第二次作业

201300086 史浩男

- 考虑下列交互的情形：

	i Defect	*i* Coop
j Defect	-5 -5	-10 0
j Coop	0 -10	-1 -1

	i Defect	*i* Coop
j Defect	-5 -5	-4 0
j Coop	0 -4	-1 -1

	i Descend	*i* Climb
j Descend	-4 -4	-1 0
j Climb	0 -1	-5 -5

对于每种情形，写出所有的（纯策略）纳什均衡解、帕累托最优解和社会福利最优解。 注：形式为(j's action, i's action)

4-1

(1)

纯策略纳什均衡解: (D, D)

帕累托最优解: (C, D), (D, C), (C, C)

社会福利最优解: (C, C)

(2)

纯策略纳什均衡解: (C, D), (D, C)

帕累托最优解: (C, D), (D, C), (C, C)

社会福利最优解: (C, C)

(3)

纯策略纳什均衡解: (C, D), (D, C)

帕累托最优解: (C, D), (D, C)

社会福利最优解: (C, D), (D, C)

- 考虑下列交互的情形：

j \ *i*	defect	coop
defect	1 1	2 4
coop	4 2	3 3

j \ *i*	defect	coop
defect	-1 1	1 -1
coop	1 -1	-1 1

j \ *i*	defect	coop
defect	5 3	1 2
coop	0 2	0 1

对于每种情形，写出所有的（纯策略）纳什均衡解、帕累托最优解和社会福利最优解。 注：形式为(j's action, i's action)

4-2

(1)

纯策略纳什均衡解: (C, D), (D, C)

帕累托最优解: (C, D), (D, C), (C, C)

社会福利最优解: (C, D), (D, C), (C, C)

(2)

纯策略纳什均衡解: 无

帕累托最优解: (D, D), (C, D), (D, C), (C, C)

社会福利最优解: (D, D), (C, D), (D, C), (C, C)

(3)

纯策略纳什均衡解: (D, D)

帕累托最优解: (D, D)

社会福利最优解: (D, D)

- 解释为什么在只有一轮的囚徒困境问题中，得到的程序均衡解可以是相互合作的行为？

4-3

如果双方程序选择的策略都是：如果双方程序的代码相同则进行合作，那么就达成了相互合作的程序均衡解。

这是因为可以获取到对方程序的代码，进而得知获取到对方的出价策略，以此来选择自己的策略。

- 一些朋友计划一起去看一场电影，每个人对想看电影的类型进行了投票。以下为偏好排序及相应的票数：

Votes	3	2	5	3
First Choice	action	romance	comedy	drama
Second Choice	drama	drama	action	romance
Third Choice	comedy	comedy	drama	action
Forth Choice	romance	action	romance	comedy

基于这些数据，分别用多数制和波达计数这样两种投票过程，计算出获胜的电影类型。

4-4

多数制: comedy.

波达计数:

计算四种电影类型的最终得分:

action=3×3+2×0+5×2+3×1=22

comedy=3×1+2×1+5×3+3×0=20

drama=3×2+2×2+5×1+3×3=24

romance=3×0+2×3+5×0+3×2=12

因此波达计数结果为 drama

- 已知候选集合$\Omega=\{\omega_a,\omega_b,\omega_c,\omega_d\}$，一个线性序列成对选举的过程及结果如下：

$$\begin{array}{ll}\{\omega_a,\omega_b\} & \longrightarrow \omega_a\\ \{\omega_a,\omega_c\} & \longrightarrow \omega_c\\ \{\omega_a,\omega_d\} & \longrightarrow \omega_a\\ \{\omega_b,\omega_c\} & \longrightarrow \omega_b\\ \{\omega_b,\omega_d\} & \longrightarrow \omega_d\\ \{\omega_c,\omega_d\} & \longrightarrow \omega_c\end{array}$$

（a）画出表示这些结果的多数图。

（b）如果存在，给出一个导致结果为ω_a的选举议程；否则，解释为什么不存在。

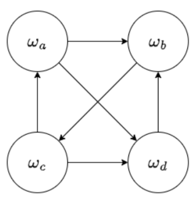
（c）如果存在，给出一个导致结果为ω_c的选举议程；否则，解释为什么不存在。

（d）给出康多塞赢家的定义。在这个线性序列成对选举中，存在康多塞赢家吗？如果存在，它是什么；否则，解释为什么不存在。

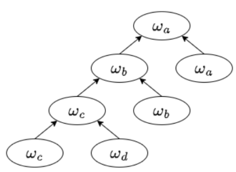
（e）如果你希望让ω_a成为康多塞赢家，应该修改哪个成对选举的结果，为什么？

4-5

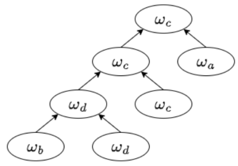
(a)



