课后作业4-1

- 考虑下列交互的情形：

	i **Defect**	*i* **Coop**
j **Defect**	-5 -5	-10 0
j **Coop**	0 -10	-1 -1

	i **Defect**	*i* **Coop**
j **Defect**	-5 -5	-4 0
j **Coop**	0 -4	-1 -1

	i **Descend**	*i* **Climb**
j **Descend**	-4 -4	-1 0
j **Climb**	0 -1	-5 -5

对于每种情形，写出所有的（纯策略）纳什均衡解、帕累托最优解和社会福利最优解。

注：形式为(*j*'s action, *i*'s action)

参考答案4-1

（1）

所有（纯策略）纳什均衡解：(D, D)

所有帕累托最优解：(D, C)，(C, D)，(C, C)

所有社会福利最优解：(C, C)

（2）

所有（纯策略）纳什均衡解： (D, C)，(C, D)

所有帕累托最优解：(D, C)，(C, D)，(C, C)

所有社会福利最优解： (C, C)

（3）

所有（纯策略）纳什均衡解：(D, C)，(C, D)

所有帕累托最优解：(D, C)，(C, D)

所有社会福利最优解：(D, C)，(C, D)

课后作业4-2

- 考虑下列交互的情形：

		i	
		defect	coop
j	defect	1	2
		1	4
	coop	4	3
		2	3

		i	
		defect	coop
j	defect	-1	1
		1	-1
	coop	1	-1
		-1	1

		i	
		defect	coop
j	defect	5	1
		3	2
	coop	0	0
		2	1

对于每种情形，写出所有的（纯策略）纳什均衡解、帕累托最优解和社会福利最优解。

注：形式为(j's action, i's action)

参考答案4-2

（1）

所有（纯策略）纳什均衡解：(coop, defect)，(defect, coop)

所有帕累托最优解：(coop, coop)，(coop, defect)，(defect, coop)

所有社会福利最优解：(coop, coop)，(coop, defect)，(defect, coop)

（2）

所有（纯策略）纳什均衡解：None

所有帕累托最优解：所有都是

所有社会福利最优解：所有都是（这是一个零和博弈）

（3）

所有（纯策略）纳什均衡解：(defect, defect)

所有帕累托最优解：(defect, defect)

所有社会福利最优解：(defect, defect)

课后作业4-3

- 解释为什么在只有一轮的囚徒困境问题中，得到的程序均衡解可以是相互合作的行为?

参考答案4-3

一轮囚徒困境的一个主要问题是：虽然对两个Agent来说合作更好，但是只有在另一Agent（如：player 2）将会合作的情况下，对Agent（player 1）来说合作才是更有利的。可是，如果Agent被告知另一个Agent将会合作，那么该Agent可以通过背叛获得更高的收益。该博弈只有一轮，这意味着Agent并不在乎其他Agent的报复。

程序均衡解通过去除Agent可以被提前告知对方意图的方式使得合作成为可能。两个Agent都向中介人提交一个程序，该程序描述了Agent的策略和投票的条件。特别地，该程序决定了Agent如何根据其他Agent的程序投票。只有中介人能看到所有程序，由他来运行这些程序以决定每个Agent的行为。因此，Agent可以提交一个程序，该程序的内容是：如果另一个Agent的程序与我方程序相同，那么就合作，否则背叛。通过这种方式，Agent只有在另一Agent合作时才选择合作，否则将会背叛。

课后作业4-4

- 一些朋友计划一起去看一场电影，每个人对想看电影的类型进行了投票。以下为偏好排序及相应的票数：

Votes	3	2	5	3
First Choice	action	romance	comedy	drama
Second Choice	drama	drama	action	romance
Third Choice	comedy	comedy	drama	action
Forth Choice	romance	action	romance	comedy

