

Examen écrit d'IE

Examen en deux parties. Rendre son travail sur deux copies séparées.

Il est conseillé de ne pas passer plus d'1h00 sur chacune des parties.

Cet énoncé comporte 4 pages

A. Exercices d'Electrotechnique

Nous allons étudier la charge d'un moteur à courant continu à partir d'une alimentation continue de 48V. Ce moteur étant situé à une certaine distance, il faut considérer les pertes en ligne du réseau ($R=10\Omega$, $L=10\text{mH}$, $f=50\text{Hz}$), la correction de son facteur de puissance ($C=100\mu\text{F}$), ainsi que le redressement pour alimenter le moteur. Le schéma électrique jusqu'au redresseur est le suivant (Erreur ! Référence non valide pour un signet.Figure 1).

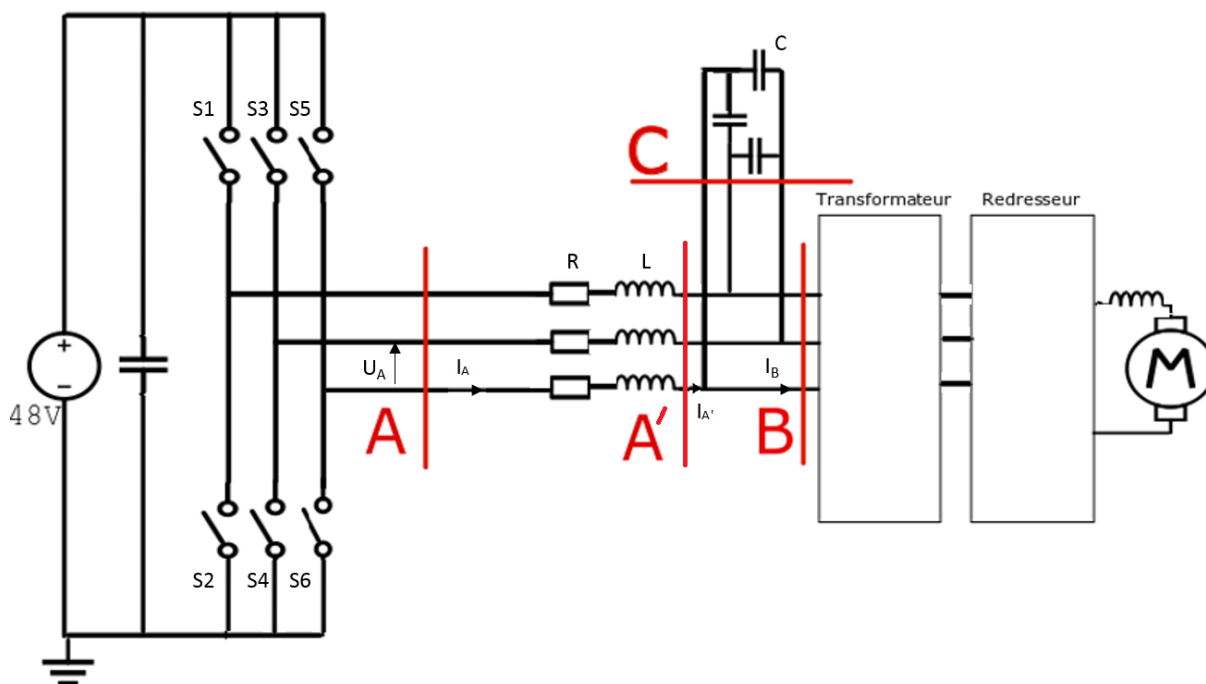


Figure 1: Schéma électrique d'une alimentation de MCC par une source continue à distance

A.1. Les interrupteurs S1/S3/S5 sont déphasés de $2\pi/3$ et en opposition de phase avec les interrupteurs S2/S4/S6. Ils sont commandés avec un signal PWM de rapport cyclique de 0,5 et de période de $T=20\text{ms}$. Représentez la tension U_A en sortie du pont de diode ?

A.2. En considérant pour la suite une tension sinusoïdale U_A d'amplitude 48V déterminez $I_{A'}$?