(b)



(c)



(d)

定义：在任何选举议程下都是最终赢家

不存在，根据b、c两问可知，不存在任意议程上唯一的最终赢家

(e)

将$\{w_a, w_c\} \to w_c$改为$\{w_a, w_c\} \to w_a$

修改完后w_a对上任意一候选人都能获胜，因此在任意议程上都是最终赢家。

- 在合作博弈中，考虑如下的边际贡献网：

$$\begin{aligned} a \wedge b &\to 6 \\ b &\to 3 \\ c &\to 4 \\ b \wedge \neg c &\to 2 \end{aligned}$$

令ν为由这些规则定义的特征函数。计算下列特征函数值：

(i) $\nu(\{a\})$
(ii) $\nu(\{c\})$
(iii) $\nu(\{a,b\})$
(iv) $\nu(\{b,c\})$
(v) $\nu(\{a,b,c\})$

4-6

(i) v({a}) = 0

(ii) v({c}) = 4

(iii) v({a, b}) = 6 + 3 + 2 = 11

(iv) v({b, c}) = 3 + 4 = 7

(v) v({a, b, c}) = 6 + 3 + 4 = 13

- 考虑一个合作博弈$\mathcal{G} = \langle Ag, \nu \rangle$，其中Agent集合$Ag = \{a, b, c\}$，特征函数$\nu$的定义如下：

$$\begin{aligned} \nu\{\varnothing\} &= 0 \\ \nu\{a\} &= 12 \\ \nu\{b\} &= 18 \\ \nu\{c\} &= 6 \\ \nu\{a,b\} &= 60 \\ u\{b,c\} &= 48 \\ \nu\{a,c\} &= 72 \\ \nu\{a,b,c\} &= 120 \end{aligned}$$

计算Agent a, b, c的夏普利值。

4-7

计算边界贡献：

$u_a\{\emptyset\} = 12 - 0 = 12$

$u_a\{b\} = 60 - 18 = 42$

$u_a\{c\} = 72 - 6 = 68$

$u_a\{b, c\} = 120 - 48 = 72$

$u_b\{\emptyset\} = 18 - 0 = 18$

$u_b\{a\} = 60 - 12 = 48$

$u_b\{c\} = 48 - 6 = 42$

$u_b\{a, c\} = 120 - 72 = 48$

$u_c\{\emptyset\} = 6 - 0 = 6$

$u_c\{a\} = 72 - 12 = 60$

$u_c\{b\} = 48 - 18 = 30$

$u_c\{a, b\} = 120 - 60 = 60$

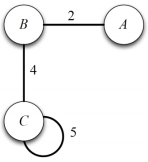
夏普利值为：

$sh_a = (2 \times 12 + 42 + 68 + 2 \times 72)/3! = 46.3$

$sh_b = (2{\times}18 + 48 + 42 + 2{\times}48)/3! = 37$

$sh_c = (2 \times 6 + 60 + 30 + 60 \times 2)/3! = 37$

- 考虑一个合作博弈$\mathcal{G} = \langle Ag, v \rangle$，其中Agent集合$Ag = \{A, B, C\}$，特征函数$v$的加权子图表示如下：



（1）计算$v(\{A,B\})$，$v(\{C\})$，$v(\{A,B,C\})$。
（2）给出属于该博弈的核心的一个收益分配的例子。
（3）给出不属于该博弈的核心的一个收益分配的例子。

4-8

(1)

v({A, B}) = 2

v({C}) = 5

v({A, B, C}) = 11

(2)

<1, 2, 8>是属于该博弈的核心的一个收益分配的例子

$A + B \geq 2$

$B + C \geq 9$

A+B+C = 11即可

(3)

<3, 4, 4>不是属于该博弈的核心的一个收益分配的例子

子联盟{B, C}可以获得更高的收益分配<4, 5>

- 在组合拍卖中，有如下的一个异或出价：

$$\beta_1 = (\{a,b\},4)\ XOR\ (\{c,d\},7)$$

试计算如下商品集合的价值：
（1）$v_{\beta_1}(\{a\})$
（2）$v_{\beta_1}(\{a,b\})$
（3）$v_{\beta_1}(\{a,b,c\})$
（4）$v_{\beta_1}(\{a,b,c,d\})$