基于这些数据，分别用多数制和波达计数这样两种投票过程，计算出获胜的电影类型。

参考答案4-4

a) 多数制

仅关注第一选择， Action = 3， Romance = 2， Comedy = 5， Drama = 3， 因此Comedy胜出

b) 波达计数

$k = |\Omega| = 4$, 第一选择的分数为3， 第二选择为2， 以此类推。

Action = (3*3)+0+(5*2)+(3*1) = 22

Romance = 0+(2*3)+0+(3*2) = 12

Comedy = (3*1)+(2*1)+(5*3)+0 = 20

Drama = (3*2)+(2*2)+(5*1)+(3*3) = 24

因此 Drama 以24分获胜。

课后作业4-5

- 已知候选集合$\Omega=\{\omega_a,\omega_b,\omega_c,\omega_d\}$，一个线性序列成对选举的过程及结果如下：

$$
\begin{aligned}
\{\omega_a,\omega_b\} &\longrightarrow \omega_a\\
\{\omega_a,\omega_c\} &\longrightarrow \omega_c\\
\{\omega_a,\omega_d\} &\longrightarrow \omega_a\\
\{\omega_b,\omega_c\} &\longrightarrow \omega_b\\
\{\omega_b,\omega_d\} &\longrightarrow \omega_d\\
\{\omega_c,\omega_d\} &\longrightarrow \omega_c
\end{aligned}
$$

（a）画出表示这些结果的多数图。

（b）如果存在，给出一个导致结果为ω_a的选举议程；否则，解释为什么不存在。

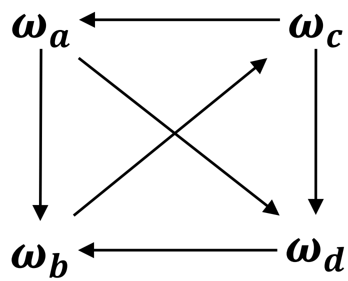
（c）如果存在，给出一个导致结果为ω_c的选举议程；否则，解释为什么不存在。

（d）给出康多塞赢家的定义。在这个线性序列成对选举中，存在康多塞赢家吗？如果存在，它是什么；否则，解释为什么不存在。

（e）如果你希望让ω_a成为康多塞赢家，应该修改哪个成对选举的结果，为什么？

参考答案4-5

（a）画出表示这些结果的多数图。

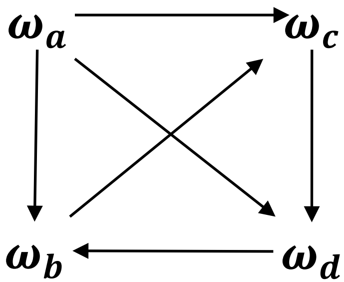


（b） $(\omega_b, \omega_c, \omega_d, \omega_a)$

（c） $(\omega_a, \omega_b, \omega_c, \omega_d)$

（d） 康多塞赢家是指对任意议程，该候选者都是最终赢家。在上面给出的多数图中不存在康多塞赢家，因为$\omega_a, \omega_b, \omega_c$三者之间存在环路，而$\omega_d$又不能胜过任何人。

（e）



这样修改可以使得ω_a在与ω_c的比较中胜出。

课后作业4-6

- 在合作博弈中，考虑如下的边际贡献网：

$$
\begin{aligned}
a \wedge b &\rightarrow 6 \\
b &\rightarrow 3 \\
c &\rightarrow 4 \\
b \wedge \neg c &\rightarrow 2
\end{aligned}
$$

令ν为由这些规则定义的特征函数。计算下列特征函数值：

(i) $\nu(\{a\})$

(ii) $\nu(\{c\})$

(iii) $\nu(\{a, b\})$

(iv) $\nu(\{b, c\})$

(v) $\nu(\{a, b, c\})$

参考答案4-6

$$v(\{a\}) = 0$$

$$v(\{c\}) = 4$$

$$v(\{a, b\}) = 6 + 3 + 2 = 11$$

$$v(\{b, c\}) = 3 + 4 = 7$$

$$v(\{a, b, c\}) = 6 + 3 + 4 = 13$$

课后作业4-7

- 考虑一个合作博弈$\mathcal{G} = \langle Ag, \nu \rangle$，其中Agent集合$Ag = \{a, b, c\}$，特征函数$\nu$的定义如下：

$$
\begin{aligned}
\nu\{\varnothing\} &= 0 \\
\nu\{a\} &= 12 \\
\nu\{b\} &= 18 \\
\nu\{c\} &= 6 \\
\nu\{a, b\} &= 60 \\
u\{b, c\} &= 48 \\
\nu\{a, c\} &= 72 \\
\nu\{a, b, c\} &= 120
\end{aligned}
$$