A.3. On veut éviter un échauffement dans l'onduleur au-delà de 150°C , dimensionnez la résistance des radiateurs nécessaires à partir (On donne une résistance interne des interrupteurs de $0,5\ \Omega$, une résistance thermique jonction/fond de boîtier $R_{th1}=0,7\ ^\circ\text{C/W}$, une résistance thermique fond de boîtier/radiateur $R_{th2}=0,1\ ^\circ\text{C/W}$ et une température ambiante de $T_A=30\ ^\circ\text{C}$)

A.4. Déterminez les puissances consommées par les charges au plan C ?

A.5. Déterminez les différentes puissances électriques et le facteur de puissance aux bornes du transformateur, au plan B ?

Nous considérons maintenant le transformateur sous la forme d'un transformateur monophasé, avec une tension V_1 parfaitement sinusoïdale d'amplitude $V_1=48\text{V}$, et avec $S=300\text{VA}$, $n=10$, $\mu_R=2000$, $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$, $l_e=50\text{mm}$, $S=3\text{mm}^2$

A.6. Que vaut le courant au secondaire I_2 ?

A.7. Déterminez le flux dans le circuit magnétique du transformateur ?

A.8. Proposer un modèle théorique équivalent du transformateur ?

Un redresseur alimente une MCC avec une tension de 50V. La MCC a les caractéristiques suivantes : $R_{\text{induit}}=0,1\ \Omega$, $I_f=1,5\text{A}$, $k=0,2$

A.9. Déterminez le courant alimentant l'induit de la MCC pour obtenir une vitesse $\Omega=1500\text{ tr/min}$

A.10. Si le rendement du moteur est de 80%, déterminez le couple du moteur

A.11. Quelles sont les pertes restantes (les nommer) et déterminer leur somme

Attention : penser à changer de copie !!!!

B. Exercices d'Electronique

Les interrupteurs sont conçus avec une nouvelle technologie de transistor à effet de champ (FET). La tension de seuil des transistors (V_{th}) est de 3.5 V, et la tension maximale entre source et drain est de 50 V. Sa transconductance ($\mu_n C_{ox}$) est estimée à 100 mA/V^2 .

B.1. En sachant que ce transistor fonctionne en zone ohmique selon l'équation non linéaire

$$I_{DS} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left[(V_{GS} - V_{th}) \cdot V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right]$$

Quelle sera l'expression littérale de sa résistance quand il est passant ($r_{on} = dI_{DS}/dV_{DS}$) ?
Assumer $V_{DS} \ll V_{GS}$.

B.2. Les interrupteurs sont actionnés avec une tension de grille $V_G = 15\text{ V}$. Dimensionner les interrupteurs (W/L) pour que la condition soit valide $r_{on} \ll R$ (voir exercice **A.3**). Justifiez vos hypothèses.

B.3. Vérifier l'hypothèse $V_{DS} \ll V_{GS}$ de la question **B.1** avec les résultats numériques obtenus en **A.2** et **B.2**

Le signal de commande PWM est généré par un circuit de logique programmable (FPGA) qui fonctionne avec une horloge à 1 MHz, stable avec rapport cyclique de 0,5, et qui produit des niveau logique '1' avec une alimentation de 5V. Les interrupteurs sont commandés par des signaux binaires S1, S2, S3, S4, S5, S6

B.4. Proposer une machine à état à implémenter sur FPGA pour générer les signaux binaires selon le déphasage et la période requise en **A.1**. Être claire en présentant diagramme d'état, de temps fonctionnels et/ou implémentation en HDL (pseudo-code accepté).

La tension moyenne qui commande le moteur à courant continu dépend alors du rapport cyclique $\alpha = \frac{T_0}{T} = 0,5$ (fixe en A1). Le modifier (voir définition en figure 2) est une solution économique pour contrôler et faire varier la vitesse qui est en fonction de U_{moy} . Cela permet aussi une amélioration considérable du rendement énergétique du moteur.