4-9

$v_{\beta_1}(a) = 0$

$v_{\beta_1}(\{a, b\}) = 4$

$v_{\beta_1}(\{a, b, c\}) = 4$

$vv_{\beta_1}(\{a, b, c, d\}) = 7$

- 描述维克里拍卖。证明在维克里拍卖中，诚实出价是优势策略。

4-10

维克里拍卖的规则如下：

1. 拍卖是一轮的，所有的买家都向卖家提交他们对拍卖商品的出价，这个过程是秘密的，即出价是私有信息，其他买家不知道其他人的出价。
2. 商品被分配给出最高价的买家，但是价格是第二高的出价。换句话说，赢得竞标的买家实际支付的价格并不是他们原先提出的最高出价，而是所有竞标中的第二高出价。

在这样的拍卖形式下，诚实出价（即真实出价）被认为是一种优势策略。我们可以通过以下方式来证明这一点：

假设每个买家的私有价值（即他们认为商品的真实价值）是已知的，且不会因其他买家的出价而改变。在这种情况下，对于每个买家来说，最佳的策略就是诚实地出价，即出价等于他们的私有价值。

假设买家 A 的私有价值为 v，他选择出价 b (b≠v)。现在我们考虑以下两种情况：

1. 如果 b < v，那么有可能会发生 b 超过第二高出价但低于 v 的情况，这意味着 A 将因出价过低而失去赢得拍卖的机会。这种情况下，诚实出价 v 会比出价 b 更优。
2. 如果 b > v，那么有可能会发生 b 成为第二高出价的情况，这意味着 A 将需要支付超过他的私有价值 v 的价格，这显然是不理智的。这种情况下，诚实出价 v 也会比出价 b 更优。

在这两种情况下，诚实出价都是最佳的策略。所以，在维克里拍卖中，诚实出价是优势策略。

4-11简述VCG机制

在VCG机制中，每个参与者根据他们对商品或服务的私人评估提交出价，然后机制计算出社会福利最大化的结果（通常是分配或配置问题）。VCG机制的关键特点是，它提供了激励相容：每个参与者说出他们的真实评估是他们的优势策略，即无论其他人做什么，诚实出价都是他们最佳的选择。

VCG机制的具体工作方式取决于所考虑的问题和环境，但一般有两个主要步骤：

1. 根据所有参与者的出价，找出使得社会福利最大化的分配或配置方案。社会福利通常被定义为所有参与者的价值评估的总和。
2. 计算每个参与者的支付。在最基本的VCG机制中，每个赢家支付的金额等于他们对其他参与者造成的"伤害"，也就是说，如果没有他们参与，其他人能获得的社会福利与他们参与后其他人实际获得的社会福利之间的差额。

VCG机制的一个重要优点是它不仅激励人们诚实出价，而且在此基础上还能实现社会福利的最大化。然而，它也有一些缺点，如可能出现的高计算复杂性和可能不满足预算平衡等。

4-12

- 假设一个资源的价值为1，两个Agent通过轮流出价的协商协议把它分成两份，每份的价值在0到1之间，这两份的价值总和为1。如果协商的轮数不固定，那么Agent 1在第0轮应该如何出价？并解释为什么。请分两个Agent都是有耐心的玩家和耐心有限的玩家这样两种情况分别讨论。

(1)有耐心

- Agent 1 在第 0 轮应该提议 $(1,0)$，并在之后也一直这样提议，并且否决 Agent 2 的任何提议。
- Agent 2 如果一直否决，就会导致冲突交易；否则就应该在第 0 轮就同意 Agent 1 的提议。

(2)耐心有限

每个 Agent i 有一个折扣因子 δ_i，$i \in 1,2$，$0 \leq \delta_i < 1$，在第 t 轮，若 Agent i 得到份额为 x，则其价值为 $\delta_i^t x$：

Agent 1 在第 0 轮应该提议 $\left(\frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}, \frac{\delta_2(1-\delta_1)}{1-\delta_1\delta_2}\right)$，这样的话可以在第 0 轮就达成协商。