计算Agent a, b, c的夏普利值。

参考答案4-7

令$\delta_i(S)$表示Agent i加入联盟S带来的边际贡献，即$v(S \cup \{i\}) - v(S)$，夏普利值的计算公式

$$\varphi_i = \frac{\sum_{o \in \Pi(Ag)} \delta_i(C_i(o))}{|Ag|!}$$

- 对于Agent a：

$\delta_a(\phi) = v(\{a\}) - v(\phi) = 12 - 0 = 12$ 对于{a,b,c} {a,c,b}

$\delta_a(\{b\}) = v(\{a,b\}) - v(\{b\}) = 60 - 18 = 42$ 对于{b,a,c}

$\delta_a(\{c\}) = v(\{a,c\}) - v(\{c\}) = 72 - 6 = 66$ 对于{c,a,b}

$\delta_a(\{b,c\}) = v(\{a,b,c\}) - v(\{b,c\}) = 120 - 48 = 7$ 对于{b,c,a},{c,b,a}

$$\varphi_a = \frac{12+12+42+66+72+72}{3!} = \frac{276}{6} = 46$$

参考答案4-7

对于Agent b：

$\delta_b(\phi) = v(\{b\}) - v(\phi) = 18 - 0 = 18$ 对于{b,a,c} {b,c,a}

$\delta_b(\{a\}) = v(\{a,b\}) - v(\{a\}) = 60 - 12 = 48$ 对于{a,b,c}

$\delta_b(\{c\}) = v(\{b,c\}) - v(\{c\}) = 48 - 6 = 42$ 对于{c,b,a}

$\delta_b(\{a,c\}) = v(\{a,b,c\}) - v(\{a,c\}) = 120 - 72 = 48$ 对于{a,c,b},{c,a,b}

$$\varphi_b = \frac{18 + 18 + 48 + 42 + 48 + 48}{3!} = \frac{222}{6} = 37$$

参考答案4-7

对于Agent c：

$\delta_c(\phi) = v(\{c\}) - v(\phi) = 6 - 0 = 6$ 对于{c,a,b} {c,b,a}

$\delta_c(\{a\}) = v(\{a, c\}) - v(\{a\}) = 72 - 12 = 60$ 对于{a,c,b}

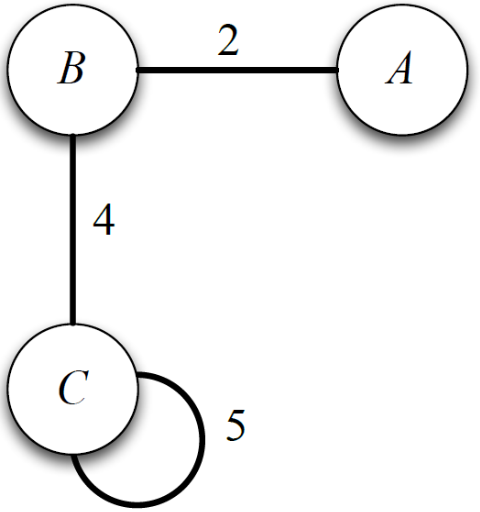
$\delta_c(\{b\}) = v(\{b, c\}) - v(\{b\}) = 48 - 18 = 30$ 对于{b,c,a}