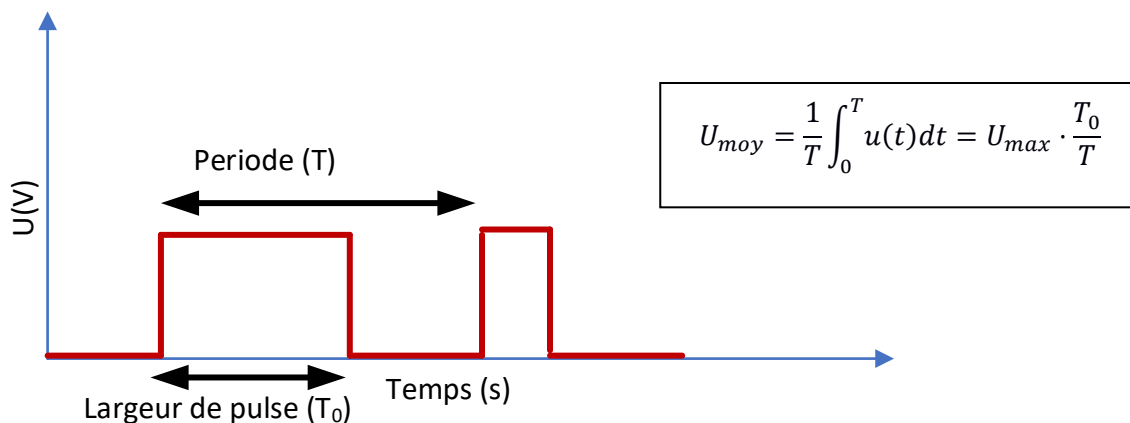


Figure 2: Diagramme de temps pour un rapport cyclique variable

B.5. Faire évoluer la machine à état de la question B.4 pour tenir compte d'un rapport cyclique commandé par la variable α qui devient alors une entrée de la machine à état.

B.6. Combien de bits sont nécessaire pour coder α avec la plus fine résolution possible sur la FPGA disponible. Quelle est la valeur de α_{min} dans ce cas ?

Un capteur de vitesse est installé sur le moteur pour pouvoir implémenter une loi de commande capable de modifier le rapport cyclique de manière dynamique. Ce capteur fournit une tension sinusoïdale proportionnel à la vitesse comme l'indique la loi suivante $V_e = \beta v_{moteur}$. Les valeurs maximales et minimales de V_e sont limitées par l'alimentation du moteur soit 48 V. Ceci n'est pas compatible avec les niveaux logiques à 5V de la FPGA. Pour pouvoir interfacer le capteur au circuit numérique, un circuit analogique de mise-en-forme (figure 3) est nécessaire. Les tensions d'alimentation sont $V_{CC} = 5V$. L'amplificateur opérationnel est supposé en mode linéaire et parfait (idéal). Les diodes sont supposées idéal et parfait ($V_d = 0.1\text{ V}$ et $r_d = 0\ \Omega$). On supposera également que le courant de sortie est négligeable.

