ŽILINSKÁ UNIVERZITA V ŽILINE
FAKULTA RIADENIA A INFORMATIKY

DIZERTAČNÁ PRÁCA

Študijný odbor: **Aplikovaná informatika**

Ing. Michal Chovanec

Aproximácia funkcie ohodnotení v algoritmoch Q-learning neurónovou sieťou

Vedúci: **prof. Ing. Juraj Miček, PhD**

Reg.č. xxx/2008 Máj 2016

Abstrakt

MICHAL CHOVANEC: *Aproximácia funkcie ohodnotení v algoritmoch Q-learning neurónovou sieťou* [Dizertačná práca]
Žilinská Univerzita v Žiline, Fakulta riadenia a informatiky, Katedra technickej kybernetiky.
Vedúci: prof. Ing. Juraj Miček, PhD
FRI ŽU v Žiline, 2016

Práca sa zoaberá aproximáciou funkcie ohodnotení konania agenta, využitím algoritmu Q-learning. V priestoroch s malým počtom stavov predstavuje vhodné riešenie tabuľka. Pre prípady veľkého počtu stavov je tabuľkové riešenie ťažko vypočítateľné. Je tak nutné použiť aproximáciu. Vhodným kandidátom je neurónová sieť. Tradičné riešenie doprednej siete je však nepoužiteľné z dôvodov nemožnosti takúto sieť učiť. V práci je preto venovaný priestor neurónovej sieti bázických funkcií ktorú už je možné na daný problém trénovať iteračnými metódami.

Abstract

MICHAL CHOVANEC: *Q-function aproximation in Q-learning algortihms using neural network*

[Disertation thesis]

University of Žilina, Faculty of Management Science and Informatics, Department of technical cybernetics.

Tutor: prof. Ing. Juraj Miček, PhD

FRI ŽU v Žiline, 2016

Práca sa zoaberá aproximáciou funkcie ohodnotení konania agenta, využitím algoritmu Q-learning. V priestoroch s malým počtom stavov predstavuje vhodné riešenie tabuľka. Pre prípady veľkého počtu stavov je tabuľkové riešenie ťažko vypočítateľné. Je tak nutné použiť aproximáciu. Vhodným kandidátom je neurónová sieť. Tradičné riešenie doprednej siete je však nepoužiteľné z dôvodov nemožnosti takúto sieť učiť. V práci je preto venovaný priestor neurónovej sieti bázických funkcií ktorú už je možné na daný problém trénovať iteračnými metódami.

Prehlásenie

Prehlasujem, že som túto prácu napísal samostatne a že som uviedol väčšinu použitých prameneňov a literatúry, z ktorých som čerpal.

V Žiline, dňa 22.4.2016 Michal Chovanec

Obsah

Kapitola 1

Ciele práce

Agent ako jednotka schopná konať rozhodnutia (akcie) v prostredí danom Markovovím [22] rozhodovacím procesom hľadá optimálnu stratégiu v zmysle rovnice 2.1. Cieľom agenta je teda nájsť optimálnu stratégiu a maximalizovať tak odmenu. Pre veľký počet stavov, je hľadanie optima metódou počítania pravdepodobností prechodov medzi stavmi $P(s,s')$ ťažko vypočítateľné.

Východiskom sú napríklad algoritmy Q-learning, alebo SARSA. Tieto algoritmy počítajú ohodnotenie akcie v danom stave $Q(s(n),a(n))$ ktoré číselne vyjadruje vhodnosť danej akcie. Využitie môžu nájsť [38], [39], [40] napríklad pri plánovnaí rozhodnutí v

1. robotike
2. virtuálnych agentových systémoch
3. počítačové hry

Vo všobecnosti, riešia uvedené algoritmy problémy umelej inteligencie kedy nie je možné zostaviť trénovacie dáta v tvare vstup, požadovaný výstup, a aplikácia je obmedzená na udeľovanie odmien agentovi za vykonanie zvolenej stratégie [43], [44]. Na rozdiel od evolučných algoritmov (genetické algoritmy, diferenciálna evolúcia, simulované žíhanie), kedy je daná kriteriálna funkcia, umožňujú algoritmy Q-learning, alebo SARSA postupne zlepšovať riešenie na princípe hľadania optimálnej stratégie z niekoľkých optimálnych podstratégií - už nájdené optimálne riešenie podstratégie sa nemení. V prípade evolučných algoritmov je

typická zmena všetkých hľadaných parametrov. Nie sú teda vhodné na úlohy kde sa požaduje generovanie postupnosti akcií.

Pre algoritmus Q-learning je zaručená konvergencia k optimálnemu ohodnoteniu (v zmysle 2.1) [41] pre ľubovolnú metódu výberu akcií - postačuje aby každá akcia mala nenulovú pravdpodobnosť vykonania v prislúchajúcom stave. V prípade SARSA táto konvergencia nie je zaručená pre všetky metódy výberu akcií. Oba algoritmy pracujú v diskrétnom čase.

Pre problémy s rádovo stovkami stavov, ktoré sú diskrétne, môže byť fukcia $Q(s(n),a(n))$ realizovaná formou tabuľky. Konvergencia k optimálnemu riešeniu je v tomto prípade zaručená. Pre problémy kde je počet stavov veľmi veľký (tisíce a viac), alebo stavy nenadobúdajú diskrétne hodnoty je potrebné zvoliť aproximáciu tejto funkcie. Konvergencia v tomto prípade už nie je zaručená.

Prístupov ako aproximovať túto funkciu je niekoľko [31], [32], [33], [34]. Najčastejšie používané

1. Diskretizácia stavov spojitých hodnôt tabuľkou
2. Lineárna kombinácia príznakov
3. Dopredná neurónová sieť
4. Neurónová sieť bázických funkcií

Prvý spôsob predstavuje triviálne riešnie problému obyčajonou redukciou nekonečného počtu stavov na konečný.

Druhý spôsob spočíva v pevne definovaných príznakoch, ktoré závisia od typu problému. Tieto príznaky tvoria súbor funkcií $f_i(s(n),a(n))$. Hodnota $Q(s(n),a(n))$ je daná lineárnou kombináciou týchto príznakov. Hľadá sa teda vektor váh w pre ktorý $Q_b(s(n),a(n),w) = \sum_{i=0}^{I} w_i f_i(s(n),a(n))$ má minimálnu veľkosť chyby e, definovaná ako $e(w) = \sum_{s,a}(Q(s(n),a(n)) - Q_b(s(n),a(n),w))^2$ Problematická zostáva voľba príznakových funkcií - ich tvar aj počet.

Tretí spôsob spočíva v použití doprednej neurónovej siete ako univerzálny aproximátor funkcie. Schopnosť aproximovať funkciu doprednou neurónovou sieťou je veľmi dobre známa aj preskúmaná. Pre úlohy Q-learning algoritmu je však nepoužiteľná [42] , z dôvo-

dov nemožnosti túto sieť naučiť doteraz dostupnými prostriedkami. Hoci existuje niekoľko prípadov kde sa učenie dá uskutočniť, vo všeobecnosti sú v protiklade dva požiadavky :

1. Učenie siete na požadovanú hodnotu
2. Generovanie požadovanej hodnoty

Sieť teda musí zároveň poskytovať správny výstup pre minulé stavy, a zároveň sa učiť na súčastný stav, bez toho aby sa hodnoty z minulých stavov zmenili.

Štvrtý spôsob je využíva lineárnu kombináciu bázických funkcie. Bázické funkcie sú dané vopred, avšak ich parametre sa menia v priebehu učenia, podobne ako vektor váh lineárnej kombinácie w. Nech sú ich parametre označené ako v. Cieľom je nájsť také w a v pre ktoré chyba $e(v,w) = \sum_{s,a}(Q(s(n),a(n)) - Q_b(s(n),a(n),v,w))^2$ je minimálna. Kde $Q_b(s(n),a(n),v,w) = \sum_{i=0}^{I} w_i f_i(s(n),a(n),v_i)$.

Cieľom práce je overiť možnosti aproximácie funkcie $Q(s(n),a(n))$ uvedenými metódami. Vzľadom na už urobený výskum a problémy dopredných neurónových sieti, sa problematika sústredí najmä ku hľadaniu vhodných bázických funkcií. Práve v tejto oblasti je venovaný výskumu najväčší priestor. Tieto funkcie by mali byť volené tak, aby zmena parametrov v_i jednej funkcie, neoplvnila výsledok inde ako pre žiadané $s(n)$ a $a(n)$. Použité riešnie je potom možné využiť vo veľkých stavových priestorov, kde možnosti použiť tabuľku zlyhávajú z dôvodov

1. Veľké pamäťové nároky
2. Nutnosť navštíviť a správne spočítať Q pre všetky $s(n)$, $a(n)$

Prvý problém nepredstavuje pre súčastné počítače až tak veľký nedostatok tabuľkového riešenia. Horšia je situácia v prípade vypĺňania korektných hodnôt v tabuľke. Práve rekurentnou povahou algoritmov Q-learning a SARSA je časovo veľmi náročné vyplniť tieto hodnoty - mnohonásobne treba navštíviť všetky stavy a vykonať v nich všetky akcie. Práve to je primárny dôvod aproximovať funkciu $Q(s(n),a(n))$.

Kapitola 2

Teoretické východiská učiacich sa systémov na báze odmeňovania

V tejto kapitole budú stručne predstavené učiace sa systémy založené na odmeňovaní. Kapitola si kladie za cieľ ukázať princípy, matematické detaily budú rozobraté v ďalšej kapitole.

2.1 Úvod

Strojové učenie predstavuje ďalší logický krok v počítačovej vede. Programovanie založené na pevne danom správaní prestáva pre mnohé úlohy stačiť. Na softvérové produkty sú kladené čoraz väčšie nároky, a v dohľadnej dobe sa dá očakávať dosiahnutie hranice tradičného prístupu. Dôvodom je najmä veľmi rozsiahly stavový priestor úloh. Možným východiskom sú adaptíve a učiace sa systémy.

Samotné učenie, alebo adaptácia, predstavuje zmenu parametrov systému. V súčastnosti sú známe tri základné princípy

1. minimalizácia chyby, ktorá je definovaná v každom kroku
2. zhluková analýza
3. odmeňovanie alebo trestanie vykonaných rozhodnutí

Prvý princíp zahŕňa systémy učené na princípe predkladania : vstup, požadovaný výstup. Učené sú napríklad metódou najmenších štvorcov [1] [2] [3], alebo často používané gradientové metódy učenia neurónových sieti [4] [5] [6] [27] [9], prípadne iterative learning controll regulátory [7] [8]. Sú to typické systémy učenia s učiteľom.

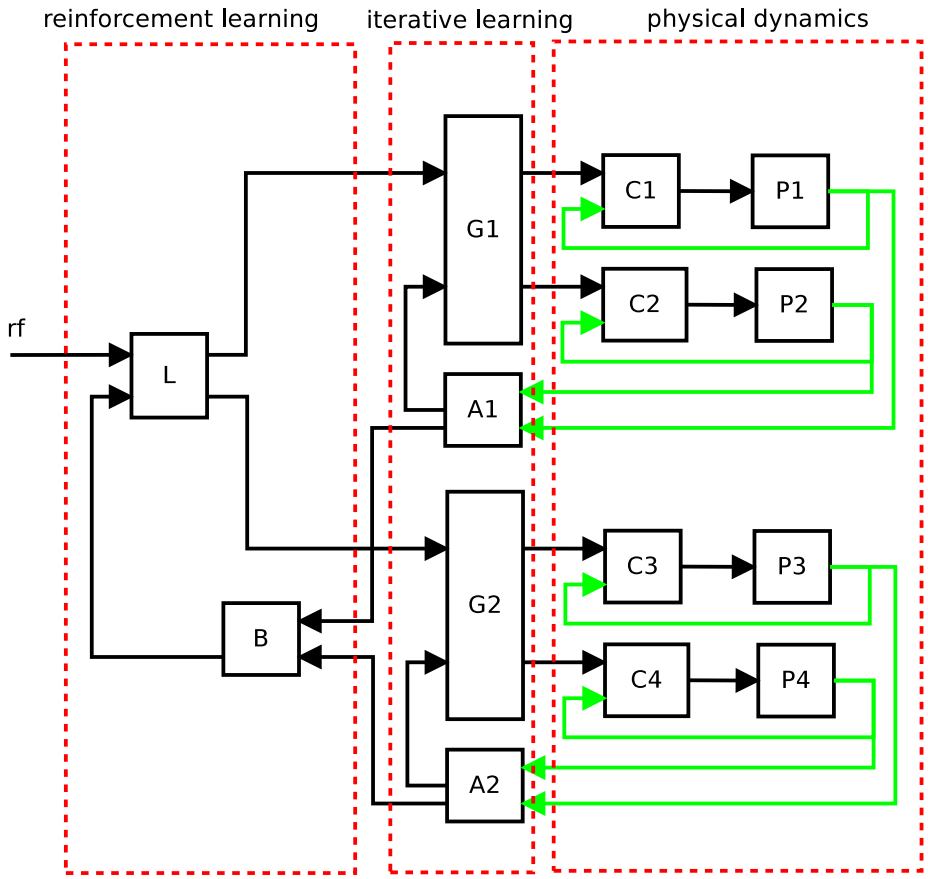
Druhý princíp je typický zástupca učenia bez učiteľa. Vstupy do systému sú triedené podľa príznakov. Pobobné vstupy sú zatriedené do rovnakej skupiny. Definícia podobnosti sa líši podľa aplikácie, je to vlastne problém o zavedení vhodnej metriky pre danú úlohu. Niekedy postačuje Euklidova, pre rôznorodé príznaky je často potrebné ováhovať jednotlivé príznaky. Typickými zástupcami sú Kohonenové siete [18] [19] [20] ich špeciálny prípad je K-means.

Tretí princíp je použiteľný v situáciach, kedy je možné stanoviť rozdiel výstupu a požadovaného výstupu len v niekoľkých prípadoch, pričom dosiahnutie výstupu vyžaduje niekoľko krokov. Počas týchto krokov môžu byť systému poskytované odmeny, na základe ktorých preohodnocuje svoje rozhodnutia. Použiteľný je teda v situáciach, kde je potrebných viac krokov na dosiahnutie cieľa, ale ich postupnosť nie je známa. To je podstatný rozdiel oproti iterative learning controll systémom, kde sa síce tiež dosahuje požadovaná hodnota niekoľkými krokmi, avšak je v každom z nich známa chyba oproti požadovanému správaniu. Práve tejto kategórií je venovaná dizertačná práca.

Hybridné hierarchické systémy predstavujú kombináciu niekoľkých princípov. V prípade riadenie, je obvykle dynamika stroja známa - je možné stanoviť jeho fyzikálny model, prípadne použiť adaptívny systém (je možné ukázať, že pre množstvo mechanických sústav je PID regulátor vyhovujúce riešenie). Samotný blok riadenia regulátorom však nevypovedá o žiadanej hodnote - snaží sa na ňu systém dostať, ale nevie ju stanoviť. V jendoduchých situáciach to nepredstavuje problém.

Pre komplexné riadnie, je nevyhnutné systém rozdeliť do niekoľkých vrstiev 2.1.

Obrázok je možné vysvetliť na príklade robotického ramena, so 4 stupňami voľnosti. Cieľom je riadiť 4 sústavy $P1 \ldots P4$, Na úrovni fyzikálnej vrstvy je možné použiť adaptívne PID regulátory, do ktorých vstupuje výstup sústavy a požadovaná hodnota. V prípade ramena je požadovanou hodnotou natočenie jednotlivých kĺbov. Tieto uhly sú spočítané blokomi $G1$ a $G2$. Vstupom do regulátorov na fyzikálnej úrovni je tak postupnosť uhlov generovaná blokomi

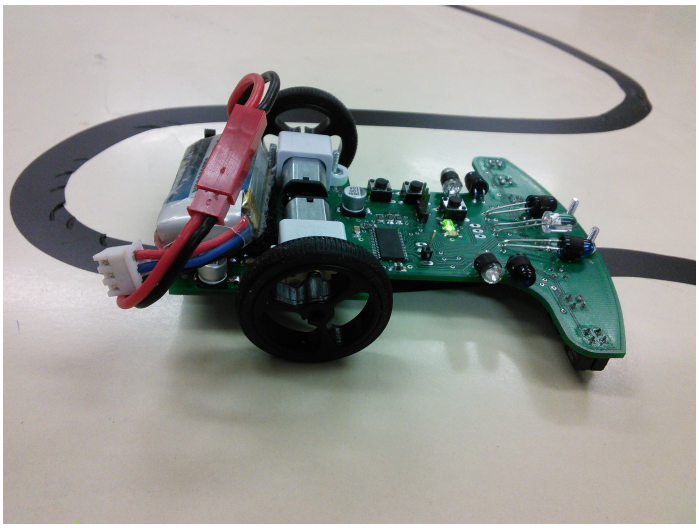


Obr. 2.1: Hierarchický systém riadenia

$G1$ a $G2$. Na tejto úrovni sú zavedené aj agregačné bloky $A1$ a $A2$, ktoré poskyjú G-blokom informáciu o stave systému. Bloky G spolu s regulátormi C teda úspešne riešenia problém presunu ramena po zadanej trajektórií. Veľa systémom to postačuje - operatór výroby ľahko určí požadované trajektórie, ktoré má robot vykonávať. V prípade komplexného problému, kedy požadované trajektórie nie sú známe, má zmysel použiť blok L - tretia úroveň, a nechať systém nech si trajektórie a ich poradie určí sám. Používateľ systému do tohto procesu zasahuje odmeňovaním alebo trestaním výsledného riešenia. Príkladom môže byť niekoľkokrová montáž výrobku. Ktoré diely zložiť ako prvé, a ktoré ako posledné, aby bol výrobok zložený v čo najkratšom čase

triviálny príklad : osádzanie plošného spoja, osadiť najprv veľké alebo najprv malé súčiastky? druhý príklad : šachy, vybudovať najprv obranu a stratiť niekoľko ťahov, alebo sa radšej sústrediť na útok a riskovať slabinu vo vlastnej obrane?

V experimentálnej časti bude ako doplnková ukážka uvedený riadiaci mechanizmus robota Motko Aftermath, sledujúceho čiaru kde sa požadovaná hodnota určuje predikciou pomocou neurónovej siete a následne vstupuje do konvenčného regulátora 2.2.



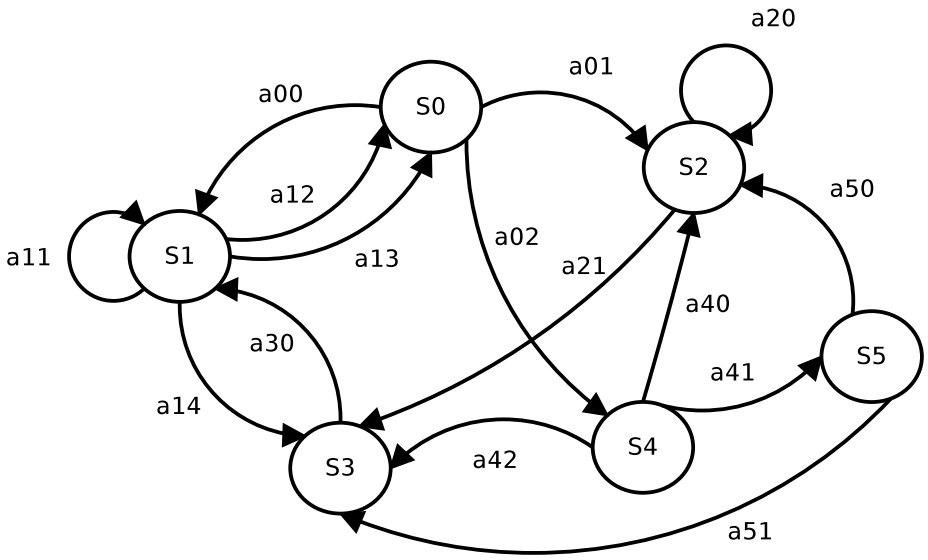
Obr. 2.2: Ranná verzia robota

2.2 Markovove rozhodovacie procesy

Množstvo úloh je možné popísať množinou stavov $\mathbb{S}$, pre každý stav je definovaná množina akcií $\mathbb{A}_{\mathbb{S}}$ [21] [22]. Pre každý stav a každú akciu, ktorú je v ňom možné vykonať existuje pravdepodobnostná funkcia prechodu do ďalšieho stavu $P(s,s')$ a za uskutočnené prechody je daná funkcia odmien $R(s,s')$. Formálne je teda Markovov proces pätica $(\mathbb{S},\mathbb{A}_{\mathbb{S}},P(s,s'),R(s,s'),\gamma)$, kde $\gamma \in (0,1)$ je faktor zabúdania, a volí sa ako parameter procesu. Jeho význam bude vysvetlený v ďalšej kapitole. Príklad Markovovho rozhodovacieho procesu je na obrázku 2.3. Prechody v grafe znamenajú jednotlivé akcie.