$\delta_c(\{a, b\}) = v(\{a, b, c\}) - v(\{a, b\}) = 120 - 60 = 60$ 对于{a,b,c},{b,a,c}

$$\varphi_c = \frac{6 + 6 + 60 + 30 + 60 + 60}{3!} = \frac{222}{6} = 37$$

课后作业4-8

- 考虑一个合作博弈$\mathcal{G}=\langle Ag,\nu\rangle$，其中Agent集合$Ag=\{A,B,C\}$，特征函数$\nu$的加权子图表示如下：



（1）计算$\nu(\{A,B\})$，$\nu(\{C\})$，$\nu(\{A,B,C\})$。

（2）给出属于该博弈的核心的一个收益分配的例子。

（3）给出不属于该博弈的核心的一个收益分配的例子。

参考答案4-8

i) $v(\{A,B\}) = 2$

$v(\{C\}) = 5$

$v(\{A,B,C\}) = 2 + 4 + 5 = 11$

ii) {2，3，6}属于该博弈的核心

iii) {8, 2, 1}不属于该博弈的核心

课后作业4-9

- 在组合拍卖中，有如下的一个异或出价：

$$\beta_1 = (\{a, b\}, 4)\ XOR\ (\{c, d\}, 7)$$

试计算如下商品集合的价值：

（1） $v_{\beta_1}(\{a\})$

（2） $v_{\beta_1}(\{a, b\})$

（3） $v_{\beta_1}(\{a, b, c\})$

（4） $v_{\beta_1}(\{a, b, c, d\})$

参考答案4-9

试计算如下商品集合的价值：

（1） $v_{\beta_1}(\{a\}) = 0$

（2） $v_{\beta_1}(\{a, b\}) = 4$

（3） $v_{\beta_1}(\{a, b, c\}) = 4$

（4） $v_{\beta_1}(\{a, b, c, d\}) = 7$

课后作业4-10

- 描述维克里拍卖。证明在维克里拍卖中，诚实出价是优势策略。

参考答案4-10

- 维克里拍卖是第二价格、秘密出价、一轮拍卖：
  - 拍卖只有一轮，在这一轮中，买方向卖方提交竞拍商品的出价，没有后续的竞标轮次，商品分配给出最高价的Agent
  - 中标者按出价的**最二高**出价支付
- 设v_i是某个商品对Agent i的价值，b_i是Agent i的出价
  - Agent i的收益为

$$p_i = \begin{cases} v_i - max_{j\neq i}b_j & \text{if } b_i > max_{j\neq i}b_j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

不妨设在$\max_{j\neq i}b_j = b_i$时，Agent i不中标

- 假设Agent i的出价$b_i > v_i$ (即过高出价)
  - 如果$\max_{j\neq i} b_j < v_i$，那么无论是否诚实出价，都会中标
    - 因此，诚实出价的竞标策略和过高出价的策略获得同等收益
  - 如果$\max_{j\neq i} b_j = v_i$，那么两种策略的收益相同
    - 诚实出价不中标，收益为0；过高出价中标，收益为0
  - 如果$\max_{j\neq i} b_j \geq b_i$，那么无论是否诚实出价，都中不了
    - 同样，两种策略的收益相等
  - 如果$v_i < \max_{j\neq i} b_j < b_i$，那么过高出价将中标，但收益是负的，而诚实的策略的收益为0

结论：过高出价不如诚实出价

- 假设Agent i的出价$b_i < v_i$ (即过低出价)
  - 如果$\max_{j\neq i} b_j \geq v_i$，那么无论是否诚实出价，都中不了
    - 因此，诚实出价的竞标策略和过低出价的策略获得同等收益
  - 如果$\max_{j\neq i} b_j < b_i$，那么无论是否诚实出价，都能中标
    - 同样，两种策略的收益相等
  - 如果$b_i \leq \max_{j\neq i} b_j < v_i$，那么诚实出价将中标，收益是正的，而出价过低的收益为0

