$  只改变速度的大小, 不改变速度的方向。  $F_n$  只改变速度的方向, 不改变速度的大小。

由  $F_n = \frac{mv^2}{r}$  可得, 此时质点做速度为  $v$ 、半径为  $r = \frac{mv^2}{F_n}$  的圆周运动, 反应

物体速度方向的变化。由牛顿第二定律可得, 速度大小的变化率为  $\frac{F_v}{m}$ 。

随着曲线运动的进行, 质点速度的大小和方向都改变, 可以看作是做一系列线速度、半径、圆心各不相同的圆周运动。如下图所示。



根据质点每一刻的瞬时的速度  $v$  和向心力  $F_n$ , 推算得到的圆周运动的半径  $r = \frac{mv^2}{F_n}$  叫作 **曲率半径**, 假想出来的圆叫作 **曲率圆**。

我们在上一章学习的大致确定曲线在某点处切线的方法, 实际上就是先大致找出曲线在该点处的曲率半径和曲率圆, 再求出曲率圆在该点处的切线。

当物体做曲线运动时, 除了可以近似看作是一系列连续的瞬时的直线运动之外, 也可以看作是一系列连续的瞬时的圆周运动。由于圆周运动可以更加方便地同时反映速度的大小和方向的变化情况, 因此更加适用于分析处理曲线运动。

**例 6** 一台直升机的螺旋桨由中心的旋转轴和两片对称安装在两侧的叶片构成, 叶片的长度为  $10\text{ m}$ , 质量为  $60\text{ t}$ , 假设叶片的质量集中在中点处, 当螺旋桨以  $3000\text{ r/min}$  的速度匀速旋转时, 中心轴为每片叶片提供的离心力的大小是多少? (取  $\pi^2 = 10$ )

解析: 螺旋桨匀速旋转时, 叶片绕旋转轴做匀速圆周运动, 已知叶片的质量为  $60\text{ t}$ , 即  $m = 6.0 \times 10^4\text{ kg}$ ,

假设叶片的质量集中在中点处, 将叶片抽象为质点, 已知叶片的长度为  $10\text{ m}$ , 则质点圆心到圆心的距离为  $r = 10 \times \frac{1}{2}\text{ m} = 5\text{ m}$ ,

将螺旋桨的转速换算为角速度:  $\omega = 3000 \frac{\text{r}}{\text{min}} = 3000 \times \frac{2\pi}{60\text{ s}} = 100\pi\text{ s}^{-1}$ ,

中心轴为每片叶片提供的离心力的大小为:

$$F_n = m\omega^2 r = 6.0 \times 10^4 \times (100\pi)^2 \times 5\text{ N} = 3 \times 10^{10}\text{ N}$$

### 三、向心加速度

做圆周运动的物体始终受到指向圆心的向心力的作用，向心力对物体产生的加速度叫作**向心加速度**。向心加速度的大小和方向可以利用牛顿第二定律得到。

#### 匀速圆周运动的加速度方向

根据牛顿第二定律，力对物体产生的加速度的方向与力的方向相同。当物体做匀速圆周运动时，向心力始终指向圆心，因此向心加速度也始终指向圆心。

加速度的定义是“速度的变化率”。向心加速度不改变速度的大小，只改变速度的方向，反映速度方向的变化率。

#### 匀速圆周运动的加速度大小

假设做匀速圆周运动的物体的质量为 $m$ ，运动半径为 $r$ ，线速度的大小为 $v$ ，角速度的大小为 $\omega$ ，可得物体受到的向心力的大小为 $F_n = \frac{mv^2}{r}$  或  $F_n = m\omega^2 r$ 。

根据牛顿第二定律  $a_n = \frac{F_n}{m}$ ，向心力产生的向心加速度 $a_n$ 的大小为：

$$a_n = \frac{v^2}{r} \text{ 或 } a_n = \omega^2 r$$

根据这两个公式可知，向心加速度的大小只与速度的大小和半径有关，与物体的质量无关。

#### 拓展知识、推导向心加速度公式

我们刚刚学习向心力和向心加速度的概念时，向心力是通过实验测量得到的，并在此基础上利用牛顿第二定律分析得到向心加速度的大小和方向。

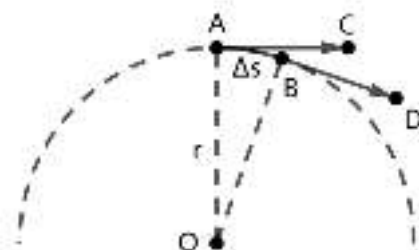
加速度还有“速度的变化率”的数学含义，向心加速度的大小的公式中涉及的参数线速度 $v$ 、角速度 $\omega$ 、半径 $r$ 都是描述运动的物理量。现在我们从速度的变化率的角度，对向心加速度的大小和方向进行数学推导。

当圆弧的长度很短时，圆弧可以近似看作是弦，弧长 $\Delta s$ 近似等于弦长 $\Delta l$ 。当弧长趋近于无穷小时，弧长等于弦长 $\Delta s = \Delta l$ 。下面是将圆的局部不断放大后的图像，可以看出圆弧越来越接近直线。



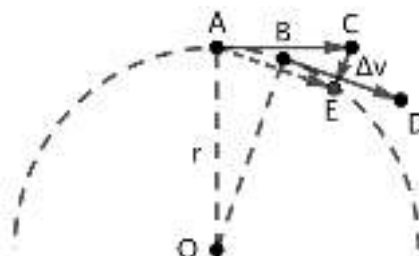
假设质点绕圆心O做匀速圆周运动，半径为 $r$ ，线速度的大小为 $v$ ，向心加速度的大小为 $a$ ，向心加速度始终与线速度垂直且指向圆心。

第1步：如下图所示，假设经过极短的时间 $\Delta t$ ，质点从点A运动到点B，速度由 $v_A$ 变为 $v_B$ 。 $v_A$ 与 $v_B$ 的大小相等，仅方向不同。



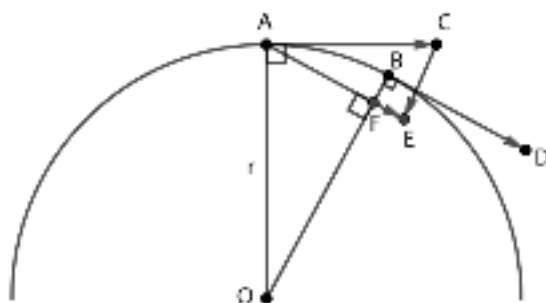
由于点  $A$  到点  $B$  的距离极短，因此圆弧  $AB$  与弦  $AB$  的长度近似相等，可以将圆弧  $AB$  近似看作是线段  $AB$ 。 $v_A$  可以由向量  $\overrightarrow{AC}$  表示， $v_B$  可以由向量  $\overrightarrow{BD}$  表示。因为  $v_A$  与  $v_B$  的大小相等，所以  $\overrightarrow{AC}$  与  $\overrightarrow{BD}$  的长度相等，仅方向不同。

第 2 步：如下图所示，将向量  $\overrightarrow{BD}$  平移，使点  $B$  与点  $A$  重合。设平移后点  $D$  位于点  $E$ 。



图中的向量  $\overrightarrow{CE}$  表示从向量  $\overrightarrow{AC}$  变为向量  $\overrightarrow{BD}$  的变化量，该变化量表示从  $v_A$  变为  $v_B$  的方向的变化，即  $\Delta v$ ，因此向心加速度为  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{CE}}{\Delta t}$ 。

第 3 步：如下图所示，把  $\angle AOB$  画得大一些以便于观察， $F$  是  $AE$  与  $OB$  的交点。



因为圆的半径都相等， $OA = OB$ ，所以  $\triangle OAB$  是等腰三角形；

因为  $v_A$  与  $v_B$  的大小相等， $AC = AE$ ，所以  $\triangle ACE$  是等腰三角形；

因为圆周运动的速度的方向为该点处的切线方向，圆上一点的切线与该点所在的半径垂直，所以  $OA \perp AC$ 、 $OB \perp BD$ ；

又因为  $AE$  是由  $BD$  平移后得到的，所以  $OB \perp AE$ ；

由  $OA \perp AC$  可得： $\angle EAC + \angle EAO = 90^\circ$ ；

由  $OB \perp AE$  可得： $\angle AFO = 90^\circ$ ，可得直角  $\triangle AFO$  中： $\angle FAO + \angle FOA = 90^\circ$ ，即  $\angle EAO + \angle BOA = 90^\circ$ ；



$$\text{联立} \begin{cases} \angle EAC + \angle EAO = 90^\circ \\ \angle EAO + \angle BOA = 90^\circ \end{cases} \text{ 可得: } \angle EAC = \angle BOA;$$

综上可得  $\triangle OAB$  和  $\triangle ACE$  都是等腰三角形且顶角相等, 所以  $\triangle OAB$  与  $\triangle ACE$  是相似三角形, 对应的边长所成的比例相等:  $AB:CE = OA:AC$

将相应的物理量  $AB = \Delta s$ ,  $CE = \Delta v$ ,  $OA = r$ ,  $AC = v$  代入该比例关系可得:

$$\frac{\Delta s}{\Delta v} = \frac{r}{v}, \text{ 即 } \Delta v = \frac{v \Delta s}{r}, \text{ 向心加速度为: } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\frac{v \Delta s}{r}}{\Delta t} = \frac{v \Delta s}{r \Delta t} = \frac{v}{r} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v}{r} v = \frac{v^2}{r}, \text{ 即:}$$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

上述推导过程不需要记忆, 需认真理解和感受以下方法和思路:

- (1) 将极短的曲线近似看作是直线。
- (2) 用向量运算、代数运算、图形平移等数学知识应用于物理公式的变形、化简和推导中。
- (3) 求速度的变化量的方法就是求矢量的差, 具体方法为: 若要求  $\vec{b} - \vec{a}$ , 只需通过平移将矢量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的起点相重合, 由  $\vec{a}$  的终点作为起点、 $\vec{b}$  的终点作为终点的新的矢量就是  $\vec{b} - \vec{a}$ , 也可以看作是  $\vec{b} - \vec{a} = (-\vec{a}) + \vec{b}$ 。

#### 四、生活中的圆周运动

圆周运动是日常生活中常见的运动类型, 很多自然现象、技术设施都利用了圆周运动的规律和性质。

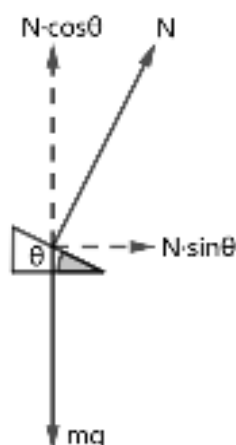
##### 火车转弯

火车转弯时的轨迹是曲线, 可以近似看作是一段圆弧, 因此火车转弯时可以近似看作是圆周运动, 需要有力作为火车转弯时的向心力。

火车前进时, 主要受到的外力有重力、铁轨的弹力、铁轨的摩擦力。当火车沿直线前进时, 沿竖直方向的重力和铁轨的弹力平衡, 沿水平方向的铁轨的摩擦力使火车前进。

当火车转弯时, 设火车的质量为  $m$ , 速度为  $v$ , 转弯的半径为  $r$ , 则需要的向心力的大小为  $F_n = \frac{mv^2}{r}$ 。通常火车的质量  $m$  和速度  $v$  都很大, 铁轨的摩擦力不能提供足够的向心力, 因此通常弯道处外侧轨道稍高于内侧轨道, 使得外轨对火车的弹力有沿水平方向指向圆心的分力, 为火车转弯提供向心力。

如下图所示, 铁轨令火车产生倾角为  $\theta$ , 铁轨对火车的支持力  $N$  垂直于斜面, 支持力沿竖直方向的分力  $N \cdot \cos \theta$  与火车受到的重力  $mg$  平衡, 支持力沿水平方向的分力  $N \cdot \sin \theta$  作为火车转弯时的向心力。

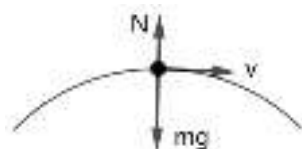


另外，当火车的质量  $m$  和速度  $v$  确定时，向心力的大小  $F_n$  跟半径  $r$  成反比，为了安全起见，确保转弯时所需要的向心力不会过大，通常应当令转弯处的圆的半径尽可能大，即转弯的弧度尽可能小。

### 汽车过拱形桥

拱形桥的形状为圆弧形，常见的拱形桥向上拱起，很少有向下拱起的拱形桥。当汽车驶过拱形桥时，运动的轨迹沿拱形桥的形状是一个圆弧，做圆周运动。

设向上拱起的拱形桥在最高点处的曲率圆的半径为  $r$ ，一辆质量为  $m$  的汽车驶过拱形桥最高点时的速度为  $v$ ，此时向汽车需要受到方向为竖直向下、大小为  $F_n = \frac{mv^2}{r}$  的向心力。这个向心力可以由重力提供，等于重力减去桥面支持力的差。如下图所示。



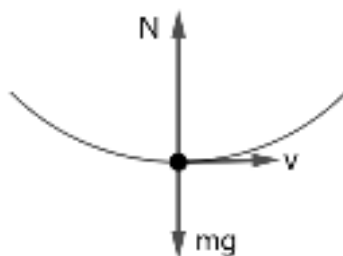
当汽车需要的向心力小于等于重力  $F_n \leq G$ ，即  $\frac{v^2}{r} \leq g$  时，重力足以提供汽车所需要的向心力，此时汽车受到拱形桥的支持力的大小为  $N = mg - F_n$ ，等于汽车对拱形桥的压力。拱形的桥面对减轻桥的负重及由此产生的损耗有很大帮助。

汽车受到的重力  $mg$  为定值，若汽车的速度越快，则需要的向心力  $F_n$  越大。

当  $F_n > G$ ，即  $\frac{v^2}{r} > g$  时，重力不足以提供足够的向心力，而此时没有其他力可以提供向心力，汽车将做半径更大的圆周运动，以满足  $\frac{mv^2}{r} = mg$ ，此时汽车将离开桥面，飞跃起来。

为了安全起见，拱形桥的半径不能过小，既是为了防止汽车因速度过快飞出桥面，也是因为半径过小会导致桥面的坡度过大，导致汽车上坡困难、下坡危险。

如果拱形桥向下拱起，那么汽车行驶经过拱形桥底端时对桥面的压力为  $F = mg + F_n$ ，对拱形桥底端的压力随速度的增加而增大，如下图所示。



摩托车进行特技表演时，可在竖直的圆形轨道中进行回环，就是因为摩托车的速度很快，经过最高点时需要的竖直向下的向心力很大，以至于重力不能提供足够的向心力，需由轨道需提供向下的弹力补充，摩托车得以紧贴着轨道运动而不会掉下来。

### 航天器中的失重现象

绕地球运动的航天器做圆周运动，由地球的万有引力（重力）提供向心力。

设航天器的速度为  $v$ ，到地心的距离为  $R$ ，重力加速度为  $g$ ，那么航天器中质量为  $m$  的物体感受到的重力为：
$$G' = mg - \frac{mv^2}{R} = m(g - \frac{v^2}{R})$$

相当于航天器中的重力加速度减小为：
$$g' = g - \frac{v^2}{R}$$

若航天器的速度满足  $g = \frac{v^2}{R}$ ，即  $v = \sqrt{gR}$ ，那么  $g' = g - \frac{v^2}{R} = 0$ ，此时航天器处于完全失重状态，航天器中感受不到重力的作用。

### 离心运动

向心力使物体产生向心加速度，改变物体速度的方向，满足数量关系：

$$F_n < \frac{mv^2}{r}。$$

如果向心力突然消失，物体将由于惯性沿切线方向做匀速直线运动。如果向心力突然减小或线速度突然增大，使得  $F_n < \frac{mv^2}{r}$ ，物体将沿半径更大的圆形轨道运动。这两种情况下，物体都偏离原来的圆形轨道，向远离圆心的方向运动，这种运动叫作**离心运动**。

如果向心力突然增大或线速度突然减小，使得  $F_n > \frac{mv^2}{r}$ ，物体将沿半径更小的圆形轨道运动，物体将偏离原来的圆形轨道，向靠近圆心的方向运动，这种运动叫作**向心运动**。

### 小结

本章主要学习圆周运动，需重点理解力改变速度的方向的作用方式和效果，熟练掌握圆周运动的有关参数、向心力和向心加速度的大小公式，理解向心加速度只改变速度方向的数学推导过程，初步掌握将任意曲线运动看作是圆周运动，并将合外力分解为改变速度大小的切线方向的分力和改变速度方向的垂线方向的分力的思路，可以指出圆周运动的向心力的来源。

## 第七章 万有引力定律与宇宙航行

牛顿运动定律描述了力与运动之间的关系，平行四边形定则等矢量运算法则描述了力的合成和分解的法则，结合基本的代数和几何方法，可以初步解决较简单的关于力和运动的问题。

在人们的日常生活中，由于重力、空气阻力、摩擦力等诸多力的存在，很难实现物体只受单一力的作用等理想条件，使得设计和实施物理实验时，需要采取近似、抵消、递推等方法总结规律或验证理论。

太空中存在大量真空，天体间的距离非常遥远，使得很多天体的受力情况远比地球表面的物体简单，因此观察研究天体的运动为发现和验证物理规律带来了巨大帮助。

物理理论的发展也为人类发现新的天体、探索外太空的现象和规律提供了方法和工具，使得人类得以走出地球，人类发明的探测器可以离开太阳系，为科学研究提供新的事实数据。

### 一、行星的运动

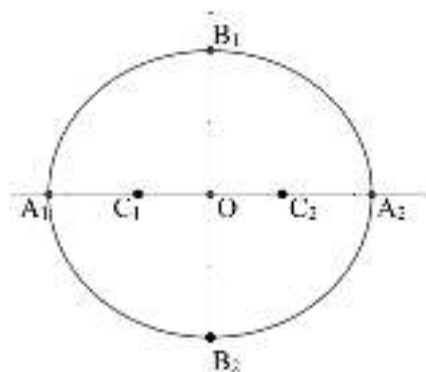
英国物理学家、数学家牛顿是万有引力定律的提出者。牛顿受到苹果从树上落下的启发，运用强有力的数学物理方法，深入分析研究了开普勒定律总结的天体运行规律，最终提出了万有引力定律。

#### 开普勒定律

德国天文学家开普勒根据哥白尼、第谷等科学家对天体运动的观测记录，利用数学知识进行计算和推演，总结得出了开普勒定律，也叫作开普勒三大定律，主要有三条内容。

**开普勒第一定律：**所有行星绕太阳运动的轨道都是椭圆，太阳位于椭圆的一个焦点上。

开普勒第一定律表明绕太阳运动的行星的轨道是椭圆。椭圆的概念和性质将在高中数学具体学习，这里作以简要介绍，下面是一个椭圆。



点  $C_1$  和  $C_2$  是椭圆的两个焦点，分别叫作左焦点和右焦点，线段  $C_1C_2$  的长度叫作椭圆的焦距。椭圆上的任意一点到  $C_1$  和  $C_2$  的距离之和是定值，这就是椭圆的数学定义。

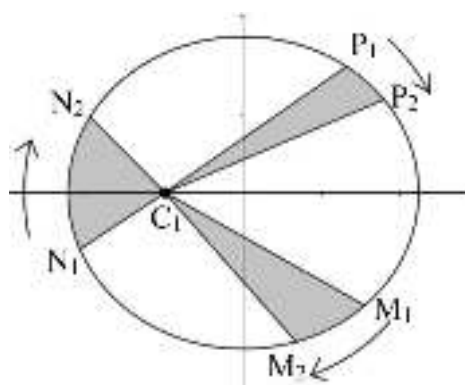
点  $O$  是线段  $C_1C_2$  的中点，叫作椭圆的中心。 $C_1C_2$  所在的直线与椭圆相交于点  $A_1$  和  $A_2$ ，线段  $A_1A_2$  叫作椭圆的长轴，长轴的长度等于椭圆上任意一点到  $C_1$  和  $C_2$  的距离之和。点  $O$  也是线段  $A_1A_2$  的中点，线段  $OA_1$  和  $OA_2$  叫作椭圆的半长轴或长半轴。长轴是椭圆上任意两点间形成的线段中最长的一条。

线段  $C_1C_2$  的中垂线与椭圆相交于点  $B_1$  和  $B_2$ ，线段  $B_1B_2$  叫作椭圆的短轴。点  $O$  还是线段  $B_1B_2$  的中点，线段  $OB_1$  和  $OB_2$  叫作椭圆的半短轴或短半轴。短轴是椭圆上任意两点间形成的经过中心  $O$  的线段中最短的一条。

根据开普勒第一定律，地球等行星绕太阳运动的轨道形状是椭圆，太阳位于焦点  $C_1$  或  $C_2$  处。

**开普勒第二定律：**对任意一个行星，它与太阳的连线在相等的时间内扫过的面积相等。

开普勒第二定律描述了行星绕太阳运动速度大小的变化规律，如下图所示。



设行星按照上图中的椭圆轨道绕太阳转动，太阳位于焦点  $C_1$  处。若行星从  $P_1$  运动到  $P_2$ 、从  $M_1$  运动到  $M_2$ 、从  $N_1$  运动到  $N_2$  经历的时间相等，则扇形  $OP_1P_2$ 、 $OM_1M_2$ 、 $ON_1N_2$  的面积也相等。

椭圆可以看作是由一系列半径相近的圆弧依次相连构成，当行星距太阳较近时，所在扇形的半径较小，若要在单位时间内扫过的面积不变，对应的圆心角需较大，即运动的角速度较大。

扇形的面积  $S$  等于半径  $r$  与弧长  $l$  的乘积的一半  $S = \frac{1}{2}lr$ 。当行星距太阳较近时，所在扇形的半径较小，若要在单位时间内扫过的面积不变，对应的弧长需较大，即运动的线速度较大。

综上，行星距太阳越近，角速度和线速度都越大。

**开普勒第三定律：**所有行星的轨道的半长轴的三次方跟它的公转周期的二次方的比值都相等。

若行星轨道的半长轴  $OA_1$  的长度为  $a$ ，行星绕太阳运动的周期为  $T$ ，则有：

$$\frac{a^3}{T^2} = k$$

对于一切绕太阳运动的天体，它们的比例常数  $k$  相同。 $k$  叫作**开普勒常数**，其数值与绕行的行星无关，只与被绕行的太阳的质量有关。

由开普勒第三定律可知，行星轨道的半长轴越大，绕日运动的周期越长。

根据已知天体的周期和半长轴，可以求出太阳的开普勒常数。利用该常数，可以根据其他天体绕日运动的周期求出其轨道的半长轴，预测其运行规律。

### 开普勒定律的近似处理

圆可以看作是一种特殊的椭圆，即两个焦点重合、长轴与短轴相等的椭圆。实际上，很多行星绕太阳运动的轨道非常接近于圆。高中阶段经常把行星轨道当作圆近似处理，使得数学计算和分析更加简便。

把行星轨道近似为圆后，开普勒三大定律的内容变为：

- (1) 行星绕太阳做近似圆周运动，太阳在圆心处。
- (2) 对于某一行星来说，它绕太阳做圆周运动的角速度（或线速度）的大小不变，即行星做匀速圆周运动。
- (3) 所有绕日运动的行星的轨道半径  $r$  的三次方跟它的公转周期  $T$  的二次方的比值都相等，即  $\frac{r^3}{T^2} = k$ 。

**例 1** 若绕太阳运动的彗星也遵循开普勒三大定律，经观测发现两颗绕太阳运行的彗星的周期之比为  $27:8$ ，求这两颗彗星轨道的半长轴之比。

解析：根据开普勒第三定律，彗星轨道的半长轴  $a$  与周期  $T$  总是满足关系  $\frac{a^3}{T^2} = k$ ，且  $k$  为定值。设两颗彗星的半长轴分别为  $a_1$ 、 $a_2$ ，周期分别为  $T_1$ 、 $T_2$  可得

$$\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2} = k, \text{ 移项得 } \frac{a_1}{a_2} = \sqrt[3]{\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2} = \sqrt[3]{\left(\frac{27}{8}\right)^2} = \frac{9}{4}, \text{ 即 } a_1:a_2 = 9:4。$$

## 二、万有引力定律

利用开普勒定律和牛顿运动定律，可以推出行星与太阳间引力的作用规律。

### 行星与太阳间的引力

既然行星绕太阳做近似匀速圆周运动，那么就需要有一个力提供向心力，以维持行星做匀速圆周运动。

做匀速圆周运动的物体受到的向心力  $F$ 、线速度  $v$ 、轨道半径  $r$  满足关系：

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

因此行星应当始终受到大小等于该值，方向始终指向太阳的力的作用。

根据开普勒第三定律，行星的运动半径  $r$  与周期  $T$  满足关系  $\frac{r^3}{T^2} = k$ 。其中，周期  $T$  等于圆心轨道的周长  $2\pi r$  除以线速度  $v$  的商： $T = \frac{2\pi r}{v}$ ，将其代入开普勒第三定律后得： $r^3 : (\frac{2\pi r}{v})^2 = k$ 。

向心力大小的公式中没有速度  $v$ ，利用该等式用其他物理量表示速度  $v$ ： $v^2 = \frac{4\pi^2 k}{r}$ ，代入向心力大小的公式并化简：

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{m}{r} \cdot \frac{4\pi^2 k}{r} = \frac{4\pi^2 km}{r^2}$$

该等式中，只有行星的质量  $m$  和轨道半径  $r$  是与行星有关的变量， $\pi$  和  $k$  都是常数。由此可知行星受到太阳的引力  $F$  与行星的质量  $m$  成正比，与轨道半径  $r$  的平方成反比，比例系数为  $4\pi^2 k$ 。

根据牛顿第三定律，物体之间力的作用是相互的，若太阳对行星有引力的作用，则太阳同时也受到行星的大小相等、方向相反的引力的作用。

在太阳与行星间的引力作用中，太阳与行星的“地位”相同，若引力与行星的一个参数有关，则应当与太阳的同一参数有相同的关系。

刚刚推算出引力大小与行星的质量成正比，那么引力大小应当也与太阳的质量成正比。太阳和行星在距离  $r$  方面的“地位”相同，不需要对  $r$  做特殊处理。

综上，太阳与行星间引力的大小  $F$  与太阳的质量  $M$  和行星的质量  $m$  成正比，与距离  $r$  的平方成反比，与其他参数无关，即  $F \propto \frac{Mm}{r^2}$ ，设比例系数为  $G$ ，可得：

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

### 月-地检验

行星绕太阳转动，卫星绕行星转动，这两种运动都是一个天体绕另一个天体做近似匀速圆周运动，它们可能遵循相同的物理规律。

离人类最近的行星-卫星系统是地球-月球系统，简称地月系。如果地月系也遵循相同的规律，那么地球与月球间也存在引力作用，引力的大小为：

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

其中， $M$  是地球的质量， $m$  是月球的质量， $r$  是月球中心到地球中心的距离， $G$  是常数。



月球绕地球转动的向心加速度为： $a = \frac{F}{m} = G \frac{M}{r^2}$ ，该常数只与地球的质量  $M$  和地月间的距离  $r$  有关，与月球的质量无关。

另一方面，牛顿受到苹果落到地面启发，地球表面的物体总是受到地球的重力作用，并且重力加速度的大小也与物体的质量无关，地球表面的物体到地心的距离都相等。

对比上述事实 and 规律，可以合理猜测重力与地球对月球的引力有可能是同一种力，重力是地球对地球表面物体的引力。如果猜测成立，那么地球表面的重力加速度的大小应当等于：

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

其中， $M$  是地球的质量， $R$  是地球的半径。

经测量计算，月球中心到地球中心的距离约为地球半径的 60 倍，即  $r = 60R$ ，由此可得月球与地球表面物体分别受到地球引力产生的加速度的大小之比为：

$$\frac{a}{g} = \frac{R^2}{r^2} = \frac{R^2}{(60R)^2} = \frac{1}{60^2}, \text{ 月球受到地球引力产生的加速度为 } a = \frac{g}{60^2}。$$

地球表面的重力加速度约为  $9.8 \text{ m/s}^2$ ，月球中心到地球中心的距离约为  $3.8 \times 10^8 \text{ m}$ ，结合向心加速度  $a$  与角速度  $\omega$  和半径  $r$  的关系  $a = \omega^2 r$ ，可以求得月球绕地球公转的周期：

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{a}{r}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{60^2 r}}} = 2\pi \times 60 \sqrt{\frac{r}{g}} \approx 2 \times 3.14 \times 60 \times \sqrt{\frac{3.8 \times 10^8}{9.8}} \approx 2.36 \times 10^6 \text{ s}$$

观测得知月球绕地球公转的周期为 27.3 个自然日，约等于  $2.36 \times 10^6 \text{ s}$ 。

观测数据证明行星绕太阳转动、月球绕地球转动、地球对地面物体的重力是同一种力。

### 万有引力定律

更多的实验和观测结果表明，天体间的引力、地球与地面物体的引力普遍存在于任意两个物体之间。即：任意两个物体间都存在引力，叫作**万有引力**。

两个物体间的万有引力的大小分别与两个物体的质量成正比，与物体间距离的平方成反比：

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

万有引力的方向始终沿两个物体的连线指向对方，表现为相互吸引。该规律叫作**万有引力定律**。万有引力定律使用非常简洁的公式揭示了宇宙中普遍存在的规律。将纷繁复杂的现象总结成简洁统一的理论是科学探索的主要目的之一。

## 引力常量

万有引力的大小公式中的比例系数  $G$  叫作**引力常量**。

经观测和实验验证，引力常量  $G$  是普遍适用于一切物体的常数，与物体的材质、形式、状态等任何因素都无关，在宇宙中普遍一致，恒为定值。

根据万有引力公式  $F = G \frac{Mm}{r^2}$ ，引力常量  $G$  的单位是  $\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ 。经实验测定， $G = 6.67259 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ ，通常取  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ 。

**例 2** 若两货箱的质量都是  $100 \text{ kg}$ ，它们静止放置在间隔  $1 \text{ m}$  处，求两货箱间的万有引力的大小。

解析：将货箱的质量和距离共同代入万有引力公式：

$$F = G \frac{Mm}{r^2} = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{100 \times 100}{1^2} \text{ N} = 6.67 \times 10^{-7} \text{ N}$$

可以发现，日常生活中物体间的万有引力非常小，小到几乎无法测量。

## 三、万有引力理论的成就

新的科学理论的提出，可以用于解释已知的事实，预测未知的现象，并且为发明新的技术工具提供理论支持。

### “称量”地球的质量

地球等行星的质量无法像日常生活中的物体那样使用天平、弹簧秤等工具称量。根据万有引力定律，行星对其表面的物体有引力作用，表现为重力。

物体在行星表面受到行星引力的作用，具有固定的重力加速度，利用这一规律，根据行星表面重力加速度的大小和行星半径，可以求得行星的质量。

地球是人类居住的行星，科学家测算得到地球表面重力加速度的大小和地球的半径，现在据此计算地球的质量。

刚刚已经推出地球表面的重力加速度的大小  $g$  与地球的质量  $M$ 、地球的半径  $R$  的关系： $g = G \frac{M}{R^2}$ ，变形后得： $M = \frac{gR^2}{G}$ 。

利用该公式可以求得地球的质量。其中，重力加速度  $g$  和引力常量  $G$  可以通过实验测得，地球半径  $r$  可以利用天文和地理知识求得。

除了地球之外，其他可以抵达表面的月球、火星等行星或卫星，都可通过测算其表面的重力加速度和半径的方法，求得它们的质量。

### 计算天体的质量

太阳等天体由于温度极高，探测器无法抵达，也就无法通过测量星球表面的重力加速度计算其质量，可以利用绕其旋转的行星的数据，计算它们的质量。

设恒星的质量为  $M$ ，一颗绕其旋转的行星的质量为  $m$ ，行星的轨道半径为  $r$ ，旋转周期为  $T$ ，恒星对行星的万有引力作为向心力，由此可得： $G \frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$ 。

行星的轨道半径与周期间具有关系： $T = \frac{2\pi r}{v}$ ，将该等式变形为  $v = \frac{2\pi r}{T}$  并代入上面的等式得： $G \frac{Mm}{r^2} = \frac{m}{r} (\frac{2\pi r}{T})^2$ ，化简后得： $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$ 。

根据该等式，只需观测得到行星的轨道半径  $r$  和绕行周期  $T$ ，就可以计算得到恒星的质量  $M$ 。

将该等式变形为  $\frac{r^3}{T^2} = \frac{MG}{4\pi^2}$ ，该等式的左边与开普勒第三定律一致，右边就是该恒星的开普勒常数  $k$ 。该公式不仅可以用于计算恒星的质量，还可以用于计算有卫星绕行的行星等其他天体的质量。

### 发现未知天体

根据万有引力定律，行星的质量、轨道半径、运行周期满足确定的数量关系。然而，有时天文学家利用观测数据计算得到的结果与理论不一致。这种情况的出现，既可能是实际情况超出了理论的适用范围，需要对理论进一步补充完善，也可能是由于观测的结果不充分，有新的事实待发现。

海王星的发现就是由于观测数据与理论不一致导致的发现。天文学家将观测得到的天王星的运行轨道数据，与太阳等已知天体对天王星的万有引力作用进行比较，发现二者之间存在偏差。通过对偏差进行分析计算，推算出应当有未知的天体对天王星有力的作用，对其运动轨迹产生影响。天文学家根据计算的结果，进行针对性的观测，最终发现了海王星。

### 预言哈雷彗星回归

彗星是一类特殊的天体，往往体积很小，轨道的形状是非常扁的椭圆、抛物线、双曲线等，偏离圆形的程度很大。

轨道是非常扁的椭圆的彗星会定期经过太阳附近，轨道是抛物线或双曲线的彗星通常只经过太阳附近一次。

根据周期性经过太阳附近的彗星的观测记录，使用万有引力定律计算出彗星的运动状态，可以预测彗星未来经过太阳附近的时间并进行观测。天文学家利用这种方法确定了哈雷彗星的运动情况。

### 其他应用

万有引力定律的应用还有很多。例如，月球和太阳对地球的万有引力是导致潮汐现象的主要原因。有自转运动的天体的形状一般是赤道处略为隆起的扁平椭球型。发射航天器到外太空甚至太阳系之外，等等。

**例 3** 假设天文学家观测发现一颗类地行星，其半径约为地球的一半，质量约为地球的两倍，地球表面重力加速度的大小为  $g = 10 \text{ N/kg}$ ，求该行星表面的重力加速度的大小。

解析：设地球的质量为  $M$ 、半径为  $R$ ，则该行星的质量为  $M' = 2M$ 、半径为  $R' = 0.5R$ ，由地球表面的重力加速度可得  $g = G \frac{M}{R^2} = 10 \text{ N/kg}$ ，则该行星表面的重力加速度的大小为： $g' = G \frac{M'}{R'^2} = G \frac{2M}{(0.5R)^2} = 8G \frac{M}{R^2} = 8 \times 10 \text{ N/kg} = 80 \text{ N/kg}$ 。

#### 四、宇宙航行

地球表面的物体由于受到地球引力的作用，无法脱离地球表面。利用万有引力定律及相应的科学技术，人类已经可以得以克服重力作用飞出地球，人类发明的探测器甚至可以脱离太阳的引力作用飞出太阳系。

##### 宇宙速度

当速度地球上的物体的速度大小达到一定程度后，就可以克服地球的引力乃至太阳的引力作用，飞出地球或太阳系进入宇宙。根据不同大小的速度可以达到的效果，将宇宙速度分为第一宇宙速度、第二宇宙速度、第三宇宙速度。

##### 第一宇宙速度

要让物体不落回地面，一种简单的方法是让物体绕地球做匀速圆周运动。只要速度足够快，重力全都作为向心力，物体就感受不到重力的作用。

月球就是由地球的万有引力提供向心力，绕地球做匀速圆周运动的天体。如果月球的速度减慢，将会被吸引到地球表面。

根据这一原理，人类制造出以足够高速度绕地球旋转的人造卫星，让人造卫星在一定高度的轨道上绕地球做圆周运动。

设地球半径为  $R$ ，重力加速度的大小为  $g$ ，航天器的质量为  $m$ ，航天器的速度为  $v_1$ ，由万有引力等于向心力可得： $mg = \frac{mv^2}{r}$ ，化简后得： $v_1 = \sqrt{gr}$ 。

代入相应的参数  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 、 $r = 6.375 \times 10^6 \text{ m}$ ，求得： $v_1 = 7.9 \times 10^3 \text{ m/s}$ 。为方便使用，通常将单位换算为： $v_1 = 7.9 \text{ km/s}$ 。

该速度叫作**第一宇宙速度**，是地球表面的物体克服重力的最小速度，也是发射航天器所需的最小速度。

##### 第二宇宙速度

由万有引力作为向心力，是通过一种特殊的运动，让物体感受不到重力把物体吸向地心的作用，但物体仍然需要保持在一定高度绕地球运动，没有真正意义上“克服地心引力”。

要让物体“完全克服地心引力”，应当使用最直接的方法：让物体可以垂直于地表飞出地球，且不会被吸引回地面。

如果从受力的角度分析，则无论物体与地球的距离多远，总是与地球有万有引力的作用，虽然万有引力随着距离增大而减小，但总是受到引力的作用，似乎永远无法摆脱地心引力。

此时需要换为从能量的角度分析，将物体与地球之间的万有引力作用通过能量表示。物体只要具有足够多的能量，足以克服地球的万有引力作用，可以飞向无穷远处（不考虑其他天体的作用）。

物体可以克服地球的引力飞向无穷远处所需要的最小速度叫作**第二宇宙速度**，其大小为  $v_2 = 11.2 \text{ km/s}$ 。

推导第二宇宙速度的大小需要利用能量的知识，将在下一章学习，本章暂不需要掌握，可以在完成学习能量的章节后自行计算推导。

### 第三宇宙速度

当地面上物体的速度大小达到  $v_2 = 11.2 \text{ km/s}$  时，认为其可以完全克服地球引力的作用飞出地球。

地球之外还有一个质量更大、引力更强的天体——太阳。包括地球在内的很多行星，以及小行星、彗星等天体都受到太阳的引力作用绕太阳运行。

按照与第二宇宙相同的原理，当太阳表面的物体的速度大小达到  $42.2 \text{ km/s}$  时，就可以克服太阳的引力作用飞出太阳系。

由于地球本身以很快的速度绕太阳运动，地球上的物体随地球运动而具有一定能量，因此从地球上发射的物体若以恰当的角度从发射充分利用地球运动的能量，只需要速度达到  $v_3 = 16.7 \text{ km/s}$ ，就可以克服太阳的引力的束缚，飞出太阳系。这个速度叫作**第三宇宙速度**。

三大宇宙速度都是从地球表面发射航天器所需的最小速度。第三宇宙速度与第二宇宙速度的计算原理都是运动物体的能量。第三宇宙速度以太阳为参考系，可以借助地球绕太阳运动的速度。第二宇宙速度以地球为参考系，无法借助地球的速度。如果从月球上发射物体摆脱地球的引力，则可以借助月球绕地球运动的速度，所需的速度小于地球表面的第二宇宙速度。

## 五、相对论时空观与牛顿力学的局限性

以牛顿运动定律为基础的物理体系也叫作牛顿力学或经典力学。牛顿力学可以解释日常生活和天文观测中的一般现象。但是若将牛顿的理论用于“不一般”的条件——接近光速的运动，将会得出一系列意想之外的结论。

### 相对论时空观

物理学家爱因斯坦根据光速不变的实验结果,大胆假设时间和空间并非恒定不变,只有光速恒定不变,并使用新的数学工具进行推导论证,得到了一系列违背直觉的新结论,这些结论后来都被实验证实,就是著名的狭义相对论。

### 狭义相对论的两个基本假设

狭义相对论建立在牛顿力学的基础上,除了牛顿力学的基本规律之外,狭义相对论还有两条额外的基本假设。

**假设一:在不同的惯性参考系中,物理规律的形式都相同。**

该假设也叫作**狭义相对性原理**。虽然目前狭义相对性原理无法从理论上推导论证,但至今的大量的实验事实表明该原理非常可靠。

狭义相对性原理支持在不同的参考系中使用相同的物理公式,从而可以分析推导得出狭义相对论的一系列结果。

**假设二:真空中的光速在不同的惯性参考系中的大小都相同。**该假设也叫作**光速不变原理**。

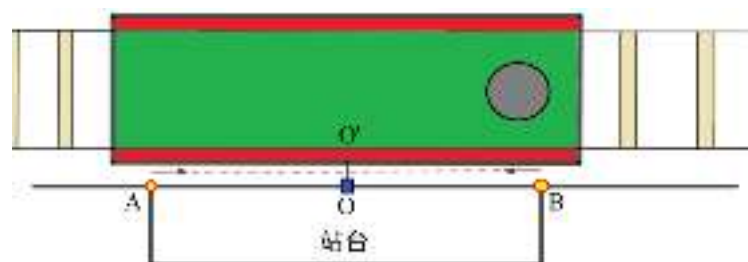
虽然人们根据日常经验,通常认为时间和空间是“绝对”不变的,而物体的速度与选取的惯性参考系有关,即速度是“相对”的。

然而,理论推导和实验都表明:光速是“绝对”不变的。实验测量光速时,测量的是光线发出并返回的平均往返速度。本节一些列结论的推导,都需让光做往返运动。光速通常用符号 $c$ 表示。

### 同时相对性

根据光速不变原理,可以推导得到:在一个参考系中同时发生的两个事件,在另一个参考系中不同时发生。

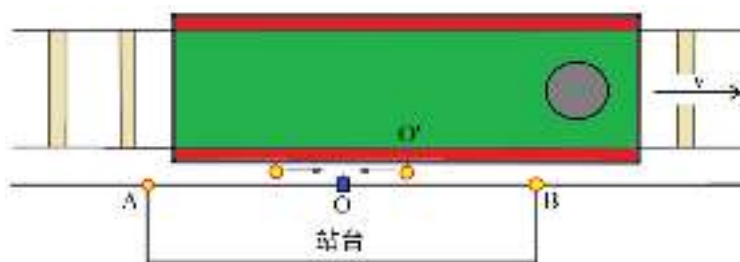
设列车站台两端各有一台闪光灯 A 和 B, AB 间距离为  $2d$ , O 是 AB 的中点。一辆列车以极快的速度  $v$  驶过点 A 和点 B, 如下图所示。



日常生活中,观测者同时看到 A 和 B 处的闪光,于是认为 A 和 B 同时闪光。“看到”实际上是观测者的眼睛接收到 A 和 B 发出的光的生理反应。光分别从 A 和 B 出发,抵达观测者的眼睛需要经历一定时间。

光以光速  $c$  传播,为了精确起见,观测者应当站在 AB 的中点 O 处。由 A 和 B 发出的光经过相同的路程  $d$ , 经过相同的时间  $\frac{d}{c}$ 。如果点 O 处的观测者同时接收到由 A 和 B 发出的闪光,就认为 A 和 B 同时闪光。

现在一辆列车以极快的速度  $v$  自左向右驶过站台。首先以站台上的点  $O$  作为参考系，闪光灯  $A$  和  $B$  同时闪光，此时列车内的点  $O'$  刚刚经过站台上的中点  $O$ ，如下图所示。



由于点  $O'$  的运动方向远离  $A$ 、接近  $B$ ，所以由  $A$  发出的光抵达  $O'$  的过程中需追赶列车，经历的时间为  $t_A = \frac{d}{c-v}$ ，由  $B$  发出的光抵达  $O'$  的过程中与列车相向而行，经历的时间为  $t_B = \frac{d}{c+v}$ 。比较可得： $t_A > t_B$ ，

即：由  $B$  发出的光先抵达列车内的点  $O'$ ，由  $A$  发出的光后抵达。列车内点  $O'$  处的观察者先看到  $B$  闪光，后看到  $A$  闪光，认为两个闪光灯并非同时闪光。

两个事件是否同时发生与选取的参考系有关，叫作**同时相对性**，意为“同时”是相对的。

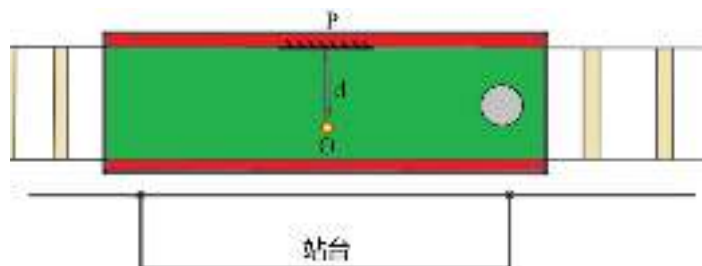
日常生活中物体的速度远小于光速： $v \ll c$ ，导致  $\frac{d}{c-v} = \frac{d}{c+v} = \frac{d}{c}$ ，即  $t_A = t_B$ ，无法观测到同时的相对性。只有当速度极快， $c+v$  与  $c-v$  有明显差异时，才能观测到区别。

### 时间间隔的相对性：时间延缓效应

根据狭义相对论，不仅“同时”是相对的，时间间隔也是相对的。在静止的站台上观察高速移动的列车，会发现列车中的时间流逝得比自己要慢。

由于只有光速是恒定不变的物理量，而时间不再恒定不变，所以首先要确定测量时间间隔的方法。

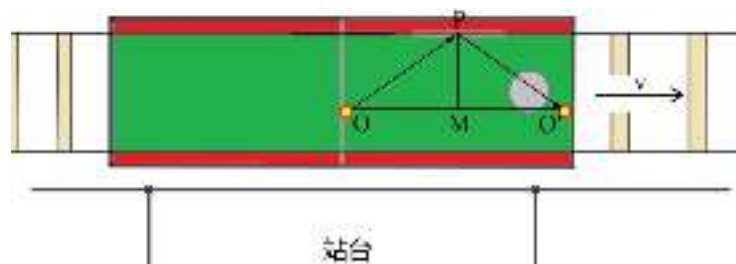
可以使用下面方法利用光速测量时间间隔。如下图所示，在列车内的点  $O$  处放置一个光源和一个感光探测器，在到  $O$  的纵向距离为  $d$  的点  $P$  处放置反光镜。点  $O$  处的光源发出光线，经点  $P$  处的镜面反射，原路返回点  $O$  并被探测器检测。将光线从点  $O$  处发出到返回  $O$  处的时间间隔记作  $\Delta\tau$ （ $\tau$  念作“tao”）。



如果在列车内观察，光线在  $OP$  之间往返，经历的时间间隔为  $\Delta\tau = \frac{2d}{c}$ 。

如果在站台上观察，根据光速不变原理，站台上观察到的光速始终为  $c$ ，不随列车的运动而变化。

于是，光线从点  $O$  处发出到抵达点  $P$  处的时间间隔内，点  $P$  随列车向右移动了一段距离。同理，光线从点  $P$  处反射回点  $O$  处的探测器的时间间隔内，点  $O$  又随列车向右移动了一段距离。设光线折返的时间间隔内点  $O$  向右移动到点  $O'$  处。站台上观察到光线并非沿直线原路返回，而是沿斜线折返，如下图所示。



在站台上观察，直角三角形  $OMP$  的边长满足勾股定理： $OP^2 = OM^2 + MP^2$ 。

光线从点  $O$  运动到点  $P$  的时间等于从点  $P$  “返回”点  $O'$  的时间，设从出发到返回的折返时间为  $\Delta t$ ，由光线沿  $OP$  运动的情况可得： $OP = c \cdot \frac{1}{2} \Delta t$ ；由点  $O$  随列车向右运动的情况可得： $OM = v \cdot \frac{1}{2} \Delta t$ 。根据装置的设置情况可得： $MP = d$ 。

将上面的数据代入  $OP^2 = OM^2 + MP^2$  可得： $(\frac{1}{2} c \Delta t)^2 = (\frac{1}{2} v \Delta t)^2 + d^2$ 。=,

将  $\Delta\tau = \frac{2d}{c}$  化为  $d = \frac{c \Delta\tau}{2}$  代入上式并化简可得： $\Delta t = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$ ，

由于分母  $\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2} < 1$ ，所以  $\Delta t > \Delta\tau$ 。

由此可得，对于以速度  $v$  前进的列车，在列车内记录的时间间隔为  $\Delta\tau$ 。在站台上记录同一时间间隔却是更长的  $\Delta t > \Delta\tau$ 。在站台上观察到列车内的时钟变慢了。该现象叫作**时间延缓效应**，也叫作**钟慢效应**或**时间膨胀**。

列车相对站台以速度  $v$  前进，在列车看来站台以速度  $-v$  沿反方向后退。站台上的观察者发现列车内的时间变慢了，列车内的观察者发现站台上的时间变慢了。双方都发现对方的时间变慢了。

这似乎与日常生活经验矛盾，两个时钟只能一个快、另一个慢，不可能两个都比对方快。钟慢效应之所以产生，是因为时间是相对的，而“快”与“慢”的定义与时间有关，所以“快”与“慢”也是相对的，与参考系的选取有关。任何将自己看作是静止的参考系，观察其他高速运动的物体时，都会发现其时间变慢。



钟慢效应已经被实验验证。科学家把铯原子钟放在喷气式飞机上绕地球高速飞行，铯原子钟放返回地面后，与始终静止在地面的另一台铯原子钟进行比较，实验结果与根据相对论理论计算得到的结果一致。

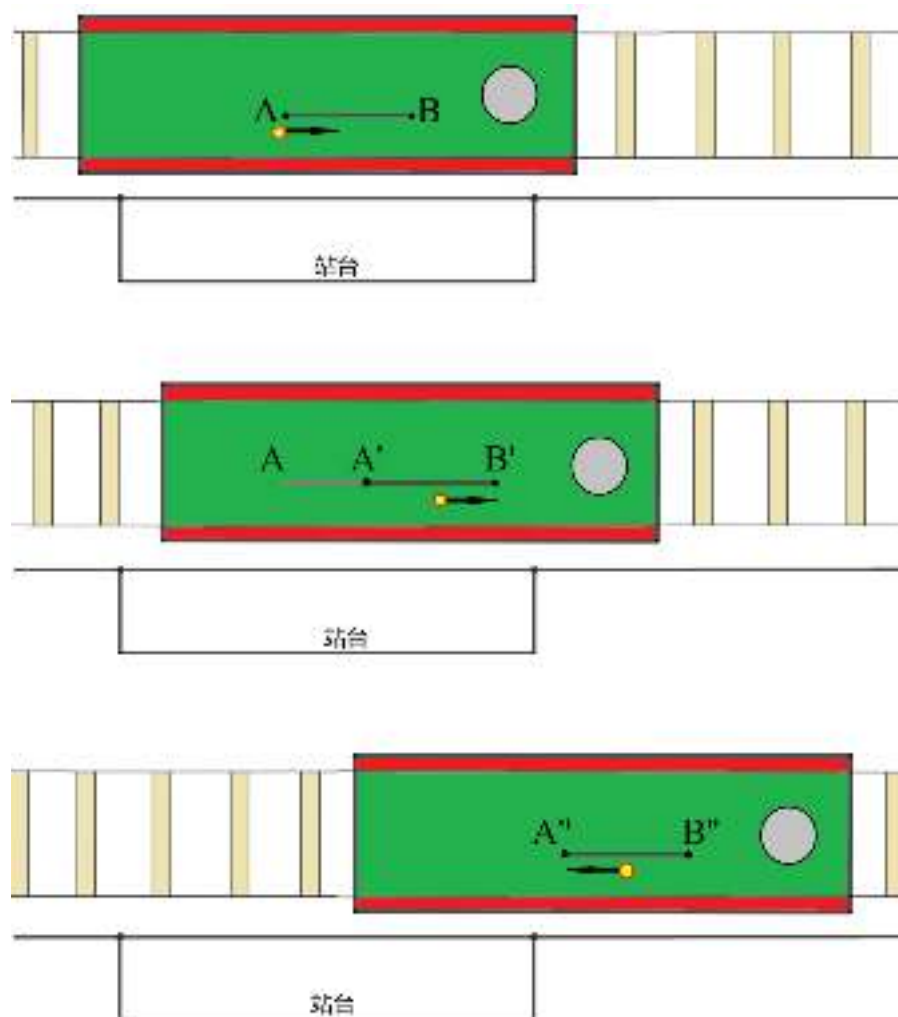
日常生活中物体的速度远小于光速： $v \ll c$ ， $\frac{v}{c} \approx 0$ ，所以  $\Delta t = \frac{\Delta \tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx \Delta \tau$ ，无法观测到钟慢效应。只有当速度极大， $\frac{v}{c}$  不能被忽略时，才能观测到时间延缓效应。

### 长度的相对性：长度收缩效应

根据狭义相对论，不仅时间是相对的，空间也是相对的。空间的测量也需要以恒定不变的光速为基础。

以极快的速度  $v$  前进的列车内，静止放置一把长为  $l_0$  的尺子。现在以恒定的光速  $c$  为基础，测量这把尺子的长度。测量方法为：从尺子的一端发出光线，抵达尺子的另一端再反射回来，设经历的时间为  $t = \frac{2l_0}{c}$ 。

在站台上同样根据光速  $c$  测量尺子的长度，经历相同的时间  $t$ ，观察光经过的路程，如下图所示。



光从尺子的左端点 A 出发抵达右端点 B 经历的时间为  $t_1 = \frac{l}{c+v}$ ，光从右端点返回左端点 A 经历的时间为  $t_2 = \frac{l}{c-v}$ 。站台上与列车内用相同的时间读数，即  $t = t_1 + t_2$ ，代入各时间的表达式并化简可得：

$$l = l_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

由于  $\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} < 1$ ，所以  $l < l_0$ 。

由此可得，对于以速度  $v$  前进的列车，在列车内测得的距离为  $l_0$ ，在站台上测量同一长度却是更短的  $l < l_0$ 。在站台上观察到列车内的距离变短了。该现象叫作**长度收缩效应**，也叫作**尺缩效应**。与时间延缓效应类似，在列车上观测静止的站台，站台上的距离也变短了。

日常生活中物体的速度远小于光速： $v \ll c$ ， $\frac{v}{c} \approx 0$ ，所以  $l = l_0 \sqrt{1} = l_0$ ，无法观测到钟慢效应。只有当速度极大， $\frac{v}{c}$  不能被忽略时，才能观测到长度收缩效应。

需注意，长度收缩效应只影响沿相对运动方向上的距离长短，不影响垂直于相对运动方向的长度。从站台上观察高速行驶的列车，只有列车的长度变短，高度和宽度不变。

### 狭义相对论的其他重要结论

狭义相对论还得出很多其他重要结论，只需简单了解即可。

**相对论速度变换公式：** 
$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

设列车以极快的速度  $v$  相对于站台前进，列车内一名乘客以  $u'$  的速度同向前行，在静止的站台上观测到乘客的移动速度为  $u$ 。

日常生活中， $u'$  和  $v$  都远小于光速  $c$ ，该等式近似为  $u = u' + v$ ，这就是经典力学中同一速度在不同惯性系下的换算公式。

**相对论质量：** 
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

设物体静止时质量为  $m_0$ ，则物体以速度  $v$  运动时质量变为  $m$ 。根据该公式可知，物体运动的速度越快，质量越大。

日常生活中，由于物体的速度  $v$  远小于光速  $c$ ，所以  $m$  近似等于  $m_0$ ，观测不到质量增大。在一些高速粒子的实验中，可以显著地观测到粒子的质量增大。

**质能方程：** $E = mc^2$

这是非常著名的方程。质能方程将物体的质量和能量联系了起来。一些涉及原子核的物理变化中，粒子的质量转化为能量。

### 牛顿力学的成就与局限性

狭义相对论虽然得出了牛顿力学所没能得出的新结论，但是其推导论证仍然基于牛顿力学的基本原理，只是对特殊条件下的牛顿力学的补充和拓展。

牛顿力学为近现代的物理学和工程学奠定了基本理论框架，后面将要学习的能量、动量等概念，以及电磁学、热力学等物理学分支的理论基础仍是牛顿力学，因此准确全面透彻地理解牛顿力学的公式和数学含义对于学习物理至关重要。

随着科学理论和实验技术的发展，一些微观层面的现象无法用牛顿力学解释。玻尔、爱因斯坦等物理学家根据实验现象，利用数学理论搭建了不同于牛顿力学体系的全新的物理理论框架——量子力学。量子力学的基本知识也将在高中物理初步学习了解。

### 专题 7.1 四种基本力

高中物理会遇到重力、支持力、弹力、摩擦力、万有引力、电磁力等很多力。其中有的是根据力的性质命名，有的是根据作用效果命名，现在简单介绍力的四种基本类型，帮助缓解学习中容易混淆或困惑的“力的本质”的问题。

经过物理学家对力的作用方式的深入研究，按照力的基本作用方式，将已知的所有力全部分为四种基本力：万有引力、电磁力、强相互作用、弱相互作用。

**万有引力**已经在本章专门学习。万有引力是任意两个物体之间都普遍存在的引力。万有引力的作用很微弱，仅在涉及天体运动、天体对表面物体的重力等质量非常大的物体时才能产生明显的效果。

**电磁力**也叫作**静电力**或**库仑力**，是带电的粒子或带电的宏观物体之间的相互作用。电磁力的作用效果非常显著，远强于万有引力，具体知识将在高中物理关于电磁学的章节具体学习。

生活中常见的弹力、摩擦力、空气阻力、表面张力等各种力其实都是电磁力，都是微观粒子之间的电磁力在宏观物体的体现。可以认为日常生活中遇到的所有力，如果不是万有引力，那么就一定是电磁力。

**强相互作用**也叫作**强相互作用力**或**强力**。原子的原子核由带正电的质子和不带电的中子组成。质子和中子统称为核子。核子之间通过强相互作用极其紧密地结合在一起。

强相互作用是最强的基本力，远远强于另外三种基本力，使得原子核中的核子异常牢固地结合在一起。强相互作用只能在原子核内极近的距离产生作用，若距离稍微增大，强相互作用就会急剧减小以至消失。

**弱相互作用**也叫作**弱相互作用力**或**弱力**。弱相互作用也是一种微观粒子之间的相互作用，主要与一些放射性现象有关。弱相互作用的效果比电磁力弱、比万有引力强。弱相互作用的作用范围比强相互作用更小。

上述四种基本力中，万有引力和电磁力的强度随距离增大缓慢减小，在较远距离也能产生明显的作用，因此属于**长程力**。强相互作用和弱相互作用的强度随距离增大急剧减小，距离稍大就无法产生作用，因此属于**短程力**。

四种基本力按照作用强度从强到弱的排序依次为：强相互作用>电磁力>弱相互作用>万有引力。

### 小结

本章学习万有引力和宇宙航行的基本知识。需牢记开普勒定律的具体内容，掌握根据开普勒定律推导万有引力定律的过程，理解三大宇宙速度对应的任务和第一宇宙速度的推导过程，初步了解狭义相对论的几项结论公式。

## 第八章 机械能守恒定律

力的作用可以使物体获得加速度。当力持续作用于物体时，力的作用效果的大小既可以由力的作用方式直接描述，也可以由受力物体的运动状态间接描述。力的做功和物体的机械能就分别对应力的作用方式和物体的状态。

机械能是能量的一种，能量是物理学中非常重要的概念，能量将大量不同形式的物理现象和规律统一了起来。除了机械能之外，热能、电能、化学能、生物能等也是重要的能量形式。

能量是一类重要的守恒量。“守恒”是一项非常重要的基本物理规律，既是学习和研究物理时必须时刻牢记的根本原则，也是解题和实践中非常方便好用的方法工具。

能量的数学物理定义的基础仍是牛顿力学，反映力在空间上累积产生的效果。热能、电能等各种形式的能量都具有相同的定义形式，充分体现了牛顿力学作为近现代物理理论的基础和框架的重要地位。

### 一、功与功率

我们已经在初中初步学习了功和功率，现在利用牛顿运动定律，重新推导并理解功和功率的含义。

#### 功

力令物体产生加速度，加速度的累积产生速度，速度的累积产生位移，那么力与位移之间应当具有某种关系，该关系可以反映力对物体作用程度的大小。

根据牛顿第二定律，力令物体产生的加速度的方向与力的方向相同，因此力对物体位移的影响应当也与力的方向相同。

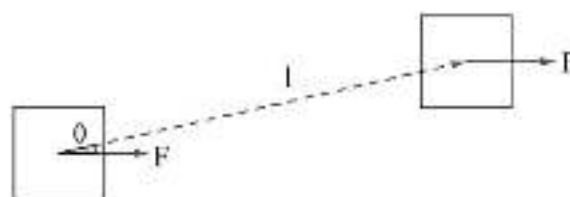
设质量为 $m$ 的物体静止，在大小为 $F$ 的恒力的作用下，做匀加速直线运动，发生的位移为 $l$ 。如下图所示。



运动过程中，位移 $l$ 可以看作是一系列连续的点 $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3 \cdots$ ，物体在每个点处都受到力 $F$ 的作用，则力 $F$ 在这段空间上累积可以看作每个点处的受力的大小的累加，记作： $Fl$ 。将其命名为力 $F$ 做的功，通常用符号 $W$ 表示，即 $W = Fl$ 。

当力 $F$ 与位移 $l$ 不在同一条直线时，设夹角为 $\theta$ ，由于力和位移都可以正交分解为两个相互垂直方向且互不影响，因此力 $F$ 做的功应为力 $F$ 与位移 $l$ 沿 $F$ 方

向的分位移的乘积，即： $W = Fl \cos \theta$ 。



即：力对物体做的功，等于力的大小与位移沿力方向的分位移的大小的乘积，也等于力的大小、位移的大小、力与位移夹角的余弦的乘积。

力是标量，只有大小，没有方向。力的基本单位是焦耳，符号是J，1J大小的能量的定义为：大小为1N的力令物体沿该力的方向发生1m的位移所做的功，即 $1\text{J} = 1\text{N} \cdot \text{m}$ 。

若将力和位移分别用矢量 $\vec{F}$ 和 $\vec{l}$ 表示，则力在这段位移上的做功等于力与位移的数量积： $W = \vec{F} \cdot \vec{l} = Fl \cos \theta$ 。两个矢量的数量积等于两个矢量的大小、矢量夹角的余弦的乘积。待高中数学学习完向量的概念、运算及规律后，将会对功的概念和计算规律有更加全面的认识。

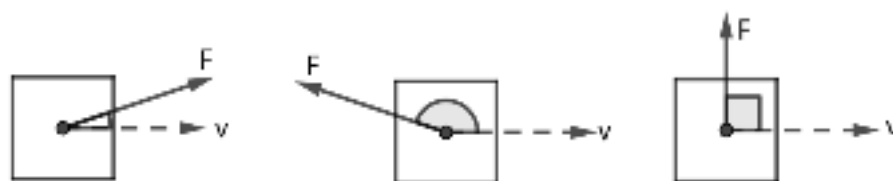
### 正功和负功

根据功的定义 $W = Fl \cos \theta$ ，力的大小 $F$ 和位移 $l$ 的大小都是正数，力与位移夹角的余弦 $\cos \theta$ 可以是正数、负数、0。

当力 $F$ 与位移 $l$ 的夹角为锐角 $\theta$ 或0时， $\cos \theta > 0$ ， $W = Fl \cos \theta > 0$ ，此时称力对物体做**正功**。（下图左）

当力 $F$ 与位移 $l$ 的夹角 $\theta$ 为钝角或平角时， $\cos \theta < 0$ ， $W = Fl \cos \theta < 0$ ，此时称力对物体做**负功**。（下图中）

当力 $F$ 与位移 $l$ 的夹角 $\theta$ 为直角时， $\cos = 0$ ， $W = Fl \cos \theta = 0$ ，此时称力对物体不做功或做功为0。（下图右）



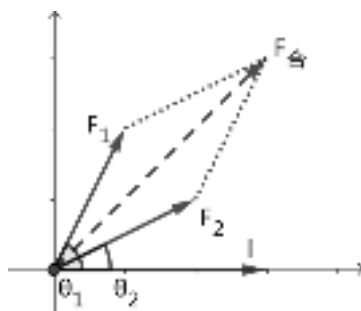
利用力做功的定义和矢量运算的法则可以证明：若物体在多个力 $F_1 \cdots F_n$ 的共同作用下发生位移 $l$ ，则这些力对物体做的总功等于各个力做功的代数和，也等于这些力的合力 $F_{\text{合}} = F_1 + \cdots + F_n$ 对物体做的功，即：

$$W = F_1 l \cos \theta_1 + \cdots + F_n l \cos \theta_n = F_{\text{合}} l \cos \theta_{\text{合}}$$

其中， $\theta_i$ 为相应的力与位移的夹角。

需注意，求各力做功的代数和时，各力做的功需包含正负号，而不是绝对值。正功的数值是正数，负功的数值是负数。

现在证明两个力共同作用于物体的情况，多个力作用的证明同理。设物体在力  $F_1$ 、 $F_2$  的共同作用下，发生位移  $l$ ， $F_1$ 、 $F_2$  与  $l$  的夹角分别为  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ ， $F_1$  与  $F_2$  的夹角  $\alpha = \theta_1 + \theta_2$ ，以  $l$  的方向为  $x$  轴正方向建立平面直角坐标系，如下图所示。



力  $F_1$ 、 $F_2$  分别在位移  $l$  上做的功为： $W_1 = F_1 l \cos \theta_1$ 、 $W_2 = F_2 l \cos \theta_2$ ，总功等于两力分别做功的代数和： $W_{\text{总}} = W_1 + W_2 = F_1 l \cos \theta_1 + F_2 l \cos \theta_2$ 。

先分别将  $F_1$ 、 $F_2$  沿  $x$  轴、 $y$  轴分方向正交解，分别求和后再求合力，可得合力的大小为  $F_{\text{合}} = \sqrt{(F_1 \cos \theta_1 + F_2 \cos \theta_2)^2 + (F_1 \sin \theta_1 + F_2 \sin \theta_2)^2}$ ，合力与位移夹角的余弦为  $\cos \theta_{\text{合}} = \frac{F_1 \cos \theta_1 + F_2 \cos \theta_2}{F_{\text{合}}}$ ，合力在位移上做的功为： $W_{\text{合}} = F_{\text{合}} l \cos \theta_{\text{合}} = F_{\text{合}} l \frac{F_1 \cos \theta_1 + F_2 \cos \theta_2}{F_{\text{合}}} = F_1 l \cos \theta_1 + F_2 l \cos \theta_2$ 。 $W_{\text{总}} = W_{\text{合}}$ ，即得证。

上面的证明中， $F_1$ 、 $F_2$  在  $l$  同侧且分别与  $l$  呈锐角，其他情况下的证明同理。

### 功率

功可以看作是力对物体作用程度的大小，功随时间的变化率可以看作是力对物体作用程度的快慢，叫作**功率**，用符号  $P$  表示。功率的基本单位是**瓦特**，简称**瓦**，用符号  $W$  表示。功率也是标量。

按照变化率的一般定义，功率等于力做的功随时间的变化率，即  $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$ 。

按照该定义， $1 W = 1 J \cdot s^{-1} = 1 N \cdot m \cdot s^{-1}$ 。千瓦（ $kW$ ）也是常用的功率单位， $1 kW = 1000 W$ 。

力做功有正功、负功、不做功三种情况，与之相对应的功率有正的功率、负的功率、大小为零的功率三种。

利用功率的定义和矢量运算的法则可以证明：若多个力  $F_1 \cdots F_n$  同时对物体做功，功率的大小分别为  $P_1 \cdots P_n$ ，那么这些力的合力  $F_{\text{合}}$  对物体做功的功率等于各个力功率的代数和： $P_{\text{合}} = P_1 + \cdots + P_n$ 。

联立  $W = Fl \cos \theta$  和  $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$  可得： $P = \frac{\Delta(Fl \cos \theta)}{\Delta t}$ 。当力  $F$  和夹角  $\theta$  恒定不

变, 仅位移  $l$  变化时, 可得:  $P = \frac{\Delta(Fl \cos \theta)}{\Delta t} = \frac{F \cos \theta \Delta l}{\Delta t} = F \cos \theta \frac{\Delta l}{\Delta t} = Fv \cos \theta$ 。

即: 力对物体做功的功率等于力的大小、速度的大小、力与速度夹角的余弦的乘积:  $P = Fv \cos \theta$ 。

如果将力和速度分别用矢量  $\vec{F}$  和  $\vec{v}$  表示, 那么功率等于力与速度的数量积:  $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ 。

**例 1** 一辆汽车以  $36 \text{ km/h}$  的速度在直线道路上匀速行驶  $5 \text{ km}$ , 若汽车受到地面的摩擦力的大小为  $50 \text{ N}$ , 求这段位移中: (1) 发动机的牵引力的大小; (2) 牵引力和摩擦力对汽车做的总功; (3) 牵引力对汽车做功的功率。

解析: (1) 因为汽车做匀速直线运动, 所以受到的合外力为  $0$ , 发动机的牵引力与地面的摩擦力大小相等、方向相反, 所以发动机的牵引力的大小也为  $50 \text{ N}$ 。

(2) 牵引力与汽车运动的方向相同, 做正功:  $W_F = Fl = 50 \times 5 \text{ J} = 250 \text{ J}$ , 摩擦力与汽车运动的方向相反, 做负功:  $W_f = -fl = -50 \times 5 \text{ J} = -250 \text{ J}$ , 牵引力和摩擦力对汽车做功之和为:  $W_{\text{总}} = W_F + W_f = 250 + (-250) = 0$ 。

也可以先求牵引力和摩擦力的合力, 再求合力对汽车做的功, 由于合力为  $0$ , 所以做的总功也为  $0$ , 两种方法得到的结果相同。

(3) 牵引力的大小为  $F = 50 \text{ N}$ , 汽车的速度为  $v = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$ , 牵引力与运动的方向相同,  $\theta = 0$ , 牵引力做功的功率为  $P = Fv \cos \theta = 50 \times 10 \times \cos 0 \text{ W} = 500 \text{ W}$ 。

现在我们学习了功和功率的定义以及计算规律, 似乎功和功率只是利用力、位移、时间等基本物理概念生硬地创造出来的抽象概念, 没有专门的现实含义。实际上, 接下来即将学习功和功率的实用价值。

## 二、重力势能

地球表面的物体始终受到地球重力的作用, 只要物体沿竖直方向有位移, 重力就对物体做功。

### 重力做的功

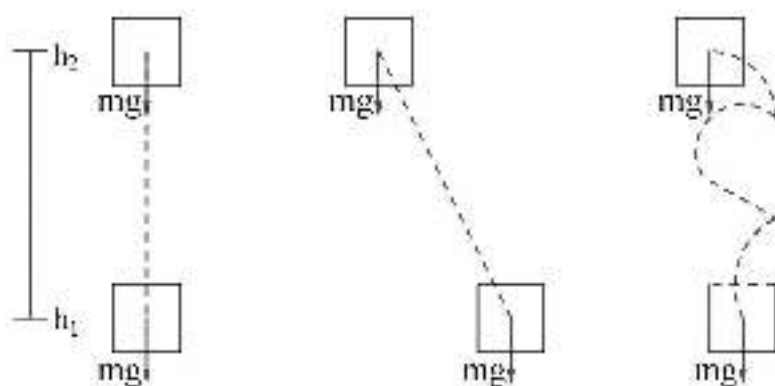
设重力加速度的大小为  $g$ , 对于质量为  $m$  的物体, 它始终受到大小为  $mg$ 、方向竖直向下的重力的作用。

当物体沿竖直方向由  $h_1$  高度移动至  $h_2$  高度时, 物体的位移为  $\Delta l = h_2 - h_1$ 。由于“高度”的方向为竖直向上, 所以  $\Delta l$  与重力的方向相反, 重力在这段位移对物体做功的大小为:  $W_G = mg(-\Delta l) = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2$ 。



当物体沿水平方向平移时，由于沿竖直方向没有位移，即位移沿竖直方向的分位移为0。

当物体由 $h_1$ 高度移动至 $h_2$ 高度时，无论实际轨迹如何（直线、折线、曲线、往返），在任意位置处发生的位移都可以正交分解为沿竖直方向和沿水平方向。其中，沿竖直方向的分位移与重力的乘积等于重力做的功，沿水平方向的分位移与重力做功无关。如下图所示。



即：物体运动时，重力做的功只跟物体起点和终点的高度有关，跟物体运动的具体路径无关。重力做的功等于重力与高度变化的乘积。高度变大时，重力做负功；高度变小时，重力做正功。高度不变时，重力不做功。

### 重力势能

重力对物体做功等于重力与高度变化的乘积，与高度变化的具体路径无关： $W_G = mgh_1 - mgh_2$ 。

对于同一个物体，其质量 $m$ 和重力加速度的大小 $g$ 为定值。当高度增大时， $h_2 - h_1 > 0$ ，重力做负功 $W_G = mg(h_1 - h_2) < 0$ 。当高度减小时， $h_2 - h_1 < 0$ ，重力做正功 $W_G = mg(h_1 - h_2) > 0$ 。

即：重力对物体做功的情况可以直接由物理量 $mgh$ 的变化量表示。对于质量为 $m$ 、所在高度为 $h$ 的物体，物理量 $mgh$ 叫作它的**重力势能**，通常用符号 $E_p$ 表示（“ $E$ ”表示能量，“ $p$ ”表示势能），即 $E_p = mgh$ 。

重力势能的定义式与重力做功的定义式的形式一致，也是标量，标准单位也是焦耳（J）。各种类型的能量都是标量，标准单位都是焦耳。

联立重力做功的定义式 $W_G = mgh_1 - mgh_2$ 和重力势能的定义式 $E_p = mgh$ 可得： $W_G = E_{p1} - E_{p2}$ 。即：重力对物体做功等于物体重力势能的变化量的相反数。

设物体的高度由 $h_1$ 变为 $h_2$ ，当 $h_1 < h_2$ 时，物体由低处运动到高处，此时重力势能增大 $\Delta E_p > 0$ ，重力做负功 $W_G < 0$ 。当 $h_1 > h_2$ 时，物体由高处运动到低处，此时重力势能减小 $\Delta E_p < 0$ ，重力做正功 $W_G > 0$ 。

**重力势能反映该物体所受重力做功的能力**,可以看作是物体被抬高而具有的能量。物体所处的高度越高,重力势能越大,重力可以做的正功越大。物体所处的高度越低,重力势能越小,重力可以做的正功越小,可以做的负功越大。

严格来说,重力的地球对地球表面物体的重力,因此重力势能是地球与物体共同组成的系统的能量,而不是物体单独具有的能量。由于在日常常见的情形中,通常不专门考虑地球,只需考虑地球表面的物体,因此简略地把重力势能看作是物体具有的能量。

### 重力势能的相对性

刚刚学习重力势能的定义式及计算时,只讨论重力势能变化量的大小,没有明确指出重力势能本身的大小。这是因为根据重力势能的定义式  $E_p = mgh$ , 其大小与高度  $h$  有关。

位移  $\Delta x$  的大小本身有确定的标准和规定方式,我们已经在前面的章节学习。但是高度  $h$  的大小没有确定的标准,需要事先设定一个高度为  $h=0$ , 各位置的高度由与  $h=0$  的高度差决定。

这导致物体在各位置时重力势能的大小与标准高度的选取有关,而不像质量的大小有一个“绝对”的标准。重力势能的这种取值区标准高度选取有关的性质叫作重力势能的**相对性**。随标准高度的选取,重力势能可以为正数、负数、0。

例如,通常习惯将地面的高度设定为  $h=0$ , 地面以上的高度为正数,地面以下的高度为负数。如果在二楼的教室里做实验,可以将二楼地面的高度设定为  $h=0$ , 二楼及以上的高度为正数,二楼以下的高度为负数。地理学经常将海平面设定为  $h=0$ , 海平面以上的高度为正数,海平面以下的高度为负数。

虽然重力势能的大小具有相对性,但是重力势能的变化量是绝对的。对于同一个质量为  $m$  的物体,只要高度的变化是定值  $\Delta h$ , 那么重力做的功  $W_G = -mg\Delta h$  和重力势能的变化量  $\Delta E_p = mg\Delta h$  都是确定的,与标准高度的选取无关。

**例 2** 一个质量为  $m=1\text{ kg}$  的砖块,重力加速度的大小为  $g=10\text{ N/kg}$ , 先将其从地面处升高至  $10\text{ m}$  处,再继续升高至  $20\text{ m}$  处,求两次升高前后重力做的功和物体重力势能的变化。

解析: 设地面的高度为  $h_0=0$ , 第一次将其升高至  $h_1=10\text{ m}$  处,高度升高  $h_1-h_0=10\text{ m}$ , 重力势能增大  $\Delta E_p = mg\Delta h = 1\times 10\times 10\text{ J} = 100\text{ J}$ , 重力做功  $W_G = -100\text{ J}$ 。

第二次将其从  $h_1=10\text{ m}$  处升高至  $h_2=20\text{ m}$  处,高度也升高  $h_2-h_1=10\text{ m}$ , 重力势能也增大  $\Delta E_p = mg\Delta h = 1\times 10\times 10\text{ J} = 100\text{ J}$ , 重力也做功  $W_G = -100\text{ J}$ 。

两次升高前后重力做功相等,物体重力势能的变化也相等。

## 弹性势能

当物体发生弹性形变时，物体内部各部分间由于弹性形变产生弹力的作用而具有的能量叫作**弹性势能**。

例如，当弹簧被拉长或压缩时，弹簧内部各部分间产生弹力的作用，使得各部分具有恢复平衡位置的趋势，弹簧要恢复平衡状态，具有对外做功的能力，弹簧就具有了能量。

弹性势能可以看作是外力对弹性系统做功，使弹性系统具有的能量。当拉伸或压缩弹簧时，需要由外力对弹簧做正功，做的正功转化为弹簧的弹性势能。当突然松开被压紧或拉长的弹簧时，弹簧的弹力对外做正功，弹簧的弹性势能减小或消失。

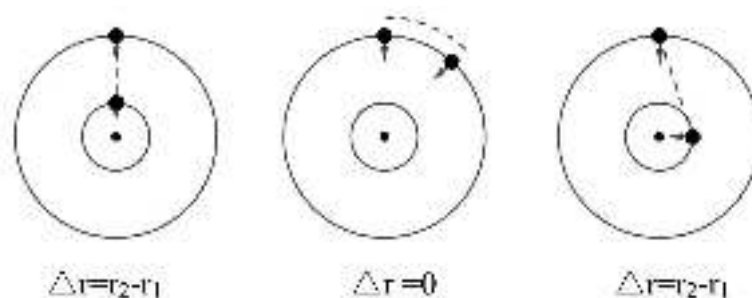
对于劲度系数为  $k$  的弹簧，在弹性限度范围内，弹簧的弹性势能  $E_p$  只与弹性形变的大小  $\Delta x$  有关，数量关系为： $E_p = \frac{1}{2}k\Delta x^2$ 。与弹簧发生弹性形变的具体过程无关。

弹簧被拉伸或被压缩，其弹性形变的平方都是正数或0，弹性势能的大小只能为正数或0。

## 拓展知识、引力势能与势能的一般定义

根据万有引力定律，设物体A和物体B的质量分别为  $m_A$  和  $m_B$ ，当AB间的距离为  $r$  时，两物体间万有引力的大小为  $F = G \frac{m_A m_B}{r^2}$ ，其中  $G$  为引力常量。

如下图所示，以物体A为圆心作一系列同心圆，现在分析物体B受到A的万有引力做功。由于万有引力的大小随AB间的距离为  $r$  变化，因此只做简要的定性分析，不作精确的定量计算。



当B沿任意半径移动时，万有引力  $F$  的方向与位移  $\Delta x$  的方向共直线，万有引力做功等于力与位移的乘积。当朝向圆心运动时万有引力做正功，当远离圆心运动时引力做负功。

当B沿任意圆周（半径的切线）运动时，万有引力  $F$  的方向与位移  $\Delta x$  的方向垂直，万有引力不做功。

当 B 沿其他轨迹运动时，万有引力做功只与沿半径方向的位移——AB 间的距离变化有关，与沿圆周（半径的切线）方向的位移——射线 AB 指的方向无关。

即：对于质量确定的物体 A 和物体 B，B 受到 A 的万有引力做功只与 B 到 A 的距离有关，与具体轨迹无关。这与重力势能做功只与物体所在的高度有关，与具体轨迹无关类似。

物体受到地球的重力作用，由物体所在的高度可以推出其重力势能。同理，B 受到 A 的万有引力作用，由 B 到 A 的距离可以推出 B 具有的引力势能。

引力势能的计算较复杂，规定物体间距离为无穷大时（此时物体间万有引力的大小为 0）的引力势能为 0，B 从无穷远处移动至到 A 的距离为  $r$  时，万有引力做功  $W = G \frac{m_A m_B}{r}$ ，A、B 组成的系统的引力势能为  $E_p = -G \frac{m_A m_B}{r}$ 。

实际上，重力势能是一种简化处理的引力势能。在距离变化极小的情况下，将万有引力的大小和方向看作恒定不变——重力，计算得到的引力势能就是重力势能。重力势能和引力势能的计算方式都是相应的力做功，区别是重力的大小和方向与高度无关，万有引力的大小与距离有关、方向始终指向施力物体。

### 三、动能和动能定理

力作用于物体可以改变物体的运动状态，因此力做功应当可以改变物体的某个物理量，这个物理量就是动能。

#### 动能的表达式

我们学习了匀变速直线运动中，物体的加速度  $a$ 、位移  $\Delta x$ 、初速度  $v_0$ 、末速度  $v_t$  间具有数量关系  $2a\Delta x = v_t^2 - v_0^2$ 。

物体的加速度  $a$  可以由受到的外力  $F$  和质量  $m$  表示为  $a = \frac{F}{m}$ ，代入上面的等式并移项可得： $F\Delta x = \frac{1}{2}mv_t^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$ 。

其中， $F\Delta x$  是共直线的力与位移的乘积，即力  $F$  在位移  $\Delta x$  上对物体做的功  $W$ ，等于力作用后的物理量  $\frac{1}{2}mv_t^2$  减去力作用前的物理量  $\frac{1}{2}mv_0^2$  的差值，即  $W = \frac{1}{2}mv_t^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$ 。可以看作是力做功的效果是将物体的  $\frac{1}{2}mv_0^2$  变为  $\frac{1}{2}mv_t^2$ 。

将表达式  $\frac{1}{2}mv^2$  定义为**动能**，用符号  $E_k$  表示。即：对于质量为  $m$  的物体，当速度为  $v$  时，它具有的能量为  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 。由动能的定义式可知，动能的单位也是焦耳（J）。

由动能的定义式还可知，物体的动能只能为正数或0。对于同一物体，其速度越大则动能越大。当且仅当  $v=0$  时， $E_k=0$ 。对于速度相同的物体，质量越大的物体的动能越大。

### 动能定理

由推导动能的定义式的等式关系  $W = \frac{1}{2}mv_t^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$  可知，力在一个过程中对物体做的功，等于物体在这个过程中动能的变化。该结论叫作动能定理。

若物体同时受到多个力做功，则物体动能的变化等于各个力做功的代数和。当力做正功时，物体的动能增大，速度的大小也增大。此时力与位移的方向相同或夹角为锐角，力沿位移（速度）方向的分力与速度的方向相同，从牛顿第二定律的角度也令速度的大小增大。

当力做负功时，物体的动能减小，速度的大小也减小。此时力与位移的方向相反或夹角为钝角，力沿位移（速度）方向的分力与速度的方向相反，从牛顿第二定律的角度也令速度的大小减小。

需注意，力做功的数学表达式  $W = \vec{F} \cdot \vec{l} = Fl \cos \theta$  中，若使用代数计算，则需确保力的大小和方向始终不变。若力发生变化，则需分段考虑力在各阶段情况下做的功。

由于动能定理是由牛顿第二定律的公式变形推导得到的公式，因此其实质与牛顿运动定律相同，在已知力、质量、位移、速度等参数的条件下，用两种思路分析计算得到的结果相同。

动能的优势在于：当遇到力、位移、速度等参数在运动过程中发生复杂变化的情况下，可以利用做功和动能的守恒关系，只考虑初始状态、终末状态、做功总量，无需考虑具体过程，就可以建立起等式关系。

**例 3** 一台质量为  $120 \text{ kg}$  的电梯，在电机提供大小为  $2000 \text{ N}$  的恒定拉力的作用下从一楼由静止开始匀加速上升到三楼，然后匀速上升到八楼，最后匀减速停止到十楼，若每层楼的高度均为  $3 \text{ m}$ ，重力加速度的大小为  $g = 10 \text{ N/kg}$ ，求：（1）电梯匀速上升时速度的大小，（2）电梯上升全过程中电机的拉力对电梯做的功。

解析：（1）电梯匀速上升时的速度等于第一阶段匀加速上升的末速度，匀加速上升时，电梯受到的合力的大小为： $F_{\text{合}} = 2000 - 120 \times 10 = 800 \text{ (N)}$ ，方向竖直向上，电梯由一楼上升到三楼，共上升两层楼，上升的高度为： $h = 2 \times 3 = 6 \text{ m}$ ，由动量定理可得： $800 \times 6 = \frac{1}{2} \times 120 v^2$ ，解得： $v = 4\sqrt{5} \text{ m/s}$ 。

（2）虽然电梯上升过程经历三个不同的阶段，但电梯上升前后的速度都为0，因此该过程前后各个外力的做功之和为0。电梯上升过程中只受到电机的拉力和

重力作用，这两个力的做功之和等于0。重力的大小和方向都不变，易求得其做功，重力做功的相反数就是电机拉力做的功。

电梯由一楼上升到十楼，共上升九层楼，上升的高度为 $3 \times 9 = 27 \text{ (m)}$ ，电梯受到重力的大小为 $120 \times 10 = 1200 \text{ N}$ ，方向竖直向下，重力做功 $W_G = -1200 \times 27 \text{ J} = -23400 \text{ J}$ ，电机拉力做的功为 $W_F = -W_G = 23400 \text{ J}$ 。

## 四、机械能守恒定律

### 追寻守恒量

在满足一定条件的物理变化中，无论具体的变化过程如何，总有一些物理量的取值不发生改变，即“守恒”

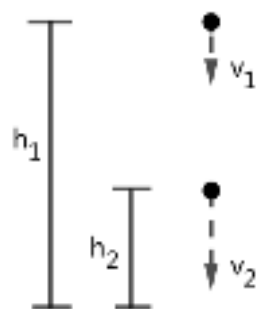
“守恒”既是自然界中普遍存在的基本规律，也是分析解决物理问题的重要思路。只要能分别建立守恒的物理量在变化前后的表达式，那么这两个表达式的值应当相等。

### 动能与势能的相互转化

当物体做自由落体运动时，物体只受到重力作用，物体的高度不断减小，其重力势能不断减小，物体的速度不断增大，其动能不断增大。

当物体做竖直上抛运动时，物体也只受到重力作用，物体的高度不断增大，其重力势能不断增大，物体的速度不断减小，其动能不断减小。

现在定量地计算物体做自由落体运动时重力势能与动能间的数量关系。设质量为 $m$ 的物体做自由落体运动的过程中，物体从速度为 $v_1$ 、高度为 $h_1$ 的状态，经过一段时间后，速度变为 $v_2$ ，高度变为 $h_2$ ，重力加速度的大小为 $g$ 。如下图所示。



这段下落过程中，物体的高度由 $h_1$ 变为 $h_2$ ，重力势能减小 $mg(h_1 - h_2)$ 。重力对物体做功 $W = mg(h_1 - h_2)$ ，等于动能的变化量，即 $mg(h_1 - h_2) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$ ，

将等式左边展开并移项可得： $\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$ 。

等式左边是物体的初始动能和重力势能之和，等式右边是物体的终末动能和重力势能之和，二者总是相等，即物体在任意时刻的动能和重力势能之和不变。

如果物体做竖直上抛运动、斜抛运动、其他只有重力做功的曲线运动，只要没有其他力做功，在只有重力做功的条件下，仍然总是满足物体在任意时刻的动能和重力势能之和不变。

数学证明较简单：将物体的速度  $v$  正交分解为竖直方向  $v_{\text{竖直}}$  和水平方向  $v_{\text{水平}}$ ，由矢量的正交分解（勾股定理）可得  $v^2 = v_{\text{竖直}}^2 + v_{\text{水平}}^2$  恒成立，由此可得物体的动能总是等于竖直与水平方向的两个分动能之和：
$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_{\text{竖直}}^2 + \frac{1}{2}mv_{\text{水平}}^2。$$

在只有重力做功的条件下，物体水平方向的分动能不变，竖直方向的分动能的变化等于重力做功，与重力势能的变化大小相等、符号相反，因此物体的动能和重力势能之和不变。

### 机械能守恒定律

物体的动能和势能之和叫作物体的**机械能**。刚才的推导表明：在只有重力做功的条件下，物体的机械能不变。可以证明，在只有弹力做功的系统内，也满足动能和势能之和不变。

**即：在只有重力或弹力做功的物体系统内，动能与势能可以相互转化，且总的机械能保持不变。该规律叫作机械能守恒定律。**

根据机械能守恒定律，只要物体在运动过程中只有重力或弹力做功，那么物体在任意时刻的动能与重力势能之和就总是定值。只要知道机械能的总量和其中一种能量的大小，就可以求得另一种能量的大小。如果知道一段过程中，其中一种能量增大（或减小）多少，就可以直接得知另一种能量减小（或增大）多少。

在使用机械能守恒定律前，需要首先确定只有重力或弹力做功，要么不存在其他力，要么其他力不做功。另外，机械能守恒定律适用于物体系统，暂时不能用于电磁场、光波等非物体系统。

任何物理定律都有一定的适用条件，不满足适用条件的情形下，相应的物理定律往往难以成立。

如果有摩擦力做功，会将分机械能转化为热能产生热量，导致机械能减少。如果有电磁力做功，可能导致电能和机械能相互转化，导致机械能增大或减小。

当物体沿斜面滑动时，支持力始终与斜面垂直，支持力也始终不做功。

当物体做圆周运动时，向心力始终与位移的方向垂直，向心力始终不做功。理想的单摆运动可以近似看作是匀速圆周运动。

### 多个物体的机械能守恒

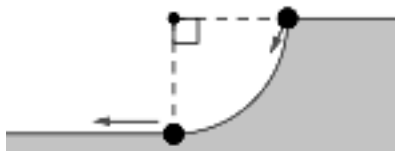
前面分析推导机械能守恒定律的例子中，都是只有重力做功，如果两个物体共同组成系统，且只有重力和两个物体间的弹力做功，那么此时也满足机械能守恒定律。