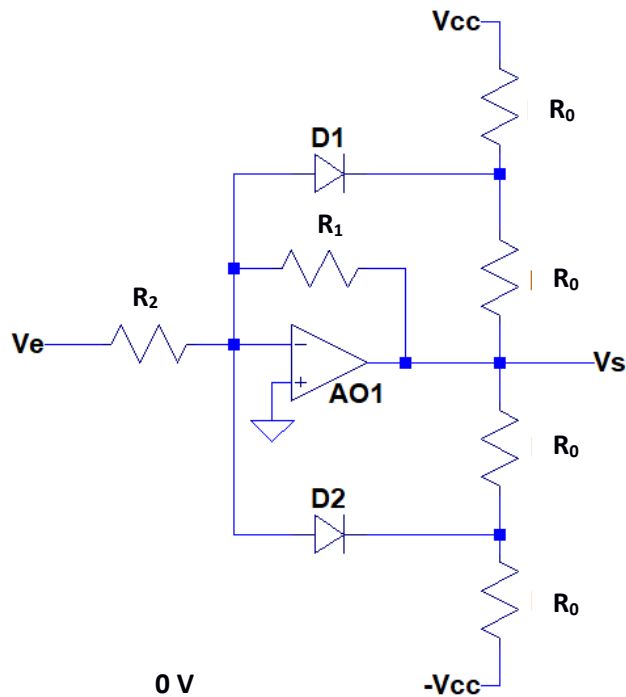


Figure 2: Schéma du circuit analogique de mise-en-forme

- B.7.** Quel indice permet de justifier l'hypothèse du mode linéaire pour l'AO ?
- B.8.** Déterminer l'expression du gain, en fonction de R_1 et R_2 quand les deux diodes sont bloquées. Choisir une valeur de R_1 et R_2 qui permet de limiter les 48 V max à 4,8 V environ.
- B.9.** Déterminer la condition sur la valeur de V_e pour que D_1 devienne passante. Même chose pour D_2 .
- B.10.** Exprimer en fonction de R_0 et R_1 la pente de la caractéristique de transfert $V_s = f(V_e)$ quand l'une des diodes est passante. Dimensionner ces résistances pour obtenir un rapport de mise-en-forme de 0,1 (c'est-à-dire si $V_e = 10$ V donc $V_s = 1$ V).
- B.11.** Tracer la caractéristique complète du circuit prenant en compte les résultats numériques des questions précédentes (sans prendre en compte la saturation de l'AO).

Cet examen est divisé en deux parties (A et B) avec le même nombre des questions et la même valeur en points (10 points chaque partie). Vous êtes priés d'accorder le temps nécessaire à chacune des parties et de rendre vos copies séparées pour chacune des parties et identifiées (nom de la partie concernée). En sortant de l'examen, assurez-vous de bien rendre votre copie correctement : soit la partie A séparée de la partie B. Lisez bien l'énoncé et faites attention aux détails.

Partie A : Génie Électrique

Ci-dessous, nous avons un circuit permettant l'alimentation d'un moteur à courant continu depuis le réseau ($f=50\text{Hz}$). Ce circuit est composé d'éléments passifs : $C=10\text{ }\mu\text{F}$; $L=1\text{mH}$; ($L_{\text{propre_transfo}}=10\text{ mH}$) ; $S_{\text{transfo}}=2400\text{VA}$; $I_2=10\text{A}$; $N_2=1$; $V_e=230\text{V}$; $V_S=50\text{V}$. La MCC présente les caractéristiques suivantes : $k=0,18\text{ V}\cdot\text{rad/s}$; $I_{f_nom}=2\text{ A}$; $N_{nominal}=1200\text{ tr/min}$