结论：过低出价不如诚实出价

课后作业4-11

- 简述VCG机制。

参考答案4-11

- VCG机制是维克里拍卖的一般形式
- VCG机制是激励相容的：说出真实价值就是优势策略
- VCG机制的流程如下：
  - 每个Agent同时宣布一个价值函数$\hat{v}_i$
  - 通过如下公式计算最优分配$Z_1^*, \dots, Z_n^*$：

$$Z_1^*, \dots, Z_n^* = \arg \max_{(Z_1,\dots,Z_n)\in alloc(\mathcal{Z},Ag)} sw(Z_1, \dots, Z_n, \hat{v}_1, \dots, \hat{v}_n)$$

  - 每个Agent支付p_i：

$$\begin{aligned} p_i \quad = \quad & sw_{-i}(Z_1', \dots, Z_n', \hat{v}_1, \dots, v^0, \dots, \hat{v}_n) \\ & - sw_{-i}(Z_1^*, \dots, Z_n^*, \hat{v}_1, \dots, \hat{v}_i, \dots, \hat{v}_n) \end{aligned}$$

其中，$Z_1', \dots, Z_n' = \arg \max_{(Z_1,\dots,Z_n)\in alloc(\mathcal{Z},Ag)} sw(Z_1, \dots, Z_n, \hat{v}_1, \dots, v^0, \dots, \hat{v}_n)$

课后作业4-12

- 假设一个资源的价值为1，两个Agent通过轮流出价的协商协议把它分成两份，每份的价值在0到1之间，这两份的价值总和为1。如果协商的轮数不固定，那么Agent 1在第0轮应该如何出价？并解释为什么。请分两个Agent都是有耐心的玩家和耐心有限的玩家这样两种情况分别讨论。

参考答案4-12

情况1：两个Agent都是有耐心的玩家

- 假设Agent 1使用这样的策略：

一直提议(1,0)并且否决Agent 2的任何提议

- Agent 2应该如何回应呢？
  - 如果一直否决，则永远不会达成一致⟶冲突交易
  - 否则，在第一轮就同意Agent 1的提议

事实上，只要Agent 2知道Agent 1的策略，在第n轮（n为奇数）同意都是纳什均衡，因此有无数能够达到纳什均衡的策略

情况2：两个Agent都是耐心有限的玩家

- 假设Agent 1使用这样的策略：

  一直提议(x, 1 − x)并且否决Agent 2的任何比它差的提议

- Agent 2应该如何回应呢？
  - 如果第0轮否决，最好的情况是Agent 2在第1轮的提议在第2轮被Agent 1同意
    - Agent 2的提议不能到达$1-\delta_1 x$，否则Agent 1不会同意
  - 这意味着如果Agent 2在第0轮能得到$\delta_2(1-\delta_1 x)$，对它而言，在第0轮同意是更好的选择