如果两个物体发生碰撞时只有弹力做功，这样的碰撞叫作弹性碰撞。设甲、乙两个物体发生弹性碰撞，由牛顿运动定律可知，甲对乙的弹力与乙对甲的弹力总是大小相等、方向相反，同时产生、同时消失，甲对乙的弹力与乙对甲的弹力做功的位移相同，所以甲对乙的弹力做功与乙对甲做功互为相反数，甲的机械能的变化与乙的机械能的变化也互为相反数，甲、乙两物体的机械能之和为定值。

若多个物体组成的系统，且只有重力和这些物体间的弹力做功，那么也满足机械能守恒的条件，这些物体的动能和重力势能之和为定值。

碰撞过程中，只有弹力做功的碰撞叫作弹性碰撞。弹性碰撞的重要特点是没有机械能损失，即弹性碰撞前后机械能守恒。

**例 4** 如下图所示，质量为  $20\text{ g}$  的小球从静止开始，沿半径为  $20\text{ cm}$  的光滑圆弧轨道上滑下，圆弧轨道的圆心角为  $90^\circ$ ，重力加速度的大小为  $g = 10\text{ m/s}^2$ ，求小球滑出轨道时速度的大小。



解析：小球沿光滑圆弧轨道滑下的过程中，始终受到重力和轨道的支持力的作用，轨道的支持力始终沿半径方向，小球运动的方向始终沿切线方向，二者相互垂直，所以支持力不做功，整个过程只有重力做功，机械能守恒。

小球沿轨道下滑的角度为  $90^\circ$ ，下滑的高度等于轨道的半径，设轨道下方的水平面的高度为  $0$ ，则小球的初始高度为  $h_1 = 20\text{ cm} = 0.2\text{ m}$ ，小球的质量为  $m = 20\text{ g} = 0.02\text{ kg}$ ，设小球滑出圆弧的速度为  $v$ ，由机械能守恒定律可得：

$$\frac{1}{2} \times 0.02 \times 0^2 + 0.02 \times 10 \times 0.2 = \frac{1}{2} \times 0.02 v^2 + 0.02 \times 10 \times 0, \text{ 解得: } v = 2\text{ m/s}.$$

**例 5** 设质量分别为  $m_1$ 、 $m_2$  的甲、乙两物体在水平光滑导轨上，甲静止，乙以大小为  $v$  的速度向甲运动，若两个物体间发生弹性碰撞后，甲以大小为  $v$  的速度被弹开，求此时乙的速度的大小。

解析：设碰撞后乙的速度的大小为  $v'$ ，由碰撞前后机械能守恒可得：

$$\frac{1}{2} m_1 0^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v'^2, \text{ 解得: } v' = \sqrt{\frac{m_2 - m_1}{m_2}} v.$$

## 五、实验：验证机械能守恒定律

前面学习的机械能守恒定律只是由牛顿运动定律进行数学推导得到的理论，物理理论的建立最终需要由实验进行验证，现在通过简单的实验验证机械能守恒定律。



### 实验思路

要验证机械能守恒定律，需要创造只有重力或弹力做功的条件。有三种较容易实现的方式：

(1) 让滑块沿光滑斜面下滑，滑块受到的摩擦力很小可以忽略，受到斜面的支持力始终与运动方向垂直，做功为0，只有重力对滑块做功。

(2) 用质量可以忽略的细线和重物制作单摆，当单摆的摆动幅度很小时，单摆在来回摆动时做近似的匀速圆周运动，绳子的拉力只作为向心力，始终与单摆的运动方向垂直，做功为0，只有重力对单摆做功。

(3) 在摩擦力可以忽略的水平导轨上放置两个弹性滑块，令两个滑块相向而行发生弹性碰撞，则运动过程中只有滑块间的弹力做功。

### 物理量的测量

机械能守恒定律中涉及三类物理量：物体的质量  $m$ 、物体的高度  $h$ 、物体的速度  $v$ ，以及已知的常数重力加速度  $g$ 。

其中，物体的质量  $m$  可以使用天平测得。

物体的高度  $h$  可以使用直尺测量得到，也可以使用频闪照相机或摄像机拍摄获取固定的图像。

物体的速度  $v$  可以由物体拖动纸带经过打点计时器，通过纸带上的孔间距计算得到，也可以利用拍摄图像中的测得的距离计算得到，还可以利用拍摄视频中记录的时间数据。

### 数据分析

将测得的物理量代入机械能守恒定律的表达式  $\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$  进行验证即可。

由于实验条件不够理想，计算结果通常不会严格成立。若等式两边的数值相差较小（如10%~20%的差异），都可以看作是由于客观的实验条件导致的误差。如果等式两边的数值相差较大，则需认真分析实验设置和操作中是否有不适宜的方面，如斜面的摩擦力过大、单摆的摆动幅度过大、发生非弹性碰撞、数据的采集和计算有误等。

### 小结

本章学习功、重力势能、动能的概念以及机械能守恒定律。需认真理解推导力做功改变物体的重力势能和动能的过程，理解动能定理和机械能守恒定律的物理含义和表达式的数学含义，形成利用守恒量只考虑状态而忽略过程的思维。

## 第九章 静电场及其应用

电是生活中十分常见的现象，闪电是自然界中的放电现象，电器需要通电才能运转，冬天衣物摩擦容易产生静电，本章我们学习电的基本规律，还将会发现电与磁有非常紧密的联系，电与磁的规律共同组成物理学中的电磁学分支。

描述和分析电与磁的规律的理论建立在牛顿力学的基础上，关于电磁现象中力、运动、能量等的描述都以牛顿运动定律为基础，只是研究对象变为电与磁，学习和研究的主要思路仍是根据实验现象总结分析规律。

“场”是电磁学分支中需着重理解掌握的概念。场也是一种物质，虽然没有质量和体积，跟生活中常见的物质差异很大，但也具有速度和能量等物理性质，并且可以与其他物质发生相互作用，也能用牛顿定律描述和分析。

### 一、电荷

我们在初中已经初步了解了电荷和电流的基本知识，现在复习初中物理知识，更加深入和系统地学习电荷的基本规律。

#### 电荷

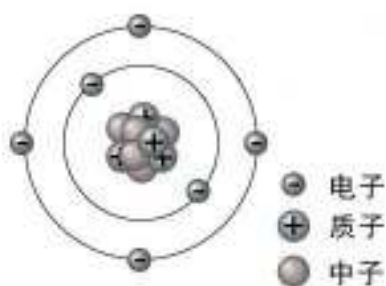
将不同材质的物体相互摩擦，物体会带上电荷。初中物理可能做过下列试验：用丝绸摩擦过的玻璃棒将会带电，带电的玻璃棒可以吸引小纸屑；把气球与头发摩擦后也会带电，可以在静电作用下吸附在墙上。把两个刚与头发摩擦过的带电气球慢慢靠近，它们会在静电作用下互相排斥。

起初，人们把用丝绸摩擦过的玻璃棒带的电荷命名为**正电荷**，把用毛皮摩擦过的橡胶棒带的电荷命名为**负电荷**。经实验验证，自然界中只存在这两种电荷。尽管这种命名方式非常“粗糙”和“随意”，但却一直沿用到科学家揭示正电荷和负电荷更深层次的原理。

物理学中有很多跟电荷的命名类似的过程，先根据早期浅显的“表面现象”作出命名或规定，随着科学研究的发展逐渐认识到“内在规律”，出于使用方便而继续沿用早期的命名方式，计量单位的规定就是典型的例子。

对物质微观结构的研究发现：原子是构成宏观物体和分子的微观粒子。原子由原子核和电子构成。原子核由带正电的质子和不带电的中子构成，位于原子的中心。电子带负电荷，绕原子核高速运动。

下面是碳原子结构的示意图，碳原子的原子核由6个质子和6个中子构成，有6个电子绕核高速运动。这是一种非常简化的原子结构示意图，实际情况要复杂得多，将在高中物理最后几章学习。



### 摩擦起电和静电感应

前面提到的实验和生活中关于物体带电的例子中，电荷都不是凭空产生的，只是发生了转移。云层中的水分子由于摩擦和分解导致电荷发生转移，带负电的乌云与地面间的放电现象就是闪电。冬天衣物摩擦导致电荷发生转移，令衣物带上电荷，电荷积累到一定量产生的放电现象就是看到的电火花。

上述例子中物体带电都是由于**摩擦起电**。摩擦起电的基本原理为：不带电的物体实际上带有等量的正电荷与负电荷。不同材质的物体对电子的吸引能力不同。当不同材质的物体相互摩擦时，吸引电子能力较强的物体会从吸引电子能力较弱的物体那里夺走电子，前者由于多了电子而带负电荷，后者由于少了电子而带正电荷。当带不同电荷的物体靠近或接触时，正负电荷相互中和并释放大量能量就是放电现象。

生活中常见的材料中，金属对电子的吸引能力最弱，容易失去电子而带正电。非金属吸引电子的能力大都较强，容易夺取电子而带负电，也有部分非金属容易失去电子。除了电子以外，质子、离子等带电粒子也可以成为携带电荷并转移的载体。

金属是良好的导体，是因为金属有大量可自由运动的自由电子，容易受外界作用发生定向移动而形成电流。电解质溶液中有大量能自由移动的阳离子和阴离子，因此也有导电性。绝缘体几乎没有能自由移动的电子或离子，因此难以导电。

除了通过摩擦起电的方式使物体带电以外，**静电感应**也可以使物体带电。将不带电的导体靠近带的电物体，则导体靠近带电物体的一端将带有异种电荷，远离带电物体的一端将带有同种电荷。静电感应的实质是导体内部电荷发生转移并在局部聚集。

导体发生静电感应后，若移除靠近的带电物体，则导体的两端将重新回到不带电的状态。导体发生静电感应后，若将导体从中间一分为二，则可得到一段带正电的导体和一段带负电的导体。

当两个带异种电荷的导体相互接触时，将发生**电荷的中和**现象，等量的正电荷和负电荷相互“抵消”。中和后剩余总的电荷量是两个带电物体的电荷量的代数和（正电的电荷量是正数，负电的电荷量是负数）。

### 电荷守恒定律

大量实验和事实共同表明：电荷既不会创生，也不会消灭，只能从一个物体转移到另一个物体，或者从物体的一个部分转移到另一个部分；在转移的过程中，电荷的总量不变。

该规律叫作**电荷守恒定律**。电荷转移的实质就是电子、质子或其他带电粒子转移的过程。

如果一个系统与外界没有电荷交换，那么该系统的电荷的代数和不变。如果系统中的物体通过摩擦起电或静电感应的方式带电，那么带的正电荷与负电荷的电荷量相等。如果系统中的物体通过中和的方式让正负电荷相互抵消，那么减少的正电荷与负电荷的电荷量也相同。

### 电荷量与元电荷

**电荷量**是描述物体所带电荷多少的物理量，通常用符号  $Q$  或  $q$  表示。电荷量的基本单位是**库伦**，简称**库**，用符号  $C$  表示。

库伦不是基本物理量单位，而是由电流的基本单位**安培**（ $A$ ）和时间的基本单位**秒**（ $s$ ）共同规定。对“ $1C$ ”的定义为：如果导线中载有  $1A$  的恒定电流，那么在  $1s$  时间中通过导线横截面的电量为  $1C$ 。即  $1C = 1A \cdot s$ 。**安培**的定义为： $1s$  时间中  $\frac{1}{1.602176634} \times 10^{19}$  个电子移动产生的电流强度为  $1A$ 。

虽然电荷量的单位库伦是通过电流单位安培和时间单位秒共同定义的单位，其实库伦反而具有比安培更为直接的客观数据。

原子由带正电的质子、不带电的中子、带负电的电子共同构成，且一个质子所带的正电荷的电荷量等于一个电子所带的负电荷的电荷量，把一个质子或一个电子所带的电荷量的绝对值叫作**元电荷**，用符号  $e$  表示。

实验测得元电荷的近似值为  $1e = 1.6 \times 10^{-19}C$ ，规定“ $1A$ ”时使用的电子的数量中的“ $1.602176634$ ”就是根据元电荷的电荷量计算得出的。

元电荷是目前已知的最小的电荷单元，是电荷量的最小值，一切测得的电荷量数据理论上都应当是元电荷  $1e = 1.6 \times 10^{-19}C$  的整数倍。

当研究对象是宏观的物体时，元电荷的数值极其微小，所以通常可以把电荷看作是无限分割的连续的量直接计算，不需精确到元电荷的个数。当研究对象是微观的粒子时，特别是研究具体的质子、电子或其他微观粒子时，需把元电荷作为最小电荷量来对待，电荷量不能比元电荷更小。

单位库伦只计量电荷的量的多少，究竟是正电荷还是负电荷还需专门注明，通常用正负号表示。例如， $1C$  的正电荷可记作  $q = +1C$ ， $1C$  的负电荷可记作  $q = -1C$ ，正号通常可以省略。

库伦是只有大小、没有方向的标量。电荷守恒定律可以定量地表述为：若一个系统与外界没有电荷交换，则该系统的电荷量的代数和守恒。

例如，不带电的水分子的电荷量为0，若发生电离生成氢离子和氢氧根离子： $\text{H}_2\text{O} = \text{H}^+ + \text{OH}^-$ ，则生成的 $\text{H}^+$ 带 $+1e$ 电荷， $\text{OH}^-$ 带 $-1e$ 电荷，正负电荷的代数和为 $1+(-1)=0$ 。

研究带电物体的力与运动时，也经常使用质点的假设，忽略带电物体的形状和体积，将带电物体看作带电的质点，这样的带电物体叫作**点电荷**。若带电体的体积和形状也属于研究内容，则不能使用点电荷的假设。

研究微观粒子的性质和规律时，由于实验手段所限，经常难以直接测得微观粒子的电荷量和质量，而是通过力与运动和电学的规律，测得粒子所带的电荷量与质量的比值，叫作**比荷**，或**荷质比**，基本单位是库伦每千克（ $\text{C/kg}$ ）。例如，

电子的比荷为： $\frac{e}{m} = \frac{1.60 \times 10^{-19}}{9.11 \times 10^{-31}} \text{ C/kg} = 1.76 \times 10^{11} \text{ C/kg}$ 。微观粒子的很多物理性质都可以直接用比荷来描述和计算。

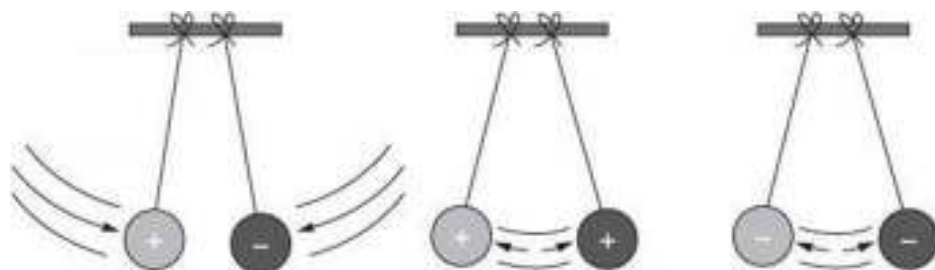
## 二、库仑定律

电荷之间存在的相互作用启发了科学家对电现象进行研究和分析，法国物理学家库伦通过对带电物体间相互作用的大小和方向的精确分析，得到了带电物体间相互作用的基本规律——库仑定律。

### 电荷之间的作用力

物理学家早期研究静电的规律时，无法精确计量电荷的多少，只能通过摩擦起电的方法，使一些物体带正电，使另一些物体带负电，因此对电荷之间的作用的研究首先从定性分析开始。

将两个轻质的带电小球悬挂起来并能自由摆动，实验发现：带同种电荷的两个小球之间有相互排斥的作用，带异种电荷的两个小球之间有相互吸引的作用。如下图所示。

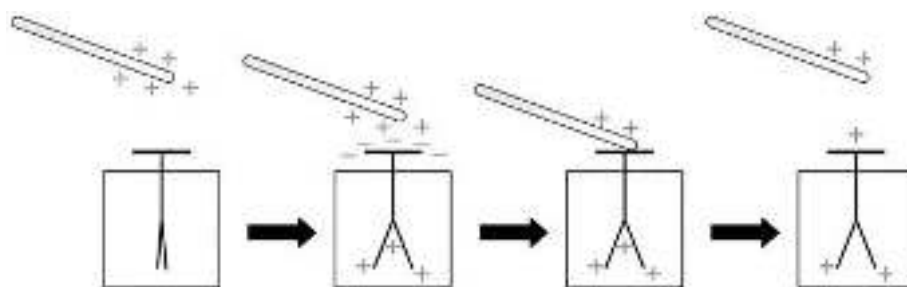


**验电器**是利用同种电荷相互排斥、异种电荷相互吸引的规律，判断物体是否带电、带何种电荷的装置。把两片金属箔挂在一根导体棒的下端，装在玻璃瓶内，导体棒的上端通过瓶塞伸出瓶口，就制成了一个简易的验电器。如下图所示。



当带电物体靠近导体伸出瓶外的部位时，导体伸出瓶外的部分由于静电感应而带异种电荷，瓶内导体末端的两片金属箔带同种电荷，两片金属箔因同种电荷间的斥力而张开，该现象表明靠近验电器的物体带电。将带电物体移除，验电器的金属棒和两片金属箔恢复不带电的状态，两片金属箔恢复到原来的自然位置。

如果将带电物体与验电器的导体接触，则带电物体上的电荷会转移一部分到两片金属箔上，两片金属箔同样会张开。此时若将带电物体移除，则验电器由于带有电荷，两片金属箔会保持张开状态。如下图所示。



对于已经带电并保持张开的验电器，再用另一个带电物体与其靠近或接触：

(1) 若带电物体所带电荷的种类与验电器相同，则由于静电感应或电荷的转移，两片金属箔将带更多的电荷，张开的角度变大。

(2) 若带电物体所带电荷的种类与验电器不同且电量少于验电器，则由于静电感应或中和，两片金属箔带的电荷减少，张开的角度变小。

(3) 若带电物体所带电荷的种类与验电器不同且电量多于验电器，则由于静电感应或中和，两片金属箔带的电荷先被中和，再带相反的电荷，两片金属箔的张角先减小为0再张开。

根据上述规律，验电器可以用于定性地判断一个物体是否带电、不同物体带的是同种还是不同电荷、若不同谁带的电荷更多。但验电器无法判断单个物体带的是正电还是负电、谁带正电谁带负电。

### 库伦的实验

万有引力定律  $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$  中，万有引力的大小与物体间距离的平方成反比，

该数量关系被概括为**平方反比定律**，是物理学中比较多见的一种数量关系。

库伦根据万有引力定律中的平方反比关系,猜想电荷间的作用力可能也符合类似规律,于是设计了一组实验予以验证,并发现了静电力的大小规律,即**库仑定律**。

库伦研究静电力的大小的装置叫作**库仑扭秤**,该装置利用悬丝扭转角度的大小测量带电物体间作用力大小的装置。如下图所示。



库仑扭秤的基本原理为:用一根很细的银丝悬挂一根绝缘棒,绝缘棒的一端为带电的金属小球 A,另一端为质量相等的不带电小球 C,两个小球在绝缘棒上保持平衡,悬丝可以自由旋转。

将另一个材料、质量与 A 都相同的小球 B 插入容器并与 A 接触,于是 A 和 B 带有种类相同、大小相等的电荷,产生的斥力作用推动 A 带动绝缘棒扭转一个角度,记录该角度。

接下来,移除 B,将 A 放回初始位置,施加一定大小的恒力令悬丝扭转,使悬丝再次抵达之前扭转的角度。此时扭转悬丝的力的大小就等于之前 A 与 B 之间斥力的大小。

库伦整理大量实验数据后得知,静电力的大小与带电物体间的距离的平方成反比,即  $F \propto \frac{1}{r^2}$ 。

库伦生活的年代,人们还没有发明出精确测量电荷量的手段,只能定性判断电荷的种类,并大致地判断电荷的相对多少。库伦只能根据电荷转移的基本规律:将一个带电金属小球与另一个完全相同的不带电金属小球接触,二者将带有等量同种电荷,且都为原来的一半。

于是,设起初金属小球所带的电荷量为  $q$ ,则每次将其与一个完全相同的不带电小球接触后,小球所带的电荷量依次变为  $\frac{q}{2}$ 、 $\frac{q}{4}$ 、 $\frac{q}{8}$ ...利用这些数据,库伦测得了静电力与电荷多少的关系:两个带电物体间静电力的大小,与两个物体带的电荷量的乘积成正比,即  $F \propto q_1 q_2$ 。

综合电荷间作用力与距离和电荷量多少之间的两组关系可得：

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

其中， $q_1$ 、 $q_2$  是两个带电物体分别带有的电荷量， $r$  是两个带电物体之间的距离， $k$  是比例系数。

力的基本单位是牛顿  $\text{N}$ ，电荷量的基本单位是库伦  $\text{C}$ ，距离的基本单位是米  $\text{m}$ ，可求得比例系数  $k$  的标准单位是  $\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ 。还需要确定比例系数  $k$  的大小。

经实验的精确测量， $k = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ ，该常数叫作**静电力常量**或**库伦常数**。静电力常量与万有引力常量类似，是与任何因素都无关且普遍适用的常量。

### 静电力计算

经对不同材质的物体进行实验，确定静电力的大小只与物体所带的电荷量、物体间的距离这两个因素有关，与物体的材质、温度、压强等其他因素都无关。

库伦定律  $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$  和库伦常数  $k = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$  普遍适用于一切条件下的任意两个带电物体。

力是既有大小、又有方向的矢量。静电力的大小满足库伦定律，方向总是沿两个带电物体的连线。若电荷的种类相同，则表现为斥力。若电荷的种类不同，则表现为引力。

静电力也遵循牛顿运动定律，以及力的合成与分解的平行四边形定则和矢量运算法则。两个带电物体之间的静电力也总是成对出现，作用力与反作用力总是大小相同、方向相反，同时出现、同时消失。

静电力的作用效果比万有引力显著得多，可以用下面的例题展示。

**例 1** 一个常见的电容器由两块金属板构成，可以轻易存储几百库伦电荷。设电容器的两块金属板的质量都为  $1 \text{ kg}$ ，距离为  $0.1 \text{ m}$ ，分别带有  $10 \text{ C}$  异种电荷，比较两块金属板之间的静电力和万有引力的大小（ $k = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ ， $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ ）。

解析：利用库伦定律可得金属板间静电力的大小为：

$$F_Q = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10}{0.1^2} \text{ N} = 9.0 \times 10^{13} \text{ N}$$

利用万有引力定律可得金属板间万有引力大小为：

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6.7 \times 10^{-11} \times \frac{1 \times 1}{0.1^2} \text{ N} = 6.7 \times 10^{-9} \text{ N}$$

静电力与万有引力的比值为：

$$\frac{F_C}{F_G} = \frac{9.0 \times 10^{13}}{6.7 \times 10^{-9}} = 1.3 \times 10^{22}$$

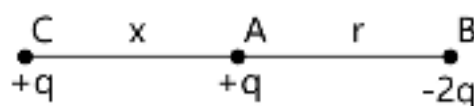


上面的例子中，静电力是万有引力的约  $1.3 \times 10^{22}$  倍，万有引力比起静电力可以忽略不计。氢原子中，原子核与电子间的静电力是万有引力的  $2.3 \times 10^{39}$ ，二者的比例更加悬殊。

我们在《万有引力与宇宙航行》一章中介绍过，静电力的作用效果远强于万有引力，生活中常见的弹力、摩擦力、空气阻力、表面张力等其实都是静电力的宏观表现。只有在天体运动等质量极大且电荷量极小的条件下，万有引力的作用效果才足够明显。

**例 2** 直线上有 A、B、C 三个点电荷，A 和 C 带电荷量为  $q$  的正电，B 带电荷量为  $2q$  的负电，A 和 B 固定且间距为  $r$ ，C 可以移动，忽略重力，若要 C 静止，则 C 应当在什么位置？

解析：C 受 A 的斥力作用，受 B 的引力作用，因此 C 不能在 A、B 之间。又由于 A 的电荷量比 B 小，所以 C 受 A 的静电力比 B 小，所以 C 应当离 A 更近，C 应当在 A 的一侧，设 A、C 间距离为  $x$ ，如下图所示。



C 受 A 的斥力的大小为： $F_{\text{斥}} = k \frac{q^2}{x^2}$ ，C 受 B 的引力的大小为： $F_{\text{引}} = k \frac{2q^2}{(r+x)^2}$ ，

若要 C 静止，则需  $F_{\text{斥}} = F_{\text{引}}$ ，即  $k \frac{q^2}{x^2} = k \frac{2q^2}{(r+x)^2}$ ，解得  $x = (1 + \sqrt{2})r$ ，即 C 应当位于线段 AB 靠近 A 的外侧，到 A 距离为  $(1 + \sqrt{2})r$  处。

### 三、电场 电场强度

静电力是电荷之间的相互作用，英国物理学家法拉第提出，电荷在其周围产生电场，通过电场对其他电荷产生静电力作用，同时也通过其他电荷产生的电场受到静电力作用。

将带电物体之间直接的静电力作用看作“电荷产生电场-电场影响电荷”的间接作用似乎有些多此一举。实际上，实验表明电场是可以独立存在的客观物质，并非必须通过带电物体想象出来的抽象概念。

另外，对于电荷分布分布较复杂的系统，比起逐个研究各电荷产生的静电力再进行力的分析，直接用空间中的电场分析电荷的受力情况要简便得多。

### 重力与重力场

在学习电场的概念之前，我们先利用已经很熟悉的重力认识“场”的概念。地球表面的物体始终受到重力的作用，重力的大小与物体的质量成正比，重力的方向始终竖直向下。

假设存在一个对物体的作用效果与地球重力相同的“重力场”，任意质量为  $m$  的物体在该重力场中，都始终受到大小为  $mg$ 、方向竖直向下的力的作用。如下图所示，一系列竖直向下的平行箭头表示重力场对物体的力的作用。



物体在重力场中受到的重力与受到地球的重力不仅大小和方向相同，由此推出的重力做功的方式和特点也相同：重力做功的大小只与物体高度的变化有关，即只与沿箭头所指的方向移动的距离有关，与垂直于箭头方向移动的距离无关。

对于不同的天体，在其表面形成的重力场有所不同。天体的质量越大、半径越小，则其表面物体受到的重力越大，可以看作为重力场越强。例如，同一物体在月球重力场中受到的重力只有在地球重力场中的六分之一。

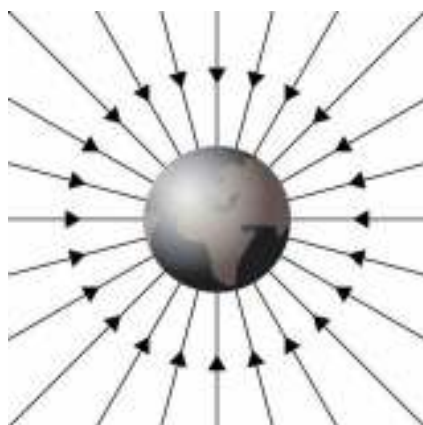
为了便于分析，将物体在重力场中受到重力的方向，规定为重力场的方向。当不同质量的物体位于重力场中的相同位置时，受到力的方向都相同，只是力的大小不同，与物体的质量成正比，这个比例系数就是重力加速度  $g$ ，也可以叫作“重力场强度”。

重力的作用方式非常简单，导致重力场也很简单，没能充分体现“场”的特点和优势，下面再了解一个稍微复杂的场——引力场。

### 万有引力与引力场

一个质量为  $M$  的质点，任意质量为  $m$ 、到其距离为  $r$  的物体，受到该质点的万有引力为  $F = G \frac{Mm}{r^2}$ ，方向沿连线指向该质点。

假设存在一个对物体的作用效果与该质点相同的“引力场”，任意质量为  $m$  的物体在该引力场中，都始终受到大小为  $G \frac{Mm}{r^2}$ 、方向指向该质点的引力的作用。如下图所示，一系列指向中心的箭头表示引力场对物体的力的作用。



将质量为  $m$  的物体放入引力场中，则物体受到的力只与其所在的位置有关。若该位置到中心的距离为  $r$ ，则物体受到的力指向中心，大小与物体质量成正比，这个比例系数是  $\frac{GM}{r^2}$ ，可以叫作该位置处的“引力场强度”。

“场”可以看作分布在空间中的一种物质，物体位于场中时会受到力的作用，力的大小与物体本身以及所在位置有关，各位置处有一个反映力的大小的系数：场的强度。

### 电场

库仑定律跟万有引力定律的形式非常相似，都与两个物体的质量或电荷量的乘积成正比，与距离的平方成反比。质点在其周围形成引力场，类似的，点电荷在其周围产生**静电场**。

不同之处在于，万有引力只有引力一种方向，静电力有引力和斥力两种方向，因此需先作出规定：电场的方向为正电荷在电场中受到静电力的方向，也为负电荷在电场中受到静电力的反方向。

一个电荷量为  $+Q$  的点电荷，任意电荷量为  $+q$  的物体，当到其距离为  $r$  时，受到点电荷的静电力的的大小为  $F_e = k \frac{Qq}{r^2}$ ，方向沿二者连线向外。

将点电荷  $+Q$  作为中心，可以看作在空间中形成了静电场，静电场对空间中的带电物体产生静电力的作用。用箭头将静电场的作用方向画出，如下图所示。



若将电荷量为 $+q$ 的带电物体放入该静电场中，则物体受到的静电力只与其位置有关。若物体到中心的距离为 $r$ ，则物体受到静电力的大小为 $F = \frac{kQ}{r^2} \cdot q$ ，方向沿半径向外。

若将电荷量为 $-q'$ 的带电物体放入该静电场中，则物体受到的静电力也只与其位置有关。若物体到中心的距离为 $r'$ ，则物体受到静电力的大小为 $F' = \frac{kQ}{r'^2} \cdot q'$ ，方向沿半径向内。

若将中心带正电的点电荷 $+Q$ 替换为带负电的点电荷 $-Q$ ，则电荷量为 $q$ 的点电荷在各位置受到的静电力的大小仍为 $F = \frac{kQ}{r^2} \cdot q$ ，区别在于正电荷受到静电力的方向沿半径向内，负电荷受到静电力的方向沿半径向外。

利用电场的概念，电荷间的相互作用可以看作：电荷A在空间中形成电场 $\alpha$ ，电荷B位于电场中 $\alpha$ ，受到电场 $\alpha$ 的作用。同时，电荷B也在空间中形成电场 $\beta$ ，电荷A位于电场 $\beta$ 中，受到电场 $\beta$ 的作用。

经实验和观测证实，电场是可以不需要电荷就能独立存在的物质。“场”可以看作分布在一定空间范围内的物质，这种物质没有质量，但能对位于当中的其他物质产生作用，正是由于这种作用，使得场可以被探测到，被认为是真实存在的物质。

由于我们现在还没有学到场独立存在的相关知识，所以只能先依靠电荷形成磁场。习惯上，我们把在空间中形成电场的电荷叫作**场源电荷**或**源电荷**，研究电场就等同于研究源电荷，因此研究电场时通常不专门讨论源电荷。为了研究电场的性质，我们通常需要把一个电荷放在电场中，根据该电荷的受力情况分析电场的具体性质。这个用来试探电场的性质的电荷叫作**试探电荷**。

### 电场强度

试探电荷位于点电荷形成的静电场中时，试探电荷在某位置处受到静电力的大小与其电荷量成正比： $F = \frac{kQ}{r^2} \cdot q$ ，比例系数 $\frac{kQ}{r^2}$ 叫作**电场强度**。

更加一般的，将任意正电荷 $q$ 放在电场中某处，正电荷受到的静电力 $F$ 与电荷量 $q$ 的比值叫作该处的**电场强度**。

电场强度通常用符号 $E$ 表示，其定义式为：

$$E = \frac{F}{q}$$

根据电场强度的定义式，电场强度的基本单位是**牛每库**，符号是N/C。若将1C的电荷放在电场中，受到的静电力是1N，则该处的电场强度是1N/C。

电场强度反映空间中某一“位置”的物理特性。电场强度是矢量，既有大小、又有方向。电场强度的大小等于电荷在该位置受到静电力大小与电荷量的比值，电场强度的方向跟正电荷在该位置受到静电力的方向相同、跟负电荷在该位置受到静电力的方向相反。

电场强度  $E$  跟“重力场强度”  $g$  和“引力场强度”  $\frac{GM}{r^2}$  的规律相似，大小都等于物体在场中某位置处受到的力与物体质量（电荷量）的比值，方向都跟物体受力的方向一致。

### 电场强度的叠加

对于点电荷形成的电场，可以利用库仑定律计算得到各处的电场强度。对于由多个场源电荷共同形成的较复杂的电场，可以根据试探电荷在某位置处，受到各场源电荷的静电力的作用，将各静电力合成后求得电场强度。

电场强度是矢量，等于力与电荷量的比值，因此同样适用于矢量的加、减等基本运算，电场强度也可以进行合成与分解。其证明如下：

设多个源电荷  $Q_1$ 、 $Q_2 \cdots Q_n$  在空间中共同形成电场，设它们在某处单独形成的电场强度分别为  $E_1$ 、 $E_2 \cdots E_n$ 。将试探电荷  $q$  放在该处，试探电荷受到各源电荷的静电力分别为  $F_1 = E_1 q$ 、 $F_2 = E_2 q \cdots F_n = E_n q$ ，试探电荷受到的合外力等于各静电力的矢量和： $F_{\text{总}} = F_1 + F_2 + \cdots + F_n$ ，则该处的电场强度为：

$$E_{\text{总}} = \frac{F_{\text{总}}}{q} = \frac{F_1 + F_2 + \cdots + F_n}{q} = \frac{F_1}{q} + \frac{F_2}{q} + \cdots + \frac{F_n}{q} = E_1 + E_2 + \cdots + E_n$$

即：多个电场强度在某处的叠加等于各电场强度的矢量和。

实际当中上述计算往往非常复杂，直接使用试探电荷测量更加简便易行。将试探电荷放在电场中的各位置处，测量试探电荷受到的静电力的大小和方向，就可以计算得到该处的电场强度。

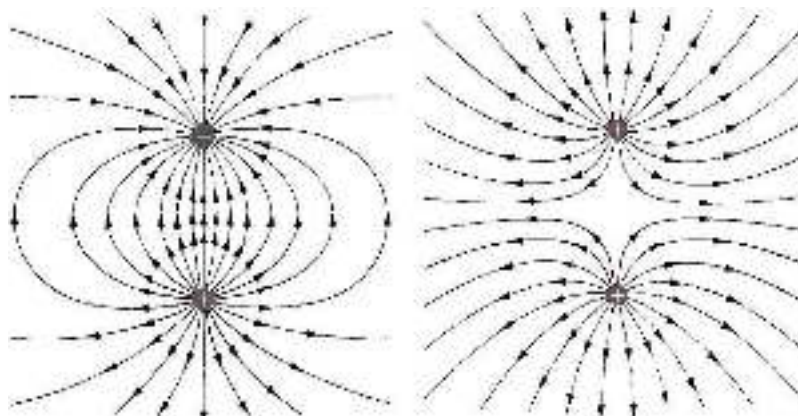
### 电场线

为了方便地描述和观察空间中电场强度的分布，可以用画电场线的方式直观表示。**电场线**是画在空间中的一条条有方向的连续曲线（直线也是一种曲线）。电场线上每一点的切线方向表示该点的电场强度方向，**电场线越密集表示该处的电场强度越大**。当把带正电的物体放在电场中时，物体受到的静电力的方向就是电场线切线的方向。

电场线的起点通常为正电荷或无穷远处，终点通常为无穷远处或负电荷。电场线可以从正电荷出发、到负电荷终止；也可以从正电荷出发、到无穷远处终止；还可以从无穷远处出发、到负电荷处终止。通常不从无穷远处出发、到无穷远处终止。

根据电场线的定义可知，电场线永远不能相交。假设两条电场线有交点，则两条电场线在交点处各自有方向不同的切线，表示交点处有两个方向。这与每个位置的电场强度只能有一个方向的性质矛盾。

下图分别是一个正电荷和一个负电荷形成的电场、两个正电荷形成的电场在空间中的电场强度分布，注意观察不同区域电场线的密度、电场线上各位置处的切线方向，以及图形中的对称性。

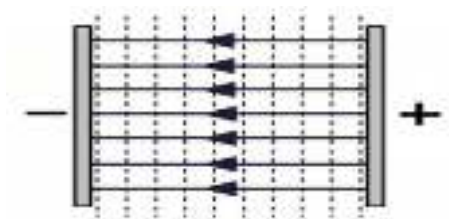


### 匀强电场

**匀强电场**是一种容易分析的电场。顾名思义，匀强电场中任意位置处的电场强度都相同，同一个电荷在各处受到的静电力的大小和方向都相同。

匀强电场与重力场很相似，物体在重力场中各处受到的重力的大小和方向也都相同。下

将两个带电的金属板平行放置，金属板之间的区域的电场可以近似看作匀强电场。下图是一个匀强电场中的电场线。

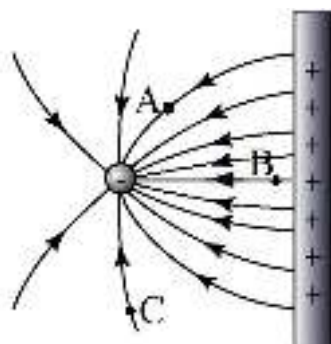


**例 3** 空间中有竖直向上的匀强电场，电场强度为  $E$ ，若一个带电小球恰好可以悬浮在该电场中静止不动，重力加速度的大小为  $g$ ，小球带正电还是负电？求小球的荷质比。

解析：带电小球在电场中受到两个力的作用：静电力和重力，重力始终竖直向下，小球悬浮静止，则静电力与重力平衡，方向竖直向上。又因为电场方向竖直向上，所以小球应当带正电，才能使得受到的电场力竖直向上。

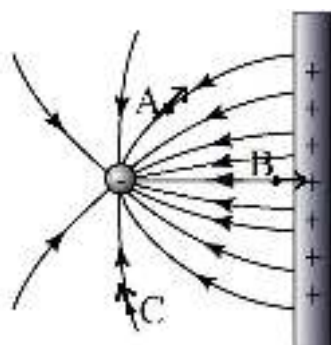
设小球的质量为  $m$ ，电荷量为  $q$ ，由重力与静电力平衡可得  $mg = Eq$ ，移向后可得小球的荷质比为： $\frac{q}{m} = \frac{g}{E}$ 。

**例 4** 一片区域中的电场线如下图所示, 将一个带负电的粒子放入 A、B、C 三个位置, 将受到静电力的大小进行排序, 并在图中画出静电力的方向。



解析: 电场线越密集表示该处的电场强度越大, 图中 A、B、C 三处电场线密度从大到小依次为:  $B > A > C$ , 这也是三处电场强度从大到小的顺序。

电场中各处电场的方向沿电场线切线方向, 由于放入的是带负电的粒子, 受静电力的方向与电场线方向相反, 如下图所示。



#### 四、静电的防止与利用

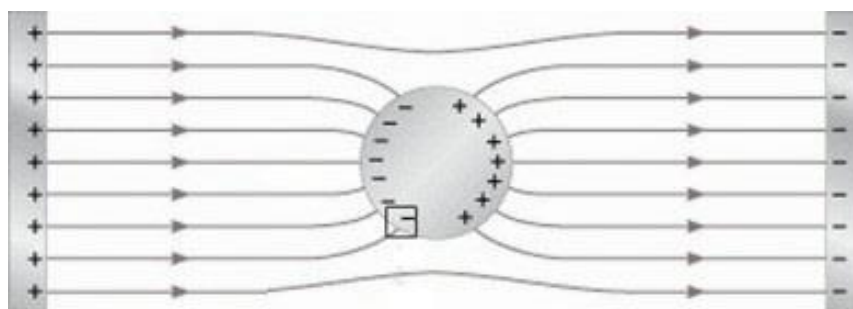
人们根据静电的作用规律, 提出了防止静电造成损害和利用静电方便生活的应用。

##### 静电平衡

导体中有大量可以自由移动的自由电子。将导体放入电场中, 导体中的自由电子在电场作用下运动, 导体及其各自由电子形成的电场与外界电场相叠加, 最终导体内各自由电子不再移动, 此时称导体达到**静电平衡**状态。处于静电平衡状态的导体内部电场强度处处为 0, 否则, 自由电子还会继续沿电场线移动, 这与静电平衡的定义矛盾。

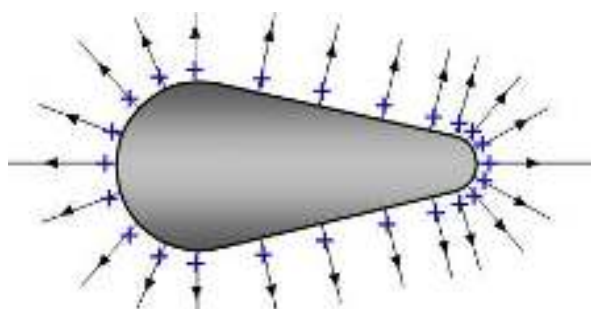
若导体带电, 则当导体处于静电平衡时, 电荷全部分布于导体表面。这是因为假若有电荷在导体内部, 则该电荷对其自身位置处及附近有极强的作用, 从而产生电场强度, 这与导体内部电场强度处处为 0 的结论矛盾。只有电荷全都分布在导体表面, 允许从导体表面向外发出或收回电场线, 并且仍能满足导体内部电场强度处处为 0 的结论。如下图所示。





### 尖端放电

由理论推导和实验验证，导体表面越凸起的位置电荷密度越大，越凹陷的位置电荷密度越小，较平坦的位置电荷密度相对适中，如下图所示。



由于越“尖”的位置电荷密度越大，尖端周围的电场强度也越大。空气中普遍存在但数量较少的带电粒子，在尖端附近很强的电场的作用下发生剧烈运动，把空气中显电中性的气体分子轰开，产生带正电和负电的粒子，该现象叫作空气的**电离**。

这些被轰出来新产生的带电粒子在尖端附近很强的电场的作用下，继续轰击其他电中性的气体分子，产生更多的带电粒子。其中与导体尖端所带电荷相反的粒子被吸引到尖端处，中和尖端的电荷，并释放出能量，该现象叫作**尖端放电**。

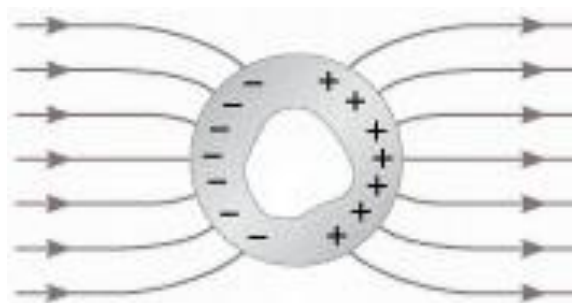
**避雷针**的基本原理就是尖端放电。将避雷针与地面相连接，当雷雨天空空气中的电荷聚集时，避雷针在静电感应的作用下带上与空气中相反的电荷。在尖端放电的效应下，空气中聚集的电荷与避雷针上聚集的异种电荷中和，相当于被地面吸收。避雷针代替高楼、树木、人等形状类似“尖端”的物体被闪电击中，保护人们的生命财产安全。闪电本身就是一种尖端放电现象。

打火机等小型电子打火设备通常也利用尖端放电原理，只需要较小的电压就能在空间内形成电火花，将燃料点燃。

### 静电屏蔽

用金属导体做一个导体壳，若导体壳的内腔没有带电物体，则该金属导体壳可以让内腔不受外界电场的影响，把内腔从外界电场中隔离起来，这种作用叫作**静电屏蔽**。如下图所示。

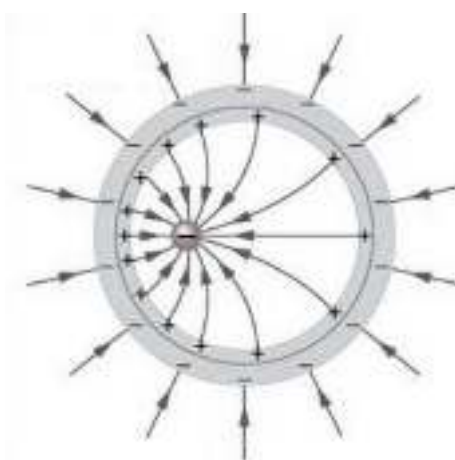




静电屏蔽的原理为：由于导体壳内腔没有带电物体，且空间有限也不存在“无穷远处”，若导体壳内腔有电场，则电场线的起点和终点都只能是导体壳，然而这与导体在静电场中达到电荷平衡时电场处处为0的结论矛盾，因此腔内无带电物体的导体壳内腔不能有电场。

需注意，导体壳只能将不带电的内腔与外界电场相隔绝，而不能将不带电的外界与内腔的电场相隔绝。若导体壳外界没有电场，在不带电的导体壳内腔放一个电荷量为 $Q$ 的带电物体并达到静电平衡状态时。由于静电感应，导体壳的内壁带有电荷量为 $Q$ 的异种电荷，则外壁需带有电荷量为 $Q$ 的同种电荷。

从远处观测内腔装有带电物体的导体壳，若距离远到可以忽略导体壳的大小和形状，则导体壳及其内部的带电体整体相当于一个带电荷量为 $Q$ 的点电荷。如下图所示。



### 静电吸附

异种电荷间的静电力为引力，可以帮助吸附难以抓取的微小物体。

**静电除尘**的原理是平行设置两块金属板，分别接通高压电源，金属板间形成极强的电场，将空气中的气体分子电离，产生大量的正离子和负离子。粉尘与正负离子结合后，分别被吸附到带异种电荷的金属板上。该装置可以用于清除污染粉尘、回收需要的颗粒物资。

**静电喷漆**的原理是让雾化器喷出的油漆微粒带负电，在静电力的作用下吸附在带正电的工件表面，完成喷漆工作，可以避免使用粘性涂料。

**静电复印**是广泛应用于复印机中的原理，复印机的核心部件是有机光导体鼓，是表面覆盖了有机光导体材料的金属圆柱。有激光导体在没有光照时不导电，有光照时才导电。复印图案透光情况的不同，在鼓表面形成不同的导电区域，吸附墨粉的能力有所不同，最终在纸面上留下相同的图案。

### 小结

本章学习电荷间的相互作用规律和静电场的基本概念。需重点理解带电的基本粒子、电荷守恒定律和库伦定律，需特别注重理解“场”的概念，理解场是分布在空间中的一种非粒子物质、场对当中其他物质的作用，建立起直观印象。

## 第十章 静电场中的能量

我们在《机械能守恒定律》一章学习了重力势能和弹性势能的概念。势能也叫作位能，是物体由于处于某一位置而具有的能量，“势”意为“趋势”，势能可以认为是物体因具有运动趋势而具有的能量。

当物体不受外力作用时，由于惯性而运动状态不会改变，因此物体的势能需通过受外物作用产生。“势”是与能量有关，并且可以用于描述物质间相互作用的物理量。

场是一种没有质量、体积、形状，分布在一定空间范围内的物质，研究场对物体的作用、场对场的作用时，很适合使用势和势能的概念，可以免于考虑场的质量、所处的位置等要素。

### 零、重力势和引力势

为了更加顺畅地理解电势和电势能的概念，我们先复习重力势能的性质，并推出“势”的概念。

### 重力势能和重力势

地球表面的物体都受到重力作用，可以看作物体处于重力场当中，可以仿照电场线的画出“重力场线”，如下图所示。



根据重力的作用方式和重力势能的性质规律，重力场具有下列特点：

- (1) 物体在重力场中的加速度处处相等，重力场是一个强度均匀的场；
- (2) 物体在重力场中受到重力的大小与质量成正比
- (3) 物体在重力场中受到重力的方向总是沿“重力场线”方向；
- (4) 重力对同一物体做功只跟高度变化有关，跟物体的运动轨迹无关；
- (5) 物体在重力场中的重力势能只与高度有关，也可以看作只与沿“重力场线”方向的位置有关，与垂直于“重力场线”的位置无关；
- (6) 物体在重力场中不同高度时，重力势能之差只与高度差有关，也可以看作只与沿“重力场线”方向的位移有关，与垂直于“重力场线”的位移无关；

(7) 物体在重力场中的重力势能没有绝对值，需设定高度为0的“基准面”，物体在不同高度间的重力势能之差与基准面的选取无关；

(8) 在没有其他力做功的条件下，若物体沿“重力场线”的正方向有位移，则重力做正功；若物体沿“重力场线”的反方向有位移，则重力做负功。

基于以上重力及重力势能的性质和规律，现在稍作拓展。若规定了零高度，则质量为 $m$ 物体在高度为 $h$ 时的重力势能为 $E_p = mgh$ 。对于任意确定位置，高度 $h$ 和重力加速度 $g$ 为定值，物体的重力势能与质量成正比： $E_p = gh \cdot m$ 。

将物体的重力势能与质量的比值命名为该位置的“重力势”，用符号 $\varphi$ （念作“fai”）表示，定义式为： $\varphi = \frac{E_p}{m}$ ，将 $E_p = gh \cdot m$ 代入该式得： $\varphi = gh$ 。

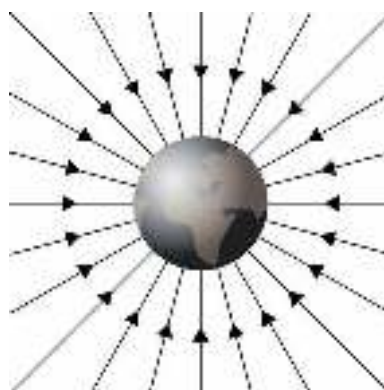
按照“重力势”的表达式 $\varphi = gh$ ，只要高度 $h$ 相同，重力势 $\varphi$ 也相同，跟物体无关，是重力场自身的固有属性。

平时所说的“等高面”也可以叫作“等势面”。等高面（等势面）都是水平面，始终与“重力场线”垂直。物体在同一个等高面（等势面）内移动时，重力势能不变。

只有当物体跨越等势面时，重力势能才变化。沿“重力场线”方向，“重力势”逐渐减小，物体在重力场中可以“顺势而下”地沿“重力场线”方向运动。

### 引力势

天体在空间中形成的“引力场”，对物体产生引力作用。“引力场线”始终指向天体的中心，引力场中也有“引力势”，且“引力势”只与沿引力场线方向的位置有关，如下图所示。



当物体沿垂直于“引力场线”移动（在相同半径的球壳表面移动）时，物体的“引力势能”不变。只有当物体沿“引力场线”方向有位移时，物体的“引力势能”才变化。

物体在某一点的“引力势能”除以质量的比值叫作该点的“引力势”，引力场中的“引力势”只跟位置有关，跟放置在该处的物体无关，是引力场自身的固有属性。

“引力势”跟“重力势”的主要区别是：重力场是均匀的场，“重力势”的大小和方向都跟高度无关；引力场并不均匀，越靠近中心“引力势”越大，方向总是指向中心。这一区别只对重力势能与引力势能、“重力势”与“引力势”的计算产生影响，使得关于引力的计算较复杂，但是对“势等于势能除以质量”的定义没有影响，也对“‘势’只跟沿‘场线’的位置有关，跟垂直于‘场线’的位置无关”的特点没有影响。

**例 1** 已知质量为  $M$  的天体在空间中形成引力场，到天体距离为  $r$  的任意位置的引力势为  $\varphi = -\frac{GM}{r}$ ， $G$  是万有引力常量。若一个质量为  $m$  的探测器从距离天体  $r_1$  的轨道降低到距离为  $r_2$  的轨道上，求探测器引力势能的变化量。

解析：物体在一点处的引力势能等于质量与引力势的乘积，探测器距离天体  $r_1$  和  $r_2$  时的引力势能分别为  $E_{p1} = \varphi_1 m = -\frac{GMm}{r_1}$  和  $E_{p2} = \varphi_2 m = -\frac{GMm}{r_2}$ ，探测器的引力势能的变化量为  $\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = -\frac{GMm}{r_2} - (-\frac{GMm}{r_1}) = \frac{GMm(r_2 - r_1)}{r_1 r_2}$ 。

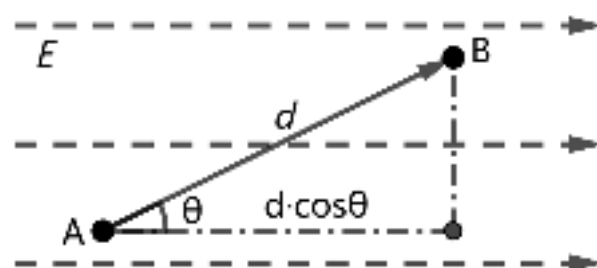
### 一、电势和电势能

我们在上一章学习了电场和电场强度的概念，现在可以在空间中设置电场，电场作为施力物体时不再需要考虑电场本身，只用考虑电场中带电物体受到的静电力。现在我们参照“重力势”和“引力势”的概念，从能量变化的角度，学习电场对当中带电物体的作用。

#### 静电力做功的特点

匀强电场与重力场有许多相似之处，带电物体在匀强电场中受到的静电力与其位置无关，带电物体在匀强电场中受到的静电力的大小与电荷量成正比，大小和方向都处处相同，可以参照重力的特点类推匀强电场中静电力做功的特点。

如下图所示，电场强度为  $E$  的匀强电场中，一个电荷量为  $q$  的带正电的质点，从点 A 沿直线移动到点 B，设线段 AB 的长为  $d$ ，AB 与电场线的夹角为  $\theta$ 。



按照恒力做功的定义，静电力对质点做功的大小为  $W_{AB} = Eqd \cos \theta$ 。其中， $d \cos \theta$  是电荷沿电场线方向的位移。

当电荷位移的方向与电场线平行时,  $\theta=0$ ,  $W_{AB} = Eqd \cos 0 = Eqd$ , 做功等于静电力与位移的乘积。当电荷位移的方向与电场线垂直时,  $\theta=90^\circ$ ,  $W_{AB} = Eqd \cos 90^\circ = 0$ , 做功为0。

由此可知: 电荷在匀强电场中沿直线运动时, 静电力做功的大小只与电荷沿电场线方向的位移有关, 与沿垂直于电场线方向的位移无关。

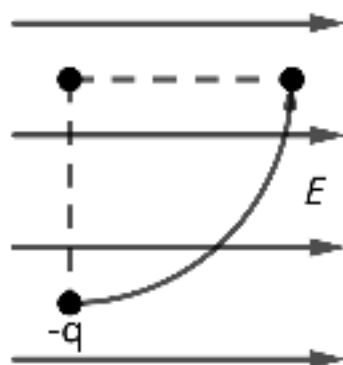
当电荷在匀强电场中沿曲线运动时, 可以将曲线近似看作大量依次相连的直线。当电荷在非匀强电场中运动时, 可以将非匀强电场看作大量紧挨着极小范围内的匀强电场。

综上, 静电力做功的基本公式都是  $W_{AB} = Eqd \cos \theta$ , 只是对过程的具体分析计算有差异。

当电荷沿任意轨迹在电场中运动时, 都可以分解为平行于电场线和垂直于电场线两个方向, 只有前者跟静电力做功有关, 后者跟静电力做功无关。

就像重力对物体做功跟路径无关, 当电场强度和物体电量确定时, 静电力对电荷做功只跟起始位置和终止位置有关, 跟带电物体的具体路径无关。

**例 2** 如下图所示, 电场强度为  $20 \text{ N/C}$  的匀强电场中, 将电荷量为  $5 \times 10^{-6} \text{ C}$  的负电荷沿半径为  $5 \text{ cm}$  的圆周移动, 速度方向从沿电场线方向转为垂直于电场线方向, 求该过程静电力做功的大小。



解析: 静电力做功等于静电力的大小与沿静电力方向位移的乘积, 跟具体路径无关。规定水平向右为水平方向的正方向, 电荷受到的静电力的方向跟电场线相反, 为  $F = Eq = 20 \times (-5 \times 10^{-6}) \text{ N} = 10^{-4} \text{ N}$ 。电荷的速度由水平向右转为水平向上, 沿电场线的位移等于半径,  $d = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$ , 静电力做功的大小为  $W = Fd = -10^{-4} \times 5 \times 10^{-2} \text{ J} = -5 \times 10^{-6} \text{ J}$ 。

### 电势能

有一定质量的物体在重力场中受重力作用, 重力对物体做功的能力叫作物体的重力势能。类似的, 电荷在匀强电场中受静电力作用, 静电力对电荷做功的能力叫作电荷的**电势能**。

通过静电力做功定义的电势能，与通过重力做功定义重力势能的原理相同。带电荷量为  $q$  的正电荷在匀强电场  $E$  中，始终受到沿电场线方向、大小为  $F = Eq$  的静电力作用。若  $q$  沿电场线方向的位移为  $d$ ，则静电力对  $q$  做的功为  $W = Eqd$ ，静电力做功跟  $q$  垂直于电场线的位移无关。

若规定某个垂直于电场线的平面为基准面，电荷在该基准面的电势能为 0。生活中通常规定电荷在大地表面或无穷远处的电势能为 0。若某平面到基准面的距离为  $d$ ，正电荷  $q$  从“高度”为  $d$  的平面移动到基准面，静电力做功  $W = Eqd$ ，就是正电荷  $q$  在“高度”为  $d$  的平面上的电势能。

其中， $d > 0$  表示平面在基准面沿电场线的反方向， $d < 0$  表示平面在基准面沿电场线的正方向。反过来，将正电荷  $q$  从基准面移动到“高度”为  $d$  的平面，需电荷自身或其他外力克服静电力做功  $W = Eqd$ 。

选取不同的基准面，则  $q$  在各点时的电势能不同。但是任意两点沿电场线方向的距离之差  $\Delta d = d_2 - d_1$  是定值，与基准面的选取无关，因此将  $q$  沿电场线方向移动距离  $d$  后，电势能的变化量也为定值，只与  $\Delta d$  有关，与基准面的选取无关，等于两个“高度”的电势能之差： $\Delta E_p = Eq\Delta d = Eq(d_2 - d_1) = E_{p2} - E_{p1}$

与重力做功类似，匀强电场中的静电力做功，只跟带电物体的初始位置和终末位置沿电场线方向的位移有关，跟沿垂直于电场线的位移无关，与具体的过程和路径也无关，所以电势能也是一种势能。

若带正电的物体的位移沿电场线正方向，则静电力做正功；若带正电的物体的位移沿电场线反方向，则静电力做负功。带负电的物体相反，若带负电的物体的位移沿电场线反方向，则静电力做正功；若带负电的物体的位移沿电场线正方向，则静电力做负功。

对于非匀强电场，同一带电物体在各点的电势能也只跟位置有关，从一点移动到另一点前后电势能的变化，也只等于在两点的电势能之差： $\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$ ，跟具体路径无关。同匀强电场的区别只是由静电力计算做功的数学过程较复杂，如果可以直接测得电势能（实际当中并不困难），就可以忽略复杂的计算过程。

**例 3** 在电场强度为  $E$ 、方向竖直向上的匀强电场中，一个正电荷的质量为  $m$ ，电荷量为  $q$ ，重力加速度的大小为  $g$ ，当正电荷的重力势能增大了  $\Delta E_g$  时，求：正电荷的电势能增大还是减小？变化了多少？

解析：匀强电场的方向竖直向上，电势能的变化量只跟竖直方向的位移有关，跟重力势能变化的方向相反。重力势能增大了  $E_1$ ，高度增大了  $\Delta h = \frac{\Delta E_g}{mg}$ ，正电荷沿电场线方向发生位移，电势能减小，电势能的变化量为  $\Delta E_p = Eq\Delta h = \frac{Eq\Delta E_g}{mg}$

# 电势

正电荷在电场中某位置时，电势能与电荷量的比值叫作电场中该点的**电势**：

$$\varphi = \frac{E_p}{q}$$

电势通常用符号  $\varphi$  表示，基本单位是**伏特**，用符号 **V** 表示，由电势的定义式可得： $1\text{V}=1\text{J/C}$ 。电势等于能量除以电荷量的比值，它们都是标量。

从电势的表达式中可以看出，电场中任意位置的电势跟放在此处的试探电荷无关，只跟电场本身和位置有关，因此电势是电场自身的固有属性。非匀强电场可以看作大量紧挨的匀强电场，因此电势是任意电场自身的固有属性。

电势是将电场中各位置的电势能与电荷量直接联系起来的物理量，反映能量与电荷量之间的正比关系。由于正电荷沿电场线方向移动时静电力做正功，所以**电势沿电场线正方向逐渐降低**。正电荷在电势越高（越靠近电场线根部）的位置电势能越大，负电荷在电势越低（越靠近电场线箭头）的位置电势能越大。下图是一些电场中的电场线及高电势和低电势的位置。



生活中，通常规定电荷在大地表面或无穷远处的电势能为0，因此大地表面或无穷远处的电势也是0。另外，也可以根据需要专门（随意）规定某一个平面（直线、点）的电势为0，电势可以为正数、负数、0。

对于复杂的电场，各处电场强度的大小和方向的情况会很复杂，分析电荷的受力情况也十分复杂。使用电势可以使问题简化，忽略运动过程中的细节，直接求得其运动前后电势能的变化量。

**例4** 空间中存在一未知电场，将电荷量为 $10^{-6}\text{C}$ 的正电荷从点A移至点B，需克服静电力做功 $1.5\times 10^{-5}\text{J}$ ，再将其从点B移至点C，静电力做功 $1.2\times 10^{-5}\text{J}$ ，若规定A的电势为0，求B和C的电势。

解析：A的电势为0，正电荷在A时的电势能为0。

正电荷从A移至B，需克服静电力做功 $1.5\times 10^{-5}\text{J}$ ，电势能增大 $1.5\times 10^{-5}\text{J}$ ，正电荷在B时的电势能为 $1.5\times 10^{-5}\text{J}$ ，B的电势为 $\varphi_B = \frac{1.5\times 10^{-5}\text{J}}{10^{-6}}\text{V} = 15\text{V}$ 。

正电荷从B移至C，静电力做功 $1.2\times 10^{-5}\text{J}$ ，电势能减小 $1.2\times 10^{-5}\text{J}$ ，正电荷在C时的电势能为 $1.5\times 10^{-5} - 1.2\times 10^{-5}\text{J} = 3\times 10^{-6}\text{J}$ ，C的电势为 $\varphi_C = \frac{3\times 10^{-6}}{10^{-6}}\text{V} = 3\text{V}$ 。



## 二、电势差

### 电势差

电场中，两点间电势的差值叫作**电势差**，也叫作**电压**（就是初中物理学习的电路的电压），基本单位跟电势相同，也是伏特（V）。

生活和研究中电势差比电势更常用，因为确定一点的电势需要事先规定电势为0的位置，不同的规定方式导致各点的电势不同，而两点间的电势差不受规定电势为0的位置影响，跟高度与高度差的关系同理。

若A、B两点的电势分别为 $\varphi_A$ 、 $\varphi_B$ ，规定 $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$ ， $U_{BA} = \varphi_B - \varphi_A$ ，由此可得 $U_{BA} = -U_{AB}$ 。

无论匀强电场还是其他任意电场，只要将正电荷 $+q_1$ 从A移动到B，电势能的变化量（克服静电力做的功）都为： $\Delta E_p = U_{BA} q_1 = (\varphi_B - \varphi_A) q_1$ ，静电力做功都为： $W = U_{AB} q_1 = (\varphi_A - \varphi_B) q_1$ 。只要将负电荷 $-q_2$ 从A移动到B，电势能的变化量（克服静电力做的功）都为： $\Delta E_p = U_{BA} (-q_2) = (\varphi_A - \varphi_B) q_2$ ，静电力做功都为： $W = U_{AB} (-q_2) = (\varphi_B - \varphi_A) q_2$ 。

若 $\varphi_A > \varphi_B$ ， $U_{BA} = \varphi_B - \varphi_A < 0$ ， $\Delta E_p = (\varphi_B - \varphi_A) q_1 < 0$ ，将正电荷从A移动到B时电势能减小； $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B > 0$ ， $W = (\varphi_A - \varphi_B) q_1 > 0$ ，静电力做正功。负电荷的情况与正电荷相反。

上面的一堆公式中，有的是AB，有的是BA，有的是A-B，有的是B-A，很容易记混，不需要去仔细分辨和记忆字母顺序，只需要理解对电势和电势差的根本定义即可：

正电荷从A移动到B，若静电力（电场线）与位移方向相反（或夹角为钝角），则静电力做负功，电势能增加，此时 $\varphi_A < \varphi_B$ ， $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B < 0$ 。类似于把物体从低处移动到高处，重力做负功，重力势能增加，此时 $h_A < h_B$ ， $h_{AB} = h_A - h_B < 0$ 。

正电荷从C移动到D，若静电力（电场线）与位移方向相同（或夹角为锐角），则静电力做正功，电势能减小，此时 $\varphi_C > \varphi_D$ ， $U_{CD} = \varphi_C - \varphi_D > 0$ 。类似于把物体从高处移动到低处，重力做正功，重力势能减小，此时 $h_C > h_D$ ， $h_{CD} = h_C - h_D > 0$ 。对负电荷做功的正负号与正电荷相反。

只要知道了两点间的电势差 $U$ ，就容易求得任意电荷从一点移动到另一点，电势能的变化量和静电力做的功。若整个过程中只有静电力做功，则减少的电势能等于带电物体增加的动能： $\Delta E_p = -\Delta E_k$ 。还可以反过来由静电力做功求得两

点间的电势差： $U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q}$ 。

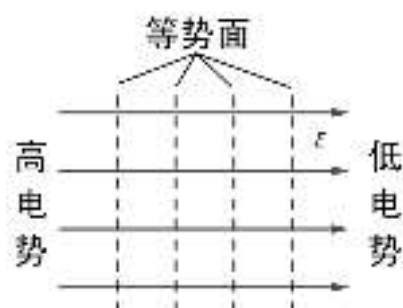
# 等势面

重力场中，一系列水平的平面都是等高面，物体在各水平面中移动时，重力不做功，重力势能不变。物体只有跨越水平面移动时，重力才做功，重力势能才变化。等高面就是重力场中的“等势面”。

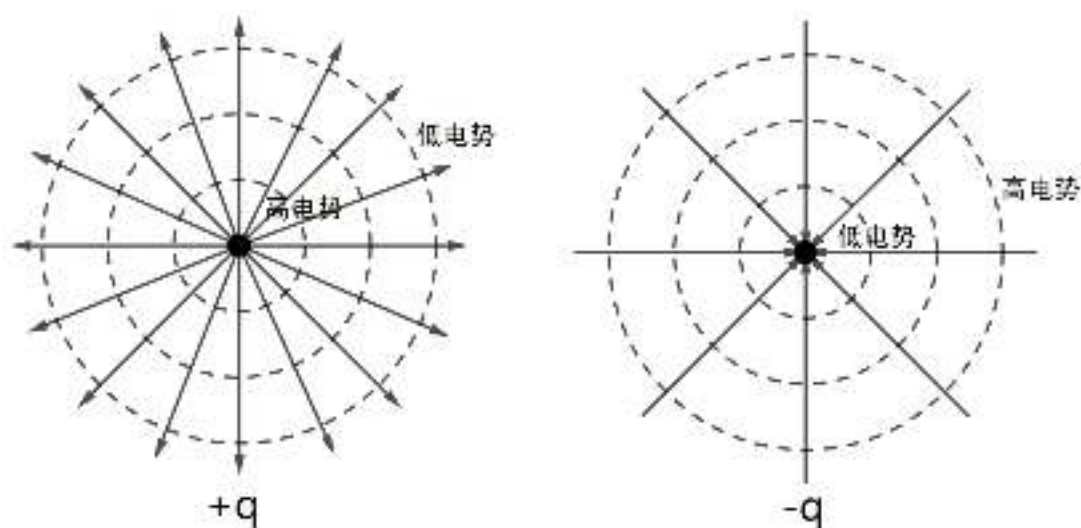
天体形成的引力场中，一系列半径相同的球壳也都是“等势面”，物体在各球壳上移动时，引力不做功，引力势能不变。物体只有跨越球壳移动时，引力才做功，引力势能才变化。球壳就是引力场中的“等势面”。

电场中的等势面同理，任意垂直于电场线的平面的电势都相同，叫作**等势面**。电荷在等势面内移动时，静电力不做功，电势能不变化。电荷只有跨域等势面移动时，静电力才做功，电势能才变化。由于电场线总是从高电势指向低电势，因此电场线也总是从电势高的等势面指向电势低的等势面。

匀强电场中任意位置的电场强度都相同，电场线是一系列平行的射线，垂直于电场线的一系列平面就是一个个等势面，越靠近电场线根部的等势面的电势越高。如下图所示，箭头表示电场线，虚线表示一系列垂直于纸面的等势面。



点电荷形成的电场中，到点电荷距离相同的位置处的电场强度都相同，每一个球壳就是一个等势面。正的点电荷形成的电场中，越靠近场源电荷的球壳电势越高。负的点电荷形成的电场中，越远离场源电荷的球壳电势越低。如下图所示，箭头表示电场线，虚线表示一系列垂直于纸面的等势面。



### 三、电势差与电场强度的关系

研究物体的重力势能的变化时，无论物体的运动轨迹和受力情况多么复杂，只要知道质量和高度差，就能直接求得重力势能的变化量。

#### 电势差与电场强度的关系

电场强度和电势都是电场自身各点的固有性质，电场强度反映静电力的大小，电势反映电势能的大小。由于力与位移的乘积等于做功，即能量变化，因此电场强度与电势之间可以通过位移联系起来。

匀强电场中，电场强度  $E$  处处相等，设两个位置沿电场线方向的距离为  $d$ ，则电势能的变化量等于克服静电力做的功： $\Delta E_p = W$ 。其中，电势能等于电势与电荷量的乘积  $\Delta E_p = Uq$ ，静电力做功等于力与位移的乘积  $W = Eqd$ ，代入这两个等式可得： $Uq = Eqd$ ，化简得：

$$U = Ed$$

该等式表示：匀强电场中，两点间的电势差  $U$  等于电场强度  $E$  与两点沿电场线方向的距离  $d$  的乘积。该等式可以变形为：

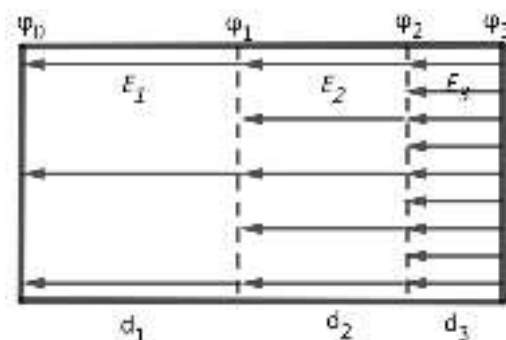
$$E = \frac{U}{d}$$

该等式表示：匀强电场的电场强度  $E$ ，等于任意两点间的电势差  $U$  与沿电场线方向的距离  $d$  的比值。

复杂的非匀强电场可以看作大量紧挨的匀强电场，各微小的匀强电场中的电势差与电场强度仍满足上述基本关系，只是将各个微小的匀强电场中的关系合并起来需要较麻烦的数学过程。

任意电场中，电势差与电场强度（电场线）之间具有下列基本性质：（1）等势面总是与电场线垂直；（2）沿电场线方向，各等势面的电势依次减小；（3）若正电荷沿电场线方向移动，则静电力做正功，电势能转化为其他能量；若正电荷沿电场线的反方向移动，则静电力做负功，需由其他能量转化为电势能。负电荷与正电荷相反。

**例 5** 如下图所示，一装置内连续分布三个匀强电场，方向均为水平向左，长度依次为  $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$  电场强度依次为  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$ ，求装置左右两端的电势差。



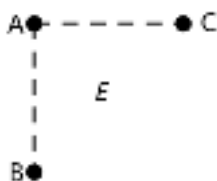
解析：设装置左端的电势为  $\varphi_0$ ，电场  $E_1$  右端的电势为： $\varphi_1 = \varphi_0 + E_1 d_1$ 。

电场  $E_1$  右端的电势同时也是电场  $E_2$  左端的电势，电场  $E_2$  右端的电势为：  
 $\varphi_2 = \varphi_1 + E_2 d_2 = \varphi_0 + E_1 d_1 + E_2 d_2$ 。

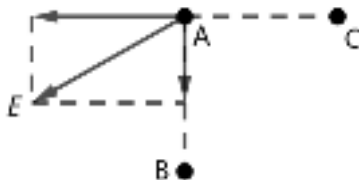
电场  $E_2$  右端的电势同时也是电场  $E_3$  左端的电势，电场  $E_3$  右端的电势为：  
 $\varphi_3 = \varphi_2 + E_3 d_3 = \varphi_0 + E_1 d_1 + E_2 d_2 + E_3 d_3$ 。

装置左右两端的电势差为： $\Delta\varphi = \varphi_3 - \varphi_0 = E_1 d_1 + E_2 d_2 + E_3 d_3$ 。

**例 6** 如下图所示，空间中有大小和方向未知的匀强电场，B、C 分别在 A 正南和正东 10 cm 处，测得 AB、BC 间的电压分别为  $U_{AB} = 2 \text{ V}$ ， $U_{AC} = -2\sqrt{3} \text{ V}$ ，求匀强电场的电场强度的大小和方向。



解析：设电场强度的大小为  $E$ ，匀强电场沿东西和南北两个方向的分量分别为：  
 $E_{AB} = \frac{U_{AB}}{d_{AB}} = \frac{2}{0.1} \text{ N/C} = 20 \text{ N/C}$ ， $E_{AC} = \frac{U_{AC}}{d_{AC}} = \frac{-2\sqrt{3}}{0.1} \text{ N/C} = -20\sqrt{3} \text{ N/C}$ ，  
 将相应电场强度画在图中，如下图所示。



由矢量的合成可得电场强度的大小为：

$$E = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{AC}^2} = \sqrt{20^2 + (20\sqrt{3})^2} \text{ N/C} = 40 \text{ N/C}$$

电场强度的方向为西偏南  $30^\circ$ 。

### 静电平衡下的导体

我们在上一章利用电场线的性质学习的静电平衡，现在再从电势的角度重新理解静电平衡的规律。若一个系统内的电荷和电场的状态都不发生改变，处于类似静止的状态，就称该系统处于静电平衡状态。

**规律 1：**导体是个等势体，导体表面是个等势面，导体中没有电场线。

导体中存在大量可自由移动的电子。若导体不是等势体，导体中存在电势差和电场线，则带负电的自由电子会沿电场线的反方向受静电力作用，从低电势向高电势移动。这与静电平衡的概念相矛盾，因此可以反证得到导体是个等势体，导体表面是个等势面，导体中没有电场线。

**规律 2：导体表面附近的电场线与导体表面垂直。**

由于导体是等势体，所以导体表面是一个等势面。又因为电场线始终与等势面垂直，所以导体表面附近的电场线总是与导体表面垂直。

**规律 3：若导体带电，则电荷全部分布于导体表面。**

若有电荷在导体内部，则该电荷对其自身位置处及附近有极强的作用，总是会存在电势差，这与导体是等势体矛盾。只有电荷都分布在导体表面，导体表面允许存在与导体外界的电势差，仍满足导体是等势体的规律。

#### 四、电容器的电容

电容器是一种重要的电学元件，既可以存储电荷，也可以用于产生匀强电场，简单的电容器容易制作并可以调节参数，生活中的很多电子器件内都有电容器。

##### 电容

当一块金属导体带有电荷量为 $+Q$ 的正电荷时，会在周围产生电场和电势差。规定无穷远处电势为0，理论推导和实验证明，金属球所带电荷量 $Q$ 与其电势 $U$ 成正比： $Q \propto U$ 。

这就是电容的定义：一块形状固定的金属导体，所带的电荷量 $Q$ 与电势 $U$ 的比值：

$$C = \frac{Q}{U}$$

电容通常用符号 $C$ 表示，基本单位是**法拉**，简称**法**，用符号 $F$ 表示。根据定义式可知： $1F=1C/V$ 。法拉是一个非常大的单位，实际中常用的电容单位是微法（ $1\mu F=10^{-6}F$ ）和皮法（ $1pF=10^{-12}F$ ）

对于任意一块金属导体，它的电容 $C$ 与它所带的电荷量 $Q$ 无关，只与材料、形状、大小等自身性质有关。

金属导体的电容与水杯的容量类似。水杯可以盛水，金属导体可以承载电荷。水杯盛水的多少可以用体积计量，金属导体承载电荷的多少可以用电荷量计量。水杯盛水越多，水面高度越高，金属导体承载电荷量越多，金属导体的电势越高。

可以规定柱形水杯的“水容 $C$ ”为盛水体积 $V$ 除以水面高度 $h$ 的商：

$C = \frac{V}{h}$ ，也是一个定值，只与这个水杯自身的形状有关。

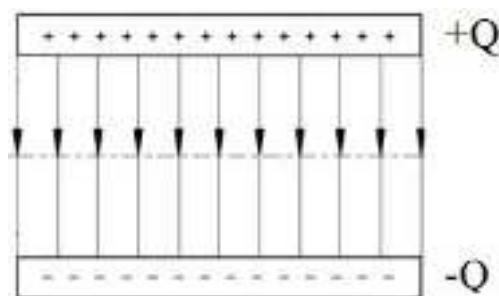
##### 电容器

根据电容的定义，单独一块金属导体的电势与其所带的电荷量成正比。如果周围有其他电场存在，在外界电场的影响下，金属导体所带的电荷量与电势不再成正比，情况会较复杂。

为了抵消外界电场的影响，可以使用上一章学习的静电屏蔽的方法，用一个导体外壳把带电导体封闭起来，用静电屏蔽隔绝外界电场的影响。还可以顺便把导体外壳接地，这样导体外壳的电势为0，方便计算内部的电势。

这种由接地的导体壳与内部的金属导体组成的装置就是一个**电容器**。内部的金属导体所带的电荷量 $Q$ 与金属导体的电势 $U$ 的比值就是电容器的电容，与电容的定义式相同 $C = \frac{Q}{U}$ ，构成电容器的两块导体叫作电容器的**极板**。

除了利用静电屏蔽的原理组装的原始的电容器外，只需把两块面积足够大、距离足够近的金属板面对面平行放置，也可以组成电容器，叫作**平行板电容器**。当金属板带电时，金属板之间的区域可以近似看作被屏蔽起来，形成匀强电场，如下图所示。



将平行板电容器的两块极板分别与直流电源的正负极相连接，就可以让两块极板之间的电压为 $U$ ，则与电源正极相连的极板带电荷量为 $Q$ 的正电荷，与电源负极相连的极板带电荷量为 $Q$ 的负电荷，且满足数量关系 $C = \frac{Q}{U}$ 。其中 $C$ 是该平行板电容器的电容。

需注意，通电的平行板电容器整体上仍显电中性，外加电压使得一块极板带正电，另一块极板带负电，二者所带的电荷量相等。通常说的“电容器所带的电荷量”以及公式 $C = \frac{Q}{U}$ 中的 $Q$ 是其中一块极板所带的电荷量，而不是两块极板的电荷量之差。可以认为是把一块极板上电荷量为 $Q$ 的电子转移到另一块极板上，导致失去电子的极板带 $+Q$ 的电荷，得到电子的极板带 $-Q$ 的电荷。

### 电容器的应用

当用电压为 $U$ 的外接电源给电容为 $C$ 的平行板电容器充电后，电容器带有 $Q = CU$ 的电荷量。然后把外接电压移除，电容器的两块极板分别带有 $+Q$ 和 $-Q$ 的电荷量。这是**电容器充电**的过程。

当把带有电荷量 $Q$ 的电容器与某个消耗电荷的器件相连，或者直接用导线把两块极板相连（出于安全原因不建议这么做），电容器存贮的电荷会释放出来或中和，电能转化为其他形式的能量。这是**电容器放电**的过程。

电容器充电的过程中,相当于把总量为 $Q$ 的电荷量从一块极板转移到另一块极板,转移的过程中两块极板之间的电势差从0变为 $U$ ,增大电势差的过程需要吸收能量。

电容器放电的过程中,相当于把总量为 $Q$ 的电荷量从一块极板转移回另一块极板,转移的过程中两块极板之间的电势差从 $U$ 变为0,减小电势差的过程释放能量。电容器的充电与放电是相反的过程,电容器储存的电能与充电过程无关,只与携带的电荷量或连接的电压有关。

电容器的电势与电荷量始终满足关系 $Q = CU$ 。利用数学知识可以证明:当电容为 $C$ 的电容器所带的电荷量为 $Q$ 时,储存的电势能为 $E = \frac{Q^2}{2C}$ 。当电容器与电压为 $U$ 的直流电源相连时,储存的电势为 $E = \frac{1}{2}CU^2$ 。

加在电容器两端的电压不能超过某一限度。若电压大于这一限度,则电容器将被击穿,产生放电现象并损坏。电容器能承受的最大电压叫作**击穿电压**。

**例 7** 一台电容器的电容为 $20\ \mu\text{F}$ ,当电容器两端的电压由0增大到 $200\ \text{V}$ 时,求电容器所带的电荷量和存储的电势能。

解析:电容器所带的电荷量为: $Q = CU = 20 \times 10^{-6} \times 200\ \text{C} = 4 \times 10^{-3}\ \text{C}$ ,存储的电势能为: $E = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-6} \times 200^2\ \text{J} = 0.4\ \text{J}$ 。

### 平行板电容器的电容

平行板电容器非常容易制作,只要将两块较大的金属板平行正对放置就行。实际上,平行板电容器除了两块极板以外,还包括中间的绝缘物质,叫作**电介质**。空气就是一种常用的电介质,有的电容器还会使用其他绝缘物质作为电介质。

使用控制变量法,依次只改变平行板电容器极板之间的正对面积 $S$ 、极板间的距离 $d$ ,测量各情况下的电容 $C$ ,可以得到平行板电容器的电容大小的规律。结果表明:平行板电容器的电容 $C$ 与极板的正对面积 $S$ 成正比,与极板间的距离 $d$ 成反比。当平行板电容器当中是真空时,其电容为:

$$C = \frac{S}{4\pi kd}$$

其中, $\pi$ 是圆周率, $k$ 是静电力常量。该公式可以直观理解:极板带有相同电荷量 $Q$ 的条件下,若极板间的正对面积 $S$ 越大,则单位面积的电荷量 $\frac{Q}{S}$ 越小,极板间产生的电势差 $U$ 越小。按照 $C = \frac{Q}{U}$ ,电荷量 $Q$ 相同时,电势差 $U$ 越小则电容 $C$ 越大,即正对面积 $S$ 越大则电容 $C$ 越大。

另一方面，极板带有相同电荷量 $Q$ 的条件下，若极板间的距离 $d$ 越大，则移动这些电荷发生的位移越大，克服静电力做的功越大，电势能越大，电势差 $U$ 越大。按照 $C = \frac{Q}{U}$ ，电荷量 $Q$ 相同时，电势差 $U$ 越大则电容 $C$ 越小，即距离 $d$ 越大则电容 $C$ 越小。

**例 8** 有两个材质、大小、形状等各项参数都相同的平行板电容器，它们的电容均为 $C_0$ ，（1）将两个电容器的两块极板的边沿分别对接，得到新的电容器的电容是多少？（2）将两个电容器的两块极板分别叠放，得到新的电容器的电容是多少（极板的厚度可以忽略）？

解析：（1）将两个电容器的两块极板的边沿分别对接，则极板的正对面积增大为原来的二倍，根据 $C = \frac{S}{4\pi kd}$ 可得电容变为原来的二倍，变为 $2C_0$ 。

（2）将两个电容器的两块极板分别叠放，由于极板的厚度可以忽略，则极板的正对面积和距离都没有变化，电容仍为 $C_0$ 。

### 静电力常量与介电常数

静电力常量 $k = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ 是跟万有引力常量同等重要的常量，它是用于计算静电力大小的基本常数。静电力常量可以用另一个更加基本的常数表示为： $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ 。其中， $\pi$ 是圆周率， $\epsilon_0$ 叫作**真空介电常数**，反映电磁波在真空中传播的能力。

空气、石油、纯水、橡胶等绝缘体在一定强度的电场作用下也能导电，这种现象叫作**电极化**。可以电极化的材料都有介电常数 $\epsilon_x$ ，真空的介电常数就是真空介电常数 $\epsilon_0$ 。需注意，静电力的大小与电介质无关，库伦定律及静电力常量在任何电介质中都相同。

每种电介质的介电常数 $\epsilon_x$ 与真空介电常数 $\epsilon_0$ 的比值叫作其**相对介电常数**，定义式为： $\epsilon_r = \frac{\epsilon_x}{\epsilon_0}$ 。将 $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ 代入平行板电容器的电容的表达式得： $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ ，形式上更加简单。若平行板电容器的极板之间的电介质的介电常数为 $\epsilon_x$ ，则该电容器的电容为 $C_x = \frac{\epsilon_x S}{d}$ 。

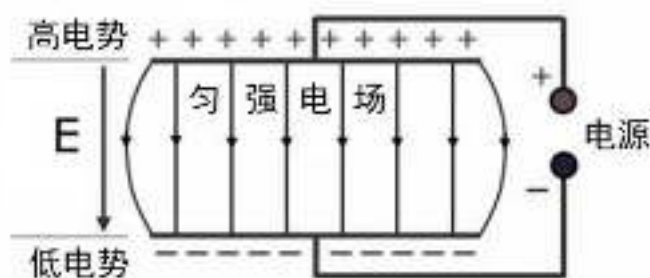
## 五、带电粒子在电场中的运动

电场对电荷产生静电力的作用，可以改变电荷的运动状态。带电粒子在电场中的运动同样遵循牛顿运动定律，以及相应的能量变化规律。



微观粒子的运动状态和有关现象是物理学研究的重要内容。由于微观状态下静电力的作用远强于万有引力，因此研究微观的带电粒子在电场中的运动时，通常只考虑库伦力，不考虑重力和万有引力。

研究带电粒子在电场中的运动，最常使用容易分析处理的匀强电场。将两块正对的金属板分别与电源的正负极相连，就可以在两块金属板间产生匀强电场，如下图所示。



### 带电粒子在电场中的加速

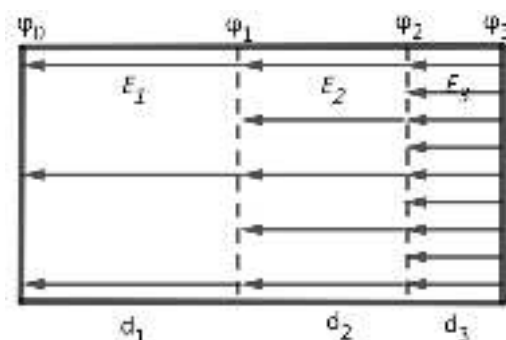
利用电场可以将带电粒子加速，令带电粒子具有很快的速度，从而具有足够的动能引发所需要的物理变化。

若粒子的质量为  $m$ ，带电荷量为  $q$  的正电，当粒子从电势差为  $U$  的匀强电场中高电势的一侧进入、从低电势的一侧飞出，则经过电场加速后获得的动能为  $\Delta E_k = Uq$ 。

若带电粒子由静止开始，连续经历  $n$  个并联在同一电源的匀强电场的加速作用，则最终获得的动能为： $E_k = nUq$

将该等式代入动能的定义式  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$  得  $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = nUq$ ，变形后可得带电粒子最终获得的速度为： $v = \sqrt{\frac{2nUq}{m}}$

**例 9** 如下图所示，一装置内连续分布三个匀强电场，方向均为水平向左，长度依次为  $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$  电场强度依次为  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$ ，将一电子缓慢放置在装置左端，求电子从右侧离开装置时的速度，电子的电荷量为  $e$ ，质量为  $m$ 。



解析：第三节的例题中已求得装置左右两端的电压为  $U = E_1d_1 + E_2d_2 + E_3d_3$ ，

设电子离开装置时的速度为 $v$ ，电子的电势能转化为动能，由此可得： $Ue = \frac{1}{2}mv^2$ ，

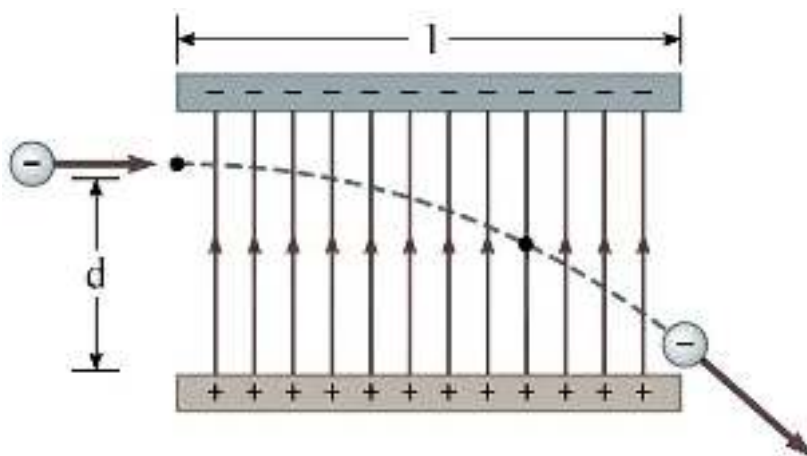
即 $(E_1d_1 + E_2d_2 + E_3d_3)e = \frac{1}{2}mv^2$ ，化简得： $v = \sqrt{\frac{2(E_1d_1 + E_2d_2 + E_3d_3)e}{m}}$ 。

### 带电粒子在电场中的偏转

若带电粒子以一定的初速度，沿垂直于电场线的方向飞入匀强电场，由于静电力的大小和方向始终不变，因此带电粒子在电场内做平抛运动并发生偏转。

根据带电粒子在匀强电场中的偏转情况，可以分析得出带电粒子所带的电荷的正负性，并计算得到粒子的荷质比。

让一个带负电的粒子以初速度 $v_0$ 紧贴负极板沿垂直电场线的方向飞入电势差为 $U$ 的匀强电场，则带电粒子在静电力的作用下做平抛运动，发生偏转并落在极板上，如下图所示。