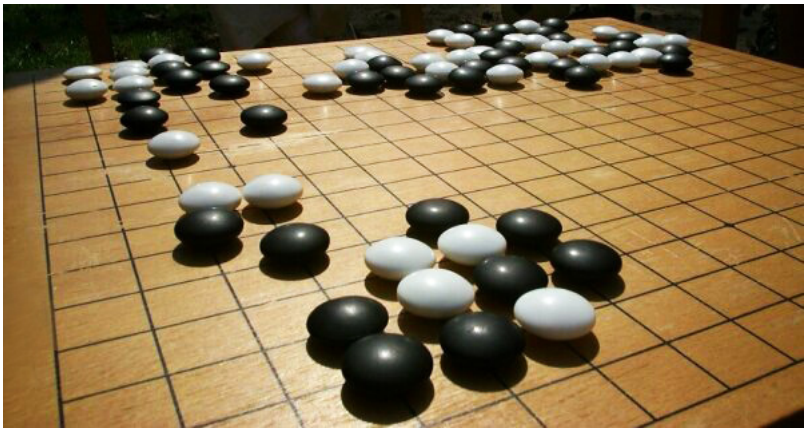
V priestore stavov $\mathbb{S}$ existuje výkonná jednotka - agent. Je to modul ktorý na základe vstupnej informácie - stave vyberie jednu z akcií. To s akou pravdepodobnosťou sa daná akcia vykoná je dané prostredím (popísané Markovove rozhodovacím procesom).

Dôležitým východiskom je, že $P(s,s')$ nie je agentovi známa. Agent teda nemôže vedieť kam sa vykonaním vybranej akcie dostane. Tento fakt značne komplikuje prehľadávanie



Obr. 2.3: Markovov rozhodovací proces

priestoru. Ďalším typickým rysom je, že odmeňovacia funkcia $R(s,s')$, ktorá je zadaná, nadobúda pre väčšinu prechodov z s do s' hodnotu 0. Je to dôsledok prirodzeného spôsobu riešenia problémov delením na čiastkové kroky a nie je okamžite známa veľkosť úžitku po vykonaní čiastkového kroku. Často je táto skutočnosť známa len pre pár vybraných prechodov. Dobrým príkladom tejto situácie je hra Go.



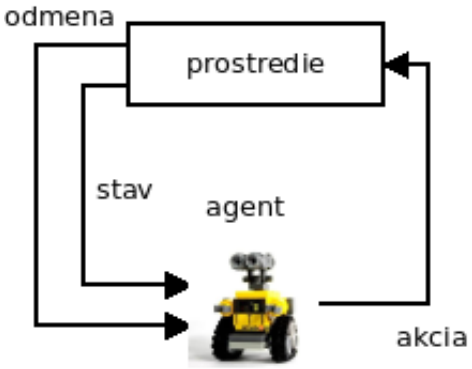
Obr. 2.4: Hra Go

Položením kameňa na Goban nie okamžite známe ako to ovplyvní priebeh hry. Je bežné, že sa to prejaví až po mnohých krokoch.

2.3 Princípy učenia s odmneňovaním

V systémoch založených na predkladnaní dvojíc vstup - požadovaný výstup je možné stanoviť chybu a tú vhodnými metódami minimalizovať. V prípade systému s odmeňovaním sa požaduje od výstupu postupnosť akcií, ktoré maximalizujú celkovú odmenu. Príkladom môže byť rozhodovanie robota, ktorý má splniť ciel pozostávajúci z niekoľkých elementárnych úkonov, ale postupnosť týchto elementárnych úkonov nie je známa - nie je teda definovaná požadovaná hodnota výstupu.

Riešením tohto problému je zavedenie systému odmeňovania agenta (robota) 2.5.



Obr. 2.5: Učenie s odmeňovaním

Táto metóda sa nazýva **reinforcement learning**. V súčastnosti predstavuje najmocnejší nástroj strojového učenia v oblasti umelej inteligencie. Umožňuje riešiť veľmi komplexné problémy a uplatnenie nachádza nie len v počítačových hrách, ale napr. aj v robotike. Jej princíp je možné zhrnúť do týchto bodov :

1. Zistenie stavu
2. Výber akcie
3. Vykonanie akcie
4. Prechod do ďalšieho stavu
5. Získanie odmeny alebo trestu
6. Učenie sa zo získanej skúsenosti

Zistenie stavu je umožnené vnímaním prostredia, napr. pomocou senzorov. V najjednoduhšom prípade si je možné ako stav predstaviť polohu. Vo všeobecnosti, to ale nemusia byť ani priamo dáta so vstupov, ale len nejaké príznaky - robot je na križovatke $p_0 = 0.9$, robot je v uličke $p_1 = 0.3$. Sada príznakov umožňuje zredukovať dimenziu stavového priestoru (tá musí byť pre ďalej rozoberané algoritmy konečná, vyplynie to z prezentovaných rovníc).

Výber akcie je uskutočnený na základe ohodnotení akcií získanych v minulosti. Tieto ohodnotenia sú samozrejme závislé od stavu v ktorom sa systém nachádza - tá ista množina akcií má iné ohodnotenie keď je robot na križovatke a iné keď je v uličke. Vo fáze prieskumu prostredia môže agent vyberať tie akcie ktoré boli v minulosti málo často vykonané, alebo môže vyberať náhodne. Definovaním veľkosti zmeny ohodnotenia akcie môže uprednostniť tie akcie, ktorých ohodnotenia vykazujú veľkú zmenu - pretože je pravdepodobné že sa tým dostane do nepreskúmaných stavov. Vo fáze kedy agent už nepreskúmavá prostredie, môže vyberať len najlepšie ohodnotenú akciu. Prípadne môžu existovať v prostredí s viacerími agentami prieskumníci a vykonávatelia. Navzájom si môžu vymieňať skúsenosti.

Vykonanie akcie V deterministickom prostredí sa vybraná akcia vykoná vždy rovnako (opäť však závisí na stave agenta). V nedeterministickom prostredí sa vykonanie sa akcie riadi nejakou pravdepodobnostnou funkciou - napr. robotovi môže prešmyknúť koleso.

Prechod do ďalšieho stavu je obvyklým dôsledkom vykonania akcie. Samozrejme, že v danom stave môže existovať aj taká akcia ktorá nespôsobí zmenu stavu - napr. spomínané prešmyknutie kolesa - robot sa nepohne.

Získanie odmeny alebo trestu po vykonaní akcie, existuje odmeňovací mechanizmus zadaný tvorcom systému. Preto sa nedá hovoriť o umelej inteligencií - správanie sa agenta je v deterministickom prostredí plne určené týmto mechanizmom - len nie je známe. Obvykle platí, že kladné hodnoty dosahuje odmena, záporné trest. Nulová hodnota symbolizuje neznalosť zadavateľa, a nevie teda určiť či dané konanie bolo dobré alebo zlé. Nesmierne dôležitý je fakt, že pre veľkú väčšinu rozhodnutí je výsledkom odmeny práve nula. Príkladom môže byť japonská hra Go - pre úspešné vedenie partie nestačí ohodnotiť len aktuálny stav na gobane, je potrebné uvažovať viac ťahov dopredu - úspešnosť ťahu sa často ukáže až po vykonaní množstva ďalších ťahov, kedy je odmena už nenulová.

Práve dominancia nulových odmien je unikátom pre reinforcement learning algoritmy. Od

zadávateľa sa vyžaduje minimum znalostí, je dokonca možné ukázať, že stačí odmena len v cieľovom stave (i keď proces učenia bude v tomto prípade trvať veľmi dlho).

2.4 Ohodnocovanie vykonaných akcií

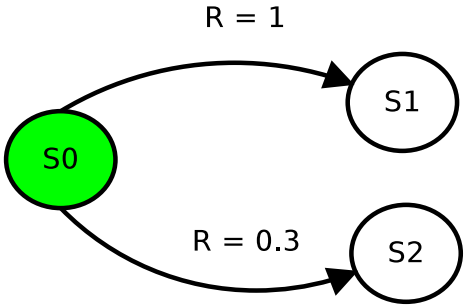
Odmena je získaná z prostredia po vykonaní akcie. Ohodnotenie akcie v danom stave je tvorené predoslými skúsenosťami z vykonania predošlých akcií a získania odmien. Podstatou učenia je teda ohodnotenie vykonaných akcií v danom stave, aby bolo možné v každom stave rozhodnúť ktorá akcia je najlepšia - vyberá sa teda postupnosť akcií π pre ktorú je funkcia

$$\Lambda(\pi) = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma^n R_{\pi(n)}(s(n), s(n-1)) \tag{2.1}$$

maximálna. Kde $\gamma \in \langle 0, 1 \rangle$ je koeficient zabúdania, $R_{\pi(n)}(s(n), s(n-1)$ je odmeňovacia funkcia po prechode zo stavu $s(n-1)$ do stavu $s(n)$ vykonaním $\pi(n)$.

Hľadanie mechanizmu nájdenia maxima $\Lambda(\pi)$ bude vysvetlené na nasledujúcich príkladoch.

Pre ilustráciu bude postupnosť prechodov zapísaná priamo ako prameter funkcie Λ, napr : $\Lambda(\{S_0, S_7, S_5\})$ predstavuje prechody z S_0 do S_7 a z S_7 do S_5. Ďalej sa predpokladá že $\gamma = 1$. Je daný systém s troma stavmi, a dvoma prechodmi 2.6. Pre ilustráciu je systém tak jednoduchý, že každá akcia má známu odmenu.



Obr. 2.6: Ohodnocovanie akcií v trojstavom systéme

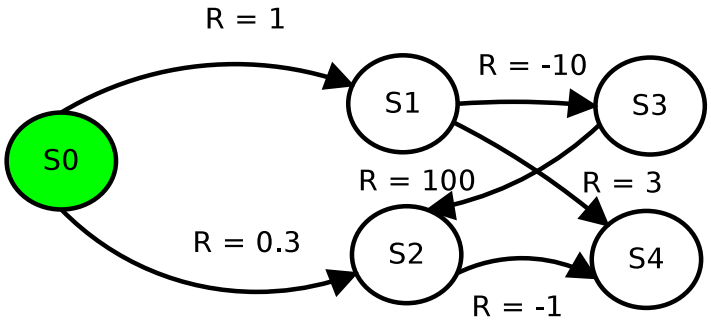
V tomto systéme je ohodnotenie $\Lambda(S_a, S_b)$ naozaj triviálne

1. $\Lambda(\{S_0, S_1\}) = 1$

2. $\Lambda(\{S_0, S_2\}) = 0.3$

Najlepšia cesta je potom $\{S_0, S_1\}$.

V prípade systému s viacerými stavmi 2.7, ale opať známimi ohodnoteniami v každom prechode bude situácia nasledovná.



Obr. 2.7: Ohodnocovanie vo viacstavovom systéme

Ohodnotenie ciest :

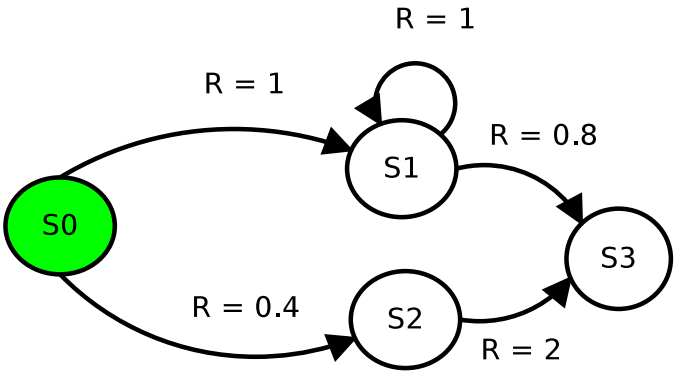
1. $\Lambda(\{S_0, S_1, S_3\}) = 1 + (-10) = -9$
2. $\Lambda(\{S_0, S_1, S_4\}) = 1 + 3 = 4$
3. $\Lambda(\{S_0, S_2, S_4\}) = 0.3 + () - 1) = -0.7$
4. $\Lambda(\{S_0, S_1, S_3, S_2, S_4\}) = 1 + (-10) + 100 + (-1) = 90$
5. ...

Jednoduchých ščítaním ohodnotení rôznych ciest je tak možné nájsť optimálnu postupnosť akcií.

Ak sa v systéme nachádza cyklus 2.8 (na obrázku je triviálny prípad) ohodnotenie bude divergovať. Agent bude mať možnosť vykonávať akciu ktorá neustále pripočítava kladnú odmenu, nevyhnutne tak vyberie túto stratégiu, pretože tak získa nekonečne veľkú odmenu.

Ohodnotenie niektorých ciest

1. $\Lambda(\{S_0, S_2, S_3\}) = 0.4 + 2 = 2.4$
2. $\Lambda(\{S_0, S_1, S_3\}) = 1 + 1 = 2$



Obr. 2.8: Ohodnocovanie s cyklom

3. $\Lambda(\{S_0,S_1,S_1,S_1\}) = 1+1+1 = 3$

4. $\Lambda(\{S_0,S_1,S_1,S_1,S_1\}) = 1+1+1+1 = 4$

5. $\Lambda(\{S_0,S_1,S_1,S_1,S_1,S_1,...\}) = 1+1+1+1+1+...+1 = \infty$!!!!

Riešením je práve zavedenie faktora zabúdania γ. Ilustračne bola zvolená $\gamma = 0.9$. Agent tak síce urobí niekoľko cyklov S_1,S_1, po čase ale hodnota odmeny konverguje a minulé príspevky dávajú čoraz menší a menší úžitok a nevyhnutne tak po niekoľkých cyklov zmení rozhodnutie a prejde z S_1 do S_3.

Ohodnotenie niektorých ciest

1. $\Lambda(\{S_0,S_2,S_3\}) = 2+0.9*0.4 = 2.36$

2. $\Lambda(\{S_0,S_1,S_3\}) = 1+0.9*1 = 1.9$

3. $\Lambda(\{S_0,S_1,S_1,S_1\}) = 1+0.9*(1+0.9*1) = 2.71$

4. $\Lambda(\{S_0,S_1,S_1,S_1,S_1\}) = 1+0.9*(1+0.9*(1+0.9*1)) = 3.439$

5. $\Lambda(\{S_0,S_1,S_1,S_1,S_1,S_1,...\}) = 10$ <——

6. $\Lambda(\{S_0,S_1,S_1,S_1,S_1,S_1,...,S3\}) = 11$ <——

Cyklovanie v S_1 teda prinesie celkovú odmenu 10, ale pri prechode do S_3 je celková odmena 11.

Formálny prepis uvedených úvah vedie na Q-learning algoritmus, ktorý zohľadňuje Bellmanov princíp optimality.

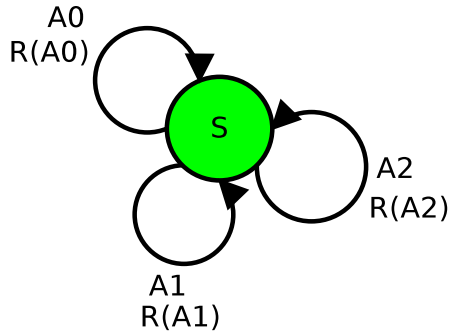
2.5 Jednostavový systém

Prv než bude uvedené úplne znenie Q-learning algoritmu je vhodné rozobrať ešte jeden príklad, a to systém s jedným stavom 2.9. Tento problém vznikol z nasledujúcej úvahy : je daný robot ktorý má jeden senzor vzdialenosti od cieľa (nevie teda určiť smer (napr. senzor intenzity osvetlenia)) a možnosti pohybu o elementárny krok vpred, vľavo, vpravo, vzad. Ako zvoliť postupnosť akcií aby robot došiel do cieľa - minimalizoval vzdialenosť? Navyše sa predpokladá, že senzor je nekvalitný a záludný zároveň : poskytuje informáciu len o tom či sa situácia zlepšila alebo zhoršila (oproti predošlému meraniu), a s určitou pravdepodobnosťou generuje náhodnú hodnotu - náhodné zmení výsledok (šum).

To vedie na zostavenie odmeňovacej funkcie ako

$$R(n) = \begin{cases} k & ak\ d(n) - d(n-1) < 0 \\ -k & inak \end{cases} \tag{2.2}$$

kde $d(n)$ je zmeraná vzdialenosť a na $d(n) - d(n-1) < 0$ sa pozerá ako uzavretú časť - vstupon do algoritmu teda nie je samotné $d(n)$ ale až $R(n)$. Pre k platí : $k = 1\ ak\ rnd(0,1) > p\ , inak\ -1$, kde p je pravdepodobnosť zmeny nameranej hodnoty $p \in \langle 0,1 \rangle$ a $rnd(0,1)$ generuje náhodné číslo z intervalu $\langle 0,1 \rangle$.



Obr. 2.9: Jednostavový systém s troma akciami

Kľúčový je výber akcie $a(n)$ z konečnej množiny akcií $\mathbb{A}$, vychádza sa z predstavy : ak má vykonaná akcia dobré ohodnotenie, vykoná sa znova, ak má zlé ohodnotenie, vyberie sa iná, náhodná akcia. Formálne zapísané

$$a(n) = \begin{cases} a(n-1) & ak\ Q_{n-1}(a(n-1)) > 0 \\ random() & inak \end{cases} \tag{2.3}$$

Samotné Q predstavujúce ohodnotenie sa potom vypočíta ako

$$Q_n(A(n)) = R(n) + \gamma \max_{a'(n-1)\in\mathbb{A}} Q_{n-1}(a'(n-1)) \tag{2.4}$$

Algoritmus je teda veľmi jednoduchý a možno ho použit na plánovanie pohybu robota. Robotovi tak nie vnútené správanie programátorom, ale sám sa naučí ktoré akcie vyberať.

2.5.1 Výsledky experimentu

Overenie prebehlo s 32 virtuálnymi robotmi. Cieľom bolo naháňať pohyblivý cieľ, ktorý sa pohyboval po kružnici. Počiatočné polohy robotov boli náhodné. Celý experiment prebiehal v dvojrozmernom priestore obmedzenom na rozsah polohy $\langle -1, 1 \rangle$. Metrika vzdialenosti bola Euklidovská.

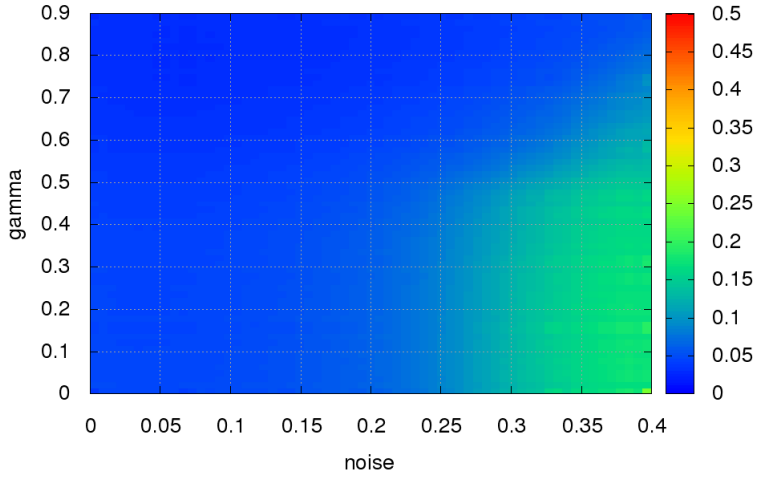
Po 25000 iteráciach sa počítala priemerná chyba z 32 robotov. Vyšetrovala sa závislosť tejto chyby od zmeny parametrov γ a p (na grafe ako gamma a noise). Pre vybrané prípady boli exportované aj dráhy prvých 8 robotov.