- 对应地，Agent 1在第0轮提议的x等于$1-\delta_2(1-\delta_1 x)$就能满足要求

$$x=1-\delta_2(1-\delta_1 x)$$

$\Rightarrow$

Agent 1获得$x=\frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}$

Agent 2获得$1-x=\frac{\delta_2(1-\delta_1)}{1-\delta_1\delta_2}$

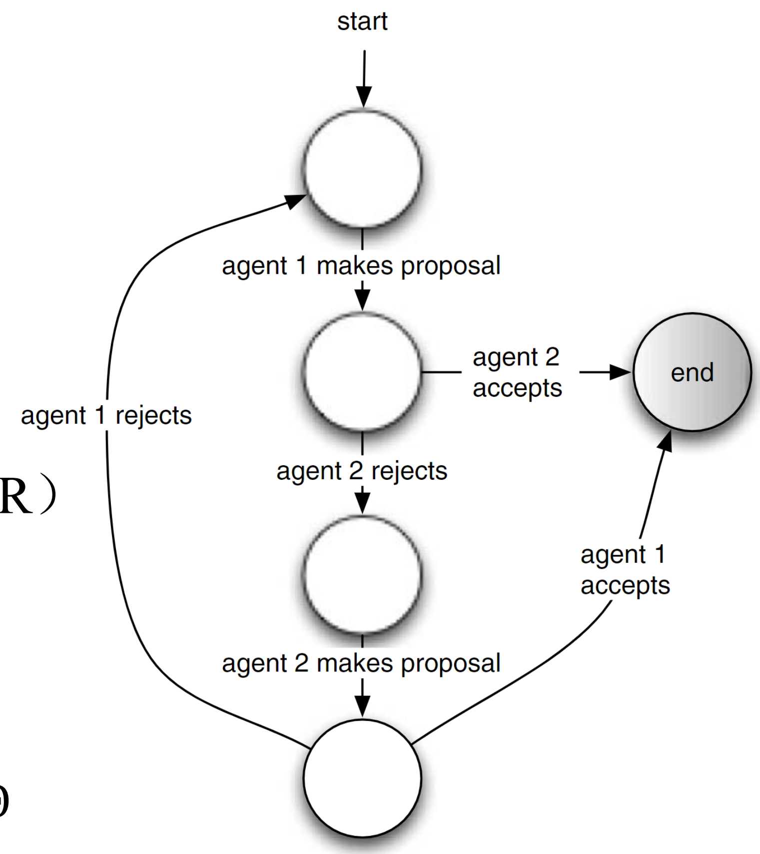
课后作业4-13

- 简述轮流出价协议的规则，单调让步协议的规则。

参考答案4-13

轮流出价协议的规则

- Agent 1和Agent 2进行多轮协商
  - 在第0轮，Agent 1出价x^0
  - Agent 2要么同意（A），要么否决（R）
    - 如果同意，交易达成
    - 如果否决，进入第1轮，Agent 2出价
  - 不保证最终会达成一致
    - 如果没有达成一致，则产生冲突交易Θ



- 两个基本的假设:
  - 最差的结果是无法达成一致（即，两个Agent互相否决）
  - 每个Agent的目标是最大化自己的效用

这部分可不写

单调让步协议的规则

- 协商进行多轮
- 在第u轮协商中：
  - 两个Agent分别从协商集合中提出一项提议
  - 如果Agent发现另一个Agent提出的交易（弱）优势于他提出的交易，则达成一致
  - 如果没有达成一致，那么协商进入到下一轮
- 在第$u+1$轮协商中：
  - Agent不能提出比第它上一轮的提议对另一个Agent更差的提议
  - 如果没有Agent作出让步，则协商以交易冲突结束