设带电粒子落在极板上的位置到入口的水平距离为 $l$ ，垂直距离为 $d$ 。粒子沿平行于极板的方向做匀速直线运动，位移与初速度的关系为 $l = v_0t$ 、粒子沿垂直于极板的方向做匀加速直线运动，位移与初速度的关系为 $d = \frac{1}{2} \cdot \frac{Uq}{dm} t^2$ 。联立这两个等式并化简可得该带电粒子的荷质比为：

$$\frac{q}{m} = \frac{2v_0^2 d^2}{Ul^2}$$

若电极板的长度不足，带电粒子最终飞出电场，则可以根据带电粒子飞出后偏转的角度计算得到其荷质比。

**例 10** 一束带电粒子垂直射入匀强电场在极板上得到两个落点。落点较远的粒子的哪项参数一定小于落点较近的粒子：A. 质量，B. 电荷量，C. 荷质比。

解析：设粒子的质量为 $m$ ，电荷量为 $q$ ，初速度为 $v_0$ ，入射点到极板的距离为 $d$ ，电场强度为 $E$ 。

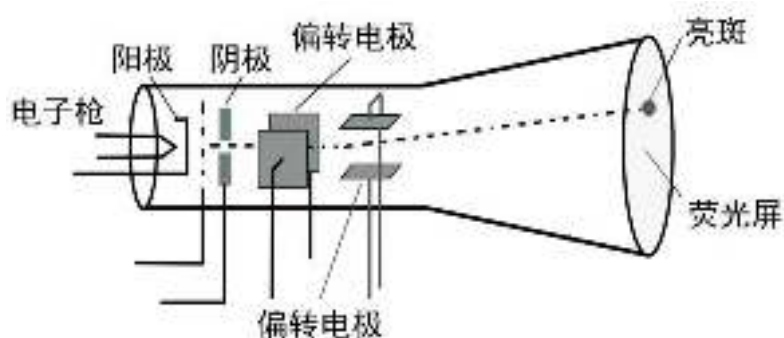
粒子沿电场方向做初速度为0的匀加速直线运动，加速度为 $\frac{Eq}{m}$ ，设经过时间 $t$ 落在板上，可得 $\frac{1}{2} \frac{Eq}{m} t^2 = d$ ，化简得： $t = \sqrt{\frac{2dm}{Eq}}$ ，则粒子沿水平方向运动的距离为： $l = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2dm}{Eq}}$ 。

根据该式可知，质量 $m$ 或电荷量 $q$ 都不能单独决定落点的距离 $l$ ，需由二者的比值共同决定。粒子的荷质比 $\frac{q}{m}$ 越小，则飞行距离 $l$ 越远，落点越远。选择C。

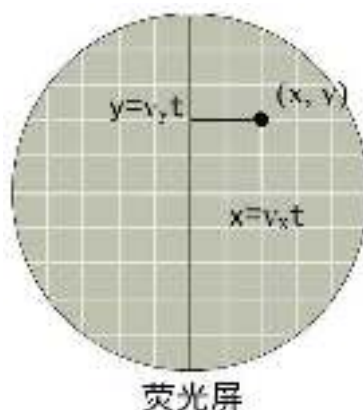
### 示波器

示波器是一种用途广泛的仪器，可以将不可见的电信号转化为可视的图像，其原理就是带电粒子在电场中的运动规律，学习了解示波器的原理和使用有助于更加直观地综合理解电场对电荷的作用。

示波器的原理就是电荷在电场中的偏转。示波器的核心部件叫作**示波管**，其基本结构由电子枪、两个偏转电极、荧光屏组成，如下图所示。



示波管各部件的功能依次为：（1）电子枪用于发射出一束电子束；（2）第一个偏转电极由两块竖直平行放置的金属板构成，与有规律的可控信号相连，产生规律的电势差；（3）第二个偏转电极由两块上下平行放置的金属板构成，与信号接收器相连，可以反映接收到的信号的电势差；（4）电子射在荧光屏上，在落点处显示亮斑，如下图所示。



示波管显示接收到的信号的工作原理为：

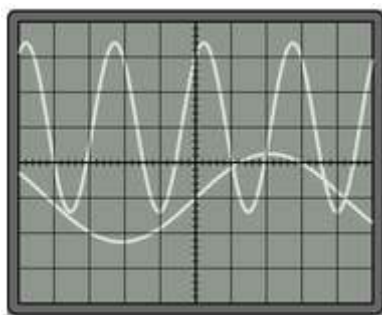
第 1 步：电子枪发射出电子，经过电极加速后，一系列电子获得初速度  $v_0$ ，笔直飞向荧光屏。若只有这一步，则示波器的荧光屏上显示一个亮点，就是电子枪瞄准的位置。为了方便使用，通常调节电子枪瞄准荧光屏的中心。

第 2 步：电子经过第一个偏转电极时，在电压的作用下沿水平方向发生偏转，具有沿水平方向的分速度，在显示屏的水平方向产生位移。该电极接入规律变化的电压（通常为  $U-t$  曲线为锯齿形电压，叫作**扫描电压**），让电子落点的横坐标规律变化，具有均匀的横坐标，好像一遍遍从左向右均匀地描线。

第 3 步：电子经过第二个偏转电极时，在电压的作用下沿竖直方向发生偏转，具有沿竖直方向的分速度，在显示屏的竖直方向产生位移。该电极通常与接收器相连，电压随接收到的信号变化，使得电子落点的纵坐标随信号变化，显示信号信息。

在两个偏转电极的作用下，屏幕上均匀地从左向右描绘出反映信号的点，点的高度跟信号的强度和方向有关。若竖直和水平方向的偏转电极的电压恒定不变，则荧光屏上始终显示一亮点。若竖直和水平方向的偏转电极的电压随时间变化，则形成到变化的图形。

实际使用当中，通常两个偏转电极上施加的电压发生周期性变化，使得屏上显示出具体且稳定的图像。图像看起来好像静止不动，其实是在不断地重复描绘同一副周期性变化的画面。下图是示波管显示的一种信号，从图形中可以判断该信号的变化规律遵循某正弦函数。



若已知两偏转电极间的电压  $U_x$  和  $U_y$ ，以及电子的质量  $m$  和电荷量  $e$ ，可以根据电势能转化为动能的规律，分别求得电子沿水平方向和垂直方向的分速度：

$$v_x = \sqrt{\frac{2U_x e}{m}}, \quad v_y = \sqrt{\frac{2U_y e}{m}}.$$

结合电子经过两个电极后的飞行距离  $l$  和初速度  $v_0$ ，可以求得电子在荧光屏上的位置坐标为  $(\frac{l}{v_0} \sqrt{\frac{2U_x e}{m}}, \frac{l}{v_0} \sqrt{\frac{2U_y e}{m}})$ 。

### 小结

本章学习电势能和电势的概念，可以类比重力势能的性质与规律帮助理解。需重点理解“势”的概念，特别是电势与电势能、电势与电场强度间的关系。要能以简单的匀强电场为基础，从更加普适的角度认识电势和电场。需将静电力、电势能、电势等概念融入牛顿力学体系，分析计算电荷在静电场中的运动情况。

## 第十一章 电路及其应用

生活中对电现象最常见的应用是电路。电灯、电视、电脑等或简单或复杂的电器中都有电路结构。电路最突出的特点是形成稳定、持续、可控的电流，利用电流驱动用电器运转。

电流可以分为直流电和交流电。直流电也叫作恒定电流，大小和方向都恒定不变，是本章学习的内容。交流电的方向随时间周期性变化，与直流电遵循相同的基本规律，只是描述和分析计算较复杂。

我们已经在初中物理学习了电流、电压、电阻、欧姆定律等电路的基本知识，现在需要当作还没学过或完全忘记了，从静电力、电势、电场的基本规律的角度，更加深入地从电路中的元件的结构、功能和性质重新开始学起。

### 一、电源和电流

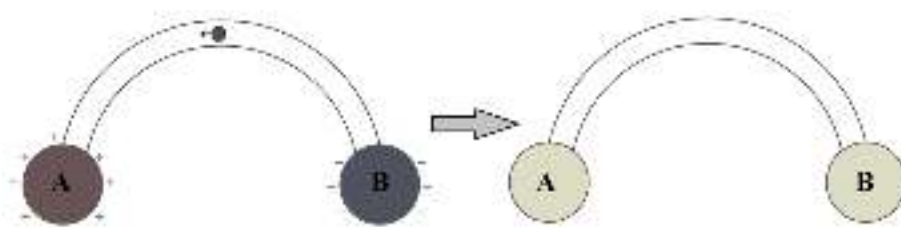
电源和电流是电路中必不可少的要素，电源产生电势差，驱动电荷定向移动产生电流，我们现在从电势能和电势的基本原理学习电源和恒定电流。

#### 电源

电源就是“电的源头”，即电势差或电势能的源头。

将两个电势不同的导体放在一起，就得到了一个基本的电源。若导体A的电势为 $\varphi_A$ ，导体B的电势为 $\varphi_B$ ，且 $\varphi_A > \varphi_B$ ，则导体A和导体B共同组成一个电源。

用导线将A与B相连，带负电荷的电子将从低电势的B运动到高电势的A。该过程中，A得到了负电荷，导致电势降低，B失去了负电荷，导致电势升高。直到A与B的电势相等，形成等势体，不再有电子定向移动。如下图所示。



A和B组成的电源中，电势高的A叫作电源的**正极**，电势低的B叫作电源的**负极**。规定电流的方向为正电荷移动的方向或负电荷移动的反方向，因此电流从高电势的正极经导线流向低电势的负极。

这个电源虽然简单，但有明显的缺点：A和B间的电压大小不恒定，电压随着电荷的移动而逐渐减小。为了方便使用，科学家和工程师利用物理或化学的方法，制造出可以在放电的同时维持正负极间电压恒定不变的电源。

例如，化学电池利用化学反应过程中原子得失电子，让负极不断地向外输出电子，让正极不断地从外部获得电子，利用化学反应进行的趋势维持稳定的电压。

利用前面学习的静电感应、后续章节将要学习的电磁感应等方法，也都可以维持稳定的电压，制造稳定的电源。

总之，电源是通过把电荷逆静电力方向移动，维持正负极间的电势差的装置。能持续稳定地把电荷从一个物体转移到另一个物体的装置都可以称作电源。

外接的导线中，在电势差的作用下，电流的方向是从正极向负极，带负电的电子定向移动的方向跟电流相反。电源内部，在化学反应或物理装置的作用下，电流的方向是从负极向正极，从而维持整个闭合回路中的电荷量不变。

### 恒定电流

用导线和电路元件将 AB 相连形成闭合回路，维持电源的正极 A 和负极 B 的电压始终不变，在空间中形成始终不变的电场，叫作**恒定电场**。

金属导线中有大量可以自由移动的自由电子，在恒定电场的作用下沿电场线反方向移动。同时，由于原子的阻碍和电子间静电斥力等作用，最终效果是自由电子沿电场线反方向以大小不变的速率移动，叫作**恒定电流**。

电流表是测量电流的强弱的装置，电流通常用符号  $I$  表示，电流的基本单位是**安培**，简称**安**，符号是 A，电流表示**单位时间内通过导体横截面的电荷量**：

$$I = \frac{q}{t}$$

由电流的定义式可得： $1\text{ A} = 1\text{ C/s}$ 。 $1\text{ A}$  是强度很大的电流，常用的电流单位还有毫安（ $1\text{ mA} = 10^{-3}\text{ A}$ ）和微安（ $1\mu\text{A} = 10^{-6}\text{ A}$ ）。

安培是基本物理量单位，对“ $1\text{ A}$ ”的定义为：“ $1\text{ s}$  内有  $\frac{1}{1.602176634} \times 10^{19}$  个电子通过导体横截面时所产生的电流强度”。

实际上，“ $1\text{ A}$ ”的早期规定是根据通电导线间的力的作用计量的，这是因为发现电流时，对导线间的距离和力的大小的测量和计量已经成熟，以此为基础规定电流。

随着物理学发展，发现电流的实质是电荷的定向移动，元电荷的电荷量  $1.602176634 \times 10^{-19}\text{ C}$  是更为基本和恒定的自然现象，因此使用电荷的定向移动和元电荷重新定义“ $1\text{ A}$ ”，并让“ $1\text{ A}$ ”的数值尽可能接近早期规定的大小。

电流强度是标量，进行代数运算而非矢量运算。闭合回路中电流的方向只能沿着导线，有时用正负号表示导线中的正向与反向或回路中的逆时针与顺时针，不是矢量的方向。

**例 1** 已知元电荷的电荷量约为  $1.6 \times 10^{-19}\text{ C}$ ，一段导线的截面中有  $4 \times 10^{22}$  个自由电子，当导线上通过大小为  $1\text{ A}$  的电流时，求：（1）每秒有多少电子经过横截面？（2）电子的速率是多少？



解析：(1) 电流等于单位时间 (1s) 内通过导体横截面的电荷量，1A 的电流中，单位时间内通过单位横截面的电荷量为  $1 \times 1 \text{ C} = 1 \text{ C}$ 。电子的电荷量为  $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ，通过的电子数为  $\frac{1}{1.6 \times 10^{-19}} = 6.25 \times 10^{18}$  个。

(2) 所有电子以相同的速率定向移动，设速度为  $v$ ，单位时间通过横截面的电子数为  $4 \times 10^{22} v$ ，通过的电荷量为  $1.6 \times 10^{-19} \times 4 \times 10^{22} v \text{ C} = 6.4 \times 10^3 v \text{ C}$ ，电流的大小为 1A，即  $6.4 \times 10^3 v \text{ C/s} = 1 \text{ A}$ ，解得  $v = 1.5625 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ 。

由本题可知，即使是较大的 1A 的电流中，电子定向移动的速率依然很小，这似乎与生活中一接通电源，电器就立即运转的经验不同。这是因为插上电源后，电场以极快的速度（接近光速）传播并覆盖整个电路，电路中的所有电子“同时”开始做速率很小的定向移动。

## 二、导体的电阻

### 电阻

若电场中的电子只受静电力作用，则电子将做匀加速直线运动。然而实际上，电路中的电子做速率不变的运动，这是因为导体还有阻碍电子运动的作用。

实验发现，在温度等环境因素相同的条件下，一段导体两端的电压  $U$  与导体中的电流  $I$  的比值是一个常量，叫作该导体的**电阻**，通常用符号  $R$  表示，即：

$$R = \frac{U}{I}$$

电阻的基本单位是**欧姆**，简称**欧**，用符号  $\Omega$  表示。由电阻的定义式可得： $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$ 。

按照电阻的定义，当电压  $U$  相同时，电阻  $R$  越大，电流  $I$  越小，电荷移动的速率越小。反之，电阻  $R$  越小，电流  $I$  越大，电荷移动的速率越大。电阻反映导体阻碍电荷运动的能力。

### 影响导体电阻的因素

常见金属导体的电阻不随电压变化，只与自身的性质有关，主要包括材料、形状等因素。可以使用控制变量法研究导体的电阻，保持导体的部分性质不变，依次只改变材料、长度、横截面积等参数，测量并比较电阻与各参数间的关系。

实验发现，在相同的温度等环境因素下，由同一种金属材料制成的均匀柱状导体：电阻  $R$  与导体的长度  $l$  成正比，与导体的横截面积  $S$  成反比；再添加比例系数  $\rho$ ，可得导体的电阻与长度和横截面积的关系为：

$$R = \rho \frac{l}{S}$$



### 导体的电阻率

用金属材料制成的导体，各种金属材料有各自的比例系数 $\rho$ ，叫作该材料的**电阻率**。由电阻与电阻率的关系可得，电阻率的基本单位是**欧姆米**（ $\Omega \cdot \text{m}$ ）。

根据电阻率与电阻的关系，材料的电阻率越小，对电流的阻碍作用越小，导电性能越好。下表是一些金属材料在 $20^\circ\text{C}$ 下的电阻率（单位： $\Omega \cdot \text{m}$ ）。

材料	电阻率	材料	电阻率
铜	$1.7 \times 10^{-8}$	镍铬合金	$1.0 \times 10^{-6}$
银	$1.6 \times 10^{-8}$	锰铜合金	$4.4 \times 10^{-7}$
金	$2.4 \times 10^{-8}$	镍铜合金	$5.0 \times 10^{-7}$
铁	$1.0 \times 10^{-7}$	铁铬铝合金	$1.4 \times 10^{-6}$

从上表可以读出，铜和银两种金属的电阻率很小，适合用作导体材料。考虑到价格因素，铜比银更加适合。

金属导体的电阻率通常随温度升高而增大，这主要因为随着温度升高，自由电子做无序的热运动增强，无序的热运动阻碍自由电子做定向移动。金属导体的这一特点被用于制作电阻温度计，通过测量导体的电阻，显示对应的温度。

通常合金的电阻率比纯金属大很多，有些合金的电阻率几乎不随温度变化，非常稳定，用于制作标准电阻，作为比照的标准。

当温度降低时，导体的电阻率减小。一些特殊材料在温度低于某临界值时，电阻率变为0，该现象叫作**超导现象**，有这种特性的材料叫作**超导体**。超导材料在能源和科研领域有非常广阔的应用前景。

通常用电器的电阻远大于导线，导线的电阻可以忽略不计，默认导线的电阻为0。如需考虑导线的电阻，可以将导线看作电阻为0的导线与电阻 $r$ 的组合。

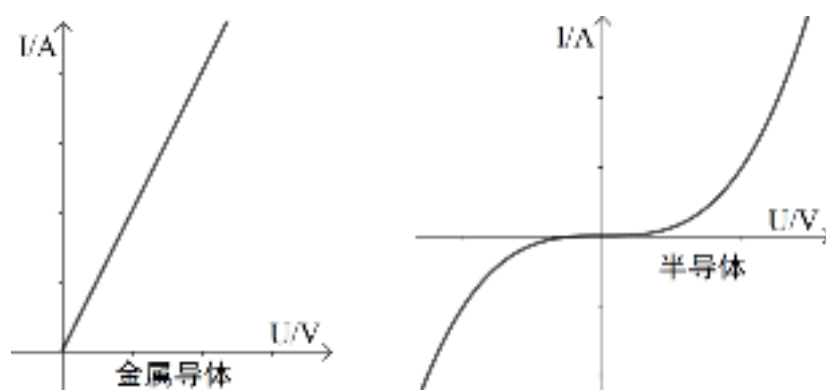
### 伏安特性曲线

在导体两端施加不同大小的电压，经过导体的电流随电压变化。将电压 $U$ 与电流 $I$ 绘制成 $I-U$ 曲线，叫作导体的**伏安特性曲线**。

伏安特性曲线上任意一点的电压与电流的比值就是导体在该电压下的电阻，电压和电流的正负号只表示电压和电流的方向。

常见的金属导体、电解质溶液的电阻在一定范围内不随电压发生变化，它们的伏安特性曲线在一定范围内是直线。气态导体、半导体等材料的伏安特性曲线不是直线，而是有着各自的规律。

下面左图是金属导体的伏安特性曲线，是一条直线，直线的斜率等于电阻的倒数。右图是二极管的伏安特性曲线，正负号表示电压和电流的方向，电压较小的条件下电流接近0，此时二极管的电阻非常大；当电压增大到一定程度，电流急剧增大，此时二极管的电阻急剧减小。



**例 2** 在一段金属导线两端连接  $2\text{ V}$  的电压，测得电流的大小为  $0.4\text{ A}$ ，求导线的电阻。若将导线从中间截成两段并成一根，求此时导线的电阻。

解析：原导线的电阻为： $R = \frac{U}{I} = \frac{2}{0.4} \Omega = 5 \Omega$ 。

设原导线的电阻率为  $\rho$ 、长度为  $l$ 、横截面积为  $S$ ，则  $\rho \frac{l}{S} = 5 \Omega$ 。若将导线从中间截成两段并成一根，则长度变为原来的一半，横截面积变为原来的两倍， $R' = \rho \frac{l/2}{2S} = \frac{1}{4} \rho \frac{l}{S} = \frac{R}{4} = 1.25 \Omega$ 。

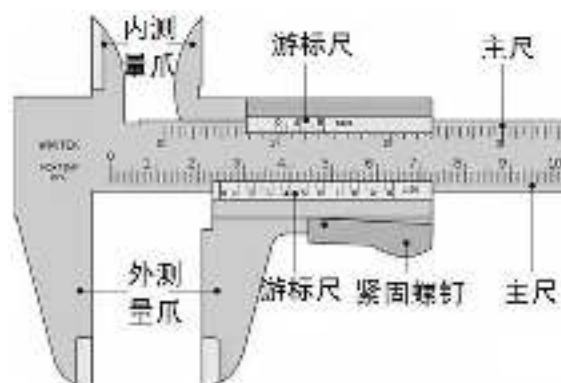
### 三、实验：导体电阻率的测量

电阻率是导体自身的性质，根据电阻与电阻率的关系  $R = \rho \frac{l}{S}$ ，需测得导体的电阻  $R$ 、长度  $l$ 、横截面积  $S$ ，就可以计算出电阻率  $\rho$ 。

#### 实验 1 长度的测量及测量工具的选用

长度是非常基本的物理量，我们已经掌握了用刻度尺测量长度的方法，现在学习两种精度更高的测量工具：游标卡尺和螺旋测微器，及其原理和使用方法。

**游标卡尺**的结构如下图所示。主要有两部分，一部分较大且相对固定，上有主尺和量爪；另一部分可以沿尺身自由滑动，上有游标尺和量爪，还有用于固定的紧固螺钉。量爪有两种，外测量爪可以把东西紧紧卡在当中，适合从外侧测量物体的长度；内测量爪可以从孔洞内部向外紧紧卡住，适合从测量内部孔径。



主尺上的刻度跟常用刻度尺类似，最小刻度为 $1\text{ mm}$ 。常用游标尺上刻度的总长为 $9\text{ mm}$ ，被分为 $10$ 个刻度，每个刻度长为 $0.9\text{ mm}$ 。

**读数原理。**测量前，主尺和游标尺上的两个量爪紧紧并拢，量爪间长度为 $0$ 。此时，主尺与游标尺的 $0$ 刻度线也刚好对齐。

若两个量爪间的长度为 $0.1\text{ mm}$ ，则游标尺向右移动 $0.1\text{ mm}$ ，此时游标尺的 $0$ 刻度线右侧第一根刻度线（ $0.9\text{ mm}$ ）加上量爪间的 $0.1\text{ mm}$ ，长度之和等于 $1\text{ mm}$ ，此时游标尺的第一根刻度线跟主尺上的 $1\text{ mm}$ 刻度线恰好重合。

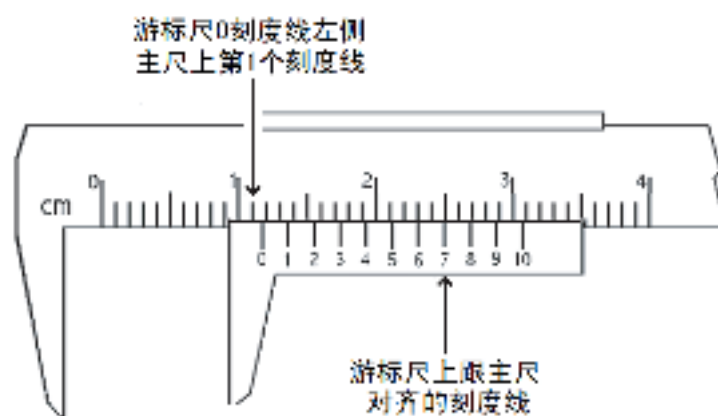
同理，若两个量爪间的长度为 $0.2\text{ mm}$ ，则游标尺向右移动 $0.2\text{ mm}$ ，此时游标尺的 $0$ 刻度线右侧第二根刻度线（ $1.8\text{ mm}$ ）加上量爪间的 $0.2\text{ mm}$ ，长度之和等于 $2\text{ mm}$ ，此时游标尺的第二根刻度线跟主尺上的 $2\text{ mm}$ 刻度线恰好重合。

依次类推，当两个量爪间的距离为 $0.1X\text{ mm}$ 时，游标尺的第 $X$ 根刻度线跟主尺上的第 $X$ 根刻度线重合。即：游标尺上的第 $X$ 根刻度线（ $0$ 刻度线是第 $0$ 根）与主尺上的刻度线重合，则两个量爪间的距离为 $0.1X\text{ mm}$ 。

当量爪间的长度为 $1\text{ mm}$ 时，游标尺上的 $0$ 刻度线与主尺上刻度为 $1\text{ mm}$ 的刻度线对齐，随着向右长度增大开始新一轮循环。

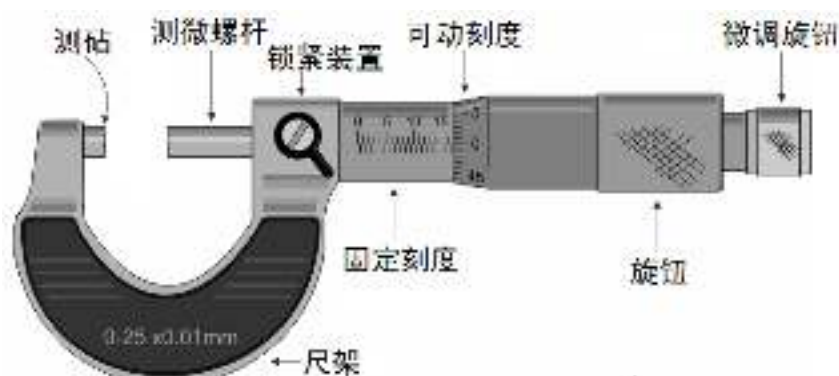
**使用方法。**测量时，将待测物体用分别位于主尺和游标尺上的两个量爪紧紧卡住，读取主尺上的读数。其中，游标尺 $0$ 刻度线对应主尺上的左侧的第一个刻度线，就是长度的 $1\text{ mm}$ 的整数倍数值；游标尺上跟主尺上刻度线对齐的刻度线的序数（第 $X$ 条），就是 $0.1\text{ mm}$ 的整数倍数值。将两个数值相加，就是量爪间的长度，即所测物体的长度。

例如，下图的游标卡尺上，游标尺 $0$ 刻度线对应主尺上的左侧的第一个刻度线是 $1.1\text{ cm}$ ，即 $11\text{ mm}$ ，这就是测量长度的整数毫米。游标尺上的第 $7$ 根刻度线跟主尺上的刻度线对齐，毫米的小数部分为 $0.7\text{ mm}$ 。综上，测量长度为 $11.7\text{ mm}$ 。



上述游标卡尺的精度为 $0.1\text{ mm}$ 。有的游标尺上有 $20$ 或 $50$ 个刻度，每个刻度分别长 $0.05\text{ mm}$ 或 $0.02\text{ mm}$ ，则 $1\text{ mm}$ 以下的长度分别为 $0.05X\text{ mm}$ 或 $0.02X\text{ mm}$ 。

螺旋测微器也叫作千分尺，精度为0.01 mm，结构如下图所示。



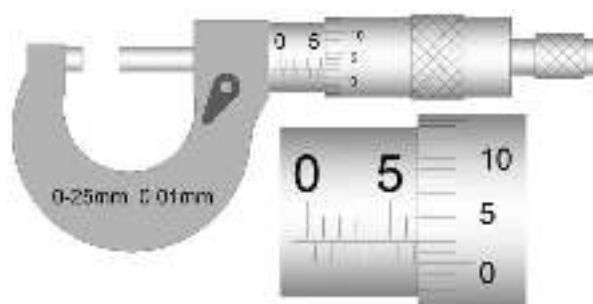
**读数原理。**如同螺丝转动会进入螺帽，转动旋钮和微调旋钮，将令测微螺杆伸出或退回，并且转动过程中可以感觉到很明显的一格一格的“刻度感”。

固定刻度的螺距是0.5 mm，旋钮每转动一格，测微螺杆随之伸出或退回，固定刻度的读数变化0.5 mm。为了方便读数，很多螺旋测微器将固定刻度的各刻度线在轴线的上下交替分列，同一侧的两个刻度线间的读数差为1 mm，两侧交替的两个刻度线间的读数差为0.5 mm。

可动刻度上共有50个刻度，相邻两个刻度间的螺距是0.01 mm，微调旋钮每转动一格，测微螺杆也随之伸出或退回，可动刻度上的读数变化0.01 mm。

**使用方法。**将待测物体靠近测砧，转动旋钮，在测微螺杆快要接触待测物体时停止，转动微调旋钮，让物体被测砧和测微螺杆卡住，当听到类似“喀喀”的卡扣滑丝的声音时停止，然后读数。固定刻度上露出的最大读数为0.5 mm 以上精度的长度，可动刻度上的读数乘以0.01就是0.01 mm 精度的长度（可以多估算一位）。将两个数值相加，就是所测物体的长度。

例如，下图中的螺旋测微器，固定刻度上露出的最大示数是5 mm 后的第三格，为 $5 + 0.5 \times 3 \text{ mm} = 6.5 \text{ mm}$ 。可动刻度上的第二根刻度线跟固定刻度上的横线正对齐，对应的读数为 $2.0 \times 0.01 \text{ mm} = 0.020 \text{ mm}$ 。综上，测量长度为6.520 mm。



使用游标卡尺或螺旋测微器可以测得金属丝的直径 $d$ ，根据直径可以求出横截面积 $S = \pi(\frac{d}{2})^2$ ，使用刻度尺可以测得金属丝的长度 $l$ 。

## 实验 2：金属丝电阻率的测量

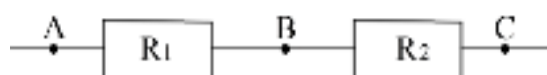
使用基本的电路就能测得金属丝的电阻。将金属丝连接在闭合回路中，用电压表测得金属丝两端的电压  $U$ ，用电流表测得金属丝中的电流  $I$ ，就可以求得金属丝的电阻  $R = U/I$ 。根据公式  $R = \rho \frac{l}{S}$ ，利用测量计算得到的数据，就可以求得金属丝的电阻率  $\rho$ 。

## 四、串联电路和并联电路

我们已经在初中学习过串联电路和并联电路的基本规律，若干电阻通过导线相连形成一个整体，该整体可以看作一个电阻。若将一段电路替换成一个电阻后，连入其他电路后没有区别，则这个电阻叫作这段电路的**等效电路**。现在从电荷、电势、等效电阻的角度研究串、并联电路。

### 串联电路中的电流、电压和等效电阻

串联电路是若干电阻或其他元件依次首尾相连成一串，下图中  $R_1$  和  $R_2$  串联在一起。 $R_1$  的右端与  $R_2$  的左端相连， $R_1$  的左端和  $R_2$  的右端分别与电路的其他部分相连。



**电流。**串联电路中的电流处处相等。A、B、C 三处的电流相等。电流反映电荷定向移动的快慢，若串联电路中不是电流处处相等，有的部位电荷移动快、有的部位电荷移动慢，则会导致有的部位电荷拥挤，有的部位电荷稀疏，就无法形成恒定的电流。

**电压。**串联电路中，每个电阻或用电器的两端会有电压，叫作该元件的分压。根据电势的定义和同一段导线上的电势处处相等的规律可得：**串联电路两端的总电压等于当中各元件的分压之和**。上图的串联电路中， $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$ ，即  $R_1$  两端的分压与  $R_2$  两端的分压之和等于  $R_1$  和  $R_2$  串联的总电路两端的电压。

**电阻。**串联电路中的电流处处相等，设电流的大小为  $I$ ， $R_1$  和  $R_2$  串联电路两端的总电压为  $U_{AC}$ ， $R_1$  两端的分压为  $U_{AB}$ ， $R_2$  两端的分压为  $U_{BC}$ ，前面已经分析得知  $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$ 。

**等效电阻。**根据电阻的定义  $R_1 = \frac{U_{AB}}{I}$ ， $R_2 = \frac{U_{BC}}{I}$ ，可得  $R_1$  和  $R_2$  串联电路的等效电阻为： $R_{\#} = \frac{U_{AC}}{I} = \frac{U_{AB} + U_{BC}}{I} = \frac{U_{AB}}{I} + \frac{U_{BC}}{I} = R_1 + R_2$ 。同理可得，若干电阻  $R_1$ 、 $R_2 \cdots R_n$  共同串联电路的等效电阻为：

$$R_{\#} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$

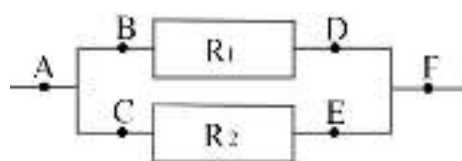
即：**串联电路的等效电阻等于串联的各电阻之和**。根据串联电路的等效电阻可知，串联的电阻越多，等效电阻越大，并且大于串联当中最大的电阻。

将若干电阻率  $\rho$  和表面积  $S$  都相同、长度分别为  $l_1$ 、 $l_2 \cdots l_n$  的电阻首尾相连，相当于将这些电阻串联，得到长度为  $l_1 + l_2 + \cdots + l_n$  的串联电阻，串联后的电阻为：

$$R_{\text{串}} = \rho \frac{l_1 + l_2 + \cdots + l_n}{S} = \rho \frac{l_1}{S} + \rho \frac{l_2}{S} + \cdots + \rho \frac{l_n}{S} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n, \text{ 跟串联电路相同。}$$

### 并联电路中的电流、电压和等效电阻

并联电路是若干电阻或其他元件两端分别相连并列，下图中  $R_1$  和  $R_2$  并联在一起。 $R_1$  的左端与  $R_2$  的左端相连，同时  $R_1$  的右端与  $R_2$  的右端相连。各支并列的电路叫作**支路**，支路汇合后的电路叫作**干路**。下图中，A 和 F 在干路中，B 和 D 在  $R_1$  所在的支路，C 和 E 在  $R_2$  所在的另一条支路。



**电流。**并联电路的总电流等于各支路电流之和，这样才能确保在汇合点处的电荷不会拥挤或稀少。上图的并联电路中： $I_A = I_B + I_C$ ， $I_F = I_D + I_E$ ，即 A 处的电流大小等于 B、C 的电流大小之和，F 处的电流大小等于 D、E 处的电流大小之和。

**电压。**并联电路中，干路的电压与直接汇合至该干路的各支路的电压都相等。上面的并联电路中，A、B、C 三处的电势相等，D、E、F 三处的电势相等。这是因为理想导线的电阻为 0，由  $U = IR$  可知任意一段导线两端的电压也为 0。

**等效电阻。**并联电路中干路与汇合至此的各支路的电压都相等，设并联电路的等效电阻为  $R_{\text{并}}$ ，两端的电压为  $U$ ，干路中的电流为  $I_{\text{总}}$ ， $R_1$  和  $R_2$  所在支路中的

的电流分别为  $I_1$  和  $I_2$ ，由电阻的定义可得： $I_1 = \frac{U}{R_1}$ ， $I_2 = \frac{U}{R_2}$ ， $I_{\text{总}} = \frac{U}{R_{\text{并}}}$ ，前面

已经分析得知  $I_{\text{总}} = I_1 + I_2$ ，将前面三个等式代入可得： $\frac{1}{R_{\text{并}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ 。同理可得，

若干电阻  $R_1$ 、 $R_2 \cdots R_n$  共同并联电路的等效电阻满足关系：

$$\frac{1}{R_{\text{并}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

即：**并联电路的等效电阻的倒数等于并联的各电阻的倒数之和**。根据并联电路的等效电阻的公式，并联的电阻越多，等效电阻的倒数越大，等效电阻越小，并且小于并联当中最小的电阻。

将若干电阻率  $\rho$  和长度  $l$  都相同、截面积分别为  $S_1$ 、 $S_2 \cdots S_n$  的电阻并在一起，相当于将这些电阻并联，得到截面积为  $S_1 + S_2 + \cdots + S_n$  的并联电阻  $R_{\text{并}}$ ，与并联的各电阻满足关系： $\frac{1}{R_{\text{并}}} = \frac{S_1 + S_2 + \cdots + S_n}{\rho l} = \frac{S_1}{\rho l} + \frac{S_2}{\rho l} + \cdots + \frac{S_n}{\rho l} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$ ，跟并联电路相同。

### 电流表和电压表的电路结构

大多数电表都是小量程电流表（即表头）和电阻的组合。表头的电阻非常小，指针在电磁感应现象（后续章节将会学习）的作用下，根据通过的电流发生偏转，指针偏转的幅度跟电流的大小成正比。

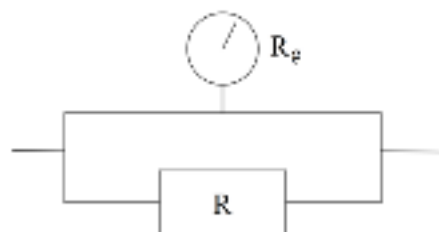
### 电流表

电流表的电阻很小，串联在电路中，对串联电路的影响可以忽略，读数等于流经电流表的电流大小。

由于表头本身就是小量程的电流表，因此将表头改装成电流表的目的主要是扩大量程，从而可以测量更大的电流。

改装成大量程电流表的基本原则有两条：（1）表头能显示电路中较大的电流；（2）接入电流表后对原电路中电压和电流的影响尽可能小。

要让表头显示电路中的电流，需要将改装后的电流表串联在所测电路中。若电路中的电流大于表头的量程，可以采取分流的方法，将电路中的电流按照一定比例，只分拨一小部分给表头，并联电路有分流的作用，如下图所示。



设表头  $G$  有很小的电阻  $R_G$ ，可以测量的最大电流为  $I_0$ ，表头  $G$  与电阻  $R$  并联组成大量程电流表，并联电路的电阻小于当中最小的电阻，因此扩大量程后的电流表的电阻仍然可以忽略。

设表头和电阻两端的电压都为  $U$ ，流经表头和电阻的电流分别为  $I_G = \frac{U}{R_G}$  和  $I_R = \frac{U}{R}$ ，其中， $I_G$  是原始表头的读数，表头和电阻的阻值  $R_G$  和  $R$  可以事先测得，由此可得： $I_R = I_G \frac{R_G}{R}$ ，所测电路中的电流等于两条支路中的电流之和：

$$I_{\text{测}} = I_g \left( 1 + \frac{R_g}{R} \right)$$

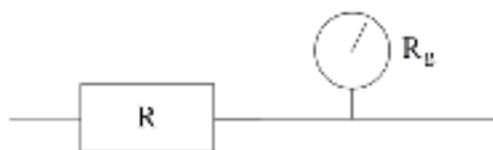


## 电压表

电压表的电阻很大，并联在电路两端，对并联电路的影响可以忽略，读数为所测电路两端的电压。

将小量程电流表改装为电压表的原则为：（1）表头能显示电路两端的电压；（2）接入电压表后对原电路的电压和电流的影响尽可能小。

要让表头显示电路两端的电压，需将改装后的电压表并联在所测电路两端。电路中的电压很可能超过表头的最大电压，可以采取分压的方法，将电路中的电压按照一定比例，分拨一小部分给表头。串联电路有分压的作用，如下图所示。



表头  $G$  与足够大的电阻  $R$  串联组成电压表。由于串联的电阻  $R$  足够大，所以流经表头的电流非常小，不会超出表头的量程，电压表所在的支路的电流在待测电路中可以忽略。

设表头  $G$  的电阻为  $R_G$ ，流经表头  $G$  和电阻  $R$  的电流都为  $I_G$ ，是表头的原始读数，可得表头和电阻两端的电压分别为  $U_G = IR_G$  和  $U_R = IR$ ，联立这两个等式可得： $U_R = U_G \frac{R}{R_G}$ ，所测电路中的电压等于表头和电阻的电压之和：

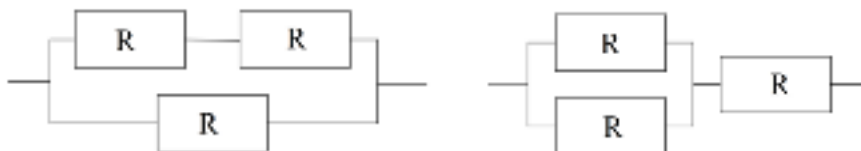
$$U_{\text{测}} = U_G \left(1 + \frac{R}{R_G}\right)$$

根据改装时表头的电阻和量程，以及外加电阻的大小，还可以求得改装后的电流表和电压表的量程。

**例 3** 有四个阻值都为  $20\ \Omega$  的电阻和若干理想导线，使用这些材料可以得到的最大电阻和最小电阻分别是多少？

解析：串联的电阻越多则等效电阻越大，并联的电阻越多则等效电阻越小。将四个电阻串联可以得到最大的电阻： $R_{\text{max}} = 20 + 20 + 20 + 20\ \Omega = 80\ \Omega$ 。将电阻并联起来可以得到最小的电阻： $\frac{1}{R_{\text{min}}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20}\ \Omega^{-1}$ ， $R_{\text{min}} = 5\ \Omega$ 。

**例 4** 有三个阻值都为  $10\ \Omega$  的电阻，求下列电路的等效电阻：（1）先将两个电阻串联，再跟第三个电阻并联，如下图左所示；（2）先将两个电阻并联，再跟第三个电阻串联，如下图右所示。





解析：(1) 先将两个电阻串联，得到的等效电阻为  $10+10\ \Omega=20\ \Omega$ ；设跟第三个电阻并联后的等效电阻为  $R_1$ ，可得： $\frac{1}{R_1}=\frac{1}{20}+\frac{1}{10}\ \Omega^{-1}$ ，解得： $R_1=\frac{20}{3}\ \Omega$ 。

(2) 先将两个电阻串联，设得到的等效电阻为  $R_0$ ，可得： $\frac{1}{R_0}=\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\ \Omega^{-1}$ ，解得： $R_0=5\ \Omega$ ；跟第三个电阻串联后的等效电阻为： $R_2=5+10\ \Omega=15\ \Omega$ 。

**例 5** 甲同学不小心将电流表当作电压表接入待测电阻的两端，乙同学不小心将电压表当作电流表跟待测电阻串联，幸好都未发生严重事故，甲、乙两位同学分别观察到的表头读数如何？

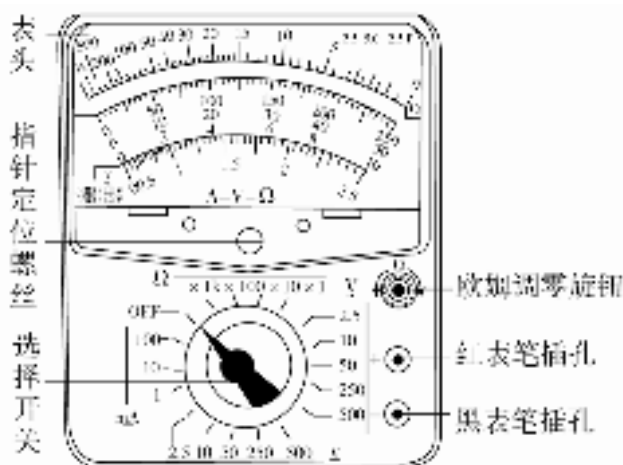
解析：将电流表接入待测电阻的两端后，电流表两端的电压跟待测电阻相同，由于电流表是表头与一个很小的电阻并联，将导致流经表头的电流非常大，读数（指针偏转幅度）非常大，可能超出量程将指针折弯。

将电压表当作电流表串跟测电阻串联后，流经的电流跟待测电阻相同，由于电压表是表头与一个很大的电阻串联，导致串联电路的电阻都很大，流经电路的电流很小，读数（指针偏转幅度）非常小，可能看不出指针发生转动。

### 五、实验：练习使用多用电表

为了方便携带和使用，现在生活中很少使用只有一种用途的电流表或电压表，而是可以切换功能的多用电表。

多用电表也叫作万用表，有测量直流电流、直流电压、交变电流、交变电压、电阻等多种功能。多用电表的主要结构有表头、指针定位螺丝、选择开关、红黑表笔及插孔、欧姆调零旋钮等，下图是一个多用电表的示意图。



表头上有多栏刻线，分别对应不同的物理量和量程，现在常用的多用电表大都用电子屏幕直接显示具体数值。测量电流或电压前需先用指针定位螺丝手动将指针旋转到0刻度线处，测量电阻前需先用欧姆调零旋钮将电阻示数调零。

表身上的选择开关是旋钮，将旋钮转到对应的物理量和量程，电表就可以测量相应的物理量，V 表示测量电压，A 表示测量电流， $\Omega$  表示测量电阻，下划横线表示测量对象的直流电，下划波浪线表示测量对象是交流电。欧姆表功能自身配有电源，将选择功能的旋钮转到欧姆表时，万用表自带的电源接通。

红表笔插孔和黑表笔插孔分别插入配备的红表笔和黑表笔，红表笔只能连接待测电路的正极，黑表笔只能连接待测电路的负极，相应插孔旁标记有“+”“-”。使用时，需确保红表笔的电势比黑表笔比高，让电流从红表笔流入、黑表笔流出。若将红黑表笔接反，则表头的指针会转向反方向，可能会折坏。

### 小结

本章学习电源、电流、电阻的基本原理和规律，以及精确测量长度的工具和电表的原理和使用方法。需从静电力、电势、电荷移动等基础的层面理解电源、电流、电阻的规律，掌握相关工具的原理和使用方法。

## 第十二章 电能 能量守恒定律

我们在上一章学习了电源和电阻的原理，电路中的电压和电流的规律，利用这些原理和规律，结合牛顿力学中对做功和机械能的定义，可以分析推导出电路中的能量与做功的规律。

电能、电功、电功率是生活和生产中都非常有用的物理概念，跟已经学习的机械能、做功、做功的功率的定义一致，分析和计算方法也相同，区别只是做功的力是静电力。

通过学习本章，我们将更加感受到牛顿力学的物理概念的普遍适用性，以及基础物理概念和公式的通用性。

### 一、电路中的能量转化

电路中，静电力驱动电荷定向移动，静电力对电荷做功，叫作**电功**，可以用力做功的定义进行计算。我们已经由静电力做功定义了电势能和电势，可以直接利用电势和电势能方便地计算电功。

#### 电功和电功率

设有一段恒定电流电路两端的电压为 $U$ 、电流为 $I$ 。其中，电流 $I$ 表示单位时间内通过横截面的电荷量： $I = \frac{Q}{t}$ 。经过时间 $t$ 转移的电荷量为 $Q = It$ ，这些电荷的电势变化了 $U$ ，静电力做功的大小为：

$$W = UIt$$

这就是电路的**电功**，基本单位也是焦耳（J）。

这段电路的电功随时间的变化率——在单位时间内做功的大小叫作**电功率**，基本单位也是瓦特（W），由功率的定义式可得电功率的定义式为：

$$P = \frac{UIt}{t} = UI$$

即**恒定电流电路的电功率等于电压与电流的乘积**。当电压的单位为伏特、电流的单位为安培时，计算得到的电功率的单位就是瓦特。

#### 焦耳定律

实验发现，当电流做功的能量全都转化为内能（热量）时，产生的热量 $Q$ 与电流的平方 $I^2$ 、电阻 $R$ 、通电时间 $t$ 成正比： $Q = I^2 R t$ ，电流的电能转化为内能的电功率为： $P = I^2 R$ 。

该规律叫作**焦耳定律**。根据焦耳定律，电路中的电流越大，发热的功率越大。过大的发热功率有可能会烧毁电路和元件，甚至引发火灾，因此需控制电路中的电流不能过大。

将恒定电流电路中的电压  $U$ 、电流  $I$ 、电阻  $R$  间的关系  $U = IR$  代入电功率的定义式  $W = UIt$ ，也可以得到焦耳定律的公式： $W = I^2 R t$ 。但是需注意，这一步代入有非常严格的前提：电流做功全都转化为内能，不能转化为其他形式能量。

验证欧姆定律的实验中，电路中只有电源、电阻、导线，没有其他用电器。**欧姆定律只适用于纯电阻电路**，即电路中消耗电能的装置只有电阻，没有将电能转化为除内能以外其他形式能量的装置。（若无专门说明，电灯可以看作纯电阻）。

### 电路中的能量转化

电流做功不仅可以发热，还可以产生很多其他效果。电热丝把电能转化为内能（热能），释放热量进行加热。白炽灯把电流转化为内能，灯丝发烫发出光亮。电动机（即马达）把电能转化为机械能做功。电解池把电能转化为化学能，驱动化学反应进行。蓄电池将电能转化为化学能，把电能储存起来。

若电路中有将电能转化为机械能的电动机或其他不只将电能转化为内能的用电器，则电路不适用欧姆定律，但电流做功及电功率的基本表达式： $W = UIt$  和  $P = UI$  总是成立。电路中的其他做功方式也会导致电压  $U$  降低，导致电路两端的电压  $U$  除以电路中的电流  $I$  并不等于电路的总电阻  $R$ 。

对于做机械功的电动机，设电动机两端的电压为  $U$ ，流经的电流为  $I$ ，则电动机的电功率  $P_{\text{电}} = UI$  可以分为两部分：机械功  $P_{\text{机}}$  和热量损耗  $P_{\text{损}} = I^2 R$ ，且满足关系： $P_{\text{电}} = P_{\text{机}} + P_{\text{损}}$ ，电功率减去发热功率就是机械功率： $P_{\text{机}} = UI - I^2 R$ 。

电动机工作时，可以明显感受到电动机发热，就是电流经过电阻产生的热量  $Q_{\text{损}} = I^2 R t$ 。只要有电流经过，不管是用电，还是充电或发电，都会产生热量。用电阻尽量小的导线传输电能，就是为了减小电能的热损耗。

**例 1** 一台电动机的工作电压为  $20\text{ V}$ ，工作电流为  $1\text{ A}$ ，电机的电阻为  $1\ \Omega$ ，当电动机正常工作时，机械功的功率占电功率的比例是多少？当电动机在  $10\text{ V}$ 、 $1\text{ A}$  的电路中工作时，机械功的功率占电功率的比例是多少？

解析：当电动机正常工作时，电压为  $20\text{ V}$ ，工作电流为  $1\text{ A}$ ，电功率为： $P_{\text{电}} = UI = 20 \times 1\text{ W} = 20\text{ W}$ ，产生热量的功率为： $P_{\text{损}} = I^2 R = 1^2 \times 1\text{ W} = 1\text{ W}$ ，机械功的功率为： $P_{\text{机}} = P_{\text{电}} - P_{\text{损}} = 20 - 1\text{ W} = 19\text{ W}$ ，机械功的功率占电功率的比例为： $19 \div 20 = 0.95$ 。

当电动机在  $10\text{ V}$ 、 $1\text{ A}$  的电路中工作时，电功率为： $P_{\text{电}} = 10 \times 1\text{ W} = 10\text{ W}$ ，产生热量的功率为： $P_{\text{损}} = 1^2 \times 1\text{ W} = 1\text{ W}$ ，机械功的功率为： $P_{\text{机}} = 10 - 1\text{ W} = 9\text{ W}$ ，机械功的功率占电功率的比例为： $9 \div 10 = 0.9$ 。

## 二、闭合电路的欧姆定律

用导线把用电器和电源的正负极连起来，形成一个闭合的“圈”，叫作**闭合电路**或**回路**。其中，电源外部的导线、用电器叫作**外电路**，电源内部叫作**内电路**。我们现在研究闭合回路中电压与电流的关系。

### 电源的电动势和内阻

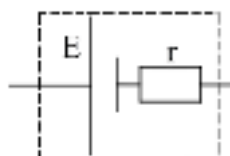
电源的正极和负极间有稳定的电压，维持这个稳定的电压，是由电源内部的化学反应、机械做功等方式，在电源内部不断地把电子从高电势的正极转移到低电势的负极，或产生同等效果的其他方式。

电源内部移动的电荷的力一定是**非静电力**，因为静电力只能将电子从低电势处移动到高电势处。因此，电源也可以定义为：**通过非静电力做功把其他形式的能量转化为电势能的装置**。

电源通过非静电力做的功 $W$ 除以搬运的电荷量 $q$ 的比值叫作电源的**电动势**，通常用符号 $E$ 表示，基本单位跟电势差相同，也是伏特（V）。（需注意电动势的符号跟电场强度相同，不要混淆）。

电源的电动势由电源的工作原理和设备性决定，跟外电路无关，一部电源的电动势可以看作恒定不变的常量，（通常不考虑能量消耗光的情况）。

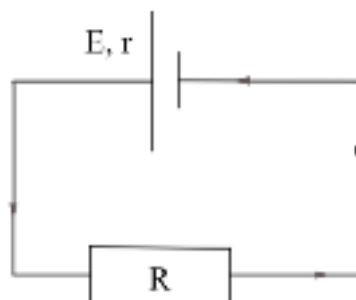
由于客观条件限制，电源内部本身也有阻碍电动势搬运电荷的作用，内电路中的电阻叫作电源的**内阻**。可以将电源看作没有电阻的理想电源与电阻串联，如下图所示。



电源电动势减去内阻两端的电压，就是电源提供给外电路的实际电压，叫作**路端电压**。路端电压的大小通常跟外电路的电阻有关。

### 闭合电路欧姆定律及其能量分析

我们在上一章学习了电阻的定义：导体两端的电压除以电流的比值。对于由电源、导线、电阻连接组成的闭合电路，电流由电源的正极出发，通过导线经过各用电器，回到电源的负极，如下图所示。



外电路中，电场线沿导线从高电势的电源正极指向低电势的电源负极，电子从负极沿电场线反方向从负极向正极定向移动，外电路中电流的方向为从正极向负极，因此外电路中沿电流方向电势逐渐降低。

设纯电阻电路中，设电源电动势为  $E$ ，电源的内阻为  $r$ ，外电路的电阻为  $R$ ，电路中的电流为  $I$ 。经过时间  $t$ ，电源电动势做的总功为： $W = EI$ ，内阻消耗的电能为： $Q_{\text{内}} = I^2 rt$ ，外电路的电阻消耗的电能为： $Q_{\text{外}} = I^2 Rt$ 。电动势做的总功等于内阻和外电路电阻消耗的电能之和： $W = Q_{\text{内}} + Q_{\text{外}}$ ，代入上述  $W$ 、 $Q_{\text{内}}$ 、 $Q_{\text{外}}$  的表达式并化简可得：

$$I = \frac{E}{r + R}$$

即：纯电阻电路形成的闭合电路中，电流等于电源的电动势除以电源内阻与外电路总电阻之和的商，该结论叫作**闭合电路的欧姆定律**。

将闭合电路的欧姆定律变形可得：

$$E = Ir + IR$$

其中， $Ir$  是电源内阻的分压  $U_{\text{内}}$ ， $IR$  是外电路的总电阻两端的分压  $U_{\text{外}}$ ，也就是路端电压，即  $E = U_{\text{内}} + U_{\text{外}}$ ，该公式反映电源电动势等于电源内阻的分压与路端电压之和。

### 路端电压与负载的关系

设电源的电动势  $E$ 、电源内阻  $r$ ，当与总电阻为  $R$  的外电路形成闭合电路时，根据闭合电路的欧姆定律，路端电压  $U$  为：

$$U = E - Ir$$

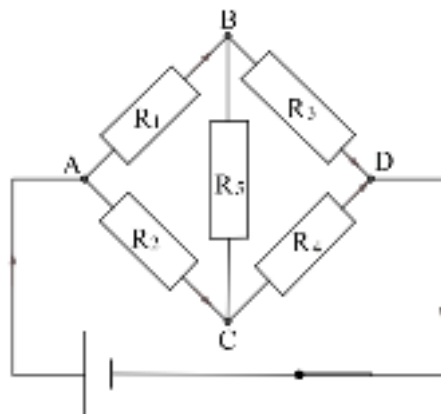
根据该等式，外电路的电阻  $R$  越大，则电路中的电流  $I$  越小，电源的分压  $Ir$  越小，路端电压  $U$  越大。极限条件下，外电路断开，叫作**断路**，可以看作外电路的电阻为无穷大，此时电流  $I = 0$ ，路端电压等于电动势  $U = E$ 。因此测量电源的电动势时，通常让外接电路的电阻尽可能大。

将电源的正负极直接用导线连接，形成的闭合电路叫作**短路**。若外电路的总电阻为  $0$ ，此时电流等于电动势除以内阻。由于电源内阻通常很小，此时电路中的电流非常大，电路的电功率也非常大，电能迅速转化为内容，将电源烧毁甚至引发火灾。应当避免短路现象的发生，可以在外电路接入保护电阻以防止短路。

### 复杂电路的分析

利用闭合电路的欧姆定律，以及串联电路和并联电路中的电压、电流、电阻的特点，可以分析出电路中的具体信息。特别是有串、并联交错出现的复杂情形。分析复杂电路的基本原理有：（1）闭合电路的欧姆定律；（2）电阻的定义式；（3）连续导线上的电势处处相等；（4）汇合后的干路电流等于各支路电流之和。

**例 2** 如下图所示，设电源的电动势为  $E$ ，电源内阻和导线的电阻均为 0，各电阻的大小分别为  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 、 $R_4$ 、 $R_5$ ，求经过各电阻的电流的大小和方向。



该电路较复杂，串联和并联相互交错，其中，AB、AC、BD、CD段电流的方向容易确定，但是BC段电流的方向难以确定，现在进行分析：

第一步：假设BC段电流的方向为由B向C。若该假设正确，将解得  $I_{BC} > 0$ 。若实际电流应为由C向B，将解得  $I_{BC} < 0$ 。若BC段无电流经过，将解得  $I_{BC} = 0$ 。实际情况与  $I_{BC}$  的正负号对应。

第二步：由于电源没有内阻，所以路端电压也是  $E$ 。设电源正极的电势为  $E$ ，负极的电势为 0，则与正极直接相连的A的电势也为  $E$ ，与负极直接相连的D的电势也为 0。

第三步：设点B的电势为  $U_B$ ，点C的电势为  $U_C$ ，则  $R_1$  两端的电压为  $E - U_B$ ， $R_2$  两端的电压为  $E - U_C$ ， $R_3$  两端的电压为  $U_B - 0$ ， $R_4$  两端的电压为  $U_C - 0$ ， $R_5$  两端的电压为  $U_B - U_C$ 。

对  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 、 $R_4$ 、 $R_5$  分别使用欧姆定律，可得经过各电阻的电流分别为：

$$I_1 = \frac{E - U_B}{R_1}, \quad I_2 = \frac{E - U_C}{R_2}, \quad I_3 = \frac{U_B - 0}{R_3}, \quad I_4 = \frac{U_C - 0}{R_4}, \quad I_5 = \frac{U_B - U_C}{R_5}.$$

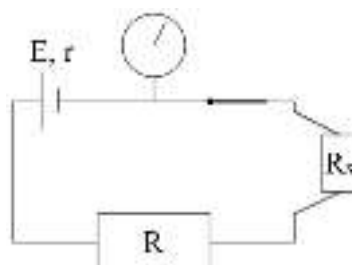
第四步：对点B和点C分别使用支路电流之和等于干路电流： $I_1 = I_3 + I_5$ ， $I_2 + I_5 = I_4$ 。将第三步中的等式代入两个电流的等式，可以得到关于  $U_B$  和  $U_C$  的二元一次方程组：

$$\begin{cases} \frac{E - U_B}{R_1} = \frac{U_B - 0}{R_3} + \frac{U_B - U_C}{R_5} \\ \frac{E - U_C}{R_2} + \frac{U_B - U_C}{R_5} = \frac{U_C - 0}{R_4} \end{cases}$$

解该二元一次方程组就可以得到  $U_B$  和  $U_C$ ，根据  $U_B$  和  $U_C$  的大小关系可以得知经过  $R_5$  的电流的方向，以及经过各电阻的电流的大小。

# 欧姆表的原理

多用电表的欧姆表跟电压表和电流表不同，欧姆表用于测量电阻的大小，欧姆表自身配有电源。将选择功能的旋钮转到欧姆表时，万用表自带的电源接通，此时使用欧姆表调零旋钮将指针调零。欧姆表的基本结构如下图所示，由电源、保护电阻、表头、开关、导线、测量笔组成。

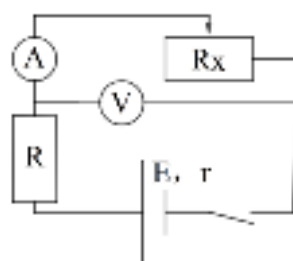


将测量笔与未知电阻  $R_x$  的两端接触，形成闭合回路，设电源提供的电压为  $E$ ，电源的电阻为  $r$ ，保护电阻为  $R$ ，待测电阻为  $R_x$ ，表头的读数为  $I$ 。由欧姆定律可得：
$$I = \frac{E}{r + R + R_x}$$
，移项后得：
$$R_x = \frac{E}{I} - r - R$$
。根据欧姆表的已知参数和表头的读数，就可以计算出未知电阻的大小。

# 三、实验：电池电动势和内阻的测量

电源电动势  $E$ 、内阻  $r$ 、路端电压  $U$ 、电流  $I$  间满足关系  $U = E - Ir$ ，其中，路端电压  $U$  和电流  $I$  都可以直接用电表测量，只有电动势  $E$  和内阻  $r$  是未知量，只需测得两组电压和电流，就能得到关于  $E$  和  $r$  的二元一次方程组，解方程组就能得到电池电动势和内阻。

该实验的电路如下图所示， $R_x$  是滑动变阻器，可以调节电阻的大小， $R$  是保护电阻，防止电路中的电阻过小。调节滑动变阻器，读取不同电阻下的电压和电流，就可以求得电源电动势和内阻，并不需要测量或计算外电路的实际电阻。



实际上，由于实验中存在各种因素导致的误差，只根据两组  $U-I$  数据计算得到的  $E$  和  $r$  可能误差较大。更加精确的方法是测量多组  $U-I$  数据并将对应的点  $(U, I)$  绘制在平面直角坐标系中，根据这些点所描绘的直线就是  $U = E - Ir$ ，其中，直线在  $y$  轴上的截距就是电源电动势  $E$ ，直线斜率等于内阻的相反数  $-r$ 。



## 四、能源与可持续发展

### 能量守恒定律

我们学习机械能守恒定律时，须限定在“只有重力或弹力做功的物体系统”的条件下，这是因为除了机械能以外，能量还有很多种存在形式。若有除了弹力或重力以外的其他力做功，则可能引入其他形式的能量，而导致机械能不守恒。

其他形式的能量还有：**电能**，与静电力做功有关的能量；**内能**，也叫作热能，与物体的温度有关；**化学能**，化学反应释放或吸收的能量；**核能**，储存在原子核内的能量，通过核反应释放；等等。

不同形式的能量可以相互转化，例如：“摩擦生热”“钻木起火”是机械能转化为内能的过程，“摩擦起电”是机械能转化为电能的过程，内燃机做功是将燃料的化学能转化为机械能的过程，电动机做功是将电能转化为机械能的工作。

物理学家发现，能量具有普遍的守恒定律：**能量既不会凭空产生，也不会凭空消失，只能从一种形式转化为另一种形式，或者从一个物体转移到另一个物体，在转化或转移的过程中，能量的总量保持不变。**

能量守恒定律说明：能量只会转化（改变形式）或者转移（改变载体），不会凭空产生或消失。若发现能量凭空产生或消失，则要么是计算错误，要么是有尚未发现的新能量形式或新物质。

### 能量转移或转化的方向性

能量的总量守恒，可以在不同形式间转化，但是能量转化的“方向”也遵循确定的规律，这个规律将在高中物理选修三中的章节具体学习，可以粗略地认为能量有从“整齐的能量”转化为“混乱的能量”的总体趋势，且这个趋势不可逆。

电能转化为内能、机械能转化为内能，都是“整齐的能量”转化为“混乱的能量”的过程。虽然火力发电将内能转化为电能，内燃机做功将燃烧释放的热能转化为机械能，是将“混乱的能量”转化为“整齐的能量”，但伴随这些过程，实际上有远远更多的“整齐的能量”转化为“混乱的能量”，因此总的来看仍然是“整齐的能量”转化为“混乱的能量”。

当前人类可以有效利用的只有“整齐的能量”，难以有效利用“混乱的能量”。虽然宇宙中能量的总量不变，但是可以利用的“整齐的能量”不断转化为“混乱的能量”，却没有相反的转化过程，导致人类可以利用的能量的总量始终减少，因此我们需要在生活和生产中解决能源。

### 小结

本章学习电路的电能和闭合电路的欧姆定律，要注意辨别电功的定义式和焦耳定律的适用范围，需通过充分练习提高分析复杂电路和设计电路的能力。

## 第十三章 电磁感应与电磁波初步

指南针是中国古代四大发明之一，早期的指南针也叫作司南，可以用来指示方向，对于探索未知陆地和海洋非常重要，直到现在指南针仍是非常重要的指示方向的工具，指南针的基本原理就是磁现象。

物理学家发现了电现象后，利用静电感应获得静电和电流并研究它们的性质和应用。实验发现，电与磁之间可以相互作用，即电磁感应。物理学家将电与磁之间的相互作用总结为电磁理论，将电和磁统一了起来。用更加普遍适用的理论将看似相互独立的规律统一起来是物理学乃至一切科学理论发展的基本方向。

由于人教版教材划分为必修和选修的原因，本章主要学习磁场的基本知识，对电磁感应、电磁场、电磁波、能量量子化等知识只作最初步的科普性质的了解，详细内容将在选修二和选修三的各章节中具体学习。

### 一、磁场 磁感线

我们已经在初中物理初步学习了磁场的基本知识，现在进行简要回顾，顺便继续学习描述和分析磁场的理论工具。

#### 电和磁的联系

丹麦物理学家奥斯特在对电与磁的关系的长期不懈的研究中，偶然发现了通电导线可令其附近的磁铁转动，开启了对电和磁的相互作用的发现。

根据日常生活经验，很难把电流和磁铁联系到一起。直到人们发现雷电过后金属餐具有了磁性，以及用来储存电能的莱顿瓶能让缝衣针具有磁性。再结合电和磁的作用的种种相似之处，都暗示电和磁之间有某种联系。

早期对电和磁的相互作用的研究中，总是将磁铁放置在导线的延长线上，然而都没有观察到有价值的结果。直到丹麦物理学家奥斯特偶然将导线放在指南针的上方，并在导线通电时敏锐地观察到了指南针发生旋转，从而正式开启了对电和磁的相互作用的发现。

#### 指南针和磁铁

指南针是一块可自由旋转的条形磁铁。在地球磁场的作用下，指南针的一端总是指向南极，另一端总是指向北极。最早的磁铁是从天然的磁铁矿中挖掘得到，主要成分是四氧化三铁。

生活中常见的磁铁有条形磁铁和 U 形磁铁两种。人们将条形磁铁总是指向北方的一端叫作**北极**或**N 极**；将总是指向南方的一端叫作**南极**或**S 极**。

人们发现，不同条形磁铁的同名磁极之间（N 极与 N 极之间、S 极与 S 极之间）相互排斥，异名磁极之间（N 极与 S 极之间）相互吸引。

人们还发现，条形磁铁不同部位的磁力（吸引力或排斥力）大小不同，两端的磁力最强，中间的磁力最弱。把磁力最强的部位叫作磁极，磁极要么是 N 极，要么是 S 极。

在电磁学理论提出前，科学家主要通过实验的方法判断磁力的强弱：把两块磁铁固定在相等的距离下，分别让两块磁铁的不同部位相互靠近，测量不同部位之间的引力或斥力的大小。

对于 U 形磁铁等其他形状的磁铁，主要根据各部位磁力的强弱寻找磁极，再根据指向南北方向或与已知磁极的条形磁铁的相互作用判断其 N 极和 S 极。

除了挖掘天然磁铁以外，也可以人工制作**电磁铁**。把一根导线绕成螺线管，在螺线管内插入铁芯，当导线内有电流通过时，装置就像条形磁铁一样具有磁性，还可以通过调节电流的大小控制电磁铁磁性的大小，下图是电磁铁的基本结构。



早期理论认为，指南针之所以能指示南北方向，是因为地球就是一块大磁铁。地球的 N 极在北极附近，S 极在赤道附近，在磁力的作用下，磁铁的 S 极总指向地球的 N 极（北极）、磁铁的 N 极总指向地球的 S 极（赤道）。

与磁铁类似，地球两端的南北极磁场最强，中间的赤道附近磁场最弱。如果把地球看作一块条形磁铁，地球的 N 极和 S 极不是正好在南北极点和赤道点，而是与南北极的连线存在一个偏角，地球的 N 极与 S 极的连线与南北极的连线的夹角叫作**磁偏角**。

地球的磁极并非永久不变，而是在缓慢变化。地球形成以来的数十亿年间，地球的 N 极 S 极曾发生过数百次倒转。相对于人类的寿命和历史来说，地球的磁极可以看作恒定不变。

### 磁场和磁感线

如同电荷间通过电场产生力的作用，物理学家认为，磁体之间通过磁场产生力的作用。磁体可以在空间中产生磁场，并通过磁场对其他磁体产生磁力作用。

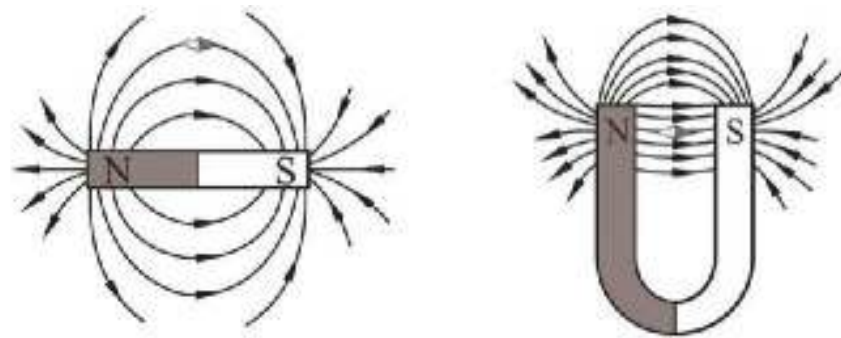
磁体在其周围的空间内形成、并对当中的磁体产生作用的场叫作**磁场**。磁体间的磁力也可看作通过“磁体-磁场-磁体”的方式产生相互作用。

**磁感线**是为了直观描绘空间内的磁场分布情况而想象出来的线，其基本性质跟电场线类似，反应磁体在空间中某处受到的磁力的大小和方向。

跟描绘电场线类似，描绘磁感线的基本方法也是用实验的方法检测：把质量很轻的小铁屑抛洒在空间里，小铁屑在磁场的磁化作用下带有磁性，并沿磁感线

的方向和密度分布。小铁屑越密集的区域磁感线越密集，磁体在此处受到的磁力越大。磁感线的方向就是放在其中的条形磁铁的 N 极所指向的方向。

磁感线的起点只能是 N 极或无穷远处，终点只能是 S 极或无穷远处。磁感线也可以是没有起点和终点的闭合曲线，闭合曲线须标明旋转方向，就是将小磁铁放在该处时 N 极所指向的方向。磁感线之间不能有交点。下图是条形磁铁和 U 形磁铁形成磁场的磁感线。



下表简要列出电和磁的作用规律，注意比较它们之间的异同。

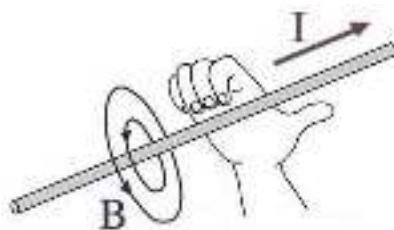
	电	磁
两种类别	正电荷和负电荷	N 极和 S 极
作用方式	通过电场发生作用	通过磁场发生作用
力的方向	同种电荷相互排斥 异种电荷相互吸引	同名磁极相互排斥 异名磁极相互吸引
力的大小	与距离平方成反比	与距离平方成反比
场的描绘	电场有大小和方向 可以用电场线描绘	磁场有大小和方向 可以用磁感线描绘

安培定则

磁体通过产生磁场与其他磁体相互作用。物理学家通过使用小磁体进行探测的方法，分别确定了直线电流、环形电流、通电螺线管等电流形式所产生的磁场。

**直线电流在导线周围产生环形磁场。**为了便于研究，假设直线非常长，近似看作无穷长，于是直线电流中的任意一段附近的情况都相同。经实验测定，直线电流在导线周围产生环形磁场。

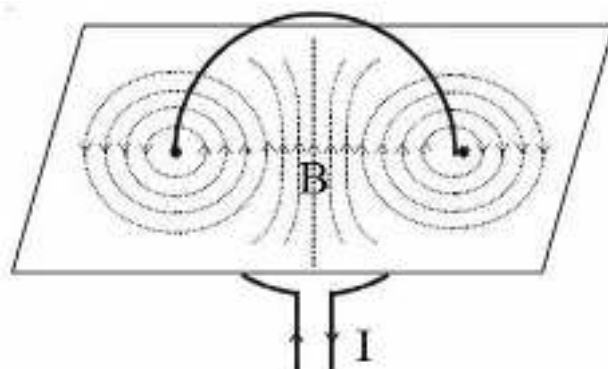
直线电流产生的环形磁场的方向可用**安培定则**判定，也叫作**右手螺旋定则**，简称**右手定则**，具体方法为：右手握住导线，拇指朝向电流的方向，此时弯曲的四指所指的就是环形磁场的方向。如下图所示， $I$  为电流方向， $B$  为磁感线方向。



**环形电流在中轴线产生直线形的磁场。**环形电流在周围产生的磁场较复杂，主要研究环形电流在其中轴线上产生的磁场。

环形电流在其中轴线上产生的直线磁场的方向需用另一种形式的右手定则判定：弯曲右手四指朝向环形电流的方向，此时拇指所指的就是中轴线上磁场的方向。将上图中的电流和磁场的记号互换即可。

可以将环形电流可以看作一系列首尾相连的极短的直线电流，对每一段极短的直线电流产生的磁场分别用安培定则判断，在环中心处的方向相同，都指向同一个方向。如下图所示， $I$  为电流方向， $B$  为磁感线方向。



**通电螺线管产生的磁场与条形磁铁相似。**通电螺线管是以柱状铁芯为轴心，将一条很长的电线一圈一圈平行地紧贴缠绕制成。各段平行的电线中电流的方向相同，通电螺线管可以看作由很多环形电流紧挨着组合在一起，它产生的磁场与条形磁铁非常相似。

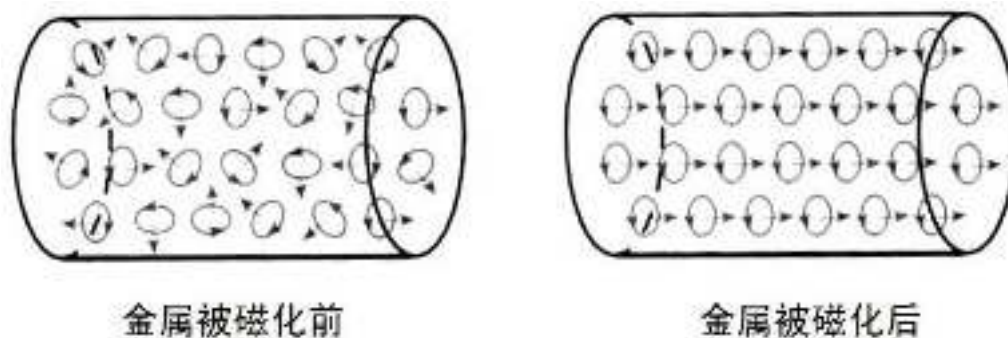
通电螺线管产生的类似条形磁铁的磁场，方向的判断方式与环形电流相似：弯曲右手四指朝向各段环形电流的方向，拇指所指的方向是该条形磁铁 N 极的方向，如下图所示。



由于早期只发现了电流产生磁场，尚未发现磁现象产生电的现象，因此当时部分物理学家认为磁场很可能都是由电流产生，于是提出了对磁铁矿等天然磁体具有磁性的解释。

安培提出了**分子电流假说**，其内容为：分子内部有环形电流，使得分子具有磁性。由于组成物体的分子做杂乱无章的热运动，因此组成物体的各分子产生的磁场相互抵消，整体上不表现磁性。

当磁性金属受外界磁场作用时，内部的分子受到磁场作用进行有序的排列，使得金属整体上表现出磁性，这就是金属磁化的过程，如下图所示。



安培提出分子电流假说时，科学家还不知道原子由原子核和核外电子组成，安培的猜想在方向上大致准确，只是原子中的电子并非做简单的圆周运动，而是做非常复杂但又有规律的运动。

电流产生的磁场的强弱可以通过调节电流的大小来控制，并且可以获得天然磁体无法具有的强大磁场。例如，电磁门通过电流的有无来控制门锁是否吸住，电磁起重机通过通入强大电流的让其可以用强大的磁力吸起极重的铁块。

**例 1** 如果把地球自身的磁场看作由地球表面的环形电流产生，已知地球自西向东旋转，根据地球磁极判断地球表面携带正电荷还是负电荷？忽略磁偏角。

解析：地球的北极相当于磁铁的 S 极，南极相当于磁铁的 N 极，根据安培定则，地球表面的电流方向为自东向西旋转，跟地球自转的方向相反，因此地球表面携带的是负电荷。

## 二、磁感应强度 磁通量

我们在学习研究电场的性质时，我们用电场强度精确地描述电场对电荷的力的大小和方向。类似的，根据磁场对电流的力的大小和方向，我们用磁感应强度精确地描述磁场对电流。

### 磁感应强度

法国物理学家安培发现，若把一根通电导线放在磁场中，并且电流的方向与磁感线的方向不平行时，导线会受到力的作用。为纪念安培的重要发现，将该力命名为**安培力**。

安培力的详细规律将在选修二的第一章具体学习，本章了解安培力的目的是为了定义磁感应强度的大小。

实验发现，将通电导线垂直放置在磁场中时，安培力的大小  $F$  跟导线中电流



的大小  $I$ 、导线的长度  $l$  成正比： $F = IlB$ ，比值  $B$  由磁场本身的性质决定，这个反映电流受磁场力的大小的比例系数被命名为**磁感应强度**，用符号  $B$  表示，即：

$$B = \frac{F}{Il}$$

磁感应强度的基本单位是**特斯拉**，简称**特**，符号是  $T$ 。由磁感应强度的定义式可得： $1T = 1N \cdot A^{-1} \cdot m^{-1}$ 。即：长度为  $1m$  的导线中通过大小为  $1A$  的电流时，将其垂直放置在磁场中，若导线受到磁场的力的大小为  $1N$ ，则该磁场的磁感应强度的大小为  $1T$ 。

磁感应强度为  $1T$  的磁场在生活中是一个比较“正常”的数值，例如，常用电动机或变压器的铁芯中的磁场约为  $1T$  左右，地球自身磁场在地面附近的均值约为  $5 \times 10^{-5} T$ 。

磁感应强度是矢量，既有大小，又有方向。其大小可由上述定义式计算得到，其方向就是磁感线的方向，可以用实验的方法确定，也可以根据常见磁体的磁场分布分析。

实际上，公式  $F = IlB$  中，安培力  $F$ 、磁感应强度  $B$ 、导线长与电流的乘积  $Il$  也是一个矢量。公式中  $Il$  与  $B$  相乘是矢量积，通常记作  $Il \times B$ ，乘积  $F$  仍是矢量， $F$  的大小等于电流与磁场垂直时  $IlB$  的乘积，方向可以由左手定则确定，也将在选修二的第一章具体学习。

当导线非常短： $l \approx 0$  时，可以把导线近似看作一个点，此时  $Il$  叫作**电流元**。弯曲的通电导线可以看作大量连续的电流元。电流元的假设在使用更高级的数学工具分析计算复杂的电磁感应现象时非常重要。当前高中阶段只需要掌握基本的通有恒定电流的直导线在均匀的磁场中受到的安培力即可。

### 匀强磁场

匀强磁场是最简单的磁场，也是高中主要学习研究的磁场。与匀强电场类似，匀强磁场当中处处磁感应强度相同。将两块条形磁铁的  $N$  极和  $S$  极正对放置，则  $N$  极与  $S$  极之间的区域可近似看作是匀强磁场，如下图所示。



**例 2** 将一段长为  $20cm$  的直导线垂直放入匀强磁场中，当导线中通有  $50mA$  电流时，受到的安培力的大小为  $0.03N$ ，求匀强磁场的磁感应强度的大小。

解析：将相应的数据代入磁感应强度的定义式可得：

$$B = \frac{F}{Il} = \frac{0.03}{20 \times 10^{-2} \times 50 \times 10^{-3}} T = 3 T$$

## 磁通量

磁感应强度反映空间中一个点的磁场的强弱和方向,对于空间中一个横截面的磁场的大小,则需使用**磁通量**描述。

磁通量通常用符号  $\Phi$  表示,磁通量的定义为:磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中,在与磁场方向垂直的平面中取一个大小为  $S$  的横截面积,则磁感应强度  $B$  与面积  $S$  的乘积  $BS$  叫作穿过该面积**磁通量**,即:

$$\Phi = BS$$

磁通量的基本单位为**韦伯**,简称**韦**,符号为 **Wb**。由磁通量的定义可得:  
 $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$ 。磁通量可以理解为垂直穿过所选取的截面积的磁场的量。

若截取的面积  $S$  与磁感线  $B$  方向不垂直,所成的夹角为  $\theta$ ,则穿过该面积的磁通量为  $\Phi = BS \sin \theta$ ,即取磁感线沿垂直于平面方向的分量。磁通量可以看作垂直穿过选取的截面积的磁场的量。

若磁场与选取的面积垂直,  $\theta = 90^\circ$ ,  $\Phi = BS \sin 90^\circ = BS$ 。若磁场与选取的面积平行,  $\theta = 0^\circ$ ,  $\Phi = BS \sin 0^\circ = 0$ 。若磁场不是简单匀强磁场,或截取的面积是不规则的曲面,则穿过该截面的磁通量仍为  $\Phi = BS \sin \theta$ ,只是具体计算需使用微积分的方法,把每个微小区域的磁通量单独计算之后再全部加起来。下图是一些磁通量的例子,注意观察磁感线沿垂直截面积方向的分量。



磁通量是标量,只有大小,没有方向。根据磁通量的定义,磁感应强度相同的条件下,面积越大则穿过的磁感线越多,磁通量也越大。面积相等的条件下,磁感应强度越大则磁感线越密集,磁通量也越大。磁感应强度和面积都相同的条件下,磁感线与面积越垂直,磁通量越大。

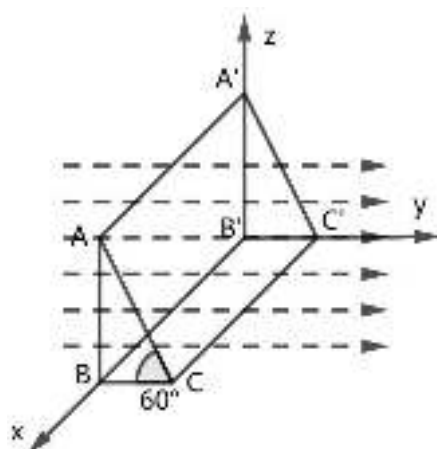
磁通量可以直观地看作是磁感线的疏密,磁感线越密集的区域磁通量越大,磁感线越稀疏的区域磁通量越小。同一幅示意图中,可以认为若穿过两个截面的磁感线的条数相同,则穿过这两个截面的磁通量也相同。

若选取的截面中,两个区域中的磁感线朝相反的方向穿过该截面,则这两个区域中的磁通量应当相减,最终该截面的磁通量是沿两个方向穿过的磁感线条数之差的“净值”。

磁通量不是平白无故创造出来的概念,磁通量在分析计算电磁感应现象中的电流、磁场、能量等物理量间的关系时非常有用。



**例 3** 如下图所示，空间中遍布磁感应强度大小为  $B$ 、方向沿  $y$  轴正方向的匀强磁场，一倾角为  $60^\circ$  的直棱柱放置在空间中， $BB' = h$ ， $BC = d$ ，求穿过截面  $ABB'A'$ 、 $ABC$ 、 $ACC'A'$  的磁通量。



解析：在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中，由  $\angle ACB = 60^\circ$ ， $BC = d$  可得： $AB = \sqrt{3}d$ ， $AC = 2d$ 。截面  $ABB'A'$  与磁感线垂直，磁通量为  $\Phi_{ABB'A'} = BS_{ABB'A'} = B \cdot \sqrt{3}dh = \sqrt{3}Bdh$ 。截面  $ABC$  与磁感线平行，没有磁感线穿过该界面，磁通量为  $\Phi_{ABC} = 0$ 。截面  $ACC'A'$  与磁感线的夹角为  $60^\circ$ ，磁通量为  $\Phi_{ACC'A'} = BS_{ACC'A'} \sin 60^\circ = B \cdot 2dh \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}Bdh$ 。

实际上，不管截面  $ACC'A'$  如何倾斜，只要上下边沿的高度差等于边  $AB$  的长，穿过该截面的磁通量都是  $\sqrt{3}Bdh$ ，因为这片空间中磁感线的条数是恒定的。斜边  $AC$  的长等于高  $AB$  除以倾角的正弦值，同时磁通量的计算公式中需乘以倾角的正弦值，倾角影响前后抵消。

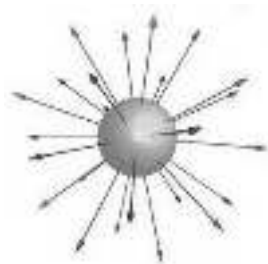
### 电通量

**电通量** 是精确描述穿过截面积的电场的多少的物理量，了解电通量的概念对掌握磁通量的物理含义有一定帮助。

电通量通常用符号  $\Phi E$  表示，电通量的定义式与磁通量类似： $\Phi E = ES \sin \theta$ ，即电场强度、截面积、夹角正弦值的乘积。电通量可以看作垂直穿过选取的截面积的电场的量。

电通量可以直观地看作是电场线的疏密，电场线越密集的区域电通量越大，电场线越稀疏的区域电通量越小。同一幅示意图中，可以认为若穿过两个截面的电场线条数相同，则穿过这两个截面的电通量也相同。

下面的例子从另一个角度很好地展示了电通量如何表示“电场线的多少”。点电荷在空间中产生的电场可以用向四周发出的均匀电场线表示，如下图所示。



任意作一个包裹该点电荷的闭合曲面（如球面、正方体表面等），则电荷发出的所有电场线都穿过该闭合曲面且只穿过一次，因此任意一个包裹该点电荷的闭合曲面的电通量都相等。

闭合曲面包裹的电荷量越大，则发出的电场线越多，穿过单位面积的电场线越多，穿过任意闭合曲面的电通量就越大。因此电通量可以看作一片区域内电场总量的多少。同理，磁通量可以看作一片区域内磁场总量的多少。

### 三、电磁感应现象及应用

本节只简要介绍电磁感应现象的知识和应用，详细的数学规律将在选修二中具体学习。

#### 划时代的发现

英国物理学家法拉第在实验中发现，当穿过线圈的磁场变化时，线圈中产生电流。经进一步实验确认，当穿过闭合回路的磁通量变化时，闭合回路中将产生电流，叫作**感应电流**，产生感应电流的电动势叫作**感应电动势**，这种由变化的磁场产生电的现象叫作**电磁感应**。电磁感应现象的发现促使物理学家将电和磁两种看起来不相干的现象联系起来，并用电磁学理论统一了起来。

#### 产生感应电流的条件

恒定电流就可以在周围产生磁场，而恒定的磁场无法产生电场，需要变化的磁场才能产生感应电流。实验证实，只有当穿过闭合回路的磁通量变化时，闭合回路中才会产生电流，这就是产生感应电流的条件。

#### 电磁感应现象的应用

改变闭合回路中的磁通量，可以产生感应电流，这是工业发电的基本原理。发电机的基本结构是可以转动的闭合回路和一片较强的磁场，利用内燃机、水力、风力等推动闭合回路在磁场中转动，穿过回路的磁通量时刻变化，闭合回路中时刻产生感应电流，源源不断地将燃料地内能、水的机械能转化为电能。

### 四、电磁波的发现及应用

现代生活中，电磁波是有着非常广泛且重要的应用，例如，移动通信是利用电磁波传递信号，微波炉加热是利用电磁波传递能量，可见光也是一种电磁波。

## 电磁场

恒定电流可以产生稳定的磁场，可以看作稳定的电场产生稳定的磁场。同时，变化的磁场可以产生电场。那么规律变化的电场可以产生规律变化的磁场，规律变化的磁场又可以产生规律变化的电场，规律变化的电场又可以产生规律变化的磁场，规律变化的磁场又可以产生规律变化的电场……

如此这般，规律变化的电场和磁场可以不断相互产生，形成一个不和分割的统一的场，叫作**电磁场**。

高中数学中将学习三角函数及其导数，正弦函数的变化率是余弦函数，余弦函数的变化率是正弦函数，正弦函数和余弦函数实际上是同一种曲线。如果电场的变化符合正弦函数，那么电场的变化率就是磁场，即余弦函数。磁场的余弦函数的变化率又是电场，即正弦函数。电场与磁场来回产生、正弦函数与余弦函数来回变化，并且电场的函数图形与磁场的函数图形相同，就是电磁场的统一性。

## 电磁波

周期性变化的电场和周期性变化的磁场在空间中相互感应，并在空间中沿某个方向传播，这种传播出去的周期性变化叫作**电磁波**，就像机械波一样将能量和信息传递到远方。

电磁波不同于机械波的一个显著特征是不需要介质。机械波需要依托介质才能传播，将“振动”由近及远传播出去。电磁波的传播不需要任何介质，将电磁波自身的能量和信息由近及远传播出去。

电磁波在真空中的传播速度等于光速，约为 $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ，在不同介质中的速度各有不同，都慢于在真空中的速度。光本身就是一种电磁波，不同颜色的可见光就是不同波长的电磁波。

## 电磁波谱

物理学家赫兹通过实验证实了电磁波的存在，并且电磁波也有周期、频率、振幅、速度等波的特征，同样遵循波的反射、折射、干涉、衍射、偏振等性质和规律。电磁波的波长 $\lambda$ 、波速（光速） $c$ 、频率 $f$ 间也满足波的基本关系 $c = \lambda f$ 。

物理学家将不同波长（频率）的电磁波划分为若干段并分别命名，就像音乐谱线依次排列，叫作**电磁波谱**。按照电磁波的波长从长到短（频率从小到大），电磁波被依次分为无线电波、红外线、可见光、紫外线、X射线和 $\gamma$ 射线。

无线电波穿越障碍物的能力很强，主要用于长程通信。红外线的能量适中，可以用于加热物体。可见光是肉眼观察世界的主要方式。紫外线对DNA有破坏作用，可以用于消毒。X射线可以穿透部分人体组织，配合造影剂，可以用于检测机体的情况。 $\gamma$ 射线可以用于放射性治疗，定向杀死药物难以专门针对的病变的细胞。