Prostredie sa tak postupne mení z plne deterministického bez šumu až po hodnotu 0.4, čo predstavuje 40% pravdepodobnosť zmeny hodnoty senzora. Graf závislosti priemernej chyby od parametrov γ a p je na obrázku 2.10.

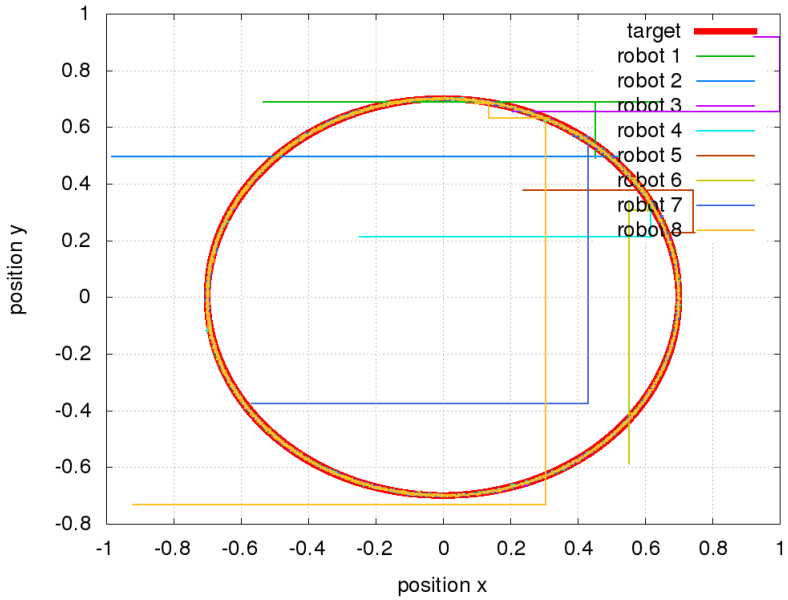
Dráhy robotov pre niektoré zvolené parametre sú uvedené v tabuľke 2.1

γ	p	graf dráhy	graf vývoja chyby
0.7	0.0	2.11	2.12
0.7	0.3	2.13	2.14
0.0	0.4	2.15	2.16
0.7	0.4	2.17	2.18
0.9	0.4	2.19	2.20
0.98	0.4	2.21	2.22

Tabuľka 2.1: Vybrané parametre experimentu a odkaz na grafické znázornenie výsledku



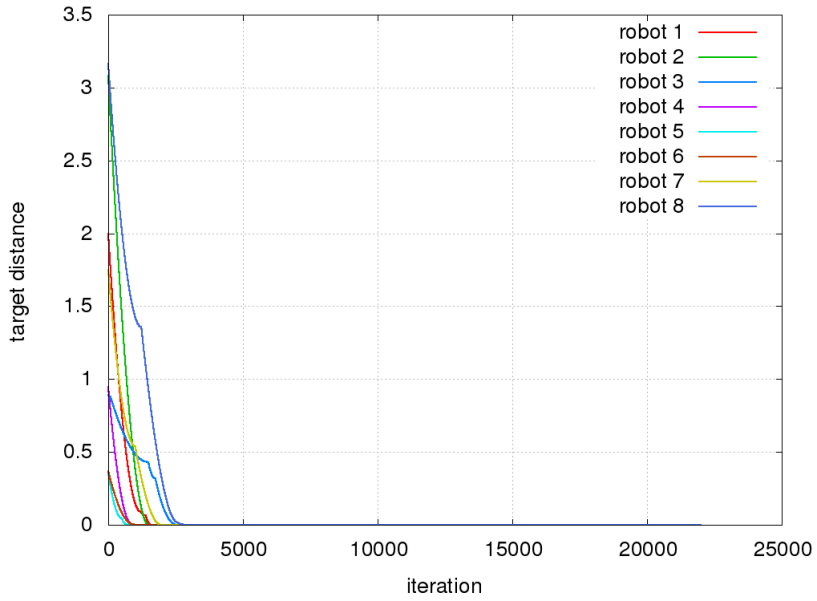
Obr. 2.10: Priemerná chyba 32 robotov po 25000 iteráciach



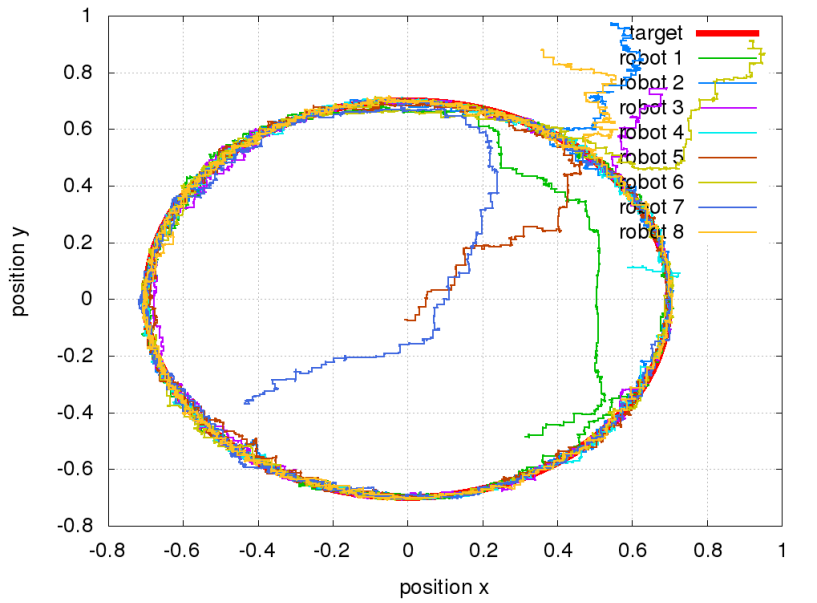
Obr. 2.11: Dráha robotov pre $\gamma = 0.7 p = 0.0$

Z experimentov je zrejmé, že pre málo zašumené prostrednie nemá hodnota parametra γ veľký význam, obrázky : 2.11 2.12, 2.13 2.14.

S postupným nárastom šumu však pri nevhodne zvolenej hodnote γ roboti vykazujú veľkú chybu. Je preto tomu potrebné náležite zväčšovať parameter γ, tento priebeh zlepšovania vý-



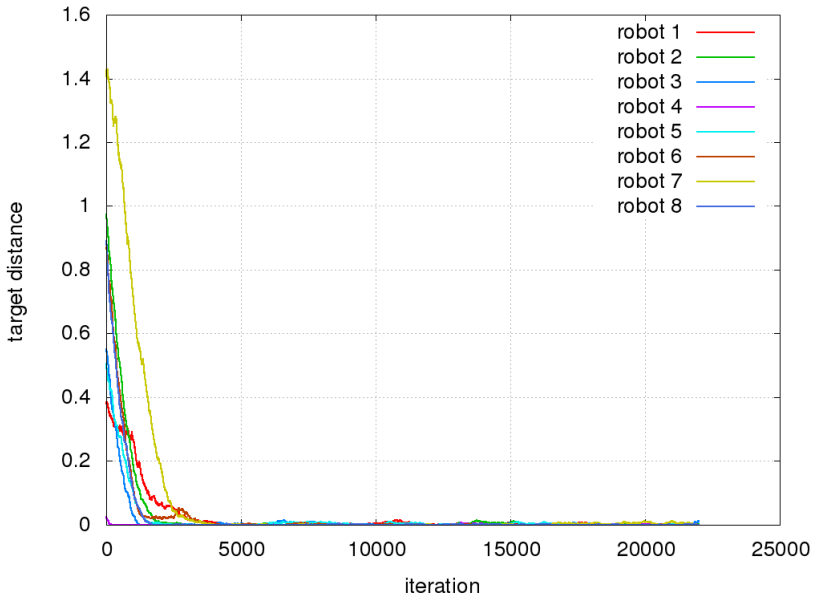
Obr. 2.12: Vzdialenosť robotov od cieľa pre $\gamma = 0.7 p = 0.0$



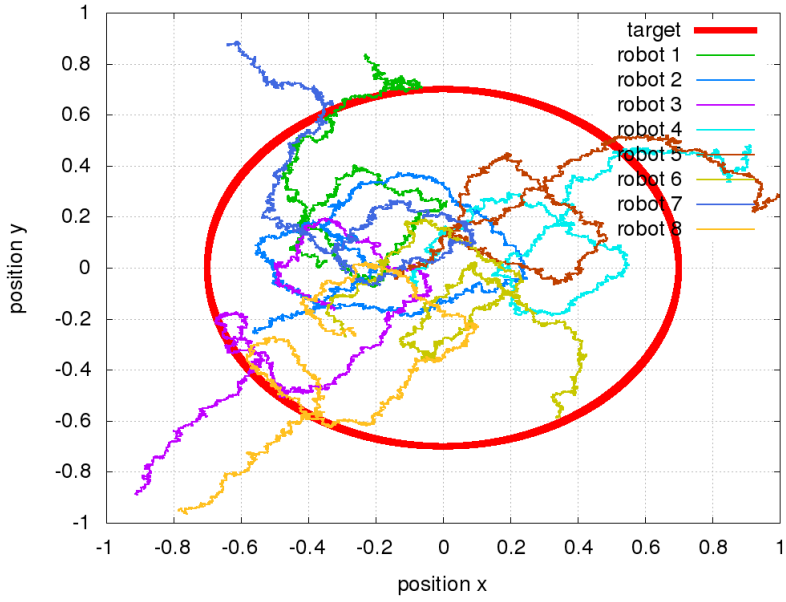
Obr. 2.13: Dráha robotov pre $\gamma = 0.7 p = 0.3$

sledku zvyšovaním parametra γ je zrejmi z obrázkov : 2.15 2.16, 2.17 2.18, 2.19 2.20, 2.21 2.22.

Algoritmus bol pomenovaný nanoQ a je pod licenciou GNU GPL dostupný na [23]. Je napísaný v jazyku C len s využitím pevnej rádovej čiarky. To umožňuje jeho implementáciu

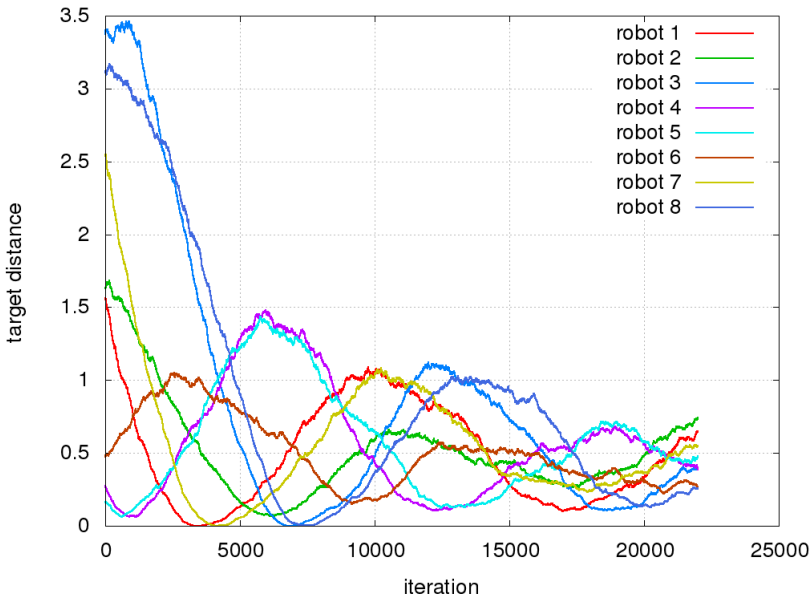


Obr. 2.14: Vzdialenosť robotov od cieľa pre $\gamma = 0.7 p = 0.3$

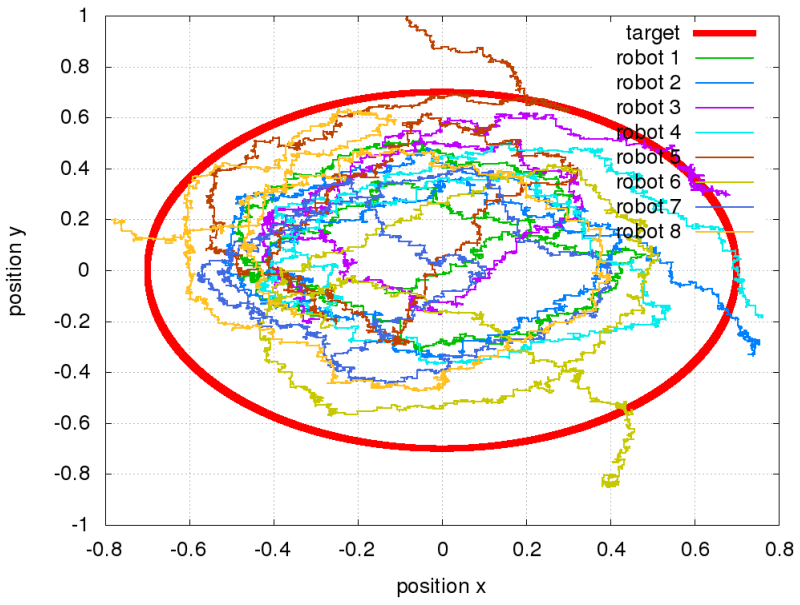


Obr. 2.15: Dráha robotov pre $\gamma = 0.0 p = 0.4$

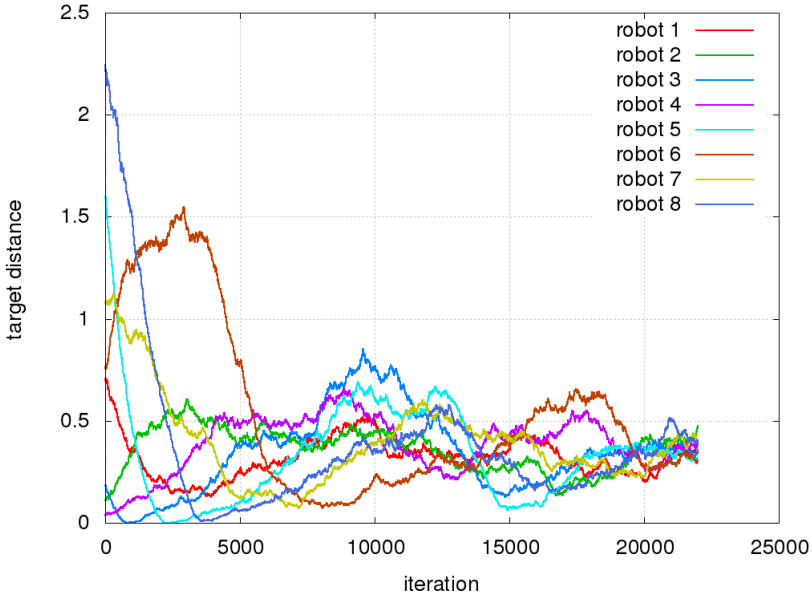
aj do menej výkonných mikrokontrolérov, s jadrami napr. Cortex M0 alebo MSP430. Učenie prebieha v reálnom čase a nevyžaduje veľký výpočtový výkon. Podobne, aj pamäťové nároky rastú lineárne s počtom akcií. Pre veľký počet akcií je vždy možné použit aproximáciu, ktorá bude rozobratá v neskorších častiach práce.



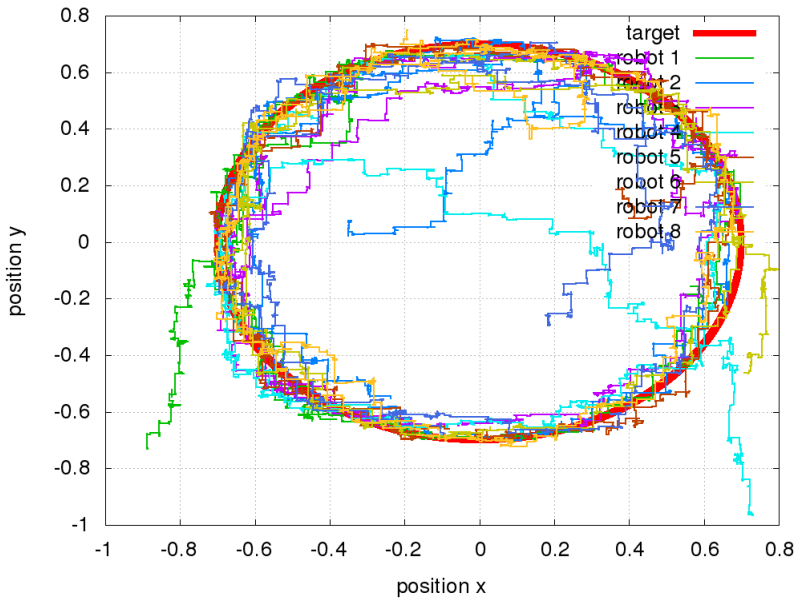
Obr. 2.16: Vzdialenosť robotov od cieľa pre $\gamma = 0.0 p = 0.4$



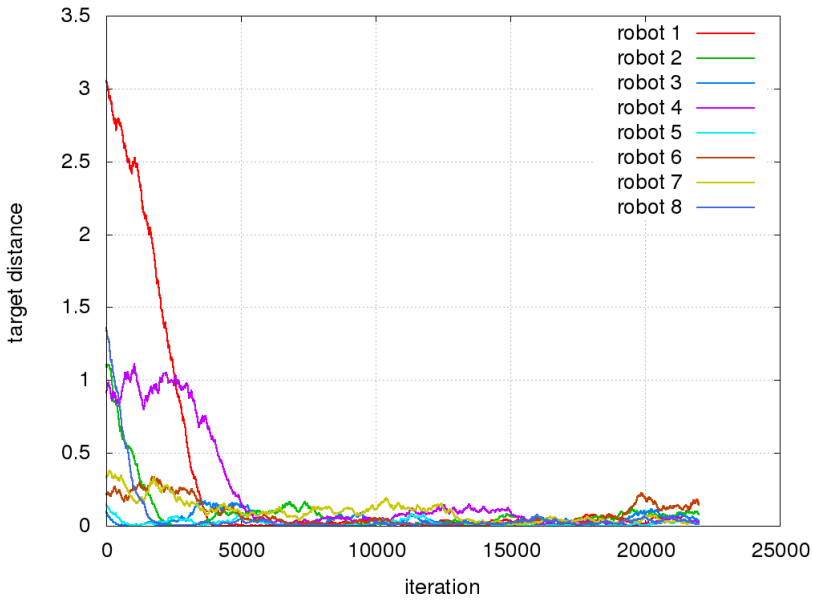
Obr. 2.17: Dráha robotov pre $\gamma = 0.7 p = 0.4$



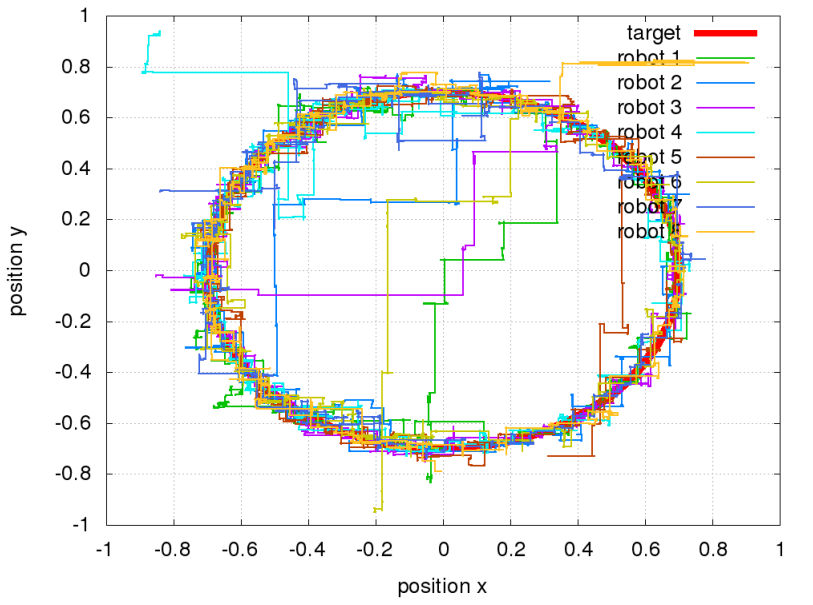
Obr. 2.18: Vzdialenosť robotov od cieľa pre $\gamma = 0.7 p = 0.4$



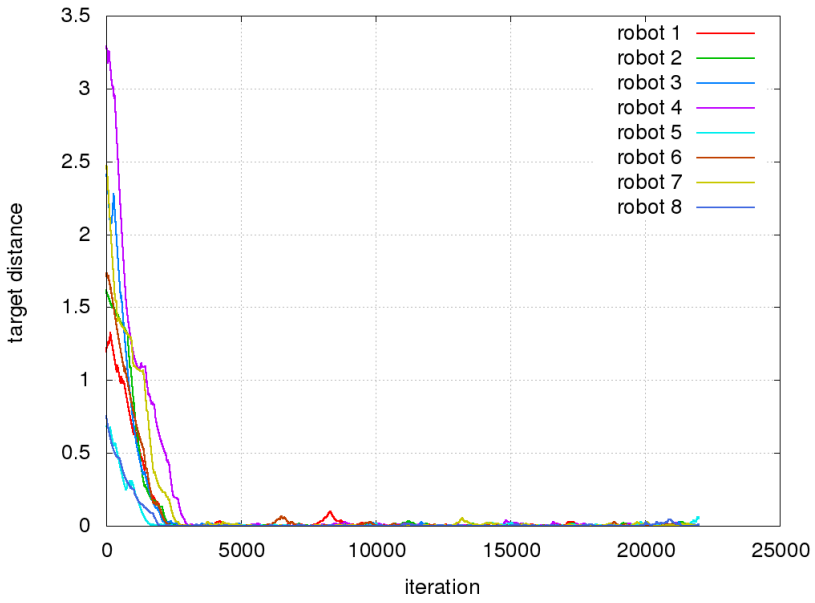
Obr. 2.19: Dráha robotov pre $\gamma = 0.9 p = 0.4$



Obr. 2.20: Vzdialenosť robotov od cieľa pre $\gamma = 0.9 p = 0.4$



Obr. 2.21: Dráha robotov pre $\gamma = 0.98 p = 0.4$



Obr. 2.22: Vzdialenost' robotov od cieľa pre $\gamma = 0.98 p = 0.4$

Kapitola 3

Q-larning algoritmus

Q-learning algoritmus je definovaný pre časovo diskrétne systémy. Agent ktorý prechádza stavový priestor vykonaním niektorej z vopred daných akcií získava za tieto prechody odmeny. Cieľom algoritmu je ohodnotiť všetky akcie v jednotlivých stavoch, tak aby bol dosiahnutý ustálený stav a v každom stave bolo možno vybrať akciu prinášajúcu najväčšiu odmenu, v zmysle s 2.1.