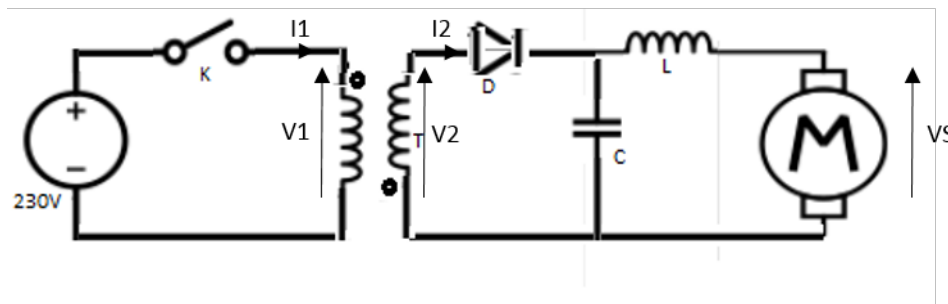


Figure 1A: Circuit d'alimentation d'un moteur à courant continu

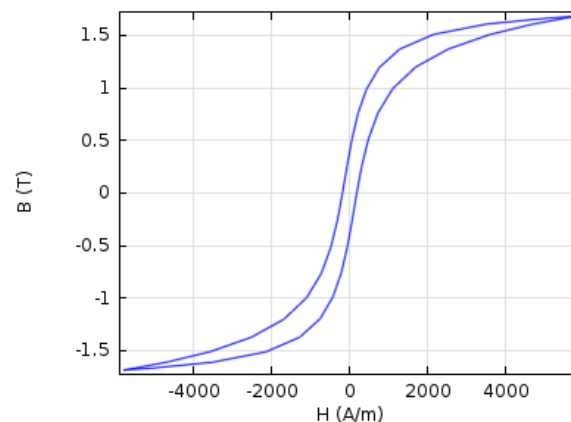


Figure 2.A: Cycle d'hystérésis du matériau magnétique du transformateur

- A1.** Évaluez le rapport de transformation du transformateur si le rapport cyclique du transistor est égal à 0,5 ? Déduire le nombre de spire au primaire du transformateur ?
- A2.** Dans le transformateur T, si la surface S de l'entrer est égal à 20mm et le courant de 1A, déterminez B le champ magnétique induit puis l la longueur du matériau magnétique du transformateur ?
- A3.** Donner le modèle équivalent d'un transformateur et expliquer comment mesurer les paramètres intrinsèques d'un transformateur ?
- A4.** Tracer les formes d'ondes de courant et de tension aux bornes de C, de K et de D en considérant un rapport cyclique du transistor $\alpha=0,5$ avec $V_{gs}=0V$ à $t=0s$
- A5.** Quel est le risque si L est trop petit ? Quel est le rôle de L ?
- A6.** Déterminez la FEMM du moteur à vitesse nominale ? En déduire la résistance interne du moteur ?
- A7.** En déduire le couple nominal du moteur ? Quelle est alors la constante de couple du moteur ?
- A8.** Que se passe-t-il si $I_f=0A$? Quel est le risque si Ω devient trop important ?
- A9.** Quelles sont les pertes collectives dans le moteur sachant que le rendement est de 85%

Partie B : Génie Électronique

Un système d'instrumentation électronique, illustré dans la Figure 1.B est basé sous un capteur piézo-électrique, modélisé par un pont de wheatstone ; un amplificateur d'instrumentation, un filtre passe-bas et un convertisseur Flash à 3 bits.

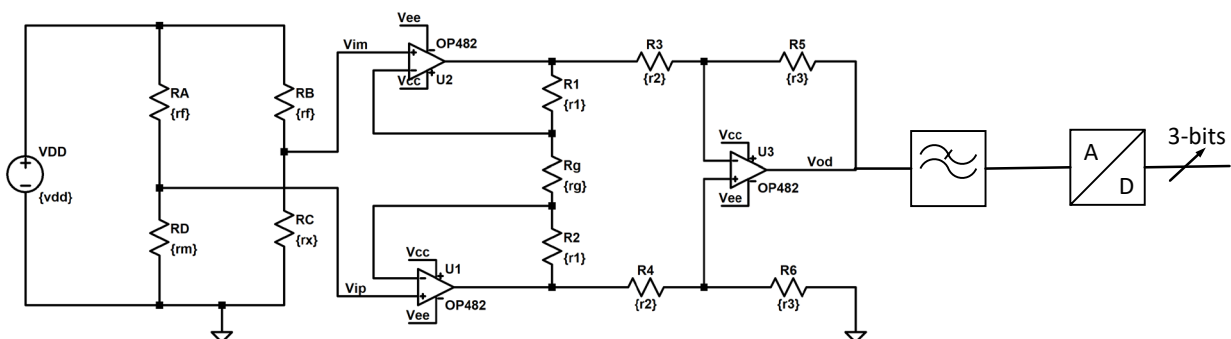


Figure 1.B. Système d'instrumentation électronique

- B1.** Démontrer que le gain de l'amplificateur d'instrumentation est

$$\frac{V_{od}}{V_{ip} - V_{im}} = \frac{R_3}{R_2} \cdot \left(1 + \frac{2R_1}{R_g}\right) \quad (1)$$

B2. Le capteur piézo-électrique fournit une variation de tension de 1 mV. Assumer que le gain du filtre passe-bas est de 0 dB dans la bande passante.

Dimensionner les résistances (R_1, R_2, R_3, R_g) pour avoir une dynamique de 1 V à l'entrée du convertisseur Flash à 3 bits.