### 电磁波的能量

电磁波是一种由电场和磁场共同组成的物质，电磁波具有能量，没有质量。电磁波的能量与频率有关，频率越高则能量越高。

绿色植物的光合作用是将可见光中的能量转化为有机分子的化学能的过程。微波炉加热就是将电磁波的能量传递给食物，令食物内能增大温度升高的过程。

### 电磁波通信

电磁波的不同频率可以代表不同的信息，并由发射装置以电磁波的方式发射出去向远方传播。接收装置接受到电磁波后，利用电磁感应将其转化为电流，电磁波的频率信息转化到电流中，被接收者“翻译”出来。

电磁波用于通信的另一重要性质是波的衍射。无线电波的波长很长，很容易穿过各类障碍物传播到很远的地方，因此主要用于传递信息。无线电波传递的信息需要用数学的方法

## 五、能量量子化

在电磁学理论和实验充分发展的基础上，科学家发现了一些列用以牛顿力学为基础的体系难以解释的现象。物理学家根据实验现象，结合当时的数学理论，提出了不同于牛顿力学的全新的物理体系——量子力学。

### 热辐射

一切物体都在时刻辐射电磁波，且辐射与物体的温度有关，因此叫作**热辐射**。实验表明，物体发出的热辐射的波长跟物体的温度有关，白炽灯在不同温度下发光的颜色有所不同，就是这个原因。

物体除了不断地辐射电磁波外，也会吸收和反射电磁波。能够只吸收电磁波、不反射任何电磁波的物体叫作**黑体**。黑体不反射包括可见光在内的任何电磁波，所以看上去是黑色，由此而得名。

黑体虽然不反射任何电磁波，但是自身仍然会时刻辐射电磁波，因此是研究物体的温度与辐射间关系的绝佳材料。物理学家在用牛顿力学和电磁学理论解释黑体的温度与辐射电磁波的频率间的关系时，遇到了经验公式无法普遍适用不通温度条件的难题。

### 能量子

为了提出能够描述任意温度的黑体与辐射电磁波的频率间的数量关系，物理学家普朗克提出了**能量子**的概念。

能量子的理论认为，电磁波的能量不是像牛顿力学中那样连续的，不是可以为任意数值的力与位移的乘积，也不是可以为任意数值的质量与速度平方的乘积的一半，而是只能是一份一份的。

就像日常生活中对苹果计数只能是一个苹果、两个苹果……电磁波的能量也只能是一个能量子、两个能量子……能量的最小单元叫作能量子，用符号  $\varepsilon$  表示。

对于频率为  $\nu$ （希腊字母，念作“niu”）的电磁波，其能量子的大小为  $\varepsilon = h\nu$ ，其中， $h$  叫作**普朗克常量**，其值约为  $h = 6.616 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ 。普朗克常量跟万有引力常量、静电力常量类似，是宇宙中普遍适用的常量。

能量子的概念非常良好地解释了黑体的温度与辐射电磁波的频率间的对应关系。爱因斯坦利用能量子的概念，为光电效应（光照射到金属上，令金属发射出电子的现象）提出了非常良好的解释和公式，同时证明光除了有电磁波的性质可以看作电磁波以外，还具有粒子的性质，叫作**光量子**。

### 能级

分子、原子、电子等微观世界遵循的基本物理规律，难以用描述人类生活的宏观世界的牛顿力学描述，需使用以能量子为基础的量子力学描述。量子力学的一项突出特征就是把能量当作具有不可再分的最小单元。

原子吸收或释放的能量，只能是一份一份的“量子化”的。原子处于不同的能量状态，也只能像台阶那样高度（重力势能）是一级一级的“量子化”的，而不是像斜坡那样高度（重力势能）是连续的。原子可以处于的不同能量状态叫作**能级**，就像处于一级一级台阶时具有不同的重力势能那样。

原子发射光谱证实了能量的量子化和能级理论，原子以辐射电磁波的形式释放能量后，将从处于高能级状态变为处于低能级状态。实验发现，原子辐射出的电磁波的频率分得很开，在电磁波谱上看上去是一些分得很开的细线，而不是连在一起的宽带，证明原子的不同能级之间的能量是一级一级的，而不是连续的。

下图是氢原子辐射出的电磁波的光谱，是几条分得很开的细线，不同的细线是氢原子在不同能级间变化时辐射出的不同能量的电磁波。



### 小结

本章学习磁场的基本知识，初步了解电磁感应、电磁场、电磁波、量子力学的科普知识。由于磁感应强度是通过电磁感应现象定义的物理量，磁通量也是在电磁感应规律中非常有用的概念，因此在学习选修二的各章后会更加完整地理解这些概念。

## 第十四章 动量守恒定律

功是力在空间上的累积，效果是改变物体的能量。现在学习力在时间上的累积——冲量，其效果是改变物体的动量。

冲量和动量与做功和能量的性质和规律有很多相似之处。动量的概念和性质也由牛顿运动定律数学推导得到，并经由实验验证。力对物体的冲量等于物体动量的变化，系统的动量也具有守恒的性质。

由于做功与冲量有很多相似之处，物理学界曾就谁能更好地衡量力对物体的持续作用产生争论。随着物理学的发展，物理学家发现能量和动量反映的是不同的物理规律。

虽然动量守恒定律是基于牛顿运动定律总结推导得到的，但动量守恒定律具有极强的普适性，其适用范围远超出牛顿力学的范围。大到天体运动，小到原子核的变化，以至于接近光速的运动，都遵循动量守恒定律。动量守恒定律、能量守恒定律、角动量守恒定律是物理学领域非常重要的三大守恒定律。

### 一、动量

质量为  $m$ 、速度为  $v$  的物体的机械能为  $\frac{1}{2}mv^2$ ，这个表达式稍复杂，且不能表示速度的方向。动量是一个更加简洁和全面地描述物体运动状态的物理量。

#### 寻求碰撞中的不变量

碰撞是日常生活中很常见的物理现象，拍手时两手掌发生碰撞，踢足球时球鞋与足球发生碰撞，发生交通事故时两车辆发生碰撞。

碰撞发生在极短的时间内，碰撞的过程极其复杂，现在我们只研究两个物体碰撞前和碰撞后的运动状态，不细究碰撞的瞬间具体发生了什么。

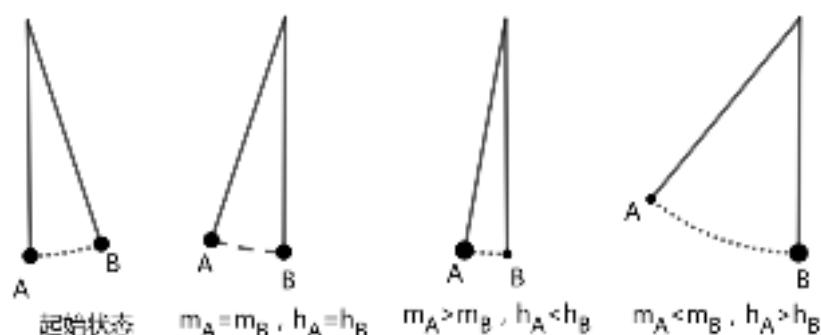
日常经验告诉我们，当质量大的物体撞击质量小的物体时，质量小的物体将以更快的速度被弹开。当质量小的物体撞击质量大的物体时，质量大的物体将以很慢的速度被弹开或者纹丝不动。

例如，篮球的质量大约是足球的1.5倍，把篮球和足球放在光滑的地面上，当用篮球以一定的速度撞击静止的足球时，足球以较大的速度弹开；当用足球以相同的速度撞击静止的篮球时，篮球以较小的速度弹开。

该规律也可以用下面的实验验证：用两根长度相等的细线分别系一个小球，并列悬挂使两个小球恰好可以在最低点相碰。小球A自然下垂至最低点，小球B举起一个较小的角度令其沿圆弧轨道自然摆下，与小球A碰撞。

实验发现，当A与B的质量相等时，A被撞击后摆到的最高点与B被举起的高度相等。当A比B的质量大时，A被撞击后摆到的最高点比B被举起的高

度低。当 A 比 B 的质量小时，A 被撞击后摆到的最高点比 B 被举起的高度高。如下图所示。



小球摆动的过程中只有重力做功，小球抵达的最大高度与在最低点时的速度正相关。该实验表明：两个小球组成的系统在碰撞前后，质量越大的小球速度越小，质量越小的速度越大，质量与速度总是一个大一个小。

### 动量

实验表明（后面的小节将学习该实验），两个物体碰撞前后，各自质量与速度的乘积之和不变。

根据该规律，定义新的物理量**动量**：等于物体的质量与速度的乘积，用符号  $p$  表示，即  $p = mv$ 。

由定义式可知，动量的标准单位是**千克米每秒**（ $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ ）。

动量是矢量，大小等于质量与速度的大小的乘积，方向与速度的方向相同。

**例 1** 光滑地面上有质量分别为 20 g 和 50 g 的两个小球，分别以大小为 2 m/s 和 1 m/s 的速度相向而行，求这两个小球的动量之和。

解析：直线运动中可以用正负号表示速度的方向，规定质量为 20 g 的小球运动的方向为正方向，则其速度为 2 m/s，那么质量为 50 g 的小球的速度为 -1 m/s。

将质量的单位转化为 kg 后，两个小球的动量之和为：

$$p_1 + p_2 = 0.02 \times 2 + 0.05 \times (-1) \text{ kg} \cdot \text{m/s} = -0.01 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

两个小球的动量之和的大小为  $0.01 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ，方向与 50 g 的小球相同。

## 二、动量定理

我们在上一节定义了新的物理量“动量”，现在利用牛顿运动定律分析力的作用与物体的动量间的关系。

### 动量定理

动量与速度直接相关，力使物体产生加速度，加速度在时间上的累积是速度，因此力在时间上的累积可能与动量有关。

设质量为  $m$  的物体受恒力  $F$  持续作用时间  $t$ ，由牛顿第二定律可得物体的加

速度为  $a = \frac{F}{m}$ ，经过时间  $t$  后物体速度的变化量为  $\Delta v = at = \frac{F}{m}t$ ，物体的动量的变

化量为  $\Delta p = m \cdot \Delta v = m \cdot \frac{F}{m}t = Ft$ 。

即：物体动量的变化量等于力与作用时间的乘积。力与作用时间的乘积叫作**力的冲量**，用符号  $I$  表示，标准单位是牛秒（ $\text{N} \cdot \text{s}$ ）。

由  $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$  可得  $1 \text{ N} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ，冲量与动量的单位相同，这与力对物体产生的冲量等于物体动量的变化量的规律相符。

上述公式推导和分析表明：**力对物体产生的冲量等于物体动量的变化量**。用公式表示为  $\Delta p = I$ 。该规律叫作**动量定理**。

如果力的大小或方向变化，那么可以把力拆解成一系列连续的不同的力的作用，每一段力作用都遵循冲量等于物体动量的变化量的规律。如果物体同时受到多个力的作用，那么物体动量的变化等于各个力对物体产生的冲量的矢量和。

需注意，力、冲量、动量都是既有大小、又有方向的矢量，因此公式动量定理  $\Delta p = I$  同时蕴含着大小和方向信息，涉及几何分析而不只是代数运算，且遵循平行四边形定则。现在分别分析直线运动和平面运动中的动量定理。

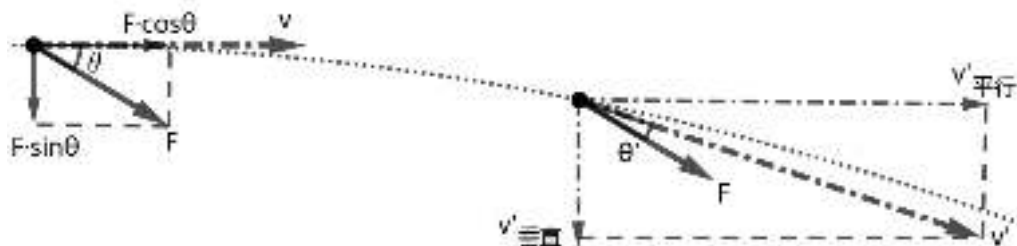
**直线运动**。设质量为  $m$ 、速度为  $v$  的物体，受到方向与其共直线、大小为  $F$  的力持续作用时间  $t$ ，力对物体产生的冲量为  $I = Ft$ 。若  $F$  与  $v$  方向相同则  $F > 0$ ；若  $F$  与  $v$  方向相反则  $F < 0$ 。

物体做加速度为  $a = \frac{F}{m}$  的匀变速直线运动，经时间  $t$  后速度变为  $v' = v + \frac{Ft}{m}$ 。

物体的初始动量为  $p = mv$ ，终末动量为  $p' = mv' = mv + m \frac{Ft}{m} = mv + Ft$ ，物体动量的变化量为： $\Delta p = p' - p = mv + Ft - mv = Ft$ 。动量定理成立。

**平面运动**。矢量运算中，正交分解可以将力与运动分解到两个互相垂直、互不影响的方向。设质量为  $m$ 、速度为  $v$  的物体，受到大小为  $F$ 、与初始速度夹角为  $\theta$  的力持续作用时间  $t$ ，力对物体产生的冲量为  $I = Ft$ 。

将力正交分解为平行与初始速度和垂直与初始速度两个方向，大小分别为  $F \cos \theta$  和  $F \sin \theta$ ，产生的加速度分别为  $\frac{F \cos \theta}{m}$  和  $\frac{F \sin \theta}{m}$ 。如下图所示。





物体的初始动量为  $mv$ 。经过时间  $t$  后，物体沿初始速度方向的速度变为：  
 $v_{\text{平行}} = v + \frac{Ft \cos \theta}{m}$ ，相应的分动量为  $p_{\text{平行}} = mv_{\text{平行}} = mv + Ft \cos \theta$ ；沿垂直于初始速度方向的速度变为： $v_{\text{垂直}} = \frac{Ft \sin \theta}{m}$ ，相应的分动量为  $p_{\text{垂直}} = mv_{\text{垂直}} = Ft \sin \theta$ 。

利用勾股定理可求得物体的终末动量的大小为：

$$p' = \sqrt{p_{\text{平行}}^2 + p_{\text{垂直}}^2} = \sqrt{(mv + Ft \cos \theta)^2 + (Ft \sin \theta)^2} = \sqrt{m^2 v^2 + F^2 t^2 + 2mvFt \cos \theta}$$

终末动量与初始速度方向夹角的正切值为： $\tan \theta' = \frac{Ft \sin \theta}{mv + Ft \cos \theta}$ 。

上述计算实际上与研究抛体运动中速度的变化情况一致，只是在此基础上用速度与质量相乘得到动量。

### 动量定理的应用

动量定理  $m\Delta v = Ft$  反映了物体动量的变化量与外力持续作用间的数量关系，只要知道其中三个物理量，就可以求得第四个物理量。

利用动量定理，还可以对生活中的物理现象进行简单的定性判断。例如，当同一物体从高处下落时，下落的高度越高，重力对物体的冲量越大，物体获得的动量越大，若撞击到地面或物体产生的破坏就越严重。

当物体分别掉落在坚硬的地面和柔软的地面上时，地面对物体的弹力使物体的动量在瞬间降低为 0。坚硬的地面几乎不发生形变，碰撞的时间极短，物体受到地面的弹力较大，更容易损坏。柔软的地面会发生形变导致碰撞的时间较长，物体受到地面的弹力较小，较不容易损坏。

用手接住高处下落的物体时，在接触到物体的瞬间让手臂随物体一起下落一段距离，延长手对物体施力的时间，有助于减小手与物体间力的作用，可以防止或减轻手受到伤害。

**例 2** 甲、乙两块质量都为  $2 \text{ kg}$  的砖块从  $5 \text{ m}$  高处由静止自由下落到地面上，甲砖块落在水泥地面上与地面接触  $0.2 \text{ s}$  后停下，乙砖块落在海绵垫上与海绵垫接触  $1 \text{ s}$  后停下，假设砖块受到水泥地面和海绵垫的力的大小不变，求甲、乙两砖块分别受水泥地面和海绵垫的力的大小，重力加速度的大小为  $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。

解析：砖块下落的高度为  $s = 5 \text{ m}$ ，加速度的大小为  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，初速度为 0，下落到地面瞬间的速度  $v$  满足关系： $2 \times 10 \times 5 = v^2 - 0^2$ ，解得： $v = 10 \text{ m/s}$ ，物体撞击地面时的动量为  $p = 2 \times 10 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ 。

甲砖块撞击水泥地面  $0.2 \text{ s}$  后停下，由动量定理可得： $F_1 \times 0.2 = 20 \text{ N}$ ，解得  $F_1 = 100 \text{ N}$ ；乙砖块撞击海绵垫  $0.5 \text{ s}$  后停下，由动量定理可得： $F_2 \times 1 = 20 \text{ N}$ ，解得  $F_2 = 20 \text{ N}$ 。

### 三、动量守恒定律

动量定理描述了物体受外力作用时，外力产生的冲量与物体动量的变化量间的关系。对于不受外力作用的系统，系统的总动量守恒。

#### 相互作用的两个物体的动量改变

设甲、乙两物体的质量分别为  $m_1$ 、 $m_2$ ，速度分别为  $v_1$ 、 $v_2$ ，甲、乙均不受外力作用，相互间有力的作用。

根据牛顿第三定律，若甲对乙的力的作用的大小为  $F$ ，则乙对甲的力的作用的大小也为  $F$ ，且这两个力的方向始终相反、同时产生、同时消失。

若甲、乙两物体间力的作用时间为  $t$ ，则甲对乙的力产生的冲量的大小为  $Ft$ ，乙对甲的力产生的冲量的大小也为  $Ft$ ，且这两个冲量的方向相反，所以这两个力产生的冲量的矢量和总是为0。

对于甲、乙两物体组成的不受外力作用的系统，总的动量总是  $m_1v_1 + m_2v_2$ ，相互之间内力产生的冲量总是等大反向、矢量和为0，因此系统的总动量不变。

#### 动量守恒定律

根据前面的分析，当两个物体不受外界作用，只存在它们间的相互作用时，这两个物体的动量的矢量和始终不变。

物理学上，通常把作为对象一并研究的两个或多个物体叫作**系统**。组成一个系统的各物体间通常具有相互作用。组成系统的各物体间的力叫作**内力**，系统之外的物体对组成系统的物体的力叫作**外力**。

刚刚分析推导的结论适用于任意系统，即：**如果一个系统不受外力（或受到外力的矢量和为0），那么该系统的总动量保持不变。该规律叫作动量守恒定律。**

#### 动量守恒定律的普适性

动量守恒定律的适用范围极其广阔。这是因为动量守恒定律的理论基础只是牛顿运动定律，没有添加其他限制条件，所以一切适用牛顿运动定律的情形都适用动量守恒定律。

机械能守恒定律中，要求只能有重力和弹力做功。如果有其他力做功，那么机械能不守恒，会发生机械能与其他形式的能量的转换。实际上，与动量守恒定律“旗鼓相当”的是能量守恒定律。

不只是宏观的物体系统遵循动量守恒定律，分子、原子、电子等微观粒子组成的系统，还有接近光速下的高速运动的系统、以及电磁场等非物体组成的系统也遵循动量守恒定律。

利用动量守恒定律，如果确定了一个系统不受外力或合外力为0，只要得知该系统在某个时刻或状态下的总动量，就知道了该系统在任意时刻及状态下的总动量，再结合一些已知数据，可以求得其他未知数据。

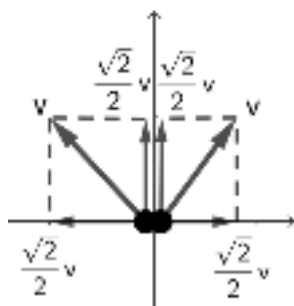
**例 3** 甲、乙两名滑冰运动员并排站立在光滑冰面上，甲的质量为  $75\text{ kg}$ ，乙的质量为  $60\text{ kg}$ ，若甲、乙二人互相推开后，甲的速度的大小为  $2\text{ m/s}$ ，求乙的速度的大小。

解析：由甲、乙二人组成的系统受到重力和冰面支持力的作用，合外力始终为  $0$ ，遵从动量守恒定律。

甲和乙的初始速度都为  $0$ ，系统的总动量为  $0$ 。两人推开后的总动量仍为  $0$ ，设乙的速度为  $v$ ，由动量守恒定律可得： $75 \times 2 + 60v = 0$ ，解得： $v = -2.5\text{ m/s}$ ，乙的速度的大小为  $2.5\text{ m/s}$ 。

**例 4** 光滑地面上，两颗质量相等的橡胶球以相同大小的速度  $v$  沿相互垂直的方向运动，发生碰撞后两球黏在一起，求碰撞后两球速度的大小。

解析：设橡胶球的质量为  $m$ ，根据题意作图如下：



将两球的速度分别正交分解为沿二者速度方向所成夹角的角平分线方向和垂直于该方向。

由图中的几何关系可知，两球沿角平分线方向的分速度的大小均为  $\frac{\sqrt{2}}{2}v$  且方向相同，动量均为  $\frac{\sqrt{2}}{2}mv$  且方向相同，沿该方向的总动量为  $\sqrt{2}mv$ 。两球碰撞并黏在一起后，沿该方向的总动量仍为  $\sqrt{2}mv$ ，且两球具有相同的速度，可求得速度仍为  $\frac{\sqrt{2}}{2}v$ 。

两球沿垂直于角平分线方向的分速度的大小均为  $\frac{\sqrt{2}}{2}v$  且方向相反，动量均为  $\frac{\sqrt{2}}{2}mv$  且方向相反，沿该方向的总动量为  $0$ 。两球碰撞并黏在一起后，沿该方向的总动量仍为  $0$ ，且两球具有相同的速度，可求得速度变为  $0$ 。

综上，求碰撞后两球速度的大小均为  $\frac{\sqrt{2}}{2}v$ 。

## 四、实验：验证动量守恒定律

### 实验思路

本实验的目的是验证动量守恒定律，主要验证系统在内力作用前后动量守恒，较容易实现的过程是两个物体发生碰撞，较容易计算的是直线运动中的碰撞。

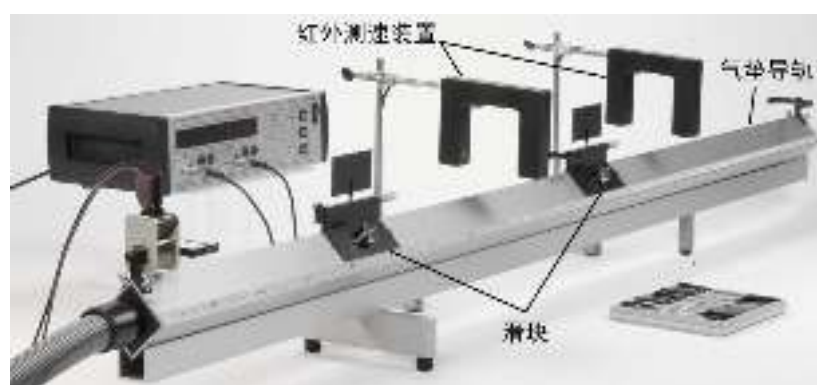
### 实验设计和物理量的测量

动量守恒定律需满足系统不受外力或合外力为0，可以设置在光滑平面上的运动，有两种可行的装置。

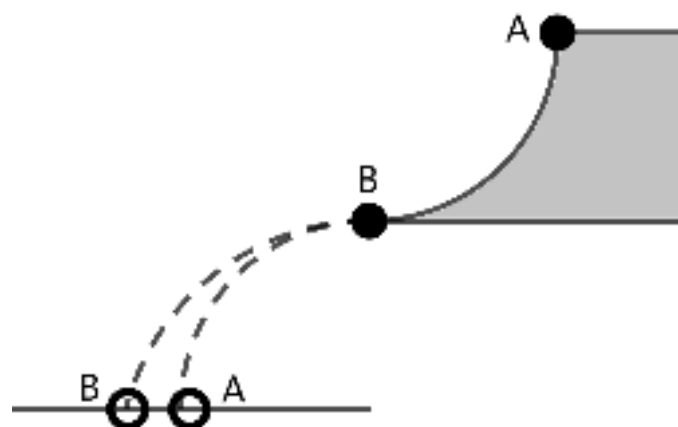
一种是利用气垫导轨，用空气压力将滑块托起，滑块与空气间的摩擦力小到可以忽略，气垫导轨上还有红外测速装置，可以直接读取滑块速度的大小。

通过给滑块施加一个速度，让两个滑块相向而行发生碰撞后反弹回去，装置分别记录两个滑块碰撞前和碰撞后的速度，利用上述数据进行测量。

为了验证动量守恒的普适性，可以先后在两滑块间的接触面安装弹簧令其发生弹性碰撞、安装橡皮泥令其碰撞后黏在一起、安装同名磁极令滑块在磁铁斥力作用下弹开，分别验证动量守恒定律。如下图所示。



另一种装置是设置光滑或倾斜的圆弧轨道，让入射小球从轨道上端沿轨道滑下，在最低点处与射出小球发生水平正碰，撞击后两小球做平抛运动。利用机械能守恒定律，根据轨道的高度可以求得入射小球碰撞前的速度，利用平抛运动的规律，根据小球的落点可以求得被撞击后的速度。如下图所示。



### 数据分析

分别测量或计算两个物体的质量  $m_1$ 、 $m_2$  和碰撞前后的速度  $v_1$ 、 $v_2$ 、 $v_1'$ 、 $v_2'$ ，若等式  $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$  成立，则验证动量守恒定律成立。

### 五、弹性碰撞和非弹性碰撞

碰撞发生前后，整个系统的动量始终守恒，而动能不一定守恒，动能有可能转化为其他形式的能量。

#### 弹性碰撞和非弹性碰撞

物理学中，碰撞的两个物体不一定直接接触，只要在极短的时间内有相互作用并引起运动状态改变都可以叫作碰撞。例如，两个带同种电荷的物体相互靠近，在静电斥力作用下弹开，该过程也可以叫作碰撞。

若碰撞前后系统的总动能不变，这种碰撞叫作**弹性碰撞**。若碰撞前后系统的总动能减少，这种碰撞叫作**非弹性碰撞**。

高中阶段学习研究的碰撞的情形较简单，一般满足以下三个条件：

- (1) 只有两个物体相互碰撞；
- (2) 碰撞过程中无其他外力作用或合外力为0；
- (3) 碰撞前后，两个物体的速度始终在质心的连线上，这种碰撞叫作**正碰**，也叫作**对心碰撞**或**一维碰撞**。

符合弹性碰撞条件的情况较简单，只需分析直线运动的数量关系即可，只有正负两种方向，不需要分析二维矢量的方向。

现在分析弹性碰撞前后物体的运动状态。设两个小球质量分别为  $m_1$ 、 $m_2$ ，其中， $m_1$  以速度  $v_1$  向运动， $m_2$  静止，两个小球发生弹性碰撞，碰撞后两个小球的速度分别变为  $v_1'$ 、 $v_2'$ 。如下图所示。



由动量守恒可得： $m_1v_1 = m_1v_1' + m_2v_2'$ ，

由机械能守恒可得： $\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$ ，

联立这两个等式，解关于  $v_1'$ 、 $v_2'$  的方程组得：

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1, \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

该结论不需要记忆，只要掌握弹性碰撞前后遵循机械能守恒和动量守恒，再利用相应的守恒列出方程组并解方程组即可。

如果两个小球都具有速度，可以选取其中一个小球作为惯性参考系，当作其速度为0，另一个小球的速度为相对速度。

非弹性碰撞是生活中更常见的现象，往往伴随着机械能的损失，机械能转化为其他形式的能量。若能获知碰撞前后的一些具体信息，则可以根据动量守恒定律和能量守恒定律计算出损失的动能。

例如，甲、乙两车的质量都为 $m$ ，乙车静止，甲车以速度 $v_0$ 向乙车移动，两者相碰后黏在一起以相同的速度前进。

设碰撞后甲乙两车的共同速度为 $v_t$ ，由动量守恒定律可得 $mv_0 = 2mv_t$ ，解得 $v_t = \frac{1}{2}v_0$ 。碰撞前后系统损失的动能为： $\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2} \times (2m) \times (\frac{v_0}{2})^2 = \frac{1}{4}mv_0^2$ 。损失的动能转化为将两车黏在一起所需要的能量。

### 弹性碰撞的实例分析

现在讨论几种特殊的弹性碰撞情况。

**情况 1：**两个物体的质量相等，一个物体撞击另一个静止的物体

若 $m_1 = m_2$ ，则 $v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = 0$ ， $v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = v_1$ 。

即：碰撞后原本运动的小球静止，将速度100%传递给原本静止的小球。

牛顿摆是演示这种情况的经典装置，牛顿摆由若干质量相等的小球恰好挨着悬挂在一起，相互之间发生弹性碰撞。如下图所示。



如果让左侧第一个小球轻轻摆动过去，撞击第二个小球，则第一个小球静止，将动量传递给第二个小球。动量在各小球间依次传递，一直传递到最右侧的小球，令其获得最左侧小球的动量，向右摆起相同的高度，摆回后再将动能依次挨个向左传递。可以观察到左侧和右侧的两个小球依次摆动，中间的小球静止不动。

**情况 2：**很重的物体撞飞很轻的静止物体。

若 $m_1 \gg m_2$ ，则 $m_1 \pm m_2 \approx m_1$ ，由此可得：

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \approx \frac{m_1}{m_1} v_1 = v_1, \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \approx \frac{2m_1}{m_1} v_1 = 2v_1$$

即：碰撞后很重的物体速度不变，很轻的物体以两倍的速度被撞出去。

现实中，用球拍击打乒乓球，乒乓球以很快的速度飞出。

撞击墙壁，墙壁静止不动，乒乓球以原来的速度被弹回。

**情况 3:** 很轻的物体撞击很重的静止物体。

若  $m_1 \ll m_2$ , 则  $m_1 \pm m_2 \approx m_2$ , 由此可得:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \approx \frac{-m_2}{m_2} v_1 = -v_1, \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \approx \frac{0}{m_2} v_1 = 0$$

即: 碰撞后很轻的物体以相同的速率反弹回去, 很重的物体仍静止不动。

现实中, 用乒乓球撞击墙壁, 墙壁静止不动, 乒乓球以原来的速度被弹回。

根据运动的相对性, 情况 2 与情况 3 可以看作同一种情况。情况 2 中, 质量大的物体向静止的质量小的物体移动。若将质量大的物体作为参考系, 则相当于质量小的物体以相同的速率沿反方向向质量大的物体移动, 就是情况 3。

情况 2 和情况 3 中使用了近似处理, 一个很大的数与一个很小的数相加减, 可以忽略很小的数字。即: 若  $m_1 \gg m_2$ , 则  $m_1 \pm m_2 \approx m_1$ 。需注意, 乘法和除法中不能忽略很小的数字。

## 六、反冲现象和火箭

动量守恒定律是一个“守恒”定律, 意味着不需要探明具体过程, 只需根据守恒量建立等式关系即可。

### 反冲现象

根据动量守恒定律, 如果一个系统分裂为两部分分别运动, 那么这两部分将具有大小相等、方向相反的动量。物体分裂为两块并朝向相反的方向运动的现象叫作**反冲现象**。

反冲现象是自然界中十分常见的现象。例如, 墨鱼通过向后方喷水的反冲作用前进。将墨鱼和它喷出的水看作是一个系统, 墨鱼迅速向后喷水, 喷出的水获得向后的动量, 同时墨鱼获得向前的动量, 使得墨鱼前进。另外, 跳跃、弹射等都是反冲现象。

### 火箭

发射火箭是对动量守恒定律及反冲现象的重要应用。为了使火箭的速度达到第一宇宙速度或第二宇宙速度, 火箭将燃料燃烧生成的气体以极大的速度向地面喷出。根据动量守恒定律, 火箭获得向上的动量, 从而获得足以飞出地球的速度。

根据动量守恒定律可以求得每一级火箭喷出的气体的质量和喷出速度, 与火箭的质量和获得的速度之间的数量关系。

设火箭箭体的质量为  $m$ , 火箭喷出的气体质量为  $\Delta m$ , 喷射出的气体的速度为  $u_1$ , 设喷射气体的时间极短, 可忽略重力产生的冲量, 则火箭箭体与喷出的气体满足动量守恒定律:  $mv_1 + \Delta mu_1 = 0$ , 火箭箭体获得的速度为:  $v_1 = -\frac{\Delta mu_1}{m}$ 。

在太空中运行的航天器,如果想要改变速度的大小或方向,或改变飞行姿态,通常也是利用反冲现象,以一定的速度喷射气体,使航天器获得相反的动量。

发现新的天体或物质也是动量守恒定律的重要应用。若已知天体的运动轨迹或运动周期与理论计算值不符,则它们的动量或角动量不守恒,表明很可能受到未探明的天体甚至未探测到的物质影响。

这种影响不一定是天体的万有引力,也有可能是其他的相互作用,甚至新的物质形式。利用动量守恒定律,可以计算推测出未知物体可能的动量,为实际观测探究提供参考。

### 小结

本章学习动量和冲量的概念、动量定理和动量守恒定律,需注重理解动量和冲量的定义、动量定理和动量守恒定律的理论推导和实验验证,需重点掌握相关概念和定理定律的数学含义,特别是矢量运算中包含的方向信息。



## 第十五章 机械振动

振动是生活中十分常见的现象，弹簧被压紧后突然松开会进行振动，荡秋千时秋千座椅来回晃动是一种振动，座钟的钟摆来回摆动是一种振动，这些现象都有“来回往复”“永不停歇”的特点。

振动可以看作是物体在一定空间范围内的来回往复运动。其中，简谐运动的规律性非常强，可以看作是某一过程的不断重复，只需研究清楚一个周期的特点，就相当于掌握了整个振动过程的规律。

若振动的物体只受弹力或重力作用，则振动过程中的力、加速度、速度、机械能等物理量都可以用牛顿运动定律定量地描述和分析计算。其他形式的振动也可以使用同一模型分析处理。

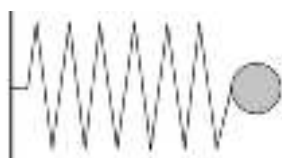
做简谐运动的物体的运动状态可以由三角函数进行准确的描述和计算，三角函数是高中数学的重要章节，其数学规律与简谐运动的物理规律之间有非常好的对应关系。

### 一、简谐运动

物体或物体的一部分在一个位置附近来来回回做往复运动叫作**机械振动**，简称**振动**。做往复运动的物体无论是自主的运动还是受外力驱使皆可。

#### 弹簧振子

将一个质量很小的弹簧的一端固定，另一端连接一个有一定质量的小球，这样的系统叫作**弹簧振子**，如下图所示。



弹簧未发生弹性形变时，弹簧的弹力为0，此时小球的位置叫作**平衡位置**。当小球在平衡位置时，受到的合外力为0。

若将小球拉伸或压缩到某一位置后静止（弹簧的弹性限度内），小球将受到弹簧的弹力。根据胡克定律  $F = -k\Delta x$ ，弹力的方向与弹性形变的方向相反，弹力的大小与偏离平衡位置的距离成正比。

若突然松开小球，小球将在弹簧弹力的作用下，在平衡位置两侧做往复运动，就是机械振动。

#### 弹簧振子的位移-时间图像

使用频闪照相技术可以记录小球的运动轨迹，从小球刚经过平衡位置时开始，绘制出小球在各时刻偏离平衡位置的位移，如下图所示，非常接近正弦曲线。



## 简谐运动

以平衡位置为原点，若弹簧振子的能量损耗很小，则小球的位移-时间图像非常接近三角函数的图像。

理想状况下，系统没有能量损耗，弹簧没有质量。根据牛顿运动定律、胡克定律和相关数学知识可推导得到：小球的位移-时间图像是正弦函数。

若物体的位移与时间的关系符合正弦函数的规律，即物体的位移-时间图像是一条正弦曲线，这样的运动叫作**简谐运动**。简谐运动的状态及性质规律可以由正弦函数描述。

## 二、简谐运动的过程

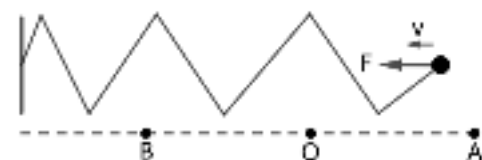
现在详细分析简谐运动的过程。把一个劲度系数为 $k$ 、质量可以忽略的弹簧水平放置，一端固定，另一端与质量为 $m$ 的小球相连，如下图所示。



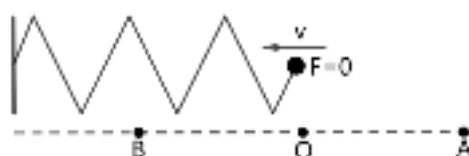
**初始状态。**将小球拉到距离平衡位置 $O$ 距离为 $x$ 的点 $A$ 处，突然松开小球。弹簧开始收缩，小球受到水平向左的弹力，大小为 $F = kx$ ，小球向左做加速运动。如下图所示。



**从最右端移动到平衡位置。**随着小球向左运动，弹簧的弹性形变减小，弹力随之减小，小球的加速度逐渐减小，速度始终增大。该过程中弹簧的弹性势能转化为小球的动能。如下图所示。

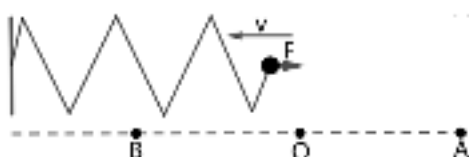


**第一次经过平衡位置。**小球向左移动到平衡位置，弹簧的弹性形变为 $0$ ，小球受到的弹力为 $0$ ，小球有向左的最大速度。弹簧的弹性势能为 $0$ ，全都转化为小球的动能。如下图所示。

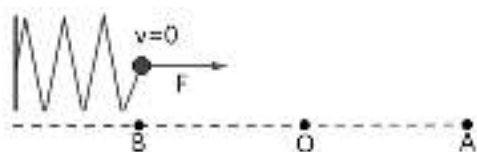


**从平衡位置移动到最左端。**小球由于有向左的速度，越过平衡位置继续向左运动。弹簧被压缩，有向左的弹性形变，对小球产生向右的弹力，小球向左做减速运动，速度不断减小。

随着小球继续向左运动，弹簧的弹性形变增大，弹力随之增大，小球的加速度（负数）的绝对值逐渐增大，速度减慢得越来越快。该过程中小球的动能转化为弹簧的弹性势能。如下图所示。

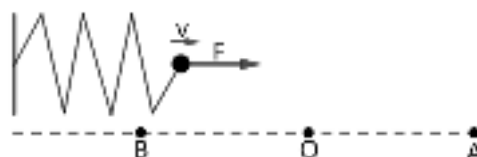


**抵达最左端。**小球的速度减小为0，抵达它能达到的最左端B处。小球的动能全都转化为弹簧的弹性势能。根据机械能守恒定律，此时弹簧被压缩的程度最大，弹性形变与起始时相同， $OA = OB = x$ 。此时小球的加速度、弹簧的弹性形变、弹力都与初始状态时大小相等、方向相反。如下图所示。

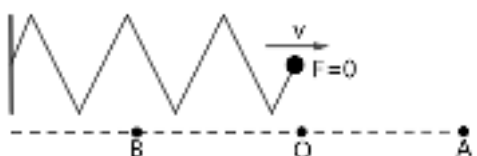


**从最左端移动到平衡位置。**弹簧被压缩，小球受到水平向右的弹力，大小为  $F = kx$ ，小球向右做加速运动。此时相当于把弹簧压缩到B点后突然松开。

随着小球向右运动，弹簧的弹性形变减小，弹力随之减小，小球的加速度逐渐减小，速度始终增大。该过程中弹簧的弹性势能再次转化为小球的动能。如下图所示。

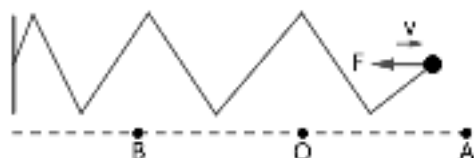


**第二次经过平衡位置。**小球向右移动到平衡位置，弹簧的弹性形变再次为0，小球受到的弹力再次为0，小球有向右的速度。弹簧的弹性势能再次为0，再次全都转化为小球的动能。此时小球的速度、加速度、弹簧的弹性形变、弹力都与上一次经过平衡位置时大小相等、方向相反。如下图所示。



**从平衡位置移动到最右端。**小球由于有向右的速度，越过平衡位置继续向右运动。弹簧被拉伸，有向右的弹性形变，对小球产生向左的弹力，小球向右做减速运动，速度不断减小。

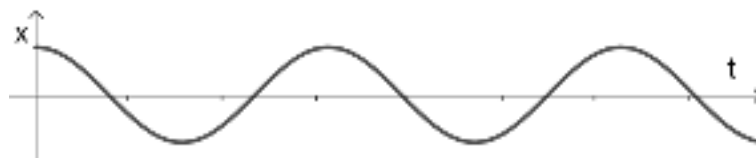
随着小球继续向右运动，弹簧的弹性形变增大，弹力随之增大，小球的速度减慢得越来越快。该过程中小球的动能转化为弹簧的弹性势能。如下图所示。



**返回最右端。**直到小球的速度减小为0，抵达它能达到的最右端。小球的动能全部转化为弹簧的弹性势能。根据机械能守恒定律，此时弹簧的弹性形变与起始时相同，小球再次返回点A处。如下图所示。



返回最右端A后，小球再次处于在平衡位置右侧 $x$ 距离处，速度为0，受到大小为 $kx$ 的水平向左的弹力。小球将重新开始并不断重复上述过程。可以将各时刻小球偏离平衡位置的位移绘制成 $x-t$ 函数图像，如下图所示，位移的大小表示距离、正负号表示方向。



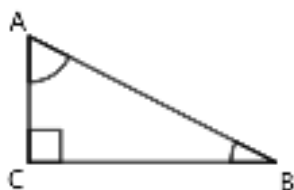
## 二、简谐运动的描述

简谐运动的位移-时间图像可以非常完美地与正弦函数匹配，并由正弦函数描述其特点和规律，正弦函数中的各项参数都有非常实际的物理含义。

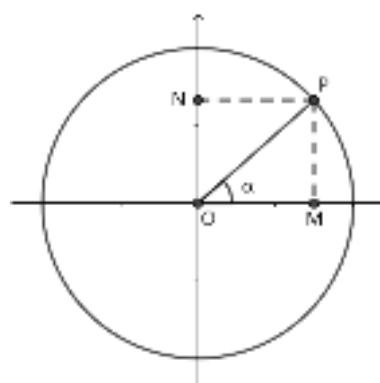
### 正弦函数简介

高中数学有专门的章节详细学习三角函数，作为简谐运动的前置知识，现在作以简要介绍。

如下图所示，直角三角形ABC中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A$ 的正弦值为对边BC与斜边AB之比，记作 $\sin A = \frac{BC}{AB}$ 。同理， $\sin B = \frac{AC}{AB}$ 。



三角函数更加普遍适用的定义为：平面直角坐标系内，以原点  $O$  为圆心，单位长 1 为半径的圆。任意一条与  $x$  轴正方向的夹角为  $\alpha$  的半径，该半径在圆上的端点  $P$  的纵坐标，就是该角的正弦值。如下图所示。

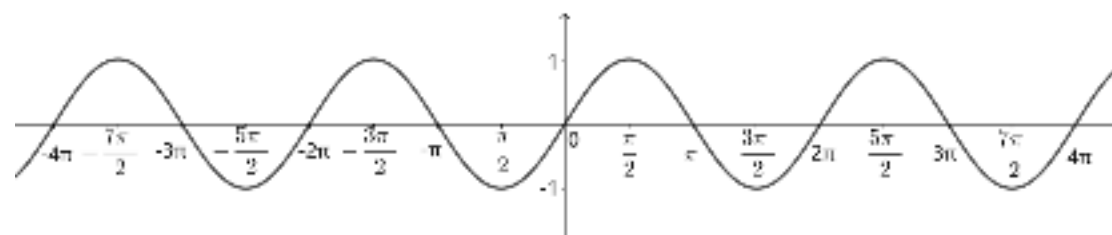


点  $P$  的纵坐标相当于直角三角形  $OPM$  中  $\angle MOP$  的正弦值，斜边长  $OP = 1$ ，纵坐标可以为正数、负数、0。

从  $OP$  与  $x$  轴正方向重合  $\angle MOP = 0$  开始，令半径  $OP$  沿逆时针旋转。随着  $\alpha$  从  $0^\circ$  增大到  $90^\circ$ ， $P$  的纵坐标从 0 增大到 1。随着  $\alpha$  从  $90^\circ$  增大到  $180^\circ$ ， $P$  的纵坐标从 1 减小到 0。随着  $\alpha$  从  $180^\circ$  增大到  $270^\circ$ ， $P$  的纵坐标从 0 减小到 -1。随着  $\alpha$  从  $270^\circ$  增大到  $360^\circ$ ， $P$  的纵坐标从 -1 增大到 0。

半径  $OP$  旋转完一圈后，点  $P$  的纵坐标继续重复上述过程。若半径  $OP$  沿顺时针旋转，规定此时  $\alpha$  为负数，绝对值与逆时针旋转时相同，点  $P$  的纵坐标循环与上述相反的过程。

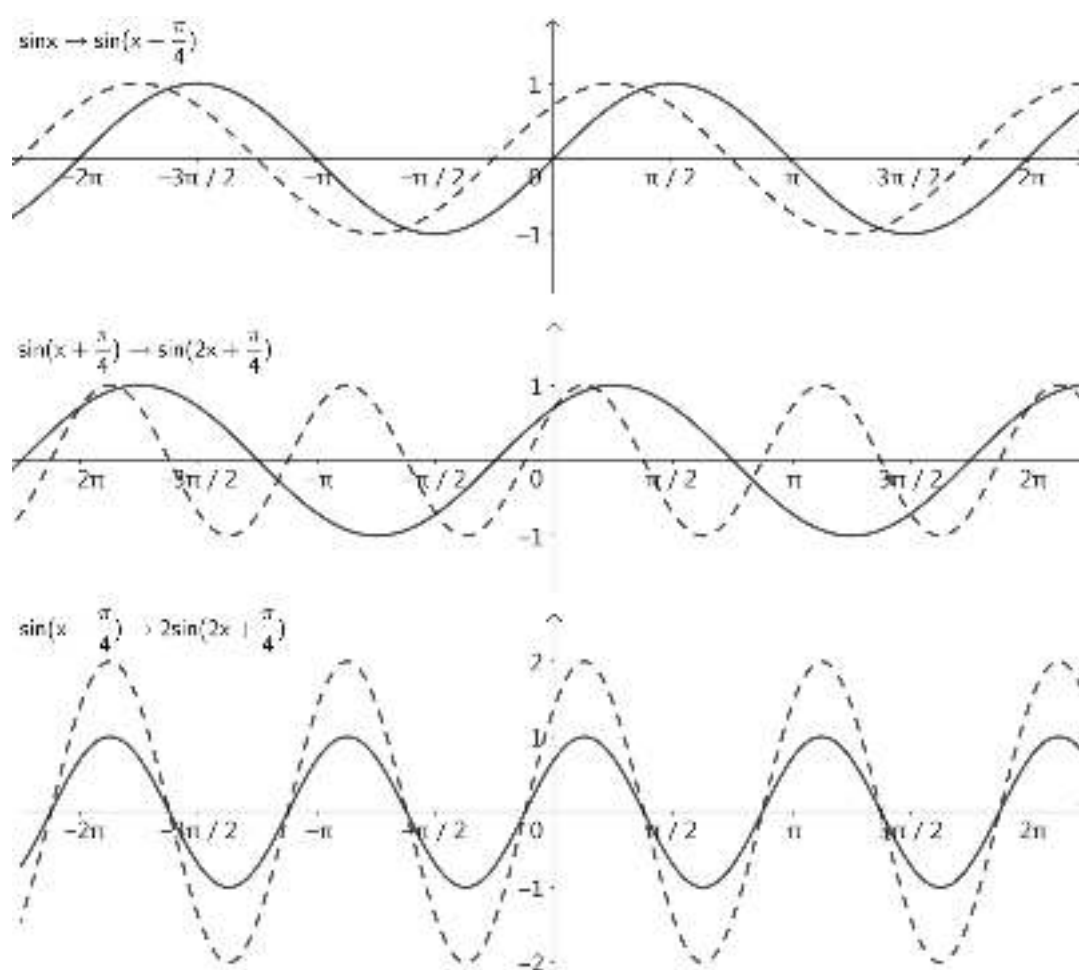
将  $\alpha$  作为横坐标（使用弧度制），将点  $P$  的纵坐标作为纵坐标，绘制得到的函数叫作**正弦函数**，记作  $y = \sin x$ ，函数图像如下。



注意观察函数递增和递减的区间，与半径旋转时点  $P$  的纵坐标的变化规律之间的对应关系，以及函数每相隔  $2\pi$  区间的图像完全重复的特点。

给基本的正弦函数添加参数，使其变为  $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ，该函数与  $y = \sin x$  图像的关系为：（1）沿水平方向向左平移  $\varphi$  个单位；（2）沿水平方向伸缩为原来的  $\frac{1}{\omega}$ ；（3）沿竖直方向伸缩为原来的  $A$  倍。上述变换的顺序不能调换。

下图是依次进行  $\sin x \rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) \rightarrow \sin(2x + \frac{\pi}{4}) \rightarrow 2\sin(2x + \frac{\pi}{4})$  变换的过程，每次变换前为实线，变换后为虚线。



振动偏离平衡位置的位移  $x$  与时间  $t$  的关系可以由函数  $x = A\sin(\omega t + \varphi)$  描述，参数  $A$ 、 $\omega$ 、 $\varphi$  都有具体的物理含义。需注意，位移  $x$  是矢量，大小表示距离，正负号表示方向。

**振幅。**因为  $-1 \leq \sin(\omega t + \varphi) \leq 1$ ，所以  $-A \leq A\sin(\omega t + \varphi) \leq A$ ，即  $-A \leq x \leq A$ ， $A$  是振动偏离平衡位置的最大距离，叫作振动的**振幅**。 $x$  的最小值和最大值互为相反数，这与弹簧被拉伸和压缩的最大幅度相同的现象一致。物体在  $-A$  和  $A$  间来回运动，运动范围是振幅的两倍。

**周期和频率。**根据前面的分析，振动的物体从最右端出发，抵达最左端后再次回到最右端，这样一个完整的过程叫作一次**全振动**。更加一般的，振动的物体由一个运动状态开始，再次变为该运动状态的过程都叫作全振动。

需注意，“运动状态”包括位移、速度、加速度三个参数，必须三个参数都相同才叫作“运动状态相同”。振动的物体经过除了两端之外的任意位置时，有两种可能的运动方向。

若将物体从右向左经过平衡位置的时刻当作全振动的开始，则该全振动的终点是物体下一次从右向左经过平衡位置的时刻，而不是物体下一次（从左向右）经过平衡位置。

振动的物体完成一次全振动的时间叫作振动的**周期**，通常用符号 $T$ 表示，基本单位为秒（s），与时间的单位相同。

振动的物体在单位时间（1s）内完成的振动的次数叫作振动的**频率**，通常用符号 $f$ 表示。频率的基本单位是**赫兹**，简称**赫**，用符号Hz表示。

由频率的定义可得： $f = \frac{1}{T}$ ，赫兹可以由秒表示为： $1\text{ Hz} = 1\text{ s}^{-1}$ 。

正弦函数 $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ 中，当 $\omega t + \varphi$ 相差 $2\pi$ 的整数倍时函数值和函数值的变化趋势总是相同，若 $t_1$ 、 $t_2$ 满足关系 $(\omega t_2 + \varphi) - (\omega t_1 + \varphi) = 2\pi$ ，则时间间隔 $t_2 - t_1$ 是一个周期，由该等式可得 $t_2 - t_1 = \frac{2\pi}{\omega}$ ，即： $T = \frac{2\pi}{\omega}$

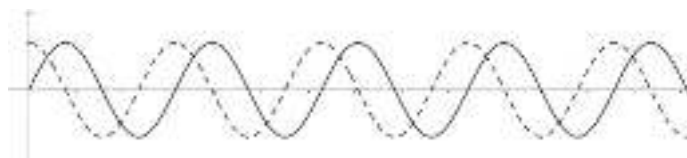
由周期与频率的关系可得： $f = \frac{\omega}{2\pi}$ ，以及 $\omega = 2\pi f$ 。

这里 $\omega$ 叫作**角速度**。简谐运动中的周期、频率、角速度的概念与匀速圆周运动中相应的概念相仿。匀速圆周运动中的周期也可以看作是转动的物体从一个运动状态开始到再次成为该运动状态的时间，频率是单位时间内完成的周期的次数，角速度等于圆周角 $2\pi$ 除以周期的商。实际上匀速圆周运动沿某一个方向的分位移与时间的关系就是简谐运动。

### 相位

对于振动 $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ ，只要三角函数内的 $\omega t + \varphi$ 确定了，那么三角函数的值也就确定了。 $\omega t + \varphi$ 反映振动物体所处的状态，叫作**相位**。当 $t = 0$ 时， $\omega \times 0 + \varphi = \varphi$ 叫作**初相**，是振动的起始状态。

对于两个不同的振动 $x_1 = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$ 、 $x_2 = A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$ ，某一时刻它们的相位的差别 $\Delta\varphi = (\omega_1 t + \varphi_1) - (\omega_2 t + \varphi_2)$ 叫作它们的**相位差**。若两个振动的周期相同，则它们的相位差等于初相之差 $\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_1) - (\omega t + \varphi_2) = \varphi_1 - \varphi_2$ ，不随时间变化。下图是两个振幅和周期都相同的简谐振动的 $x-t$ 图像，将其中一个图像平移 $\Delta\varphi$ 后，两条曲线可以完全重合。



**例 1** 某理想的弹簧振子在水平桌面上做简谐运动，弹簧振子偏离平衡位置的距离 $y$ （单位：米）随时间 $x$ （单位：秒）变化的关系为 $y = 0.05\sin(2x + \frac{\pi}{2})$ 。求：（1）弹簧振子运动的最大范围；（2）弹簧振子振动的周期（精确到0.01秒）；（3）开始记录时弹簧振子的位置。

解析：（1）根据弹簧振子偏离平衡位置的距离  $y$ （单位：米）随时间  $x$ （单位：秒）变化的关系  $y = 0.05 \sin(2x + \frac{\pi}{2})$ ，可知弹簧振子的最大位移为 0.05 米，运动范围为  $2 \times 0.05 \text{ m} = 0.10 \text{ m}$ 。

（2）弹簧振子振动的周期为： $T = \frac{2\pi}{2} \text{ s} = 10\pi \text{ s} \approx 3.14 \text{ s}$ 。

（3）开始记录时为初相  $t = 0$ ，位置为  $y = 0.05 \sin(2 \times 0 + \frac{\pi}{2}) \text{ m} = 0.05 \text{ m}$ 。

### 三、简谐运动的回复力和能量

前面对简谐运动全振动的详细剖析中，已经分析了各阶段中力和能量的变化情况，现在进行简要总结概括。

#### 简谐运动的回复力

小球振动时，始终受到弹簧的弹力，且弹力指向平衡位置，将小球推/拉回平衡位置，这个力叫作**回复力**。

当小球从平衡位置向最远端运动时，回复力的方向与小球速度的方向相反，回复力使小球做减速运动，阻止小球向远端运动，且回复力的大小随着小球远离平衡位置而增大。

当小球从最远端向平衡位置运动时，回复力的方向与小球速度的方向相同，回复力使小球做加速运动，加速小球向平衡位置运动，且回复力的大小随着小球靠近平衡位置而减小。

利用数学知识可以证明：**若物体在运动方向上所受的力与它偏离平衡位置的大小成正比，且总是指向平衡位置，则它做的就是简谐运动。**

弹簧产生的弹力满足上述条件，匀速圆周运动中向心力沿某个方向的分力也满足上述条件，单摆受到的合力也满足上述条件。

#### 简谐运动的能量

简谐运动的过程中，只有弹力做功，遵循机械能守恒定律，运动物体的动能  $E_k$  与弹簧的弹性势能  $E_p$  相互转化，总和  $E_k + E_p$  保持不变。

物体偏离平衡位置的距离越大，弹簧的弹性形变越大，弹性势能越大，则物体的动能越小，速度越小。

物体偏离平衡位置的距离越小，弹簧的弹性形变越小，弹性势能越小，则物体的动能越大，速度越大。

当物体运动到最远端时，物体的速度和动能也为 0，弹簧的弹性形变的大小和弹性势能达到最大值，最大弹性势能为  $E_p(\text{max}) = \frac{1}{2} kx^2$ 。



当物体经过平衡位置时，弹簧的弹性形变和弹性势能都为0，物体的速度的大小和动能都达到最大值，最大动能为  $E_k(\max) = \frac{1}{2}mv^2$ 。

根据小球的最大位移或在平衡位置处的最大速度这两种极端状态可以求得系统的总机械能。在此基础上，任意时刻只要知道其中一个就可求出另一个。

**例 2** 一个自然长度为 20 cm、劲度系数为 100 N/m 的轻质弹簧一端固定，另一端连有质量为 210 g 的小球，将弹簧缓慢拉长至自然长度的 1.5 倍后松开，求当弹簧的长度为原长的 1.2 倍时小球速度的大小。

解析：弹簧的自然长度为 20 cm = 0.2 m，拉长至自然长度的 1.5 倍时，长度变为  $0.2 \times 1.5 \text{ m} = 0.3 \text{ m}$ ，弹性形变的大小为  $x = 0.3 - 0.2 \text{ m} = 0.1 \text{ m}$ 。此时由小球与弹簧构成的系统的总机械能等于弹簧此时的机械能，大小为：

$$E_{\text{总}} = E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 0.1^2 \text{ J} = 0.5 \text{ J}$$

当弹簧的长度为原长的 1.2 倍时，弹簧的长度为  $0.2 \times 1.2 \text{ m} = 0.24 \text{ m}$ ，弹性形变的大小为  $x' = 0.24 - 0.2 \text{ m} = 0.04 \text{ m}$ ，此时弹性势能的大小为：

$$E_p' = \frac{1}{2}kx'^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 0.04^2 \text{ J} = 0.08 \text{ J}$$

由机械能守恒定律可得此时小球的动能为：

$$E_k' = E_{\text{总}} - E_p' = 0.5 - 0.08 \text{ J} = 0.42 \text{ J}$$

由动能的定义是  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$  可得小球此时的速度为：

$$v = \sqrt{\frac{2E_k'}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.42}{0.21}} \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$$

#### 四、单摆

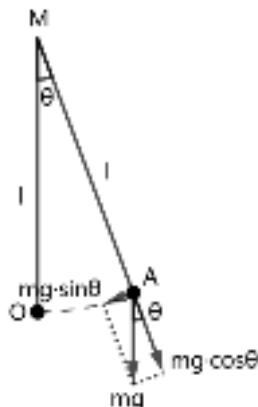
秋千、钟摆等物体的来回摆动是生活中常见的运动方式，它们都有一根长度不变的摆线，摆线的一端固定且可以自由摆动，另一端与物体相连，摆线与物体可以一直来回摆动，这样的装置叫作**单摆**。理想单摆做的是简谐运动。

##### 单摆的回复力

理想的单摆模型需要满足或近似满足下列条件：（1）摆线没有质量或质量可以忽略，摆线的长度不变；（2）与摆线相连的物体可以看作是质点；（3）整个系统没有摩擦或阻力等损耗；（4）摆动的最大角度（高度）很小。

如下图所示，将一根长为  $l$ 、没有质量的绳子的一端固定在点  $M$  处，绳子可以绕点  $M$  自由来回摆动，绳子的另一端系有质量为  $m$  的物体。当绳子自然下垂时，物体位于点  $O$ 。保持绳子自然伸长，把物体沿圆弧略微推高到点  $A$  处静止

( $\angle AMO < 10^\circ$ )，然后松开。物体与绳子在重力和绳子的弹力的共同作用下来回摆动，这就是一个典型的单摆模型。现在分析单摆的运动情况。



当物体摆动到任意一点时（可由图中点  $A$  代替）时，设  $\angle AMO = \theta$ ， $OA = x$ 。物体共受到两个力的作用：重力和绳子的弹力。

其中，重力的大小为  $mg$ ，方向始终竖直向下。物体沿以  $M$  为圆心、 $l$  为半径的圆弧摆动，速度始终沿切线方向。由于摆动角度  $\theta$  很小，所以圆弧  $OA$  可以近似看作是线段  $OA$ ，圆心角  $l$ 、半径  $l$ 、弧长  $x$  间满足关系： $\theta = \frac{x}{l}$ 。

正弦函数有一个重要的近似关系：当弧度  $\theta$  很小时，弧度的正弦值近似等于弧度本身，即  $\sin \theta = \theta$ ，由此可得： $\sin \theta = \frac{x}{l}$ 。

物体只沿切线方向运动，只需考虑沿切线方向的受力情况，将重力分解为沿切线和半径方向，沿切线方向分力的大小为  $mg \sin \theta = \frac{mgx}{l}$ ，设  $\frac{mg}{l} = k$ ，则物体受到沿切线方向力的大小为  $F_t = kx$ ，且方向总是指向平衡位置，由此可知单摆做简谐运动。

### 单摆的周期

单摆从一端的最髙点摆动到另一端的最髙点，再回到出发的最髙点所经历的时间就是单摆的一个**周期**。单摆不断重复这一过程。

根据理论计算和实验验证，单摆的周期  $T$  只与摆线的长度  $l$  和重力加速度  $g$  有关，与物体的质量、单摆的振幅无关，关系为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

各相关物理量需使用基本单位。

由于单摆的周期只与绳长和重力加速度有关，因此单摆可以用于测算当地的重力加速度。单摆的周期公式可以变形为  $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$ 。

根据该公式，只需使用质量很轻的绳子和具有一定质量且体积很小的重物，尽量减小摩擦和空气阻力，设置一个尽可能接近理想状态的单摆模型，测得单摆的绳长 $l$ 和单摆的周期 $T$ 后，代入该公式即可求得当地的重力加速度。

为减小误差，测量周期时一般测量若干连续周期的总时长，除以周期数即可得到一个周期的时长。

**例 3** 已知月球表面的重力加速度约为地球表面的 $\frac{1}{6}$ ，一个单摆在地球表面的周期为 $4\text{ s}$ ，求它在月球表面的周期。

解析：设地球表面的重力加速度为 $g$ ，则月球表面的重力加速度为 $\frac{g}{6}$ ，设单摆的长为 $l$ ，已知其在地球表面的周期为 $4\text{ s}$ ，由单摆的周期公式可得 $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 4$ ，则该单摆在月球表面的周期为： $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g/6}} = \sqrt{6} \times 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 4\sqrt{6}\text{ s}$ 。

### 五、实验：用单摆测量重力加速度

我们刚刚用数学物理理论推导了单摆的周期公式，利用该公式可以通过测量单摆的参数测量重力加速度。

#### 实验思路

将单摆的周期公式变形为 $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$ ，只需设置一个尽量接近理想条件的单摆，然后测量摆线的长 $l$ 和摆动周期 $T$ ，即可求得重力加速度 $g$ 的大小。

#### 实验装置

单摆模型中，要求摆线的长度不变且没有质量，因此应当选用伸缩性小、质量小的摆线。为了让单摆可以自由摆动，摆线还需要柔软不能僵硬。常见的戏线大都可以满足要求。固定摆线的另一端时，需注意保持平稳，不要发生侧滑，让摆线在固定平面内摆动。

为了让摆线的质量可以忽略，摆线末端系的重物的质量要稍大一些。为了减小空气阻力并且可以将重物看作是质点，重物的体积要尽量小，且平面尽量光滑。密度较大的金属小球是较好的选择。

保持摆线自然伸长的条件下，将小球缓慢抬起一定高度，确保此时摆线与自然下垂时的夹角不大于 $10^\circ$ ，松开小球，小球来回摆动。

#### 物理量的测量

该实验需要测量两个参数：摆线的长 $l$ 和摆动周期 $T$ 。

将单摆设置好之后，让摆线自然下垂，用直尺测量摆线顶端与小球中心的距

离，就是摆线的长 $l$ 。

为减小测量时间时人为观察的误差，测量小球连续摆动若干个周期（为方便计算，通常取10的整数倍），计算得到周期 $T$ 。

为了减小随机误差，可以通过先后设置多组不同摆长的单摆，分别记录各组的数据。

### 数据分析

将测量得到的数据代入公式  $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$  求得当地的重力加速度。

## 六、受迫振动、共振

简谐运动是理想状况下的运动，现实中的摆动系统由于有能量的损失，不能只靠系统自身维持长期恒定不变的振动，通常需要受外界驱动才能持续。

### 振动中的能量损失

生活中，秋千只能摆动若干个来回，摆钟需要经常拧紧发条，弹簧来回弹若干个来回后最终也会回复到平衡位置。

由于现实中不能忽视任何物体的质量和体积，也无法忽略数学近似处理导致的偏差，还有摩擦力、空气阻力等影响，使得机械振动无法与理想状态下的简谐运动完全一致。

如果不额外补充能量，做机械振动的系统会由于上述能量损耗导致振幅越来越小，直至最终停止，这种振幅随时间逐渐减小的振动叫作**阻尼振动**。

振动系统能量衰减的方式主要有两种：能量转化和能量传递。能量转化主要是由于摩擦力的作用，将系统的机械能转化为内能。例如，单摆的绳子固定的一端存在摩擦力、物体运动时与空气间有摩擦力等。

能量传递是由于振动系统有时可以引起邻近的介质（如空气、水等）中的质点一同运动，从而将系统的机械能传递给邻近的介质，把能量传播出去。例如，音叉振动发出声音，是由于音叉将自身振动的能量传递给周围的空气，引起空气振动，空气的振动产生声音。

### 受迫振动

由于摩擦力、阻力等的作用，振动会逐渐减弱并最终停止。若要让振动长期维持下去，则需要根据振动的特点，周期性地提供外力补充能量。例如，秋千每次经过最低点时都再适当推一把，定期给摆钟上发条等。

周期性地施加在振动的物体上，用以维持振动的外力叫作**驱动力**。驱动力是根据力的作用效果命名的力，可以是弹力、电磁力或其他力。系统在驱动力作用下发生的振动叫作**受迫振动**。

实验证明,物体做受迫振动达到稳定状态后,物体振动的周期等于施加驱动力的周期。例如,若把秋千近似看作单摆,有固有频率。如果用恒定的频率推动秋千,则秋千实际的振动频率等于施加推力的频率。

需注意,受迫振动中的周期,并不是单摆从一端摆到另一端再回到原来位置的时间,而是位移、速度、加速度以及它们的变化趋势都回到原状态时所间隔的时间,所以很可能单摆做受迫振动的周期实际上包括若干来回。

### 共振现象及其应用

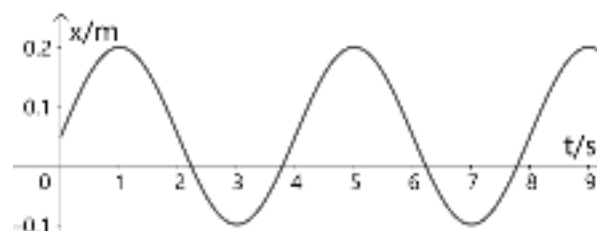
经理论推导和实验验证,理想的弹簧振子和单摆做简谐运动的频率由系统自身的性质所决定,与振动的振幅无关,此类振动叫作**固有振动**。由做固有振动的系统自身性质所决定的频率叫作该系统的**固有频率**。

当弹簧振子或单摆在驱动力的作用下做受迫振动时,振动频率等于驱动力,与固有频率无关。在驱动力的大小恒定的条件下,驱动力的频率越接近振动系统的固有频率,则振动的幅度越大。特别的,当驱动力的频率等于振动系统的固有频率时,物体的振幅达到最大值,这种现象叫作**共振**。

根据发生共振时振幅最大的现象,可以通过尝试施加相同大小、不同频率的驱动力,分别测量系统的振幅。当系统的振幅最大时,驱动力的频率等于系统的固有频率,以此来得知系统的固有频率。

共振现象在日常生活中可能带来意想不到的损害。例如,若声音的频率与玻璃的固有频率相同,则玻璃可能因为发生共振而破碎。若列车行驶中微弱的振动的频率与桥梁、道路的固有频率相同,则桥梁、道路可能因为共振而易于坍塌,在设计制造时需要注意。

**例 4** 已知某浮桥在河流波浪的带动下做竖直方向的受迫振动,桥面的高度随时间变化的图像如下图所示。求:(1)桥面最高点与最低点间的距离;(2)桥面振动的频率;(3)若浮桥的质量为 $10\text{ kg}$ ,将浮桥看作劲度系数为 $4000\text{ N/m}$ 的弹簧,求浮桥振动的最大速度。



解析:桥面的水平高度随时间变化的图像中, $x$ 轴并不在正弦曲线的正中,因此振幅应当取最大位移和最小位移之差的一半,而不是最大或最小位移。

(1) 桥面的最大高度为 $0.2\text{ m}$ ,最小高度为 $-0.1\text{ m}$ ,最高点与最低点间的距离为 $0.2 - (-0.1)\text{ m} = 0.3\text{ m}$ 。

(2) 1 s 和 5 s 是达到最大高度的两个相邻时刻，振动的周期为  $5 - 1 \text{ s} = 4 \text{ s}$ 。

(3) 浮桥的振幅为最高点与最低点间距离的一半  $0.3 \div 2 \text{ m} = 0.15 \text{ m}$ ，系统的总机械能为  $E_{\text{总}} = \frac{1}{2} \times 4000 \times 0.15^2 \text{ J} = 45 \text{ J}$ ，浮桥的最大动能也为  $E_{\text{总}} = 45 \text{ J}$ ，设最大速度为  $v$ ，由动能的公式可得  $\frac{1}{2} \times 10 v_{\text{max}}^2 = 45$ ，解得  $v_{\text{max}} = 3 \text{ m/s}$ 。

### 小结

本章学习机械振动的规律和描述，需重点掌握简谐运动的一个周期中，各阶段物体的位移、速度、加速度、力、能量的变化情况，掌握用正弦函数描述简谐运动以及各参数的含义，理解单摆模型是简谐振动的推导过程和周期公式，能够结合生活经验和知识，发现阻尼振动、受迫振动、共振等现象，并用相应的知识简单地解释现象或提出解决方案。

## 第十六章 机械波

我们在上一章学习阻尼振动时了解到，振动系统可以引起邻近的介质中的质点一同振动，把系统振动的机械能传递给邻近的质点，并将机械能以振动的形式传播出去。

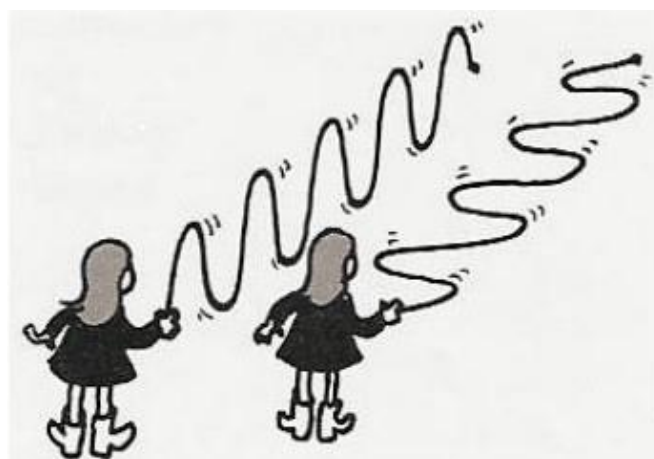
对于原本振动的物体，振动的能量因为传递出去而减弱了。“振动”这一运动形式本身及其能量还在，只是从原本振动的物体传递到相邻的介质上并传播出去，就像物体发生了位移。振动的传播形成波动，机械振动的传播形成机械波。

生活中有很多机械波的现象，空气中的声音以声波的形式传播，声波是一种机械波；向平静的水面丢入石子，可看到水面上有波纹扩散开来，水波是一种机械波；艺术体操的彩带有节奏地舞动，也是一种机械波。

机械波可以看作是机械振动的传播，因此机械振动的原理和规律同样适用于机械波。由于机械波的传播需要在介质中进行，所以其性质和规律也与传播的介质有紧密联系。

### 一、波的形成

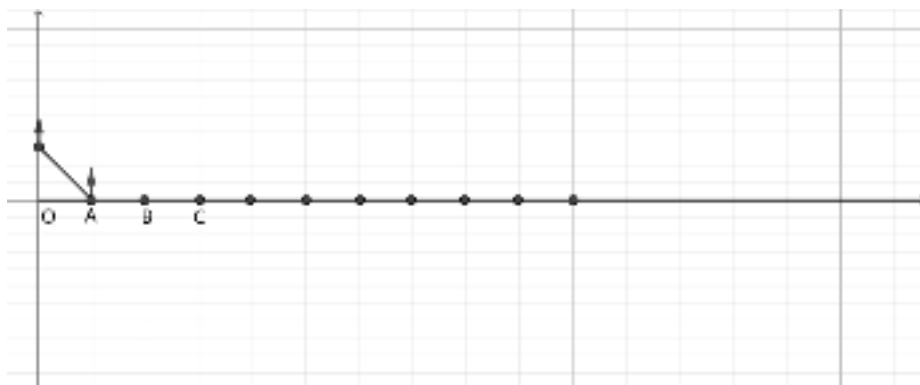
日常生活中，可以用绳子制造简易的机械波。将具有一定质量和长度且可以自由弯曲的绳子平放在地面上，保持自然伸长。用手握住绳子的一端连续左右或上下摇摆，就可以观察到“摇摆”沿绳子向前传递，就是机械波，如下图所示。



### 波的形成

“摇绳子”的动态场景在生活中很常见，现在我们仔细观察和研究绳子的各部位的运动情况。

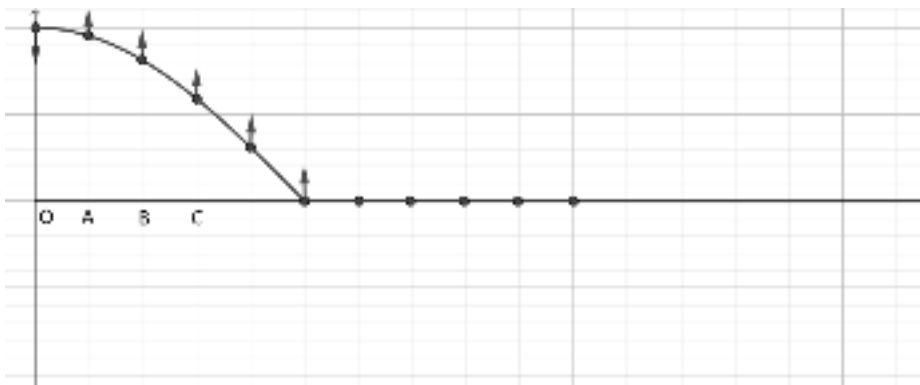
将绳子水平放在地面上，手握住的绳子最左端的点O开始左右摇动（图中为上下方向）。当点O向上运动时，右边临近的点A处也被带动着向上运动，但是比点O“晚一拍”，如下图所示。



点A被左边的点O带动着上下振动后，点A也带动右边临近的点B上下振动，右边的各点也依次由近及远地比左边的“晚一拍”启动、“晚一拍”振动。理想状况下，各点的振幅和频率都相同，只是越远离左端的点的相位越晚。如下图所示。

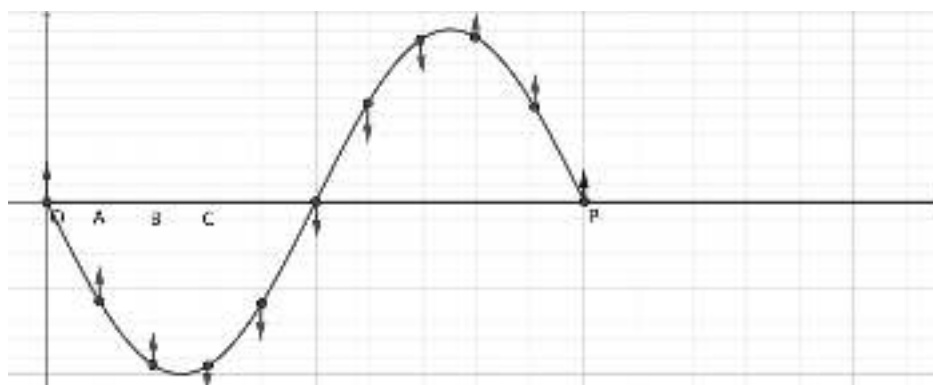


当点O运动到最大振幅开始向下运动时，点A由于“晚一拍”还没到最大振幅还在向上运动，等点O向下运动一点距离后点A才抵达最大振幅并开始向下运动。点A右边临近的点B以及再右边的各点都依次同理。如下图所示。



由于振动具有周期性，当点O刚刚完成一个周期开始下一个周期时，远处的点P刚刚被带动开始振动。点P与点O同步启动，具有相同的相位、频率和振幅，它们的运动状态完全相同。





需注意，每个质点沿竖直方向运动的方向，总是朝着它左侧（振动的源头一侧）的质点当前所在高度运动，下个时刻将抵达其左侧质点的高度，即右侧的点总是比左侧“晚一拍”。上面的例子中只画出了部分质点，实际上各质点是非常密集的紧挨着的。

从绳子的形状来看，振动好像从左向右传播过去，但实际上绳子上的各点并没有从左向右运动，只在“原地”上下振动。

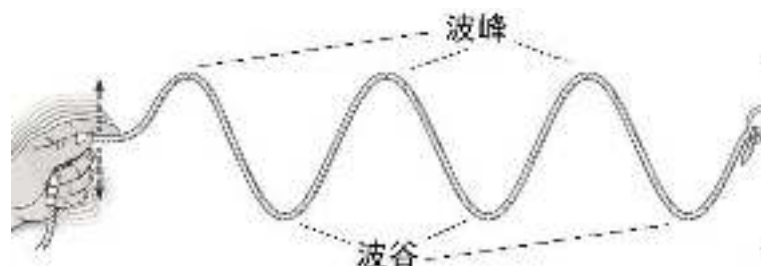
### 横波和纵波

根据振动的方向与波传播的方向的关系，机械波可以分为横波和纵波两种。

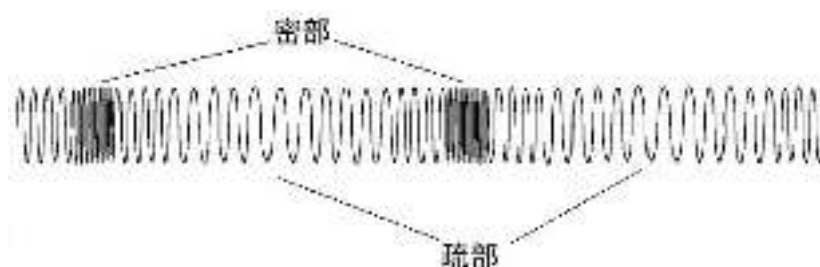
若振动的方向与波传播的方向相互垂直，这样的波叫作**横波**。例如前面甩绳子的例子中产生的就是横波，横波也是较容易直接观察到的机械波。

横波可以直观地观察到有凸起的部分和凹陷的部位。其中，凸起的最高处叫作**波峰**，凹陷的最低处叫作**波谷**。

一列横波通常可以观察到有许多波峰和波谷。只要是局部（左右两侧）的最高处或最低处都可以称作波峰或波谷，而不是仅限于整列波的最高处和最低处。



若振动的方向与波传播的方向在同一直线，这样的波叫作**纵波**。声波以纵波的形式在空气中传播，具体表现为空气的膨胀和压缩。将一个很长的弹簧的一端固定，另一端沿弹簧的方向前后振动，则可观察到纵波。如下图所示。



纵波虽然没有容易观察到的波峰和波谷，但是可以看到有些位置的质点较密集，有些位置的质点较稀疏。其中，质点分布最密集的位置叫作**密部**，质点分布最稀疏的位置叫作**疏部**。一列纵波通常也可以观察到多个密部和疏部。

另外，很多波的振动方向与传播方向既不垂直，也不共线，它们无法被明确地归类为横波或纵波。横波和纵波只是一种粗略的分类。例如，水波就是一种振动方式很独特的波，纵向振动和横向振动都有，无法被简单地分为横波或纵波。

除了机械波之外，其他类型的波也可以按照横波或纵波的方式归类。例如电磁波是一种横波。

### 机械波

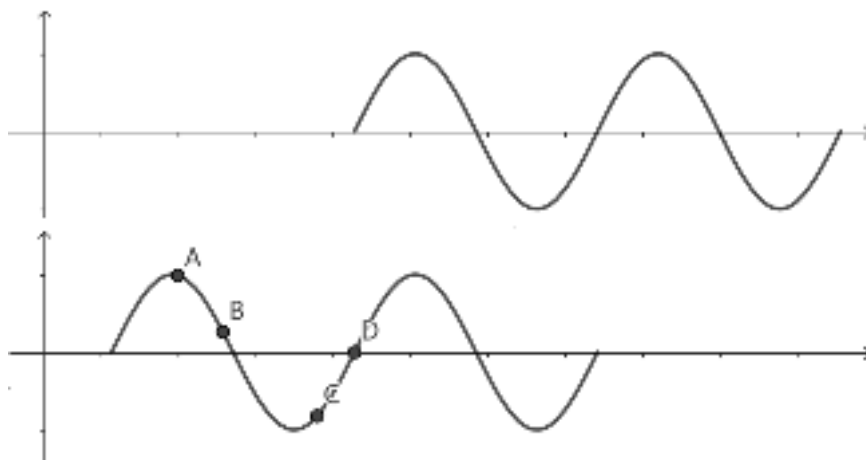
振动的传播叫作波，机械振动的传播叫作**机械波**。

机械波的传播通常需要物质作为媒介，传播振动的媒介叫作**介质**，例如，弹簧、绳子、水、空气等。介质可以看作由许多连续的质点组成，每个质点都可以发生机械振动，且相邻的质点之间有相互作用。

波传播的过程中，各质点并没有传播出去，各质点只是在平衡位置附近左右或上下振动，并产生相互作用。若一个质点发生振动，将驱动相邻的质点作受迫振动，各质点依次相继振动，振动通过质点传播出去，形成机械波。几乎所有连续且内部有相互作用的物体都可以作为传导波的介质。

除了机械波之外，还有很多其他形式的波，波的概念可以扩大到一切周期性变化的物理现象。例如，电磁场振动的传递形成电磁波，光可以看作是一种电磁波，物质和能量的剧烈运动和变化的传播形成引力波。

**例 1** 下图是一列理想条件下的机械波在先后两个时刻的照片，回答下列问题：（1）指出波传播的方向，（2）指出点 A、B、C、D 正在运动的方向，（3）将点 A、B、C、D 按照速率从大到小排序。



解析：（1）比较两幅图，波的位置向左移动，波从右向左传播。

（2）从波的形状可以看出这是一列横波，各质点振动的方向与波传播的方向垂直，总是朝向临近波源的一侧的质点当前所在的高度振动，观察比较各质点及

其右边相邻的质点的高度，质点 A、B 正在向下运动，C、D 正在向上运动。

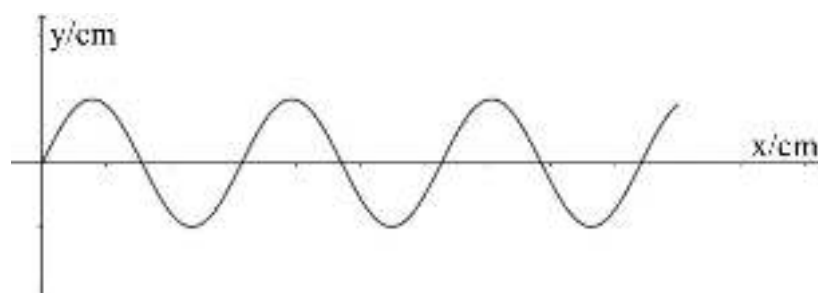
(3) 理想条件下，机械波的能量没有损失，各质点做相同的简谐运动，离平衡位置越近，弹性势能越小、动能越大、速度越大，各质点到其平衡位置的距离从小到大的顺序就是其速率从大到小的顺序，为  $D > B > C > A$ 。

## 二、波的描述

波由振动产生，因此波的性质与振动的性质有非常直接的对应关系，现在我们学习机械波的性质，其他类型的波具有相似的原理和规律。

### 波的图像

机械波传播的过程中，各质点都在各自的平衡位置附近做机械振动。将介质（如绳子）各质点的平衡位置排列的方向作为  $x$  轴，各质点振动的方向作为  $y$  轴，描绘出机械波传播时在某一时刻的形状，叫作**波形图**，如下图所示。



上图中的横波的形状是一条正弦曲线，波形图是正弦曲线的波叫作**简谐波**。理论证明，正弦波通过介质传播时，介质的质点做简谐运动。

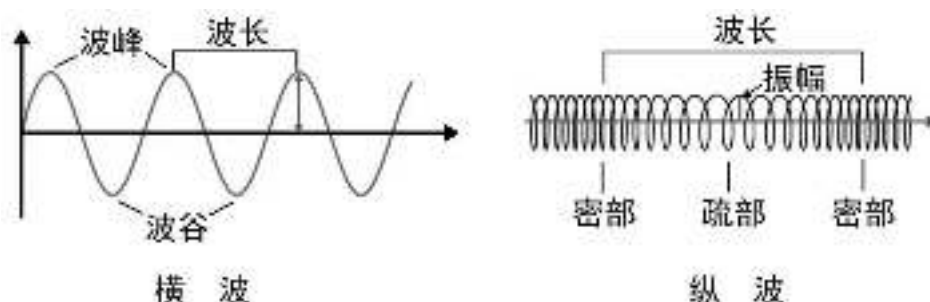
虽然简谐波的波形图和简谐运动位移-时间图像都是正弦曲线，但它们的实质不同。

简谐波的波形图反映的是某一时刻各质点的位移，相当于在某个瞬间给介质拍了一张照片，图像的横坐标和纵坐标都是位移。对于横波，横坐标表示各质点平衡位置的排列情况，纵坐标表示各质点实际所在的位置。

简谐运动的位移-时间图像的横坐标是时间，纵坐标是位移，表示质点在一段时间中的运动情况，相当于质点的位置随时间变化的记录。

### 波的参数：波长、频率、波速、振幅

描述简谐波的主要参数有：波长、频率、波速、振幅。



**波长。**简谐波的波形图中，正弦曲线的一个周期的横向距离就是波长。用数学的语言描述为：波的传播方向上，振动的相位总是相同的最近两个质点间的距离叫作**波长**，通常用符号  $\lambda$  表示，波长的标准单位是米（m）。

相位的概念我们已经在上一章学习，即描述振动的正弦函数  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$  括号内的整体  $(\omega t + \varphi)$ 。

设波传播方向上的两个质点 M、N，做简谐运动的位移-时间函数分别为  $x_M = A_M \sin(\omega_M t + \varphi_M)$ 、 $x_N = A_N \sin(\omega_N t + \varphi_N)$ 。若任意时刻  $t$  都有  $\omega_M t + \varphi_M = \omega_N t + \varphi_N$ ，就称 M 和 N 的相位总是相同。

若 M 和 N 间没有其他质点与它两的相位总是相同，则 M 和 N 的平衡位置间的距离就是该波的波长。

直接测量波形图就可以得到波长的数据。对于横波，相邻两个波峰或相邻两个波谷间的距离就是波长。对于纵波，相邻两个密部或相邻两个疏部间的距离就是波长。

**频率和周期。**理想的机械波中，各质点振动的频率总是相同，等于简谐运动的源头（叫作**波源**）振动的频率，即驱动产生波的频率，该频率也叫作**波的频率**，通常用符号  $f$  表示，常用单位是**赫兹**（Hz）， $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$ 。

同理，各质点振动的周期也总是相同，等于波源振动的周期，即驱动产生波的周期，该周期也叫作**波的周期**，通常用符号  $T$  表示，基本单位是**秒**（s）。

波的频率与周期的定义都来源于振动，因而同样满足关系  $f = \frac{1}{T}$ 。

**波速。**机械波在介质中的传播速度叫作**波速**，即振动传播的速度，通常用符号  $v$  表示，基本单位是**米每秒**（ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ），与物体运动的速度相同。

物体运动的速度可以由物体在两个时刻的位移除以经历的时间得到。波速的测量方法与物体运动的速度类似：沿波的传播方向，若质点 A 由静止刚开始振动，经过  $t$  时间后，点 B 也由静止刚开始振动，则 A 与 B 间的距离除以时间  $t$  得到的就是波速。

机械波的波速只由介质本身的性质（包括温度、压强、密度等可塑的性质）决定，与波源的振动情况以及其他因素都无关。

例如，通常状况下，声音在空气中的速度为  $332 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ，声音在水中的速度为  $1450 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ，声音在铁中的速度为  $4900 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。声速在空气或水中的传播速度不随声音的频率和大小改变的特点，已经被广泛应用于测量距离。

波的波长  $\lambda$ 、频率  $f$ （周期  $T$ ）、波速  $v$  间总是满足关系：

$$v = \frac{\lambda}{T} \text{ 或 } v = \lambda f$$

该关系的原理为：假设一列波沿从质点A向质点B传播，A和B是相邻的两个相位相同的质点，由波长的定义可知，AB间的距离等于波长 $\lambda$ 。由于A和B的运动状态总是相同，波刚传播到A时，A开始第一个周期。波刚传播到质点B时，B开始第一个周期，此时A刚结束第一个周期并开始第二个周期，因此波从A传播B的时间就是波的一个周期 $T$ 。波经过一个周期传播的距离等于波长，波速等于距离除以时间。