3.1 Definícia algoritmu

Autorom Q-learning algoritmu je Christopher J.C.H. Watkins, v roku 1992 publikoval článok kde tento algoritmus predstavil [10] a niekoľko ďalších, jednoduchých vysvetlení tohto algoritmu je možné nájsť v [11] alebo [12]. Dôkazy o konvergencií k otimálnemu riešeniu (v zmysle s 2.1) sú k dispozícií [13], [14], [15], [16].

Daná je množina stavov $\mathbb{S}$ a akcií $\mathbb{A}$, kde $\mathbb{S} \in \mathbb{R}^{n_s}$ a $\mathbb{A} \in \mathbb{R}^{n_a}$, kde n_s a n_a sú počty prvkov stavového vektora a vektora akcií.

Existuje prechodová funkcia

$$s(n+1) = \lambda(s(n), a(n)) \tag{3.1}$$

zo stavu $s(n) \in \mathbb{S}$ použitím akcie $a(n) \in \mathbb{A}$, táto funkcia je ale algoritmu neznáma, v reálnom prostredí je jej výsledok obvykle stochastický.

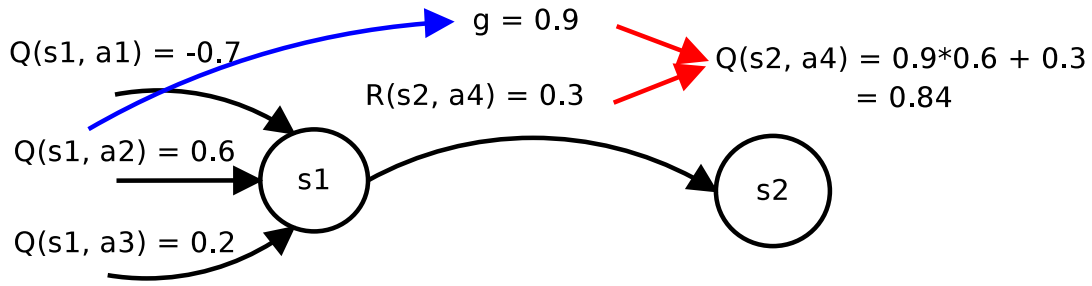
Ďalej je daná odmeňovacia funkcia $R(s(n),a(n))$, ktorá vyjadruje okamžité ohodnotenie konania agenta v $s(n)$ a $a(n)$. V reálnych aplikáciach táto funkcia nadobúda takmer v každom $s(n)$ a $a(n)$ hodnotu 0. Pre správnu funkciu algoritmu, musí byť aspoň jedna hodnota nenulová - napr. ohodnotenie dosiahnutia cieľového stavu (samotná existencia cieľového stavu však pre algoritmus nie je potrebná).

Funkcia ohodnotení je definovaná ako

$$Q_n(s(n),a(n)) = R(s(n),a(n)) + \gamma \max_{a(n-1)\in\mathbb{A}} Q_{n-1}(s(n-1),a(n-1)) \tag{3.2}$$

- $R(s(n),a(n))$ je odmeňovacia funkcia
- $Q_{n-1}(s(n-1),a(n-1))$ je funkcia ohodnotení v stave $s(n-1)$ pre akciu $a(n-1)$
- γ je odmeňovacia konštanta a platí $\gamma \in (0,1)$.

Funkcia 3.2 definuje ohodnotenie akcií vo všetkých stavoch t.j. agent ktorý sa dostal do stavu $s(n)$ vykonaním akcie $a(n)$ zo stavu $s(n-1)$ získal odmenu $R(s(n),a(n))$ a zlomok najväčšieho možného ohodnotenia ktoré mohol získať dostaním sa do stavu $s(n-1)$, situáciu ilustruje obrázok 3.1.



Obr. 3.1: Ilustrácia funkcie ohodnotení, pre $\gamma = 0.9$

Je potrebné poznamenať, že práve časť $\max_{a(n-1)\in\mathbb{A}} Q_{n-1}(s(n-1),a(n-1)$ zabezpečuje nezávislosť konvergencie k optimu bez ohľadu voľby stratégie výberu akcie - postačuje, aby každá akcia, v každom stave mala nenulovú pravdepodobnosť vykonania. Určitým variantom, je algoritmus SARSA [17]

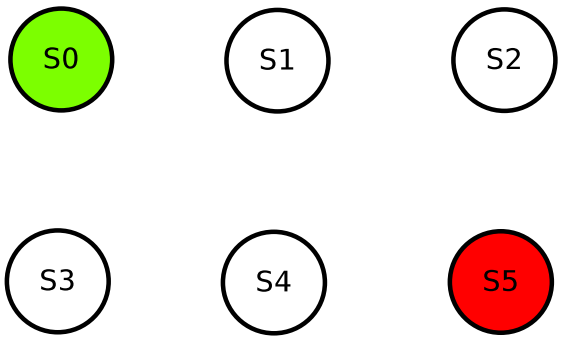
$$
\begin{aligned}
Q_n(s(n),a(n)) = \\
&(1-\alpha)Q_{n-1}(s(n),a(n))+ \\
&\quad \alpha(R(s(n),a(n)) + \gamma Q_{n-1}(s(n-1),a(n-1)))
\end{aligned} \tag{3.3}
$$

kde $\alpha \in (0,1)$, hodnota $Q_n(s(n),a(n))$ sa teda ustáli na strednej hodnote, a závisí na stratégie výberu akcií. Q-learning teda vychádza z toho, čo najlepšie sa mohlo stať a SARSA z toho čo sa naozaj stalo.

Nasledujúce obrázky ilustrujú beh algoritmu pre systém so 6 stavmi pre $\gamma = 0.8$. Na začiatku nie sú známe ani samotné prechody medzi stavmi (Obr. 3.2), bol definovaný 1 cieľový stav $S5$, agent začína v stave $S0$ (môže však v ľubovolnom inom). Ďalej sa pre jednoduchosť predpokladá že

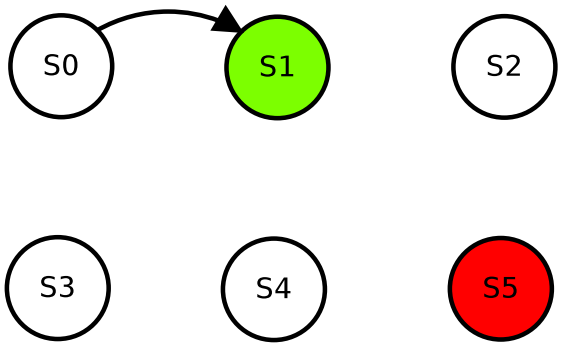
$$
R(s(n),a(n)) = \begin{cases} 1 & ak\ s(n) = \text{S5} \\ -0.5 & ak\ s(n) = \text{S4} \wedge \text{a(n) = Ay} \\ 0 & inak \end{cases} \tag{3.4}
$$

t.j. odmeňovacia funkcia nadobúda hodnotu 1 len ak sa agent dostal do stavu $S5$ a pre ilustráciu je definovaná aj jedna záporná odmena pri prechode z $S4$ do $S3$ akciou Ay.

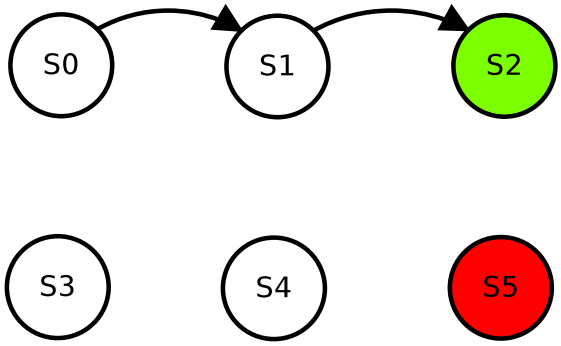


Obr. 3.2: Inicializácia

Agent v každom stave náhodne vyberá akcie (na výbere nezáleží, dôležité je aby každá akcia mala nenulovú pravdepodobnoť výberu, a rovnako bola nenulová prevdepodobnosť dosiahnutia ľubovolného stavu). Obrázky Obr. 3.3 a Obr. 3.4 ilustrujú jednu z možných ciest.



Obr. 3.3: Prechod do stavu S1



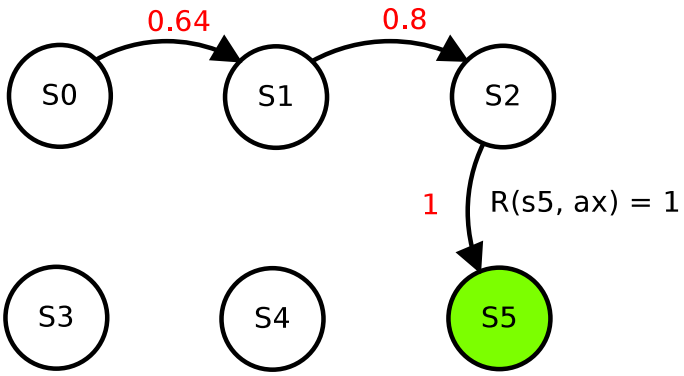
Obr. 3.4: Prechod do stavu S2

Po dosiahnutí cieľového stavu Obr. 3.5 je na základe 3.4 možné spočítať podľa 3.2 ohodnotenia doteraz vykonaných akcií - agent získal nenulovú odmenu $R(s_5, a_x) = 1$ (kde a_x značí ľubovolnú akciu), ktorú rekurentne spočíta pre všetky doteraz vykonané akcie.

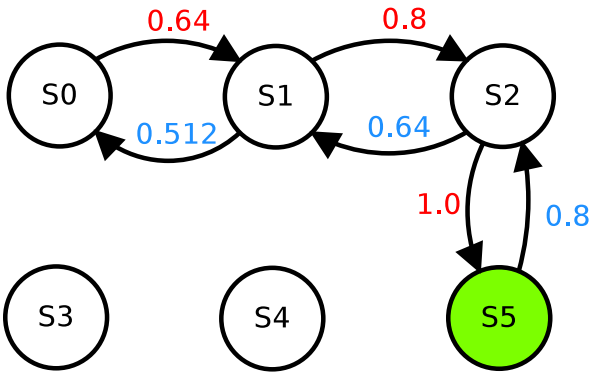
Pre zjednodušenú variantu 3.2 by bolo možné pamätať si len jeden predošlý stav a nepostupovať v ohodnocovaní rekuretne. V praktickej aplikácií je potrebné obmedziť hĺbku rekurzie, a pamätať si len posledných P stavov a vnich urobených rozhodnutiach. V tomto jedńoduchom príklade však nie sú nutné tieto obmedzenia, je teda možné pamätať si celú cestu.

Agent môže pokračovať v ceste ďalej, napr. späť 3.6 a pribežne počítať ohodnotenia. Prechod z s_5 do s_2 je ohodnotený ako 0.8 - vybralo sa najlepšie možné ohodnotenie ako sa dostať do s_5 (1) násobené γ, $R(s_2, a_x) = 0$ (podľa 3.4).

Po prejdení celého grafu, kedy agent vykonal všetky možné akcie dosiahne funkcia $Q(s(n), a(n))$ konečný, ustálený stav Obr. 3.7, teda



Obr. 3.5: Prechod do stavu S3



Obr. 3.6: Ďalšie prechody agenta

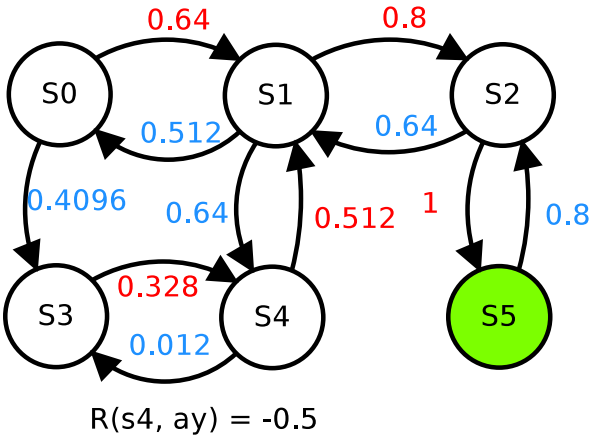
$$\forall s(n),\ \forall a(n), \forall \varepsilon > 0\ \exists Q_n :|\ Q_n(s(n),a(n)) - Q_{n-1}(s(n),a(n))\ | < \varepsilon \tag{3.5}$$

hodnoty Q-funkcie sa teda pri pevne danom $R(s(n),a(n))$ už nemenia.

3.2 Výber akcie

Pre nájdenie konečných hodnôt funkcie ohodnotení podľa 3.5 stačí aby každý prechod mal nenulovú pravdepodobnosť vykonania. Pre ďalšie vyšetrovanie konania agenta ja daná pravdepodobnosť výberu akcie ako

$$P(s(n),a(s)) = \frac{e^{kQ(s(n),a(s))}}{\sum_{i=1}^{C_a} e^{kQ(s(n),a(i))}} \tag{3.6}$$



Obr. 3.7: Konečný stav

kde

s je zvolená akcia

C_a je počet akcií

k je konštanta a platí $k \geq 0$

agent ktorý vyberá všetky akcie s rovnakou pravdepodobnosťou má teda $k = 0$. Pre vysoké hodnoty k : $\lim_{k\to\infty}$ bude agent vyberať len najlepšie dostupné akcie. Pre učenie agenta je teda vhodné zvoliť malé k.

Je možné definovať ľubovolné iné možnosti výberu akcie, napr. uprednostňovať menej často vykonané akcie, prípadne podľa zmeny $\mid Q_n(s(n),a(n)) - Q_{n-1}(s(n),a(n)) \mid$ uprednostňovať prechody s veľkou hodnotou zmeny.

3.3 Problémy výpočtu $Q(s,a)$

Algoritmus je definovaný pre diskrétnu množinu stavov. Ďalej sa predpokladá, že $s(n) \in \langle -1,1 \rangle$ a podobne $a(n) \in \langle -1,1 \rangle$

Pre počty prvkov stavového vektora a vektora akcií (n_s, n_a) je možné definovať delenie ich hodnôt na diskrétny počet d_s a d_a, potom je možné vyjadriť celkový počet hodnôt $Q(s(n),a(n))$ ako

$$C = {d_s}^{n_s} {d_a}^{n_a} \tag{3.7}$$

Samotný počet hodnôt ktoré treba spočítať teda exponenciálne narastná s rastom počtu prvkov stavového a vektora akcií.

Pre úlohy kde do systému vstupuje mnoho nezávislých vstupov sa stáva implentácia Q(s(n), a(n)) problémom najmä z dôvodov :

- veľké pamäťové nároky
- o nenavštívených prechodoch nevie agent povedať nič

Vhodným riešením sa ukazuje aproximácia Q-funkcie. Nech je aproximovaná funkcia označená $Q'_n(s(n),a(n))$ a presné riešenie ako $Q_n(s(n),a(n))$.

Dané sú postuláty o tejto aproximácií

Postulát 1 *Neobmedzená prenosť aproximácie : Pre všetky stavy* $s(n)$ *a akcie* $a(n)$ *musí platiť* $\mid Q_n(s(n),a(n)) - Q'_n(s(n),a(n)) \mid < \varepsilon$. *Kde* $\varepsilon > 0$ *a určuje kvalitu aproximácie. Zlepšením vlastností* $Q'_n(s(n),a(n))$ *je možné ľubovolne zmenšovať* ε.

Postulát 2 *Lokálna zmena : Lokálna zmena hodnoty* $\delta = \mid Q'_n(s(n),a(n)) - Q'_{n-1}(s(n),a(n)) \mid$ *neovplyvní hodnotu funkcie v inom bode o viac ako* $\forall\, s(n')\ \forall a(n'),\ n \neq n' : \delta < \kappa$. *Zmenšovaním hdonoty* κ *sa funkcia stáva menej závislá na okolí bodu* $[s(n),a(n)]$.

Funkciu $Q(s(n),a(n))$ je možné aproximovať niekoľkými spôsobmi. Tie najbežnejšie sú

- tabuľka
- neurónová sieť
  - dopredná neurónová sieť
  - kohonenova mapa
  - neurónová sieť bázickych funkcií

3.4 Tabuľka

Priamočíarým prístupm je ukladať hodnoty $Q(s(n), a(n))$ do tabuľky. Pre diskrétnu a konečnú množinu akcií možno tabuľku rozdeliť na viac častí, čím sa urýchli vyhľadávanie. Počet stavov v reálnych aplikáciach však môže byť vysoký (vo všeobecnosti tvoria stavy spojitú množinu).

Stav agenta aj vykonaná akcia sú obvykle vektory normované do $\langle -1, 1 \rangle$, pre implementáciu tabuľky je nutné ich prepočítať na celočíselné indexy

$$I_s(n) = \lceil \sum_{i=1}^{n_s} \left(d_s \frac{s_i(n)+1}{2} \right)^i \rceil \tag{3.8}$$

$$I_a(n) = \lceil \sum_{i=1}^{n_a} \left(d_a \frac{a_i(n)+1}{2} \right)^i \rceil \tag{3.9}$$

kde

$I_s(n)$ je index stavu

$I_a(n)$ je index akcie

$s_i(n)$ je i-ty prvok vektora stavu $s(n)$

$a_i(n)$ je i-ty prvok vektora akcií $a(n)$

Pre diskrétny počet stavov a akcií je možné definovať tabuľkovú interpretáciu ako $Q^t(I_s(n), I_a(n))$. Pre $\lim_{d_s \to \infty}$ a $\lim_{d_a \to \infty}$ je možné považovať tabuľku za presné riešenie pretože spĺňa postuláty 1 aj 2.