因为只要 Agent 1 一直提议 $(x, 1-x)$ 并且否决 Agent 2 的任意比它差的提议，Agent 2 的回应方式有如下：

如果第 0 轮否决，最好情况是 Agent 在第 1 轮的提议在第 2 轮被 Agent 1 同意，Agent 2 的提议不能到达 $1-\delta_1 x$，否则 Agent 1 不会同意，这样就意味着如果 Agent 2 在第 0 轮就能得到 $\delta_2(1-\delta_1 x)$，则就应该在第 0 轮就同意。

所以我们只需 Agent 1 在第 0 轮令 $x = 1-\delta_2(1-\delta_1 x)$ 即可解得 $x = \frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}$

4-13简述轮流出价协议的规则，单调让步协议的规则

轮流出价协议的规则如下：

1. 轮流出价协议是一个一对一的协商协议，涉及两个参与者（Agent 1 和 Agent 2）进行多轮协商。
2. 在每一轮中，首先是Agent 1出价（表示为x^0），然后Agent 2要么同意该出价，要么否决。
3. 如果Agent 2同意Agent 1的出价，交易达成，并结束协商。
4. 如果Agent 2否决Agent 1的出价，进入下一轮，在该轮中Agent 2将提出自己的出价。
5. 协商继续进行，双方轮流出价，直到达成一致或产生冲突交易。

单调让步协议的规则如下：

1. 单调让步协议也是一个多轮协商协议。
2. 在每一轮的协商中，两个参与者（Agent 1 和 Agent 2）分别从协商集合中提出一项提议。
3. 如果一个Agent发现另一个Agent提出的交易弱于自己提出的交易，即自己能获得更好的结果，那么可以达成一致，协商结束。
4. 如果没有达成一致，进入下一轮协商。
5. 在下一轮中，Agent 1 和 Agent 2 继续提出新的提议，但Agent不能提出比上一轮的提议对另一个Agent更差的提议。
6. 如果没有Agent作出让步，协商以交易冲突结束。

使用单调让步协议，经过有限轮的协商之后，可以保证协商结束。在最后一轮协商中，两个Agent要么达成一致，要么互不让步。然而，单调让步协议不能保证快速达成一致，协商的轮数可能与分配的任务数量呈指数关系。

4-14

- 简述在使用单调让步协议进行协商时，使用Zeuthen策略的协商参与者是如何解决下面三个问题的：
  （1）Agent的第一个提议应该是什么？
  （2）在给定的一轮协商中，谁应该让步？
  （3）如果一个Agent让步，它应该让步多少？

(1)

Agent 最偏好的交易.

(2)

将你的内容转换为标准的 Markdown 格式，并将不合适的标点转换为中文标点：

在给定的一轮协商中，度量 Agent 冒冲突风险的意愿，应该是最不愿意冒冲突风险的 Agent 进行让步。Agent i 在第 t 轮冒冲突风险的意愿：

$$\text{risk}_i^t = \frac{\text{由于让步并接受 j 的提议导致 i 的效用损失}}{\text{没有让步并导致冲突致使 i 的效用损失}}$$

形式地，有

$$\text{risk}_i^t = \begin{cases} 1 & \text{if utility } y_i\left(\delta_i^t\right) = 0 \\ \frac{utility_i(\delta_i^t) - utility(\delta_i^t)}{utility\delta_i(\delta_i^t)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

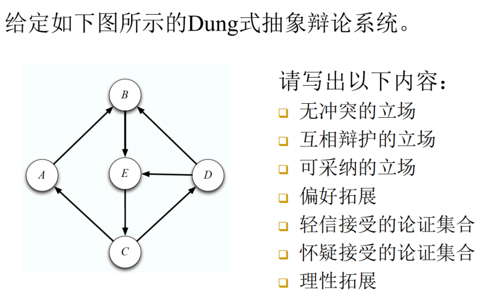
这个值在 0 1 之间，值越大，表示 Agent i 由冲突遭受的损失越小，因此更愿意冒冲突风险，反之亦然。

(3)

如果一个 Agent 让步，他应该做出最小的必要的让步，来改变风险的平衡。

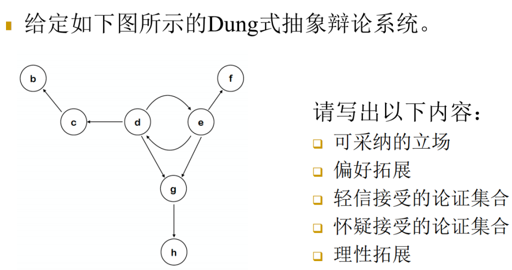
如果遇到风险相同的情况，可以通过一个 Agent "投掷硬币" 决定谁应该让步。