**振幅**可以从简谐波的波形图中直接读出，即波峰或波谷到平衡位置的距离。简谐波的图像是正弦函数，简谐波的传播方向上所有质点的振幅都相等。

### 波与振动和介质的关系

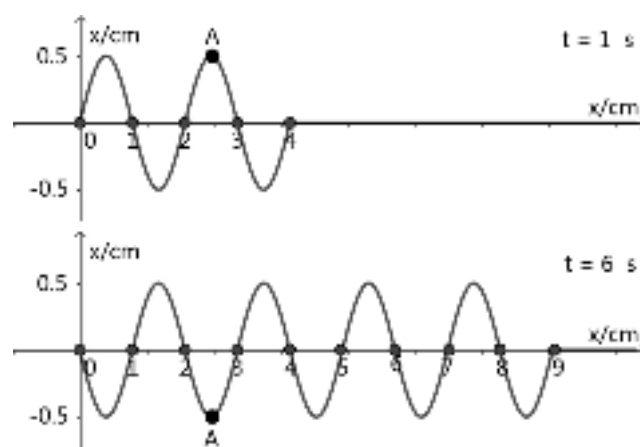
波的四个基本参数（波长、频率、波速、振幅）中：频率由波源决定，波的频率实际上就是波源振动的频率。波源以多大的频率振动，则波的频率就是多大。振幅也主要由波源决定，波的振幅实际上也是波源振动的振幅。波源以多大的振幅振动，则波的振幅就是多大。波速只由介质决定，与波源振动的频率和振幅无关。介质及其状态确定的条件下，波速恒定不变。波长无法故意地“拉”出所需要的长度，而是由介质所确定的波速与波源所控制的频率共同决定。

### 波的能量和信息

波既能传播能量，也能传递信息。质点振动具有动能，振动以波的形式传播出去，也是振动的能量传播出去的过程。质点依次相互作用，通过力的相互作用传播能量。

质点的振动具有一定的频率和振幅，就是两种重要的信息。人类说话的语音由许多具有特定频率的音节构成，可以传递信息。声音的大小就是声波的振幅，也可以传递信息。无线电通信借助电磁波的频率和振幅传递信息。

**例 2** 下图是一列横波先后在1s和6s时刻波形图，求：（1）这列横波的波长、波速、频率、振幅；（2）点A在这段时间内运动的路程。



解析：（1）从波形图中可以读出波长为 $\lambda = 0.02 \text{ m}$ ，振幅为 $A = 0.005 \text{ m}$ ；波从左向右传播， $t = 1 \text{ s}$ 时波传播到 $x = 4 \text{ cm}$ 处， $t = 6 \text{ s}$ 时波传播到 $x = 9 \text{ cm}$ 处，波

速为  $v = \frac{0.09 - 0.04}{6 - 1} \text{ m/s} = 0.01 \text{ m/s}$ ，频率为  $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{0.01}{0.02} \text{ Hz} = 0.5 \text{ Hz}$ 。

(2) 波的周期为  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.5} \text{ s} = 2 \text{ s}$ ，从 1 s 到 6 s 共 5 s，经过  $5 \div 2 = 2.5$  个周期，

各质点在一个完整周期内运动的路程为 4 个振幅，点 A 恰好在完成两个完整周期后，又运动半个周期从最高点移动到最低点，共移动  $4 \times 2 + 2 = 10$  个振幅，运动的路程为  $0.005 \times 10 \text{ m} = 0.05 \text{ m}$ 。

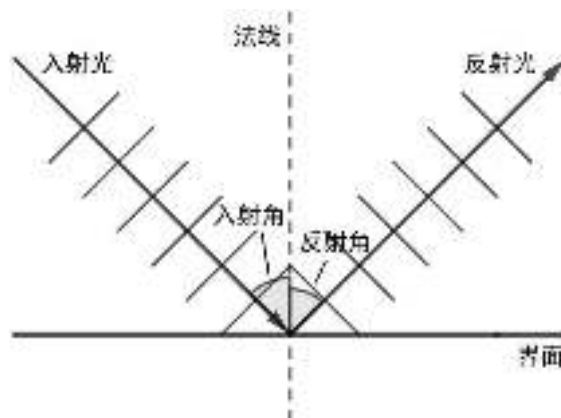
### 三、波的反射、折射和衍射

声波遇到墙壁可以反射回来，也可以穿过墙壁，水波通过两个临近的小孔后还会产生花纹图案。波的传播有反射、折射、衍射等一系列不同于物体运动的性质，本章只作初步了解，下一章将借助光波详细学习这些规律。

#### 波的反射

波的传播轨迹有时可以近似看作一条射线。当波传播到两种介质的界面时，波不进入新的介质，而是返回原来的介质，这种现象叫作**波的反射**。例如，光波就经常当作光线处理，光波照射到镜面（玻璃与银箔的界面）时会发生反射。

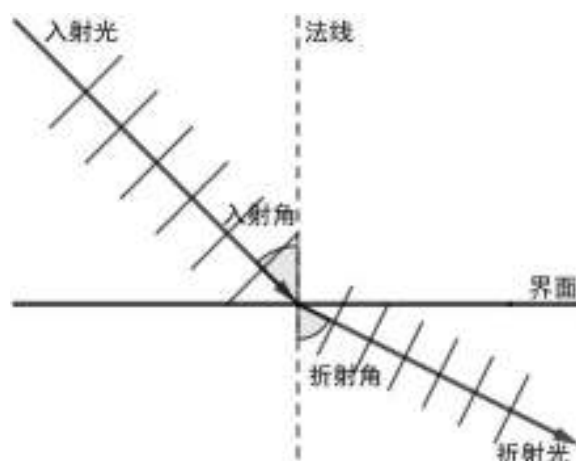
研究波的反射时，将与界面相垂直，且与波的传播在同一平面内的直线叫作**法线**，法线是为研究方便而虚拟出来的直线。波入射方向所在的直线与法线的夹角叫作**入射角**。波反射方向所在的直线与法线的夹角叫作**反射角**。经实验测定和理论推导证明：**波发生反射时，入射角等于反射角**。如下图所示。



#### 波的折射

当波传播到两种介质的界面时，除了可以发生反射返回原介质之外，也可以进入新的介质。波进入新介质后，传播方向会在介质的界面处改变，这种现象叫作**波的折射**。波折射后所在的直线与界面法线的夹角叫作**折射角**。

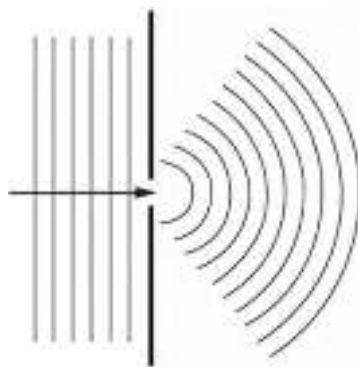
经实验测定和理论推导证明：若波的种类和两种介质的种类不变，当**波发生折射时，入射角的正弦值与折射角的正弦值的比值恒为定值**。如下图所示。特别的，当波沿法线方向垂直传播到界面时不发生折射，仍沿相同的方向进入新介质。



波传播到两种介质的界面时，有时一部分反射返回原介质、另一部分折射进入新介质，有时几乎全都反射，有时几乎全都折射。不同类型的波、不同类型的介质，反射和折射的比例各不相同。

### 波的衍射

当波在传播过程中遇到障碍物时，可以“绕过”障碍物继续传播，这种现象叫作波的**衍射**。如下图所示。



波长越大衍射现象越明显。若要让波发生衍射，波在传播方向上不能完全被屏障遮挡，而是需要有一定宽度的狭缝。

若狭缝的宽度远大于波长，则波像光线沿直线传播一样，通过屏障后在两侧形成没有波传播的“阴影”区域，此时衍射现象不明显。

若狭缝的宽度接近或小于波长，将发生很明显的衍射现象，波好像没被遮挡一样，完全绕过屏障并传播出去。若屏障本身宽度很小，则对波的传播几乎没有阻碍作用。

**例3** 音乐上对高音、中音、低音的划分依据是声音的频率，频率越大音调越高。假设一支合唱队在室内练习，那么高音部、中音部、低音部中，谁的声音最容易被房间外听到？谁最不容易？

**解析：**声音穿过墙壁传到室外是因为发生衍射，波长越大衍射现象越明显。空气中的声速恒定，由  $\lambda = v/f$  可知频率越大、波长越小，低音部的衍射最明显最容易被房间外听到，高音部的衍射最不明显最不容易被房间外听到。

## 四、波的干涉

当两人分别握住绳子的两头一齐甩动时，两人甩出机械波将在绳子中段相遇，并使绳子的一些部位振幅增大，一些部位的振幅减小，当两列水波相遇时也会出现有规律的花纹图案，这些现象都是波的干涉，本章只作初步了解，下一章将借助光波详细学习干涉的规律。

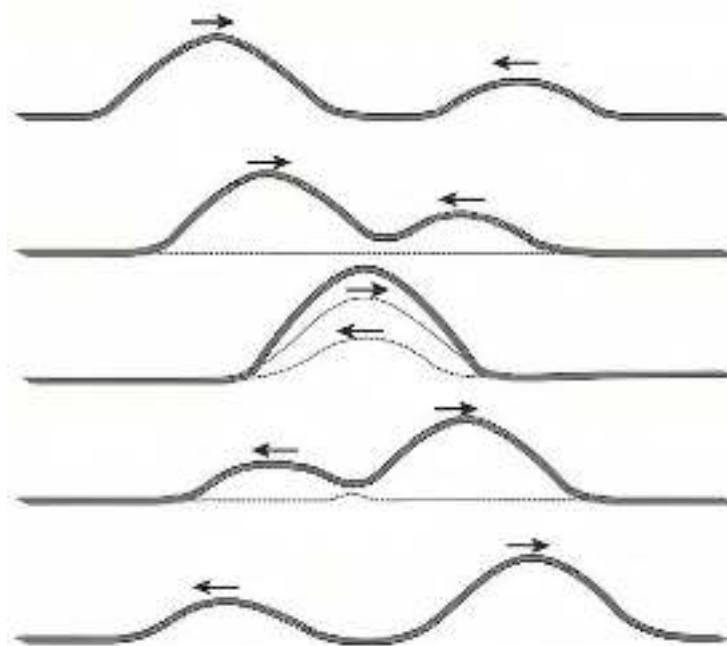
### 波的叠加

若介质中有两列或更多波传播，当这些波传播到同一质点时，质点的运动状态为这些波的振动位移的矢量和，具体表现为**波的叠加**。

例如，两列横波在同一直线上相向传播，当它们相遇时，相遇的质点的振动位移为这两列波振动位移的矢量和。

若它们在某质点处的振动方向相同，则该质点的振幅增大。若它们在某质点处的振动方向相反，则该质点的振幅减小甚至可能观察不到振动。

经过交点后，两列波彼此相遇并穿过对方，继续沿各自的方向传播，各自的形状、频率、振幅、波长等参数不变，就像没有跟对方相遇过一样。如下图所示。



振动的位移与时间的关系可以用正弦函数表示。假设绳子的两端各有一个波源，当只有一个波源单独振动时，分别驱动绳子上的一点按照  $x_1 = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$  和  $x_2 = A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$  的规律振动，那么当两个波源在两端一齐振动时，绳子上该点的位移-时间函数为  $x = x_1 + x_2 = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$ 。利用数学知识可以将该表达式合并化简为更加简洁且直观的形式。

### 波的干涉

若两列波的频率相同，则它们共同传播到各质点的相位差恒为定值。



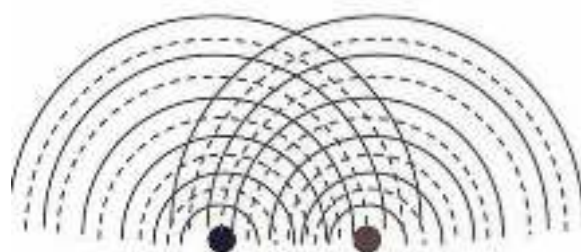
其中，一些质点接收到两列波的振动方向总是相同，振动总是加强。一些更特殊的质点总是波峰和波峰相遇、波谷和波谷相遇，振幅等于两列波的振幅之和，这些质点的振幅最大。

另一些质点接收到两列波的振动方向总是相反，振动总是减弱。一些更特殊的质点总是波峰和波谷相遇，振幅等于两列波的振幅之差，这些质点的振幅最小。

当两列频率相同、相位差恒定、振动方向相同的波叠加时，某些区域的振动总是加强，某些区域的振动总是减弱，可观测到显著的加强区与减弱区，这种现象叫作波的干涉，所形成的图像叫作干涉图样。

若两个波源的振动以同心圆向周围扩散，频率相同且相位差为0，则到两个波源的距离之差等于波长的整数倍的质点都是振动加强的区域，到两个波源的距离之差等于半波长的奇数倍的质点都是振动减弱的区域。水波、声波、电磁波等一切波都可以发生干涉现象。

下图是两列波干涉的例子。左右两个振动频率相同的波源发出的波分别沿同心圆传播出去，图中的实线到各自波源的距离为波长的整数倍，虚线到各自波源的距离为半波长的奇数倍，实线与实线的交点、虚线与虚线的交点是振幅加强的区域，实线与虚线的交点是振幅减弱的区域。



若两列波的频率不同，则两列波共同传播到各质点的相位差会变化，各质点的振幅并不总是加强或总是减弱，而是有规律的加强和减弱交替。

波的干涉有很多重要应用，一些房间的墙壁有特殊构造，可以让反射回去的声波跟房间内发出的音波相遇并发生干涉时，两个声波恰好总是抵消，达到减轻噪声的效果。有时为了更好的演奏效果，也会专门设计墙壁，让反射回去的声波与乐器发出的声波总是叠加增强。

### 惠更斯原理

荷兰物理学家惠更斯根据波的衍射等特有现象，提出了惠更斯原理，可以解释波传播的一些规律，并使波的问题得到简化。

若水面上有一个振动的波源，水波呈一系列同心圆环向四周扩散，每个波峰形成一个圆环，每个波谷也形成一个圆环，这些圆环叫作**波面**。实际上有无穷多连续的波面，只不过波峰和波谷最容易辨认。与波面垂直的半径方向——同时也是水波扩散的方向的直线叫作**波线**。

惠更斯原理的主要内容为：介质中任一波面上的各点，都可以看作发射子波的波源，子波的波速和频率等于初级波的波速和频率，其后任意时刻，这些子波在波前进的方向的包络面就是新的波面。

由于水面是个平面，因此看到的波面是圆形。如果在均匀的空间里，比如声波的传播，波面是一个个球面。

惠更斯原理可以令一些问题的分析处理更加简化。若波传播到某处需经过很远的距离或发生复杂变化，可以不用考虑远处的波源，而是把较近处的质点当作波源直接分析即可。惠更斯原理还可以解释波的很多现象。例如，波的衍射现象可以解释为：屏障的小孔可以看作新的波源，发出球形波面。

**例 4** 学校举办新春联欢会时，在舞台两侧各摆放一台音箱，两台音箱间距为 15 m，回答下列问题：（1）如果主持人站在舞台中央，他听到音箱的声音会更大还是更小；（2）已知声速为 340 m/s，一部乐曲的频率约为 170 Hz，要让舞台上的演奏者受到音箱的影响尽量小，且尽量靠近舞台中央，则应当在舞台中的什么位置演奏？

解析：（1）根据波的干涉的规律，舞台中央到两台音箱的距离相等，路程差为 0，两个音箱发出的声波总是在此处增强，听到音箱的声音会更大。

（2）这部乐曲的波长约为  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{170} \text{ m} = 2 \text{ m}$ ，当演奏者到两台音箱的距离等于半波长的奇数倍时，两台音箱发出的声波相互削弱的程度最大。设演奏者到舞台中央的水平距离为  $x$ ，则到两台音箱的距离分别为  $(7.5 - x) \text{ m}$  和  $(7.5 + x) \text{ m}$ ，则  $(7.5 + x) - (7.5 - x) = 0.5 \times 2$ ，解得  $x = 0.5 \text{ m}$ ，即演奏者应当在距离舞台中央水平距离 0.5 m 处。

## 五、多普勒效应

生活中，汽车迎面驶来与向远方驶去两种情况下，听到喇叭鸣笛的声音明显不同，这种现象叫作多普勒效应，以最早研究该现象的奥地利物理学家多普勒的名字命名。产生多普勒效应的主要原因是波源或观察者的移动，导致观察者接收到的频率与波源振动的频率不同。

### 多普勒效应

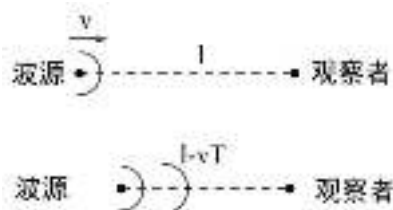
当波源与接收者做相互接近的运动时，接收到的波的频率会增大。当波源与接收者做相互远离的运动时，接收到的波的频率会减小。以上就是多普勒效应的主要内容，具体规律可以利用机械振动和机械运动的知识推导得到。

假设  $t = 0$  时刻波源与接收者之间的距离为  $l$ ，波源发出一列波速为  $c$ ，波长为  $\lambda$ ，周期为  $T$ ，频率为  $f$  的横波。

基本情形：波源和观察者都不移动。

一列波的头部出发后，经过时间  $\frac{l}{c}$  抵达观察者。波的头部出发后，经过时间  $T$  后波的尾部出发，也经过时间  $\frac{l}{c}$  抵达观察者。观察者接收到波的头部和尾部的时间间隔为  $(T + \frac{l}{c}) - \frac{l}{c} = T$ ，与波源的周期相同。

情形 1：波源以速度  $v$  向观察者移动，观察者静止不动，如下图所示。



$t=0$  时刻，波源发出的一列波的头部，经过时间  $\frac{l}{c}$  抵达观察者。波的头部出发后，经过时间  $T$  波的尾部出发，时间  $T$  内波源前进的距离为  $vT$ ，则这列波的尾部前进距离  $l - vT$  后被观察者接收，波的尾部经过时间  $T + \frac{l - vT}{c}$  抵达观察者。

观察者接收到波的头部和尾部的时间间隔为  $T + \frac{l - vT}{c} - \frac{l}{c} = T \cdot \frac{c - v}{c}$ ，这就是观察者接收到的波的周期  $T' = T \cdot \frac{c - v}{c}$ ，比波源的周期短。根据周期与频率的关系可得，观察者接收到的波的频率变为：

$$f' = \frac{1}{T'} = \frac{1}{T \cdot \frac{c - v}{c}} = f \cdot \frac{c}{c - v}.$$

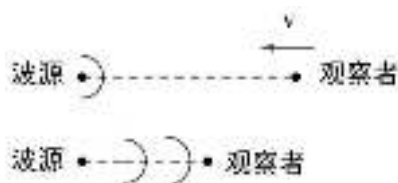
即：若波源以速度  $v$  靠近观察者移动，则观察者接收到的波的周期  $T'$  和频率  $f'$  与波源的周期  $T$  和频率  $f$  的关系为：

$$T' = T \cdot \frac{c - v}{c} \text{ 和 } f' = f \cdot \frac{c}{c - v}$$

同理可得，若波源以速度  $v$  远离观察者移动，则观察者接收到的波的周期  $T'$  和频率  $f'$  与波源的周期  $T$  和频率  $f$  的关系为：

$$T' = T \cdot \frac{c + v}{c} \text{ 和 } f' = f \cdot \frac{c}{c + v}$$

情形 2：波源静止不动，观察者以速度  $u$  向波源移动，如下图所示。



$t=0$ 时刻, 波源发出一列波的头部, 以速度  $c$  向观察者移动, 观察者同时以速度  $u$  向波源移动, 相当于波与观察者的相遇问题。波的头部经过时间  $\frac{l}{c+u}$  抵达观察者。

波的头部出发后, 经过时间  $T$  后波的尾部出发, 时间  $T$  内观察者前进的距离为  $uT$ , 则这列波的尾部与观察者共同移动距离  $l-uT$  后相遇。这列波的尾部经过时间  $T+\frac{l-uT}{c+u}$  抵达观察者。

观察者接收到波的头部和尾部的时间间隔为  $T+\frac{l-uT}{c+u}-\frac{l}{c+u}=T\cdot\frac{c}{c+u}$ , 这就是观察者接收到的波的周期  $T'=T\cdot\frac{c}{c+u}$ , 比波源的周期短。根据周期与频率的关系可得, 观察者接收到的波的频率变为:  $f'=\frac{1}{T'}=\frac{1}{T\cdot\frac{c}{c+u}}=f\cdot\frac{c+u}{c}$ 。

即: 若观察者以速度  $u$  靠近波源移动, 则观察者接收到的波的周期  $T'$  和频率  $f'$  与波源的周期  $T$  和频率  $f$  的关系为:

$$T'=T\cdot\frac{c}{c+u} \text{ 和 } f'=f\cdot\frac{c+u}{c}$$

若观察者以速度  $u$  远离波源移动, 相当于波与观察者的追及问题, 则观察者接收到的波的周期  $T'$  和频率  $f'$  与波源的周期  $T$  和频率  $f$  的关系为:

$$T'=T\cdot\frac{c}{c-u} \text{ 和 } f'=f\cdot\frac{c-u}{c}$$

情形 3: 波源以速度  $v$  移动, 同时观察者以速度  $u$  移动。

根据远离或接近, 观察者接收到的波的周期  $T'$  和频率  $f'$  与波源的周期  $T$  和频率  $f$  的关系为:

$$T'=T\cdot\frac{c\pm v}{c\pm u} \text{ 和 } f'=f\cdot\frac{c\pm u}{c\pm v}$$

作为练习, 请参照情形 1 和情形 2 的思路自行分析推导。

### 多普勒效应的应用

多普勒效应不只存在于机械波, 各种类型的波都有多普勒效应。多普勒效应在生活生产和科学研究中有许多应用。

**雷达测速**是交警检测机动车速度并判断是否超速的重要方法。雷达向远方的车辆发出一定频率的激光或无线电波, 激光或无线电波遇到车辆后反射回测速仪。根据发出的激光或无线电波的频率与接收到反射回的激光或无线电波的频率, 可以计算得到汽车的速度。

**移动通信**中，通信信号由通信基站接收并分发转播。若用手机打电话的人在高速行驶的列车上，由于多普勒效应，通信基站与手机之间的信号频率会发生变化。因此在设计移动通信设备和基站时，需要考虑到这种情况并作出相应的技术应对。

**彩色多普勒超声**简称彩超，是多普勒效应在医学上的重要应用。仪器向人体发射频率已知的超声波，超声波被血管中的流动的血液中的成分反射后被仪器接收，通过比较和计算发出与接收的超声波的频率，可以得到血流的速度和方向，并据此分析判断血管所在脏器是否发生病变。

**光谱的红移和蓝移**是用于描述天体相对地球运动的方向的天文学术语。光可以看作一种电磁波，不同颜色的光具有不同的波长（频率）。可见光谱中，频率越低的光越接近红色，频率越高的光越接近蓝色。

若发出光线的天体远离地球运动，测地球观测到的可见光向红光光谱方向移动，这种现象叫作**红移**。若发出光线的天体朝向地球运动，测地球观测到的可见光向蓝光光谱方向移动，这种现象叫作**蓝移**。

红光和蓝光只是电磁波谱上的很小一段范围，既有频率比红光更低的电磁波，也有频率比蓝光更高的电磁波。若频率比红光更低的电磁波的波源远离地球运动，事实上观测到的频率向远离红光光谱方向移动，但是出于习惯，一般将所有波源远离观测者的运动都称为红移。同理，将所有波源靠近观测者的运动都称为蓝移。

## 小结

本章学习波的基本知识，需重点理解由机械振动产生机械波的基本参数和传播规律，将机械振动与机械波的过程和参数对应起来，并能相互推导计算，需理解波的各项参数与波形图间的对应关系。需了解波的反射、折射、衍射、干涉等现象，理解多普勒效应的原理，并能从机械波类比到其他形式的波，能够简单地解释生活中的现象和科技中的应用。

## 第十七章 光

光是生活中随处可见并且非常重要的现象。光为绿色植物进行光合作用提供能量，是地球生物圈最重要的能量来源，光可以被生物的眼睛等感光器官接收，感知环境并获取信息。

对于光的研究也有很长的历史。光究竟是一种粒子还是一种波，曾在物理学界产生广泛而激烈的争论，这是因为光既有一些粒子的性质和规律，又有一些波的性质和规律。我们在上一章初步学习了波的反射、折射、干涉、衍射等现象，现在通过光，更加精确和“数学”地学习这些物理规律中的数学关系。

近代物理研究表明，光既是粒子又是波，并将这一对看似互不相容的理论调和统一了起来。我们本章主要学习光在传播过程中体现出的波的性质和规律，使用的数学工具主要是较基本几何规律。

### 一、光的折射

几何光学把光的路径看作射线——光线，光的直线传播是几何光学的基础。

#### 光的直线传播

光传播的最基本规律为：**光在同种均匀介质中沿直线传播**。

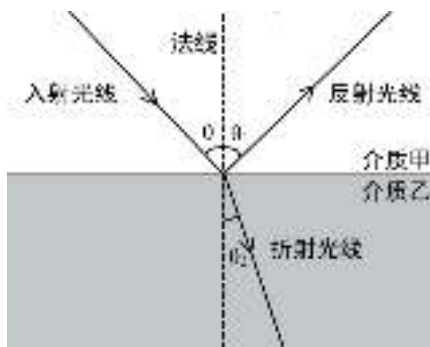
这是几何光学的基础。根据该定律，可以根据光源、挡光物体、像和阴影间的位置关系，使用平面几何知识进行分析推理。如果没有专门说明，通常默认环境是均匀介质。

光传播的另一条重要原理为：**光的可逆性原理**，也叫作**光路可逆性原理**。其含义为：若从点A射出的一束光经过一定路径后抵达点B，则从点B反向射出的一束光必定经过相同路径的相反方向抵达点A。

生活中，若甲同学能直接或通过若干反射与折射看到乙同学的眼睛，则乙同学也能通过相同路径的相反方向看到甲同学的眼睛。

#### 折射定律

光从一种介质进入另一种介质时，一部分光返回原介质，叫作光的**反射**；另一部分光进入新的介质，并且方向一般会发生偏折，叫作光的**折射**。如下图所示。



射向介质界面的光线叫作**入射光线**，反射回原介质的光线叫作**反射光线**，折射进入新的介质的光线叫作**折射光线**。

入射光线与两种介质界面的交点叫作**入射点**。经过入射点且垂直于界面的直线叫作**法线**。入射光线与法线所在的平面叫作**入射面**。

入射光线与法线的夹角  $\theta$  叫作**入射角**，反射光线与法线的夹角  $\theta_1$  叫作**反射角**，折射光线与法线的夹角  $\theta_2$  叫作**折射角**。入射角、折射角、反射角都小于等于直角。

实验表明，入射角  $\theta$ 、反射角  $\theta_1$ 、折射角  $\theta_2$  间总是满足下列关系：

(1) 反射光线和折射光线都在入射面上，反射光线和折射光线分别与入射光线在法线的两侧；

(2) 入射角等于反射角  $\theta = \theta_1$ ；

(3) 入射角的正弦值与折射角的正弦值的比值，跟入射角的大小无关，只跟两种介质的性质有关。即：对于确定的一束光和确定的两种介质， $\frac{\sin \theta}{\sin \theta_2}$  为定值。

### 折射率

根据光的折射定律，对于确定的介质 1 和介质 2，入射角的正弦值与折射角的正弦值之比恒为定值，叫作介质 2 相对于介质 1 的**相对折射率**，定义式为：

$$n_{12} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$$

根据光的可逆性原理，光从介质 1 进入介质 2 的相对折射率，跟光从介质 2 进入介质 1 的相对折射率互为倒数，即  $n_{12} = \frac{1}{n_{21}}$ 。需注意命名和角标的对应关系。

对于任意一对不同的介质，它们都有一对相对折射率。由于光传播的介质很多，可以两两组合出非常多组相对折射率。为便于使用，规定**光从真空射入某种介质发生折射时**，入射角的正弦值与折射角的正弦值之比，叫作这种介质的**绝对折射率**，简称**折射率**，通常用符号  $n$  表示。

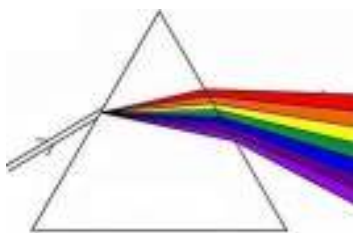
进一步研究发现，介质的绝对折射率等于光在真空中的速度  $c$  与在该介质中的速度  $v$  的比值，即  $n = \frac{c}{v}$ 。光在任何介质中的速度  $v$  都小于在真空中的速度  $c$ ，因此任何介质的折射率都满足  $n > 1$ 。其中，光传播的速度较快、折射率较小的介质叫作**光疏介质**；光传播的速度较慢、折射率较大的介质叫作**光密介质**。

可以认为光密介质由于较“密集”，容易阻碍光传播，所以光传播得较慢。光疏介质由于较“疏松”，不易阻碍光传播，所以光传播得较快。真空中没有物质阻碍光传播，所以光速最快。

光密介质和光疏介质的划分不是绝对的，而是相对的。通常折射率很大或很小的介质可以较明确地界定为光密介质或光疏介质，折射率适中的介质很少明确界定，真空可以看作最“疏”的介质。

根据折射率和光速的关系可得：当光从绝对折射率为 $n_A$ 的介质A进入绝对折射率为 $n_B$ 的介质B发生折射时，相对折射率为 $n_{AB} = \frac{n_B}{n_A}$ 。

不同频率的光进入同一介质发生折射时，光的频率越大，折射率越大。用三棱镜将混合光进行折射，可以明显地观察到：红光的频率最低，折射程度最低，蓝光的频率最高，折射程度最大，如下图所示。



**例 1** 若一束光从空气中沿界面 $30^\circ$ 倾角射入某种液体材料中时，折射光与界面的倾角变为 $60^\circ$ ，回答下列问题（1）求该液体材料相对于空气的折射率；（2）已知空气的绝对折射率为1.0003，求该液体材料的绝对折射率；（3）光在该液体材料中传播的速度是光速的百分之多少？（结果精确到小数点后第四位，百分数精确到一位小数， $\sqrt{3}=1.732$ ）

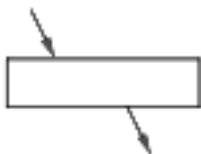
解析：（1）入射角是入射光与法线的夹角，跟入射光与界面的夹角互为余角，入射角为 $\theta_1 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ；同理，折射角为 $\theta_2 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ，求该液体材料相对于空气的折射率为 $n_{12} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \sqrt{3}$ 。

$$n_{12} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \sqrt{3}。$$

（2）空气的折射率为 $n_1 = 1.0003$ ，由 $n_{12} = \frac{n_2}{n_1}$ 可得求该液体材料的绝对折射率为 $n_2 = n_1 \cdot n_{12} = 1.0003 \times \sqrt{3} \approx 1.7325$ 。

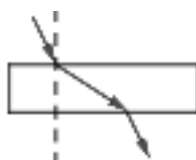
（3）光在该液体材料中的速度是在真空中的 $\frac{1}{1.7325} \times 100\% = 57.7\%$ 。

**例 2** 下图是一束光照射通过某均匀材料后的光路图，判断该材料的折射率比空气大还是比空气小。



解析：将光束射入材料和射出材料的点连接，可以得到折射光线的路径，并画出法线，如下图所示。





光从空气进入介质时的折射角大于入射角， $n_{12} = \frac{n_{\text{材料}}}{n_{\text{空气}}} = \frac{\sin \theta_{\text{入}}}{\sin \theta_{\text{折}}} < 1$ ，可得  $n_{\text{材料}} < n_{\text{空气}}$  该材料的折射率比空气小。

## 二、全反射

光从一个介质进入另一个介质时，通常一部分反射回原介质，另一部分折射进入新介质，但也会有全部反射回原介质的特殊情况，这种现象就是全反射。

### 全反射

光从光密介质射入光疏介质时，相对折射率  $n < 1$ ，折射角  $\theta_2$  大于入射角  $\theta_1$ 。当入射角增大到某一临界角度  $\theta_1 = \varphi$  时，恰好满足折射角  $\theta_2 = 90^\circ$ ，此时折射光线完全消失，只剩下反射光线，该现象叫作**全反射**，入射角度  $\theta_1 = \varphi$  叫作**临界角**。

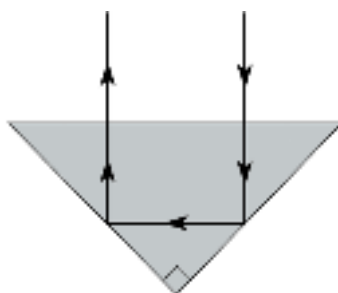
当光从光密介质射入光疏介质时，只要入射角度大于等于临界角，就会发生全反射现象。根据绝对折射率的定义以及与光速的关系，光从某种介质射入真空时的临界角为  $\sin \varphi = \frac{1}{n} = \frac{v}{c}$ 。

光既携带能量，又蕴含信息。当一束光遇到介质间的界面时，同时发生反射和折射，光携带的能量和信息被分为两部分，如果想要只让光反射，那么折射的光相当于损失了。

为减少光的损失，可以利用全反射的原理，令光束发生全反射，从而光束几乎全部反射，不会因为发生折射而损失。全反射棱镜和光导纤维是全反射现象的两种重要应用。

### 全反射棱镜

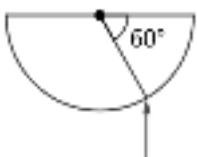
截面为等腰三角形的玻璃棱镜就是一台简单的**全反射棱镜**。当光束垂直于斜面射入棱镜，照射到一个斜面上时，由于入射角大于临界角，光束发生全反射。光束反射到另一个斜面上时也发生全反射，按照与射入棱镜的原方向相反的方向反射回去。整个过程几乎没有光的损失。如下图所示。



### 光导纤维

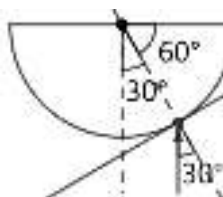
**光导纤维**（简称“光纤”）由特殊材料制成的内芯和外套构成。内芯的折射率远大于外套。当射入光纤的光束照射到内芯与外套的界面上时，将发生全反射，光束全部反射回内芯，相当于将光束束缚在内芯，从而避免了光束的损失。此外，光纤的内芯和外套由特殊材料制成，可以任意弯折，从而可以让光束按照任意需要的路径无损耗地传播。

**例 3** 一块半圆形棱镜，当光与直径成 $30^\circ$ 角从圆心射入棱镜时，刚好发生全反射。如果将一束光从半圆面上所在半径与直径成 $60^\circ$ 的位置处垂直于直径射入棱镜，如下图所示，求光束射入棱镜后的折射角的正弦值。



解析：当光与直径成 $30^\circ$ 角从圆心射入棱镜时，刚好发生全反射，光从空气射入棱镜的折射率为 $n_{12} = \sin(90^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

光线射入圆面时的界面是入射点所在的切线（切面），入射点所在的半径就是该入射点的法线，如下图所示，



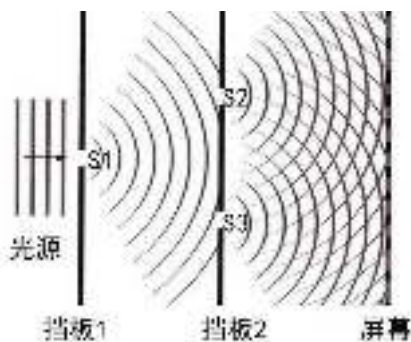
已知入射光与半圆的直径垂直，由余角和平行关系可得入射角为 $30^\circ$ ，折射角的正弦值为 $\sin \theta_2 = \frac{\sin 30^\circ}{n_{12}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

### 三、光的干涉

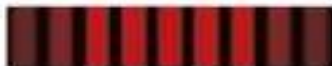
光具有波的特点，主要体现为可以发生干涉和衍射。把光看作一种波，利用波的知识研究分析光的性质的光学分支叫作波动光学。

#### 光的双缝干涉

当一束光通过两条平行的缝隙照射在屏幕上时，按照光的直线传播理论，屏幕上应当形成两条较宽的条纹。英国物理学家托马斯·杨实施了该实验，他让一束光先通过一个小孔 $S_1$ ，再通过两个对称的小孔 $S_2$ 和 $S_3$ ，照射在一块黑色的屏幕上，如下图所示。



若光的传播遵循波的传播的规律，由于通过  $S_2$  和  $S_3$  的两束光来自同一光源，两束光具有相同的频率和振动方向。又由于  $S_2$  和  $S_3$  的对称位置，两束光也具有相同的相位，则应当发生干涉现象。托马斯·杨通过上述**双缝干涉实验**验证，屏幕的确上出现很多条明暗相间的条纹，与波的干涉相似。如下图所示。

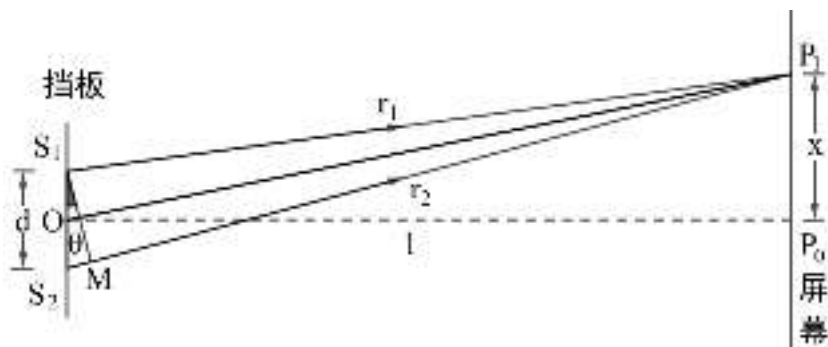


随着激光技术的发展，可以人工制造出频率、相位、振动方向都相同的激光，直接照射通过双缝上产生干涉条纹，不再需要像托马斯·杨那样通过巧妙的设置得到频率、相位、振动方向都相同的两束光。

根据波的干涉的规律，若屏幕上某点到两个光源的路程差等于偶数个半波长（整数个波长），则两列光波在该点总是同时为波峰或同时为波谷，两列波在该处叠加的结果是相互加强，显示为亮条纹。若屏幕上某点到两个光源的路程差恰好等于奇数个半波长，则总是一列光波在该点为波峰时另一列波为波谷，两列波在该处叠加的结果是相互抵消，显示为暗条纹。实验与理论相符。

### 干涉条纹和光的波长之间的关系

现在研究干涉条纹和光的波长之间的数量关系，过程中需使用一些数学中的近似处理。如下图所示。



设从挡板上的双缝  $S_1$  和  $S_2$  发出的光波的频率、相位、振动方向都相同。设  $S_1S_2 = d$ ，挡板到屏幕的距离为  $l$  且  $l \gg d$ 。 $O$  是双缝的中点，双缝的中垂线与屏幕相交于点  $P_0$ 。 $P_1$  是屏幕上任意一点，且  $P_0P_1 = x$ ，现在研究从  $S_1$  和  $S_2$  分别发出的两列光波  $P_1$  抵达处时相位的关系。

设从 $S_1$ 发出的光波到 $P_1$ 的路程为 $r_1$ ，从 $S_2$ 发出的光波到点 $P_1$ 的路程为 $r_2$ ，考虑 $P_1$ 在 $P_0$ 上方的情况，此时 $r_1 < r_2$ 。从 $S_2P_1$ 上取点 $M$ ，满足 $MP_1 = S_1P_1$ ，则路径 $S_2P_1$ 上剩余的 $S_2M = r_2 - r_1$ ，就是从两个孔发出的光波到点 $P_1$ 的光程差。

现在分析图中的几何关系，需使用近似处理。

由于挡板与屏幕间的距离 $l$ 远大于双缝之间的距离 $d$ ，从 $P_1$ 观察挡板，双缝 $S_1$ 和 $S_2$ 几乎重合成一个点，视角 $\angle S_1P_1S_2 \approx 0$ ；又因为 $\triangle P_1S_1M$ 是等腰三角形，两个底角相等，由此近似可得 $\angle P_1S_1M \approx \angle P_1MS_1 \approx 90^\circ$ ，于是 $\triangle S_1MS_2$ 可以近似看作是 $\angle S_1MS_2$ 为直角的直角三角形，设 $\angle MS_1S_2 = \theta$ ，可得：

$$\sin \theta = \frac{S_2M}{S_1S_2} = \frac{r_2 - r_1}{d}$$

另一方面，由 $\angle P_1S_1M \approx \angle P_1MS_1 \approx 90^\circ$ 可得 $P_1S_1 \parallel P_1S_2$ 。 $P_1O$ 分别与 $P_1S_1$ 和 $P_1S_2$ 的夹角都小于 $\angle S_1P_1S_2$ ， $P_1O$ 也可以近似看作与 $P_1S_1$ 和 $P_1S_2$ 平行，即 $P_1S_1 \parallel P_1S_2 \parallel P_1O$ 。也可近似得到 $P_1O \perp S_1M$ 。又因为 $OP_0 \perp S_1S_2$ ，所以 $Rt\triangle S_1S_2M \sim Rt\triangle OP_1P_0$ ，其中 $\angle P_1OP_0 = \angle S_2S_1M = \theta$ ，可得：

$$\tan \theta = \frac{P_1P_0}{OP_0} = \frac{x}{l}$$

由于 $\theta$ 非常小， $\cos \theta \approx \cos 0 = 1$ ，所以 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \approx \frac{\sin \theta}{1} = \sin \theta$ 。将

$\sin \theta = \frac{r_2 - r_1}{d}$ 和 $\tan \theta = \frac{x}{l}$ 代入 $\tan \theta = \sin \theta$ 得： $\frac{r_2 - r_1}{d} = \frac{x}{l}$ ，移项后得：

$$r_2 - r_1 = d \frac{x}{l}$$

设光的波长为 $\lambda$ ，当两束光的路程差 $r_2 - r_1$ 为半波长 $\frac{\lambda}{2}$ 的偶数倍时，

$r_2 - r_1 = n\lambda$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )， $d \frac{x}{l} = n\lambda$ ，移项后得：

$$x = n \frac{l}{d} \lambda$$

即：到双缝的中垂线（实际上是中垂面）与屏幕交点（实际上是交线）的距离为 $x = n \frac{l}{d} \lambda$ 的位置处，为亮条纹。同理，到双缝的中垂面与屏幕的交线的距离等为 $x = (n + \frac{1}{2}) \frac{l}{d} \lambda$ 的位置处，为暗条纹。相邻两条亮条纹或相邻两条暗条纹的中心的间距为 $\Delta x = \frac{l}{d} \lambda$ 。

根据上述结论，只需测得双缝干涉实验中双缝间的距离  $d$ 、挡板与屏幕间的距离  $l$ 、亮条纹间距  $\Delta x$ ，就可以求得所使用的光波的波长  $\lambda$  为：

$$\lambda = \frac{d}{l} \Delta x$$

为减少误差，通常测量连续  $n$  个亮条纹之间的距离  $a$ ，计算得到亮条纹间的平均距离  $\Delta x = \frac{a}{n-1}$ 。

**例 4** 甲同学进行光的双缝干涉实验时，双缝到屏幕间的距离为 2.00 m，测得亮条纹的间距为 0.30 mm，乙同学进行实验时，不小心将屏幕向远处移动了一段距离，测得亮条纹的间距为 0.33 mm，若使用的光的波长不变，求屏幕被移动的距离是多少？

解析：双缝干涉实验中，双缝间距  $d$ 、挡板到屏幕的距离  $l$ 、两条亮条纹之间的距离  $\Delta x$ 、光的波长  $\lambda$  间满足关系  $\lambda = \frac{d}{l} \Delta x$ 。

设乙同学进行实验时，屏幕到双缝的距离为  $l'$ ，将甲、乙同学进行实验时的数据代入该公式： $\lambda = \frac{d}{2.00} \times 0.30 \times 10^{-3}$ ， $\lambda = \frac{d}{l'} \times 0.33 \times 10^{-3}$ ，联立这两个等式得  $\frac{d}{2.00} \times 0.30 \times 10^{-3} = \frac{d}{l'} \times 0.33 \times 10^{-3}$ ，解得  $l' = 2.20$  m，

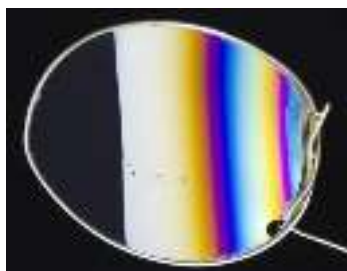
屏幕被移动的距离为： $2.20 - 2.00$  m = 0.20 m。

### 薄膜干涉

薄膜干涉是生活中偶尔能见到的干涉现象。光波照射到肥皂泡等具有双层膜的结构时，液膜前后两个表面分别反射的光波发生干涉现象。

肥皂泡的各区域由于厚度不同，有的区域前后两个表面反射的光波叠加的效果是相互增强，产生亮条纹；有的区域前后两个表面反射的光波叠加的效果是相互削弱，产生暗条纹。

太阳光由不同波长（颜色）的光混合而成。当太阳光照射到肥皂泡等双层膜上发生反射时，不同厚度的区域对不同波长（颜色）的光波的叠加效果不同。叠加效果为增强的波长的光的颜色被显现出来，叠加效果为削弱甚至抵消的波长的光的颜色不显现，于是肥皂泡呈现五彩斑斓的颜色。如下图所示。



#### 四、实验：用双缝干涉测量光的波长

利用双缝干涉实验中双缝间距  $d$ 、挡板到屏幕的距离  $l$ 、亮条纹间距  $\Delta x$ 、光的波长  $\lambda$  间的关系  $\lambda = \frac{d}{l} \Delta x$ ，直接测量  $d$ 、 $l$ 、 $\Delta x$  后可以求得  $\lambda$ 。

##### 实验思路

该实验中，要观察到明显的干涉条纹，需要使用单一波长（颜色）的光。若使用有多种波长（颜色）的光，则不同波长的光在不同的区域增强，将得到彩虹样图案。

首先设置一个光源，可以使用只提供单色光的光源，也可以利用滤光片得到单色光。滤光片可以过滤掉绝大多数波长的光，只让波长在一个很小的范围内的光透过，用于提供单色光。

让透过滤光片的单色光通过一个细小的狭缝，相当于得到了一个线状的光源。再在一定距离处对称放置两个狭缝，让两狭缝到单缝的距离相等。根据惠更斯原理，两个狭缝发出的光的波长、相位都相同。

最后，在远处放置屏幕，让光源（单缝）、双缝、屏幕在同一直线上且正对。装置如下图所示。



需注意，在理论推导中，利用了近似：“挡板与屏幕间的距离  $l$  远大于双缝之间的距离  $d$ ，从屏幕上一点观察挡板，双缝的两个光源几乎重合成一个点，视角约为  $0^\circ$ ”。为了尽量贴近该近似，需要让双缝间距离足够小，并让双缝到屏幕间距离尽量大。

##### 物理量的测量

该实验中，双缝间距  $d$  在搭建装置时专门设置好数值即可。挡板到屏幕的距离  $l$ 、亮条纹间距  $\Delta x$  都可以利用直尺直接测量。为减小误差，条纹间距通常测量连续  $n$  个亮条纹间距  $a$  后计算得： $\Delta x = a / (n - 1)$ 。选取时，应让正中的亮条纹位于选取的一系列亮条纹正中。

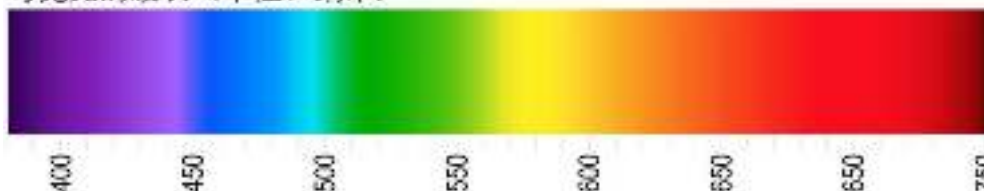
##### 进行实验

搭建好实验装置后，打开光源的开关，测量挡板到屏幕的距离  $l$ 、连续  $n$  个亮条纹间距  $a$  即可。可以通过调节测量挡板到屏幕的距离获取多组数据，分别求得不同情况下的波长数据，并比较分析结果是否一致（应当一致）。

### 数据分析

根据测得的数据计算光的波长即可。如果有条件，可以测量计算不同颜色的光的波长并比较。可见光中，红光的波长最长，紫光的波长最短，如下图所示。

可见光的波长（单位：纳米）



**例 5** 若从双缝发出的光波的频率和振动方向相同，但相位相差 $180^\circ$ ，干涉条纹将如何变化？

解析：若从双缝发出的光波的频率和振动方向相同，但相位相差 $180^\circ$ ，那么光程差为半波长的偶数倍的位置，两列波相互抵消，原本为亮条纹的区域变成暗条纹，同理，原本为暗条纹的区域变成亮条纹。

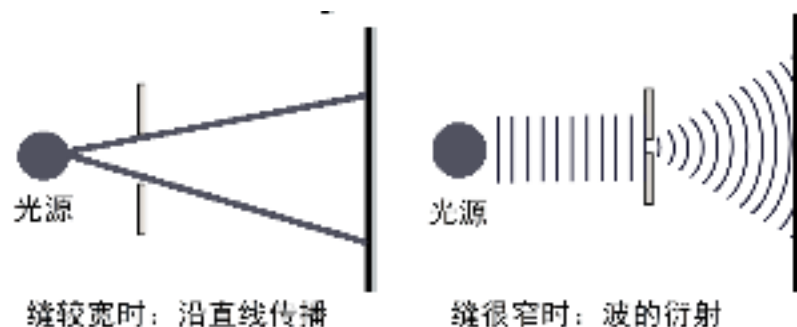
## 五、光的衍射

### 光的衍射

在光源和屏幕之间放一个挡板，挡板上有一个宽度可调节的狭缝。当这个狭缝不是很窄时，屏幕上会出现一条较宽的亮纹。按照光的直线传播作光路图，若狭缝变窄，则亮纹应当一同变窄。

然而实验发现，若将狭缝调整到非常窄，则亮纹的宽度不但没有继续减小，反而增大，同时条纹的亮度有所降低。

如果把光看作波，用波的衍射的知识可以很好地解释该现象：当光照射在狭缝上时，光以波的形式继续向前方传播，屏幕中央的亮纹为照射在屏幕上的光波的范围。如下图所示。



根据波的衍射的规律，若狭缝的宽度远大于波长，则衍射现象不明显。只有当狭缝的宽度接近或小于波长时，才能发生明显的衍射现象。光的衍射的现象遵循该规律。

光发生衍射时，亮纹的两边还出现了明暗交替的条纹，这是由于来自光源不同位置的光波，通过狭缝后发生干涉，在不同位置加强或减弱的效果。



**泊松亮斑**是一种经典的光的衍射的现象。把一个不透光的圆盘遮挡在光源和屏幕之间，按照光的衍射的理论，光波在圆盘边缘发生衍射后，则圆周上衍射的光波会在屏幕上对应圆盘中心的位置叠加出现亮斑。用光的直线传播理论则无法解释该现象。

X 射线衍射是生命科学、材料学、医学等领域中非常重要的技术。X 射线是一种电磁波，有很强的穿透性。根据 X 射线穿透微观物质发生衍射后照射出的图像，可以分析得出微观物质的结构信息，可以用于解析蛋白质、材料等的结构。

### 衍射光栅

实验还发现，如果增加狭缝的个数，则衍射条纹的宽度将变窄，同时条纹的亮度增加。**衍射光栅**就是根据这一现象制作的光学元件。在一块很平整的玻璃上刻出一系列等间距的平行的刻痕，光照射到刻痕上时发生漫反射而不能透过，光照射在未刻痕的区域时可以正常通过，相当于透光的狭缝。

衍射光栅最突出的特点是精度高。这是因为在玻璃等光学器件上刻出狭缝，或直接用模板制造出有狭缝的光学器件的技术较为困难，极难制造出尺寸极小、精度极高的狭缝。如果只是在玻璃等光学器件上蚀刻出刻痕，则技术非常容易实现，并且能较容易地蚀刻出尺寸极小、精度极高的一系列平行刻痕，达到跟狭缝相同的效果。另外，在金属板上蚀刻狭缝还可以制成反射光栅，即在一系列平行线上将光反射。

## 六、光的偏振、激光

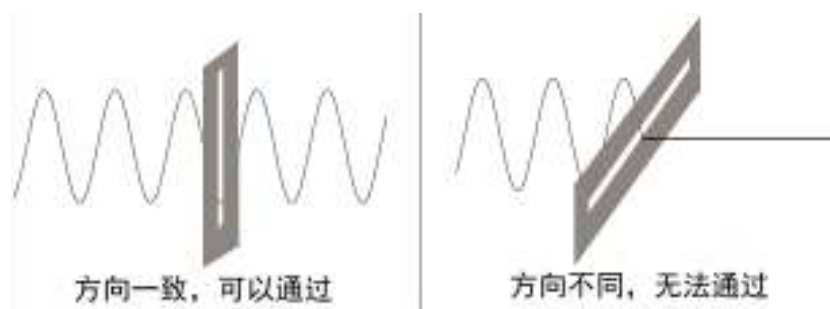
### 偏振

横波与纵波的主要区别是质点振动的方向。横波的质点的振动方向与波的传播方向垂直，纵波的质点的振动方向与波的传播方向平行，横波与纵波的这种区别使得它们在空间内的传播也产生了区别。

波沿直线传播，与波传播方向垂直的实际上是一个平面，所以一列横波可以有多种振动方向。例如，振动绳子的一段产生横波时，既可以左右振动，也可以上下振动，还可以倾斜一定角度振动。

让振动的绳子穿过一块模板中的缝隙，当绳子的振动方向与缝隙的朝向一致时，横波可以顺利穿过木板。当绳子的振动方向与缝隙的朝向垂直时，横波全被木板挡住，不能通过。如下图所示。





这种现象叫作**偏振**，即横波的振动方向偏向某个方向。只有横波有偏振现象，纵波没有偏振现象。如果绳子的振动方式是纵波式的“伸长—收缩”，那么无论缝隙朝什么方向，都不会妨碍纵波传播。

### 光的偏振

实验发现，光有偏振现象，说明光是横波。

**偏振片**是一种光学元件，能像上面例子中有缝隙的木板那样，起到“过滤”特定振动方向的光波作用。若横波能通过偏振片，则横波的振动方向叫作该偏振片的**透振方向**。

当光波的振动方向与偏振片平行时，光波能无损地通过偏振片。当光波与偏振片的方向垂直时，光波全部被偏振片阻拦。当光波与偏振片的方向成锐角时，部分光波通过偏振片，部分光波被阻拦。

只沿某个方向振动的光叫作**偏振光**。沿多个方向甚至所有方向都有振动的光叫作**非偏振光**。自然光是非偏振光。让自然光通过一片偏振片，就可以得到偏振光。若将两片偏正方向垂直的偏振片叠放在一起，就可以过滤掉所有的光。

### 偏振现象的应用

偏振现象在生活中主要用于消除反射光的干扰。例如，在相机镜头前安装偏振滤光片，可以通过转动偏振片规律掉部分不希望接受的光。3D 立体眼镜的两片镜片上装有不同的偏振片，分别过滤不同的光，使人的两眼看到平面的屏幕上发出的光线有所差异，营造出“立体的错觉”。偏振现象在化学也有重要应用，可用于区分结构看似相同但其实像左右手一样“对称”的两类分子。

### 激光的特点及其应用

自然中常见的光源所发出的光的频率、振幅、相位、强度等参数通常都随机且不可控，因此光源照射到的任意位置的也都几乎没有区别。

例如，太阳光照射在地面上，若没有遮挡，则地面上各位置的亮度都差不多，并且都是由各种波长混合而成的混合光，也没有单一的偏振方向。

激光是一种人造光，具有恒定的频率、相位差、振动方向，且这些参数也能人为控制调节。激光还有很强的平行性，能够保持光束水平集中不发散，聚焦在特定的范围内，不像大多数自然光源那样向四面八方均匀传播。

激光还可以通过设定波长和振幅等参数存储并传递信息，光盘就是利用激光记录和传递信息的技术。激光的平行性使得激光笔可以在授课和演讲中当指引工具。由于激光可以将大量能量集中在很小的照射范围内，还可以用于加热、切割，在工业和医学上都有重要应用，如切割金属、切割肿瘤等。

### 光的色散

可见光有丰富多彩的颜色，生活中看上去没有颜色的白光就是由多种颜色的光混合而成。光的颜色由波长决定，每一种颜色的光对应特定的波长。人的视觉细胞对不同波长的光产生不同的信号，从而辨别出不同的颜色。

含有多种颜色（多种波长）的光被分解成单色光（单一波长）的现象叫作光的**色散**。即：把混合在一起的不同颜色的光波分散开来。利用前面学习的光的传播规律可以实现光的色散。

**干涉中的色散**。根据双缝干涉实验测量光的波长的公式，亮纹的间距与光的波长有关。因此，对于一套参数固定的双缝干涉设备，不同波长的光在不同位置加强，从而产生不同的亮纹间距，实现光的色散。薄膜干涉也可以实现光的色散。

**衍射中的色散**。光发生衍射时，亮纹或亮斑的产生是不同位置发出的光波在某处增强的效果，增强的位置同样与光的波长有关。用白光做衍射实验可以看到多种颜色的亮纹。

**折射中的色散**。折射率除了与两种介质的类型有关以外，也与光的波长有关。光的波长越长，在相同的介质中的绝对折射率越小。混合光通过棱镜发生折射后，不同波长的光的折射角不同，从而被分开来。彩虹就是空气中的水滴折射白光，发生色散所产生的自然现象。

### 小结

本章学习光作为一种波传播的规律，需结合波传播的一般规律，理解光传播的主要规律，可以利用有关数据进行分析计算，并能解释一些现象。光作为一种粒子的特点将在后面的章节学习。

## 第十八章 安培力与洛伦兹力

我们在《电磁感应与电磁波初步》一章学习了磁场的描述和规定方式，初步了解了电流产生磁场、变化的磁场产生电流的简单知识。从本章到第二十二章对应高中物理选修二的内容，我们将更加详细和系统地学习电与磁的相互作用。

电磁学理论发展的早期，物理学家仍然沿用牛顿力学的理论体系，通过测量位移、时间、力的大小，计算并规定能量、电荷量、电场强度、磁感应强度等物理量的标准，高中阶段电磁学理论的基础仍是牛顿运动定律。

实验发现，磁场对电流和运动的电荷有力的作用，本章我们具体学习磁场对电流和运动电荷的力的大小和方向跟磁感应强度、电流大小、电荷量和速度间的关系，以及对该物理现象的应用。

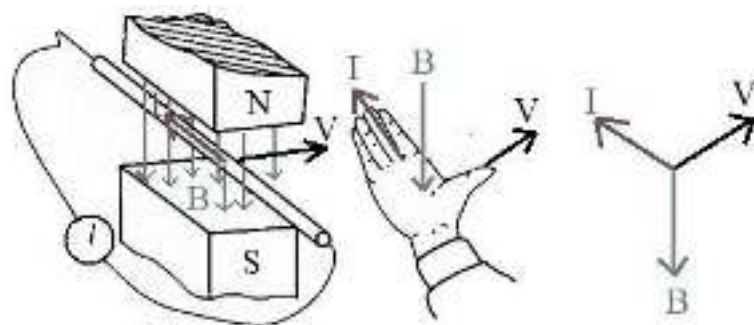
### 一、磁场对通电导线的作用力

法国物理学家安培发现，若把一根通电导线放在磁场中，并且电流的方向与磁感线的方向不平行时，导线会受到力的作用。为纪念安培的重要发现，将该力命名为**安培力**。

安培力的施力物体是磁场，受力物体的通电导线。在研究场的现象时，通常不考虑场受到物体的反作用力，可以近似认为通电导线产生的电场反过来对产生磁场的物体有力的作用。力是矢量，有两个基本参数：方向和大小。

#### 安培力的方向

实验表明，将通电导线垂直放置在磁场中时，通电导线受到的安培力的方向跟磁感线方向、电流方向都垂直，所指示的方向可以用**左手定则**判断。具体方法为：伸开左手，拇指与其余四指垂直，让磁感线从手心正面穿进手掌，四指朝向电流方向，则拇指指向的就是安培力的方向，如下图所示。



#### 安培力的大小

磁感应强度的大小就是通过安培力的大小定义的。在磁感应强度为  $B$  的磁场中，垂直放置通有电流为  $I$ 、长度为  $l$  的直导线，导线受到的安培力  $F$  的大小为：

$$F = IlB$$

当通电导线与磁场方向的夹角为 $\theta$ 时，通电导线受到的安培力的大小为：

$$F = IlB \sin \theta$$

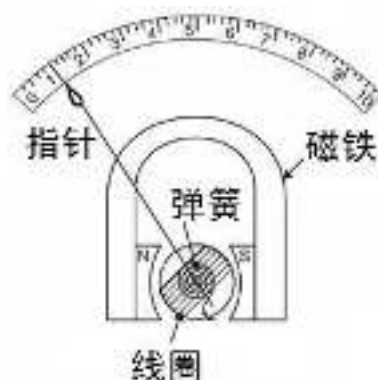
即磁场沿垂直电流方向的分量与电流和导线长度的乘积。特别的，当通电导线与磁场的方向平行时， $\theta=0$ ， $\sin 0=0$ ，安培力为0。

实际上，物理学家将长度为1 m、通有大小为1 A的恒定电流直导线垂直放入匀强磁场中，当测得安培力的大小为1 N时，规定该条件下的磁感应强度为1 T。

### 磁电式电流表

我们在《电路及其应用》一章学习了将小量程电流表改装成为大量程电流表和电压表的方法，现在学习小量程电流表即表头的原理。

我们常用的电流表的表头叫作**磁电式电流表**，其原理就是通电导线在磁场中受到安培力。磁电式电流表的基本结构是两端的磁体、磁体间的导线线圈、螺旋形弹簧、指针、刻度盘，如下图所示。



螺旋形弹簧、指针分别与线圈固定在一起，可以随线圈一同转动。当螺旋形弹簧处于平衡位置时，指针指示刻度盘的0点。

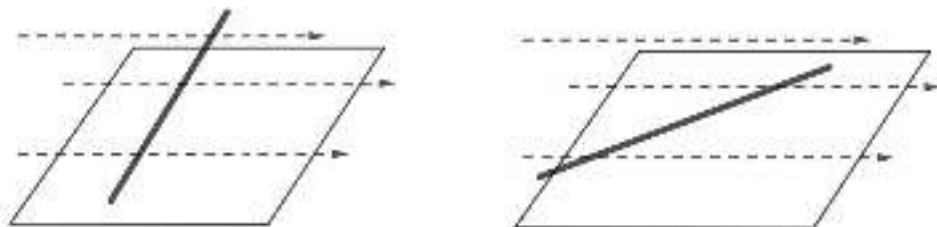
将线圈的两端与电路相连，电路中的电流流经线圈，线圈与磁场垂直，受到安培力的大小与电流成正比，安培力使得线圈旋转。线圈旋转导致螺旋形弹簧被转动，产生回复力，回复力的大小与弹簧转动的角度成正比。

指针-线圈-弹簧不再转动时，安培力与回复力平衡，即电流的大小与指针转动的角度成正比，此时刻度盘上对应的读数就是线圈中通过的电流大小。制作电流表时，将电流表接入已知大小的电流，就可以在刻度盘上标记相应的读数。

多用电表上的指针定位螺丝就是通过调节螺旋形弹簧的平衡位置，来调节电表未接入电路时指针指示的位置。若将电表与电路的正负极接反，安培力的方向使得指针-线圈-弹簧向相反方向转动，通常不会损坏线圈和弹簧，但是有可能让指针打在表框上导致弯折。

磁电式电流表中的线圈绕有很多匝（圈数），每一圈都受到相同的安培力，合在一起得到很大的扭力。磁电式电流表的主要优点是灵敏度很高，可以测量出很弱的电流。缺点是导线很细，电流稍大产生的热量就会烧断线圈。

**例 1** 如下图所示，空间中有磁感应强度大小为  $5\text{ T}$ 、竖直向右的匀强磁场，一根长度为  $1\text{ m}$ 、质量为  $0.2\text{ kg}$  的直导线水平放置在磁场中，若要让导线能静止悬浮在空中，求导线中电流的大小和方向。当导线与磁场的夹角为  $30^\circ$  时，求此时导线中电流的大小和方向。重力加速度大小为  $g = 10\text{ N/kg}$ 。



解析：通电导线受重力和安培力的作用，重力始终竖直向下，安培力的方向需竖直向上，跟重力平衡，才能让导线静止悬浮。根据左手定则，将左手的掌心朝左，令大拇指竖直朝上，此时四指指向自己身体，电流朝向图中的向左下方向。

导线受到的重力的大小为  $G = mg = 0.2 \times 10\text{ N} = 2\text{ N}$ 。设电流的大小为  $I$ ，由安培力的大小等于重力的大小可得： $I \times 1 \times 5\text{ N} = 2\text{ N}$ ，解得： $I = 0.4\text{ A}$ ，电流的大小应为  $0.4\text{ A}$ 。

当导线与磁场的夹角为  $30^\circ$  时，安培力的方向仍需为竖直向上，电流的方向仍为朝向图中的向左下方向。设此时电流的大小为  $I'$ ，由安培力的大小等于重力的大小可得： $I' \times 1 \times 5 \times \sin 30^\circ\text{ N} = 2\text{ N}$ ，解得： $I' = 0.8\text{ A}$ ，电流的大小应为  $0.8\text{ A}$ 。

## 二、磁场对运动电荷的作用力

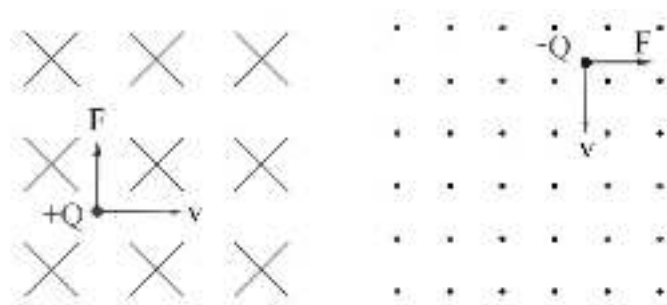
电流实质上是电荷的定向移动，既然电流在磁场中受到力的作用，那么移动的电荷在磁场中很可能也受到力的作用，实验证实了这一猜想。

运动电荷在磁场中受到的力的作用叫作**洛伦兹力**。通电导线在磁场中受到的安培力，实际上就是电荷在磁场中运动受到的洛伦兹力的宏观表现。由于洛伦兹力与安培力实质相同，因此洛伦兹力的方向与大小都与安培力一致。

### 洛伦兹力的方向

洛伦兹力的方向也用左手定则判断：伸开左手，四指与拇指垂直，让磁感线从手心正面穿进手掌，四指朝向正电荷的运动方向（或负电荷运动的反方向），则拇指指向的就是洛伦兹力的方向。

如下图所示， $v$  表示电荷移动的方向， $F$  表示洛伦兹力的方向，“叉”（ $\times$ ）表示磁感线或电场线垂直于纸面向内，“点”（ $\cdot$ ）表示垂直于纸面向外。可以把电场线和磁场线现象成尾部有十字形羽毛的羽箭。当羽箭垂直于纸面向内时，看到的是尾部“ $\times$ ”状的羽毛；当羽箭垂直于纸面向外时，看到的是头部点状的尖端。



### 洛伦兹力的大小

利用安培力的大小公式可推导出洛伦兹力的大小。设一带正电的粒子的电荷量为  $q$ 、速度为  $v$ ，在强度为  $B$  的匀强磁场中沿垂直于磁场方向做匀速直线运动，可以看作该带电粒子在一段长为  $l$  的直导线中做定向移动产生电流  $I$ 。

电流的大小等于单位时间内通过截面积的电荷量，即  $I = \frac{q}{t}$ 。电荷通过这段导线经历的时间为： $t = \frac{l}{v}$ 。联立这两个等式消去时间  $t$  可得： $Il = qv$ 。将该等式代入安培力的公式  $F = IlB$  就是洛伦兹力的大小公式：

$$F = qvB$$

若电荷运动方向与磁感线方向的夹角为  $\theta$ ，则洛伦兹力的大小为：

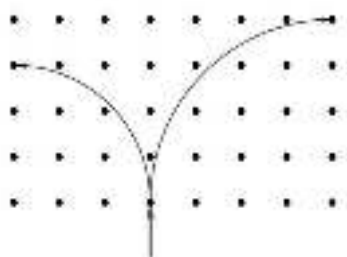
$$F = qvB \sin \theta$$

当电流与磁场垂直时， $\theta = 90^\circ$ ， $F = qvB \sin 90^\circ = qvB$ 。当电流与磁场平行时， $\theta = 0^\circ$ ， $F = qvB \sin 0^\circ = 0$ 。上述规律也由实验所验证。

### 电子束的磁偏转

当带电粒子束垂直进入磁场时，洛伦兹力将令粒子数发生偏转，这一现象被用作显像管电视机的原理。显像管的基本结构跟示波器类似，示波器利用两个偏转电极令电子偏转，在屏幕上产生相应的图形，显像管利用偏转线圈产生的磁场令带电粒子偏转。跟示波器类似，显像管中同样有水平方向和竖直方向两组偏转磁场，且磁场强度随信号变化，让电荷落在屏幕的不同位置，产生相应的图形。

**例 2** 如下图所示，一束带电粒子垂直射入磁感应强度大小为  $B$  的磁场中，分裂为两束后向两侧偏转，判断两束粒子带正电还是负电。



解析：磁场方向为垂直纸面向上，利用左手定则判断，向左偏转的粒子带负电，向右偏转的粒子带正电。

### 三、带电粒子在匀强磁场中的运动

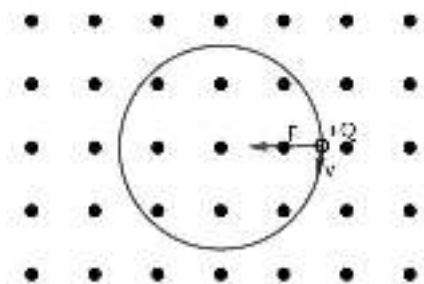
力与运动是物理学研究的基本现象。带电粒子在匀强磁场中始终受到洛伦兹力作用，粒子的运动状态时刻发生变化。

#### 带电粒子在匀强磁场中的运动

带电粒子的质量和体积通常都很小，当在磁场中运动时，忽略其受到的重力和空气的阻力，只需考虑洛伦兹力。

带电粒子在匀强磁场中运动时，洛伦兹力的方向始终与速度的方向垂直，只改变速度的方向，不改变速度的大小。同时，由于是匀强磁场，洛伦兹力的大小不变。

当物体受到大小不变、始终与速度垂直、指向同一侧的力的作用时，物体做匀速圆周运动，因此带电粒子在匀强磁场中做匀速圆周运动，其轨迹如下图所示。



#### 带电粒子在磁场中做圆周运动的半径和周期

若一个电荷量为  $q$ 、质量为  $m$  的带电粒子，以速度  $v$  垂直进入磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中。粒子受到的洛伦兹力提供向心力，大小为  $F = qvB$ 。向心力的大小与圆周运动的半径、物体的质量和速度的关系为： $F = \frac{mv^2}{r}$ 。联立两个等式

可得： $qvB = \frac{mv^2}{r}$ ，移项并化简得：

$$r = \frac{mv}{qB}$$

这就是带电粒子在匀强磁场中做匀速圆周运动的半径公式。

匀速圆周运动的周期是粒子运动一周的时间，由周长除以速度的大小可得：

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot \frac{mv}{qB}}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

这就是带电粒子在匀强磁场中做匀速圆周运动的周期公式，可以发现，跟粒子的速度无关，跟质量与电荷量的比值，即荷质比的倒数成正比。

**例 3** 甲、乙两种电荷量相同的带电粒子，以相同的速度垂直射入同一匀强磁场，做圆周运动的半径之比为1:2，求甲、乙两种粒子的质量之比。

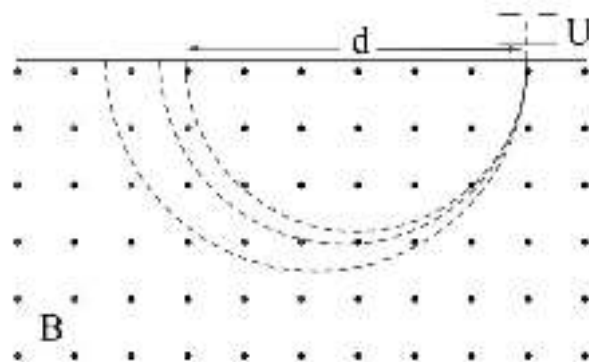
解析：带电粒子在匀强磁场中做匀速圆周运动，半径  $r$  与质量  $m$ 、电荷量  $q$ 、速度  $v$ 、磁感应强度  $B$  间的关系为： $r = \frac{mv}{qB}$ 。甲、乙两粒子的质量  $m$  相同、速度  $v$ 、磁场的磁感应强度  $B$  相同，半径  $r$  跟质量  $m$  成正比，所以甲、乙两种粒子的质量之比跟运动的半径之比相同，也为1:2。

#### 四、质谱仪与回旋加速器

质谱仪和回旋加速器是两种重要的实验设备，它们的原理都是由洛伦兹力提供向心力，让带电粒子在磁场中做圆周运动。

##### 质谱仪

质谱仪主要用于鉴定微观粒子的类型。化学或物理学研究中，荷质比是带电粒子的重要参数。由于原子和分子的电荷量只能是元电荷的整数倍、质量也总是约等于质子（或中子）质量的整数倍，将荷质比转化为元电荷的数量与质子数量的比值后，总是两个整数的比值，可以很方便地用于辅助推断微观粒子的质量。质谱仪的基本结构由一个加速电场和匀强磁场构成，如下图所示。



设有一些列质量为  $m$ 、电荷量为  $q$  的带电粒子，当带电粒子经电压为  $U$  的加速电场加速后，获得的能量为  $Uq$ ，这些能量全部转化为粒子的动能，粒子获得的速度为  $v = \sqrt{\frac{2Uq}{m}}$ 。

带电粒子加速后，垂直进入匀强磁场  $B$ ，做半径为  $r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Um}{q}}$  的匀速圆周运动。带电粒子垂直进入磁场，做半个圆周运动后就垂直飞出磁场，落在相应的位置处，出口到磁场入口的距离为： $d = 2r = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2Um}{q}}$ 。

将该等式变形，就可根据加速电压  $U$ 、匀强磁场  $B$ 、粒子离开磁场的位置与进入磁场的位置的距离  $d$  求得粒子的荷质比： $\frac{q}{m} = \frac{8U}{B^2 d^2}$ 。



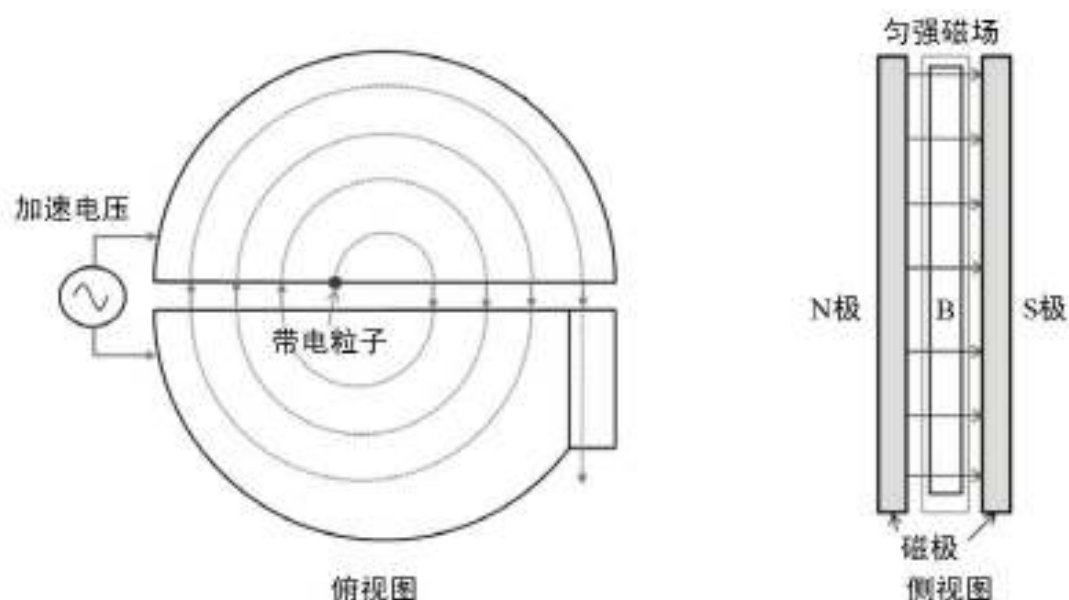
除了根据带电粒子在磁场中飞行的距离计算荷质比外,也可以根据带电粒子在磁场中飞行的时间计算其荷质比。作为练习,请自行推导计算公式。

### 回旋加速器

回旋加速器主要用在高能物理实验中。在高能物理实验中,经常需要让微观粒子具有很大的动能,让微观粒子像炮弹一样轰击其他粒子,观测发生的现象。作为炮弹的微观粒子需具有很快的速度,若用电场通过直线运动加速,则需铺设极长的直线轨道,这为实验带来很大的不便。

带电粒子在匀强磁场中做匀速圆周运动时,运动范围被限制在半径相对较小的圆环里,让高能物理实验可以在较合理的空间范围内实施。回旋加速器通过让高能粒子转圈来让它在有限范围内获得极大的动能。

回旋加速器的基本原理为:将电势能转化为带电粒子的动能,用匀强磁场将带电粒子限制在一定范围内做匀速圆周运动,下图是回旋加速器的基本结构。



带电粒子通过两个半圆中间的区时,在加速电压的作用下加速,加速电压根据带电粒子的运动情况随时间变化,分别为 $U_1$ 、 $U_2 \cdots U_n$ 。加速过程中,电势能转化为带电粒子的动能。由 $\frac{1}{2}mv_t^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = Uq$ 可得带电粒子的速度依次增大为:

$$v_1 = 2\sqrt{\frac{U_1 q}{m}}, \quad v_2 = 2\sqrt{\frac{(U_1 + U_2)q}{m}}, \quad \cdots, \quad v_n = 2\sqrt{\frac{(U_1 + \cdots + U_n)q}{m}}.$$

带电粒子做圆周运动的半径依次为 $r_1 = \frac{mv_1}{qB}$ ,  $r_2 = \frac{mv_2}{qB}$ ,  $\cdots$ ,  $r_n = \frac{mv_n}{qB}$ 。

利用匀速圆周运动的规律,还可以计算得到带电粒子经各次加速后,做圆周运动的周期。

### 小结

本章学习磁场对电流和运动电荷的力的作用——安培力和洛伦兹力，需掌握这两种力的方向和大小公式，将安培力和洛伦兹力融入牛顿力学体系中，进行电势能、动能、速度、轨迹等的计算，需掌握质谱仪和回旋加速器的原理，并能分析其他类似装置的工作原理和使用方法。

## 第十九章 电磁感应

我们在《电磁感应与电磁波初步》一章初步了解了电磁感应现象：当穿过闭合回路的磁通量发生变化时，闭合回路中将产生感应电流。现在我们更加详细地学习磁通量变化与感应电流的大小和方向之间的对应及数量关系。

### 一、楞次定律

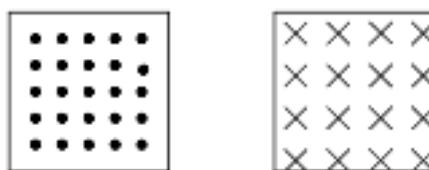
当穿过闭合回路的磁通量变化时，闭合回路中产生电流，叫作**感应电流**，产生感应电流的电动势叫作**感应电动势**，这就是**电磁感应**现象。现在我们具体学习感应电流和感应电动势与磁通量变化间的对应关系。

#### 影响感应电流方向的因素

闭合回路中电流有两种方向：逆时针和顺时针，如下图所示。



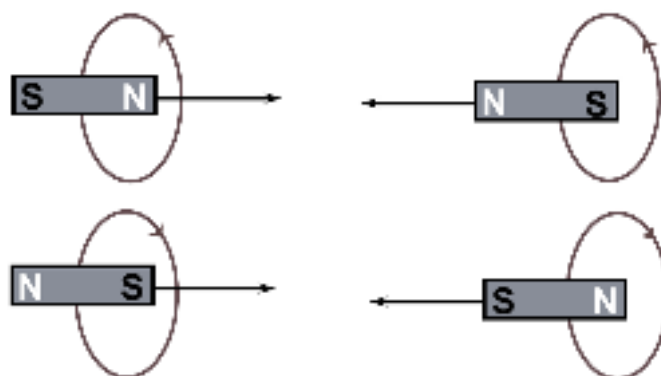
穿过闭合回路围成的截面的磁通量也有两种方向：向外和向内，如下图所示。



如果从闭合电路的另外一面观察，那么穿过闭合回路中的磁通量的变化情况和感应电流的方向就都变成另一种情况。

磁通量的变化方式有两种：增多和减少。从数值变化的角度看，向内的磁通量减少等价于向外的磁通量增多，向内的磁通量增多等价于向外的磁通量减少。

实验发现，当向内的磁感线增多或向外的磁感线减少时，闭合回路中产生顺时针的电流。当向内的磁感线减少或向外的磁感线增多时，闭合回路中产生逆时针的电流，如下图所示。



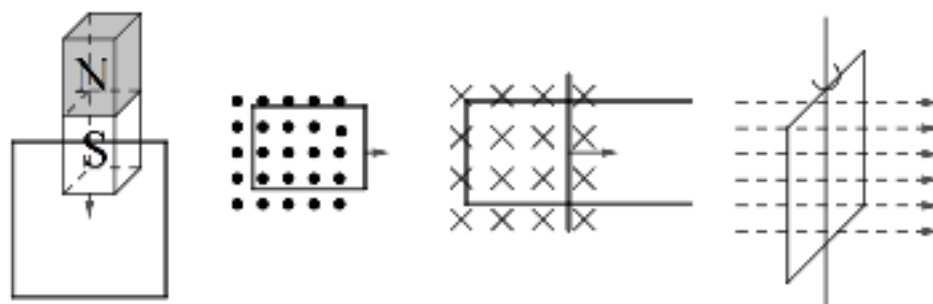
## 楞次定律

俄国物理学家楞次在分析了大量电磁感应实验现象的基础上，总结出感应电流的方向与磁场变化方式之间的关系：**感应电流产生的磁场总要阻碍引起感应电流的磁通量的变化**，该规律叫作**楞次定律**。

即：当穿过闭合回路的磁通量改变时，感应电流产生的磁场会抵消这种变化。若闭合回路中的磁通量增加，则感应电流所产生的磁场与原磁场方向相反，以抵消增加的磁通量。若闭合回路中的磁通量减少，则感应电流所产生的磁场与原磁场方向相同，以补充减少的磁通量。

利用楞次定律判断闭合回路中的感应电流的方向时，只需先判断磁通量穿过回路的方向以及是增多还是减少，再利用右手定则，让感应电流产生的磁场抵消这种变化即可。

改变穿过闭合回路的磁通量的方式有许多种，例如，改变穿过回路的磁感应强度的大小，把回路移入或移出磁场，改变回路的面积，旋转回路改变与磁感线的夹角等，如下图所示。



第一种情况，磁铁的 S 极从上向下靠近回路，自下而上穿过回路的磁通量增多。为阻碍这种变化，感应电流在回路中产生的磁场的方向应为自上而下，以抵消增多的自下而上的磁通量。根据安培定则，感应电流为顺时针方向。

第二种情况，磁场竖直向外，闭合回路向右移动离开磁场，闭合回路中竖直向外的磁通量减少。为阻碍这种变化，感应电流在回路中产生的磁场的方向应为竖直向外，以抵消减少的竖直向外的磁通量。根据安培定则，感应电流为逆时针方向。

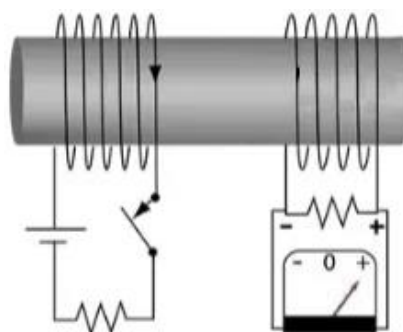
第三种情况，磁场竖直向内，向右移动回路的一条边，回路中有磁通量穿过的面积增大，竖直向内穿过回路的磁通量增多。为阻碍这种变化，感应电流在回路中产生的磁场的方向应为竖直向外，以抵消增多的竖直向内的磁通量。根据安培定则，感应电流为逆时针方向。

第四种情况，磁场水平向右，闭合回路沿中轴线旋转。当回路从垂直于磁场旋转到平行于磁场时，穿过回路的磁通量从  $BS$  减小为 0。为阻碍这种变化，感应电流在回路产生的磁场应当与原磁场方向相同，以补充减少的磁通量。

当回路从平行于磁场旋转到垂直于磁场时，穿过回路的磁通量从0增大到 $BS$ 。为阻碍这种变化，感应电流在回路中产生的磁场应当与原磁场方向相反，以抵消增加的磁通量。

旋转的具体过程稍复杂，旋转的两个半圈的电流方向相反，具体过程将在下一章《交变电流》详细学习。

**例1** 如下图所示，两个闭合回路缠绕在同一个铁芯上，左边回路中有直流电源和开关，求下列情况下右边回路中感应电流的方向：（1）闭合开关的瞬间，（2）开关闭合一段时间后，（3）断开开关的瞬间。



**解析：**（1）闭合开关的瞬间，铁芯中产生水平向右的磁场，右边的线圈中水平向右的磁通量增多，为了抵消该影响，感应电流产生的磁场水平向左，感应电流的方向为逆时针（正面看到的线圈中电流自下而上）。

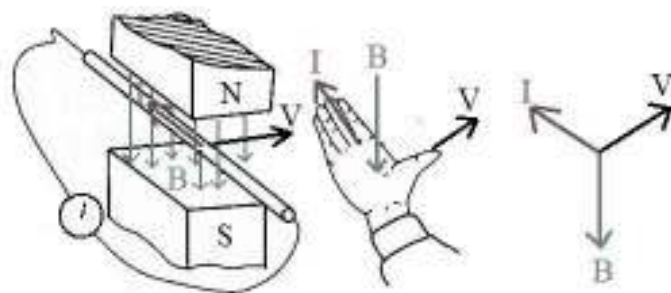
（2）开关闭合一段时间后，左边电路中的电流稳定不变，铁芯中水平向右的磁场也稳定不变，右边的线圈中的磁通量不变，不产生感应电流。

（3）断开开关的瞬间，铁芯中水平向右的磁场消失，右边的线圈中水平向右的磁通量减少，为了抵消该影响，感应电流产生的磁场水平向右，感应电流的方向为顺时针（正面看到的线圈中电流自上而下）。

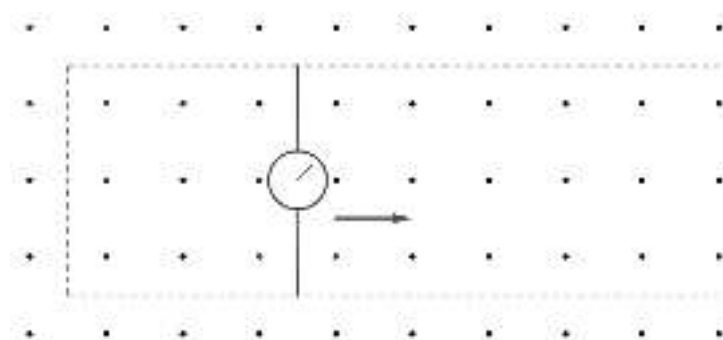
### 右手定则

如果直导线或导体棒没有形成闭合回路，而是只有一段，当直导线或导体棒切割磁感线时，也可以产生感应电流和感应电动势，可以用**右手定则**判断方向。

把右手掌摊平，四指与拇指垂直。让磁感线从手心穿入，拇指朝向导线运动的方向，则四指所指的就是感应电流的方向，也可以看作是感应电动势的方向，如下图所示。

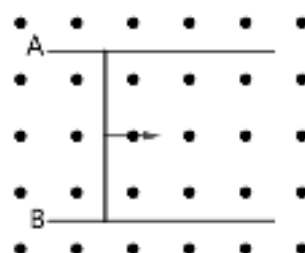


用右手定则判断直导线中感应电流方向的原理就是楞次定律。可以给直导线虚构三根导线，共同围成闭合回路，利用楞次定律可以判断直导线中感应电流的方向，如下图所示。



虚构的三根导线需全都位于磁场中，原有的直导线移动后改变闭合回路的面积，从而改变闭合回路的磁通量。直导线在虚构的闭合回路哪一侧都可以，判断的结果相同。

**例 2** 如下图所示，匀强磁场中，将平行板电容器的 A、B 两块极板用一根导体棒相连，将导体棒从极板的左侧移动到右侧后移除，求 A、B 两块极板所带电荷的电性。



解析：磁场方向竖直向外，令右手掌心向下，导体棒向右移动，令拇指指向右侧，此时另外四指朝下，导体棒中的电流为从上向下，极板 B 中的电子移动到极板 A，极板 A 带负电荷，极板 B 带正电荷。

## 二、法拉第电磁感应定律

感应电流的方向由楞次定律判断，大小则由法拉第电磁感应定律计算。

### 电磁感应定律

闭合回路中的磁通量变化产生感应电流，实际上是产生了**感应电动势**。感应电动势相当于电源，驱动导体中的自由电子定向移动，产生感应电流。

实验发现，闭合回路中产生的**感应电动势的大小，跟穿过该闭合回路的磁通量的变化率成正比**，这就是**法拉第电磁感应定律**。

经实验测定，在极短的时间  $\Delta t$  内，若穿过闭合回路的磁通量变化了  $\Delta \Phi$ ，则产生的感应电动势  $E$  的大小就等于磁通量的变化量除以时间的比值，感应电动势等于磁通量随时间的变化率：

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

其中，感应电动势  $E$  的基本单位是伏特（V），磁通量  $\Phi$  的基本单位是韦伯（Wb），时间  $t$  的基本单位是秒（s），磁通量随时间的变化率  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$  的单位是韦伯每秒（Wb·s<sup>-1</sup>）。

由上述关系可知电势与磁通量变化率的单位相同，现在进行验证。电势的单位 V 用基本物理量单位表示为： $1\text{ V} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}}$ ，磁通量的变化率用基本物理量单位表示为： $1\text{ Wb} \cdot \text{s}^{-1} = 1\text{ T} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1} = 1 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}}$ ，二者的确相同。

