

## 循环不变式证明：

第i次迭代前怎样，然后怎样操作的，之后i+1次迭代前还是这样

## 时间复杂度

- 循环的复杂度是i的取值个数1？
- 循环内每行，要考虑这是在循环里

## 比较asymptotic

- 相加类，看最大幂次
- $\lg n$ 比 $n$ 任意正次幂小
- 不直观，一定取对数看看
- 由定义

$$\lg^*(\lg n) = \lg^*(n) - 1$$

- 由斯特朗公式,  $n! \approx n^n$

$$\begin{aligned}
1 &= n^{1/\lg n} \ll \\
&\lg(\lg^* n) \ll \\
\lg^* n &= \lg^*(\lg n) \ll \\
2^{\lg^* n} &\ll \\
\ln \ln n &\ll \\
\sqrt{\lg n} &\ll \\
\ln n &\ll \\
\lg^2 n &\ll \\
2^{\sqrt{2 \lg n}} &\ll \\
(\sqrt{2})^{\lg n} &\ll \\
n &= 2^{\lg n} \ll \\
n \lg n &= \lg(n!) \ll \\
n^2 &= 4^{\lg n} \ll \\
n^3 &\ll \\
(\lg n)! &\ll \\
(\lg n)^{\lg n} &= n^{\lg \lg n} \ll \\
(3/2)^n &\ll \\
2^n &\ll \\
n \cdot 2^n &\ll \\
e^n &\ll \\
n! &\ll \\
(n+1)! &\ll \\
2^{2^n} &\ll \\
2^{2^{n+1}} &\ll
\end{aligned}$$

## 递归树时间计算

**定理 4.1(主定理)** 令  $a \geq 1$  和  $b > 1$  是常数,  $f(n)$  是一个函数,  $T(n)$  是定义在非负整数上的递归式:

$$T(n) = aT(n/b) + f(n)$$

其中我们将  $n/b$  解释为  $\lfloor n/b \rfloor$  或  $\lceil n/b \rceil$ 。那么  $T(n)$  有如下渐近界:

1. 若对某个常数  $\epsilon > 0$  有  $f(n) = O(n^{\log_b a - \epsilon})$ , 则  $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$ 。
2. 若  $f(n) = \Theta(n^{\log_b a})$ , 则  $T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \lg n)$ 。
3. 若对某个常数  $\epsilon > 0$  有  $f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \epsilon})$ , 且对某个常数  $c < 1$  和所有足够大的  $n$  有  $af(n/b) \leq cf(n)$ , 则  $T(n) = \Theta(f(n))$ 。 ■

```
2  常数切割 $\Theta(n \log n)$ 
3   $T(n) = T(\alpha n) + T((1 - \alpha)n) + cn$ 
4  常数倍切割 $\Theta(n \lg n)$ 
```

讲作业：

对顶堆：最大堆+中位数+最小堆，要维护两个堆数量的平衡

可删除堆：其实没删，只是又创建了一个要删的堆，每次访问最大时要进行判断，如果是要删的就跳过

lowerbound只能用决策树证明，如果叶子总数易知，那就好证