B3. Le convertisseur Flash à 3 bits a une cadence de lecture de 1 kHz, c'est-à-dire que toutes les 1 ms une mesure est faite et sauvegardée en mémoire (numérique). Quelle serait la fréquence de coupure maximum pour la spécification f_c du filtre passe-bas.

B4. Assumer $f_c = 100 \text{ Hz} < f_{max}$ (calculé en B3) et une impédance de sortie de l'amplificateur d'instrumentation $R_s = 10 \Omega$. Un collègue de travail vous avez indiqué le filtre suivant :

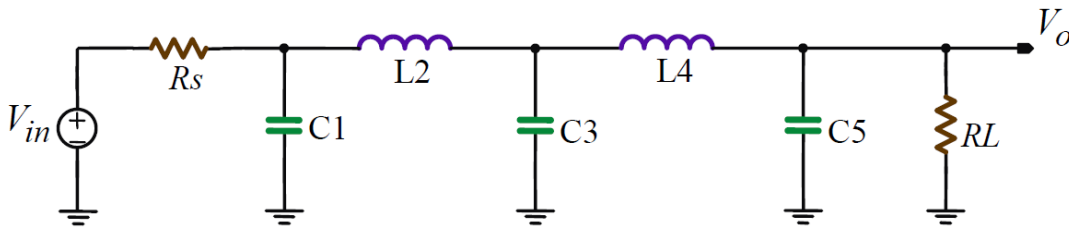


Figure 2.B. Filtre Butterworth 5ème ordre à base des composants passifs

Coefficients du filtre : $R_s = 1$; $C_1 = 0.618$; $L_2 = 1.618$; $C_3 = 2$; $L_4 = 1.618$; $C_5 = 0.618$, pour les équations de dénormalisation :

$$L'_n = \frac{R_s}{\omega_c} \cdot L_n \quad (2)$$

$$C'_n = \frac{1}{R_s \omega_c} \cdot C_n \quad (3)$$

Quelles sont les valeurs des composants (C_1, L_2, C_3, L_4, C_5) à être achetés ?

B5. En sachant que le filtre est de 5ème ordre, son atténuation à $f_c = 100 \text{ Hz}$ est de 3 dB. Quelle sera son atténuation à f_{max} (calculé en B3).

L'architecture du convertisseur Flash à 3 bits est illustrée dans la Figure 3.B(a) où V_{in} est le nœud de la sortie du filtre passe-bas. Un collègue vous avertit que ce montage n'est pas robuste à la trépidation de la tension d'entrée. Il suggère remplacer le comparateur simple par un comparateur à hystérésis illustré dans la Figure 3.B(b). Assumer $V_{ee} = -5V$, $V_{cc} = +5V$, et V_{in} en ayant la dynamique prévue dans le projet (voir question B2)