3.5 Dopredná neurónová sieť

Pre aproximáciu funkcie ohdnotení je možné použiť dobrednú neurónovú sieť ako univerzálny aproximátor. Podľa Kolmogorovho teorému je možné neurónovú sieť takto použiť [24], [25] a [26]. Samotný teorém však nerieši problém učenia takejto siete. Na učenie siete existuje niekoľko algoritmov, medzi najčastejšie patria [27], [28], [29] :

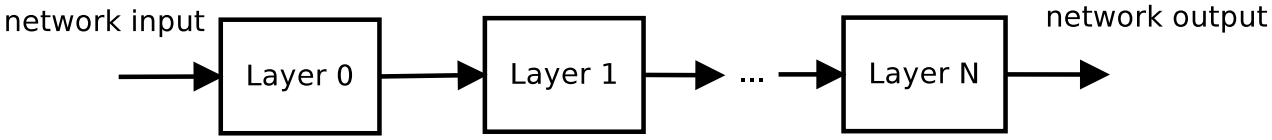
1. Backpropagation

2. Genetické algoritmy

3. Simulované žíhanie

Najpoužívanejší Backpropagation má množstvo problémov, najmä postupný pokles gradientu v hlbokých neurónových sieťach. Kedy sú vnorené vrstvy prakticky neučené. Ďalší závažný problém je uviaznutie v lokálnom minime, čo sa autory snažia vyriešiť zavedným zotrvačnosti do zmeny váh siete. Istým nádejným východiskom sa zdá byť simulované žíhanie [30]. Pre problém Q-learning algoritmu je však potrebný prístup ktorý postupne zlepšuje riešenie, a to je jedine niektorá z gradientových metód.

Samotná dopredná sieť je tvorená niekoľkými prepojenými vrstvami neurónov 3.8. Pre popis vrstvy je však vhodné použiť maticový zápis, nakoľko prenos neurónu má obvykle vo vrstve rovnakú aktivačnú funkciu.



Obr. 3.8: Dopredná neuronová siet

Správanie sa jednej vrstvy je možné popísať ako funkciu vstupného vektora, ktorej výstupom je tiež vektor (počty prvkov týchto vektorov však môžu byť rôzne, vždy však konečné). Je daný vstupný vektor

$$I(n) = (s(n), a(n)) \tag{3.10}$$

výstupná hodnota neurónovej siete ako $y_{nn}(n)$ a požadovaná hodnota ako $y_r(n)$.

Ďalej je definovaná chyba ako

$$e(n) = y_r(n) - y_{nn}(n) \tag{3.11}$$

Vrstva l doprednej siete je definovaná ako

$$
\begin{aligned}
y^l(n) &= f^l\left(W^l(n)I^l(n)\right) \\
&= f^l\left(\begin{pmatrix} w^l_{1,1}(n) & w^l_{1,2}(n) & \cdots & w^l_{1,n'}(n) \\ w^l_{2,1}(n) & w^l_{2,2}(n) & \cdots & w^l_{2,n'}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w^l_{m',1}(n) & w^l_{m',2}(n) & \cdots & w^l_{m',n'}(n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i^l_{1,1}(n) & i^l_{1,2}(n) & \cdots & i^l_{1,n'}(n) \end{pmatrix}\right)
\end{aligned}
\tag{3.12}
$$

kde

n' je počet prvkov vstupného vektora

m' je počet prvkov výstupného vektora

$f(X)$ je aktivačná funkcia

$W^l(n)$ je matica váh.

Najčastejšie používané aktivačné funkcie sú sigmoida, hyberbolický tangens , lineárna, usmerňovač a skoková funkcia. Ich predpisy sú

$$y_1(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \tag{3.13}$$

$$y_2(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \tag{3.14}$$

$$y_3(x) = x \tag{3.15}$$

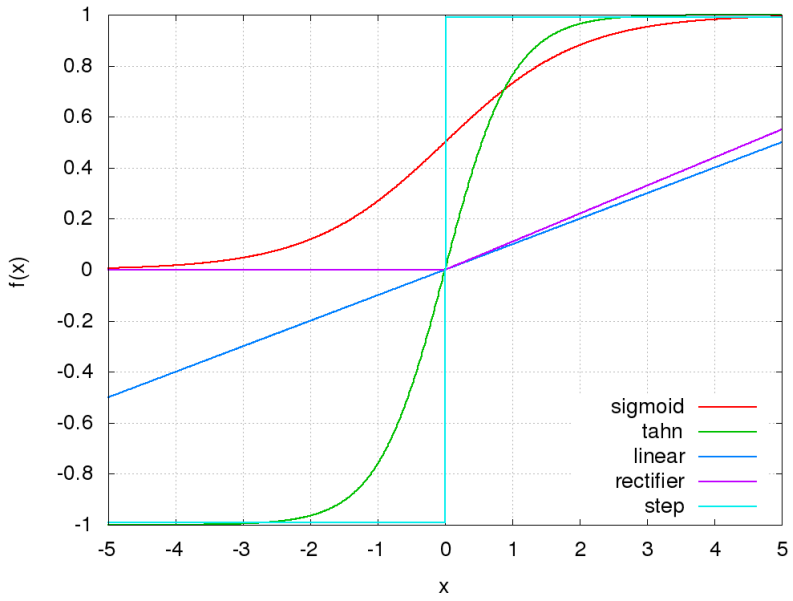
$$y_3(x) = \begin{cases} x & ak\ x > 0 \\ 0 & inak \end{cases} \tag{3.16}$$

$$y_4(x) = \begin{cases} 1 & ak\ x > 0 \\ -1 & inak \end{cases} \tag{3.17}$$

Ich priebehy sú znázornené na obrázku 3.9.

Zoradením niekoľkých vrstiev za sebou, tak že výstup predošlej je vstupom do aktuálnej vrstvy je možné získať doprednú neurónovu sieť. Takáto sieť je vhodná na riešenie klasifikačných aj aproximačných problémov.

Dopredná sieť je známa nelokálnosťou učenia : pri trénovaní na podmnožinu množiny požadovaných výstupov sa mení hodnota aj mimo túto podnmožinu. Sieť teda veľmi proble-



Obr. 3.9: Grafické znázornenie priebehov aktivačných funkcií

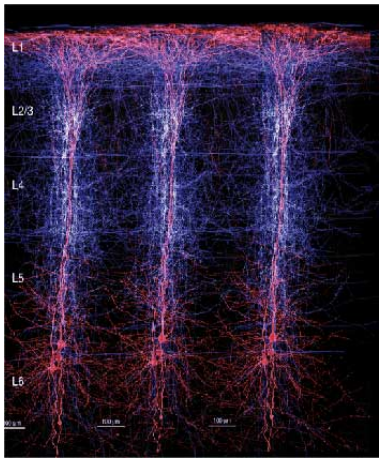
maticky spĺňa postutlát 2. Dobre však spĺňa postulát 1, vhodnou voľbou počtu vrstiev a počtu neurónov je možné dosiahnúť ľubovolnú presnosť aproximácie.

3.6 Kohonenová neurónová sieť

Kohonenova neurónová sieť je inšpirovaná rovinnými štruktúrami v mozgovej kôre, kde výrazne dominujú prepojenia v rámci vrstvy a prepojení medzi vrstvami je podstatne menej 3.10. Napriek týmto rovinatým štruktúram, mozog bežne spracúva mnohodimenzionálne problémy - vstupm sú podnety s miliónov receptorov.

Pôvodný návrh Kohonenovej siete neriešil aproximáciu funkcie, ale klasifikáciu vstupov do zhlukov. Pričom podobné vstupy patria do rovnakého zhluku. Počet zhlukov je voliteľný a je rovný počtu použitých neurónov. Takáto sieť sa vie učiť bez definovania chyby, t.j. nie je potrebné stanoviť do ktorého zhluku dáta patria. Samotné zhluky sa utvárajú postupne, tak ako sú do siete predkladané dáta.

Každému zhluku je však možné priradiť požadovanú výstupnú hodnotu. Sieť tak môže pracovať podobne ako tabuľka - vstupné dáta priradí do najbližšieho zhluku a výstupom je hodnota prisluchújalúca k tomuto zhluku. V tomto prípda už treba stanoviť chybu, ako rozdiel



Obr. 3.10: Neokortexový stĺpec

požadovanej hodnoty a skutočnej hodnoty výstupu siete. Algoritmus má niekoľko krokov : Najpr sa spočítajú vzdialenosti od vstupného vektora

$$d_j(n) = \sum_{i=1}^{N} (I_i(n) - w_{ji}(n))^2 \tag{3.18}$$

kde $w(n) \in \mathbb{R}$ je matica váh, na začiatku sa volí náhodná, tak aby rovnomerne pokrila stavový priestor vstupných veličín (Obvykle sa používa rovnomerné rozdelenie. Štatistickou analýzou vstupných dát je ale možné určiť iné, vhodnejšie a urýchliť tak konvergenciu hodnôt váh).

Víťazný neurón v je definovaný ako

$$v : \forall j : d_v(n) \leq d_j(n) \tag{3.19}$$

je to neurón ktorý má najmenšiu vzdialenosť od predloženého vstupu.

A pre každý neurón existuje priradená výstupná hodnota $y_j(n) \in \mathbb{R}$, výstupom siete je teda hodnota priradená výťaznému neurónu $y_{nn}(n) = y_v(n)$.

Učenie siete prebieha v dvoch krokoch

1) **zmena váh** $w(n)$ zmenia sa váhy výťazného neurónu, pretože najlepšie zodpovedajú požadovaným váham tak že sa priblížia hodnote vstupného vektora

$$w_{ji}(n+1) = (1-\eta_1(j))w_{ji}(n) + \eta_1 I_i(n) \tag{3.20}$$

kde $\eta_1(j) \in (0,1)$ je krok učenia a závisí od polohy neurónu v sieti. V najjednoduhšom prípade

$$\eta_1(j) = \begin{cases} \eta & ak\ j = v \\ 0 & inak \end{cases} \tag{3.21}$$

k zmene váh teda dôjde len pri víťaznom neuróne. Ďalší často používaný tvar funkcie postupne zmenšuje hodnotu $\eta_1(j)$ podľa $d_j(n)$ a to ako

$$\eta_1(j,n) = \eta e^{-kd_j(n)} \tag{3.22}$$

kde $k \in (0,\infty)$. Krok učenia $\eta_1(j,n)$ je teda premenný a záleží aj od predloženého vzoru podľa n.

Po dostatočnom počte iterácií sa hodnoty váh ustália na hodnotách tak aby rozdelili množinu vstupných vektorov na lokálne oblasti. Tento stav je znázornený na 3.11. Vstupný proces generoval 8 zhlukov dát ktoré sieť klasifikovala použitím 16 neurónov. Každému neurónu je možne priradiť požadovanú hodnotu výstupu.

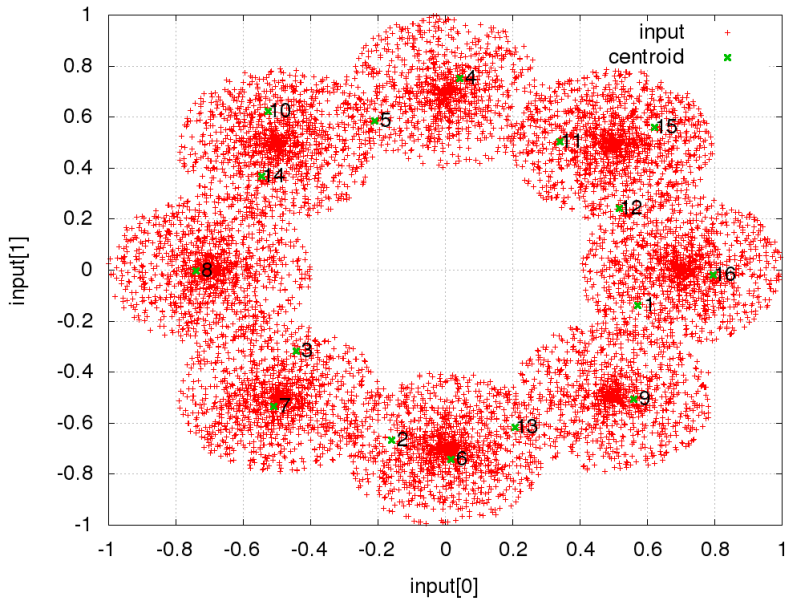
2) **upraví sa výstupná hodnota** $y_v(n)$

$$y_v(n+1) = y_v(n) + \eta_2 e(n) \tag{3.23}$$

kde $e(n)$ je chyba podľa 3.11. Takáto Kohonenová sieť má veľmi dobré predpoklady na aprixmáciu funkcie, ktorá nadobúda málo hodnôt, predkladaním vzorov z blízkosti jedného zhluku (dáta majú malú vzdialenosť v zmysle 3.18) sa dá očakávať zmena parametrov len jedného neurónu. Sieť teda dobre spĺňa predpoklady 1, 2. Počet neurónov však musí narásť do nekonečna.

Je vhodné poznamenať, že výstupná hodnota nemusí byť len číselná hodnota, ale aj funkcia, ktorej vstupom je opäť $I_i(n)$. Výber výťazného neurónu tak funguje ako výber vhodnej funkcie - prepínač.

.



Obr. 3.11: Znázornenie váhových parametrov w pre dvojrozmerný priestor

3.7 Neurónová sieť bázických funkcií

Samotný prenos neurónu nemusí byť obmedzený len na množinu funkcií z 3.17. Vhodnú funkciu je možné zmenou parametrov upraviť do tvaru, aby na zvolený vstup $I_0(n)$ dosahovala požadovanú hodnotu a postupným zväčšovaním vzdialenosti $\mid I_0(n) - I_i(n) \mid$ klesala jej hodnota k nule.

Najjednoduhším príkladom takýchto funkcií je

$$f_j(X(n)) = \begin{cases} k_j & ak\ X(n) = X_0 \\ 0 & inak \end{cases} \tag{3.24}$$

kde k_j je hodnota požadovaná v bode X_0. Výstupom siete potom je

$$y(X) = \sum_{j=1} f_j(X(n)) \tag{3.25}$$

Z charakteru Q-learning algoritmu majú hodnoty $Q(s(n), a(n))$ charakter aj postupne klesajúcich hodnôt. Je teda potrebné vybrať iné funkcie.

Nasledujú preto definície funkcií s ktorými boli urobené experimenty.

Dané sú bázické funkcie $f_j^x(s(n),a(n))$, kde x je typ bázickej funkcie. Požadovaná hodnota $Q^x(s(n),a(n))$ je potom lineárnou kombináciou týchto funkcií typu x.

Z charakteru Q-learning algoritmu 3.2 je možné určiť požiadavky na tieto funkcie :

1. predpis 3.2 je tvorený klesajúcou exponenciálou - podobný charakter by mala mať aj bázická funkcia

2. existencia jedného globálneho maxima a zmenou parametrov určovať polohu tohto bodu

3. možnosť ľubovolne meniť strmosť funkcie v okolí maxima

4. funkcia by mala byť zhora aj z dola ohraničená

Cieľom je mať možnosť nezávisle nastaviť maximá funkcií do oblastí, ktoré zodpovedajú nenulovím hodnotám $R(s(n),a(n))$ - bod 2. Ak ohodnotenie spĺňa podmienku najlepšej možnej akcie v danom stave, dá sa očakávať že bude mať menšiu strmosť, naopak, ak funkcia popisuje bod kde $R(s(n),a(n))$ dosahuje malé hodnoty (obvykle záporné), bude požadovaná vysoká strmosť tejto funkcie - obe požiadavky sú zhrnuté v bode 3. Bod 4 umožňuje rozumne ohraničiť rozsah funkcie.

Niektoré tvary bázických funkcií

$$f_j^1(s(n),a(n)) = e^{-\sum_{i=1}^{n_s} \beta_{aji}(n)(s_i(n)-\alpha_{aji}(n))^2} \tag{3.26}$$

$$f_j^2(s(n),a(n)) = \frac{1}{1+\sum_{i=1}^{n_s} \beta_{aji}(n)(s_i(n)-\alpha_{aji}(n))^2} \tag{3.27}$$

$$f_j^3(s(n),a(n)) = e^{-\sum_{i=1}^{n_s} \beta_{aji}(n)|s_i(n)-\alpha_{aji}(n)|} \tag{3.28}$$

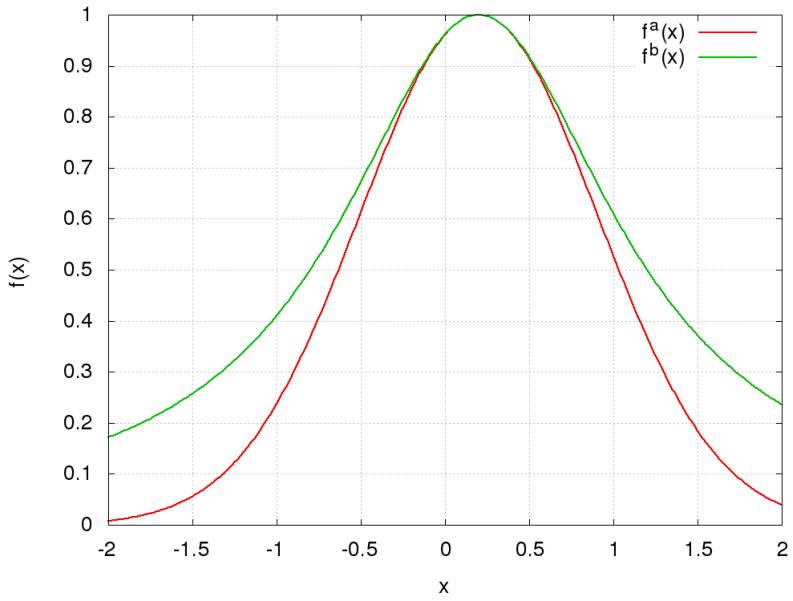
kde

$\alpha_{aji}(n) \in \langle -1,1 \rangle$ určuje polohu maxima funkcie

$\beta_{aji}(n) \in (0,\infty)$ určuje strmosť funkcie.

Ich priebeh pre prvé dve je na 3.12.

Pre symetrické prechody medzi stavmi ich možno zjednodušiť na



Obr. 3.12: Znázornenie priebehov bázických fukcií

$$f_j^1(s(n),a(n)) = e^{-\beta_{aj}\sum_{i=1}^{n_s}(s_i(n)-\alpha_{aji})^2} \tag{3.29}$$

$$f_j^2(s(n),a(n)) = \frac{1}{1+\beta_{aj}\sum_{i=1}^{n_s}(s_i(n)-\alpha_{aji})^2} \tag{3.30}$$

$$f_j^3((n)s,a(n)) = e^{-\beta_{aj}\sum_{i=1}^{n_s}|s_i(n)-\alpha_{aji}(n)|} \tag{3.31}$$

Aproximovaná funkcia ohodnotení pre l bázických funkcií je potom

$$Q^x(s(n),a(n)) = \sum_{j=1}^{l} w(n)_j^x f_j^x(s(n),a(n)) \tag{3.32}$$

kde $w(n)_j^x$ sú váhy bázických funkcií.

Je teda potrebné stanoviť celkovo 3 sady parametrov : α β w.

3.7.1 Určenie parametrov α

Parameter α určuje posunutie maxima funkcie a postupuje sa podobne ako v prípade 3.20. Treba zohľadniť fakt, že pre konečný výsledok je dôležité pokryť všetky oblasti s nenulovým $R(s(n),a(n))$, vrchol krivky bude ležať nad nad bodom $[s(n),a(n)]$.

Zmena parametrov α prebieha v piatich krokoch.

- na začiatku sa zvolia $\alpha_{jia}(n)$ náhodne, ze $\langle -1, 1 \rangle$
- spočítajú sa vzdialenosti od predloženého vstupu $d_{ja}(n) = \mid s(n) - \alpha_{ja}(n) \mid$
- nájde sa také ka kde pre $\forall j : d_{ka}(n) \leq d_{ja}(n)$
- spočíta sa krok učenia $\eta'_a(n) = \eta_1 \mid Q_r(s(n), a(n)) \mid$
- upravia sa parametre $\alpha_{aki}(n+1) = (1 - \eta')\alpha_{aki}(n) + \eta' s_i(n)$

kde
$Q_r(s(n), a(n))$ je požadovaný výstup
η_1 je konštanta učenia

Krok učenia teda závisí od veľkosti požadovanej hodnoty, tým sa zabezpečí aby maximum krivky naozaj ležalo nad bodom $[s(n), a(n)]$.