实际应用中，经常将一根很长的导线绕成匝数为  $n$  的导线圈，通过各导线圈的磁通量都相同，在每一段导线圈中产生相等的感应电动势  $E_0 = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ 。由于是同根导线缠绕成  $n$  圈，相当于将  $n$  个电动势为  $E_0$  的电源相串联，整个线圈中的感应电动势是所有线圈的电动势之和，即单匝线圈的  $n$  倍：

$$E = nE_0 = n \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

法拉第电磁感应定律实际上并不是法拉第提出的，而是德国物理学家纽曼和韦伯在对实验资料进行严谨的分析后总结得出，为了纪念法拉第对电磁感应现象的巨大贡献，用他的名字命名该定律。

**例 3** 一个绕成 200 匝的线圈中，磁通量的变化率为  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 2 \sin \pi t \text{ Wb} \cdot \text{s}^{-1}$ ，哪些时刻感应电动势最大？最大值是多少？哪些时刻感应电动势最小？最小值是多少？

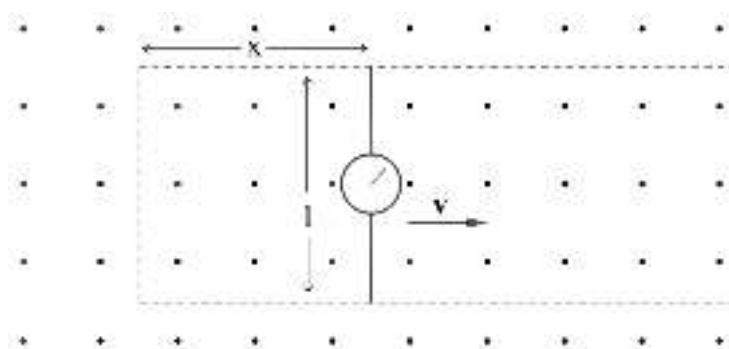
解析：各线圈中的感应电动势都等于磁通量的变化率： $E_0 = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 2 \sin \pi t \text{ V}$ ，共绕成 200 匝线圈，电动势为  $E = nE_0 = 200 \times 2 \sin \pi t \text{ V} = 400 \sin \pi t \text{ V}$ 。当  $t = \frac{\pi}{2} + k\pi$ （ $k$  为自然数）时，感应电动势最大，最大值为  $E_{\max} = 400 \text{ V}$ 。当  $t = k\pi$ （ $k$  为自然数）时，感应电动势最小，最小值为  $E_{\min} = 0 \text{ V}$ 。

### 导线切割磁感线时的感应电动势

直导线切割磁感线产生的感应电动势也可以用法拉第电磁感应定律计算。计算公式的推导与根据楞次定律推导右手定则的过程相同。

设磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中，有一根长度为  $l$  的导体棒，以速度  $v$  匀速垂直于磁场移动，现在利用法拉第电磁感应定律推导感应电动势的大小。

想象有两根平行的长直导体，垂直于导体棒，并与导体棒的两端恰好接触，长直导体间的距离等于导体棒的长度  $l$ ，再想象一根导体棒将想象出的两根长直导体的一端连接，这样就得到了闭合回路，如下图所示。

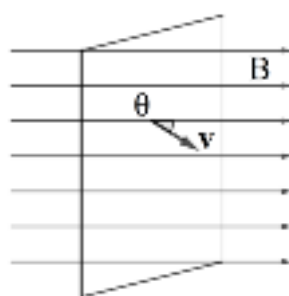


导体棒与想象出的导体围成的矩形闭合回路的宽始终为  $l$  不变，长  $x$  随时间的变化率等于导体棒移动的速度： $\frac{\Delta x}{\Delta t} = v$ ，感应电动势等于闭合回路中磁通量随时间的变化率：

$$E = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(B \cdot lx)}{\Delta t} = Bl \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = Blv$$

即：长度为  $l$  的导体棒，以速度  $v$  垂直于磁感应强度为  $B$  的匀强磁场移动，产生的感应电动势为  $E = Blv$ 。

若导体棒移动的方向与磁感线的夹角为  $\theta$ ，需将导体棒的速度分解为垂直于磁感线和平行于磁感线两个方向，根据垂直于磁感线方向的分速度计算感应电动势的大小： $E = Blv \sin \theta$ ，如下图所示。



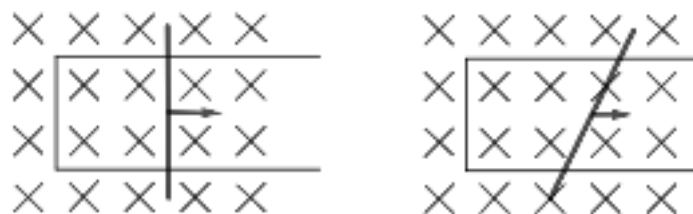
上述推导过程中用到一个数学知识：设变量  $A$  可由几个元素的乘积表示  $A = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n x$ ，若只有  $x$  是变量， $a_1, a_2 \cdots a_n$  都是定值，则  $A$  随时间的变化率等于  $x$  随时间的变化率乘以与其他定值： $\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{\Delta(a_1 a_2 \cdots a_n x)}{\Delta t} = (a_1 a_2 \cdots a_n) \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t}$ 。

利用该数学知识可得：若闭合回路面积不变，磁感应强度随时间均匀变化，变化率为  $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ ，则感应电动势为：

$$E = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = lx \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

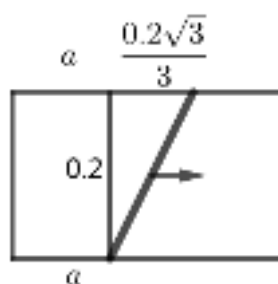


**例 4** 如下图所示，在磁感应强度为  $20\text{ T}$  的匀强磁场中，两根平行的长直导体轨道间距  $20\text{ cm}$  垂直于磁场放置，左侧用固定的直导线相连，一根可移动的导体棒与轨道接触且垂直，以  $5\text{ m/s}$  的速度在轨道上向右移动，求导体棒上感应电动势的大小。若导体棒与轨道的夹角为  $60^\circ$ ，仍以  $5\text{ m/s}$  的速度在轨道上向右移动，此时感应电动势是多大？



解析：导体棒的移动方向与轨道垂直时，可以直接利用导体棒切割磁感线的公式： $E = Blv = 20 \times 0.2 \times 5\text{ V} = 20\text{ V}$ 。

若导体棒与轨道的夹角为  $60^\circ$ ，则不能直接使用上述公式，需根据磁通量的变化率计算。导体棒跟轨道围成直角梯形，面积等于上底与下底之和与高的乘积的一半。如下图所示。



设某时刻上底长为  $a$ ，下底长为  $a + \frac{0.2\sqrt{3}}{3}$ ，高始终为  $0.2$ ，面积为：

$$S_1 = \frac{1}{2} \times (a + a + \frac{0.2\sqrt{3}}{3}) \times 0.2\text{ m}^2 = 0.2a + \frac{0.02\sqrt{3}}{3}\text{ m}^2。$$

经过时间  $\Delta t$ ，上底和下底分别变为  $a + 5\Delta t$  和  $a + \frac{0.2\sqrt{3}}{3} + 5\Delta t$ ，高仍为  $0.2$ ，

$$\text{面积变为：} S_2 = \frac{1}{2} \times (a + 5\Delta t + a + \frac{0.2\sqrt{3}}{3} + 5\Delta t) \times 0.2\text{ m}^2 = 0.2a + \frac{0.02\sqrt{3}}{3} + \Delta t\text{ m}^2。$$

面积随时间的变化率为：

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_2 - S_1}{\Delta t} = \frac{(0.2a + \frac{0.02\sqrt{3}}{3} + \Delta t) - (0.2a + \frac{0.02\sqrt{3}}{3})}{\Delta t}\text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} = 1\text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

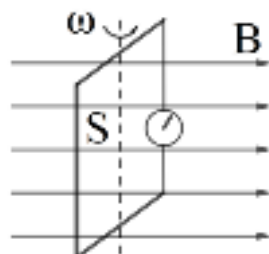
感应电动势等于磁通量的变化率：

$$E = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(BS)}{\Delta t} = B \frac{\Delta S}{\Delta t} = 20 \times 1\text{ V} = 20\text{ V}。$$

### 闭合回路在磁场中旋转时的感应电动势

当闭合回路在磁场中绕轴旋转时，穿过闭合回路的磁通量时刻变化，也将产生感应电动势。

把面积为  $S$  的闭合回路放在磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中，回路从与磁感线  $B$  垂直开始，绕中轴线以角速度  $\omega$  匀速旋转，如下图所示。



初始时回路与磁场垂直，在任意时刻  $t$ ，回路与磁场的夹角为： $\theta(t) = \omega t + \frac{\pi}{2}$ ，此时穿过回路的磁通量为： $\Phi(t) = BS \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ 。

其中，磁感应强度  $B$  和回路的面积  $S$  都是定值，夹角的正弦值  $\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$  跟时间有关，利用数学知识可求得夹角的正弦值随时间的变化率等于  $\omega \sin(\omega t)$ ，感应电动势为：

$$E = \frac{\Delta \Phi(t)}{\Delta t} = BS\omega \sin(\omega t)$$

若用一根长导线绕成匝数为  $n$  的线圈，捆在一起旋转，则它们具有相同的磁通量变化率，产生相等的感应电动势，这  $n$  个串联在一起的类似闭合回路的系统产生的感应电动势为：

$$E_n = n \frac{\Delta \Phi(t)}{\Delta t} = nBS\omega \sin(\omega t)$$

### 三、涡流、电磁阻尼和电磁驱动

电磁感应的规律可以解释很多生活中现象，也发明了很多与生产生活息息相关的重要应用。

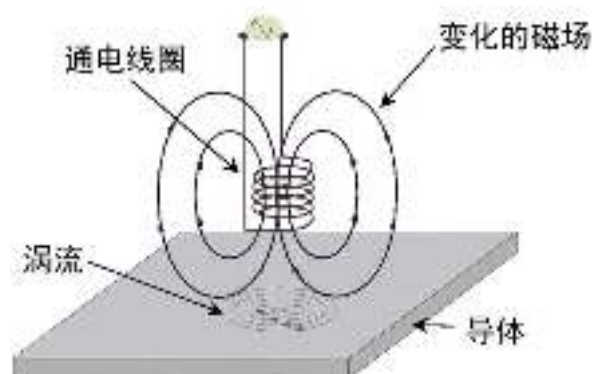
#### 电磁感应现象中的感生电场

产生感应电动势的方式可以分为两类：一类是固定闭合回路不动，改变穿过回路的磁通量，产生的感应电动势叫作**感生电动势**。物理学家麦克斯韦认为变化的磁场会在空间激发出电场，叫作**感生电场**。

另一类是空间内的磁场不变，让导体运动切割磁感线，产生的感应电动势叫作**动生电动势**。动生电动势可以看作导体中的自由电荷沿垂直于磁场的方向有移动时，在洛伦兹力的作用下沿相应的方向发生定向移动，从而产生电场，叫作**动生电场**。

## 涡流

用导线缠绕柱状铁芯形成螺线管，在导线中通入时刻变化的电流，令导线产生时刻变化的磁场，时刻变化的磁场又在附近的另一个导体内部产生环形的感应电流，该感应电流的轨迹像水涡，叫作**涡电流**，简称**涡流**。如下图所示。



涡流产生的电能几乎全都转化为热能，因此涡流的主要效果是产生热量。涡流的重要用途是加热金属等导电材料。涡流加热不像燃烧等化学反应需要燃料和助燃剂且生成燃烧产物，可以避免空气等杂质的干扰。

安检设备中的金属探测器同样利用涡流的原理。金属探测器中通有变化的电流，在其周围产生变化的磁场。若背包内有金属，则金属在变化磁场的作用下产生涡流，涡流产生的磁场被探测器检测到，仪器就会报警。探雷器同理。

涡流现象不仅有很多用途，也会造成损害。电动机、变压器等设备中有类似螺线管的结构，通入交流电后产生涡流，释放大量热量，有造成烧毁电路的危险。

## 电磁阻尼

当导体在外力或自身惯性的作用下在磁场中运动且切割磁感线时，导体中会产生感应电流，而感应电流又会使导体受到安培力作用。

根据楞次定律和安培定则，磁场对它产生的感应电流的安培力的方向总是阻碍物体运动，这种现象叫作**电磁阻尼**。

电磁阻尼阻碍物体运动可以看作导体的动能转化为电能的过程。导体切割磁感线运动时产生感应电动势或感应电流，产生了电能。导体由于受到安培力的作用动能减小，损失了动能。产生的电能正是由损失的动能转化而来。

## 电磁驱动

固定导体静止不动，让磁场相对于导体运动，则导体中产生的感应电流使导体受到安培力的作用，驱动导体运动，这种作用叫作**电磁驱动**。

电磁驱动的过程相当于把让磁场转动的某种能量转化为导体运动的机械能。交流感应电动机就是利用电磁驱动，将电能转化为机械能做功的装置。该装置将交流电转化为旋转的磁场，驱动磁场中的导线框转动。

把与电源相连的闭合回路垂直放在磁场中，当闭合回路中有电流通过时，闭

合回路受到安培力作用，将会绕中轴转动，如下图所示。



当通电的闭合回路在安培力的作用下绕中轴转动时，通过闭合回路的磁通量变化，在闭合回路中产生感应电动势。根据右手定则，感应电动势的方向与外接电源相反，叫作**反电动势**。

设反电动势的大小为  $E_{op}$ ，由于反电动势的作用，有反电动势的闭合回路的欧姆定律应修正为：
$$I = \frac{E - E_{op}}{r + R}。$$

上述过程中，安培力做功驱动回路转动，反电动势跟外接电源的电动势相抵消，电源的电能转化为闭合回路转动的机械能，这就是直流电动机的原理。

若用很强的外力固定闭合回路使其不能转动，安培力不做功，则回路中无法产生反电动势限制电流的大小，电能只能转化为热能，将导致电动机烧坏。

#### 四、互感和自感

不同的线圈之间的电流与磁场间可以相互感应，同一个线圈的电流与磁场间也可以相互感应，分别叫作互感现象和自感现象。

##### 互感现象

法拉第最初发现电磁感应现象的实验中，在连通和切断一个电路的瞬间，发现临近的另一个电路中产生了感应电流，从而推测变化的磁场可以产生感应电流。

把两个独立的线圈放在较近的位置，一个线圈通电，另一个线圈不通电。通电线圈产生磁场，不通电的线圈处于这个磁场中。若通电线圈中的电流发生变化，且产生的磁场也变化，变化的磁场导致穿过另一个线圈的磁通量变化，从而产生感生电动势，该现象叫作**互感**。

##### 自感现象

若只有一个线圈，当线圈通有电流时，它自身就已经处于自己产生的磁场当中。若通过线圈的电流发生变化，则产生的磁场也发生变化，导致穿过线圈自身的磁通量变化，从而在线圈自身产生感应电动势，该现象叫作**自感**。

感生电场在闭合回路中产生感生电动势。根据楞次定律，当线圈中的电流增大时，线圈产生的感应电流与原电流方向相反，以抵消电流增大。当线圈中的电流减小时，线圈产生的感应电流与原电流方向相同，以抵消电流减小。

### 自感系数

**自感系数**是衡量线圈发生自感现象能力强弱的物理量，通常用符号  $L$  表示，其定义为：线圈中的感应电动势的大小与电流随时间的变化率的比值：

$$E = L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

自感系数的基本单位为**亨利**，简称**亨**，符号为H。根据自感系数的定义式可得： $1\text{ H} = 1 \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}}$ 。

对于由一根长导线绕成的匝数为  $n$  的线圈，自感产生的电动势为：

$$E = nL \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

相当于自感能力变为原来的  $n$  倍。

### 磁场的能量

开灯时有时出现灯泡起初较暗、稍后恢复正常亮度，就是由于自感现象阻碍了电流瞬间增大。关灯时有时出现灯泡熄灭前瞬间很亮，也是由于自感现象阻碍了电流瞬间减小。

上述现象可以解释为：开灯时，电流并没有立即点亮电灯，而是将部分能量存储在磁场中。关灯时，磁场将能量归还给电流，让电灯最后发亮。该现象可以看作电磁中的“惯性”。

### 小结

本章学习变化的磁场产生电场的方向及大小的判定和计算方式，需通过充分练习，熟悉了解各种磁通量变化的具体方式，以及判定感应电动势的方向和计算大小的具体过程，特别是要能根据实际场景，写出“磁通量的变化率”这一根本定义的数学表达式并进行分析和变形。

## 第二十章 交变电流

电磁感应现象的发现为人类更加有效地利用电能提供了理论基础，最主要的应用方式是通过导体切割磁感线将机械能转化为电能。电能具有便于存储、传导、使用等优势，是日常生产生活中非常重要的能源。我们本章学习工业发电和传输电能的基本过程。

### 一、交变电流

我们在《电路及其应用》一章学习了恒定电流的基本规律，现在我们学习随时间变化的电流的产生及其规律。

#### 交变电流

生活中常用的电流有两种。干电池产生是恒定电流，大小和方向都不变，也叫作直流电，简称**直流**。直流电的电源通常可以提供稳定的电压。

由输电线输送到家里，将家用电器的插头连接到插座上使用的电流叫作**交变电流**，也叫作**交流电**，简称**交流**。交变电流的大小和方向随时间周期性变化。

#### 交变电流的产生

根据电磁感应原理，让穿过回路的磁通量变化就可以产生感应电动势。改变穿过回路的磁通量的方法有多种：让回路在磁场边沿进出、固定回路改变磁感应强度、让回路在磁场中旋转。

现实中最容易实现的是让回路在匀强磁场中旋转，因为让磁场边沿进出需要不断改变力的方向，容易获得的天然磁体的磁感应强度不会剧烈变化，而类似风车叶片的装置可以在风力、水力、内燃机的作用下持续地高速旋转。

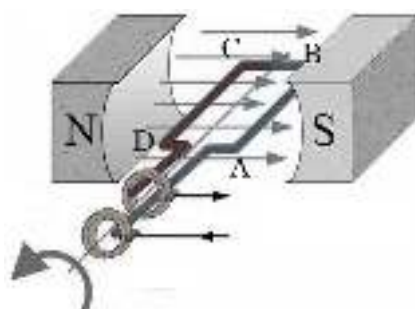
#### 交变电流的变化规律

把回路放在固定的磁场中，用外力推动回路在磁场中旋转，回路切割磁感线可产生感应电动势，将机械能转化为电能，并产生随时间规律变化的交变电流。我们现在详细分析各阶段产生的交变电流的大小和方向的变化规律。

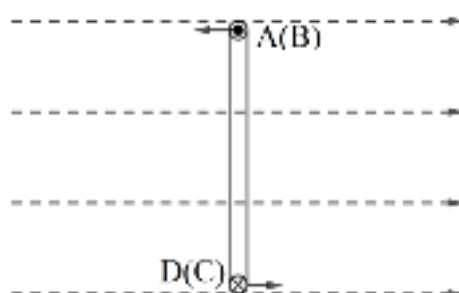
#### 准备工作：设置发电装置

首先设置发电装置。将面积为 $S$ 的闭合回路放在永久磁铁的异名磁极之间，设匀强磁场的磁感应强度为 $B$ 。回路可以在外力作用下绕中轴线旋转，回路两端与导线相连，将产生的电流传输到外电路中，如下图所示。

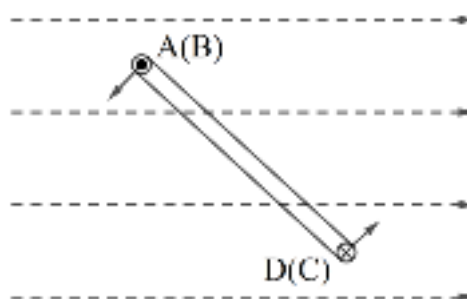
为观察方便，线圈的四个角分别用字母 A、B、C、D 标记，旋转过程中线圈的边 AB 和 CD 切割磁感线。现在我们分析回路中产生的感应电动势的方向和大小，既可以通过分析磁通量随时间的变化率，也可以通过分析 AB、CD 两边切割磁感线的速率，这两种分析思路的实质相同。



将回路设置为与磁感线垂直，作为初始状态，以角速度  $\omega$  推动回路沿逆时针方向绕中轴旋转，如下图所示，括号内的字母在括号外的字母后方。



**阶段 1：回路从竖直旋转到第一次水平。**如下图所示，回路从“正立”旋转到“平躺”，穿过回路的磁通量从  $BS$  减小到 0。根据楞次定律或右手定则，可判定感应电流方向为  $B \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$ 。规定该情况下回路中的电流方向和穿过回路的磁通量方向为正方向。



从回路中磁通量变化率的角度，回路与磁场的夹角  $\theta$  跟时间  $t$  的关系为：

$\theta = \omega t + \frac{\pi}{2}$ 。穿过回路的磁通量  $\Phi$  跟时间  $t$  的关系为： $\Phi = BS \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ 。由相应的数学知识(三角函数的导函数)可得感应电动势等于磁通量随时间的变化率：

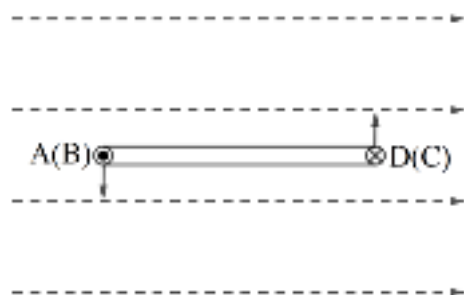
$$E = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = BS\omega \sin(\omega t)$$

从回路的边  $AB$  和  $DC$  切割磁感线的角度，设  $AB = DC = l$ ， $AD = BC = d$ ，则  $S = ld$ 。 $AD$  和  $BC$  的线速度  $\omega \cdot \frac{d}{2}$  沿垂直于磁场方向的分速度为  $\omega \cdot \frac{d}{2} \sin(\omega t)$ ，

$AB$  和  $DC$  中的感应电动势的大小都为  $E_{AB} = E_{CD} = Bl\omega \cdot \frac{d}{2} \sin(\omega t) = \frac{1}{2} BS \sin(\omega t)$ ，

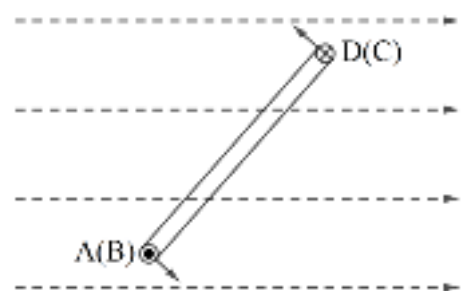
$AB$  和  $DC$  串联，回路中总的感应电动势的大小为： $E = BS\omega \sin(\omega t)$ 。结果相同。

当回路旋转到水平时，跟磁场方向平行，穿过回路的磁通量的变化率最大，边 AB 和 DC 切割磁感线的分速度也最大，感应电动势达到最大值，如下图所示。



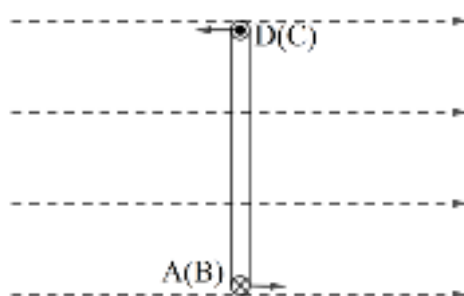
该阶段为回路旋转一周的第一个四分之一。根据角速度  $\omega$  与周期  $T$  的关系  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ，该阶段的时间范围为  $t \in [0, \frac{\pi}{2\omega}]$ ， $\sin(\omega t) \geq 0$ ，感应电动势  $E \geq 0$  且逐渐增大。

**阶段 2：回路从第一次水平旋转到竖直倒立。**如下图所示，回路从“平躺”旋转到“倒立”，穿过回路的磁通量从 0 增加到  $-BS$ ，负号表示电流方向与上一阶段规定的正方向相反。根据楞次定律，感应电流的方向与阶段 1 相同，以抵消增大的反方向磁通量。



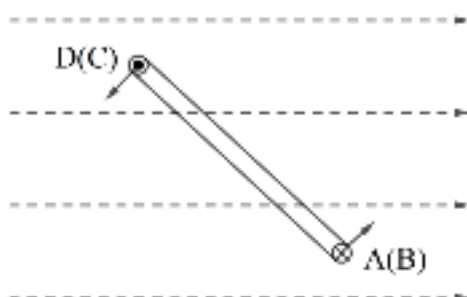
该阶段为回路旋转一周的第二个四分之一，时间范围为  $t \in [\frac{\pi}{2\omega}, \frac{\pi}{\omega}]$ ， $\sin(\omega t) \geq 0$ ，感应电动势  $E \geq 0$  且逐渐减小。

当回路旋转到再次竖直（倒立）时，跟磁场方向垂直，穿过回路的磁通量的变化率瞬间为 0，边 AB 和 DC 切割磁感线的分速度也瞬间为 0，感应电动势为 0。下一刻，穿过回路的磁通量的方向颠倒，边 AB 和 DC 切割磁感线的方向也颠倒，感应电动势的方向颠倒。如下图所示。



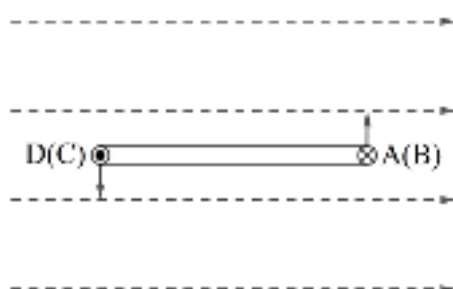


**阶段 3：回路从竖直倒立旋转到第二次水平。**如下图所示，回路从“倒立”旋转到和上一次方向相反的“平躺”，穿过回路的磁通量从 $-BS$ 减小到0。根据楞次定律，感应电流的方向与阶段 1 和阶段 2 相反，以抵消减小的反方向磁通量。

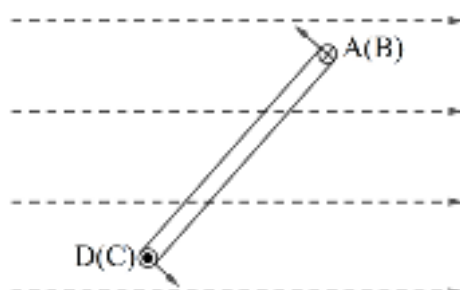


该阶段为回路旋转一周的第三个四分之一，时间范围为 $t \in [\frac{\pi}{\omega}, \frac{3\pi}{2\omega}]$ ， $\sin(\omega t) \leq 0$ ，感应电动势 $E \leq 0$ 且绝对值逐渐增大。

当回路再次旋转到水平时，穿过回路的磁通量的变化率再次最大，边 AB 和 DC 切割磁感线的分速度也最大，但是方向跟上一次相反，感应电动势再次达到最大值，方向跟上一次相反，如下图所示。

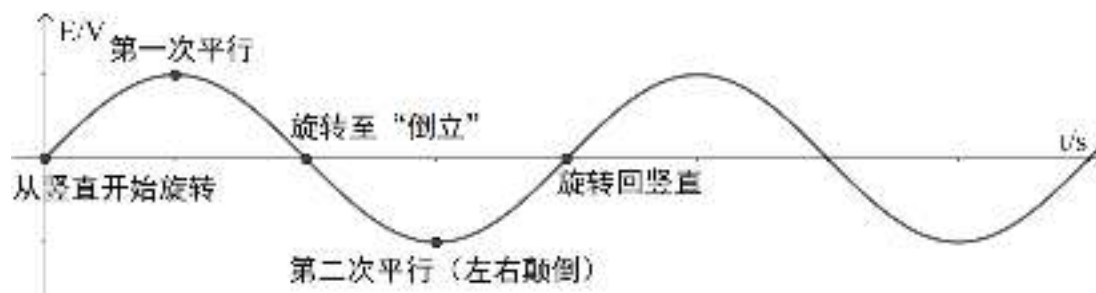


**阶段 4：回路从第二次水平旋转回竖直正立。**如下图所示，回路从第二次“平躺”旋转回初始的“正立”状态，穿过回路的磁通量从0增大到 $BS$ ，穿过回路的磁通量增加了 $BS$ ，感应电流的方向与阶段 3 相同，以抵消增大的正向磁通量。



该阶段为回路旋转一周的第四个四分之一，时间范围为 $t \in [\frac{3\pi}{2\omega}, \frac{2\pi}{\omega}]$ ， $\sin(\omega t) \leq 0$ ，感应电动势 $E \leq 0$ 且绝对值逐渐减小。当回路旋转到再一次正立且 AB 在上时，结束一个周期，开始下一个周期。感应电动势的方向再次颠倒。

回路不断重复上述过程，在外力的推动下切割磁感线，产生周期性变化的电流，这就是交流发电机发电的基本原理。感应电动势随时间变化的函数为  $E = BS\omega \sin(\omega t)$ ， $E-t$  图像如下图所示。



通常磁感应强度  $B$ 、回路横截面积  $S$ 、回路旋转的角速度  $\omega$  都是定值，回路横截面与磁场夹角的正弦值  $\sin(\omega t)$  随时间  $t$  变化，最大值为1，最小值为-1，绝对值的最大值为1，绝对值的最小值为0。根据公式  $e = BS\omega \sin(\omega t)$ ，感应电动势  $e$  的最大值为  $E_{\max} = BS\omega$ ，与时间  $t$  的关系也可以写为  $e = E_{\max} \sin(\omega t)$ 。

当发电机与功率和电阻都恒定的外电路组成闭合回路时，由欧姆定律可得电流  $i$  与时间  $t$  的关系为： $i = I_{\max} \sin(\omega t)$ ，其中， $I_{\max}$  为电流的最大值。外接电路两端电压  $u$  随与时间  $t$  的关系为： $u = U_{\max} \sin(\omega t)$ ， $U_{\max}$  为路端电压的最大值。

交变电流能达到的最大电动势  $E_{\max}$ 、最大路端电压  $U_{\max}$ 、最大电流  $I_{\max}$  叫作**峰值**。峰值可以反映发电机产生电能的能力。用该方式产生的电流的大小和方向可以非常完美地用正弦函数描述，因此叫作**正弦式交变电流**，简称**正弦式电流**。

除了按照上述方法分析以外，也可以利用闭合回路的  $AB$ 、 $CD$  两条边切割磁感线求得感应电动势，切割的速度跟回路所处的相位有关，闭合回路的边切割磁感线的速度等于圆周运动的线速度乘以速度方向与磁感线方向夹角的正弦值，人教版教材中就是利用这一方法分析。

**例 1** 面积为  $4 \text{ dm}^2$  的线圈在磁感应强度为  $0.1 \text{ T}$  的匀强磁场中以  $200 \text{ s}^{-1}$  的角速度旋转，开始旋转时线圈与磁场垂直，求感应电动势与时间的关系和最大值。若开始旋转时线圈与磁场垂直，感应电动势与时间的关系和最大值分别是多少？

解析：感应电动势的大小与磁感应强度  $B$ 、线圈的面积  $S$ 、旋转的角速度  $\omega$ 、线圈与磁场的初始夹角  $\varphi$ 、时间  $t$  的关系为： $E = BS\omega \sin(\omega t)$ 。将各参数代入关系式可得： $E = 0.1 \times 4 \times 10^{-2} \times 200 \sin(200t) \text{ V} = 0.8 \sin(200t) \text{ V}$ ，感应电动势的最大值为  $0.8 \text{ V}$ 。

若开始旋转时线圈与磁场垂直，相当于已经旋转了四分之一周期，感应电动势的初始值就是最大值，感应电动势与时间的关系为  $E = 0.8 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \text{ V}$ ，最大值仍是  $0.8 \text{ V}$ 。

## 交流发电机

利用上述原理，通过持续不断的水流、风力、内燃机等做功驱动闭合回路在匀强磁场中不停旋转，源源不断地产生电能的装置就是发电机。为了提高发电效率，通常将很长的铜丝缠绕成很多圈（叫作**电枢**），一齐在磁场中旋转，相当于大量串联的电源，可以得到较大的电流，这样的发电机叫作**旋转电枢式发电机**。

细心的同学可能会发现，如果一直让回路旋转的话，将回路跟外电路相连的电线会缠绕起来扭成麻花甚至拧断。实际上，发电机中旋转的回路与外电路并非通过连续的导线相连，而是通过断开但紧挨着的金属滑环和电刷相连，回路旋转的同时滑环和电刷不同，回路中产生的电流仍能通过滑环和电刷传递出去。前面发电机的示意图中就是这样的装置。

然而旋转电枢式发电机的转速不能太快，否则回路与滑环间摩擦生热将产生火花会导致危险，这限制了发电机的输出功率。另一种更好的选择是旋转磁极，让磁感线绕回路旋转，这种发电机叫作**旋转磁极式发电机**，是现在大规模发电的主要方式。

## 二、交变电流的描述

交变电流的大小和方向周期性变化，并且可以用正弦函数完美地描述，我们现在结合正弦函数的性质描述交变电流。简谐运动的位移与时间的关系也可以用三角函数描述，因此交变电流的很多参数的名称和概念跟简谐运动十分类似。

### 周期和频率

交变电流的电流  $i$  跟时间  $t$  的关系为正弦函数  $i = I_{\max} \sin(\omega t)$ ，函数的周期  $T$ 、频率  $f$ 、角速度  $\omega$  之间满足关系： $T = \frac{1}{f}$ ， $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ， $\omega = 2\pi f$ 。

其中，周期  $T$  是完成一个周期所经历的时间，从电流-时间图像中可以直接读出周期  $T$ 。频率  $f$  是 1s 内完成的周期个数。角速度  $\omega$  是单位时间内转过的弧度，既可以根据周期或频率求得，也可以从关系式  $i = I_{\max} \sin(\omega t)$  中读出角速度  $\omega$ 。

### 峰值和有效值

如前所述，交变电流输出的最大电动势  $E_{\max}$ 、最大路电压  $U_{\max}$ 、最大电流  $I_{\max}$  叫作**峰值**，反映发电机产生电能的能力。

峰值的作用主要体现在安全性上。电路元件大都有能够承受的最大电流和最大电压，若电流或电压超过最大值，则电路元件会失灵或损毁。为保护电路元件不被损坏，需要把电流和电压的峰值控制在安全范围内。

**有效值**是衡量交变电流的输出功率的重要参数。虽然交变电流的大小和方向都随时间变化，但由于交变电流做规律的周期变化，因此各周期产生的热量相同。

若交变电流  $i$  经历一个周期  $T$  产生的热量，与恒定电流  $I$  在相同时间  $T$  内产生的热量相同，就把电流  $I$  叫作该交变电流的**有效值**。任何周期性变化的电流的有效值都可以用这种方式定义。使用数学知识（微积分）计算可得，电流和电压的峰值分别为  $I_{\max}$  和  $U_{\max}$  的正弦变化的交变电流，其有效值  $I_{\text{eff}}$  和  $U_{\text{eff}}$  分别为：

$$I_{\text{eff}} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} \approx 0.707 I_{\max} \text{ 和 } U_{\text{eff}} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} \approx 0.707 U_{\max}$$

都是恒定的除以  $\sqrt{2}$  的比例关系。由于交变电流的周期  $T$  通常很小，在一段时间  $t$  内完成的周期数  $n = \frac{t}{T}$  非常大，因此利用有效电流和有效电压计算交变电流的能量、做功和功率更为方便。通常家庭使用交变电流的电源、电路、电器等设备上标注的额定电流、额定电压，以及电表测量的数值都是有效值。

### 相位

相位是正弦函数中的重要概念，在简谐运动和交变电流中都反映变化所处的阶段。对于交变电流  $i = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$ ，正弦函数内的部分  $\omega t + \varphi$  叫作交变电流的**相位**。相位表示交变电流所处的阶段，可以看作线圈或磁极旋转所处的位置，其中， $\varphi$  表示初始相位，简称初相，即  $t=0$  时的相位。

例如，当  $\omega t + \varphi = (n + \frac{1}{2})\pi$ （ $n$  为正整数）时， $|\sin(\omega t + \varphi)| = 1$ ，此时  $|i| = I_{\max}$ 。当  $\omega t + \varphi = n\pi$  时， $\sin(\omega t + \varphi) = 0$ ，此时  $i = 0$ 。对于一系列时刻  $t$ ，若它们的相位  $\omega t + \varphi$  相同，则这些时刻下电流的大小、方向以及变化趋势都相同。

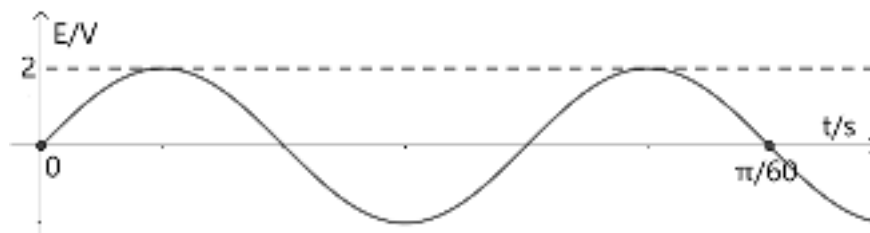
对于两列交变电流  $i_1 = I_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$  和  $i_2 = I_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$ ，任一时刻  $t$  二者相位的差值  $(\omega_1 t + \varphi_1) - (\omega_2 t + \varphi_2)$  叫作它们的**相位差**。若  $\omega_1 = \omega_2$ ，则  $i_1$  与  $i_2$  的相位差为定值  $\varphi_1 - \varphi_2$ ，跟时间  $t$  无关。

在电压时间图像和电流-时间图像上，这两个正弦函数始终错开相同的距离。若同时满足  $\omega_1 = \omega_2$  和  $\varphi_1 = \varphi_2$ ，则两列电流的相位始终相同。当两列不同的电流  $i_1$  和  $i_2$  相遇，将按照波的叠加的规律相互叠加，叠加后的电流为两列电流的代数和： $I = i_1 + i_2 = I_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + I_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$ 。

### 正弦式交变电流的公式和图像

我们可以用正弦函数描述正弦式交变电流的大小和方向随时间变化的规律： $i = I_{\max} \sin(\omega t)$ ， $u = U_{\max} \sin(\omega t)$ 。角速度  $\omega$  可以由更加容易测得的周期  $T$  表示： $i = I_{\max} \sin(\frac{2\pi}{T} t)$ ， $u = U_{\max} \sin(\frac{2\pi}{T} t)$ 。峰值  $I_{\max}$  和  $U_{\max}$  也可以用更加容易测得的有效值  $I_{\text{eff}}$  和  $U_{\text{eff}}$  表示： $i = \sqrt{2} I_{\text{eff}} \sin(\frac{2\pi}{T} t)$ ， $u = \sqrt{2} U_{\text{eff}} \sin(\frac{2\pi}{T} t)$ 。

**例 2** 下图是某交变电流的电动势-时间图像，电动势的有效值是多大？线圈旋转的角速度是多少？若线圈的面积为  $0.01 \text{ m}^2$ ，磁感应强度的大小是多少？



解析：从图中可以读出感应电动势的最大值为  $E_{\max} = 2 \text{ V}$ ，有效值的大小为：

$$E_{\text{eff}} = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \text{ V} = \sqrt{2} \text{ V}。$$

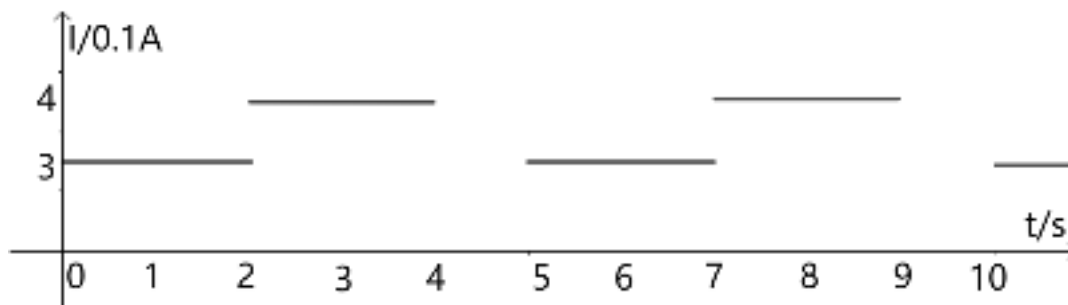
从图中可以读出交变电流的1.5个周期的时间为  $\frac{\pi}{60} \text{ s}$ ，一个周期的时长为

$$T = \frac{\pi}{60} \div 1.5 = \frac{\pi}{90} \text{ s}，线圈旋转的角速度为：\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \div \frac{\pi}{90} \text{ s}^{-1} = 180 \text{ s}^{-1}。$$

从图中可以读出感应电动势的最大值为  $E_{\max} = 2 \text{ V}$ ，则  $BS\omega = 2 \text{ V}$ ，已知

$$S = 0.01 \text{ m}^2，已求得 \omega = 180 \text{ s}^{-1}，可得：B = \frac{E_{\max}}{S\omega} = \frac{2}{0.01 \times 180} \text{ T} = \frac{10}{9} \text{ T}。$$

**例 3** 一周期性变化的电流的大小与时间的关系如下图所示，求该电流的有效值。



解析：从图中可以读出，该电流的周期为  $5 \text{ s}$ ，各周期中，第  $1 \sim 2 \text{ s}$  的电流为  $0.3 \text{ A}$ ，第  $3 \sim 4 \text{ s}$  的电流为  $0.4 \text{ A}$ ，第  $5 \text{ s}$  的电流为  $0 \text{ A}$ 。设电流经过的电阻为  $R$ ，则一个周期的  $5 \text{ s}$  内产生的热量为： $Q = 0.3^2 R \times 2 + 0.4^2 R \times 2 + 0^2 R \times 1 = 0.5R$ 。设电

流的有效值为  $I_{\text{eff}}$ ，则  $I_{\text{eff}}^2 R \times 5 = 0.5R$ ，解得： $I_{\text{eff}} = \sqrt{0.1} \text{ V} = \frac{\sqrt{10}}{10} \text{ V}。$

### 电感器和电容器对交变电流的作用

在直流电路中，电阻起到阻碍电流的效果。在交变电路中，除传统的电阻外，电容和电感对交变电流也起到类似的阻碍效果。

**电阻**对交变电流的阻碍作用与对恒定电流的阻碍作用相同。交变电流的瞬时电压  $e$ 、瞬时电流  $i$ 、电阻  $R$  仍遵循欧姆定律  $i = \frac{e}{R}$ 。

**电感器**实际上就是线圈。当交变电流通过线圈时，变化的感应磁场产生与原电流变化方式相反的感应电流，阻碍交变电流的变化。线圈的自感系数越大，对电流的阻碍作用越大。电感元件对交变电流的阻碍作用也可以等效为相应大小的电阻，叫作元件的**感抗**。元件的感抗与其自身性质和电流的频率有关。

利用线圈的感抗制造的**扼流圈**可针对性地阻碍一些电流，放行另一些电流。根据扼流圈的匝数和阻碍交变电流的能力，可以分为低频扼流圈和高频扼流圈。**低频扼流圈**由导线绕成很多匝数且缠绕在铁芯上制得。低频扼流圈的电阻很小，自感系数很大，恒定电流可以无障碍通行，交变电流几乎被彻底阻挡，起到“**通直流、阻交流**”的作用。**高频扼流圈**由导线绕成较少匝数制得且没有铁芯。恒定电流和频率较低的交变电流可以无障碍通行，频率较高的交变电流被阻挡，起到“**通直流、通低频、阻高频**”的作用。

**电容器**对于恒定电流相当于切断了电路。当电容器充满电后，彻底阻断电流。但是对于交变电流，由于电流的方向周期性改变，自由电子相当于做往复运动。电容器周期性地经历“充电-放电-反向充电-反向放电”的过程，没有完全阻断电流的通行。综上，电容器有“**通交流、阻直流**”的作用。

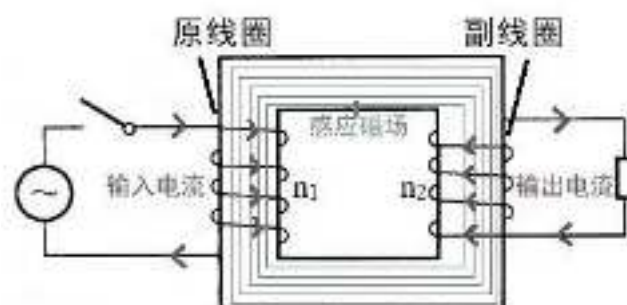
电容器对交变电流的阻碍作用可以等效为相应大小的电阻，叫作该电容器的**容抗**。电容器的容抗跟电容和电流的频率有关。电容器的电容越大，能暂时存储的电荷量越大，对交变电流的阻碍作用越小。交变电流的频率越高（周期越短），需电容器瞬时存储的电荷量越小，对电流的阻碍作用越小。

### 三、变压器

变压器是日常生活中很常见的设备，很多家用电器、充电设备上都有变压器。变压器的作用是改变电压的大小，理想的变压器可以在不损耗电能的情况下，把交变电流的电压变大或者变小。

#### 变压器的原理

变压器的原理是电磁感应中的互感现象。在闭合铁芯上分别缠绕两个线圈，与产生交变电流的电源相连的线圈叫作**原线圈**或**初级线圈**，与负载电路相连的线圈叫作**副线圈**或**次级线圈**。如下图所示。



原线圈中通过周期性变化的交变电流，在铁芯中产生周期性变化的感应磁场，在副线圈中产生感应电流。理想状况下，感应磁场全都限制在铁芯中，全都用于产生感应电流，没有能量的损耗。由于没有能量损耗，由电流功率的表达式可得输入电压  $U_1$  和输入电流  $I_1$ ，与输出电压  $U_2$  和输出电流  $I_2$  之间满足关系：

$$U_1 I_1 = U_2 I_2$$

实际使用中，变压器工作时会有能量损失，输出功率除以输入功率的商叫作**变压器的效率**。满负荷工作的变压器的效率通常都很高，可达到95%以上，可以近似看作理想变压器。

### 电压与匝数的关系

实验和理论都表明，理想变压器的输入电压  $U_1$  与输出电压  $U_2$ ，跟主线圈的匝数  $n_1$  与副线圈的匝数  $n_2$  之间满足关系：

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

若原线圈的匝数比副线圈的匝数多，则变压器输出的电压小于输入的电压，这样的变压器叫作**降压变压器**。原线圈的匝数比副线圈的匝数少、输出电压大于输入电压的叫作**升压变压器**。生活中输电线通到家中的电压是220 V，家用电器的工作电压通常小于该值，因此家用电器的变压器通常是降压变压器。

**例4** 实验室有一台有效值为10 V的交流电源，甲同学需用简易升压变压器将电压升高到25 V，由于操作失误，甲同学将原线圈和副线圈接反了，甲同学实际获得的电压为多大？

解析：甲同学原本要将电压从  $U_1 = 10 \text{ V}$  升高到  $U_2 = 25 \text{ V}$ ，原线圈与副线圈的匝数之比应为  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$ 。甲同学将原线圈和副线圈接反，实际上变为

$\frac{U_1}{U_2'} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{5}{2}$ ，其中  $U_1 = 10 \text{ V}$ ，解得  $U_2' = 10 \times \frac{5}{2} \text{ V} = 25 \text{ V}$ ，实际获得的电压为25 V。

## 四、电能的输送

日常生活和工业生产中大量使用的电力都由发电机组产生，通过输电线输送到家庭和工厂，尽可能减小输电过程中的能量损耗是非常重要的课题。

### 降低输电损耗的两个途径

在远程输电线中，电能耗散的最主要方式是电流的热效应，即电能转化为热能被消耗掉。根据焦耳定律  $Q = I^2 R t$ ，若要减小焦耳热，有两个途径：减小电阻、减小电流。

减小电阻主要从材料方面入手，使用电阻率低的材料制作导线，同时增大导线的横截面积，结合成本考虑，主要使用铜导线。

减小电流主要从电功率的角度入手，在输电功率恒定的情况下，由电功率的表达式  $P=UI$ ，升高电压可以减小电流，所以实际应用中通常使用高压输电线。

需注意，虽然根据欧姆定律  $I=\frac{U}{R}$ ，当电阻  $R$  不变时，电压越大则电流越大，似乎与  $P=UI$  当中电压越大则电流越小矛盾。这是因为欧姆定律只适用于纯电阻电路，电路中的电能需全都转化为内能。但是实际当中用电器利用电能的方式多为驱动电动机或其他元件做功，只有很少比例转化为内容，因此不适用欧姆定律。电功率  $P=UI$  是由力做功的定义式推出的基本表达式，普遍适用于一切电路。

### 电网供电

一般发电机组的输出电压在10 kV左右，而高压输电通常需达到几百千伏的电压，因此通常先将发电机组输出的电压升高，远程传输到用户附近后，通过两次降压过程将电压降到10 kV左右，再根据住户、工厂、楼宇等的需要进行降压。

大量发电厂的机组与用电的住户、工厂、楼宇等通过输电线相互连接，根据需要分配电力，大量相互交错的输电线形成一张网状架构，就是电网。

### 小结

本章主要学习交变电流的产生和描述、电感和电容阻碍直流电和交流电的原理、变压器和远程输电的原理。需详细掌握产生交变电流的过程中，线圈的位置和转动情况与电流的大小和方向间的关系，能根据正弦函数的性质分析交变电流的性质，理解电感和电容对直流电与交电流不同的阻碍作用，掌握变压器和高压输电的基本原理，并从能量守恒的角度解释相关应用。



## 第二十一章 电磁振荡与电磁波

现如今，电磁波已经在日常生活中有着非常普遍的应用，如用手机打电话、体检时拍摄 X 光片、用微波加热、用红外线测量体温、用紫外线消毒杀菌等等。电磁波在科研和生产中也得到非常普遍的应用。

电磁波的理论来自对电磁感应现象的研究，随着科学理论和实验技术发展，物理学家对电磁感应现象有了更深入的了解，最终揭示出电现象和磁现象可以用同一个理论模型描述，于是将电现象和磁现象正式统一了起来。

物理学家还发现，电现象并非必须依托电荷的移动，振荡的电场和磁场共同形成一种波，叫作电磁波。电磁波是一种可以独立存在物质。电磁波与通常所认识的由微观粒子所构成的物质不同，需使用新的理论分析和描述。

电磁波既可以转化、存储、输送能量，电磁波的频率、振幅等参数还可以携带信息，作为存储和传递信息的载体。

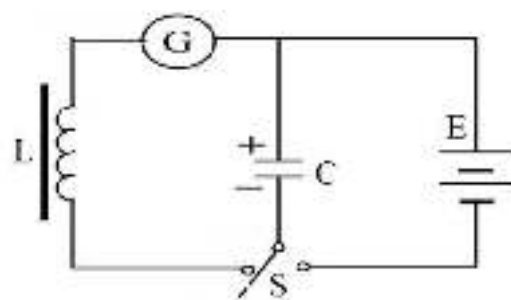
### 一、电磁振荡

通过巧妙地设置参数，变化的电流可以产生变化的磁场，变化的磁场又可以产生变化的电流，二者来回相互转化，形成稳定的周期性变化。

#### 电磁振荡的产生

电容器可以短暂地存储电荷然后释放电荷，在电路中产生来回变化的电流。变化的电流经过线圈时会产生变化的感应磁场，变化的感应磁场又可以在电路中产生感应电动势。

将电容器和线圈串联在闭合回路中，只需给电路提供一个初始电压，电容器和线圈就可以令对方中产生变化的电场或磁场，如下图所示。

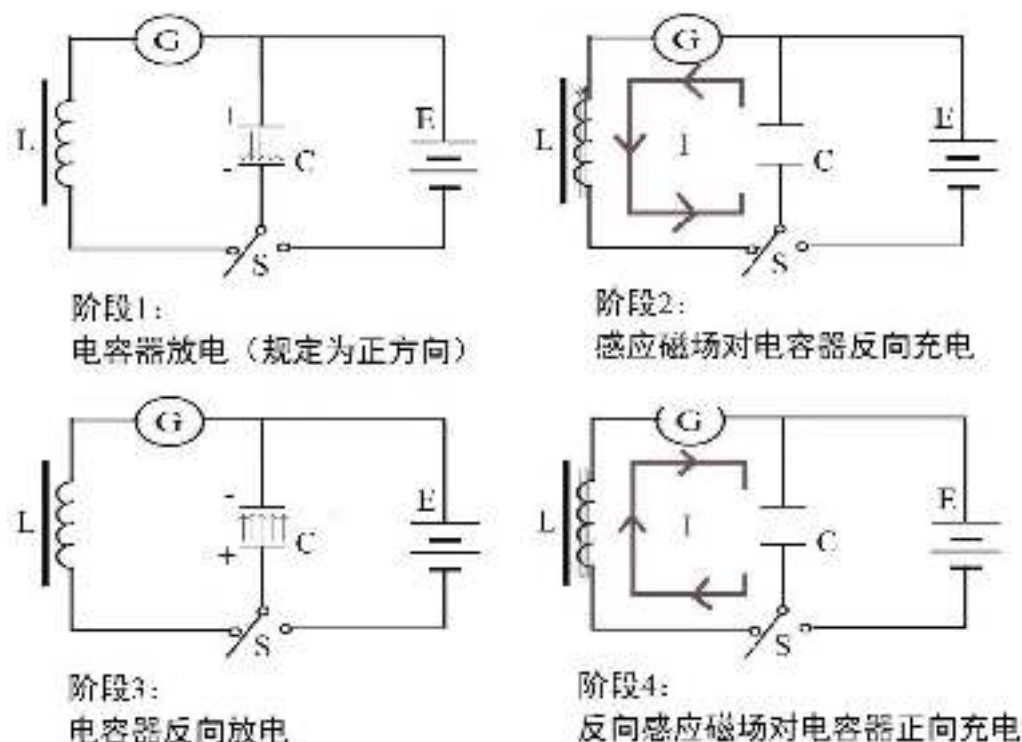


首先，将开关连通右边的电路，电源和电容器形成回路，电源给电容器充电。然后，迅速将开关连通左边的电路，电容器和线圈形成回路，电容器开始放电，电流从电容带正电的极板经线圈流向带负电的极板。

电容器放电时，在线圈的自感作用下，电流不是瞬间达到最大值，而是由 0 逐渐增加到最大值。电容器放电结束后，在线圈的自感作用下，电流也不是瞬间结束，而是逐渐减小到 0。

由于线圈的自感作用，电容器的两块极板上的电荷并非完全中和，而是原来带负电荷的极板带正电，原来带正电的极板带负电。若没有能量损耗，两块极板将带有与原来等量的异种电荷，电容器反向充电。

接下来，电路中产生与原来方向相反的电流，在线圈的自感作用下，电流由0逐渐增大到最大值，再由最大值逐渐减小为0。该过程中电容器再次正向充电，两块极板分别带与刚切换电源时种类相同且电荷量相等的电荷。如下图所示。

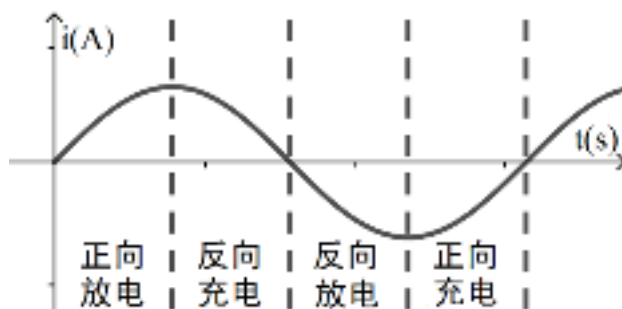


电容器不断重复充电-放电-反向充电-反向放电的过程，同时线圈中不断重复地产生变化的磁场，电流和磁场都作周期性变化，该现象叫作**电磁振荡**。大小和方向都迅速地做周期性变化的电流叫作**振荡电流**，电压和电流的大小和方向都迅速地做周期性变化的电路叫作**振荡电路**。由电感线圈  $L$  和电容器  $C$  串联起来产生振荡电流的电路叫作 **LC 振荡电路**。

### 电磁振荡中的能量变化

从能量变化的角度看，当电容器刚充电完毕即将开始放电时，此时电容器的两块极板间的电势差最大，电路中的能量全都储存在电容器的电场中。当电容器开始放电后，电流在线圈中产生磁场，电场能逐渐转化为磁场能。当电容器恰好放电完毕不带电荷时，电路中的电场能瞬间为0，电路中的能量全都以磁场能的形式存在。电磁振荡过程中，电场能与磁场能周期性来回相互转化。

在没有能量损耗的理想状况下，电路不断重复上述过程，电容器交替正反向充电，电路中交替产生方向相反的电流，电场和磁场来回相互转化，系统的总能量不变。电路的电流-时间关系如下图所示。



实际当中，由于电阻产生热量、电场和磁场扩散到电路以外的空间等原因，电路中的能量将会损失。若要保持稳定的振荡电流，需通过外接电源等方式及时补充能量，维持电路中电场和磁场的总能量不变。

### 电磁振荡的周期和频率

理论分析和实验表明，LC 振荡电路中，电磁振荡的周期  $T$  由电感  $L$  和电容  $C$  共同决定：

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

由周期运动的频率  $f$  与周期  $T$  的关系  $f = \frac{1}{T}$  还可得：

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

根据该规律，可以通过调节电容器的电容和线圈的自感系数，得到具有想要的振荡周期的电路。

**例 1** 由一个线圈和电容器串联组成振荡电路，其振荡周期为  $T$ ，若将极板间的距离增加一倍、线圈的自感系数减小一半，电路的周期如何变化？

解析：设原电路中电容器的电容为  $C$ 、线圈的自感系数为  $L$ ，已知振荡周期为  $T$ ，可得： $T = 2\pi\sqrt{LC}$ 。

将极板间的距离增加一倍，电容减小为原来的一半，变为  $\frac{1}{2}C$ ；线圈的自感系数减小一半，变为  $\frac{1}{2}L$ 。振荡周期变为  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{2}\frac{C}{2}} = \frac{1}{2}(2\pi\sqrt{LC}) = \frac{1}{2}T$ 。

**例 2** 收音机的调频旋钮的作用是调节 LC 振荡电路的电容，若一台收音机中的振荡电路的频率范围是 500 Hz ~ 1500 Hz，电容的最大值是最小值的几倍？

解析：设振荡电路的自感系数为  $L$ ，最大电容和最小电容分别为  $C_{\max}$  和  $C_{\min}$ ，则  $f_{\max} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{\min}}}$ ， $C_{\min} = \frac{1}{4\pi^2 f_{\max}^2 \sqrt{L}} = \frac{1}{4 \times 1500^2 \pi^2 \sqrt{L}}$ ； $f_{\min} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{\max}}}$ ，

$$C_{\max} = \frac{1}{4\pi^2 f_{\min}^2 \sqrt{L}} = \frac{1}{4 \times 500^2 \pi^2 \sqrt{L}}, \quad \frac{C_{\max}}{C_{\min}} = \frac{4 \times 1500^2 \pi^2 \sqrt{L}}{4 \times 500^2 \pi^2 \sqrt{L}} = \left(\frac{1500}{500}\right)^2 = 9。$$

最大电容是最小电容的 9 倍。

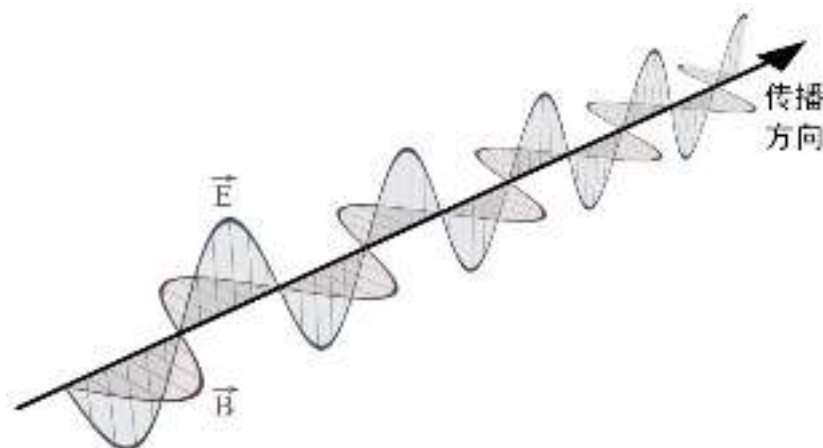
## 二、电磁场与电磁波

### 电磁场

安培发现恒定电流可以产生感应磁场，法拉第发现变化的磁场可以产生感应电场。英国物理学家麦克斯韦根据这两个事实猜想变化的电场应当可以产生感应磁场，并作出进一步推断：

若周期性变化的电场产生周期性变化的磁场，且该周期性变化的磁场也产生周期性变化的电场，这样一来，空间内可以交替产生周期性变化的电场和磁场。

麦克斯韦根据电磁感应的公式进行理论计算和公式推导得出：交替产生的周期性变化的电场和磁场可以像横波那样在空间内传播。如下图所示，沿水平方向的正弦曲线为周期性变化的磁场，沿竖直方向的正弦曲线为周期性变化的电场，二者分别在相互垂直的平面内振动，共同向前传播。



按照麦克斯韦的理论，电场和磁场实际上是同一种物质在不同的参考系下的不同表现形式，统称为**电磁场**。电场和磁场相互感应，形成像波一样传播的物质叫作**电磁波**。

### 电磁波

赫兹通过实验证实了电磁波的存在。他在组装振荡电路时，使用的自感线圈中间稍微断开一点，在仍能产生振荡电流的同时，电磁波会从线圈的断开处传播出去。附近另一个未连入电路的稍微断开的线圈中出现了火花，表明电磁波传递过来并在该线圈中放电。

电磁波跟机械波最大的区别在于，机械波的传播具有弹性的物体作为介质，而电磁波的传播不需要介质，电磁波本身是一种由电场和磁场共同组成的物质，电磁波具有能量，没有质量，电磁波的能量与频率有关，频率越高则能量越高。

电磁波也有周期、频率、振幅、速度等波的特征，同样遵循波的反射、折射、干涉、衍射、偏振等性质和规律。电磁波的传播速度 $v$ 与介质有关，在真空中等于光速 $c$ 。电磁波的频率 $f$ 由产生电磁波的波源所决定，且也满足关系 $v = \lambda f$ 。麦克斯韦的理论预言了光也是一种电磁波，并被后来的实验所证实。

我们在学习牛顿力学时，研究的物质都是具有质量的物体，包括原子、电子等微观粒子也都测得了它们的质量。电磁场虽然不是粒子且没有质量，但是具有能量，还具有动量，并且可以与其他物质间产生相互作用，因此“场”也是一种物质形式。

**例 3** 已知一列电磁波的速度约为  $3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ ，测得波长为  $120 \text{ nm}$ ，求这列波的频率和周期。

解析：由电磁波的频率  $f$ 、波长  $\lambda$ 、波速  $v$  间的关系  $v = \lambda f$  可得：

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{120 \times 10^{-9}} \text{ Hz} = 2.5 \times 10^{15} \text{ Hz}，由周期 T 与频率 f 间的关系 T = \frac{1}{f} 可得：$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2.5 \times 10^{15}} \text{ s} = 4.0 \times 10^{-16} \text{ s}。$$

### 三、无线电波的发射和接收

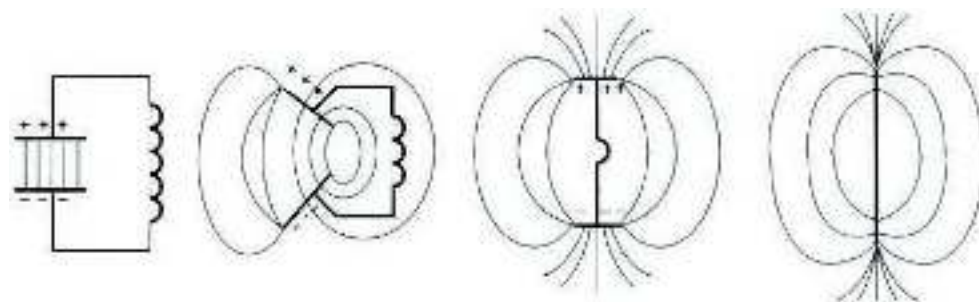
LC 振荡电路中，周期性变化的电场和磁场被限制在电路中。我们可以改造电路，让周期性变化的电场和磁场以电磁波的形式从电路中发射出去，传向远处。

#### 无线电波的发射

要想有效地发射电磁波，需满足两个条件：一是振荡频率要足够高，振荡的频率越高，发射电磁波的功率越强；二是振荡的电磁场需扩散到尽量大的空间内，以便于向外传播。

根据电磁振荡的频率公式  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ，要让振荡频率尽可能高，需让电感  $L$  和电容  $C$  尽可能小。其中，线圈的匝数  $n$  越大则电感越大，因此线圈的匝数  $n$  要尽可能少。电容器的电容的大小为  $C = \frac{\epsilon S}{d}$ ，要让电容  $C$  尽可能小，需让电容器极板的面积  $S$  尽可能小、距离  $d$  尽可能大。

按照上述原理，经过不断地优化，最终将线圈的匝数减少到 0，成为一根直导线，将电容器极板的面积缩小为点，开口张大为一根线的两端，极板间的距离近似等于无穷大，这就是日常使用的天线，如下图所示，注意观察线圈匝数逐渐减少、电容的极板面积减小、开口张大的渐变过程。



虽然天线看上去只是一根直导线,但实际上是一个开放的高频LC振荡电路。实际使用的开放电路中,线圈的一端与大地相连,电势始终与大地相等,等于0,叫作**地线**。线圈的另一端与架在空中的天线相连,电势随着振荡电路进行周期性变化,将电路中的周期性变化的电场和磁场以电磁波的形式发射出去。

发射电磁波的主要用途是传递信号,例如,广播和电话的声音信号、电视的图像和声音信号等。让信号的参数跟电磁波的频率或振幅相对应,一段电磁波就可以表示一幅画面或一段声音。

发射电磁波时,让电磁波随着信号的内容变化的技术叫作**调制**。其中,让电磁波的振幅随着信号强弱变化的调制叫作**调幅**,让电磁波的频率随信号强弱变化的调制叫作**调频**。

### 无线电波的接收

用接收天线就可以接收传播过来的电磁波,接收天线虽然看上去也只是一根电线,但实际上也是一个振荡电路,利用电磁感应现象将接收到的电磁波转化为电信号。

然而,世界上有很多电视台、广播电台、信号站、手机等,人类的活动空间中处处都充满了各种各样的电磁波。因此接收电磁波的第一步是选中需要接收的电磁波,不接收不需要的电磁波,可通过共振现象可以筛选所需要的电磁波。

跟机械振动中的共振现象类似,当接收电路的固有频率与电磁波的频率相同时,接收电路中产生的振荡电流最强,该现象叫作**电谐振**。调节接收电路的参数,让其产生电谐振过程叫作**调谐**。一般通过调节接收电路中的电容器的电容的方式进行调谐,旋转收音机上切换电台的旋钮就是在进行调谐。

接收到所需的电磁波后,还需进行调制的逆操作——**解调**,把经过调制的电磁波还原成原本的状态,相应的设备可以识别其所蕴含的图像、声音等信息,并通过屏幕、扬声器等设备播放出来。

实际上,只要具有可调节的参数,并且能稳定传播的媒介,都可以作为信息的载体存储或传递信息。

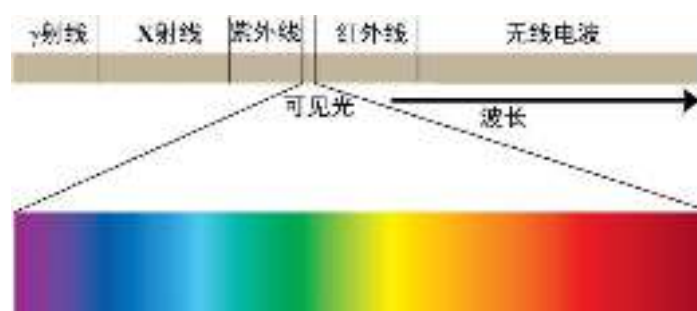
### 电视广播的发射和接收

电视广播信号是一种无线电信号,可以通过无线电、有线网络、卫星等方式传输。利用无线电传播信号时,通常使用频率较高的高频无线电波,而非频率较低的电磁波,这主要是因为:(1)频率越高的电磁波的穿透性越强,传递的方向也更容易“瞄准”,低频信号容易发生反射、折射、散射等,容易让信息在传播中发生变化(即“失真”),且定向传递能力较弱;(2)高频信号的频率更接近发射和接收信号的振荡电路的固有频率,发射和接收信号的效率更高、损失更少;(3)高频信号可以存储的信息密度比低频信号更多,传递信息的效率更高。



## 四、电磁波谱

理论和实验表明，光是一种电磁波，光是人眼可见的、波长在一定范围内的电磁波。按照波长从长到短，电磁波可分为无线电波、红外线、可见光、紫外线、X射线和 $\gamma$ 射线。按照电磁波的波长或频率的顺序把它们排列成谱叫作**电磁波谱**，如下图所示。



**无线电波**是波长大于1 mm的电磁波。无线电波的波长没有上限，最可长达 $10^4$  m以上。由于波长越长，发生衍射的能力越强，穿过障碍物传播的能力越强，因此电视、广播、通讯等信号通常使用无线电波传输。

**红外线**是波长为760 nm~1 mm的电磁波。红外线的波长比无线电波短、比可见光长。红外线在电磁波谱上紧邻红色光，在可见光谱中红色光的外侧，因此而得名。高温物体发射的红外线比低温物体更强，因此红外探测器可用于从低温物体中发现较高温度的物体，例如从温度较低的环境中发现体温较高的动物。

**可见光**是波长为400 nm~760 nm的电磁波。可见光的波长比红外线短、比紫外线长。由于人类的视觉只能感知并识别出可见光范围内的电磁波而得名。

**紫外线**是波长为5 nm~370 nm的电磁波。紫外线与红外线的命名方式类似，紫外线在电磁波谱中紧邻紫色光的外侧。紫外线具有较高的能量，可以破坏生物细胞核中的遗传物质，因此常用于消毒杀菌。人体接受适量紫外线照射可以促进钙的吸收，但是过强和过久的紫外线照射会损伤人的眼睛和皮肤。

**X射线**和 **$\gamma$ 射线**是波长小于5 nm的电磁波，其中 $\gamma$ 射线的波长比X射线短。X射线对一些物体具有较强穿透作用，可以用于显示物体内部的结构，医学上用X射线检查人体内部器官的状况，安检设备使用X射线检查行李箱内的物品。但是过强的X射线会引起生物体病变，需注意防护。

$\gamma$ 射线是波长最短的电磁波，能量非常高，可以对生命物质造成严重损伤。医学中的放射性治疗就是使用 $\gamma$ 射线杀死病变的细胞。

电磁波的波段划分并不十分严格，特别是在临界值附近，一般根据实际情况划分归属，若无必要可以不明确其归属。例如波长在370 nm~400 nm范围内的电磁波就未进行非常明确的定义。

### 小结

本章主要学习振荡电路与电磁场、电磁波的基本知识，需重点掌握电磁振荡的周期过程、发射和接收电磁波的基本原理，电磁波谱中各波段的性质和用途，要能根据电磁波的知识解释或设计相关的应用设备。



## 第二十二章 传感器

一些材料的导电性能跟受力情况、光照、温度等物理状态有关，利用材料的这些特性，可以用来感受物理信息并将其转化为电信号，进行监测、感应和控制。虽然本章是高中物理选修二的最后一章，也是电磁学部分的最后一章，但是不能轻视甚至忽视本章。传感器的工作原理，以及继电器、二极管、三极管的特点和功能都是重要的电学知识，利用这些元件设计实用电路的能力也非常重要。

### 一、认识传感器

生活中有很多装置，并不需要人们主动操作，就能自动地感知环境变化，并作出相应的反应，感知环境变化的装置就是传感器。

#### 神奇的传感器

生活中有很多常见的传感器。很多楼道里都安装有声控灯，人发出一定声响后灯就会亮起一段时间，就是因为声控灯安装了感受声音强弱的传感器，声音是空气的振动，当振幅足够大时，传感器感受到振动接通开关。另外，一些声控灯安装的实际上是“声控—光控”开关，在环境足够亮时灯不会亮起，只有当环境亮度低于一定程度时，声控开关才会起作用。

一些公共建筑安装了自动门，当有人靠近时，人体辐射出的红外线被自动门的传感器感受到，将门启动。测温枪通过测量人体和动物体辐射出的红外线的频率，根据红外线的频率计算出机体的温度，可以在不接触生物体的条件下快速地监测出生物体的问题。

交通警察检查司机是否饮酒时使用便携式酒精检测仪，司机对检测仪吹起后，仪器可以感受并检测呼出的气体中有还原性的酒精分子的浓度，判断司机是否酒后驾驶。

在外太空、深海、熔岩、化工蒸馏塔、微生物发酵罐等人体无法抵达或无法适应的环境中，也都需要使用传感器来检测环境的信息并收集相应的数据。总之，传感器是一类能感受力、光、热、声、化学成分等信息，并将其转化为电信号或其他信息形式的元件，可实现感应、监测、控制等功能。

#### 传感器的种类

根据传感器识别的信息种类，可以将传感器进行分类。识别物理信息的如力传感器、磁传感器、声传感器、温度传感器等。识别化学信息的如离子传感器、气体传感器、湿度传感器等。识别生物信息的如酶传感器、微生物传感器、细胞传感器等。

虽然传感器的种类很多，能识别各种各样的物理、化学、生物信息，但实际上传感器识别的信号种类很少，多种多样的信息大都是由少数几种信号分析计算得到的。信号种类主要有压力（加速度、浓度）、振动（声）、温度、电磁、光等。

### 传感器的组成与应用模式

虽然传感器的种类很多，外形也多种多样，但是传感器的基本结构都是由敏感元件和转换元件两部分组成。**敏感元件**是直接感受外界的物理、化学、生物等变化的元件，其原理为一些材料的电学特性与物理环境间具有对应关系，我们将在下一节具体学习几种主要的敏感元件的具体原理。**转换元件**是将敏感元件电学特性发生的变化，转化为电信号传递给电路的元件。实际上，很多传感器无法明确地区分敏感元件与转换元件两部分。

## 二、常见传感器的工作原理及应用

常见的传感器可以感知或识别磁场、光照、温度、力等物理量的变化。

### 干簧管

干簧管是一种磁敏传感器，其结构是在玻璃管内封装了两个软磁性材料制成的簧片，两个簧片非常靠近但没有接触。没有磁场时，两个簧片间断开，干簧管不能导电。干簧管在磁场中时，两个簧片被磁场磁化，在磁力作用下相互吸引接触在一起，干簧管变得可以导电。

### 光敏电阻

光敏电阻是一种将光照强度转换为电信号的元件。光敏电阻的电阻大小与受到的光照强度有关。常见的光敏电阻多为硫化镉或硒化镉等材料制成的半导体。

没有光照时，半导体中只有很少的可移动电荷（也叫作载流子），光敏电阻的导电能力很弱，电阻很大。有光照时，光子激发光敏电阻产生大量的载流子，光敏电阻的导电能力增强，电阻很小。

光敏电阻除了直接用于感应光照以外，也可以与光源配合使用，作为烟雾探测器、防盗报警器等。用一个光源持续照射光敏电阻，当有烟雾遮挡光线，或有人闯入时遮挡了光线，引起电阻变化，就会令警报响起。

### 金属热电阻和热敏电阻

金属导体的电阻随温度升高而增大，利用这个特性可用金属或合金制作热敏电阻。很多金属和合金能耐高温，并且机械强度很好，化学性质也很稳定，不会因为高温或低温失效，很适合制作热敏电阻。

例如，金属铂的电阻率随温度升高显著增大，利用该特点制作成电阻温度计。感温铁氧体是一种用氧化锰、氧化锌、氧化镁粉烧结而成的热敏电阻。感温铁氧体在常温下具有铁磁性，可以被磁铁吸引。当超过一定温度时，铁磁性消失，不能被磁铁吸引。利用这种特性，结合简单的力学原理也可制成简易的控制器。

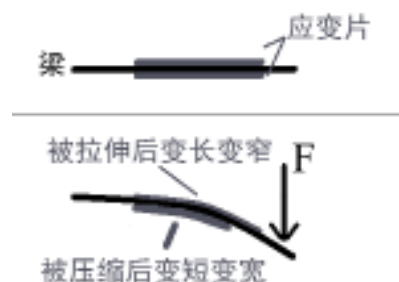
热敏电阻还可成对使用，利用温度差令两片热敏电阻之间产生电压差，实现感知温度变化、控制电路的目的。

### 电阻应变片

力敏电阻是一种能将机械力转换为电信号的元件。其原理是力敏电阻的电阻大小随受到的压力的而改变，并且电阻大小与压力的大小具有固定的对应关系。

**电阻应变片**是一种常用的力敏电阻。应变片有弹性，在一定范围内被拉伸或压缩后可恢复原状。根据电阻的大小与元件的长度和横截面积的关系  $\Omega = \rho \frac{l}{S}$ ，应变片被拉伸后变长变窄，电阻增大；被压缩后变宽变短，电阻减小。

把两个相同的应变片分别贴在梁的上下两面并与电路相连。当通过电流时，两个应变片两端的电压相等。当梁因受到外力被压弯时，其中一个应变片被拉伸，电阻变大；另一个应变片被压缩，电阻变小。于是两个应变片由于电阻不同而产生电压差，电压差可以反映梁的弯曲程度，从而反映外力的大小。如下图所示。



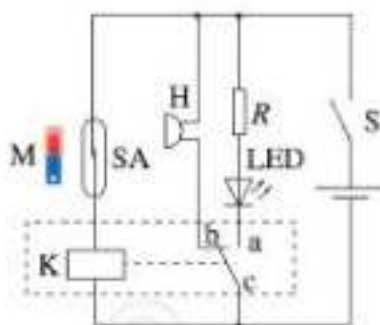
常用的电子秤和测力计都使用此原理测量力的大小。此外，结合牛顿第二定律，可以使用力敏电阻测算加速度，利用测得的重力加速度还可以求得海拔高度。

### 三、利用传感器制作简单的自动控制装置

利用传感器的原理和简单的电路，可以设计一些简单的自动控制装置。本节除了学习设计实用电路以外，还需了解两个有独特功能的元件：二极管和三极管。

#### 实验 1：门窗防盗报警装置

门窗防盗报警装置的目的是在门窗被打开时，让报警器发出警报声。可以将干簧管与磁铁分别装在门框和门上，门关闭时干簧管可以导电，门打开后干簧管不能导电，从而让电路发生变化。教材中的防盗报警电路如下图所示。



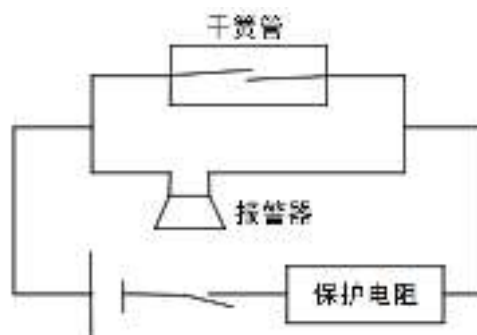
干簧管 SA 与继电器 K 串联在电路中，继电器 K 控制着报警器所在的支路的开关 abc。支路开关可以在报警器 H 和发光二极管 LED 的两个电路间切换。

**继电器**是一种利用电磁感应现象，由电路控制的开关，通常可以设置两种或更多状态。当继电器中有电流通过时为一种状态（如保持另一个开关断开），当继电器中没有电流通过时为另一种状态（如保持另一个开关连通）。

**二极管**具有单向导电性，即一个方向（三角形底边作为入口方向）的电阻很小，可以让电流顺利通过，相反方向（单独的直线作为入口方向）的电阻很大，电流无法通过。电流只能从三角的底边进入）。二极管只能单向通电的特点，还可以用于预防电路中电流突然变化的瞬间，产生逆向的感应电流损坏电路元件。**发光二极管**在有电流正向通过时，灯泡可以发光。

门紧闭时，干簧管在磁体作用下可以导电，继电器维持支路开关断开，接通连有二极管的电路，此时灯亮起，表明门紧闭。门打开后，磁体远离干簧管，继电器断电后失效，导致报警器所在支路的电路连通，报警器发出警报声，同时 LED 灯熄灭。

不使用继电器也可以连接用干簧管控制的简易报警电路。将干簧管与报警器并联，并与一个保护电阻共同串联在电路中，如下图所示。



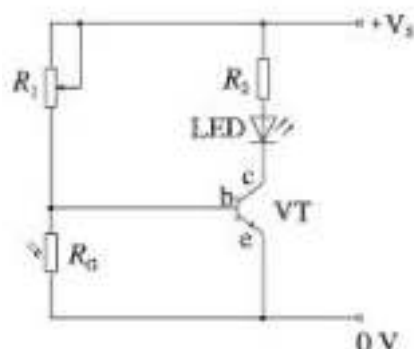
门紧闭时，干簧管在磁体作用下可以导电，并联电路的分压约为零，报警器被短路。门打开后，干簧管不能导电，报警器不再被短路，可以发出警报声。

## 实验 2：光控开关

将光敏电阻串联在电路中，就可以制得光控开关。但是光敏电阻的工作电流很微弱，通常不足以让灯泡、报警器等元件工作，因此还需同可以将电流放大的元件配合使用。

**晶体三极管**是一种可以将电流放大的元件。三极管有三个电极，分别为发射极 e、基极 b 和集电极 c。电流可以从基极流入从发射极流出，也可以从集电极流入从发射极流出。当基极没有电流流入时，集电极和发射极间的电阻非常大，相当于断开。如果从基极输入一个较小的电流并能从发射极流出，此时集电极与发射极间的电阻变得非常小，相当于形成通路，可以通过一个较大的电流，因此可以将三极管与光敏电阻串联使用。

教材中的光控开关电路如下图所示。光敏电阻  $R_G$  与三极管 VT 的基极 b 相连，三极管的集电极 c 与电源的高电势端相连，发射极 e 与低电势端相连。发光二极管 LED 为路灯。 $R_1$  是起保护电路和调节分压作用的滑动变阻器。

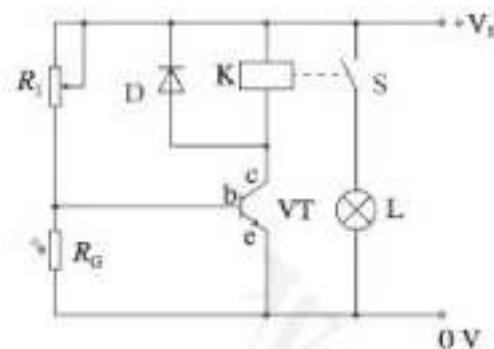


当外界光线充足时，光敏电阻在光照下电阻很小，此时电流从高电势的  $V_s$  出发，经过滑动变阻器后直接经过光敏电阻回到低电势的  $0V$  处，基极 b 所在的支路的分压极小，没有电流经过，从集电极 c 到发射极 e 间的处于断开状态。

当外界光线不足时，光敏电阻的电阻很大，所在支路相当于短路，基极 b 所在的支路的分压很大，从基极 b 到发射极 e 间有电流通过，导致三极管从集电极 c 到发射极 e 间变为相当连通状态，有较大电流通过，使得发光二极管发光。

通过调节滑动变阻器  $R_1$  接入电路的阻值，可以控制基极 b 所在电路的分压达到变化的程度时，光敏电阻需达到的电阻值，从而调节光控开关打开时所需的光照强度。

实际上，三极管放大的电流只足够让发光二极管发光，若要让可以起到照明效果的灯泡发光，需要更大的电流。此时可以让三极管的集电极与继电器 K 相连，由继电器控制照明灯泡所在支路的开关的开合，教材中的电路如下图所示。



由于继电器通电的瞬间，继电器中的线圈产生巨大的感应电动势会损坏三极管，所以必须跟继电器并联一个二极管，让从继电器流向三极管的电流从二极管所在的支路通过，起到分流并保护三极管的作用。同时，二极管只能单向通电的作用，同时防止光敏电阻未通电的情况下，三极管中不会有较强的电流通过。

### 小结

本章主要学习几种传感器将力、光、热等物理量信息转化为电信号的原理，以及继电器、二极管、三极管的特点和使用方法，要能根据传感器及相应电学元件的知识解释或设计相关的实用电路。

本章是高中物理选修二的最后一章，至此，高中物理的电磁学部分全部结束。电磁学部分先根据静电相互作用引出场和势的概念，围绕电荷的定向移动学习电路的基本规律。根据实验发现的电生磁、磁生电等现象，逐步深入学习了解电磁感应和电磁波的知识。电磁学中的静电力、洛伦兹力等力，以及能量、动量等的计算全都适用牛顿力学的场景。

## 第二十三章 分子动理论

从本章开始,我们进入高中物理选修三的内容,主要涵盖热力学、原子物理及相对论的基本知识。由于这些物理分支所需要的数学理论尚未正式学习,因此现阶段的学习以对规律的文字描述和简单的数学计算为主。

随着科学技术的发展,人们对物质的认识由宏观的物体逐步深入到微观的分子、原子等粒子,研究微观粒子的变化规律成为科学研究的新课题。对微观粒子的研究可分为物理性质和化学性质两个方面。

物理学研究通常不区别分子的具体种类,主要研究分子在力、运动、能量等方面的规律。化学研究详细辨别分子的种类,主要研究分子的结构、性质、成分变化等方面的规律。物理和化学有很多交叉重叠的部分。

研究微观粒子的物理规律时,有两个主要的理论工具:牛顿力学和统计学。一方面,分析微观粒子的运动状态时,我们仍按照牛顿力学中对力、能量、动量等的定义进行计算。另一方面,宏观物体由数量庞大的微观粒子组成,统计学可以很好地描述和分析大量数据的整体规律。

再次强调,物理是基于实验的科学,数学公式只是为了简洁地描述物理规律。虽然人眼无法直接清晰地辨认出微观粒子,但是可以通过精心设计的实验,根据宏观的现象验证关于微观粒子运动状态的猜想。

### 一、分子动理论的基本内容

分子动理论是物理热力学分支的基础模型,气体、固体、液体的性质规律,以及热力学定律等都建立在分子动理论的模型基础上。

#### 物体是由大量分子组成的

经物理化学实验证实,并用扫描隧道显微镜观测到,宏观物体由大量微观的分子组成。微观粒子与宏观物体既遵循截然不同的运动规律,同时宏观物体的物理性质与微观粒子的运动规律又有非常直接且紧密的联系。物理学研究中,我们不区分分子或原子的种类及其化学性质,只当作能产生力的作用的粒子。

基本物理量单位**物质的量**是描述微观粒子多少的物理量,物质的量的基本单位是 mol,对 1 mol 的定义为:  $6.02214076 \times 10^{23}$  个微观粒子的数量为 1 mol,为了方便计算,常用的数据为  $6.02 \times 10^{23}$  个或  $6 \times 10^{23}$  个。对 1 mol 的数量规定主要是为了化学计算的方便,1 mol 质子或中子(质子与中子的质量非常接近)的质量约为 1 g。例如,一个普通的水分子中质子和中子的总数为 18 个,水的相对分子质量为 18,理论上 18 g 纯水中,水分子的物质的量为 1 mol,即  $6.02214076 \times 10^{23}$  个。物质的量的概念在高中化学的开篇就会学习,并且其应用贯穿于整个化学课程。

## 分子热运动

根据对宏观现象的观察研究，结合数学物理分析推导得出，并经实验证明：一切分子都在永不停息地做无规则运动，叫作**热运动**。宏观尺度下可以反映分子热运动的现象主要有扩散现象和布朗运动。

**扩散**是不同的物质能够彼此进入对方的现象。例如，把一个装满氦气的气球打开，气球里的氦气会进入周围的空气中，这是气体的扩散现象。把几滴食醋滴到一杯水中，可以观察到食醋逐渐在水中散开，并且颜色逐渐变淡，最终得到均匀的食醋溶液，这是液体的扩散现象。把两块金属紧紧地压一起，经过漫长的时间后，两块金属会在接触的部位相互进入对方，这是固体的扩散现象。

构成物体的分子永不停息地运动，物体才能宏观上相互进入对方。因为分子的运动是无规则的，根据统计学规律，经过足够长的时间后将得到均匀的混合物。

**布朗运动**是最早启发物理学家发现分子热运动的现象。英国植物学家布朗在观察悬浮在水中的细小的花粉时，发现花粉总在不时的运动。为了排除花粉的生命活动的影响，布朗还观察了其他悬浮在空气或水中的与生命无关的细小微粒，发现都有该现象，且微粒越小运动越明显，该现象叫作**布朗运动**。

物理学家提出，布朗运动是微粒在周围的空气分子或溶剂分子的不规则撞击下发生的运动。只有足够小的微粒才能观察到布朗运动，这是因为布朗运动是小小微粒受到周围的分子的撞击产生的运动。

如果微粒太大，根据统计学规律，来自微粒周围各方向的分子的撞击总是相互抵消，则微粒始终处于受力平衡的状态。如果物体过大，观察不到布朗运动的主要原本不再是周围分子的撞击可以抵消，而是因为分子的撞击对物体的作用效果小到可以忽略不计。只有微粒足够小，来自四面八方的分子的撞击不能从统计学上相互抵消，总是随机地某些方向要强于相对的方向，致使微粒作不规则运动。

布朗运动与扩散现象有着根本的不同，扩散现象是分子热运动的直接效果，布朗运动是分子热运动的间接效果。发生布朗运动的细小微粒本身不是分子，而是可以通过光学显微镜直接观察到的宏观物体。

**热运动**。实验发现，扩散现象和布朗运动都与温度有正相关性。即温度越高扩散得越快，温度越高布朗运动越明显。例如，把食盐溶解在水中配置成食盐水，加热有利于加速溶解。正是由于分子的这种永不停歇的运动与温度有正相关性，因此将其称作分子热运动。

**温度是分子热运动剧烈程度的标志**。对于同一种分子，温度越高则分子的平均速率越大。人体对温度的感知也是来自大量分子对人体的无规则撞击。温度计的原理就是利用水银或煤油分子的热运动与温度成正相关。温度越高，液体分子的热运动越激烈，运动范围越大，表现为液体的体积越大，温度计的示数越大。