4-15



- 无冲突的立场：$\emptyset$，$\{A\}$，$\{B\}$，$\{C\}$，$\{D\}$，$\{E\}$，$\{A, D\}$，$\{A, E\}$，$\{B, C\}$
- 互相辩护的立场：$\emptyset$，$\{B, C\}$，$\{C, D, E\}$，$\{A, B, C, E\}$，$\{A, C, D, E\}$，$\{B, C, D, E\}$，$\{A, B, C, D, E\}$
- 可采纳的立场：$\emptyset$，$\{B, C\}$
- 偏好拓展：$\{B, C\}$
- 轻信接受的论证集合：$\{B, C\}$
- 怀疑接受的论证集合：$\{B, C\}$
- 理性拓展：$\emptyset$

4-16



- 可采纳的立场：$\emptyset$，d，e，b, d，c, e，d, f，d, h，e, h，b, d, f，b, d, h，c, e, h，d, f, h，b, d, f, h
- 偏好拓展：b, d, f
- 轻信接受的论证集合：b, d, f
- 怀疑接受的论证集合：b, d, f
- 理性拓展：$\emptyset$

4-17-4-20

1. States, Actions, and Observation

a) Write down the state joint space S for the Dec-Tiger problem. Is there any notion of individual state here?

b) Write down the joint action space A for the Dec-Tiger problem. Is there any notion of individual action here?

c) Write down the joint observation space O for the Dec-Tiger problem. Is there any notion of individual observation here?

(1)

联合状态空间 $S = Tiger_{Left}, Tiger_{Right}$ 没有个体状态空间。

(2)

联合动作空间：

$A = (Open_{Left}, Open_{Left}), (Open_{Left}, Open_{Right}), (Open_{Left}, Listen), (Open_{Right}, Open_{Left}), (Open_{Right}, Open_{Right}), (Open_{Right}, Listen), (Li$

Agent i 的个体动作空间 $A^i = Open_{Left}, Open_{Right}, Listen$

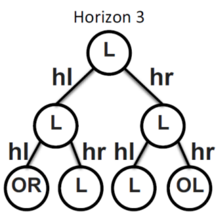
(3)

联合观察空间

$O = (Roar_{Left}, Roar_{Left}), (Roar_{Left}, Roar_{Right}), (Roar_{Right}, Roar_{Left}), (Roar_{Right}, Roar_{Right})$

Agent i 的个体观察空间 $O^i = Roar_{Left}, Roar_{Right}$

a) With pencil and paper, draw a horizon h=3 policy tree for the DecTiger Problem from the perspective of one agent.



b) Can you identify the optimal joint policy for horizon h=1? h=2? h=3

在h=1的时间限制下，只有一个决策点，最优的联合策略是选择“听”，两个Agent都选择执行“听”的动作。

在h=2的时间限制下，我们需要考虑Agent在初始动作后可能的结果或观察。

最优的联合策略如下：

- 如果两个Agent都听到了咆哮声（RR），最优的联合策略是两个Agent打开相反的门（打开左门和打开右门）。
- 如果两个Agent都听到了安静声（LL），最优的联合策略是两个Agent继续执行“听”的动作。
- 如果一个Agent听到了咆哮声，另一个Agent听到了安静声（RL或LR），最优的联合策略是听到咆哮声的Agent打开咆哮声所在侧的门，另一个Agent继续执行“听”的动作。

在h=3的时间限制下，需要考虑三个时间步后的最优联合策略。具体的最优策略取决于每个步骤的可能结果和观察，以及Agent所采取的动作。需要更详细地分析树状结构和结果，才能确定该时间限制下的确切最优联合策略。比如可以执行以下过程：

1. 听
2. 根据观察结果：
    - 如果听到左侧有老虎声，策略是打开右边的门。
    - 如果听到右侧有老虎声，策略是打开左边的门。
3. 如果在第2步选择的动作是“打开门”，则策略结束，问题得到解决。但是，如果Agent仍然不确定，可以再次听，策略将继续按照第2步的方式进行。

c)For horizon h=3, how large is the joint policy space?

每个Agent有3个动作选择，所以联合策略空间的大小是3的乘方，即3^3=27