3.7.2 Určenie parametrov β

Parameter β určuje strmosť krivky. Ak boli k dizpozicií naraz všetky požadované výstupy, bolo by možné spočítat tento parameter z rozptylu. Požadované hodnoty však prichádzajú postupne, strmosť krivky sa preto upravuje priebežne, podľa toho či požadovaná hodnota leží nad, alebo pod krivkou.

- stanoví sa chyba $e(n) = Q_r(s(n), a(n)) - Q(s(n), a(n))$
- pre každú bázickú funkciu $\beta_{ja}(n+1) = \beta_{ja}(n) + \eta_2 e(n) w_{ja}(n)$
- skontroluje sa $\beta_{ja}(n) \in (0, \infty)$

kde
$Q_r(s(n), a(n))$ je požadovaný výstup
η_2 je konštanta učenia

3.7.3 Určenie váhových parametrov w

Nakoniec sa gradientovou metódou určia váhové paramete. Pre presné riešenie by bolo možné použiť metódu nejmenších štvorcov, tá je však pre veľký počet bázcikých funkcií ťažko vypočítateľná. Zmena parametrov je potom daná nasledujúcim postupom

- stanoví sa chyba $e(n) = Q_r(s(n),a(n)) - Q(s(n),a(n))$
- pre každé $w_{ja} : w_{ja}(n+1) = w_{ja}(n) + \eta_3 e(n) y_j(n)$
- skontroluje sa $w_{ja}(n) \in (-r,r)$

kde

η_3 je konštanta učenia

r je maximálny rozsah váh

3.7.4 Hybridný variant

Ak by funkcia $R(s(n),a(n))$ mala len jednu kladnú hodnotu a ostatné by boli nulové, aproximáciu $Q(s(n),a(n))$ by veľmi dobre popísala Gaussova krivka 3.31. Ak by funkcia $R(s(n),a(n))$ mala len záporné hodnoty a ostatné by boli nulové, funkcia $Q(s(n),a(n))$ by s ohliadnutím na 3.2 by si boli rovné. Vo funkcí $Q(s(n),a(n))$ by sa tak objavilo niekoľko záporných hodnôt, ostro ohraničených.

Vyjdúc z týchto úvah, je možné skombinovať výhody oboch : Gaussova krivka ktorá dokáže pokryť nenulovými hodnotami celý definyčný obor a funkcie 3.24. Funkcia 3.24 predstavuje vlastne tabuľku, ktorá nadobúda nenulové hodnoty vo vybraných bodoch - tvorí tak adaptívnu tabuľku.

Je teda možné skombinovať funkciu 3.24 s niektorou z 3.31, čo vedie na vzťahy

$$P_i(s(n),a(n)) = \begin{cases} r_{ai} & if\ s(n) = \alpha_i^1 \\ 0 & inak \end{cases} \tag{3.33}$$

$$H_j(s(n),a(n)) = w_{aj} e^{-\beta_{aj} \sum_{i=1}^{n_s} (s_i(n) - \alpha_{aji}^2)^2} \tag{3.34}$$

$$Q(s(n),a(n)) = \sum_{i=1}^{I} P_i(s(n),a(n)) + \sum_{j=1}^{J} H_j(s(n),a(n)) \tag{3.35}$$

kde

α_j^1 sú oblasti kde $H_j(s(n))$ nadobúda nenulové hodnoty

α_j^2 sú oblasti pre ktoré $f_j(s(n),a(n))$ nadobúda maximum

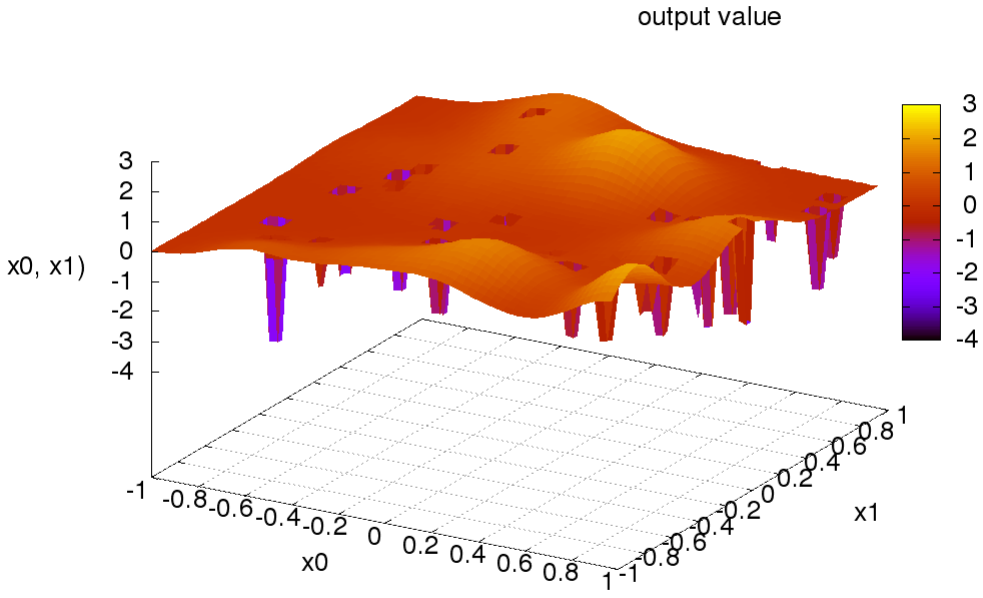
r_{ai} je hodnota okamžitej odmeny $R(s(n))$ v tomto stave

w_{aj} je váha a zobovedá veľkosti maxima resp. minima pre fukciu

β_{aj} je strmosť, a platí $\beta > 0$

I a J sú počty bázických funkcií

Označenia P a H vznikli z tvaru funkcií : peak a hill. Funkcia bude na ďalších grafoch označená ako Gauss + AT : kombinácia Gaussovej krivky a adaptívnej tabuľky. Mechanizmus učenia zostáva rovnaký ako pre bázické funkcie v predošlej časti. Ukážka priebehu funkcie pre dve premenné je na obrázku 3.13. Počet funkcií $P_i(s(n),a(n))$ bol zvolený 30 a počet funkcií $P_i(s(n),a(n))$ 20. Pre názornosť boli parametre r_{ai} boli zvolené záporné a parametre β_{aj} kladné.



Obr. 3.13: Znázornenie predmetnej funkcie

Kapitola 4

Experimentálna časť

4.1 Ciele experimentu

V oblasti Q-learning algoritmoch je možné pozorovať dva hlavné smery výskumu

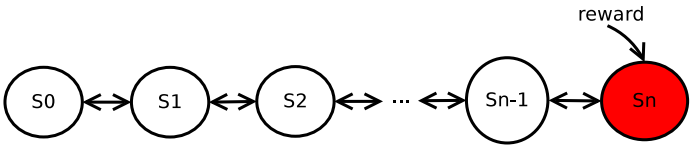
- aproximácia funkcie ohodnotení [31] [32] [33] [34]
- spôsob výberu akcie [35] [36] [37]

Obe majú široké pole diskusií v snahe vyriešit niekoľko hlavných problémov Q-learning algoritmu a to najmä :

- veľký počet prechodov medzi stavmi
- malá zmena vo výpočte $Q(s(n), a(n))$ môže spôsobiť veľké zmeny v stratégií.

Cieľom práce je na danej množine odmeňovacích funkcií $R(s(n), a(n))$ overiť možnosti aproximácie $Q(s(n), a(n))$. Prvým intuitivným spôsobom bola snaha aproximovať predmentnú funkciu doprednými neurónovými sieťami. Principiálne tomu nič nebráni, problém je ale nedokonalý algoritmus učenia, a to, že sa vplyvom rekurentnej povahy Q-learning algoritmu pokúša neurónová sieť zároveň predikovať správnu hodnotu a zároveň učiť na požadovanú hodnotu.

Postupne sa tak v sieti nabaľuje chyba. Tento problém ilustruje 4.1. Je daná postupnosť stavov a každom okrem východzieho a cieľového sú dve akcie. Odmena $R(s,a)$ je všade nulová, len po dosiahnutí cieľového stavu je rovná kladnej hodnote.



Obr. 4.1: Ilustrácia postupného nabaľovania chyby

Pre korektné vyplnenie hodnôt v s_{n-1} sa vyžaduje korektá hodnota v s_n

$$Q(s(1),a(1)) = R(s(1),a(1)) + \gamma \max_{a(0)\in\mathbb{A}} Q(s(0),a(0))$$

$$Q(s(2),a(2)) = R(s(2),a(2)) + \gamma \max_{a(1)\in\mathbb{A}} Q(s(1),a(1))$$

$$\ldots$$

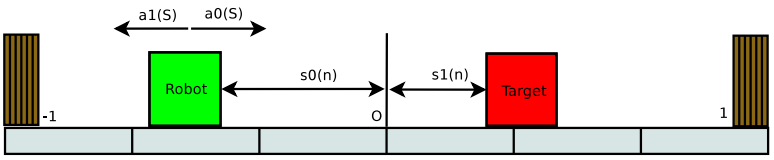
V prípade dobrednej siete učenej algoritmon Backpropagation, zmena hodnoty v jendom bode $Q(s(n),a(n))$ spôsobí zmenu vo všetkých ostatných hodotách a nikde nie je zaručené, že k správnej hodnote - v určitom štádiu učenia sa tak môže zdať, že hodnoty koretkne kovergujú, a inom sa môžu vzďaľovať. Práve preto sa pre klasické úlohy rozpoznávania predkladajú sieti vzory v náhodonom poradí a v mnohých opakovaniach. Vzory a požadované výstupy sú však nezávislé.

4.1.1 Divergencia riešenia

Tento efekt divergencie bol pozovaný nie len vyžšie uvedenými autormi, ale aj experimentálne overený v tejto práci. Usporiadanie experimentu je na obrázku 4.2. Robot má dve akcie, pohyb o pevne zvolený krkok vľavo alebo vpravo. Úlohou je dostať sa do cieľa, ktorý môže byť umiestnený kdekoľvek. Pre jednoduchosť bol vybraný 2 rozmerný stavový priestor z rozsahu $s \in \langle -1,1 \rangle$. Stav systému charakterizovaný vektorom s je poloha robota voči počiatku a poloha cieľa voči počiatku, takýto systém je aj dobre graficky znázorniteľný.

Z ostatných parametrov ktoré boli použité pre beh experimentu :

- počet iterácií = 10000000
- delenie stavoého priestoru = 1/8.0



Obr. 4.2: Schéma experimentu pre doprednú neurónovú sieť

- $\gamma = 0.7$
- neurónová sieť :
  - počet skrytých vrstiev = 2
  - počet neurónov v skrytých vrstvách = 10
  - rozsha váh = 4.0
  - krok učenia $\eta = 0.001$

Najskôr bolo určené riešenie použitím tabuľky (ktoré bolo pre malý počet stavov možné spočítať). Najdôležitejší výstup je výber korektnej akcie, kde $+1$ znamená jeden smer a -1 smer opačný. Veľmi ľahko sa dá očakávať ostré rozdelnie stavového priestoru po diagonále : ak je robot naľavo od cieľa musí sa pohybovať doprava a naopak. Výsledok je na obrázku 4.5. Pre úplnosť, obrázok 4.6 znázorňuje hodnoty $\max_{a(n-1)\in\mathbb{A}} Q(s,a)$. Opäť sa dá ľahko očakávať že pre najmenšiu vzdialenosť bude táto hodnota najväčšia - hodnoty na diagonále.

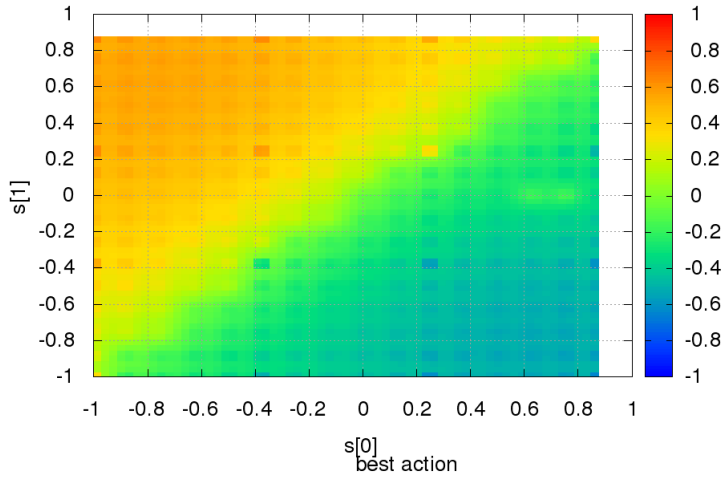
Jedno z najlepších riešení dosiahnuté doprednou neurónovou sieťou učenou Backpropagation algoritmom je na obrázkoch 4.5 a 4.6.

Napriek jednoduchej úlohe, nie je možné povedať že sieť úspešne aproximuje tento problém. Porovním výstupov najlepších akcií je možné vidieť určitý náznak podobnosti, ktorý je však vzhľadom na irelevantnosť úlohy bezpredmentný a dosahuje priveľkú chybu, najmä ak sa robot už blížil k cieľu.

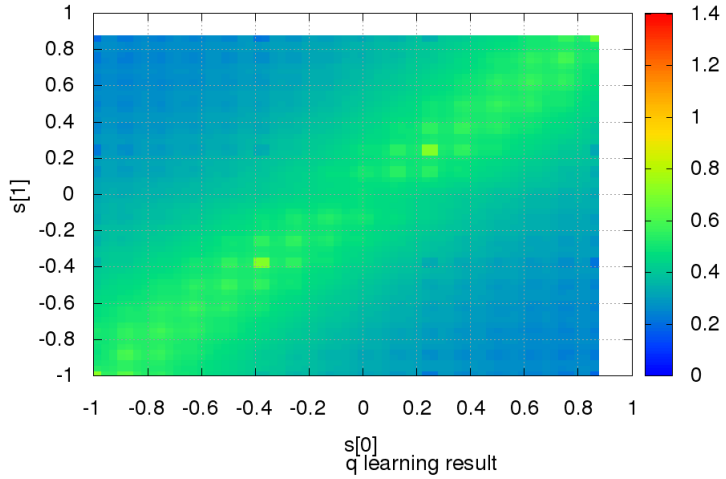
4.2 Riešenie aproximácie

Uvedení autory najčastejšie používajú tzv. príznaky (features) na aproximovanie $Q(s(n),a(n))$

$$Q(s(n),a(n)) = \sum_{j=1} w_j g_j(s(n),a(n)) \tag{4.1}$$



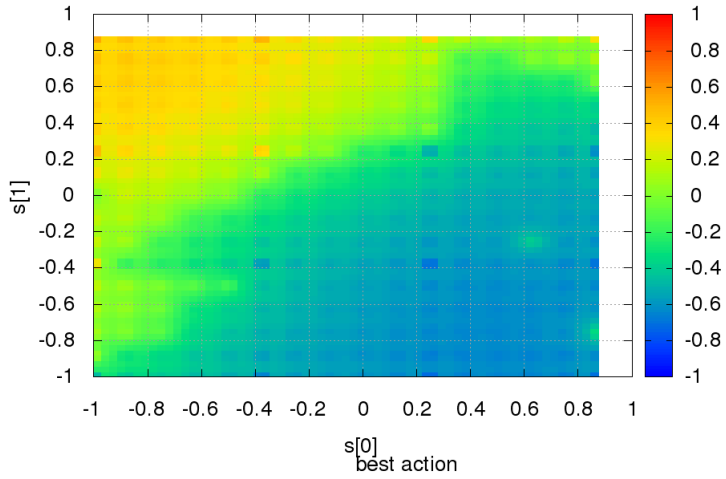
Obr. 4.3: Najlepšia akcia pre riešenie s tabuľkou



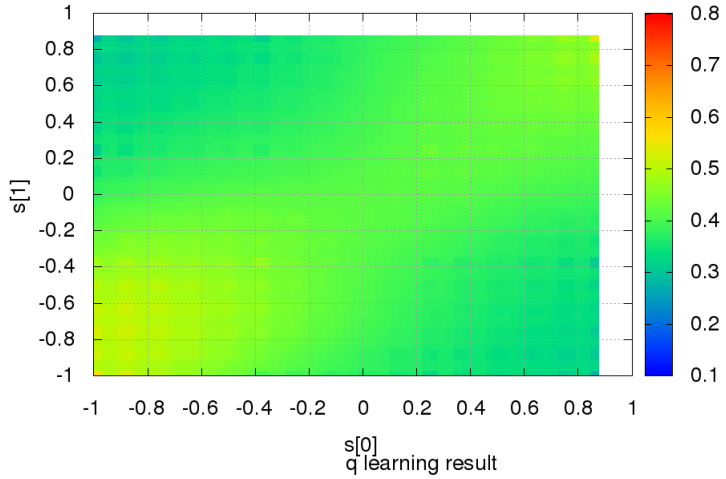
Obr. 4.4: Hodnoty $\max_{a(n-1)\in\mathbb{A}} Q(s,a)$ pre riešenie s tabuľkou

kde $g_j(s(n),a(n))$ sú funkcie príznakov, ktorých je konečný počet a w_j predstavuje váhy ich lineárnej kombinácie.

Príznaky sú zvolené pevne a závisia od typu úlohy. Práve to predstavuje najväčší nedostatok. Cieľom navrhovaného experimentu je využiť príznaky ktorých parametre sa menia.



Obr. 4.5: Najlepšia akcia pre riešenie s neurónovou sieťou



Obr. 4.6: Hodnoty $\max_{a(n-1)\in\mathbb{A}} Q(s,a)$ pre riešenie s neurónovou sieťou

Vzniká tak akýsi hybrid medzi neurónovou sieťou a lineárnou kombináciou pevne zvolených príznakov.

Z ohľadom na minimalizovanie vplyvu zmeny parametrov j-teho príznaku alebo váhy w_j na ostatné príznaky a váhy, je potrebné, aby ich bolo možné nastavovať nezávislé - aby

vhodná séria príznakov pokryla svoju podmnožinu stavového priestoru. Toto je možné dosiahnuť ortogonalitou príznakou, stráca sa však možnosť generovať funkciu ako je lineárna kombinácia týchto ortogonálnych funkcií. Vhodným kompromisom sú preto funkcie uvedené v 3.28, alebo funkcia 3.35.

4.3 Návrh experimentu

V niekoľkých bodoch je možné postup určiť ako

- výber funkcií $R(s(n), a(n))$
- určenie presného riešenia, použitím tabuľky s veľkým počtom prvkov
- voľba aproximačnej metódy
- pre každú $R(s(n), a(n))$ spočítať niekoľko nezávislych behov
- výsledky porovnať s presným riešením, overiť a zosumarizovať

Funkcie $R(s(n), a(n))$ budu vybrané tak aby boli riedke a plne sa využil Q-learing - okamžité odmeny sú známe len v malom počte prípadov. Postupne sa obmenia pre rôzne počty nenulových prvkov.

Presné riešenie, aby bolo možné spočítať bude mať niekoľko tisíc diskrétnych stavov. Pre jednoduchosť, bude v každom stave rovnaká a presne definovaná množina akcií.

Vyberie sa niekoľko aproximačných metód, ktoré sa použijí na spočítanie $Q(s(n), a(n))$. Tu je nevyhnutné upozorniť na častú metodickú chybu : aj keď je možné $Q(s(n), a(n))$ spočítať presne, nesmie byť toto presne riešenie použité na stanovenie približného riešenia. Príkladom je dopredná neurónová sieť, ktorá sa dá veľmi ľahko natrénovať ak je množina požadovaných výstupov vopred známa. V prípade Q-learning algoritmu sa ale požadované hodnoty spočítavajú rekuretne, až počas behu.

Kedže voľba niektorých počiatočných parametrov aproximačných metód je náhodná, je nevyhnutné spočítať niekoľko nezávislých behov a overť tak rozptyl, minimálnu, maximálnu a priemernu chybu.