## 分子间的作用力

气体可以较容易地被压缩或膨胀，说明气体分子之间存在大量空隙。同时，气体的体积被压缩得越小，则气体分子间的空隙越小，进一步压缩的难度就越大。

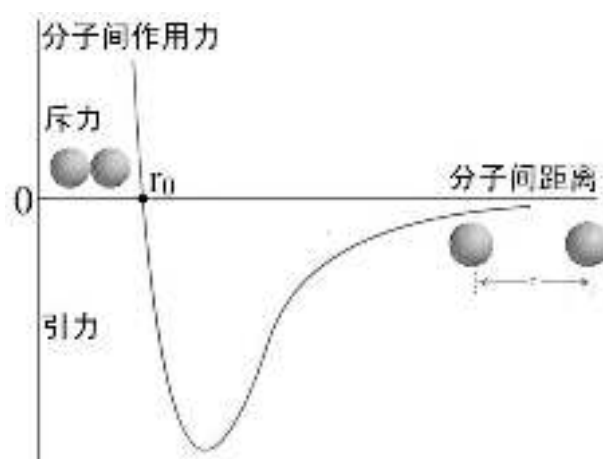
液体的体积很难压缩，但是将两种可以互相溶解的液体混合后，混合液体的总体积往往小于两种液体单独存在时的体积之和，表明液体分子之间也有空隙，但是远小于气体。

金属的延展性、固体间的扩散现象、可以将多种金属制成合金等事实都表明固体分子之间也有空隙。固体分子间的空隙远小于液体。

分子的大小、距离、相互作用的方式与宏观物体有显著不同。将分子想象成弹性小球，仿照宏观物体进行的假想和分析，在热力学中研究中可以很好地解释很多宏观现象。然而在继续深入研究分子自身的性质和规律时，则需要使用新的模型和理论，将再后续章节具体学习。

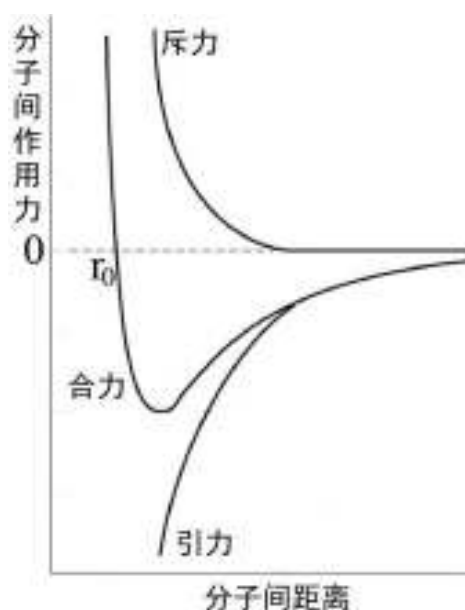
实验表明，分子间的作用力与分子间的距离有关。当分子间的距离很大时，分子间作用力表现为引力，且引力的大小随距离的增大而减小。当分子间的距离很小时，分子间作用力表现为斥力，且斥力的大小随距离的减小而急剧增大。当分子间的距离为某个临界值 $r_0$ 时，分子间的作用力为0，既不吸引，也不排斥。该临界值也叫作**平衡距离**。

分子间作用力的大小与方向跟分子间距离的关系如下图所示。横轴上方表示作用力为斥力，横轴下方表示作用力为引力。



分子间作用力遵循上述规律是因为分子间同时存在引力和斥力两种作用力。引力和斥力的大小都随分子间距离增大而减小，斥力的变化幅度比引力大得多。当分子间距离小于 $r_0$ 时，引力和斥力都随距离减小而增大，斥力的增大幅度远大于引力，合力表现为斥力。当分子间距离大于 $r_0$ 时，引力和斥力都随距离增大而减小，斥力的减小幅度远大于引力，合力表现为引力。当分子间距离等于 $r_0$ 时，引力与斥力的大小恰好相等，合力为0。

分子间的引力、斥力、合力的大小和方向与距离的关系如下图所示，横轴上方表示作用力为斥力，横轴下方表示作用力为引力。注意观察各力随距离变化的趋势，并直观感受引力和斥力的代数和等于合力。



分子间的引力主要是静电力。虽然分子整体显电中性，但是分子的电荷并非总是均匀分布，而是一些部位显正电、另一些部位显负电，一个分子显正电的部分与另一个分子显负电的部分相互吸引。对于结构对称的分子，也总是某些部位瞬间带正电、另一些部位瞬间带负电，产生相互间的引力作用。

分子间斥力也主要是静电力。分子由原子构成，原子的中心是带正电的原子核，外围是带负电的电子。分子之间的距离越小，则原子外围带负电的电子之间的排斥作用越显著。

根据库仑定律，距离越大则静电力越小，因此引力和斥力都随分子间距离增大而减小。分子间的斥力是局部的强烈排斥作用，只有距离足够小，才能形成局部的排斥。分子间的引力是整体上带正电的部分与带负电的部分的相互作用，在距离适中的情况下作用效果较明显。

### 分子动理论

综上所述，物体由大量的分子组成，分子之间存在空隙，分子在做永不停息的无规则的热运动，分子间始终有引力和斥力作用，这些基本事实和规律构成了分子动理论的主要基础。在此基础上，利用牛顿力学的理论和统计学的方法进行分析推理，可以描述、分析、解释宏观物体的热力学性质的理论叫作**分子动理论**。

**例 1** 判断下列关于分子动理论的陈述是否正确。

(1) 气体扩散的快慢与温度无关。分析：气体扩散的快慢与气体分子的速率有关，温度是反应气体分子平均动能的标度，动能与速率有关，因此扩散速率与温度有关。错误。

(2) 布朗运动是液体分子的无规则运动。分析：布朗运动是细小颗粒因受到分子的随机碰撞而进行的无规则运动，本身不是分子的无规则运动。错误。

(3) 分子间的引力随距离增大而减小，分子间的斥力随距离增大而增大。分析：分子间的引力和斥力都总是随分子间的距增大而减小。错误。

## 二、实验：用油膜法估测油酸分子的大小

微观的分子不像宏观物体那样有非常清晰明确的边界、体积、形状。根据分子在实验中表现出的性质，为了便于分析研究，通常把分子看作弹性小球，根据分子间的相互作用计算其体积的大小。

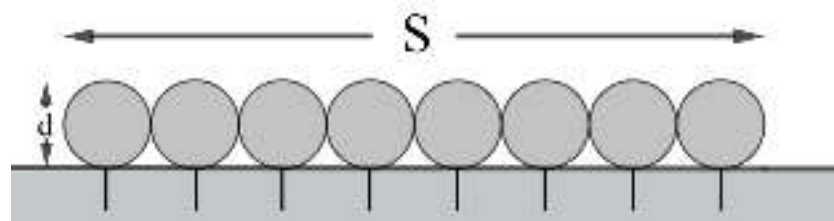
经理论研究和实验验证，把分子看作弹性小球的假设是非常可行的，基于该假设所推导出的物理规律很好地解释了宏观物体的一些性质，并且在大多数情况下与宏观世界的经典理论相一致。

绝大多数分子的直径大小一般在 $10^{-10}$  m 数量级，即使用最精密的光学显微镜也无法看到具体的分子，只有使用扫描轨道显微镜才能间接观察到分子的排列。用油膜法估测油酸分子的直径是一项经典的用宏观数据计算微观尺度的实验。

### 实验思路

油酸的分子式为 $C_{17}H_{33}COOH$ ，可以分成油性的 $C_{17}H_{33}-$ 和水性的 $-COOH$ 两部分，其中， $-COOH$ 与水分子相互吸引， $C_{17}H_{33}-$ 与水分子相互排斥，且不同油酸分子的 $C_{17}H_{33}-$ 与 $-COOH$ 间也相互排斥。最终，全体油酸分子的 $-COOH$ 插入水中， $C_{17}H_{33}-$ 浮在水面上，各分子紧挨在一起，形成一层单分子油膜。

如下图所示，小球表示油酸分子油性的 $C_{17}H_{33}-$ ，小球下方的直线表示水性的 $-COOH$ ，油酸分子紧挨在一起，覆盖的面积为 $S$ ，每个油酸分子的直径为 $d$ ，则油膜的总体积 $V$ 等于面积与直径的乘积： $V = Sd$ 。其中，油酸的总体积和油膜的表面积都可以用实验方法测量得到。



虽然示意图中的小球之间除中间紧挨着外，上下部分都有大量空隙，似乎用该方法求得的 $Sd$ 应当大于小球的体积之和 $V$ 。但是实际上无论油酸分子聚集成滴还是铺开在水面上，小球间总是有类似的空隙，因此不需要特地考虑排除这些空隙的体积。

### 物理量的测量

### 1. 测量1滴油酸酒精溶液中纯油酸的体积 $V$ 。

由于油酸分子的体积非常小，如果直接用量筒量取一定体积的油酸，让其在水表面形成单分子油膜，则要么量取的油酸体积过小误差极大，要么形成的单分子油膜面积极大条件不允许。因此我们需要将油酸溶解在酒精中得到油酸酒精溶液，溶液的体积较大容易测量，而当中的油酸分子的数量较少可以得到面积不至于太大的单分子油膜。

首先精确称量一定体积的油酸  $V_0$ ，并用适量乙醇将其溶解，得到总体积为  $V_1$  的溶液，则油酸的体积占比为  $\frac{V_0}{V_1}$ 。用注射器抽取部分溶液，一滴一滴地滴入烧杯，记录滴数  $n$  和滴出的体积  $V_2$ ，则每一滴溶液的体积为  $\frac{V_2}{n}$ 。根据物理规律，

每一滴溶液的体积和浓度都相同，则每一滴溶液中所含油酸的体积为  $V = \frac{V_0}{V_1} \cdot \frac{V_2}{n}$ 。

### 2. 测量1滴油酸酒精溶液在水面上形成单分子油膜的面积 $S$ 。

由于油酸不溶于水，且油酸的密度比水小，所以油酸分子都会浮到水面上。乙醇极易溶于水，滴入水中后立即溶解消失不见。在分子间相互作用力的作用下，油酸分子聚集在一起。在重力的作用下，油酸分子不会叠成多层，而是成为只有一层的单分子层。

需注意尽量不要让油酸接触到容器壁，以防止因为油酸分子与容器壁间的表面张力的作用而让边缘的油酸分子叠起来。等待足够时间水面平静后，所有油酸分子都聚集在水面上，并且彼此紧紧相互挨着，形成一层单分子薄膜。

为便于观察油酸的边界，可以事先在水面均匀地撒布爽身粉。加入油酸后，油酸单分子薄膜上没有爽身粉，因此可以直接观察到由爽身粉所描绘的油酸单分子薄膜的边界。

用笔沿着爽身粉描绘的油酸单分子薄膜的边界标记后，可通过数小方格的方法数出单分子油膜的表面积  $S$ 。在误差允许的范围内，大于半格的面积按照一格计算，小于半格的面积直接舍去。

#### 数据分析

把1滴油酸酒精溶液中油酸分子的总体积  $V$ ，除以油膜的面积  $S$ ，得到的就是油酸分子的直径  $d$ ： $d = \frac{V}{S}$ 。

该实验的设计较为简略，因此实际测算结果并不精准，得到的具体最终结果大都在  $10^{-9}$  m 左右，具体数值变化范围可能很大，在  $10^{-9}$  m 数量级附近都合理。

**例 2** 已知 20 滴纯油滴的体积为 1 mL，假设油酸分子的直径为  $d = 10^{-9}$  m，求用 1 滴纯油酸形成的单分子膜的面积。

解析：因为20滴纯油滴的体积为1 mL，则1滴纯油酸的体积为：

$$V = \frac{10^{-6}}{20} \text{ m}^3 = 5 \times 10^{-8} \text{ m}^3$$

又因为油酸分子的直径为  $d = 10^{-9} \text{ m}$ ，1滴纯油酸形成的单分子膜的面积为：

$$S = \frac{V}{d} = \frac{5 \times 10^{-8}}{10^{-9}} \text{ m}^2 = 50 \text{ m}^2$$

相当于一间中等大小的教室的面积。

### 三、分子运动速率分布规律

分子时刻做无规则的热运动，速度的大小和方向都难以确定，可以看作处于随机变化的过程。物体由数量庞大的分子组成，更是无法逐一确定每一个分子的运动状态。对于这种极其复杂的随机系统，我们需要使用统计学的方法，利用统计规律研究各运动状态的分子的数量占比，从整体上分析全体分子的运动规律。

#### 气体分子运动的特点

气体分子始终不停地做无规则的运动，并且气体分子间的距离非常大，因此气体分子的体积可以忽略不计，当作质点近似处理。

由于气体分子间的距离非常大，因此气体分子间的作用力可以忽略不计，只需考虑气体分子间、气体分子与容器壁间的碰撞，且气体分子只发生弹性碰撞，又因为分子的质量极小，不需考虑重力等其他外力作用，所以分子在每次碰撞前都做匀速直线运动。

上述模型可以解释气体的体积可以随容器的体积变化，并能任意膨胀和适当压缩。当容器的体积扩大后，朝没有分子的方向运动的气体分子不受任何阻碍，可以继续向前运动，直到遇到容器壁。朝有分子的方向移动的气体分子很容易因碰撞改变运动轨迹，直到朝向没有或只有很少分子的方向移动。

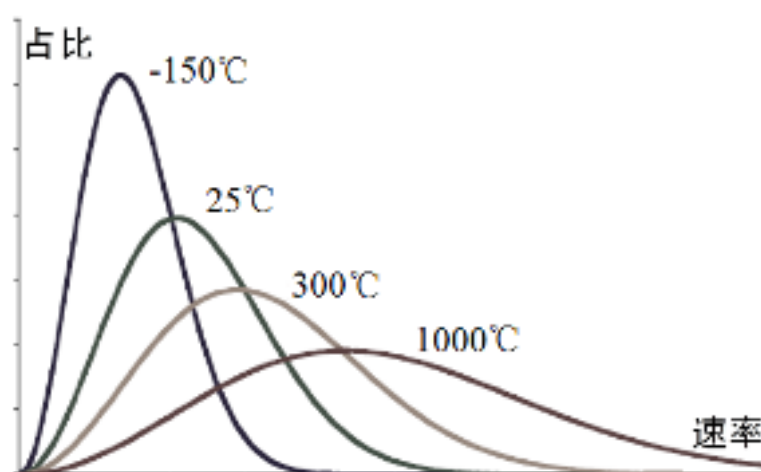
由于空间内有大量分子，分子不断地受到各方向、各角度、各速率的碰撞，导致分子做无规则的随机运动。因此，按照研究宏观物体运动状态的思路，单独考察一个分子的运动状态或详细考察全体分子的运动状态既不现实也没有意义，须使用统计学的方法直接分析全体分子的运动状态的分布情况，即研究各运动状态的分子所占的比例。

气体分子的运动方向的分布非常均匀。根据统计学规律，当容器中的气体分子足够多时，朝向各方向运动的气体分子的数量几乎总是相等。例如，一个形状为正方体的容器内，朝上、下、左、右、前、后各方向运动的气体分子的数量总是基本相等，无法检测到差异。这也是不够小的微粒观察不到布朗运动的原因——各方向上受到相等数量的分子的碰撞。

### 分子运动速率分布图像

气体分子的运动速率呈“中间多、两头少”的形式分布。即：接近平均速率的分子所占的比例较大，速率很大和很小的分子所占的比例较小，速率越大或越小的分子占比越小，分布情形符合正态分布。

温度是分子热运动剧烈程度的标志，下图是不同温度下某气体分子的占比-速率关系图，横坐标表示分子的速率，纵坐标表示该速率的分子所占的百分比，曲线越高意为该速率的分子占比越大。注意观察各曲线都为类似小山丘的“中间多、两头少”的形状，且较高温度的曲线比较低温度的曲线整体上更加靠右。



### 气体压强的微观解释

根据分子动理论，气体对容器壁的压强来自气体分子对容器壁的碰撞。当气体分子与容器壁碰撞时，容器壁受到气体分子的力的作用，从而产生了压强。现在我们分析气体的压强与分子的运动之间的关系。

根据分子动理论的模型假设，气体分子与容器壁发生的是弹性碰撞。根据牛顿力学中的规律，当两个质量相差很大的物体迎面发生弹性碰撞时，质量小的物体将以原速率原路返回，质量大的物体的运动状态不变。

设气体分子的质量为  $m$ ，速度为  $v$ ，则其动量为  $mv$ 。当气体分子与容器壁发生弹性正碰后，动量变为反向的  $-mv$ 。设发生碰撞的时间为  $\Delta t$ ，由动量定理可得气体分子受到容器壁的力的大小为： $F = -\frac{2mv}{\Delta t}$ ，由作用力与反作用力可得容器壁受到单个气体分子的力的大小为： $F' = \frac{2mv}{\Delta t}$ 。

若气体分子与容器壁发生斜碰，则只需将速度分解为垂直于容器壁和平行于容器壁两个方向，再分别分析即可。若气体分子的平均速率为  $\bar{v}$ ，单位时间内与容器壁发生碰撞的分子数量为  $n$ ，则容器壁受到气体分子该方向的合力为：

$$F_T = \frac{2nm\bar{v}}{\Delta t}$$

虽然单个分子对容器壁的碰撞只是一个瞬间就完成的过程,但由于分子的数量非常庞大,每时每刻都有大量气体分子不断地碰撞容器壁,且每时每刻碰撞容器壁的所有分子对容器壁的冲量之和总是几乎相等,因此宏观上表现为容器壁受到气体稳定且持续的压强。例如,把一袋豆子匀速倾倒在台秤上,台秤也将显示稳定的示数,就是豆子对撞击台秤的压强。

根据该模型,气体分子的平均速率越大,则分子整体对容器壁的冲量越大,产生的压强越大。另一方面,单位体积内的气体分子数越多,则单位时间内撞击容器壁的分子越多,产生的压强也越大。

**例 3** 一个正方体容器内装有氮气,每秒钟有 50 mol 氮气分子与每平方厘米容器壁发生正碰,碰撞时间为 0.02 s,氮气分子的摩尔质量为 28 g/mol,假设容器中空气分子的速率都为 500 m/s 且只发生弹性碰撞,求氮气对容器壁的压强。

解析:压强等于力除以面积的商。每秒钟与每平方厘米容器壁发生弹性碰撞的氮气分子的质量为:  $28 \times 10^{-3} \times 50 \text{ kg} = 1.4 \text{ kg}$ 。由于发生弹性正碰,氮气分子的速度大小不变,方向变为反向,氮气分子动量的变化量为:  $p = m\Delta v = 1.4 \times 2 \times 500 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 1400 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ 。碰撞时间为 0.02 s,则每平方厘米容器壁对氮气分子的力的大小,同时也是氮气分子对每平方厘米容器壁的力的大小为:  $F = \frac{1400}{0.02} \text{ N} = 7 \times 10^4 \text{ N}$ 。容器壁受到的压强为:  $P = \frac{7 \times 10^4}{10^{-4}} \text{ Pa} = 7 \times 10^8 \text{ Pa}$ 。

#### 四、分子动能和分子势能

分子永不停歇地做无规则运动,分子具有质量和速度,因此具有动能。分子间有随距离变化的相互作用力,因此分子间也具有与位置有关的势能。

##### 分子动能

若组成物体的分子的质量为  $m_0$ ,则速度为  $v$  的分子的动能为:  $E_{k0} = \frac{1}{2} m_0 v^2$ 。

若物体的总质量为  $m$ ,则分子的总数为  $N = \frac{m}{m_0}$ 。

设分子的平均动能为  $\bar{E}_{k0} = \frac{1}{2} m_0 \bar{v}^2$ ,则构成物体的全体分子的总动能为:

$$E_k = N \bar{E}_{k0} = N \cdot \frac{1}{2} m_0 \bar{v}^2 = \frac{1}{2} N m_0 \bar{v}^2 = \frac{1}{2} m \bar{v}^2, \text{ 叫作系统的分子动能。}$$

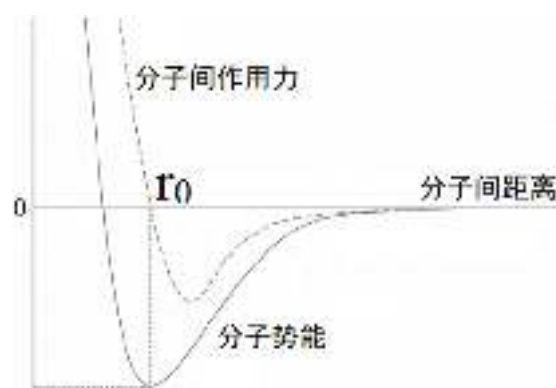
经理论计算可得,系统的热力学温度跟分子的平均动能成正比,因此温度的微观含义是分子热运动剧烈程度的标志。温度越高,分子热运动越剧烈,分子的平均动能就越大。我们碰触到高温物体感觉到烫或疼痛,就是因为高温物体的分子热运动非常剧烈,对皮肤神经的局部压强非常大。

## 分子势能

我们前面学习了分子间作用力与分子间距离的规律：（1）当分子间距离为无穷远时，分子间作用力趋近于0；（2）当分子从无穷远处接近，且分子间距离大于平衡距离 $r_0$ 时，分子间作用力为引力且逐渐增大；（3）当分子间距离等于平衡距离 $r_0$ 时，分子间作用力0；（4）当分子间距离小于平衡距离 $r_0$ 时，分子间作用力为斥力且逐渐增大。

按照势能等于克服分子间作用力做功的定义，我们规定分子间距离为无穷远时的分子势能为0，将分子从无穷远处移动到距离为 $r$ 处时，克服分子间作用力所做的功叫作**分子势能**。

下图中，实线表示分子势能与距离的关系，虚线表示分子间作用力与距离的关系，注意观察曲线的变化规律，以及两条曲线在同一分子间距离时的取值和变化规律间的关系。



## 物体的内能

物体中所有分子动能和分子势能的总和叫作物体的**内能**。任何物体都有内能，物体的内能与分子的种类、数量、物体的温度、体积等因素有关。对于确定的物体，通常其内能与温度的关系最紧密，温度越高则内能越大。在研究物体的内能时，一般不考虑其机械能，认为宏观物体的运动状态对其内能没有影响。

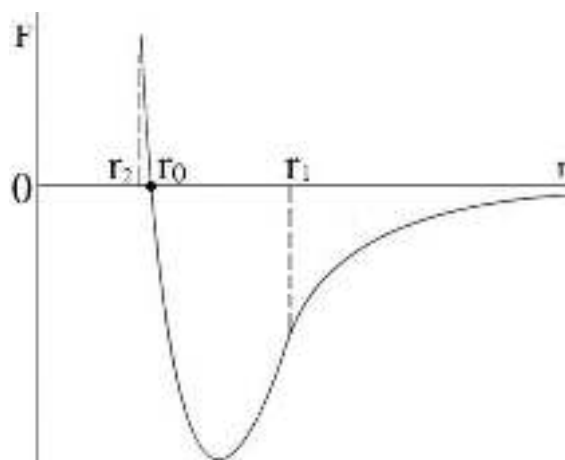
分子动能和分子势能是将分子假想成弹性小球，按照牛顿运动定律中动能和势能的定义，对分子的运动状态进行分析推导得到的，因此分子动能和分子势能的做功也遵循牛顿运动定律，可以与机械能、电能等其他形式的能量相互转化。

根据内能的定义具体计算其变化量需使用统计学知识，利用当前的数学知识暂时无法精确计算，只需能根据内能与其他能量的相互转化进行简单计算。

物体有三种常见的聚集状态：气态、固态和液态。物体的分子动能与分子势能之间的关系与物体的聚集状态有直接联系。当物体的分子动能远大于分子势能时，物体处于气态。当物体的分子动能远小于分子势能时，物体处于固态。当物体的分子动能与分子势能差不多时，物体处于液态。分析各聚集状态的物体时，所主要考虑的因素是其中占主导作用的或旗鼓相当的作用。



**例 4** 下图是分子间作用力与分子间距离的关系图， $r_0$  为平衡距离，求分别把两个气体分子从  $r_0$  移动到  $r_1$  和  $r_2$  时，分子间作用力分别做正功还是负功？



解析：当把两个气体分子从  $r_0$  移动到  $r_1$  时，分子间距离增大，过程中分子间距离大于平衡距离  $r_0$ ，分子间作用力为引力，指向对方的方向，跟位移的方向（远离对方）相反，分子间作用力做负功。

当把两个气体分子从  $r_0$  移动到  $r_2$  时，分子间距离减小，过程中分子间距离小于平衡距离  $r_0$ ，分子间作用力为斥力，指向远离对方的方向，跟位移的方向（指向对方）相反，分子间作用力也是做负功。

### 小结

本章主要学习分子动理论的基本模型，主要包括将分子看作弹性小球、分子间有间隙、分子时刻做无规则运动、分子间作用力与距离的规律等，需理解记忆该模型，理解分子的动量与气体的压强之间的关系、分子动能与物体温度之间的关系、分子能量的概念，以及这些概念的推导过程。

## 第二十四章 气体、固体和液体

物体有三种主要的聚集状态：气态、固态、液态。这三种聚集状态有显著区别：气体没有固定的体积和形状，固体有固定的体积和形状，液体有固定的体积、没有固定的形状。

根据分子动理论，分子做永不停息的无规则运动，分子可看作体积很小的弹性小球，分子间有空隙，分子之间有相互作用。物体由大量分子组成，各聚集状态的特点和主要热力学性质都可以用分子动理论解释。

物理学是实验科学，理论需能解释客观规律和实验结果，且理论都有其适用条件。分子动理论也有其适用的条件，分子动理论的适用条件就是接近其模型假设成立的条件。条件越偏离其模型假设，分子动理论越难以解释实际现象。

气体的状态远比固体和液体更接近分子动理论成立的条件，因此分子动理论主要用于描述和分析气体的状态。固体和液体的状态需使用其他针对性更强的模型描述和分析。

### 一、温度和温标

在我们已经学习的牛顿力学中，研究对象通常是有具体形状和体积的物体，例如小车、带电小球等。热力学的研究对象不限于有具体形状和体积的物体，多为由大量分子组成的集体。

#### 状态参量与平衡态

热力学研究中，研究对象一般为热力学系统。**热力学系统简称系统**，是由大量相互联系、相互作用的成分（如分子）共同组成的一个集体。系统可以是一个具体的物体，也可以是没有固定形体的物体。

例如，一个金属小球可以看作由大量金属原子组成的系统，装在气球里的全体氦气分子也可以看作一个系统，装在水杯中的全体溶剂和溶质分子统一可以看作一个系统。

确定研究对象后，还须确定用于描述物体状态的物理量。例如，描述带电物体的受力情况与运动状态时，分析研究的参数主要包括质量、力、速度、加速度、电荷量等。热力学研究中，用于描述一个系统所处的状态的物理量叫作**状态参量**，热力学研究中主要分析研究的状态参量是温度，还有压强、体积、密度等。

当一个系统的各状态参量不再随时间发生变化时，称该系统处于**平衡态**。处于平衡态的系统的各状态参量较容易分析研究，是高中阶段主要学习的内容，下面举一个热力学系统及其状态参量的例子：

将一个封闭房间里的所有空气作为一个热力学系统，该系统的状态参量主要

有温度、体积、压强等。当该热力学系统达到平衡状态时，空气的温度就是房间的室温，空气的体积等于房间的体积，空气的压强的等于大气压。如果打开屋内的暖气或者空调制热，则系统的平衡态被打破，空气的温度升高，体积不变，压强增大。一段时间后，室温升高到一定温度后不再变化，压强和体积也不再改变，系统重新处于平衡态。该平衡态的温度比前一平衡态高，体积跟前一平衡态相同。

### 热平衡与温度

实验表明，如果两个系统相互接触并且相互之间能传导热量，那么这两个系统会相互影响，导致一些状态参量发生改变。经过一段时间后，两个系统的状态参量又都不再改变，称此时这两个系统达到**热平衡**。

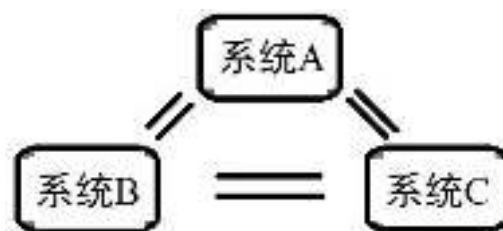
如果把已经达到热平衡的两个系统分开，且分开后都不受外界环境影响，则它们仍保持刚分开时的热平衡状态。若再次将这两个系统接触，它们的状态参量也不会发生变化，如下图所示。



更加一般的，如果两个系统相互接触且能传导热量，它们接触后状态参量不发生改变，就可以称它们处于热平衡状态。

实验表明，热平衡具有类似于数学中等号的传递性，若两个系统分别与第三个系统达到热平衡，则这两个系统之间也必定处于热平衡。即：如果系统 A 与系统 B 处于热平衡，且系统 A 与系统 C 也处于热平衡，那么系统 B 与系统 C 必定也处于热平衡状态。该规律叫作**热平衡定律**。

经实验验证，当任意两个系统处于热平衡时，它们的某状态参量总是相等，这个状态参量就是**温度**。热平衡定律也可以理解为：如果系统 A 的温度等于系统 B 的温度，且系统 A 的温度也等于系统 C 的温度，则系统 B 的温度也必定等于系统 C 的温度。如下图所示。



从分子运动的角度，温度是描述分子热运动剧烈程度的量度。对于热力学系统，温度是描述系统的热平衡状态的量度。

### 温度计与温标

使用温度计测量温度正是利用了热平衡原理。用酒精温度计测量室温时，空气与温度计中的酒精达到热平衡，酒精的温度与空气的温度相等。酒精的体积与温度成正比，就可以根据酒精体积的示数得出空气的温度。

体温计与室温计的设计上略有不同。为防止体温计从人体上拿开后，因为与空气接触转而显示空气的温度，在玻璃泡和玻璃直管之间有一很细的部位叫作缩口。水银膨胀后可以从玻璃泡挤过缩口进入直管，但水银收缩后仍会停留在各自的部位不会返回玻璃泡，从而将体温计的示数固定。水银的分子间作用力远强于酒精，水银分子不容易自由扩散返回玻璃泡。由于常见的测体温情况下，人的体温总是高于室温，因此只需要考虑水银收缩的影响。但是水银有很强的毒性，酒精、煤油、玻璃等也有一定危险性，现在越来越多地使用电子温度计。

为了可以定量地计量温度的高低，物理学家建立了一套衡量温度的数值的标准尺度，叫作**温标**。常用的温标系统有三个：热力学温度、摄氏度、华氏度。

**摄氏度**是几乎所有国家日常生活使用的温标，单位就是**摄氏度**，符号为 $^{\circ}\text{C}$ 。摄氏度的规定方式为：标准大气压下，规定冰水混合物的温度（冰的熔点）为 $0^{\circ}\text{C}$ ，规定水沸腾的温度（水的沸点）为 $100^{\circ}\text{C}$ 。将 $0^{\circ}\text{C}$ 刻度与 $100^{\circ}\text{C}$ 之间的温度范围均分为100等份，则每一等份是 $1^{\circ}\text{C}$ 。

摄氏度的规定利用了晶体融化和液体沸腾的过程中温度不变的特点，使用性质非常稳定且常见易得的水作为标准物，为早期的科学研究和生产生活带来极大便利。

**热力学温度**的单位为开尔文，符号为 $\text{K}$ ，是基本物理量单位之一。热力学温度规定绝对零度为 $0\text{ K}$ ，水的三相点的温度为 $273.16\text{ K}$ ，水的三相点热力学温度的 $1/273.16$ 为 $1\text{ K}$ 。

**绝对零度**是根据分子动理论分析计算出的最低温度。由于温度是分子热运动剧烈程度的标志，假设分子全部静止，没有任何热运动（也没有振动），即只有分子势能、没有分子动能，将此时的温度称作绝对零度，即 $0\text{ K}$ 。

**水的三相点**是水可以同时以气态、固态、液态的形式共同存在的温度和压强，该温度与标准大气压下水的冰点非常接近，为 $0.001^{\circ}\text{C}$ 。水的三相点同时限定了压强，因此标准更加恒定。将水的三相点规定为 $273.16\text{ K}$ ，主要是为了与已经普遍使用的摄氏温标衔接。经理论计算和实验间接验证， $0\text{ K}$ 近似等于 $-273.15\text{ K}$ 。

热力学温度 $T$ 与摄氏温度 $t$ 的换算关系为： $T = t + 273.15$ ，也可通过记忆绝对零度 $0\text{ K} = -273.15^{\circ}\text{C}$ ，再使用简单的加减法换算。

**华氏度**是仅在极个别国家日常使用的温标，单位就是华氏度，用符号 $^{\circ}\text{F}$ 表示。华氏度选取标准大气压下氯化铵和冰水的混合物的冰点的温度为 $0^{\circ}\text{F}$ ，人体的温度为 $100^{\circ}\text{F}$ ，再将其均分为100等份，每一等份为 $1^{\circ}\text{F}$ 。由于人体的温度并不是精确的恒定不变，因此华氏度并不精准，不适合用作科学研究和技术标准。

**例 1** 科学技术中常说的“标准状况”指温度为 $0^{\circ}\text{C}$ 、压强为 $101.325\text{ kPa}$ 的条

件，“室温”指温度为  $25^{\circ}\text{C}$  的条件，分别用热力学温度表示这两个温度。为了方便计算，通常取室温为  $300\text{ K}$ ，用摄氏度表示该温度。

解析：热力学温度  $T$  与摄氏度  $t$  的换算关系为  $T = t + 273.15$ ，

把  $0^{\circ}\text{C}$  换算成热力学温度为： $T_1 = 0 + 273.15\text{ K} = 273.15\text{ K}$ ，

把  $25^{\circ}\text{C}$  换算成热力学温度为： $T_2 = 25 + 273.15\text{ K} = 298.15\text{ K}$ ，

把  $300\text{ K}$  换算成摄氏度为： $t_3 = 300 - 273.15^{\circ}\text{C} = 26.85^{\circ}\text{C}$ 。

## 二、气体的等温变化

描述气体系统的状态参量主要有温度、压强、体积。现在我们用实验来研究在气体系统的温度不变的条件下，压强与体积的变化规律。保持温度不变，只改变其他状态参量的变化叫作**等温变化**。

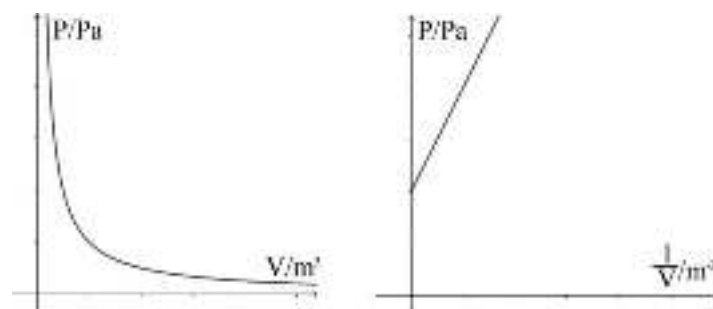
### 实验：探究气体等温变化的规律

**实验思路：**要研究气体系统的等温变化，需保持温度不变，体积和压强可变且可测量。能够改变体积并测量体积的常见容器是带刻度的注射器，在注射器的开口端用橡胶套连接一个气压计就可以显示注射器中的气压。如果注射器没有刻度，也可以通过测量注射器内壁的直径求得其底面积，再用刻度尺在筒壁上表上刻度，计算得出相应的体积。

**物理量的测量：**非常缓慢地推动注射器的活塞，改变注射器中空气的体积，读取并记录若干组同一时刻下注射器上的体积示数和气压计上的压强示数。非常缓慢地推动活塞，是为了让注射器内的空气有充分时间跟外部空气达到热平衡，确保注射器内的温度始终等于外界相对恒定的室温。

**数据分析：**建立空间直角坐标系，横轴为体积  $V$ ，纵轴为压强  $p$ ，将各组在同一时刻下读取的  $(V, p)$  对应的点描绘在坐标系中，观察其规律，图像应当接近反比例函数，如下图左所示。

为了验证气体发生等温变化时，压强与体积确实是反比例函数，可以将体积换算为其倒数，令横轴为体积的倒数  $\frac{1}{V}$ ，纵轴为压强  $p$ ，将各组  $(\frac{1}{V}, p)$  描绘在坐标系中，图像应当接近直线，如下图右所示。



这种通过对采集得到的数据进行处理（如取倒数、取对数、取指数、列多项式），得到直线的方法，可以让数据的分析处理变得简洁，是非常实用的方法。

气体发生等温变化时，压强与体积成反比的规律叫作**玻意耳定律**，由最早发表的科学家之一的名字命名。其内容为：一定质量的某种气体，在温度 $T$ 不变的情况下，压强 $p$ 与体积 $V$ 成反比，即 $p \propto \frac{1}{V}$ ，也写作 $pV = C_1$ （ $C_1$ 为常量）。

需注意，对于不同质量或不同类型的气体，常数 $C_1$ 往往不同，后面两个定律中的常数同理。

波义尔定律也可以表述为：对于同一个气体系统，若温度 $T$ 不变， $p_1$ 、 $V_1$ 和 $p_2$ 、 $V_2$ 分别是该系统在两个状态下的压强和体积，则有： $p_1V_1 = p_2V_2$ 。

日常生活经验告诉我们，在同一温度下，高楼顶或山顶的大气压强小于地面的大气压强。

### 三、气体的等压变化和等容变化

我们刚才学习了气体发生等温变化时，压强与体积间的关系，现在我们学习当气体的压强或体积不变时，另外两个状态参量间的关系。

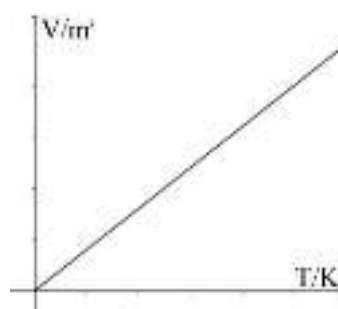
#### 气体的等压变化

一定质量的某种气体，在压强 $p$ 不变的情况下，体积 $V$ 和热力学温度 $T$ 发生变化的过程叫作**等压变化**。物理学家利用实验得出了气体发生等压变化时，体积与热力学温度间的规律，并命名为**盖—吕萨克定律**，内容为：

一定质量的某种气体，在压强 $p$ 不变的情况下，体积 $V$ 与热力学温度 $T$ 成正比，即 $V \propto T$ ，也写作 $\frac{V}{T} = C_2$ （ $C_2$ 为常量）。

盖—吕萨克定律也可以表述为：对于一个气体系统，若压强 $p$ 不变， $V_1$ 、 $T_1$ 和 $V_2$ 、 $T_2$ 分别是该系统在两个状态下的压强和体积，则有： $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ 。

下面是气体系统发生等压变化时的 $V-T$ 曲线，图像是一条直线。



日常生活经验告诉我们，加热气球中的空气，热气球的体积会膨胀。

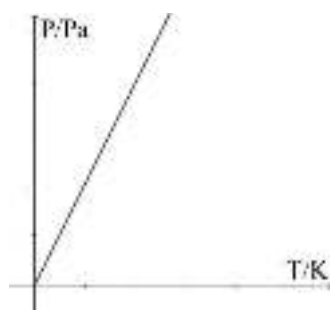
### 气体的等容变化

一定质量的某种气体，在体积  $V$  不变的情况下，压强  $p$  和热力学温度  $T$  发生变化的过程叫作**等容变化**。物理学家利用实验得出了气体发生等容变化时，压强与热力学温度间的规律，并命名为**查理定律**，内容为：

一定质量的某种气体，在体积  $V$  不变的情况下，压强  $p$  与热力学温度  $T$  成正比，即  $p \propto T$ ，也写作  $\frac{p}{T} = C_3$  ( $C_3$  为常量)。

查理定律也可以表述为：对于同一个气体系统，若体积  $V$  不变， $p_1$ 、 $T_1$  和  $p_2$ 、 $T_2$  分别是该系统在两个状态下的压强和温度，则有： $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ 。

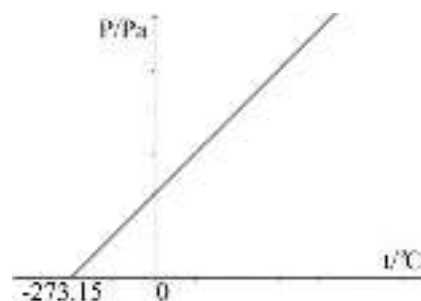
下面是气体系统发生等容变化时的  $p-T$  曲线，图像是一条直线。



利用查理定律可以分析推理出绝对零度的存在。根据查理定律，当体积  $V$  不变时，气体的压强  $p$  与热力学温度  $T$  成正比。

实际上，物理学家查理发现该定律时使用的仍是摄氏温标。气体系统的  $p-t$  图像中，当  $t = 0^\circ\text{C}$  时，压强  $p$  为一正值而不是 0。由于比冰温度低的物体很常见，因此科学家早已知道摄氏温度可以为负值，但尚不清楚温度的最小值是多少。

根据查理定律的实验数据描绘出的  $p-t$  图像，将其反向延长到压强  $p = 0$  的位置，该点就是理论上的最低温度： $t_{\min} \approx -273.15^\circ\text{C}$ 。物理学家猜想这就是自然界能达到的最低温度，称为绝对零度。如下图所示。



随着科学技术的不断发展，物理学家通过各项实验，让物体不断地接近绝对零度这个理论上的最低温度。

## 理想气体

玻意耳定律、查理定律、盖—吕萨克定律所描述的气体系统的三个状态参量热力学温度 $T$ 、体积 $V$ 、压强 $p$ ，分别保持其中一个恒定不变时，另外两个物理量之间的关系。这三个数量关系都是非常简洁的线性关系或反比例关系。

但是实际上，气体系统的热力学温度 $T$ 、体积 $V$ 、压强 $p$ 间的精确关系并非这么简单，而是非常复杂。我们把严格遵循玻意耳定律、查理定律、盖—吕萨克定律的简单规律气体叫作**理想气体**。实际当中的气体的状态参量遵循较复杂的规律，叫作**实际气体**。

造成理想气体与实际气体之间差异的原因，主要是分子动理论中的三条基本假设。**假设 1**：由于气体分子间距离远大于分子的体积，因此可把气体分子当作质点分析处理，分子的体积忽略不计。**假设 2**：由于气体分子间的距离远大于平衡距离，因此气体分子的分子势能忽略不计，只考虑分子动能。**假设 3**：气体分子间的碰撞是完全弹性碰撞，碰撞前后分子动能没有损失。

按照上述三条假设，理想气体把气体分子当作只有质量、没有体积的质点，忽略气体分子之间的引力与斥力，认为气体分子之间只发生完全弹性碰撞，理想气体是一种为便于分析研究气体的热力学性质，而近似出的简化模型。

实际情况中，气体的体积越大，则气体分子之间的距离越大，就越可以忽略气体分子的体积，气体的性质就越接近理想气体。气体的温度越高，则气体分子的分子动能越大，越可以忽略分子势能，气体的性质也越接近理想气体。因此，在温度很高、体积很大、压强很小的情况下，实际气体的性质非常接近理想气体。

## 理想气体状态方程

综合波意耳定律、盖-吕萨克定律、查理定律，一定质量的某种气体构成的系统，其 $\frac{pV}{T}$ 为定值。当气体处于不同状态时，压强、体积、热力学温度分别为

$p_A$ 、 $V_A$ 、 $T_A$ 和 $p_B$ 、 $V_B$ 、 $T_B$ ，则恒满足： $\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_B V_B}{T_B}$ ，该等式叫作**理想气体的**

**状态方程**，也写作： $\frac{pV}{T} = C$ （ $C$ 为常数）。需注意，只有当气体的质量和种类这两个要素都确定时， $\frac{pV}{T}$ 才是常数 $C$ 。如果气体的质量或者种类不同，则常数 $C$

往往也不同。更加简洁的理想气体状态方程写作：

$$pV = nRT$$

其中， $p$ 是气体的压强， $V$ 是气体的体积， $n$ 是气体分子的物质的量， $T$ 热力学温度。 $R$ 叫作**理想气体常数**， $R = 8.314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ，是跟气体分子的种类、质量以及系统的温度、压强、体积等都无关的常数。



理想气体状态方程适用于任何不发生化学反应的理想气体，跟气体分子的种类无关，完整地展示了分子的物质的量  $n$  确定的情况下，气体系统的压强  $p$ 、体积  $V$ 、温度  $T$  间的关系。

另外，气体的总质量  $m$ 、相对分子质量  $M$ 、了分子的物质的量  $n$  间总是满足关系  $n = \frac{m}{M}$ ，代入理想气体状态方程可得  $pV = \frac{m}{M}RT$ ，气体的密度  $\rho$  等于质量  $m$  除以体积的商  $V$ ，由此可得理想气体状态方程的另一种形式：

$$pM = \rho RT$$

该等式展示在气体的相对分子质量  $M$  确定的情况下（可以粗略地等价于气体种类确定），气体的压强  $p$ 、密度  $\rho$ 、温度  $T$  间的关系。

### 气体实验定律的微观解释

分子动理论可以很好地解释上述三个气体分子的实验定律。

对于波义尔定律，一定质量的气体系统，当温度保持不变时，分子的平均动能是定值，分子的平均速度和平均动量也都是定值。气体的体积越大，则空间内分子的密度越低，单位时间内受到气体分子碰撞的次数越少，感受到的压强越小。

对于盖-吕萨克定律，一定质量的气体系统，当气体的体积增大时，空间内分子的密度减小，若要保持单位时间内受到分子碰撞产生的冲量不变，则需分子的动量增大，同时分子的动能也增大，表现为系统的温度升高。

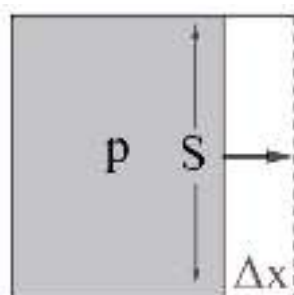
对于查理定律，一定质量的气体系统，当体积保持不变时，空间内分子的密度是定值，单位时间内发生碰撞的分子数量也是定值。系统的温度越高，则分子的平均动能越大，分子的平均速度和平均动量也都越大，受到的压强也就越大。

波义尔定律、盖-吕萨克定律、查理定律、理想气体状态方程都可以根据其模型假设，使用牛顿力学和统计学进行精确的数学推导。由于高中阶段尚未熟练掌握相关数学方法，暂不作要求，只需定性地理解其原理即可。

### 气体系统的变化与做功

虽然对系统的描述跟对物体不同，但是它们都跟用力（压强）、位移等概念有所联系，并且都在牛顿力学的基本框架下，因此气体系统的变化也可以用做功和能量变化来描述和分析。

若气体系统对容器壁的压强为  $p$ ，则对于面积为  $S$  的容器壁，气体对其的压力为  $F = pS$ 。如果容器的一侧是可移动的挡板，当气体系统的体积发生变化时，气体推动挡板做功。当挡板发生的位移为  $\Delta x$  时，气体系统推动挡板做功的大小为： $W = F\Delta x = pS\Delta x$ 。如下图所示。



气体对容器壁的压力始终向外，当气体膨胀体积增大时，容器壁向外移动，压力与位移的方向相同，**气体膨胀对外界做正功**，气体的内能减少，气体的内能对外做功转化为其他形式的能量。当气体的体积收缩减小时，容器壁向内移动，压力与位移的方向相反，**气体被压缩对外界做负功**，气体的内能增大，外界做功的能量转化为气体的内能。

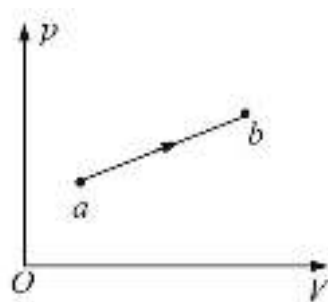
当系统发生等压变化时，压强  $p$  始终不变，则气体对挡板的压力  $F = pS$  为定值，气体膨胀或收缩做功的过程相当于恒力做功的过程，恒力做功的大小等于力与位移的乘积： $W = F\Delta x = pS\Delta x = p \cdot \Delta V$ 。若气体膨胀，则气体对外界做正功；若气体被压缩，则气体对外界做负功。

当系统发生等容变化时，体积  $V$  始终不变，则气体对容器壁的压力没有做功或做功为0。

当系统发生等温变化时，温度  $T$  始终不变，压强  $p$  与体积  $V$  的乘积为定值，气体膨胀或收缩做的功需使用微积分计算。

需注意，当系统发生等压变化或等容变化时，通常温度会发生变化，温度变化往往同时伴随着吸热或放热的过程，整体情况我们将在下一章学习。

**例 2** 如下图所示，一定量的理想气体从状态  $a$  变化到状态  $b$ ，其过程如下图中从  $a$  到  $b$  的直线所示，判断下列说法的正误。



1. 气体的压强和体积成正比。分析：题图为压强  $p$  与体积  $V$  的关系图，该变化过程  $p-V$  的是一条直线，压强和体积成正比。正确。

2. 从  $a$  到  $b$  气体温度保持不变。分析：根据理想气体状态方程  $pV = nRT$ ，从  $a$  到  $b$  等式左边的压强  $p$  和体积  $V$  都增大，等式右边的  $n$  和  $R$  是定值，那么温度  $T$  只能增大。错误。

3.状态 $a$ 时气体分子的平均动能小于状态 $b$ 时。分析：根据上一问的分析，从 $a$ 到 $b$ 气体的温度升高，分子的平均动能增大。正确。

4.从 $a$ 到 $b$ 气体的内能增加。分析：从 $a$ 到 $b$ 气体的温度升高，气体的平均动能增大。气体的分子动能远大于分子势能，可以近似认为内能等于动能，气体的内能增加。正确。

5.从 $a$ 到 $b$ 气体对外界做负功。分析：气体对外界的力总是向外的，从 $a$ 到 $b$ 气体的体积增大向外移动，力与位移的方向相同，气体对外界做正功。错误。

#### 四、固体

固体具有固定的体积和形状。固体分子间的距离较近，分子的体积比起分子间的距离不能忽略，分子间作用力对固体的性质起主要作用。

固体分子不像气体分子那样做无规则的随机运动，而是在固定的位置或非常小的范围内振动。分子间作用力将固体分子牢牢地固定在确定的位置上，并且往往还规定了各固体分子的朝向，因此固体有固定的体积和形状。

固体系统可以看作由大量固体分子组成的弹性系统，固体分子时刻做有规律的振动。振动的强弱在宏观上表现为固体温度的高低。振动越强烈，则固体的温度越高。

若固体分子振动的剧烈程度足够大，即固体的温度升高到一定程度，固体分子振动的能量使其能够脱离平衡位置，可以较自由地自由移动，于是固体熔化为液体或升华为气体。

#### 晶体和非晶体

按照固体分子的排列是否有序，可以将固体分为晶体和非晶体两类。分子高度有序排列的固体叫作**晶体**，分子无序排列的固体叫作**非晶体**。还有一种介于晶体和非晶体之间的排列方式，叫作**准晶体**。

利用实验鉴别晶体与非晶体的主要方法检测熔点。晶体有固定的熔点，非晶体没有固定的熔点。加热将固体融化成液体，晶体熔化为液体的过程中，温度升高到一定值时，晶体开始转变为液体，此时系统的温度不变，直到全部晶体都融化成为液体，该温度叫作该晶体的**熔点**。非晶体熔化的过程中，随着非晶体转变为液体，温度持续变化，不会出现温度不变且固液共存的阶段。

从微观结构上区分，晶体内部分子的有序排列主要表现为“重复”。即：沿任意方向观察晶体，都可以观察到晶体内部微观粒子的排列具有很强的周期性，是某个最小单元的不断重复。每间隔若干个周期，分子的排列完全相同。这种不断重复的构成晶体的最基本的几何单元叫作**晶胞**。晶体与与非晶体的本质区别在于非晶体没有这种不断重复的结构，因此称非晶体内部是无序的。

单个的晶体颗粒叫作**单晶体**，单晶体就是通常所说的晶体。由多个单晶体共同组成的晶体叫作**多晶体**。虽然每个单晶体内部都有序，但组成多晶体的单晶体的颗粒大小和形状各不相同，且单晶体间的衔接方式通常也与晶体内部不同，因此多晶体的有序性远低于单晶体。

晶体由于内部整齐排列，沿晶体内部的不同方向，其导热、导电、光学性质等物理性质往往各不相同，即：转动某个角度后，晶体的导热、导电、透光等物理性能会发生变化，称这种性质为**各向异性**，即“各方向性质相异”。就像一幢房间整齐的大楼，沿门、屋顶、墙角方向，声音、光等穿透传播的性质各不相同。

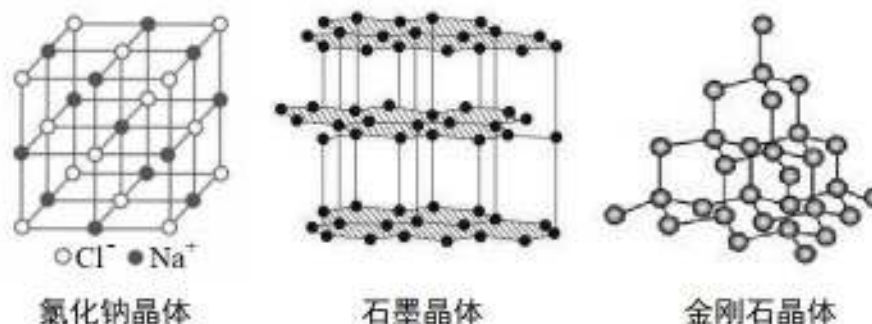
非晶体由于内部的分子杂乱无序，从统计学整体规律和实验检测结果表明，非晶体沿不同方向表现出的宏观性质都均匀且相同，称这种性质为**各向同性**，即“各方向性质相同”。多晶体可以看作是单晶体的无序排列，也表现为各向同性。

### 晶体的微观结构

物理学家通过实验检测和理论分析，用类似积木、小球的模型来描述晶体的微观结构。高中化学有专门的章节详细学习晶体的基本结构和性质，这里只作简单介绍。

晶体有很多种基本的结构类型，如网状、层状等。晶体内部分子间由多种相互作用方式，如通过很强的化学键结合的原子晶体、通过离子间的静电力结合的离子晶体、通过分子间微弱的相互作用力结合的分子晶体等。相同化学组成的物质也可以形成多种不同的分子，如碳单质有石墨、金刚石、碳-60 等多种晶体。

下面是几种典型晶体，请注意观察它们结构的有序性和不断重复的周期性，以及沿不同方向看过去，分子的排列方式相异的特点。



## 五、液体

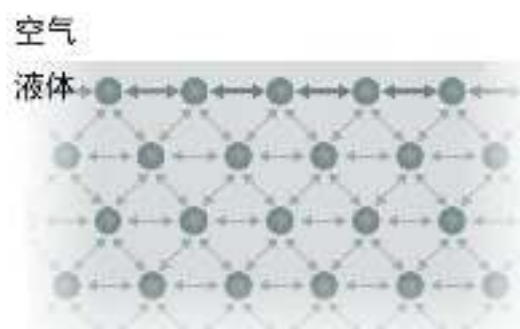
液体有固定的体积，没有固定的形状，可以自由流动。液体分子间的距离接近平衡距离，分子动能与分子势能的作用效果旗鼓相当。可以把液体看作介于固体和气体之间的聚集状态，有时把液体看作非常稠密的气体，有时把液体看作失去有序结构的固体。液体的性质和规律远比气体和固体复杂，高中阶段主要学习可用分子动理论简单解释的液体表面张力。

### 液体的表面张力

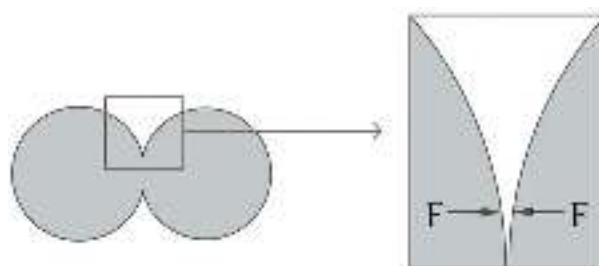
当两粒同种液体的小液滴相互接触后，会融合成为一滴较大的液滴。有的昆虫可以站立在水面上而不会沉下去。这些现象的原理都是液体的表面张力。根据分子动理论，液体分子间的距离在平衡距离附近，分子间的距离被拉大则表现为引力，被压缩则表现为斥力。

**液体内部**，液体分子较密集，每个液体分子的周围充满了其他液体分子，分子间的距离略小于平衡距离，分子间作用力略微表现为斥力。**液体表面**，液体分子较稀疏，每个液体分子只有侧面和液体一侧有其他液体分子，另一侧是空气分子（或其他种类的分子），液体分子间的距离略大于平衡距离，分子间作用力略微表现为引力。

表面的液体分子被其周围其他的表面的液体分子向四周吸引，且引力的方向与液体表面平行，使得液体表面像一张紧绷的网，液体表面大量的分子间引力的宏观表现是液体的表面**张力**，即让液体表面紧绷着张开的力，如下图所示。



在真空等没有外力作用的环境中，液体在表面张力的作用下都成为球形。当两粒液滴接触后，接触面附近两侧的液体分子间的引力把它们吸引到一起并逐渐融合，只要液体表面存在“缝隙”，就会立即在分子间引力的作用下“缝合”，最终成为一粒球形的液滴，如下图所示。



当昆虫站立在水面时，由于昆虫很轻且足部的接触面积足够大，昆虫足部附近的水分子不是被立即“切开”，而是像压在一张网的表面，液体表面的张力共同与昆虫受到的重力相平衡。

张力是根据力的作用效果命名的力。只要是物体或系统被拉开时，系统内部的结构单元间的力都可以叫作张力。例如，一根绳子被绷紧时，绳子内部各质点间互相拉住确保绳子不断开的力也是张力。

## 浸润和不浸润

浸润和不浸润现象也可以用分子间相互作用解释。

把一种液体滴在一种固体的表面，有时液体会聚集成滴，接触面的液体呈收缩的趋势，液滴表面与固体表面的夹角为锐角，该现象叫作液体与固体**不浸润**。例如把水滴在蜡版上是这种情况。

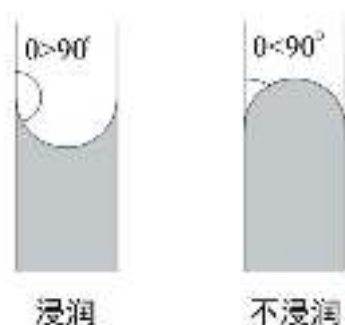
有时液体会在固体表面平摊开来，呈现吸附在固体表面的趋势，液滴表面与固体表面的夹角为钝角，该现象叫作液体与固体**浸润**。例如把水滴在玻璃板上是这种情况。

一种液体与一种固体浸润或不浸润的决定性因素是液体分子间的相互作用与液体分子与固体分子间的相互作用的相对大小。

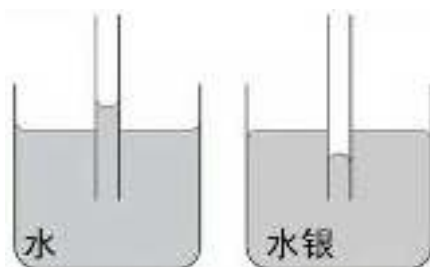
若液体分子间的引力大于液体分子与固体分子间的引力，则液体分子倾向于跟同类液体分子聚集在一起，疏远固体分子，从而聚集成滴，发生不浸润现象。

若液体分子间的引力小于液体分子与固体分子间的引力，则液体分子倾向于跟固体分子聚集在一起，疏远其类液体分子，从而在固体表面吸附并摊开来，发生浸润现象。发生浸润现象时，固体表面将液体拉开的力也属于张力。

根据浸润的原理，可以通过观察液体与固体的接触面的形状（夹角），判断一种液体与一种固体之间是否浸润，如下图所示。



**毛细现象**是对浸润现象的一种重要应用。对于一对浸润的液体和固体，用固体制作一根细管，把细管略微伸入液体中，在浸润现象的作用下，液体可以沿着细管壁上升到一定高度，最终达到使液体上升的张力与重力平衡的高度。管的内径越细，液体所能达到的高度越高。很多生物体和功能材料的内都有大量孔径很细小的管道，就是利用毛细现象汲取或运输水分。若液体与毛细管的材料不浸润，则毛细管中的液面将显著低于毛细管外，如下图所示。



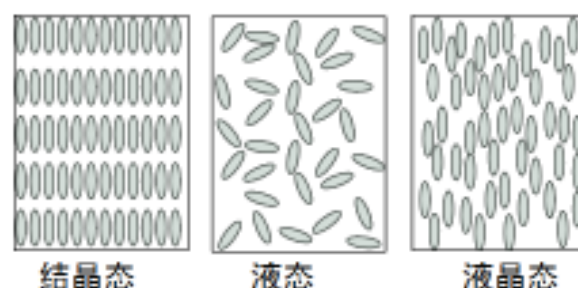


## 液晶

液晶是介于液态和固态之间的一种聚集状态，可以看作“液态的晶体”。通过调节温度、调节溶质浓度、改变通电状态等方式，可以转换液晶材料的状态，让液晶材料具有一些特殊的功能。

例如，一些液晶分子在温度较高时可以较自由地流动，表现出液体的性质。若降低温度到一定范围，液晶分子不再能自由移动且进行有序排列，表现出晶体的性质。若重新升高温度，则液晶分子可再次恢复到类似液体的状态。

液晶分子多为棒状分子，当液晶分子整体排列主要体现晶体的性质时，沿长短粗细不同的方向，其导电、透光等方面性质各不相同，即各向异性。当液晶分子可以较自由地流动主要体现液体的性质时，各向异性消失。液晶的这种可变性普遍用于制作满足复杂需求的光学器件、显示材料、导电材料等。



## 补充、物质聚集状态的变化

物体可以在气态、固态、液态之间相互转化，现在使用分子动理论简要解释描述物态变化的过程，加深对分子动理论的理解

## 汽化和液化

物质从气态变成液态的过程叫作**液化**，从液态变成气态的过程叫作**汽化**。液化是放热过程，汽化是吸热过程。

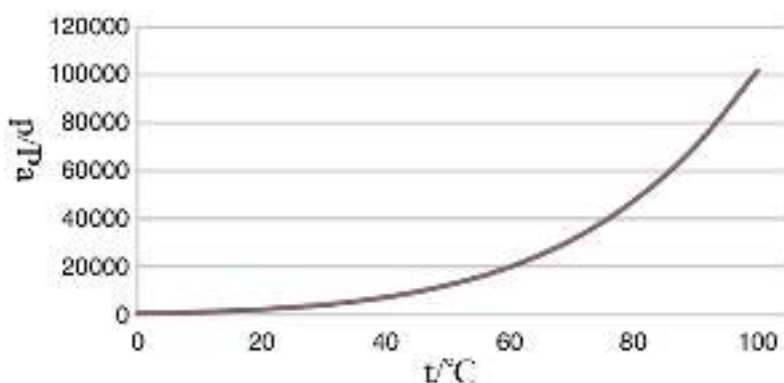
汽化有蒸发和沸腾两种方式。蒸发只发生在液体表面，任何温度下都会进行。沸腾在液体内部和表面都能进行，只有当液体的温度达到沸点上才能发生。

从分子层面解释描述液体蒸发和气体液化的过程。在液体表面，不断有液体分子脱离液体，进入空气成为气体分子，这就是蒸发的过程。蒸发的速度与温度有关，温度越高则液体分子的平均动能越大，越容易脱离液体进入空气中成为气体，蒸发的速度也就越快。例如，放一盆水，经过一段时间盆中水会全部蒸发为水蒸气，气温越高水蒸发得越快。

如果空气中有较多某种分子，当分子的密度突然升高或者温度突然降低时，气体分子会聚集成液体，这就是液化的过程。液化的速度与温度和气体的压强有关。温度越低，气体分子相遇后越容易相互结合聚集为液体。压强越大，分子相互遇到的可能性越大，也越容易聚集为液体。例如，在很潮湿的空气中，墙壁角落里经常有凝结成的小水滴。

蒸发与液化是一对相反的过程。如果蒸发的速度小于液化的速度，则液体越来越多，气体越来越少。如果蒸发的速度大于液化的速度，则液体越来越少，气体越来越多。直到两种过程达到平衡，分子从气态变为液态与从液态变为气态的速率相等，表现为宏观气体和液体的分子数不发生变化。这种与液体处于动态平衡的蒸汽叫作**饱和气**。对于每一种气体分子，在一定温度下，饱和气的压强是一定的，叫作**饱和气压**。

液体汽化成为气体的过程需吸收能量，吸收的能量与汽化的液体质量成正比，这个比值叫作**汽化热**。对于确定种类的液体，其汽化热是定值。温度越高，分子的平均动能越大，汽化速度越快，液化的速度越慢。要以更慢的液化速度与更快的汽化速率平衡，需要让气体分子有更大的相遇几率从而液化，气体分子需要更加密集有更密集，因此温度越高饱和气压越大。下图是水的饱和气压与温度的关系。



需注意，饱和气压指的是与液体分子相同种类的气体分子的分压，而不是所有气体分子的总的压强。例如，在100 kPa的大气压下，若氮气占分子总数的35%，氧气占15%，水蒸气占50%，则氮气、氧气、水蒸气的分压分别为35 kPa、15 kPa、50 kPa。

从分子间作用力与能量的角度，液体分子之间有类似弹簧弹力的分子间作用力，当液体分子要离开液体成为气体分子，需克服分子间的引力——即克服分子势能做功，因此需要吸收能量。

液体变为气体后，体积大大地增加。若外界环境有气压，则液体体积增大到气体体积需要克服外界气压做功，因此需要吸收能量。若没有外界的气压，液体将在真空中自由蒸发、气体将在真空中自由膨胀，系统的能量不对外做功，只是分子势能转化为分子动能。

**相对湿度**是衡量空气湿度的参数，其定义为水蒸气的实际压强  $p_{H_2O}$  除以该温度下水的饱和蒸气压  $p^\phi$  的商： $\frac{p_{H_2O}}{p^\phi}$ 。若空气中水蒸气的压强越接近该温度下的饱和蒸气压，则水蒸气越容易液化成为水滴，从而产生潮湿的感觉。根据相对湿



度的定义以及气体的饱和气压与温度的关系，当空气中水蒸气的气压一定时，温度越低，水的饱和蒸气压越低，湿度就越大。

### 熔化和凝固

物体从固态变成液态的过程叫作**熔化**，从液态变成固态的过程叫作**凝固**。熔化是吸热过程，凝固是放热过程。熔化和凝固也是一对相反的过程。通常主要研究晶体的熔化与凝固。

根据分子动理论，固体分子被固定在确定的位置不能自由移动，只能在极为有限的范围内振动，分子动能可以忽略不计。固体吸收热量熔化的过程中，固态分子获得了足够大的分子动能，从而能够挣脱束缚，成为可以移动的液态。

晶体熔化为液体的过程中，升温到熔点后温度保持不变，此时能量主要用于帮助固体分子挣脱束缚成为液体分子，而不是用于继续增加已经成为液体的分子的动能，直到所有晶体都熔化为液体，所有分子的平均动能才开始增加，温度才继续升高。

晶体升温到熔点后，吸收的热量与熔化的晶体质量成正比，热量与质量的比值叫作该晶体的**熔化热**。只有晶体才有熔化热，非晶体没有熔化热。每种晶体都有各自的熔化热，与晶体的结构、物质的种类有关。

凝固是熔化的逆过程，分子失去动能固定下来，同时释放热量。一定质量的一种物质，晶体熔化吸收的热量，与液体凝固为同种类型的晶体释放的热量相同。

### 升华和凝华

物质直接由固态变为气态的过程叫作**升华**，物质直接由气态变为固态的过程叫作**凝华**。升华和凝华也是一对相反的过程，通常主要研究晶体的升华与凝华。在一定条件下，一些固体可直接升华成为气体，一些气体可直接凝华成为固体。例如，碘晶体与碘蒸气之间在大气压和一定温度下可以发生升华和凝华的过程。

### 小结

本章主要学习热力学系统和温标的概念，从分子动理论的角度阐释气体、固体和液体的基本特点，以及物态变化时分子运动状态的变化和能量变化。需熟练掌握理想气体的变化规律，理解分子动理论对气体、固体和液体基本性质的解释，能准确地使用运动分子动理论中相应的模型假设解释一些宏观物质的具体性质。

## 第二十五章 热力学定律

我们学习力与运动时，将力与位移的向量内积定义为力做的功，并将物体因为运动或位于一定高度而具有的做功的能力叫作机械能。学习静电相互作用时，按照牛顿力学的原理定义了电势能和电流的能量。

我们学习分子动理论时，同样沿用了牛顿力学的基本理论描述分子的运动和分子间的相互作用，并将组成物体的全体分子的分子动能和分子势能之和称作物体的内能。物体的内能与温度有关，温度可以通过热量的传递而变化。做功、热量、内能间很可能存在紧密的联系。

实验发现，对系统做功和与系统传递热量都能改变系统的温度，并且这两种作用是等效的，即功与热这两个概念可以通过物理关系画上等号。进一步的理论研究和实验也得出了该结论，并概括总结为热力学的基本定律。

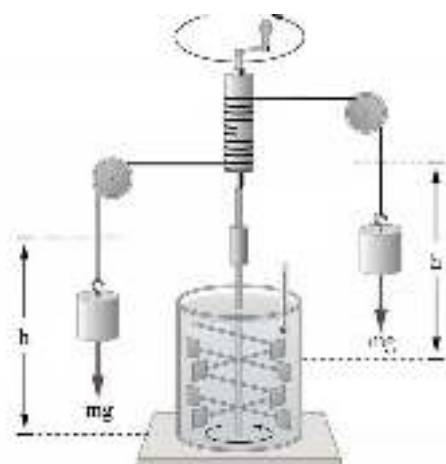
### 一、功、热和内能的改变

早期，物理学家普遍认为做功和传热是两种完全不同的过程，并长期将“热”当作一种实在的物质——“热质”，认为传热是热质的转移。英国物理学家焦耳通过实验证实：做功与传热对于改变物体的温度是等效的，从而将做功与传热紧密地联系起来奠定了基础。

#### 焦耳的实验

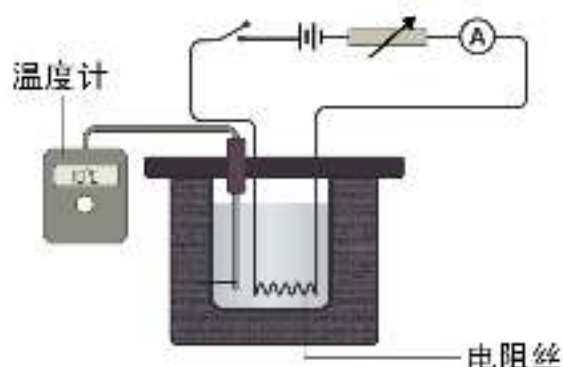
焦耳根据力学知识和电磁学知识，设计了两套精密的实验装置，将相同的能量分别用不同的方式对同一系统做功。

**装置 1：**用机械传送装置将重物从高处下落的重力势能转化为搅拌器转动的动能，搅拌容器中的水，通过摩擦生热让水的温度上升。为防止与外界发生热量交换，盛水的容器由绝热性能良好的材料制成，因此整个过程中只有重物的重力势能导致水温升高。由于该过程中系统与外界没有热量交换，因此叫作**绝热过程**。装置模型如下图所示。



利用该装置，可以根据重物的重量和下落的高度精确地调控重力势能的变化量，定量地计量重力势能变化与温度变化之间的关系。该装置有非常良好的隔热性能和极小的机械摩擦，能量损失可以忽略不计，可以认为重力势能都作用于容器中的水。

**装置 2:** 用发电机将重物从高处下落的重力势能转化为电能，电路的电阻丝浸没在水中，通过电流的热效应加热容器中的水。由于发电机发电过程中会有能量损耗，重力势能不能全部转化为电能，一般通过接通其他电源，通过控制电流、电阻、通电时间等方式精确地调节焦耳热的大小，装置模型如下图所示（图中将发电机简画为电源）。



实验结果表明，在绝热过程中，对于同一个系统，通过机械搅拌做功和通过电阻丝加热两种方式，系统温度升高的数值相等，表明系统发生了相同的变化。即：若系统从状态 1 变为状态 2，外界对系统做功的多少只由初始和终末状态所决定，与做功的具体方式无关。该规律与重力、万有引力、电场力对物体做功时，做功的大小与路径无关，只与物体的初始状态和终末状态有关类似。

装置对系统做功，主动做功的装置消耗能量，被做功的系统的某种能量增加，且在系统的其他状态参量不变的情况下，该能量与系统的温度成正比，这个能量叫作系统的内能。

我们学习分子动理论时，将系统的内能定义为分子动能和分子势能之和。由于分子的数量极为巨大，且分子的运动状态极其复杂难以测量，因此无法从分子运动的角度获知系统内能的大小。通过外界对系统做功的大小，可较容易地求得系统前后两个状态的内能的差值。

### 功与内能的改变

实验 1 表明，通过做功可以改变系统的内容，若系统初始状态的内能为  $U_1$ ，经过绝热过程外界对系统做功  $W$  后，系统的内能变为  $U_2$ ，则满足等式关系：

$$\Delta U = U_2 - U_1 = W$$

需注意各物理量的正负号，当系统的内能增加时， $U_2 > U_1$ ， $\Delta U > 0$ ，外界

对系统做正功， $W > 0$ 。当系统的内能减少时， $U_2 < U_1$ ， $\Delta U < 0$ ，外界对系统做负功， $W < 0$ 。

下图是空气压缩引火仪的照片。该装置通过压缩空气做功，增加筒内空气的内能，使其温度升高到燃点的温度，引起燃料自燃。



将已经压紧的压缩气体装置（如打气筒、注射器等）突然松开，筒内气体突然膨胀可以使周围空气降温，有时会观察到凝结出的小水滴。

### 热与内能的改变

除了通过做功，传递热量也可以改变容器中水的温度，即改变系统的内能。根据热平衡的基本规律，将一个系统与另一个温度不同的系统接触，且都与外界隔绝，两个系统之间可以传递热量，则最终这两个系统的温度将相等。即：热量的传递也能改变系统的状态。

若系统初始状态的内能为 $U_1$ ，另一个系统传递给它的热量 $Q$ 后，系统的内能变为 $U_2$ ，则满足等式关系：

$$\Delta U = U_2 - U_1 = Q$$

当系统的内能增加时， $U_2 > U_1$ ， $\Delta U > 0$ ，另一个系统传热给该系统，该系统吸热， $Q > 0$ 。当系统的内能减少时， $U_2 < U_1$ ， $\Delta U < 0$ ，另一个系统从该系统吸收热量，该系统放热， $Q < 0$ 。系统吸热时 $Q > 0$ ，系统放热时 $Q < 0$ 的书写规则跟化学反应的吸放热的书写规则相同。

综上，做功和传热都能改变系统的内容。做功主要是其他形式的能量（如机械能、电能、辐射能等）转化为系统的内能，传热则是一个系统的内能转移给另一个系统。

## 二、热力学第一定律

焦耳的实验表明，传热和做功一样，都是能量传递的方式，就像物体之间通过做功的方式传递机械能，物体之间也通过热量的方式传递内能。热量的单位与功和能量相同，基本单位是焦耳（J）。

### 热力学第一定律

根据焦耳的研究，对于只有外力做功、没有能量交换的系统，其内能的变化量等于外力对系统做的功 $\Delta U = W$ 。对于只有能量传递、没有其他力做功的系统，

其内能的变化量等于传递的能量  $\Delta U = Q$ 。综上，若一个系统既受到外力做功，又与外界有能量交换，那么其内能的变化量等于外力做功与外界传热的代数和：

$$\Delta U = Q + W$$

即：一个热力学系统的内能的变化量等于外界向它传递的热量与外界对它所做功的代数和，该定律叫作**热力学第一定律**。

### 热力学第一定律的应用

热力学第一定律描述了一个系统的内能的基本变化规律。若外界向系统传递能量  $Q$ ，则系统的内能增加  $Q$ 。若外界从系统吸收能量  $Q$ ，则系统的内能减少  $Q$ 。若外界对系统做功  $W$ ，则系统的内能增加  $W$ 。若外界对系统做负功  $-W$ ，则系统的内能减少  $|-W|$ 。利用热力学第一定律，可以定量地计算内燃机、电动机等机械装置做功的本领，为设计和制造各类机器设备提供基本的理论支撑。

**例 1** 在焦耳的研究之前，热量的单位是**卡路里**，简称**卡**，用符号  $\text{cal}$  表示。1  $\text{cal}$  的定义为：在 1 个大气压下，将 1  $\text{g}$  水的温度升高  $1^\circ\text{C}$  所需的热量，已知水的比热容是  $4.2 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ，利用传热和做功达到相同的令水升温的效果叫作**热功当量**，求热功当量的值，即 1  $\text{cal}$  等于多少焦耳？

解析：按照比热容的定义可求得将 1  $\text{g}$  水的温度升高  $1^\circ\text{C}$  所需的能量为：  
 $Q = 4.2 \times 1 \times 1 \text{ J} = 4.2 \text{ J}$ ，即热功当量为  $1 \text{ cal} = 4.2 \text{ J}$ 。

## 三、能量守恒定律

我们在牛顿力学部分学习了物体的机械能守恒定律，但仅在只有弹力和重力做功的条件下成立，不像动量守恒定律那样普遍适用。焦耳的实验证明热量传递与力做功等价，那么是否可以得到更加一般的能量守恒定律呢？答案是可以的。

### 探索能量守恒的足迹

**人类对能量的认识。**在研究小球等物体的力与运动时，我们对能量的定义为力与位移的矢量积，即力与沿力方向的位移的乘积。利用这个定义，我们得到了物体的动能和重力势能的表达式。

在库伦揭示了静电力的作用规律后，根据静电力做功的规律，利用跟重力势能相同的公式得出了电势能的表达式。

物理学家揭示了热现象的本质是分子的运动之后，针对分子势能可以忽略的气体系统，也利用分子的质量和速度，建立起了内能的表达式，其定义方式跟小球的动能相同，区别只是对于数量庞大的分子系统需使用统计学方法进行计算。

### 能量守恒观念的形成。

对于复杂系统，具体研究变化过程中的每个细节的工作量非常大甚至不可

能，利用“守恒”关系可以只研究两个状态间的宏观差异，而不需要掌握具体变化过程。

物理学研究宏观物体的机械运动时，机械能守恒在研究多个物体的运动状态变化时非常实用。化学研究发现，如果一个化学反应可以分成若干步骤，则每一步化学反应的吸放热的代数和等于总反应的吸放热，只要反应物和产物的种类、数量、状态确定了，那么反应的吸放热跟具体过程无关，于是只需研究得到的化学物质的种类、数量、状态就行。

科学家通过不断地用实验发现规律，并努力用牛顿力学的基本模型描述现象和解释规律，最终得到了非常普遍适用的能量守恒定律。

### 能量守恒定律

将热力学第一定律的研究对象从一个系统扩大到整个已知世界，（通常认为已知世界之外不存在其他的“外界环境”），在“已知世界”这个巨大的系统内，**能量既不会凭空产生，也不会凭空消失，只能从一种形式转化为另一种形式，或者从一个物体转移到另一个物体，在转移和转化的过程中，能量的总量保持不变**，该定律叫作**能量守恒定律**。

能量守恒定律是一条非常重要的基本规律。它表明在科学实验中，一旦发现实验前后能量不守恒，有多出或缺失的能量，则要么实验有失误，要么理论有“错误”。实验当中的“能量不守恒”现象对于一些新的物质和物理现象的发现起到了重要的启示作用。

需注意，热力学第一定律与能量守恒定律是两条不同的定律，热力学第一定律描述的是系统内能的变化规律，能量守恒定律描述的是更加一般的能量规律。

### 永动机不可能制成

能量守恒定律从理论上否定了“永动机”的可能。不需要任何动力或燃料，还能不断对外做功的装置叫作**第一类永动机**。第一类永动机显然违背了能量守恒定律，因此不可能制造出来。

**例 2** 风力发电机可以将风能（空气的动能）转化为电能。假设某理想风力发电机可以将风能全部转化为电能没有损失，叶片面积为 $120\text{ m}^2$ ，设空气密度为 $1.3\text{ kg/m}^3$ ，当风速为 $10\text{ m/s}$ 且垂直吹向叶片时，发电机的发电功率是多少？

解析：发电机的发电功率是单位时间内产生的电能，等于单位时间内撞击到叶片的空气的动能。由风速为 $10\text{ m/s}$ 、叶片面积为 $120\text{ m}^2$ 可得单位时间内撞击到叶片上的空气的体积为： $120 \times 10\text{ m}^3/\text{s} = 1200\text{ m}^3/\text{s}$ ，则单位时间内撞击到叶片上的空气的质量为： $1200 \times 1.3\text{ kg/s} = 1560\text{ kg/s}$ ，单位时间内撞击到叶片上的空气的动能为： $\frac{1}{2} \times 1560 \times 10^2\text{ J/s} = 78000\text{ J/s}$ ，这就是发电的功率： $78000\text{ W}$ 。

### 补充、内能的模型和计量

从分子动理论的角度，简要了解系统的内能的基本模型。

系统的内能等于所有分子动能和分子势能之和。其中，分子动能与分子的速度有关，可以根据分子的质量和压强计算。分子势能与分子间的距离有关，难以精确求得。

由于温度是分子热运动剧烈运动的标志，因此分子动能与热力学温度有关。由于分子间的距离宏观表现为系统的体积，因此分子势能与体积有关。综上，系统的内能与系统的热力学温度和体积有关，于是系统的内能可以由热力学温度和体积这两个较容易测得的物理量共同表示，内能  $U$  可以看作由热力学温度  $T$  和体积  $V$  表示的状态函数，即  $U = f(T, V)$ ，这个函数的对应关系可以利用测量得到的数据和与之匹配的数学模型表示。

除了内能  $U$ ，还有很多其他描述系统状态的状态参量，例如焓  $H$ 、熵  $S$ 、吉布斯自由能  $G$  等，每一种状态参量都有其宜于使用的情形。

## 四、热力学第二定律

热力学第一定律描述的是能量传递和转化过程中“量”的变化规律。能量在传递和转化过程中还遵循一定的“方向”，热力学第二定律描述的就是关于能量传递和转化的方向的规律。

### 热力学第二定律

热平衡现象中，让温度为  $T_A$  的系统 A 和温度为  $T_B$  ( $T_A > T_B$ ) 的系统 B 相接触，则温度较高的系统 A 会自发地传递热量给温度较低的系统 B，最终两个系统达到相同的温度  $T'$ ，达到热平衡状态。

反之，若系统 A 和系统 B 原本温度相同都为  $T'$ ，则它们相互接触后温度依然不变，而不会自发地进行上述过程的逆过程——系统 B 把热量传递系统 A，分别变为温度较高的  $T_A$  和温度较低的  $T_B$ 。

若要把已经达到热平衡温度  $T'$  的系统 A 和 B 恢复到各自原来的温度  $T_A$  和  $T_B$ ，就必须另外引入新的系统，通过做功的方式实现这种变化，且必然对新引入的系统产生影响。例如，使用空调 C 让系统 A 升温、让系统 B 降温，该过程中空调 C 须消耗额外的电能。

如果只有 A、B 两个系统而不引入其他系统，例如不提供空调 C。或者虽然引入其他系统但是对其不产生影响，例如提供了空调 C，但是不提供电能，则仍然无法实现上述过程。

### 热力学第二定律的克劳修斯表述。

综上，不同温度的系统之间的热量传递是单向的，只能由较高温度的系统传



递给较低温度的系统，**不能把热量从低温物体传到高温物体而不引起其他变化**。该规律叫作**热力学第二定律**，由德国物理学家克劳修斯提出，也叫作热力学第二定律的克劳修斯表述。热力学第二定律还有其他表述方式，不同表述方式的实质都相同，只是侧重的角度不同。

像系统之间的热量传递这样，在不引起其他变化的情况下，只能自发地朝一个方向进行，不能自发地朝反方向进行的过程叫作**不可逆过程**。反之，若一个过程既可以自发地朝一个过程进行，也可以自发地朝反方向进行，这样的过程叫作**可逆过程**。

从严格的热力学角度判断，自然界中的一切过程都是不可逆过程。例如，在没有容器和外界压强限制的情况下，气体会自发膨胀，而不会自发收缩。将溶质加入可将其溶解的溶剂当中，溶质会自发扩散，最终成为处处浓度相等的均匀溶液，而不会自发成为一些部分浓度较高、另一些部分浓度较低的不均匀溶液。大量氢气和氧气混合会自发地燃烧或缓慢氧化成为大量的水并释放能量，大量的水不会自发地分解成为大量的氢气和氧气。

通常所说的不可逆过程和可逆过程一般不是严格的热力学上的不可逆过程和可逆过程，而是额外施加其他作用后能否逆向进行的过程。例如化学中的可逆反应，就是通过改变温度、压强等条件，使化学反应既可以正向进行，又可以逆向进行。但是如果固定温度、压强等条件不变，则同一个系统中的化学反应只能超一个方向进行并达到其“终点”。

### 热力学第二定律的开尔文表述。

热力学第二定律对机械装置的设计制造也起到非常重要的理论指导作用。

热机是一种利用燃料燃烧做功的机械，蒸汽机、汽油或柴油发动机都是典型的热机。热机的基本原理为：燃料燃烧将化学能转化热能，令热机内气体的温度升高，体积膨胀。膨胀后的气体推动活塞运动，对外做功，将内能转化为机械能。热机内的高压气体排出后，导致热机内压强减小，再带动活塞回到原位。如此往复做功。下图是热机做功的大致过程。将热机的活塞与传动装置相连接，就可令其按照想要的方式做功，例如推动轮轴旋转。





热机燃烧燃料做功，总是会通过热量耗散、气体逸散、摩擦生热等方式消耗能量，使得燃料燃烧所释放的热量不能全部用于做功。热机效率 $\eta$ 的定义为：热机输出的机械功 $W$ 与燃烧产生热量 $Q$ 的比值：

$$\eta = \frac{W}{Q}$$

工程师们努力尝试提高热机效率以增加能源的利用率，希望可以制造出把全部热量都用来做功，达到 $\eta=100\%$ 的热机。

然而，开尔文根据热力学第二定律，对热机的工作过程所经历的热过程进行分析后，得出热力学第二定律的开尔文表述：**不可能从单一热库吸收热量，使之完全变成功，而不产生其他影响。**即：热机的效率不可能达到100%

如果一台装置能够从单一热源吸收热量并把热量全部变为有用功而不引起其他变化，这样的装置叫作**第二类永动机**。根据热力学第二定律，第二类永动机不可能实现。

假设有一台第二类永动机，能够把吸收的热量全部用来做功。现在用这台热机从温度为 $T_1$ 的低温系统甲吸收热量 $Q$ ，并将其全部转化为做功输出 $W=Q$ ，做的功全部用来加热另一个温度为 $T_2$ （ $T_2 > T_1$ ）的较高温的系统乙。这样一来，相当于低温系统甲把热量传递给高温系统乙而不引起其他变化，违背了热力学第二定律，因此第二类永动机不可能实现。

### 能源是有限的

根据热力学第二定律，人类生产生活所利用的能量，最终都转化为内能耗散掉，无法进一步利用。因此虽然能量可以不断地转化和传递，但是真正能够被人类有效利用的能源是有限的。

**例3** 判断下列叙述是否违背热力学第一定律或第二定律。

（1）汽车通过燃烧汽油获得动力并向空气中散热。分析：汽油燃烧将化学能转化为内能，一部分内能推动发动机做功，一部分内能成为热量耗散，且能量最终变为内能，不违背热力学定律。

（2）冷水倒入保温杯后，冷水和杯子的温度都变得更低。分析：冷水倒入保温杯后，应当冷水温度略微升高，杯子的温度降低。二者温度都降低，相当于能量凭空消失，违背热力学第一定律。

（3）某新型热机工作时将从高温热源吸收的热量全部转化为功，而不产生其他影响。分析：这是典型的第二类永动机，能量没有凭空产生或消失，不违背热力学第一定律，但热量全部转化为做功，违背了热力学第二定律。

（4）冰箱的制冷机工作时从箱内低温环境中提取热量散发到温度较高的室内。冰箱工作时需要额外消耗电能，引起了其他变化，不违背热力学定律。

### 拓展知识一、热力学第二定律的微观解释（熵与熵增加原理）

现在简要介绍热力学第二定律的微观解释，先简单了解混乱度和熵的概念。

举一个生活中对有序和混乱的直观认识的例子：假设小组里有6位同学，如果全体同学都坐在各自的座位上，则称这间教室很有秩序。如果有的同学聚集在一起，有的同学离得很远，有的同学站在椅子上，有的同学坐在讲桌上，则称这间教室无序或混乱。如果全组同学任意地坐在座位上，至少大家都是坐着的，虽然比按座位坐好更混乱，但至少比随意扎堆更有序。

用统计物理的语言表述，一眼看过去整个教室的情况叫作**宏观态**，全组每位同学的具体位置叫作**微观态**。微观态可能的情况数越多，则宏观态显得越无序。微观态的可能的情况越少，则宏观态显得越有序。

上面教室例子中，如果同学们全都坐在各自的座位上，则微观态只有1种可能，即大家各自坐好，这是最有序的情况。如果同学们都坐在座位上，但是没按照座位坐，则微观态有720种可能，比按座位就坐的可能多。如果把6个座位、1个讲台、6张课桌、2个门、1条走廊、1个卫生角、1个图书角都纳入考虑，并且每个位置可以挤下多名同学，则微观状态有2985984种可能。如果把教室的每个角落都看作一个独立的位置，则微观状态数更是数不胜数，将是极其混乱的情况。以上就是微观态的种类数与宏观态的有序程度间的关系。

以气体膨胀为例，假设有4个气体分子A、B、C、D装在玻璃箱的半边，中间用挡板隔开。取下挡板后，气体将充满整个玻璃箱。气体分子可以在玻璃箱中自由移动，则气体分子的分布情况共有5种情况，如下表所示：

都在左边		都在右边		左一右三		左三右一		左右各二	
ABCD			ABCD	A	BCD	BCD	A	AB	CD
				B	ACD	ACD	B	AC	BD
				C	ABD	ABD	C	AD	BC
				D	ABC	ABC	D	CD	AB
								BD	AC
								BC	AD