- 使用单调让步协议，在有限轮的协商之后，可以保证协商结束
  - 最后一轮中，两个Agent达成一致或互不让步（产生交易冲突）
  - 不保证快速达成一致

这部分可不写

课后作业4-14

- 简述在使用单调让步协议进行协商时，使用Zeuthen策略的协商参与者是如何解决下面三个问题的：

  （1）Agent的第一个提议应该是什么？

  （2）在给定的一轮协商中，谁应该让步？

  （3）如果一个Agent让步，它应该让步多少？

参考答案4-14

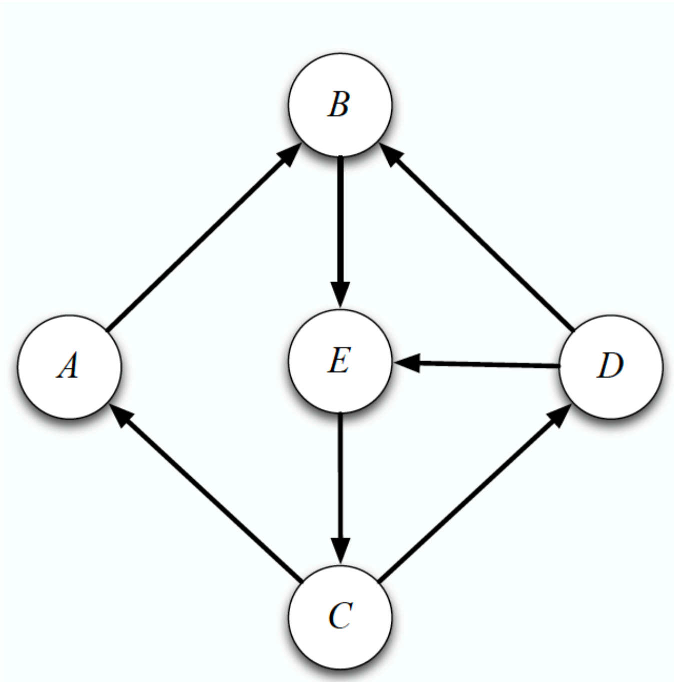
（1）Agent最偏好的交易

（2）度量Agent冒冲突风险的意愿，应该是最不愿意冒冲突风险的Agent进行让步

（3）足够改变风险平衡的让步

课后作业4-15

- 给定如下图所示的Dung式抽象辩论系统。



请写出以下内容：

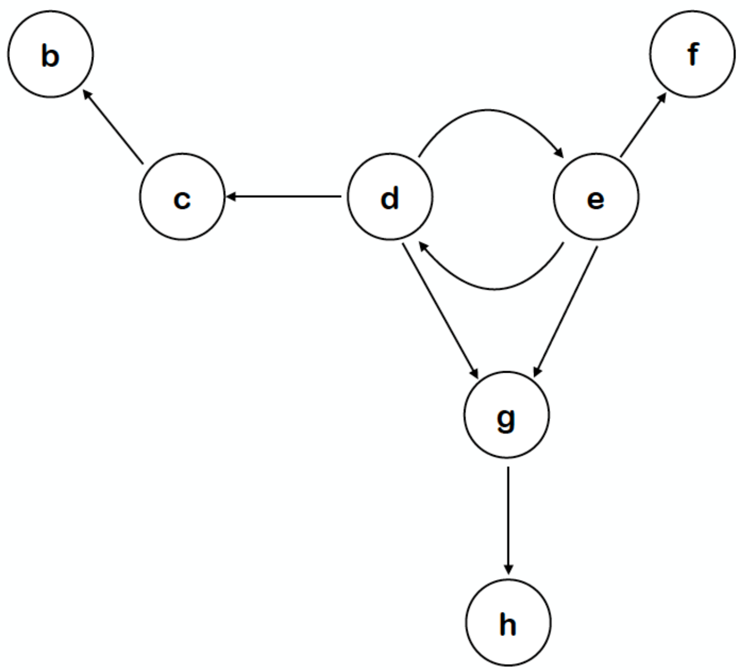
- 无冲突的立场
- 互相辩护的立场
- 可采纳的立场
- 偏好拓展
- 轻信接受的论证集合
- 怀疑接受的论证集合
- 理性拓展

参考答案4-15

- 无冲突的立场: ϕ, {A}, {B}, {C}, {D}, {E}, {A, D}, {A, E}, {B, C}
- 互相辩护的立场: ϕ, {B, C} , {C, D, E}, {A, B, C, E}, {A, C, D, E}, {B, C, D, E}, {A, B, C, D, E}
- 可采纳的立场: ϕ, {B, C}
- 偏好拓展: {B, C}
- 轻信接受的论证集合: B, C
- 怀疑接受的论证集合: B, C
- 理性拓展: ϕ

课后作业4-16

- 给定如下图所示的Dung式抽象辩论系统。



请写出以下内容：

- 可采纳的立场
- 偏好拓展
- 轻信接受的论证集合
- 怀疑接受的论证集合
- 理性拓展

参考答案4-16

- 可采纳的立场: $\phi, \{d\}, \{e\}, \{b,d\}, \{c,e\}, \{e,h\}, \{d,f\}, \{d,h\}, \{b,d,f\}, \{b,d,h\}, \{c,e,h\}, \{d,f,h\}, \{b,d,f,h\}$
- 偏好拓展: $\{c,e,h\}, \{b,d,f,h\}$
- 轻信接受的论证集合: $\{b,c,d,e,f,h\}$
- 怀疑接受的论证集合: $\{h\}$
- 理性拓展: ϕ