Aby sa dalo kvalitatívne ohodnotiť použité riešenie, je nutné urobiť veľký počet experimentov. Aby bolo možné ľahko graficky znázorniť výsledok, bude stavový priestor dvojrozmerný a platí $s(n) \in \langle -1, 1 \rangle$. Agent si bude vyberať z pevne danej množiny akcií a bude sa tak v tomto priestore môcť pohybovať a to :

$\mathbb{A} = [[0,1],[0,-1],[1,0],[-1,0],[1,-1],[1,1],[-1,-1],[-1,1]]$

prostredie umožní zmenu stavu vykonaním akcie $a(n) \in \mathbb{A}$, a to podľa

$$s(n+1) = s(n) + a(n)dt \tag{4.2}$$

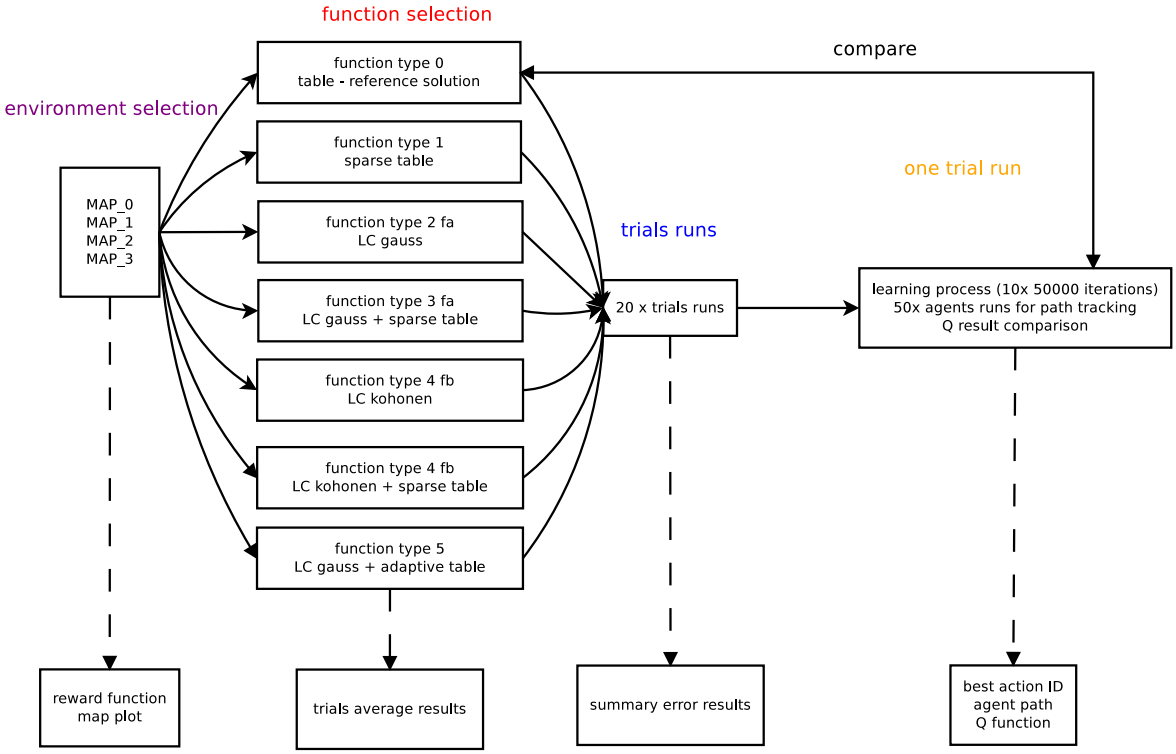
Jednotlivé funkcie $R^k(s(n), a(n))$ predstavujú mapy odmien v ktorých sa agent pohybuje. Pre zjednodušenie bude platiť, že nezáleží ktorou akciou sa agent dostal do daného stavu - funkcia bude mať teda tvar $R^k(s(n))$ a predstavuje teda odmenu za to, že sa agent dostal na nejaké miesto.

Ako metódy aprximácie je zvolených 6 rôznych funkcií.

1. riedka tabuľka
2. Gaussova krivka $f_j^1(s(n), a(n))$ 3.31
3. Gaussova krivka $f_j^1(s(n), a(n))$ kombinovaná s riedkou tabuľkou
4. Modifikácia Kohonenovej neurónovej siete $f_j^2(s(n), a(n))$
5. Modifikácia Kohonenovej neurónovej siete $f_j^2(s(n), a(n))$ s riedkou tabuľkou
6. Guassova krivka a adaptívna tabuľka 3.35

Pre každú z nich prebehne 20 trialov aby bolo možné urobiť štatistické vyhodnotenie. V každom trialy prebehne 10*50000 učiacich interácií aby bolo možné v 10 tich krokoch sledovať priebeh učenia. Na konci prebehne 50 behov agentov z náhodných východzich stavov aby bolo možné sledovať ich cestu stavovým priestorom. Spolu teda prebehne 560 nezávislých experimentov a celkovo 280mil. behu algortimu.

Súhrnná schéma behu experimentov je na obrázku 4.7. Plné šípky predstavujú prepojenie úrovni metodológie. Čiarkované šípky znázorňujú výstupy v jednotlivých úrovniach. Presné riešenie je použité na porovnanie výslednej chyby.



Obr. 4.7: Schéma experimentu

- 50000 iterácií učenia
- rozmer s je $n_s = 2$, rozmer a je $n_a = 2$
- predpis funkcie ohodnotení

$$Q(s(n),a(n)) =$$
$$\alpha Q(s(n-1),a(n-1))$$
$$(1-\alpha)(R(s(n),a(n)) + \gamma \max_{a(n-1)\in\mathbb{A}} Q(s(n-1),a(n-1))$$

- $R(s(n),a(n)) \in \langle -1,1 \rangle$ náhodná mapa s 1 cieľovým stavom
- $\gamma = 0.98$ a $\alpha = 0.7$
- hustota referenčného riešenia = 1/32 (4096 stavov)
- počet akcií v každom stave = 8
- hustota riedkej tabuľky = 1/8 (1:16 pomer)

- počet bázických funkcií $l = 64$
- rozsah parametrov
  - $\alpha_{ja}(n) \in \langle -1, 1 \rangle$
  - $\beta_{ja}(n) \in \langle 0, 200 \rangle$
  - $w_{ja}(n) \in \langle -4, 4 \rangle$

$Q_{rt}(s(n), a(n))$ referenčná funkcia Q (funkcia 0), kde $t \in \langle 0, 19 \rangle$ je číslo trialu $Q_{jt}(s(n), a(n))$ testované funkcie Q a $j \in \langle 1, 5 \rangle$.

Celková chyba behu trialu t je

$$e_{jt} = \sum_{s,a} (Q_{rt}(s,a) - Q_{jt}(s,a))^2$$

priemerná, minimálna, maximálna chyba a smerodatná odchylka

$$\bar{a_j} = \frac{1}{20} \sum_t e_{jt}$$
$$e_j^{min} = \min_t e_{jt}$$
$$e_j^{max} = \max_t e_{jt}$$
$$\sigma_j{}^2 = \frac{1}{20} \sum_t (\bar{a_j} - e_{jt})^2$$

4.4 Výsledky experimentu

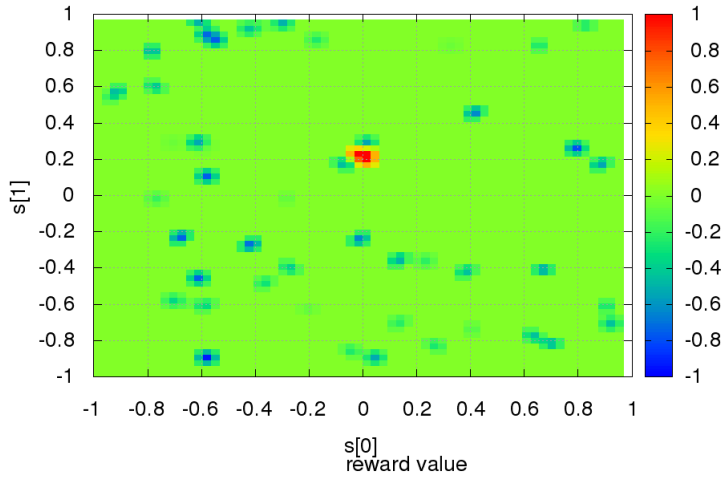
$$e_{jt}(s) = (Q_{rt}(s, a - Q_{jt}(s,a))^2$$

Chybové funkcie - Výsledky experimentov

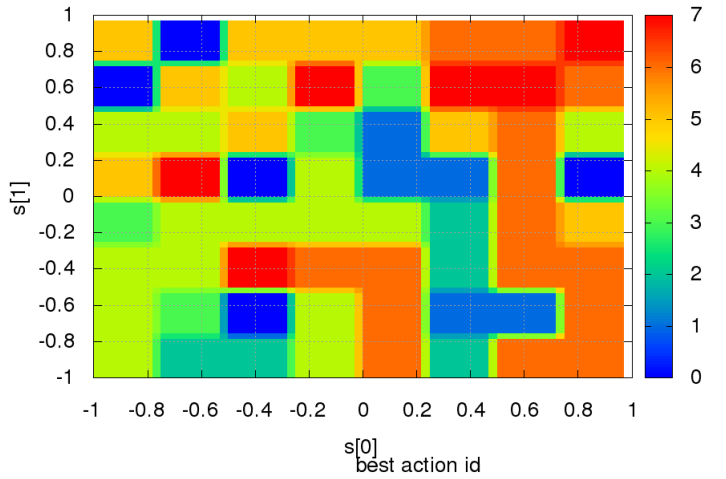
$$e_{jt}(s) = (Q_{rt}(s, a - Q_{jt}(s,a))^2$$

max Q(s, a) - Výsledky experimentov

Priebeh trialov - Výsledky experimentov



Obr. 4.8: odmeňovacia funkcia



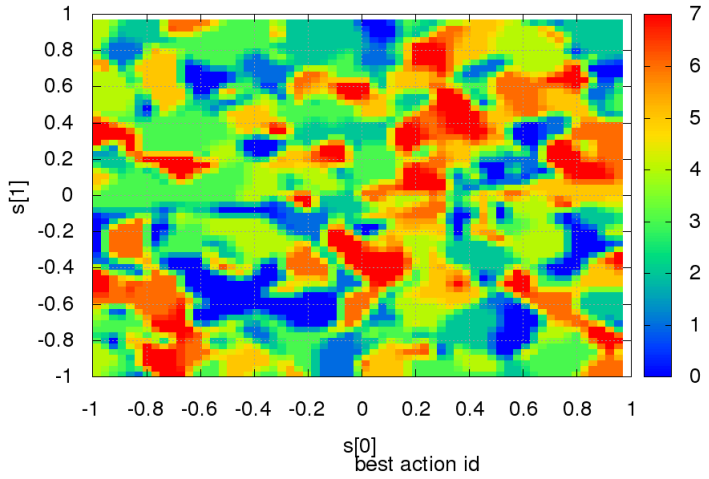
Obr. 4.9: fig:sparse table

Mapa 1 - Výsledky experimentov

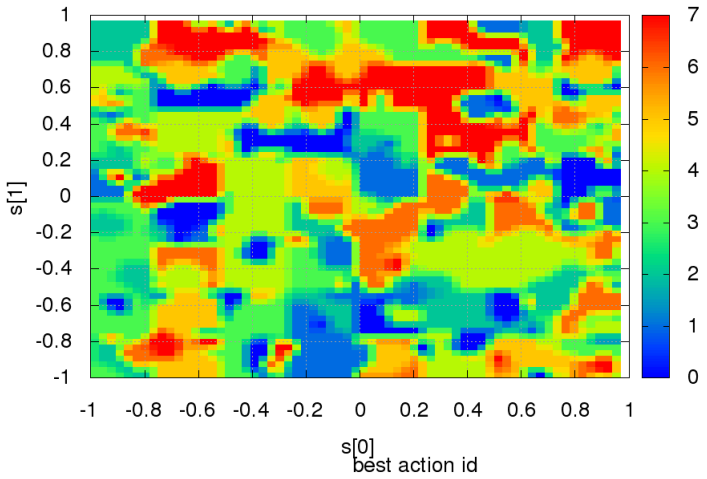
Mapa 0 - Výsledky experimentov

Mapa 2 - Výsledky experimentov

Mapa 3 - Výsledky experimentov

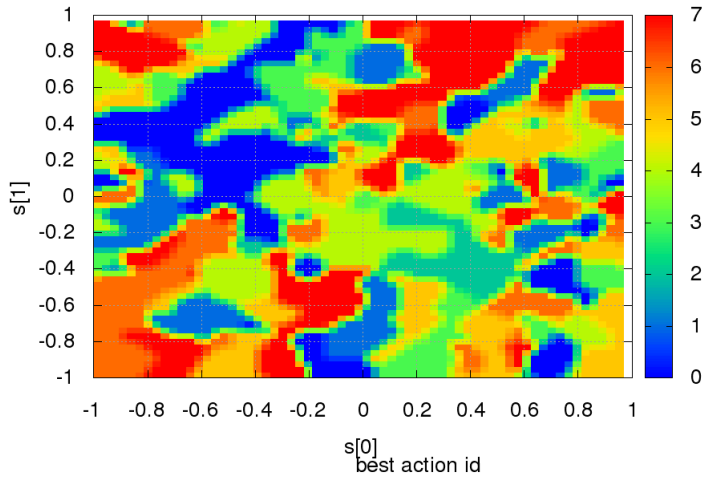


Obr. 4.10: fig:linear combination Gauss

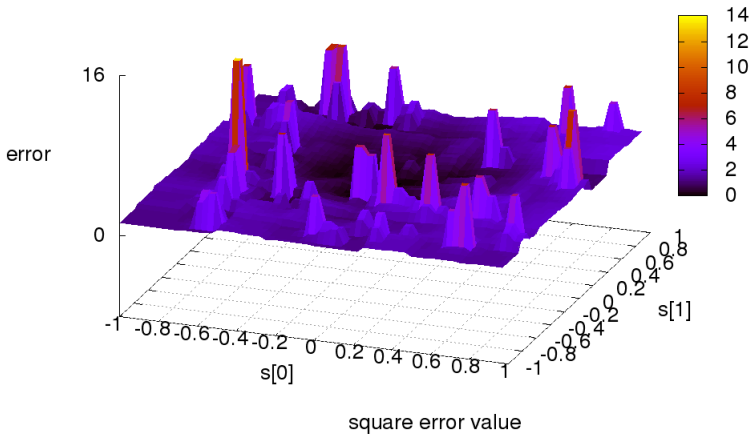


Obr. 4.11: sparse table + linear combination Gauss

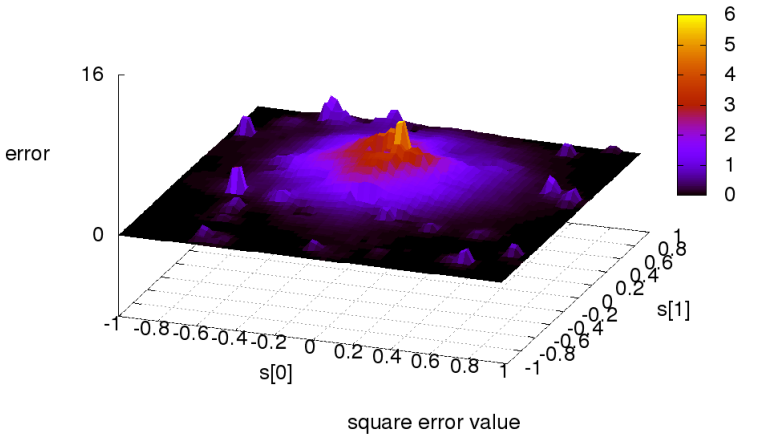
4.5 Ukážkový experiment



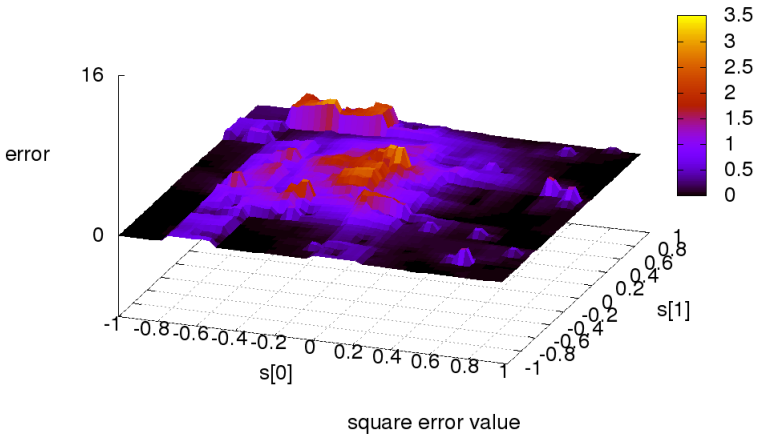
Obr. 4.12: linear combination Kohonen function



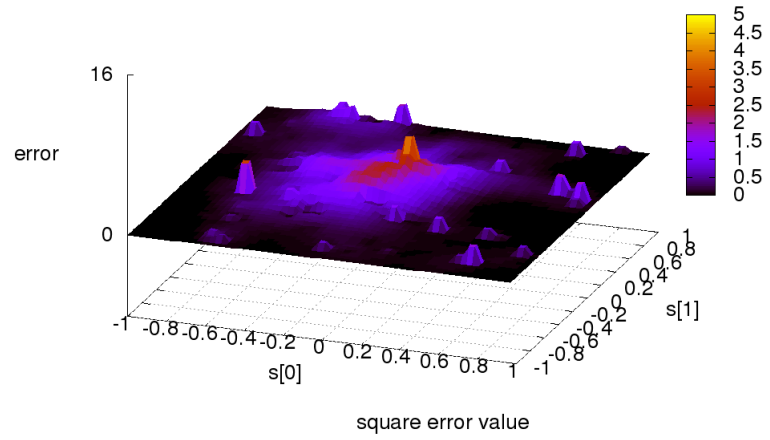
Obr. 4.13: sparse table



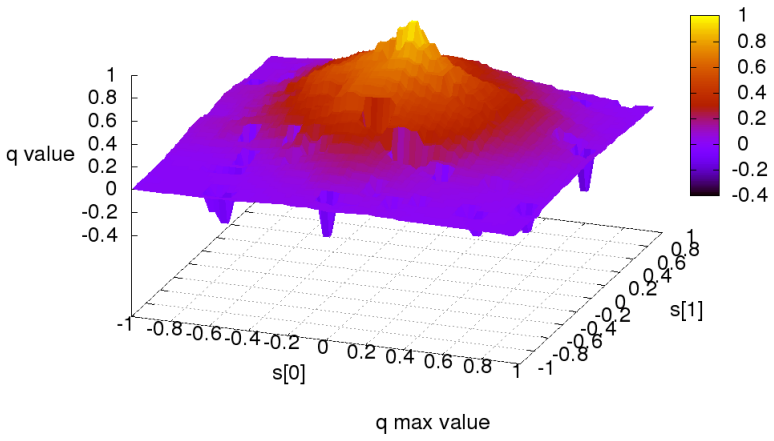
Obr. 4.14: linear combination Gauss



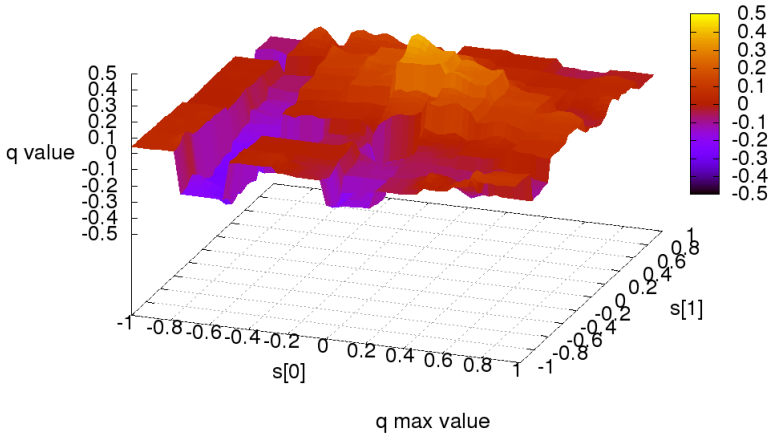
Obr. 4.15: sparse table + linear combination Gauss