根据上表，“左右各二”对应的微观态的种类数最多，该情况的有序度最低，“都在左边”和“都在右边”对应的微观态种类最少，有序度最高。

根据日常经验和实验验证，气体最可能自发地均匀分布在玻璃箱中，不会自发地全部聚集在容器的一侧导致另一侧真空。气体分子的数量越大，“均匀分布”的微观态数越远多于“都在一边”，通常系统所含的分子数量极其巨大。

实验发现，一切自发的热力学过程都是从有序度高的状态变为有序度低的状态，也可以表述为从微观态种类数少的状态变为微观态种类数多的状态。即：一切自发过程总是沿着分子热运动的无序性增大的方向进行。这是奥地利物理学家玻尔兹曼对热力学第二定律的表述。

物理学中使用**熵**这一概念定量地计量系统的无序程度，也叫作混乱度。熵一般用符号  $S$  表示，单位为焦耳每开尔文 ( $\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$ )。若一个系统的微观状态的种类数为  $\Omega$ ，则系统的熵为：

$$S = k \ln \Omega$$

其中， $k$  叫作**玻尔兹曼常数**，其值为  $k = 1.380649 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ 。 $\Omega$  为系统的微观状态数，没有单位，一般通过统计学方法计算得到，若情况较简单也可以逐个列举计数。

根据熵的定义式，系统微观态的种类数  $\Omega$  越多，则熵的值  $S$  越大，表明系统的混乱度越高，因此熵是衡量系统混乱度大小的参数。

根据玻尔兹曼对热力学第二定律的表述，热力学第二定律也可以表述为熵增原理：**在任何自然过程中，一个孤立系统的总熵不会减小**。孤立系统是与外界没有任何物质或能量交流的系统。

经数学计算可得，两个温度不同的系统 A 和 B 的熵值之和，小于它们达到热平衡后的熵值之和。熵增原理从数学上将热力学第二定律所描述的宏观现象和微观解释统一了起来。

## 拓展知识二、热力学第三定律和热力学第零定律

热力学第一定律和热力学第二定律分别表述了能量传递和转化的量和方向，在此基础上，物理学家还提出了热力学第三定律和热力学第零定律。

**热力学第三定律**由德国物理学家能斯特总结提出，其内容为：**绝对零度不可能达到**。也可以表述为：**不可能通过有限的过程把一个物体冷却到绝对零度**。热力学第三定律的数学证明较复杂。

物理学家根据理想气体状态方程推断出绝对零度的存在，并提出当  $T = 0 \text{ K}$  时，分子动能为  $0 \text{ J}$ ，系统的内能达到最小值。为从实验上验证该理论，经过物理学家的不懈努力，不断地获得越来越接近绝对零度的温度，目前实验室获得的最低温度为  $10^{-11} \text{ K}$  量级。温度越低，进一步制冷的难度也急剧加大，始终无法达到真正意义上的  $0 \text{ K}$ 。

**热力学第零定律**就是热平衡定律，即：若两个系统分别与第三个系统处于热平衡，则这两个系统之间也处于热平衡。

热平衡定律是最早就被发现并广泛应用的定律，热力学第一、第二、第三定律的发现和论证都建立在热平衡定律的基础上。由于物理学家在系统地总结出三大热力学定律后，才认识到热平衡定律的重要性，然而“一”“二”“三”都已经被占用。为了体现热平衡定律的重要性和基础性，因此将其排在最前，命名为热力学第零定律。

### 小结

本章主要学习热力学第一定律、热力学第二定律、能量守恒定律。需注重理解根据焦耳实验和热平衡现象分析总结出热力学第一和第二定律的过程，理解第一类和第二类永动机不可能实现的原因，能利用热力学定律分析和解释具体现象，并对熵的概念有所了解。

## 第二十六章 原子结构和波粒二象性

在我们已经学习的力与运动、电磁学、热力学等物理学分支中，牛顿力学都是非常重要的基本理论。然而随着对微观粒子间相互作用的研究逐渐深入，发现了越来越多用牛顿力学难以解释的现象，甚至理论推导的结果中出现了矛盾。

最典型的光究竟是“光子”还是“光波”的争论，我们用两套不同的理论描述和分析粒子与波，光的直线传播主要把光当作运动的粒子，光的干涉、衍射和色散等则主要把光当作波。

普朗克、爱因斯坦、德布罗意等物理学家根据实验现象和结果，借助当时最新的数学工具，大胆地提出了与牛顿力学完全不同的物理理论框架，并很好地解释了牛顿力学理论难以解释的现象，还成功地预测了实验结果。

微观粒子间的作用方式遵循与宏观世界截然不同的规律，无法借助日常生活经验直观地感受和想象，主要通过逻辑思辨和数学计算进行分析推理，学习过程中需注重理解数学模型与实验现象之间的对应关系。

### 一、普朗克黑体辐射理论

牛顿力学中，通常把能量等物理量都当作可以无限分割的连续量进行数学处理。根据计算需要，能量可以为任意小的值。然而，在研究黑体辐射时，这种计算方式推出的理论公式无法与实验结果相符。普朗克大胆地提出光的能量具有不可继续分割的最小单位，将其命名为“光量子”，认为光的能量只能是光量子能量的整数倍。光量子的理论很好地解释了黑体辐射的规律。

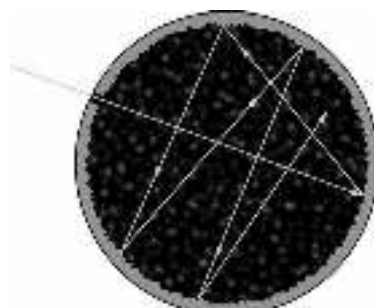
#### 黑体与黑体辐射

我们在初中物理学习了热量传递的三种方式：热传导、热对流、热辐射，其中热辐射是一切有温度的物体都具有的现象。实验发现，物体辐射出的电磁波与物体的温度有关，因此叫作**热辐射**。

物体在低温状态下散发的热辐射波长较长且能量较低，不容易被感知。随着温度升高，物体散发的热辐射的波长越来越短且能量越来越高。例如，在温度较低的冰块旁难以感受到来自冰块的热辐射，在温度很高的火堆旁能明显地感受到来自火堆的热辐射。

除了发出热辐射以外，物体表面也能吸收和反射电磁波。例如日常生活中所见到的物体的各种颜色就是它们反射的可见光的颜色。有的物体吸收电磁波的能力很强，只反射极少量的电磁波，颜色显黑色。若某物体能100%地吸收照射到它表面的电磁波而不发生任何反射，同时也不会被任何电磁波穿透，这样的物体叫作**绝对黑体**，简称**黑体**。

由于现实中不存在严格符合黑体定义的材料，因此使用一个巧妙的方法制造出非常接近黑体性质的人造黑体：在空腔的壁上开一个很小的孔，则小孔附近相当于一个黑体。任何电磁波进入小孔后，将在空腔内部来回反射，“恰好”从小孔处再反射出空腔的概率几乎为零，相当于是一个黑体，如下图所示。

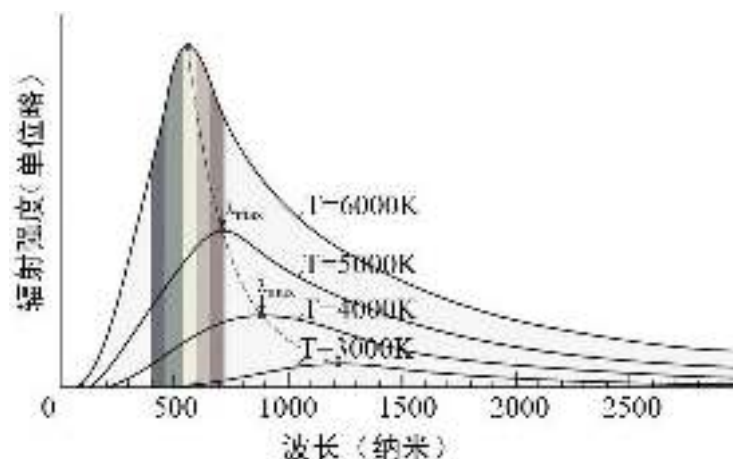


黑体虽然不反射电磁波，但黑体仍是一种有温度的物体，仍会以热辐射的形式发射电磁波，黑体发射的电磁波叫作**黑体辐射**。

热辐射在天文学研究天体的温度、化学成分，以及冶金、金属加工等生产工艺中有非常重要的应用。由于黑体不反射电磁波，因此黑体辐射只与黑体的温度有关，与其材料、形状、外部环境等因素都无关，是研究热辐射的理想对象。

### 黑体辐射的实验规律

物理学家通过实验测得了不同温度下黑体辐射中各波长的强度，如下图所示，横坐标为黑体辐射中电磁波的波长，纵坐标为电磁波的强度。



从图中可以读出，温度越高，则曲线整体越偏左，即较短波长（较高能量）的电磁波的强度越高，同时强度最大的电磁波的波长越短。

物理学家对黑体辐射规律的解释为：组成黑体的带电微粒做永不停歇的振动，产生变化的电磁场并向空间传播，从而形成电磁辐射。

当物理学家试图使用数学公式定量地描述黑体辐射中各波长的电磁波的强度与黑体的温度之间的数量关系时，发现没有理论能准确且全面地匹配。

德国物理学家维恩推出的维恩公式只适用于短波区的电磁波的变化规律。英国物理学家瑞利推出的瑞利公式只适用于长波区的电磁波的变化规律。特别是在

波长位于紫外区域附近时,瑞利公式计算得到的辐射强度变为无穷大,严重背离实验事实,被称作**紫外灾难**。

### 能量子

为了解决黑体辐射理论的紫外灾难谬论,用更符合实际的理论解释黑体辐射中各波长的电磁波的强度的分布与温度之间的关系,德国物理学家普朗克提出了“能量子”的概念。

普朗克认为,振动的带电微粒所具有的能量不是连续的,而是某一个不可再分割的最小能量值 $\varepsilon$ (念作“埃普西隆”)的整数倍: $\varepsilon$ 、 $2\varepsilon$ 、 $3\varepsilon$ ……该不可再分割的最小能量值 $\varepsilon$ 叫作**能量子**,能量子 $\varepsilon$ 的值为:

$$\varepsilon = h\nu$$

其中, $\nu$ (念作“纽”)是电磁波的频率,基本单位是赫兹(Hz),即每秒( $s^{-1}$ )。 $h$ 叫作**普朗克常量**,其值为 $6.62607015 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ 。能量子 $\varepsilon$ 的单位与能量相同,是焦耳(J)。

按照普朗克的能量子理论,把黑体辐射的能量看作若干最小单元 $\varepsilon$ 累加进行计算,得到的结果与实验测定的结果相符。

按照牛顿力学中连续的计算方式,能量可以根据计算需要无限分割,无论多小的能量都能得到,但是在研究微观粒子的物理规律时,这种连续的计算方式无法与实验现象相一致。实际上能量具有最小单位,就像电荷量的最小单位是元电荷,能量的最小单位是能量子。

对于微观粒子,常用的能量单位是**电子伏特**,符号为eV,表示电荷量为一个元电荷的粒子在电势为1V时的电势能,由定义可得 $1 \text{ eV} \approx 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$ 。表示微观粒子的能量时,电子伏特是非常方便的单位。

**例 1** 一台激光设备发射激光的波长为 $\lambda = 6.6 \times 10^{-7} \text{ m}$ ,每个激光脉冲的能量为 $E = 1.5 \times 10^{-2} \text{ J}$ ,求每个脉冲中光子的数目,普朗克常量取 $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ ,光速取 $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ 。)

解析:根据光量子的能量与频率的关系 $\varepsilon = h\nu$ 和频率与波长的关系 $\nu = \frac{c}{\lambda}$ 可

得该激光的光量子的能量为: $\varepsilon = h \frac{c}{\lambda} = 6.6 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{6.6 \times 10^{-7}} \text{ J} = 3 \times 10^{-19} \text{ J}$ ,又因

为每个激光脉冲的能量为 $E = 1.5 \times 10^{-2} \text{ J}$ ,因此每个脉冲中光子的数目为:

$$n = \frac{E}{\varepsilon} = \frac{1.5 \times 10^{-2}}{3 \times 10^{-19}} = 5 \times 10^{16}。$$

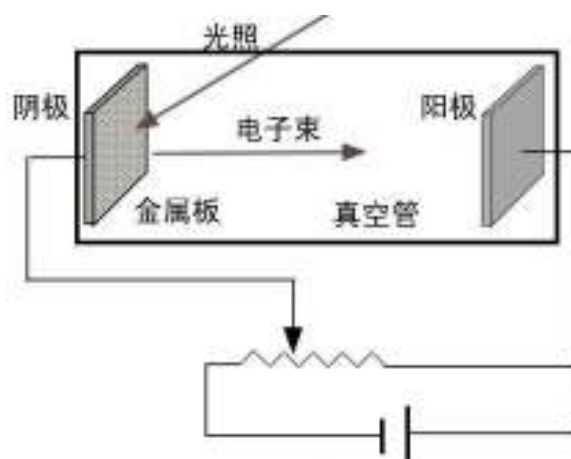
## 二、光电效应

光的干涉、衍射和色散等现象都能用波的理论解释，光的反射和折射也可以用波的知识解释，几乎可以确定光是一种波。然而，在研究光电效应时，波的理论无法合理地解释有关现象，用粒子的性质反而更容易解释。

### 光电效应的实验规律

实验发现，当光照射在金属表面时，能使金属中的电子从金属表面逸出，逃离金属，这种现象叫作**光电效应**，由光从金属当中激发出来的电子叫作**光电子**。

利用下图中的电路可以研究光照与产生的光电子的数量、能量间的关系。电路中连有封装在真空中的两个电极，阴极受到光照后发射出光电子，在两极间电势差的作用下，光电子从电势较低的阴极移动到电势较高的阳极，产生光电流。移动滑动变阻器可调节两极板间的电压，根据电流计示数的大小可以得知单位时间内从阴极移动到阳极的光电子的数量，即单位时间内激发出的光电子的数量。



实验发现，光电效应有如下重要的规律以及得出的一些初步结论。

**规律 1：存在截止频率，截止频率只与光的频率有关，与光的强度无关。**

当入射光的频率减小到某一数值 $\nu_c$ 或更小时，无论光照强度如何，光电流都彻底消失，不产生光电子，表明没有发生光电效应。恰好不产生光电子的入射光的频率 $\nu_c$ 叫作**截止频率**。实验表明，不同金属的截止频率各不相同。

**规律 2：存在饱和电流，光照越强饱和电流越大。**

在光照的波长和强度都不变的条件下，增大两个电极之间的电压，电流计示数增大，表明光电流随电压增大而增大。当电压增大到一定值之后，电流不再增大，该光照条件下电流能达到的最大值叫作**饱和电流**。

饱和电流的存在表明：在一定的光照条件下，单位时间内产生的光电子的数量是一定的。当达到饱和电流后，单位时间内产生的光电子全都立即从阴极移动到阳极，因此即使继续增大电压，单位时间内也不再有更多光电子从阴极移动到阳极，电流不再增大。



此外，在光的波长不变的条件下，若增大入射光的强度，则饱和电流会随之增大，表明单位时间内发射的光电子的数量随光照强度的增大而增多。

**规律 3：存在遏止电压，遏止电压只与光的频率有关，与光的强度无关。**

当两个电极之间的电压  $U=0$  时，若光电子没有初始动能，则光电子不能作定向移动，电流应当也为 0。然而实际情况中，当电压  $U=0$  时，仍有电流通过电流计，即： $I \neq 0$ 。

只有当两个电极间施加反向的电压  $U_c$ ，让发射光电子的阴极的电势高于接收光电子的阳极时，才能使电流  $I=0$ ，此时的反向电压  $U_c$  叫作**遏止电压**。

电压  $U=0$  时电流  $I \neq 0$ ，表明光电子具有一定的初速度，不需要额外施加电压就能依靠自己的初速度从阴极运动到阳极，产生光电流。若要让光电子“停留”在阴极，须提供反向的遏止电压与光电子的初始动能相抵消。

根据能量守恒定律，当光电子在遏止电压下的电势能刚好与其初始动能相抵消时，即  $\frac{1}{2}m_e v_c^2 = eU_c$  时，光电子不发生运动。其中， $m_e$  是电子的质量， $v_c$  是光电子的初速度， $e$  是电子的电荷量， $U_c$  是遏止电压的大小。

此外，对于一定频率（波长）的光，无论光照强度如何，遏止电压都相同。改变入射光的频率，遏止电压发生改变，表明光电子的能量只与入射光的频率有关，与光照强度无关。

**规律 4：光电效应具有瞬时性。**

只要入射光的频率大于截止频率，无论光照强度多弱，总是在照射到金属的瞬间产生光电流，光电效应不存在“待积攒足够能量后再释放电子”的过程。

**光电效应经典解释中的疑难**

牛顿力学和电磁波等经典理论认为，金属中的电子之所以不会自由逸出，是由于金属原子对电子有束缚作用，电子需具有足够高的能量才能克服原子的束缚作用逃逸出金属表面，让电子逸出金属表面所需的最小能量叫作**逸出功**。

只有当电子吸收的能量与电子自身热运动的能量之和大于等于逸出功时，电子才能克服原子的束缚作用，逃逸出金属表面。逸出功的概念与化学的电离能较相似，二者略有区别，逸出功的理论已被当时的实验验证。

然而，按照逸出功的理论模型，把光当作连续的电磁波分析解释光电效应的规律，则将导出一些矛盾的结论。

**矛盾 1：遏止电压与光照强度无关。**

若光以电磁波的形式向金属传递能量，则应当光照强度越高，金属吸收的能量越多，光电子的动能越大，阻止光电子移动所需的遏止电压应当越大。然而规律 3 表明遏止电压与入射光的强度无关，只与频率有关。该结论与规律 3 矛盾。

**矛盾 2: 存在截止频率。**

若光以电磁波的形式向金属传递能量, 则无论光波的频率多低, 只要光照的强度足够强, 总会有足够的能量传递给金属, 产生光电子, 因此不应存在截止频率。然而规律 1 表明, 无论光照多强, 只要光波的频率低于截止频率, 就不发生光电效应。该结论与规律 1 矛盾,

**矛盾 3: 光电效应是瞬间发生的。**

按照经典理论, 当光照强度很弱时, 电子需较长时间才能积累逸出的所需的足够能量。然而规律表明, 光电效应具有瞬时性。该现象与规律 4 矛盾。

此外, 遏止电压  $U_c$  与光波的频率  $\nu$  间的直接对应关系也无法用电磁波理论解释。

**爱因斯坦的光电效应理论**

由于光的电磁波理论与实验结果间充满矛盾, 爱因斯坦在普朗克提出的能量子的理论基础上更进一步提出: 电磁波不仅在辐射能量时不连续, 电磁波本身就不连续, 电磁波(光波)本身就是由一个又一个不连续的能量子组成。频率为  $\nu$  的光的能量子为  $h\nu$  ( $h$  为普朗克常量), 称为**光子**。按照爱因斯坦的理论, 逸出功  $W_0$ 、光子的能量  $h\nu$ 、光电子的初动能  $E_k$  之间满足关系:

$$h\nu = E_k + W_0$$

该方程叫作**爱因斯坦光电效应方程**。其含义为: 一个电子吸收一个光子的能量  $h\nu$  获得动能, 其中一部分能量用于克服逸出功  $W_0$ , 其余的能量为逸出后的光电子的初动能  $E_k$ , 同时也是光电子的最大初动能  $E_k = \frac{1}{2} m_e v^2$ 。

爱因斯坦的光子理论和光电效应方程很好地解释了光电效应的现象和规律。

**规律 1: 截止频率只与光的频率有关, 与光的强度无关。**

由于一个电子只吸收一个光子的能量, 且光子的能量为  $h\nu$ , 因此截止频率只与光的频率有关, 而与光的强度无关。

只有当光子的频率大于等于遏止频率时, 电子吸收光子的能量后才具有足够的能量逸出, 临界条件为  $h\nu = W_0$ , 因此  $\nu = \frac{W_0}{h}$  就是该金属的截止频率。

若光子的频率低于截止频率, 则无论如何增加光的强度, 一个电子吸收一个光子的能量后, 无法获得足够的能量来克服逸出功。

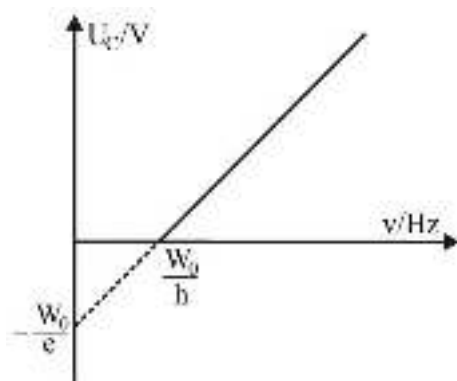
**规律 2: 光照越强饱和电流越大。**

对于一定波长的光, 若光照越强, 则单位时间内到达金属的光子的数量越多。由于一个电子吸收一个光子的能量, 因此到达金属的光子越多, 单位时间内逸出的电子数量越多, 则光照越强饱和电流越大。

**规律 3：遏止电压只与光的频率有关，与光的强度无关。**

根据遏止电压与光电子的初动能之间的关系  $\frac{1}{2}m_e v_c^2 = eU_c$ ，遏止电压与元电荷的乘积等于光电子的初动能。根据爱因斯坦光电效应方程  $h\nu = E_k + W_0$ ，光电子的初动能等于光子的能量减去逸出功的差值  $E_k = h\nu - W_0$ ，结合上述两组关系可得： $U_c = \frac{h\nu - W_0}{e}$ ，化为  $U_c$  为  $\nu$  的一次函数的形式为： $U_c = \frac{h}{e}\nu - \frac{W_0}{e}$ 。

所使用的金属的逸出功  $W_0$  是定值，普朗克常量  $h$  和元电荷  $e$  也都是常量，因此遏止电压  $U_c$  只与入射光的频率  $\nu$  有关，且呈线性关系。下图是实验测得的某金属的遏止电压与入射光频率间的关系：



**规律 4：光电效应具有瞬时性。**

一个电子直接吸收一个光子的全部能量，不经过其他过程或途径积累、传递、转化能量，几乎瞬间产生光电子和光电流。

美国物理学家密立根用实验精准地测量得到了光电效应中的各相关物理量，实验数据与爱因斯坦光电效应方程非常相符，证明了爱因斯坦提出的理论。

**例 2**，下表是部分金属的逸出功，用波长为 330 nm 的光照射这些金属，哪些金属可以发生光电效应？遏止电压分别是多少？（光速取  $c = 3 \times 10^8$  m/s，普朗克常量取  $h = 6.6 \times 10^{-34}$  J·s，元电荷的电荷量取  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  C）

金属	铜	铁	铝	镁
逸出功 (eV)	4.1	4.7	4.2	3.7

解析：该光子的能量为： $\varepsilon = h \frac{c}{\lambda} = 6.6 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{330 \times 10^{-9}} \text{ J} = 6 \times 10^{-19} \text{ J}$ 。

根据  $1 \text{ eV} \approx 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$  将各金属的逸出功的单位换算成焦耳，

铜： $4.1 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} = 6.56 \times 10^{-19} \text{ J}$ ，铁： $4.7 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} = 7.52 \times 10^{-19} \text{ J}$ ，

铝： $4.2 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} = 6.72 \times 10^{-19} \text{ J}$ ，镁： $3.7 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} = 5.92 \times 10^{-19} \text{ J}$ 。

比较可以发现波长为 330 nm 的光子的能量只大于镁的逸出功，因此只有照射镁时可以发生光电效应。遏止电压为：

$$U_c = \frac{h}{e} \nu - \frac{W_0}{e} = \frac{hc}{e\lambda} - \frac{W_0}{e} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 330 \times 10^{-9}} - \frac{5.92 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} \text{ V} = 0.05 \text{ V}$$

### 康普顿效应和光子的动量

美国物理学家康普顿在研究石墨晶体对 X 射线的散射时, 发现散射后的 X 射线当中, 除了有与入射波的波长  $\lambda_0$  相同的电磁波以外, 还有波长  $\lambda$  大于  $\lambda_0$  的电磁波, 该现象叫作**康普顿效应**。

根据电磁波的振动理论, 入射光引起介质内部的带电微粒发生受迫振动, 发生振动的带电微粒吸收入射光的能量后再辐射出去, 形成散射光, 产生散射现象。按照该理论, 散射光的频率  $\lambda$  应当等于介质作受迫振动的频率——入射光的频率  $\lambda_0$ , 即  $\lambda = \lambda_0$ 。不应当出现散射波的波长大于入射波的波长  $\lambda > \lambda_0$  的情况。康普顿用光子的理论很好地解释了该现象:

X 射线中的光子与介质中的电子发生碰撞时, 不仅遵循能量守恒, 还须遵循动量守恒。联立爱因斯坦质能方程  $E = mc^2$  和光子的能量  $\varepsilon = h\nu$  ( $E$  和  $\varepsilon$  都表示能量) 可得  $mc^2 = h\nu$ , 变形可得光子的质量为:  $m = \frac{h\nu}{c^2}$ , 将光子的质量和光速  $c$  代入动量的定义式  $p = mv$  可得光子的动量:  $p = mc = \frac{h\nu}{c^2} \cdot c = \frac{h\nu}{c}$ 。又因为波速  $c$ 、频率  $\nu$ 、波长  $\lambda$  间满足关系  $c = \lambda \cdot \nu$ , 代入该式得:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

这就是波长为  $\lambda$  的光子的动量  $p$  的表达式。根据该公式, 当光子与晶体中的带电微粒发生碰撞后, 动量  $p$  减小, 则波长增大, 不仅很好地解释了康普顿效应, 并且实验测得的数据与该公式的计算结果相一致。

### 光的波粒二象性

光的干涉、衍射、散射等现象体现了光作为光波的特点。光电效应体现了光作为粒子的特点。光这种既具有波动性、又具有粒子性的现象, 叫作光的**波粒二象性**。至此, 关于光究竟是粒子还是波的争议有了结论: 光既是粒子也是波!

把物质当作波进行研究时, 波长  $\lambda$  和频率  $\nu$  是描述波的性质的主要物理量。把物质当作粒子进行研究时, 能量  $\varepsilon$  和动量  $p$  是描述粒子性质的主要物理量。根据现有的物理公式, 可以把光波和光子两方面的物理量联系起来。

## 三、原子的核式结构模型

我们在电磁学和高中化学的物质的结构部分, 已经初步了解了原子的基本结构。现在沿着物理学家从宏观到微观、从粗略到精确地探索发现原子的性质和规律, 并建立其结构模型的过程。

## 电子的发现

物理学家在研究稀薄气体的放电现象时，设计了如下图所示的装置：将两块金属极板放在真空管中，其中一块极板为圆环状，粒子或电磁波可从中通过。一块极板与电源的负极相连，叫作阴极，另一块极板与电源的正极相连，叫作阳极。

两块极板分别与高压电源的正负极相连后，当在两块极板之间施加近万伏特的高压时，可观察到玻璃管的另一端的壁上产生荧光。实验表明，荧光由从阴极射出的某种射线撞击管壁所导致，因此叫作**阴极射线**。



起初，物理学家们对阴极射线究竟是电磁波还是粒子流存在分歧。英国物理学家汤姆逊在极板和管壁之间安装偏转电极，得到一个类似示波器的装置。当在偏转电极间施加电压时，射线发生偏转。汤姆逊根据该实验现象推断：阴极射线本质上是带负电的粒子流。

实验还发现，不同材料的金属极板发出的阴极射线中的粒子的荷质比相同，表明该带负电粒子是各金属材料所共有的组成成分。

经进一步实验测定，该粒子所带的电荷的电性与氢离子相反，电荷量与氢离子相同。汤姆逊将该粒子命名为**电子**。电子的电荷量为  $e = 1.608176634 \times 10^{-19} \text{ C}$ ，该电荷量叫作**元电荷**，是电荷量的基本单位，任何宏观物体所带的电荷只能是元电荷的整数倍。电子的质量为  $m_e = 9.10938356 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ，约为质子质量的  $\frac{1}{1836}$ ，电子的质量只占原子总质量的极小比例。

## 原子的核式结构模型

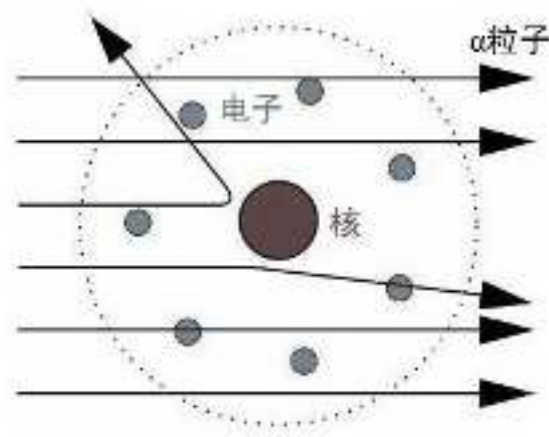
发现原子中有带负电的电子之后，由于整个原子显电中性，因此可以断定原子中应当还有带正电的成分，接下来就要确定原子中带正电的成分是什么。

物理学家主要使用  $\alpha$  射线研究原子的结构。 $\alpha$  射线由放射性物质发生  $\alpha$  衰变产生，是由高速运动的  $\alpha$  粒子所形成的粒子束，放射性物质衰变后质量减小。经实验测定， $\alpha$  粒子的质量为氢原子的 4 倍，带有相当 2 个电子的电荷量的正电荷。

英国物理学家卢瑟福用  $\alpha$  粒子轰击金箔时，发现绝大多数  $\alpha$  粒子都不受金箔的影响，直接穿过金箔沿原来的轨迹继续前进，只有少数  $\alpha$  粒子发生较大角度偏转，有的甚至被“反弹”回来。

由于电子的质量比  $\alpha$  粒子小得多，对  $\alpha$  粒子的作用可以忽略不计，根据动量守恒，电子无法显著地改变  $\alpha$  粒子的运动状态。卢瑟福提出：原子的绝大部分质量都集中在范围很小的空间内，该空间就像原子的核，且带正电。

按照卢瑟福的理论， $\alpha$  粒子轰击金箔的现象可解释为：绝大多数  $\alpha$  粒子从没有物质阻挡或只有质量很小的电子的空中穿过。极少数  $\alpha$  粒子撞击或接近质量较大且带正电的“核”后，在同种电荷的斥力作用下被弹开。卢瑟福将原子的核命名为**原子核**。卢瑟福提出的原子结构模型和对实验的解释如下图所示，黑色直线表示  $\alpha$  粒子的运动轨迹。



卢瑟福根据牛顿的经典力学理论提出了原子结构的模型：原子绝大部分的质量集中在体积很小且带正电的原子核上，质量很小且带负电的电子由静电引力作为向心力绕原子核高速旋转，该模型叫作**核式结构模型**。核式结构模型类似于行星绕恒星做圆周运动的状态，因此也叫作**原子行星模型**。

### 原子核的电荷与尺度

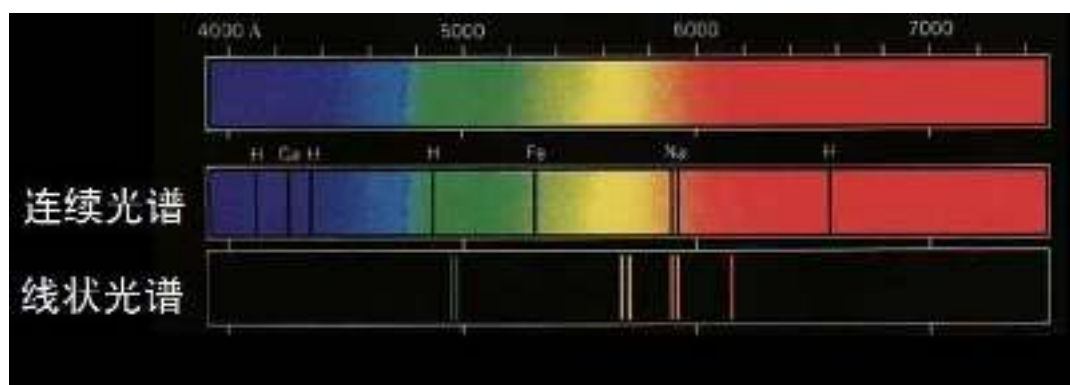
经后续研究得知，原子核由带正电荷的质子和不带电的中子组成。一个质子带的正电荷的与一个电子带的负电荷的电荷量相同。质子与中子的质量非常接近。原子核的体积只占原子体积的极小比例，原子半径的数量级为  $10^{-10} \text{ m}$ ，原子核半径的数量级为  $10^{-15} \text{ m}$ ，相差约十万倍，可见原子内部极为空旷。卢瑟福的核式结构模型初步解释了当时的实验现象，但无法解释后续实验中的新现象。

## 四、氢原子光谱和玻尔的原子模型

根据卢瑟福提出的核式结构模型，我们已经知道原子由原子核的核外电子组成，接下来需要确定电子在原子核附近的运动方式和轨迹究竟是怎样的。

### 光谱

光具有波动性，可以用光栅或棱镜利用光的色散现象把不同波长的光分开，得到一束光中不同波长的光的强度分布的情况，即**光谱**。有的光谱是一条连续的光带，叫作**连续光谱**。有的光谱是多条间断的线，叫作**线状光谱**，如下图所示。

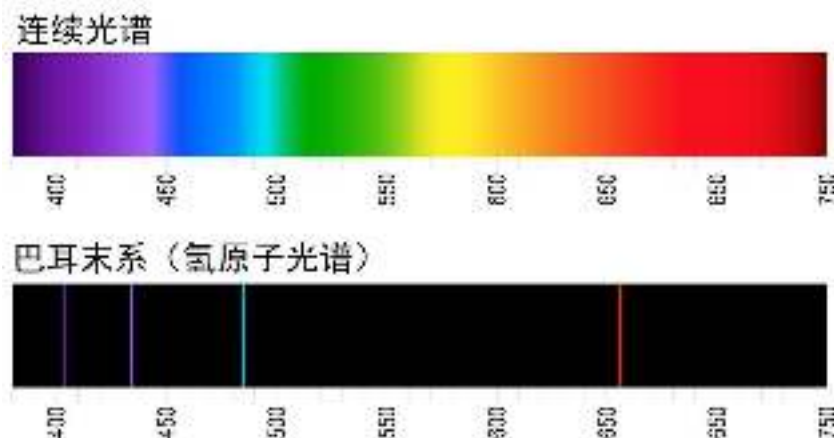


若一束光具有线状光谱，表明该光束由若干波长相差较大的光波组成。若一束光具有连续光谱，表明该光束由一系列波长连续的光波组成。

各化学元素都有自己独特的发射光谱，就像每个人的指纹，可用于识别化学元素。利用元素光谱技术可确定物质中所含的元素种类，光谱分析已成为分析物质化学成分的重要方法。分析光谱还可用于发现新的元素，很多新的化学元素都是通过光谱发现的。

### 氢原子光谱的实验规律

按照经典理论，电磁波由带电粒子振动产生，通过分析光谱的数据可以获知物质内部微观结构的信息。实验表明，氢的光谱是线状光谱，在可见光区共有四条谱线，叫作**巴耳末系**。如下图所示。



经分析，巴耳末系当中的四条谱线分别所对应的波长符合公式：

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

上述公式叫作**巴耳末公式**。其中， $\lambda$ 为谱线的波长。 $R$ 叫作**里德伯常量**，实验测定  $R = 1.10 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ 。 $n = 3, 4, 5 \dots$

除了可见光以外，在红外和紫外光谱的波段内，氢原子光谱中谱线的波长也满足类似巴耳末公式的关系。

### 经典理论的困难

然而，氢原子光谱的规律跟卢瑟福的原子模型之间有明显的矛盾。



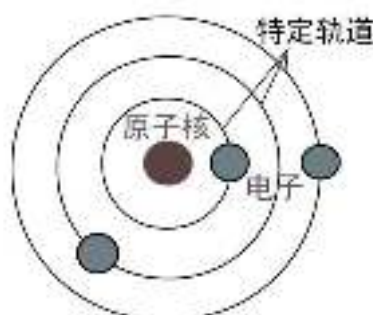
**矛盾 1:** 按照卢瑟福的原子模型, 核外电子绕原子核做圆周运动或近似圆周运动, 否则将被静电力吸到原子核中。圆周运动或近似圆周运动是周期运动, 带电粒子的周期运动产生电磁场并激发出电磁波, 将能量以电磁波的形式释放出去, 从而形成光谱。根据能量守恒定律, 电子发射电磁波后失去能量, 无法继续维持当前的运动状态, 应当被吸入到原子核中。然而实际上, 原子的结构相当稳定, 未发现电子被吸入原子核的现象。

**矛盾 2:** 按照经典理论, 电子辐射出的电磁波的频率应当与其做周期运动的频率相同。随着电子连续不断地发射出电磁波, 其能量也不断地减小, 因此氢原子发出的电磁波的频率应当是连续的, 即氢原子光谱应当是连续谱。然而实验发现氢原子光谱总是线状谱。

卢瑟福基于牛顿力学的原子结构模型无法解释上述矛盾, 需要用全新的理论和原子结构模型予以解释。

### 玻尔原子理论的基本假设

丹麦物理学家玻尔在光量子理论的启发下, 提出**电子轨道的量子化**。电子并非像发射人造卫星那样, 可在任意半径的轨道上绕原子核旋转, 而是只能在满足特定条件的轨道上绕核运动, 如下图所示。



当电子在不同轨道上运动时, 原子处于不同的状态, 具有不同的能量, 称原子的能量是量子化的。量子化的能量的数值叫作**能级**。原子具有特定能量的稳定状态叫作**定态**, 能量最低的定态叫作**基态**, 其他能量高于基态的定态叫作**激发态**。

在玻尔的原子结构模型中, 原子的每一种状态可以用一个量子数表示。量子数一般取  $n=1, 2, 3\cdots$  等正整数, 分别对应能量为  $E_1, E_2, E_3\cdots$  等状态。每一种状态相当于电子在一个轨道上运动。其中,  $n=1$  时所对应的状态是基态,  $n$  为其他正整数时所对应的状态是各激发态。当电子处于基态时, 原子的能量最低。

玻尔提出的量子数叫作**主量子数**。随着对原子结构的进一步了解, 物理学家又发现并命名了其他更加精细地描述原子状态的量子数: 角量子数、磁量子数、自旋量子数。

主量子数  $n=1, 2, 3\cdots$  将原子的电子轨道按照能量从低到高进行命名。能量



最低的轨道为  $n=1$ ，当电子在该轨道运动时，氢原子处于基态。能量更高一级的轨道为  $n=2$ ，再高一级的轨道为  $n=3$ ，依次类推。当电子在  $n \geq 2$  的轨道运动时，氢原子处于激发态。

按照玻尔的理论，当电子在定态轨道上运动时，不产生电磁辐射。只有当电子从能量为  $E_m$  的较高能级的定态轨道跃迁，到达能量为  $E_n$  的较低能级的定态轨道时，才以电磁波的形式发射出能量为  $h\nu$  的光子。发射的电磁波的能量等于跃迁前后的两个能级的能量之差：

$$h\nu = E_m - E_n$$

该公式叫作**频率条件**，也叫作**辐射条件**。该过程的逆过程是电子吸收光子后，从较低的能级跃迁到较高能级，吸收光子的能量（频率）同样由频率条件决定。

电子轨道的量子化以及在不同轨道上的跃迁就像人们搭乘电梯上下楼。楼层数分别为  $n=1, 2, 3 \cdots$  人们只能搭乘电梯停留在不同的楼层，不能停留在任意高度，楼层的高度是“量子化”的。当人们停在不同的楼层时，这栋楼处于不同的状态，具有不同的“能级”。

氢原子只有一个电子，相当于楼里只有一个人（甲）。当甲在  $n=1$  楼时，楼处于基态。当甲在  $n \geq 2$  的其他楼层时，楼处于激发态。甲从较高楼层下到较低楼层时，释放出与楼层高度差有关的能量。甲吸收恰当的能量后，可从较低楼层上升到较高楼层。

### 玻尔理论对氢光谱的解释

按照玻尔电子轨道量子化的理论以及公式  $h\nu = E_m - E_n$ ，氢原子光谱中谱线对应的电磁波的频率  $\nu$  由电子跃迁的能级之间的能量差  $E_m - E_n$  决定。

巴耳末公式  $\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2})$  描述的就是电子分别从量子数为  $n=3, 4, 5 \cdots$  的较高能级轨道跃迁到量子数为  $n=2$  的轨道时，氢原子发出的电磁波的波长。根据实验测定的波长推算出里德伯常量  $R$  的值，将其代入红外、紫外等其他波段的电磁波，其结果同样与玻尔的理论相一致。

具有不同结构的原子，它们的各量子化的轨道所具有的能量也各不相同，从而电子在定态轨道之间跃迁时发出的电磁波的波长也不同。结构相同的原子具有相同的光谱，因此光谱成为像人的指纹一样可以用于识别不同原子的独特标识。

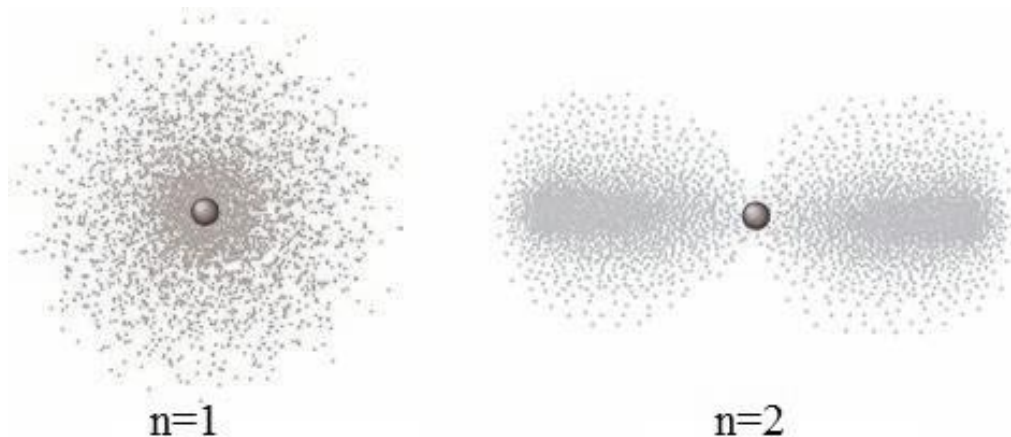
### 玻尔理论的局限性

虽然玻尔的原子模型很好地解释了氢原子光谱，但是氢原子只由一个质子和一个电子组成，情况非常简单，玻尔模型无法解释结构更加复杂的原子的光谱。

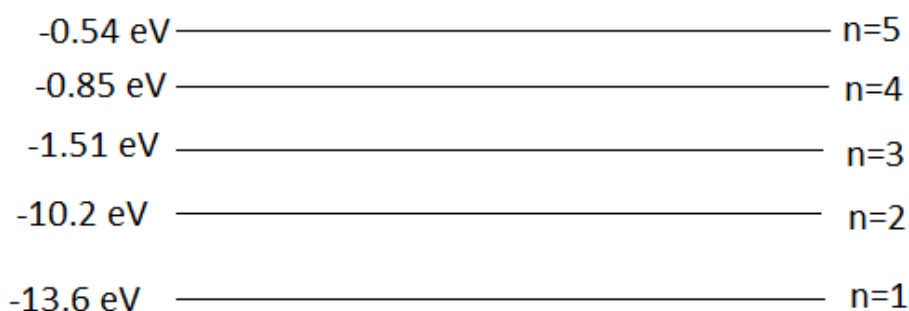
玻尔的原子模型的局限性主要是由于其仍沿用了牛顿力学的思路，认为电子总是在固定的圆或椭圆形轨道运动。实际上，电子在不同能级时并非在固定的圆

形轨道上，而是以一定的概率出现在空间的各位置。电子在不同能级时，其在空间内分布的情况各不相同。

下图分别为氢原子的电子在  $n=1$  和  $n=2$  时的空间概率分布，中间的红球表示原子核，周围的小球越密集，表示电子在该处出现的概率越大。可以发现， $n=1$  时的轨道接近球形，越靠近原子核的位置电子出现的概率越大。 $n=2$  时的轨道接近纺锤形，电子在两头出现的概率较大，靠近原子核的位置出现的概率较小。



**例 3** 下图是氢原子能级的示意图，对于一些处于  $n=3$  能级的氢原子，判断下列说法是否正确。



(1) 这些原子辐射出的光子的频率有两种可能。分析：这些氢原子处于  $n=3$  能级，它们有可能跃迁到能量较低的  $n=1$  能级或  $n=2$  能级，辐射出光子的能量分别为  $-1.51 - (-10.2) \text{ eV} = 8.69 \text{ eV}$  和  $-1.51 - (-13.6) \text{ eV} = 12.09 \text{ eV}$ 。另外，跃迁到  $n=2$  能级的原子还可能继续跃迁到  $n=1$  能级，释放出光子的能量为  $-10.2 - (-13.6) \text{ eV} = 3.4 \text{ eV}$ ，因此辐射出的光子的频率有三种可能。错误。

(2) 从  $n=3$  能级跃迁到  $n=1$  能级比跃迁到  $n=2$  能级辐射的光子频率高。分析：从  $n=3$  能级跃迁到  $n=1$  能级比跃迁到  $n=2$  能级，释放出的能量更多，光子的能量更大，根据  $\varepsilon = h\nu$ ，能量越大频率越高。正确。

(3) 从  $n=3$  能级跃迁到  $n=4$  能级需吸收  $0.66 \text{ eV}$  的能量。分析：从图中的谱线的能量信息可知从  $n=3$  能级跃迁到  $n=4$  能级需吸收能量，大小为  $(-0.85) - (-1.51) \text{ eV} = 0.66 \text{ eV}$ 。正确。

### 五、粒子的波动性和量子力学的建立

光电效应的实验现象和理论指出，电磁波具有粒子性，那么反过来微观粒子是否也具有一定的波动性？物理学家沿着这个思路探索下去，发展出了量子力学这一全新的物理理论框架。

#### 粒子的波动性

法国物理学家德布罗意受光波具有粒子性的发现启发，大胆地提出：平时被当作粒子的物质很可能也具有波的特点，即实物粒子也具有波动性。将公式

$\varepsilon = h\nu$  和  $p = \frac{h}{\lambda}$  稍做变形，得到把实物粒子看作波时的频率和波长： $\nu = \frac{\varepsilon}{h}$  和

$\lambda = \frac{h}{p}$ ，这种与实物粒子相联系的波叫作**德布罗意波**，也叫作**物质波**。

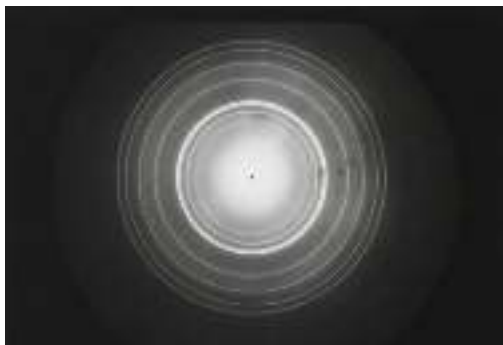
#### 物质波实验验证

德布罗意提出物质波的理论之后，物理学家进行了实验予以检验。按照经典理论，衍射是只有波具有、而粒子不具有的现象。当波穿过很小的孔或狭缝时会发生衍射形成亮斑，且通常小孔或狭缝的线度（即尺寸）和波长相近时才可观察到明显的衍射现象。

根据德布罗意提出的波长与动量的关系  $\lambda = \frac{h}{p}$ ，由于实物粒子的动量比电磁波的动量大得多，因此实物粒子的波长比电磁波短得多，需要非常细小的狭缝才能观察到实物粒子的衍射现象。晶体中的分子规则排列，且分子间距离非常近，可看作非常细小的整齐狭缝，利用晶体作为衍射实验的光栅，可以进行实物粒子的衍射实验。

同时，为了让实物粒子的波长尽可能长，需选用质量尽可能小从而动量也非常小、物质波的波长较长的实物粒子。经分析比较，电子是较满足该要求的实物粒子。

实验证实，电子的确可以发生衍射现象，当电子的能量为100 eV时，其物质波的波长约为0.12 nm，该尺度与一些晶体当中分子之间的距离相近，可以检测到衍射、干涉等波的现象。下图是电子的衍射图样。



实验还验证了质子、中子、原子、分子都具有波动性。且实验测得的数据与理论公式的计算结果一致，证实了德布罗意提出的理论，一切物质都具有波粒二象性。

虽然粒子都具有波粒二象性，但日常生活中丝毫无法感觉到宏观物体的波动性，这是因为根据公式  $\lambda = \frac{h}{p}$ ，日常生活中宏观物体的物质波的波长极短。

**例 4** 当一辆质量为 500 kg 的汽车以 20 m/s 的速度匀速前进时，求这辆汽车的物质波的波长。

解析：这辆汽车的动量为： $p = mv = 500 \times 20 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 10000 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ，其物质波的波长为： $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{10000} \text{ m} = 6.63 \times 10^{-38} \text{ m}$ 。该尺度比当前任何已知的任何粒子的尺寸还要小很多个数量级，因此无法感知其波动性。

### 拓展知识、概率波和不确定性关系

根据牛顿运动定律、静电相互作用等经典力学知识，只要知道物体的初始位置和运动状态，就能根据相关规律计算得到任意物体在任意时刻所处的位置和动量。

例如打台球时，若能精确地得知击球的力度和角度，以及球桌的摩擦系数等数据，就能计算得到任意时刻各台球的位置和速度。虽然计算非常困难，但只要有足够的测量精度和计算能力，就可以实现。

波和粒子不同，波不占据固定体积的空间，而是在空间中弥散开来，且每个位置都在作周期性变化，波的特性需用频率  $\nu$  和波长  $\lambda$  描述。德布罗意用物质波的理论将粒子和波统一了起来。其中粒子的波动性已经证实，接下来需要用实验进一步揭示物质具有波的基本特点。

光的双缝干涉实验中，光源通过两个狭缝后，在屏幕上产生明暗交替的干涉条纹。按照光的粒子性学说，频率为  $\nu$  的光波由大量能量为  $h\nu$  的光子组成，屏幕上亮度的大小表示落到该处的光子的数量，落到某处的光子越多，则该处的亮度越大。

光的双缝干涉实验中，光波或光子是连续发射的，光的波动性可能是光子间相互作用产生的影响，就像机械振动是由相邻介质间相互作用引起的那样。为了探明光子间的相互作用是否是导致光具有波动性的原因，物理学家使用非常弱的光源逐个发射光子，待前一个光子落到屏幕上后再发射下一个光子，从而避免了光子间的相互作用对光子运动轨迹的影响。

实验发现，在逐个间断地发射光子的情况下，尽管无法确定每个光子的最终落点，但是发射出一定数量的光子后，屏幕上仍然出现了明显的干涉条纹。

表明光的波动性不是光子间相互作用的结果，而是每一个单独的光子自身的属性。同样的，逐个间断地发射光子通过适当尺度的障碍物也能形成衍射图案。

尽管无法确切测算每个光子的确切轨迹，但可以看到大量光子轨迹的分布情况，知道在哪些位置出现的多、在哪些位置出现的少，即光子落在各位置处的概率的大小。

由此可得，光子的运动状态可以使用描述波的函数予以表示，通过概率和统计方法测算光子在空间内的分布情况，而不是按照经典力学分析机械波的方式进行力与运动的分析，因此称光波是一种**概率波**。描述微观粒子运动状态的函数也叫作**波函数**。

让粒子逐个间断地通过狭缝或障碍，同样会出现双缝干涉条纹或衍射图案，表明电子及其他粒子的物质波的特性同样具有概率波的特点，是粒子自身的性质，而非粒子间的相互作用所导致。下图分别为逐个间断发射电子和光子通过双缝形成的干涉图样。



电子的双缝干涉图样



光子的双缝干涉图样

德国物理学家海森堡根据物质波的理论，使用数学方法进行分析推导，得到结果： $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$ ，其中， $\Delta x$  是粒子位置的不确定量， $\Delta p$  是粒子动量的不确定量， $h$  是普朗克常量， $\pi$  是圆周率。该不等式叫作**不确定性关系**或**不确定性关系**，也叫作**测不准原理**。

不确定关系是由数学推导得到的严谨结论，而不是由于受到当前科学技术水平限制所导致的“无能为力”。

不确定关系表明，若一个粒子的位置的不确定性越小（即位置越确定），则其动量的不确定性越大。反之亦然。不确定性原理表明无法同时精确地确定一个粒子的位置和动量，从而无法通过计算预测微观粒子的轨迹。

由于  $\frac{h}{4\pi}$  的值非常小，因此不确定性在微观粒子中非常明显，在宏观世界中可以忽略不计。宏观物体由数量极其众多的微观粒子组成，虽然单个微观粒子

“测不准”，但是大量微观粒子的位置和动量符合一定的概率分布，可以根据概率波的概率分布准确计算宏观物体的运动状态。

### 量子力学的建立

普朗克的黑体辐射理论、爱因斯坦的光电效应理论、康普顿的散射理论、德布罗意的物质波假说，以及玻尔的氢原子模型共同参与并发展了量子理论，在众多物理学家的共同努力下，最终建立起了系统的量子力学，成为研究微观世界的物理规律的基础理论。

### 量子力学的应用

量子力学开启了人类对原子、原子核等微观粒子的研究，也是描述和分析微观粒子的物理规律的基础理论框架，对于化学、生命科学的发展也起到了重要的推动作用。量子力学在生产实践中也起到了非常重要的应用，原子能的开发利用，为人类开启了新的近乎无穷尽的能量来源的希望。另外，量子力学在材料、计算机芯片、通信、安全、医学等领域也有非常广泛的应用。

### 小结

本章主要学习量子力学的基础实验和理论解释，以及原子结构的核式模型和玻尔模型，需注重理解各实验现象与牛顿力学解释的矛盾，以及与量子力学解释的一致，理解相关公式中的各物理量所表示的实际含义，初步了解量子力学这一与牛顿力学截然不同的物理体系。



## 第二十七章 原子核

我们在上一章学习原子的基本结构，原子由原子核和绕核运动的电子组成，原子的绝大部分质量都集中在原子核上，并且发现了不同化学元素的原子核各不相同，物理学接下来的研究就是揭示原子核的结构和作用规律。

由于人类无法直接感知到原子和亚原子尺度下的世界，因此需通过特殊设计的实验，根据实验结果分析推理其物理规律并建立可以直观理解的数学模型。理解数学模型与实验现象之间的对应关系是本章学习的重点。

### 一、原子核的组成

初步探明原子的基本结构并建立起物理模型后，物理学家通过放射性现象，继续探索原子核的基本结构，并根据实验结果建立起可以解释原子的变化规律的描述原子核结构的物理模型。

#### 天然放射现象

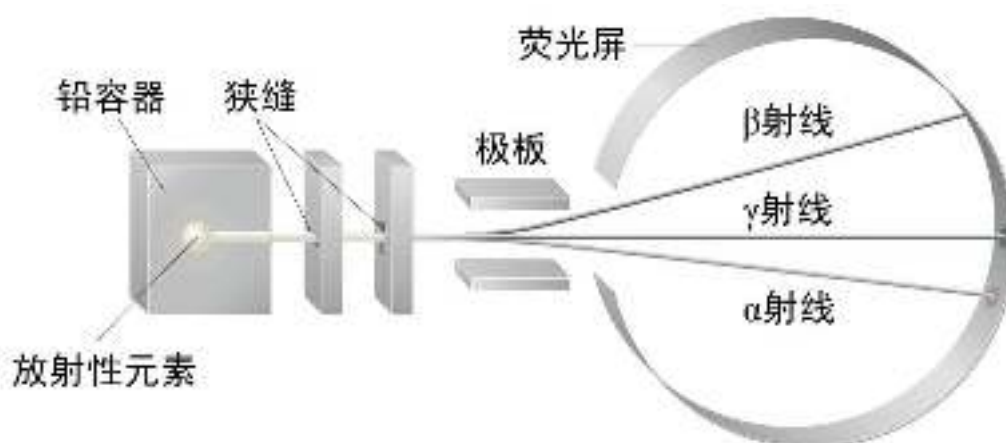
法国物理学家贝克勒尔发现，铀和含铀的矿物能发射出肉眼看不见、但能穿透黑纸，使照相底板感光的射线。法国物理学家居里夫妇对铀矿进行深入研究，发现了另外两种具有类似现象的新元素：镭和钋。

物理学家将铀（U）、镭（Ra）、钋（Po）等物质所具有的能发出射线的性质叫作**放射性**。具有放射性的元素叫作**放射性元素**。放射性物质自发地发出射线的现象叫作**天然放射现象**。

#### 射线的本质

发现天然放射现象后，接下来需研究确定射线的物质构成以及产生天然放射现象的原理。

实验发现，让射线穿过垂直的电场或磁场，射线将分裂成三束。其中两束射线分别向不同的方向偏转，表明这两束射线是带相反电性的粒子束。第三束射线不发生偏转，表明其不带电。如下图所示。



根据射线在电场中偏转的方向和轨迹,可分析计算得到两束偏转的射线中的带电粒子的荷质比。再使用其他检测方法确定不偏转的射线的物质成分。将上述三束射线分别命名为 $\alpha$ 射线、 $\beta$ 射线、 $\gamma$ 射线。

**$\alpha$ 射线**是由 $\alpha$ 粒子形成的高速粒子流。 $\alpha$ 粒子带正电,电荷量是电子的2倍,质量是氢原子的4倍。 $\alpha$ 粒子实际上就是氦( ${}^4_2\text{He}$ )的原子核,由2个质子和2个中子组成,相对原子质量为4,带有 $2e^+$ 的正电荷。由于 $\alpha$ 粒子带电,且粒子体积较大,因此容易与空气分子产生相互作用损失能量,穿透能力较弱。

**$\beta$ 射线**是由电子形成的高速电子流。 $\beta$ 射线与阴极射线的成分相同,都是电子流,区别在于 $\beta$ 射线由放射性元素的衰变产生,阴极射线通过电极放电产生,且 $\beta$ 射线中电子的速度远高于阴极射线。 $\beta$ 射线的穿透能力较强。

**$\gamma$ 射线**是一种波长很短、能量很高的电磁波,可看作高速光子流,穿透能力很强。

实验发现,原子的放射性只与原子的种类有关。原子的放射性不仅与环境的温度、压强等环境因素无关,也与原子的化学环境无关。即:无论原子是以单质形式还是化合物形式存在、以何种化合物的形式存在,都对其放射性没有影响。

根据原子的化学环境会影响原子中电子状态而对原子核无影响的事实,上述现象表明:放射性只与原子核有关。因此研究放射性很可能有助于揭示原子核的结构。

### 原子核的组成

卢瑟福用 $\alpha$ 粒子轰击氮原子核,得到了一种新的粒子,通过测定其在电场和磁场中的偏转,发现它就是氢原子核,将其命名为**质子**,用符号 $p$ 表示。后续实验中从其他很多原子核中都轰击出了质子,表明质子是原子核的组成成分。

质子的质量为 $m_p = 1.672621898 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ,约为电子质量的1836倍。质子所带的电荷量与电子相同,电性相反。

若原子核只由质子组成,则所有原子核的荷质比应当都相同,然而实验发现绝大多数元素原子的荷质比都比氢原子核的小,表明原子核中除了质子以外还有其他成分,且该成分的荷质比小于质子。

卢瑟福猜想,原子核中除质子外,还有一种粒子,其质量与质子相近,但不带电。卢瑟福将其命名为**中子**。实验验证了卢瑟福的猜想,用符号 $n$ 表示中子,中子不带电,质量为 $m_n = 1.674927471 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ,跟质子的质量接近。

质子和中子都是原子核的组成成分,且除是否带电外的其他性质都非常相似,统称为**核子**。原子核由整数个质子和中子组成,下图是原子核结构的示意图。





由于质子带电、中子不带电，因此原子核所带的电荷量等于其中所有质子所带的电荷量之和。又因为一个质子带一个元电荷的电荷量，且原子核由整数个质子组成，因此原子核所带的电荷量为整数个元电荷的电荷量。原子核中质子的个数叫作该原子核的**电荷数**，一般用  $Z$  表示。

由于质子和中子的质量非常接近，原子核由整数个质子和中子组成，因此原子核的质量近似等于质子或中子质量的整数倍。原子核中质子和中子的数量之和叫作原子核的**质量数**，一般用  $A$  表示。

原子核的表示方法与化学元素基本一致，通常用符号  ${}_Z^AX$  表示。其中， $X$  为元素符号； $A$  为质量数； $Z$  为电荷数，即质子数，也叫作原子序数。该符号既可以表示原子核，也可以表示具体的原子，还可以表示化学元素。

例如，氦元素的符号为  $\text{He}$ ，氦原子核由 2 个质子和 2 个中子组成，电荷数为 2，质量数为  $2+2=4$ ，记作  ${}_2^4\text{He}$ 。碳元素的符号为  $\text{C}$ ，碳-13 的原子核由 6 个质子和 7 个中子组成，电荷数为 6，质量数为 13，记作  ${}_6^{13}\text{C}$ 。

若几种原子的质子数相同，但中子数不同，则这些原子叫作**同位素**。同位素表示不同种类原子之间的一种关系。互为同位素的原子属于同一种化学元素，位于元素周期表上的同一位置，因此叫作同位素。

例如，氢的三种同位素：氕 ( ${}_1^1\text{H}$ )、氘 ( ${}_1^2\text{D}$ )、氚 ( ${}_1^3\text{T}$ )，它们的质子数都是 1，中子数分别为 0、1、2，也可分别记作  ${}_1^1\text{H}$ ， ${}_1^2\text{H}$ ， ${}_1^3\text{H}$ 。

**例 1** 天文学家探测到一束宇宙射线，经检测发现，该射线由带正电的粒子组成，该粒子的质量为  $\alpha$  粒子的四分之一，电荷量为  $\alpha$  粒子的一半，该粒子可能是什么？

解析： $\alpha$  粒子是氦 ( ${}_2^4\text{He}$ ) 的原子核，质量数为 4，带 2 个元电荷的电荷量的正电荷。该粒子的质量为  $\alpha$  粒子的四分之一，质量数为 1，可能是质子或中子。该粒子带正电且电荷量为  $\alpha$  粒子的一半，带 1 个元电荷的电荷量的正电荷。该粒子可能是质子。

## 二、放射性元素的衰变

原子核的结构具有高度的稳定性，维持或改变原子核的结构需要极强的能量。原子核内蕴含着极其丰富的能量，开发利用原子核的变化所产生的能量是非常重要的研究课题。

### 原子核的衰变

原子核自发地放出  $\alpha$  粒子或  $\beta$  粒子的同时, 自身损失了核子或电荷, 变成另一种原子核, 且往往其化学元素的种类也改变, 该现象叫作原子核的**衰变**。 $\alpha$  衰变和  $\beta$  衰变是两种最常见的衰变方式。

原子核放出一个  $\alpha$  粒子, 失去 2 个质子和 2 个中子, 质量数减少 4, 电荷数减少 2, 原子核变成比原来的原子序数小 2、质量数小 4 的原子核的过程叫作  **$\alpha$  衰变**。例如,  ${}_{92}^{238}\text{U}$  放出一个  $\alpha$  粒子后变为钍-234 ( ${}_{90}^{234}\text{Th}$ )。

原子核放出一个  $\beta$  粒子 (电子), 1 个中子变成 1 个质子, 原子核变成比原来的原子序数多 1、质量数不变的原子核的过程叫作  **$\beta$  衰变**。例如,  ${}_{90}^{234}\text{Th}$  放出一个  $\beta$  粒子后变为镤-234 ( ${}_{91}^{234}\text{Pa}$ )。

放射性原子发生  $\alpha$  衰变和  $\beta$  衰变前, 往往处于较高能级。发生衰变并放出  $\alpha$  粒子或  $\beta$  粒子的同时往往也放出  $\gamma$  粒子 (即光子), 因此  $\gamma$  射线往往伴随  $\alpha$  衰变或  $\beta$  衰变发生。原子核的跃迁与电子的跃迁类似, 也是量子化的。

单独的  $\gamma$  衰变相当于原子核从能量较高的激发态变为能量较低的激发态或基态的过程, 因此一般不专门讨论  $\gamma$  衰变, 而是将其当作原子核从较高能级跃迁到较低能级的过程。

### 半衰期

**半衰期**是衡量原子核衰变速率的主要参数。半衰期是指原子核总数的一半发生衰变 (还有一半没衰变) 的时间。

例如: 假设某原子核的半衰期是 1 h, 若初始有 1 mol 原子核, 则 1 h 后有 0.5 mol 原子核发生衰变, 剩余 0.5 mol 原子核未衰变。经过第二个 1 h 后, 剩余的 0.5 mol 原子核中, 有  $0.5 \times 0.5 \text{ mol} = 0.25 \text{ mol}$  原子核发生衰变, 剩余 0.25 mol 原子核未衰变。经过第三个 1 h 后, 剩余的 0.25 mol 原子核中, 有 0.125 mol 发生衰变, 剩余 0.125 mol。依次类推。

用半衰期衡量衰变速度主要是基于衰变速率的普遍规律。实验发现, 同一种原子衰变的速率与原子的数目成正比。原子的数量越多, 则单位时间内发生衰变的原子数越多。这是因为原子核的衰变是概率事件, 相同种类的原子核发生衰变的概率相等, 因此放射性元素的衰变是一种指数变化。

假设某原子核的数量为  $N$ , 原子核发生衰变的概率为  $k$  ( $0 < k < 1$ ), 则单位时间内发生衰变的原子核的数量为  $kN$ 。使用微积分等数学工具可以求得经过时间  $t$  后, 剩余未衰变的原子核的数量  $N_t$  与初始的原子核的数量  $N_0$  间的数量关系:

$\ln \frac{N_t}{N_0} = -kt$ , 这是计算原子核衰变的基本公式。当  $N_t = \frac{1}{2} N_0$  时, 时间  $t$  的值就是

半衰期, 即  $\ln \frac{1}{2} = -kt_{1/2}$ , 解得:  $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$ 。

根据原子衰变的指数规律, 当原子核发生衰变后, 剩余未衰变的原子数占初始原子总数的比例为  $x$  时, 衰变所经历的时间为:  $t_x = \frac{\ln(1/x)}{k}$ 。若已知该原子核

的半衰期为  $t_{1/2}$ , 则结合半衰期公式可得:  $t_x = t_{1/2} \cdot \frac{\ln(1/x)}{\ln 2}$ 。

已知某原子核的半衰期的条件下, 利用该等式可以求得剩余未衰变的原子核占初始原子总数比例为  $x$  时所经历的时间  $t_x$ , 等价于占比为  $1-x$  的原子核发生衰变所需的时间。

**例 2** 假设某原子核的半衰期是 1 h, 若初始有 1 mol 原子核, 求衰变后剩余 0.125 mol 原子核所经历的时间。

解析: 剩余 0.125 mol 占初始数量 1 mol 的比例为:  $0.125 \text{ mol} \div 1 \text{ mol} = 0.125$ , 所经历的时间为:

$$t_x = t_{1/2} \cdot \frac{\ln(1/x)}{\ln 2} = 1 \text{ h} \cdot \frac{\ln(1/0.125)}{\ln 2} = 1 \text{ h} \cdot \frac{\ln 8}{\ln 2} = 1 \text{ h} \cdot \frac{\ln 2^3}{\ln 2} = 1 \text{ h} \cdot \frac{3 \ln 2}{\ln 2} = 3 \text{ h}$$

**例 3** 已知 A、B 两种放射性元素的半衰期分别为  $T$  和  $3T$ , 求相同起始质量的 A 和 B 经过  $6T$  后, 剩余 A、B 的质量之比。

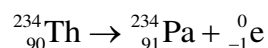
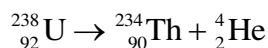
解析: 设 A 和 B 的质量都是  $m_0$ 。A 的半衰期为  $T$ , 经过第一个  $6T$  后, A 剩余的质量为  $\frac{m_0}{2^6} = \frac{m_0}{64}$ , 经过第二个  $T$  后, A 剩余质量为  $\frac{m_0}{4}$ 。B 的半衰期为  $3T$ ,

经过  $2 \times 3T$  后, B 剩余的质量为  $\frac{m_0}{2^2} = \frac{m_0}{4}$ 。A 和 B 剩余的质量之比为:

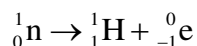
$$\frac{m_0}{64} : \frac{m_0}{4} = 16:1。$$

### 核反应

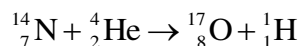
衰变是原子核发生的反应, 因此也叫作**核反应**。核反应可以用类似化学反应方程式的**核反应方程**表示。 $\alpha$  衰变和  $\beta$  衰变的过程可以用核反应方程式表示为:



$\beta$  衰变相当于一个中子分裂为一个质子和一个电子, 其转化方程可表示为:



除了原子核自发地发生衰变以外, 使用微观粒子轰击原子核也可引起类似的核反应, 得到新的原子核。例如卢瑟福用  $\alpha$  粒子轰击氮原子发现质子的实验:



核反应须遵循**质量数守恒**和**电荷守恒**。具体表现为：核反应方程式的箭头两侧的电荷数（左下角标）之和与质量数（左上角标）之和总是分别相等。

需注意，质量数守恒不等同于质量守恒。核反应发生时往往伴随着质量亏损，核子的部分质量转化为能量，而核子数保持不变。

**例 4** 用中子轰击硼 ( ${}^{10}_5\text{B}$ ) 原子，一个中子与一个硼原子结合，产生一个  $\alpha$  粒子和一个金属离子，这种金属离子是什么？并写出核反应方程式。

解析：该核反应的反应物是一个中子 ( ${}_0^1\text{n}$ ) 和一个硼原子核 ( ${}^{10}_5\text{B}$ )，质量数之和为  $1+10=11$ ，电荷数之和为  $0+5=5$ 。已知产物中有一个  $\alpha$  粒子即氦核 ( ${}_2^4\text{He}$ )，则另一个产物的电荷数为  $5-2=3$ ，该金属离子的质子数为 3，是锂原子 ( $\text{Li}$ )，该锂原子核的质量数为  $11-4=7$ ，即  ${}_3^7\text{Li}$ 。该反应的核反应方程式为：
$${}^{10}_5\text{B} + {}_0^1\text{n} \rightarrow {}_3^7\text{Li} + {}_2^4\text{He}。$$

### 放射性同位素及其应用

放射性是部分原子的固有属性，与原子所处的化学环境和物理环境无关。射线通常有较强或很强的穿透性，对细胞和遗传物质有很强破坏作用。利用放射现象的上述特点，科学技术人员开发出很多重要的应用。

**射线测厚仪**。射线有一定的穿透能力。射线穿透材料后其强度会被一定程度削弱，且削弱程度与材料的种类和厚度遵循一定数量关系。利用射线的这种性质，可以用射线精准地测量材料的厚度，并将射线的强度转化为电信号，实现对材料厚度的精确测量和自动控制。

**放射治疗**。射线对细胞有极强的损伤作用。射线对癌细胞的破坏和杀伤作用强于健康细胞，放射治疗就是利用射线清除癌细胞的治疗方法。射线还可以用于杀死细菌等微生物，让食品长时间保鲜，或用于创造无菌环境。

**培优育种**。射线可以引起生物遗传物质的变异，是诱导产生不定向变异，筛选所需要的新品种的重要方法。

**同位素示踪技术**在科学研究和医疗中有非常广泛且重要的应用。其基本原理为：同种化学元素的各种同位素当中，有些具有放射性，有些不具有放射性。一般构成天然物质的绝大多数原子都没有放射性。

将具有放射性的原子作为原料，令其参与化学反应或生命过程，可通过检测各中间产物和生命结构是否具有放射性，来确定相应的化学元素的变化踪迹。

在研究光合作用中的氧元素的来源和去路时，一组给植物提供用同位素标记的  $\text{C}^{18}\text{O}_2$  和没放射性的  $\text{H}_2\text{O}$ ，另一组给植物提供用同位素标记的  $\text{H}_2^{18}\text{O}$  和没放射性的  $\text{CO}_2$ ，通过检测产物  $\text{O}_2$  和碳水化合物  $(\text{CH}_2\text{O})_n$  中的放射性，可以确定不同来源的氧原子所发生的化学反应。详细内容在高中生物会专门学习。

在医疗中，人体甲状腺的工作需要碘，碘元素大量聚集在甲状腺。通过注射安全剂量的碘的放射性同位素  $^{131}\text{I}$ ， $^{131}\text{I}$  聚集在甲状腺后可通过放射性探测器检测不同部位的放射强度，帮助诊断甲状腺的疾病。

### 辐射与安全

由于射线对生物体有很强的损害甚至杀伤作用，且射线无法用人的感官发现，因此需极其注意射线的防护。在生活中需注意识别放射性标志，远离有放射性危险的物体和场所。进行涉及放射线的检查项目和实验操作中需严格按规程做好防护。下图是国际通用的放射性标志。



### 三、核力与结合能

随着对物质微观结构认识的不断深入，物理学家对物体间的相互作用——力有了更加深入的了解，对各种不同类型的力进行了概括性更强的分类，对各种类型的力的作用方式和规律有了更进一步的了解。

#### 核力与四种基本相互作用

我们在前面的章节中已经学习，现如今已知的所有力，都可以归类为四种基本相互作用中的一种。四种基本相互作用分别为：引力相互作用、电磁相互作用、强相互作用、弱相互作用。

日常生活中无法感知到强相互作用和弱相互作用，是因为这两种力的作用距离极短，只有距离在原子核的尺度或远小于原子核时才发挥作用，因此这两种力也叫作**短程力**。而万有引力和电磁力的作用距离要大很多，因此这两种力也叫作**长程力**。

原子核由质子和中子组成，且极为紧密地结合在一起。然而根据静电理论，带有同种电荷的质子之间应当存在斥力，且斥力随距离减小急剧增大。万有引力比起静电力小到忽略不计。因此须有极强的相互作用克服静电力，将核子极为牢固地结合在一起。

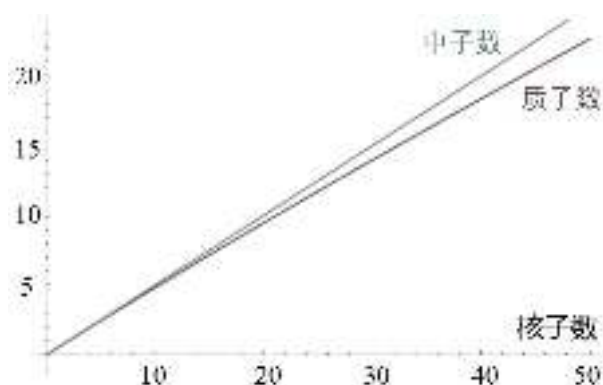
实验发现，原子核的核子之间存在一种不同于电磁力、万有引力的作用力，把核子紧紧地结合在一起，形成稳定的原子核。这种作用叫作**强相互作用**，有时也叫作**核力**。

强相互作用的作用范围极小，只有约  $10^{-15}\text{ m}$ ，只在原子核的尺度范围内产生作用。若距离大于  $10^{-15}\text{ m}$ ，则强相互作用急剧减小，甚至比万有引力小得多，

感受不到其作用。这也是日常生活中无法感知强相互作用的主要原因。强相互作用还具有饱和性，即：一个核子只与相邻的有限个核子间产生强相互作用。

除了强相互作用以外，物理学家还在原子核内部发现了另一种新的相互作用，叫作**弱相互作用**。弱相互作用是产生  $\beta$  衰变的主要原因。弱相互作用的作用距离更短，为  $10^{-18} \text{ m}$ 。弱相互作用的作用效果较远弱于强相互作用。

强相互作用是短程力且具有饱和性的特点，可以解释原子核中质子与中子的数量比例，下图是各原子序数的元素的原子核中质子与中子的数量，横坐标为原子序数，纵坐标为核子数。



从图中可读出，随着原子序数增加，质子数和中子数都增加，且中子数增加得比质子数稍快，这是因为质子间同时存在强相互作用的引力作用和静电力的斥力作用。当原子核体积增大时，核子间的距离也略微增大，导致强相互作用的引力急剧减小，而静电斥力减小的幅度远低于强相互作用。

因此，当质子间的距离大于某个特定的尺度时，静电斥力大于强相互作用的引力，导致原子核变得不稳定。更多的中子可以只增加核子间的强相互作用的引力、不增加同种电荷间的静电斥力，有利于增加原子核的稳定性。

由于核力具有饱和性，中子数也不能无限增加。过多的核子将导致原子核过大，使得核子间的距离过大，反而不利于原子核的稳定性。综合上述两方面的影响，核子中的质子数和中子数之比维持在一个较稳定的范围内。

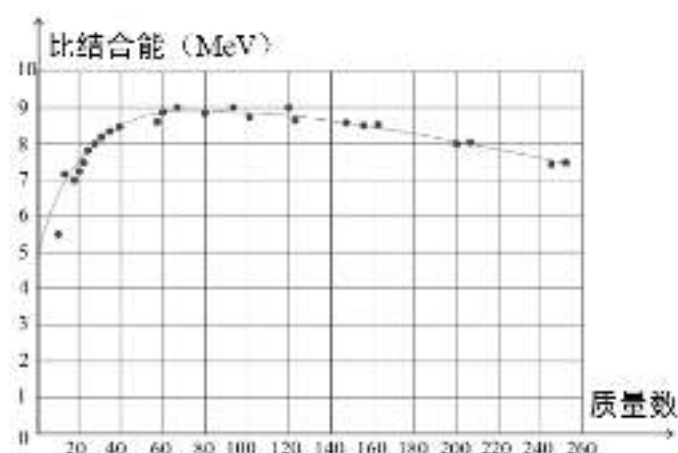
此外，由于原子序数大到一定程度后，不能再维持稳定的结构，因此稳定的化学元素只有一百多种。

### 结合能

核子在核力的作用下紧密结合在一起。按照力与能量的关系，把核子分开需克服核力做功。克服核力做功把核子分开所需要的能量叫作**结合能**。反之，核子由分离的状态结合成为核子可释放能量。

通常组成一个原子核的核子越多，则形成该原子核的总的结合能越大。原子核的总的结合能在实际研究中的使用较少，更重要的是原子核的结合能与核子数的比值，叫作**比结合能**，也叫作**平均结合能**。

比结合能可近似看作是把原子核中的每一个核子分离出去所需要的平均能量，因此原子核的比结合能越大，则该原子核越稳定。下图为各质量数的原子核的比结合能。（ $1\text{ MeV} = 10^6\text{ eV}$ ）



**例 5** 已知氘核 ( ${}^2_1\text{H}$ ) 和氦核 ( ${}^4_2\text{He}$ ) 的比结合能分别为  $1\text{ MeV}$  和  $7\text{ MeV}$ ，判断核反应方程式  $2{}^2_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He}$  吸收能量还是释放能量？通过该反应得到生成  ${}^4_2\text{He}$  吸收或释放的能量是多少？

**解析：**根据热力学定律，该反应可以拆分为两步： $2{}^2_1\text{H} \rightarrow 2{}^1_1\text{p} + 2{}^1_0\text{n}$ ， $2{}^1_1\text{p} + 2{}^1_0\text{n} \rightarrow {}^4_2\text{He}$  这两步的吸放热之和就是净反应  $2{}^2_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He}$  的吸放热之和。第一步： $2{}^2_1\text{H} \rightarrow 2{}^1_1\text{p} + 2{}^1_0\text{n}$ ， ${}^2_1\text{H}$  的比结合能为  $1\text{ MeV}$ ，把  $1$  个  ${}^2_1\text{H}$  分开成  $1$  个质子和  $1$  个中子需要吸收的能量为  $2 \times 1\text{ MeV} = 2\text{ MeV}$ ，该反应中有  $2$  个  ${}^2_1\text{H}$  参与，共需吸收的能量为  $2 \times 2\text{ MeV} = 4\text{ MeV}$ 。第二步： $2{}^1_1\text{p} + 2{}^1_0\text{n} \rightarrow {}^4_2\text{He}$ ， ${}^4_2\text{He}$  的比结合能为  $7\text{ MeV}$ ，由  $2$  个质子和  $2$  个中子结合生成  $1$  个  ${}^4_2\text{He}$  释放的能量为  $4 \times 7\text{ MeV} = 28\text{ MeV}$ 。综上，该反应释放能量，通过该反应得到生成  ${}^4_2\text{He}$  释放的能量为  $28 - 4\text{ MeV} = 24\text{ MeV}$ 。

### 质量亏损

结合能的数值很难直接通过实验测量，通常使用爱因斯坦的质能方程  $E = mc^2$  计算。根据核子结合成原子核前后，核子的总质量与原子核的质量之差，计算得到结合能的大小。

经精确的实验测量发现，由多个质子和中子组成的原子核的质量通常小于相同数量的质子和中子的质量之和，表明核子结合成为原子核后总的质量减少了，该现象叫作**质量亏损**。利用爱因斯坦的质能方程，根据亏损的质量计算得到的能量就是原子核的结合能。由于质量亏损现象，核反应一般不遵循质量守恒，只遵循质量数守恒。



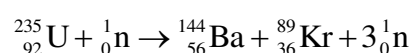
## 四、核裂变与核聚变

一些原子核受到能量足够大的核子或其他原子核撞击后，可以分裂成若干“碎片”，叫作核裂变。一些原子在能量足够大时撞击后会结合在一起，叫作核聚变。核裂变和核聚变伴随着非常巨大的能量变化。

### 核裂变的发现

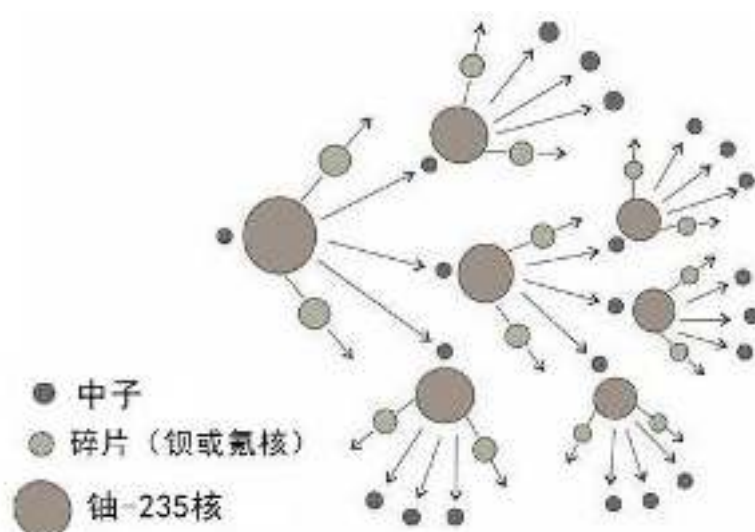
实验发现，用中子轰击原子序数为92的铀核，发生核反应后，可得到原子序数为56的钡（Ba）元素及质量相近的碎块，借用生物学中细胞分裂的名词，将该类核反应命名为**核裂变**。

中子轰击铀核的产物有许多种，表明发生了不只一种核反应，其中最典型的核反应是：



上述核反应中，反应物中有1个中子，产物中有3个中子。新产生的3个中子可继续轰击另外3个铀核，再次引发3次新的核裂变。这3次新的核裂变又可分别各产生3个新的中子，共9个中子，继续引发9次新的核裂变。这样一来，第 $x$ 轮时可发生 $3^x$ 次核裂变反应。

核裂变反应能继续引发一次或多次相同的反应，使反应一代又一代不断发生的过程叫作**链式反应**，如下图所示。



发生链式反应需铀块有足够大的体积和质量。若体积和质量不够大，则核裂变新产生的中子有较大概率在撞击到铀核前就离开了铀块，不能引发新的反应。裂变物质能发生裂变的最小体积和最小质量分别叫作**临界体积**和**临界质量**。

核裂变可释放出非常大量的能量，1 kg 铀-235 全部裂变所释放的能量相当于 2800 吨标准煤完全燃烧时所释放的化学能。利用核裂变释放的热量进行发电，可有效减少化石能源的消耗和温室气体的排放。利用核反应堆释放的热量发电的过程与燃烧化石燃料发电基本相同。



## 反应堆与核电站

为了合理控制核裂变的链式反应，有效利用核裂变释放的大量能量，一般通过控制系统内中子的运动状态和数量的方式，调节核裂变进行的程度。

控制中子运动状态的原理和方法为：若中子的速度过快，则有较大概率在撞击铀核前就离开反应系统，不发生裂变反应。速度过快不能有效引发核裂变的的中子叫作“**快中子**”。只有当中子的速度与周围物质的热运动速度差不多时，才最适于引发核裂变。速度合适可引发核裂变的的中子叫作“**热中子**”或“**慢中子**”。核裂变产生的中子是快中子，因此可以添加“慢化剂”把快中子变成慢中子，从而继续引发链式反应，常用的慢化剂有石墨、重水（氘代水）和轻水（普通水）。

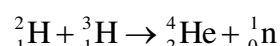
控制中子数量的原理和方法为：镉（Cd）元素有很强的吸收中子的能力，在铀棒之间插入若干镉棒用于吸收中子，通过调节插入的镉棒的数量和深度，控制系统内中子的数量，从而控制链式反应进行的速度。

## 核聚变

除了较重的原子核可发生裂变成为两个或多个较轻的原子核外，两个较轻的原子核也可结合形成质量较大的原子核，此类核反应叫作**核聚变**。

核子结合形成原子核的过程会损失质量并释放巨大的能量，且核聚变过程中平均每个核子所释放的能量是核裂变的数倍。

最典型的核聚变反应发生在太阳内部。太阳的主要成分是氢和氦。氢原子核在高温下发生核聚变反应生成氦核，同时释放出大量能量。人工已经可以引发核聚变反应，一个氘核和一个氚核反应，生成一个氦核并释放出一个中子，核反应方程为：



引发核聚变反应需提供极高的能量，克服原子核之间巨大的静电斥力，才能让原子核相撞并诱发核聚变。主要通过加热的方法使原子核具有足够的平均动能，原子核的一部分动能足以克服静电力，引发聚变反应。

核聚变反应有很多优点：单位质量原料可释放巨大的能量，产能效率极高。核聚变的产物没有放射性，对环境友好。核聚变的原料在地球和宇宙中含量非常丰富。目前尚未实现可控核聚变，若该技术得以实现，则人类利用能源的能力将再一次迎来巨大的飞跃。

## 五、“基本”粒子

物理学家在发现原子和原子核的结构后，曾经认为光子、电子、质子、中子是无法继续分割的最小粒子，因此把它们统称为**基本粒子**。随着实验设备和技术的发展，科学家们发现质子、中子也有自身的结构，并由更加微小的粒子

组成。于是存在最小的不可分割的微小粒子的看法被放弃了，只是将这些微小的粒子叫作粒子。

### 发现新粒子

在对宇宙射线的研究中，物理学家陆续发现了一些新的粒子。如正电子、 $\mu$ 子、 $\pi$ 介子、 $K$ 介子、 $\tau$ 子、玻色子、中微子、希格斯玻色子等，对这些粒子的性质的研究还在进行中，它们的基本情况简单了解即可。

**正电子**是一种质量和电荷量都跟电子相等，但是带正电的粒子，除了带正电以外的其他主要物理性质都跟电子相同。正电子遇到电子后会发生湮灭现象，即正电子与电子消失，并释放出具有大量能量的伽马射线（伽马光子）。

**$\mu$ 子**带一个元电荷的电荷量的负电，质量约为电子的200倍，在比电子更加靠近原子核的位置绕核运动，会迅速发生衰变产生中微子。

**$\pi$ 介子**的寿命极短（为 $10^{-8}$  s数量级），有带一个元电荷的正电荷、带一个元电荷的负电荷、不带电三种，跟核子间产生强相互作用有关。

**$K$ 介子**的寿命也极短（为 $10^{-8}$  s数量级），通常被发现与同时产生。

**$\tau$ 子**是一种带负电荷的粒子，质量约为质子的两倍，半衰期为 $10^{-13}$  s数量级。

**玻色子**是一类粒子的统称，包括光子、引力子、胶子等，它们具有一些共同的微观规律。

**中微子**不带电，质量只有不到电子的百万万分之一，以接近光速的速度运动，跟其他物质的相互作用极其微弱，非常难以用实验方法检测或捕捉。

**希格斯玻色子**不带电荷，对它的物理性质的研究还在进行中。

### 粒子的分类

目前已经发现的粒子有400多种，物理学家根据粒子的物理性质和作用方式，将这些粒子分为四类：强子、轻子、规范玻色子、希格斯玻色子。

**强子**是参与强相互作用的粒子，包括质子和中子。强子由一种叫作**夸克**的成分组成，夸克共有6种，带的电荷分别为元电荷的 $+\frac{2}{3}$ 或 $-\frac{1}{3}$ 。通常3个夸克组成一个核子，两个电荷量为 $+\frac{2}{3}e$ 的夸克和一个电荷量为 $-\frac{1}{3}e$ 的夸克组成一个质子，两个电荷量为 $-\frac{1}{3}e$ 的夸克和一个电荷量为 $+\frac{2}{3}e$ 的夸克组成一个中子。

**轻子**不参与强相互作用，包括电子、电子中微子、 $\mu$ 子、 $\mu$ 子中微子、 $\tau$ 子、 $\tau$ 子中微子这6种。轻子并不“轻”，如 $\tau$ 子的质量比质子和中子大。

**规范玻色子**是传递相互作用的粒子，包括光子、中间玻色子、胶子等。光子传递电磁相互作用，所以电磁场的传播速度是光速。中间玻色子传递弱相互作用。胶子传递强相互作用。

**希格斯玻色子**是希格斯场的量子激发,基本粒子与希格斯场相互作用而获得能量。希格斯玻色子是最后发现的粒子,其性质和结构还在研究中。

### 小结

本章主要学习原子核的基本结构、放射性现象、核裂变和核聚变等原子、亚原子层面的物理现象。本章以知识性的概念为主,精确的数学计算较少。需注意理解根据实验现象,分析得出原子和原子核的结构,并建立起相关模型的过程,特别是经典力学理论与实验现象之间的矛盾,以及量子理论对实验现象的解释。需熟练掌握半衰期的计算方式和核反应方程的书写,以及有关仪器设备的基本结构和工作原理。