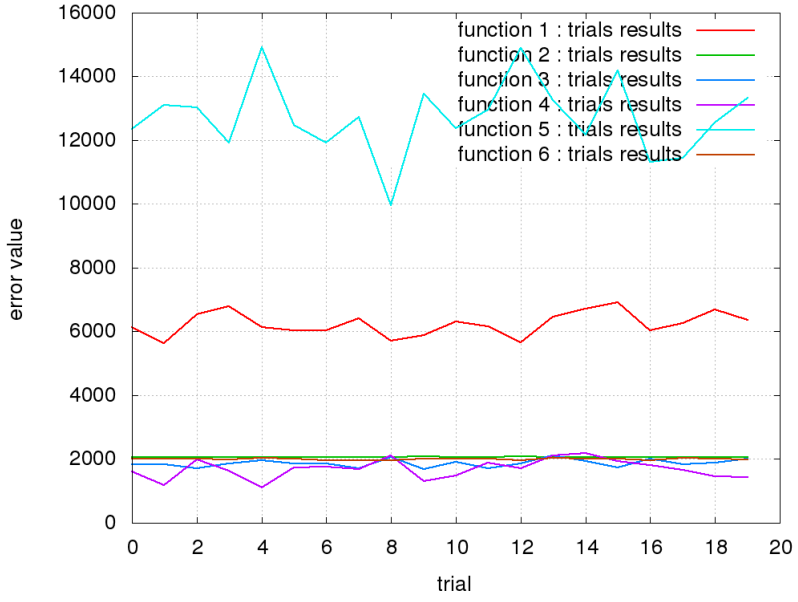
Obr. 4.16: linear combination Kohonen function

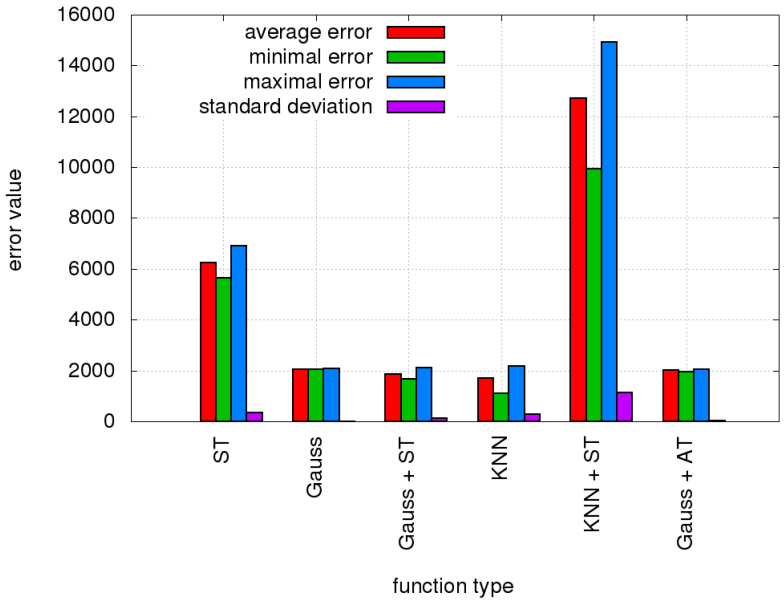


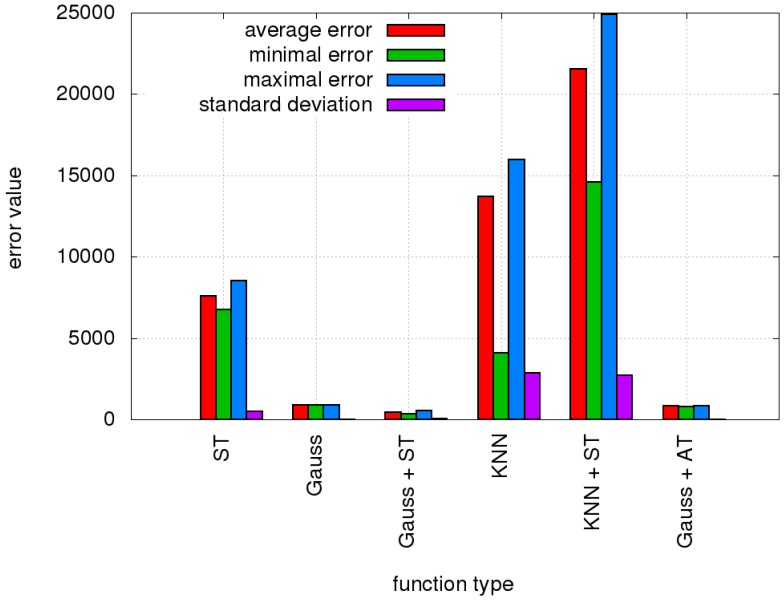
Obr. 4.17: reference table

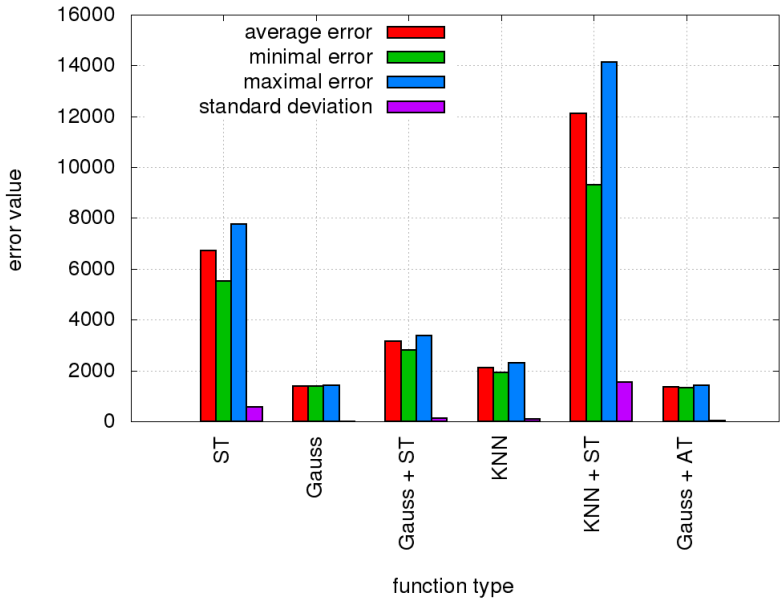


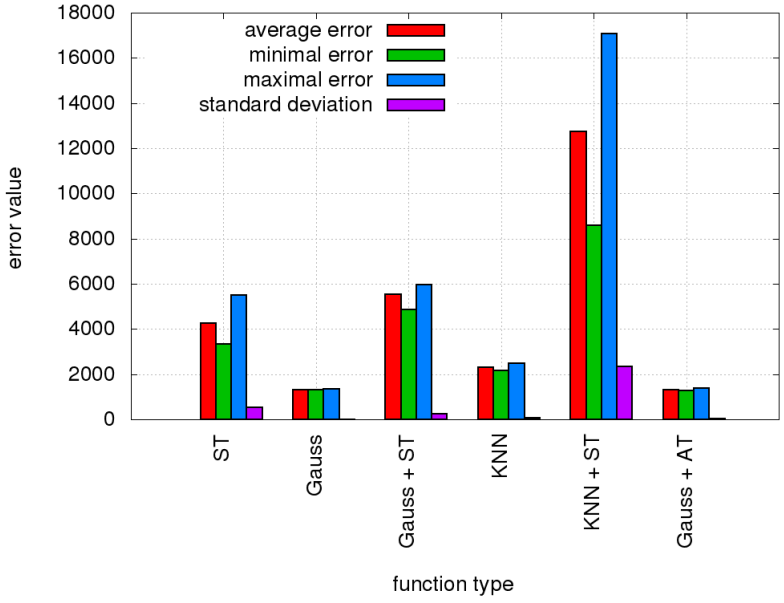
Obr. 4.18: sparse table + linear combination Gauss

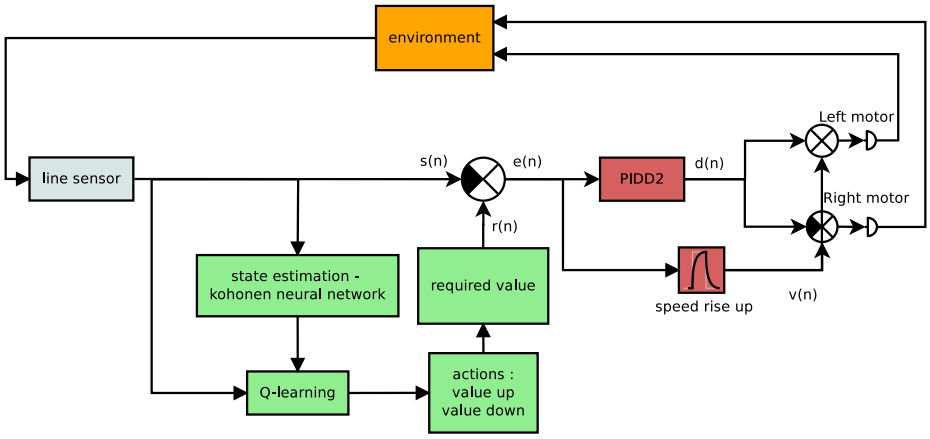



16000
14000
12000
10000
8000
6000
4000
2000
0
error value
average error
minimal error
maximal error
standard deviation
ST
Gauss
Gauss + ST
KNN
KNN + ST
Gauss + AT
function type

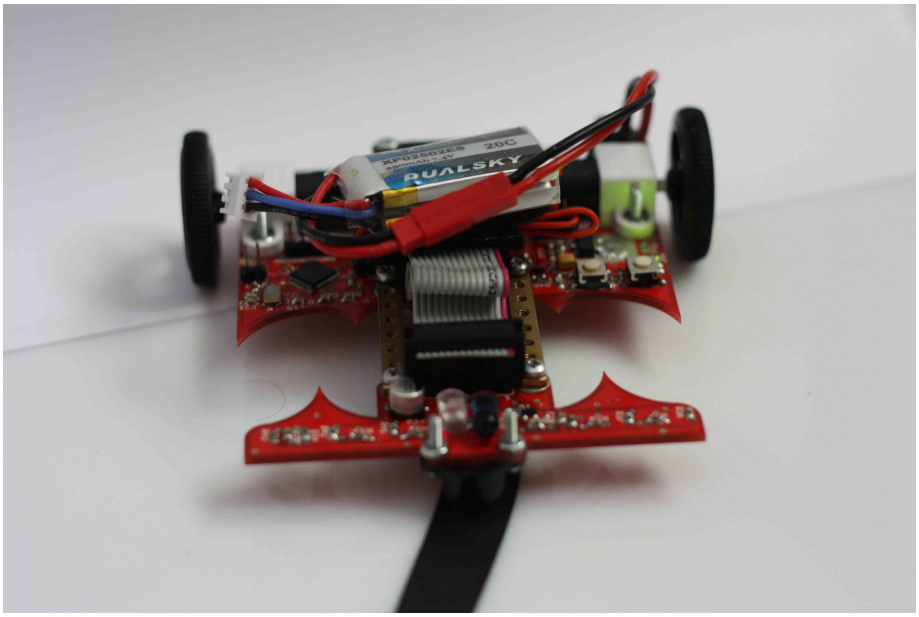

25000
20000
15000
10000
5000
0
error value
average error
minimal error
maximal error
standard deviation
ST
Gauss
Gauss + ST
KNN
KNN + ST
Gauss + AT
function type


16000
14000
12000
10000
8000
6000
4000
2000
0
error value
average error
minimal error
maximal error
standard deviation
ST
Gauss
Gauss + ST
KNN
KNN + ST
Gauss + AT
function type


18000
16000
14000
12000
10000
8000
6000
4000
2000
0
error value
average error
minimal error
maximal error
standard deviation
ST
Gauss
Gauss + ST
KNN
KNN + ST
Gauss + AT
function type



Obr. 4.19: Bloková schéma riadiaceho systému robota



Obr. 4.20: Fotografia robota

Literatúra

[1] Nhan Nguyen, NASA Ames Research Center, Moffett Field, CA 94035 : Predictor-Model-Based Least-Squares Model-Reference Adaptive Control with Chebyshev Orthogonal Polynomial Approximation

[2] Girish Chowdhary and Eric Johnson, Least Squares Based Modification for Adaptive Control http://web.mit.edu/girishc/www/publications/files/Chow_Joh_CDC_10_ls.pdf

[3] Sun Pei, Noise Resistant Least Squares Based Adaptive Control, March 27, 2012, Stockholm, Sweden http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:514116/FULLTEXT01.pdf

[4] Prof. Nathan L. Gibson Department of Mathematics, Gradient-based Methods for Optimization. Part I., 2011 http://math.oregonstate.edu/~gibsonn/optpart1.pdf

[5] Antony Jameson, Department of Aeronautics and Astronautics Stanford University, Stanford, CA 94305-4035 Gradient Based Optimization Methods, http://aero-comlab.stanford.edu/Papers/jameson.gbom.pdf

[6] L. Hasdorff, Gradient optimization and nonlinear control, ISBN 0471358703, https://books.google.cz/books?id=o_ZQAAAAMAAJ

[7] Kevin L. Moore, Iterative Learning Control, http://inside.mines.edu/~kmoore/survey.pdf

[8] Kevin L. Moore, An Introduction to Iterative Learning Control Theory, http://inside.mines.edu/~kmoore/504_ILC_Seminar-Save.pdf

[9] Jeff Heaton, Introduction to Neural Networks with Java, Heaton Research, Inc., 2008, ISBN 1604390085

[10] CHRISTOPHER J.C.H. WATKINS, PETER DAYAN : Technical Note Q-Learning, Machine Learning, 8,279-292 (1992) http://www.gatsby.ucl.ac.uk/~dayan/papers/cjch.pdf

[11] Q-learning 1 https://www-s.acm.illinois.edu/sigart/docs/QLearning.pdf

[12] Q-learning 2 http://mnemstudio.org/path-finding-q-learning-tutorial.htm

[13] Francisco S. Melo Institute for Systems and Robotics, Instituto Superior Técnico, Lisboa, PORTUGAL : Convergence of Q-learning: a simple proof http://users.isr.ist.utl.pt/~mtjspaan/readingGroup/ProofQlearning.pdf

[14] Eyal Even-Dar, Yishay Mansour : Convergence of optimistic and incremental Q-learning, http://web.cs.iastate.edu/~honavar/rl-optimistic.pdf

[15] Carden, Stephen, "Convergence of a Reinforcement Learning Algorithm in Continuous Domains"(2014). All Dissertations. Paper 1325. http://tigerprints.clemson.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=2326&context=all_dissertations

[16] Francisco S. Melo and M. Isabel Ribeiro, Convergence of Q-learning with linear function approximation, Proceedings of the European Control Conference 2007 Kos, Greece, July 2-5, 2007, http://gaips.inesc-id.pt/~fmelo/pub/melo07ecc.pdf

[17] Karan M. Gupta Department of Computer Science Texas TechUniversity Lubbock, TX 79409-3104 : Performance Comparison of Sarsa(λ) and Watkin's Q(λ) Algorithms, http://www.karanmg.net/Computers/reinforcementLearning/finalProject/KaranComparisonOfSarsaWatkins.pdf

[18] R. Rojas: Neural Networks, Springer-Verlag, Berlin, 1996, Kohonen Networks https://page.mi.fu-berlin.de/rojas/neural/chapter/K15.pdf

[19] Steven K. Rogers, Matthew Kabrisky SPIE Press, 1991, ISBN 0819405345 : An Introduction to Biological and Artificial Neural Networks for Pattern Recognition https://books.google.cz/books?id=uo4Smk6QnTgC

[20] Teuvo Kohonen and Timo Honkela (2007), Scholarpedia, 2(1):1568 : Kohonen network http://www.scholarpedia.org/article/Kohonen_network

[21] Markovove rozhodovacie procesy, stručne : Pieter Abbeel UC Berkeley EECS : Markov Decision Processes and Exact Solution Methods http://www.cs.berkeley.edu/~pabbeel/cs287-fa12/slides/mdps-exact-methods.pdf

[22] Martin L. Puterman : Markov Decision Processes: Discrete Stochastic Dynamic Programming , isbn 9781118625873, rok 2014, https://books.google.sk/books?id=VvBjBAAAQBAJ

[23] NanoQ learning zdrojové súboryhttps://github.com/michalnand/q_learning/tree/master/src/nano_q_learning

[24] Fundamentals of Artificial Neural Networks Mohamad H. Hassoun, MIT Press, 1995

[25] B. Irie Auditory & Visual Perception Res. Lab., ATR, Osaka, Japan, S. Miyake : Neural Networks, 1988., IEEE International Conference on, INSPEC 3350063

[26] Kolomongorov teorém, stručne https://en.wikipedia.org/wiki/Universal_approximation_theorem

[27] R. Rojas: Neural Networks, Springer-Verlag, Berlin, 1996, chap 7

[28] Martin Riedmiller, Computer Standards & Interfaces Volume 16, Issue 3, July 1994, Pages 265-278 : Advanced supervised learning in multi-layer perceptrons — From backpropagation to adaptive learning algorithms

[29] J. Leonard, M.A. Kramer, Computers & Chemical Engineering Volume 14, Issue 3, March 1990, Pages 337–341 Improvement of the backpropagation algorithm for training neural networks

[30] Jonathan Engel, Norman Bridge Laboratoryof Plly sics 161-33, California Institute of Technology, Pasadena, CA 91125, USA : Teaching Feed-Forward Neural Networks by Simulated Annealing

[31] Francisco S. Melo, Sean P. Meyn, M. Isabel Ribeiro An Analysis of Reinforcement Learning with Function Approximation, Appearing in Proceedings of the 25th International Conference on Machine Learning, Helsinki, Finland, 2008 http://www.machinelearning.org/archive/icml2008/papers/652.pdf

[32] David Silver : Lecture 6: Value Function Approximation http://www0.cs.ucl.ac.uk/staff/d.silver/web/Teaching_files/FA.pdf

[33] Francisco S. Melo M. Isabel Ribeiro : Q-learning with linear function approximation http://gaips.inesc-id.pt/~fmelo/pub/melo07tr-b.pdf

[34] Marina Irodova and Robert H. Sloan : Reinforcement Learning and Function Approximation, 2005, American Association for Artificial Intelli-gence (www.aaai.org) http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.81.7833&rep=rep1&type=pdf

[35] Punit Pandey, Dr. Shishir Kumar, DeepshikhaPandey, Reinforcement Learning by Comparing Immediate Reward, (IJCSIS) International Journal of Computer Science and Information Security, Vol. 8 , No. 5, August 2010 http://arxiv.org/pdf/1009.2566.pdf

[36] Melanie Coggan, CRA-W DMP Project at McGill University (2004) : Exploration and Exploitation inReinforcement Learning http://ftp.bstu.by/ai/To-dom/My_research/Papers-2.1-done/RL/0/FinalReport.pdf

[37] Mark Humphrys Trinity Hall, University of Cambridge August 1996, http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.73.8309&rep=rep1&type=pdf

[38] Jinyi Yao Dept. of Comput. Sci. & Technol., Tsinghua Univ., Beijing, China Jiang Chen ; Zengqi Sun An application in RoboCup combining Q-learning with adversarial

planning, 2002 http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs_all.jsp?arnumber=1022159&abstractAccess=no&userType=inst

[39] Asma Al-Tamimi, Frank L. Lewis , Murad Abu-Khalaf Model-free Q-learning designs for linear discrete-time zero-sum games with application to H-infinity control, 2006 http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109806004249

[40] Asma Al-Tamimi, Frank L. Lewis , Murad Abu-Khalaf Model-free Q-learning designs for linear discrete-time zero-sum games with application to H-infinity control, 2006 http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109806004249

[41] Christopher J. C. H. Watkins, Peter Dayan Q-learning, 1992 http://link.springer.com/article/10.1007/BF00992698

[42] Mae L. Seto Springer Science & Business Media, 9. 12. 2012, Marine Robot Autonomy, ISBN 1461456592, chap 7.3.3.2

[43] Peter Dayan, Christopher J.C.H. Watkins, Reinforcement Learning http://www.gatsby.ucl.ac.uk/~dayan/papers/dw01.pdf

[44] Daniel Dewey, Oxford Martin Programme on the Impacts of Future Technology, Future of Humanity Institute : Reinforcement Learning and the Reward Engineering Principle http://www.danieldewey.net/reward-engineering-principle.pdf