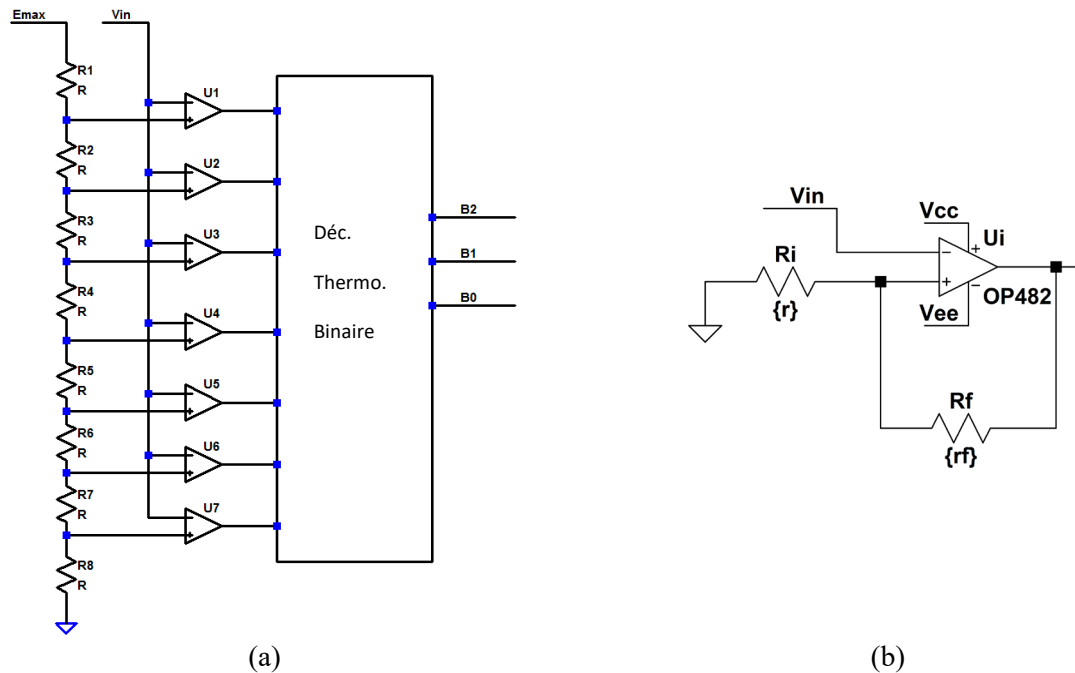


Figure 2.B. Architecture convertisseur analogique-numérique Flash à 3 bits (a) et la modification envisageable par un comparateur à hystérésis (b).

B6. Quelles sont la dynamique E_{max} du convertisseur, son pas de quantification q et la valeur envisageable pour la marge de tension du comparateur pour un montage immune aux trépidations de V_{in} . Justifier.

B7. Le convertisseur analogique numérique fournit un codage en thermométrique de 7 bits à l'entrée cependant le circuit numérique de traitement des données nécessite un codage binaire de 3 bits. Ainsi, une entrée à '0000111' devrait être convertie à '011', et une entrée à '0011111' devrait être convertie à '101'.

Développer le projet du circuit décodeur thermométrique à binaire. Justifier le projet par sa table de vérité (complète), son expression en algèbre de Boole et son implémentation au niveau porte logique.

B8. Le circuit numérique des données sera implémenté avec un FPGA du commerce avec un horloge à 1 MHz. Il nécessite d'un signal d'interruption pour faire la lecture des données toutes les 1 ms. Si la nouvelle valeur est supérieure que la précédente le signal <monter> doit passer à '1'. Si la nouvelle valeur est inférieure que la précédente le signal <descendre> doit passer à '1'. Ces deux signaux seront utilisés pour contrôler le moteur proposé dans la Partie A de l'examen.

Assurer que la commande ne soit jamais ambiguë, c'est-à-dire ne jamais avoir une commande <monter> and <descendre> = '1'. Propose une implémentation en FPGA. Pseudo-code, VHDL, et langage C sont acceptées.

B9. Il est bien connu les limitations d'une conversion analogique numérique à 3 bits. Une vraie implémentation nécessiterait d'au moins 16 bits de résolution. Discuter les compromis de projet lors du changement de résolution du système d'instrumentation de 3 à 16 bits du point de vue analogique, architecture du convertisseur analogique numérique, et implémentation FPGA.



Épreuve écrite de Mathématiques Admission voie DUT

2 heures

Les documents et appareils électroniques sont interdits.

La qualité de la rédaction est un élément important pour l'évaluation.

Chaque affirmation doit être justifiée par une démonstration. Les 5 exercices sont indépendants.

Exercice 1

Q. 1.1 Justifier l'existence de l'intégrale

$$I = \int_{\mathbb{R}} e^{-x^2} dx.$$

Q. 1.2 Calculer la valeur de l'intégrale I .

Exercice 2

On définit $f_n : x \in [0, 1] \mapsto x^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Q. 2.1 Pour tout $x \in [0, 1]$, calculer la limite de $f_n(x)$ quand n tend vers $+\infty$. On notera cette limite $f(x)$.

Q. 2.2 La fonction f obtenue est-elle continue sur $[0, 1]$?

Soient $(g_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de fonctions à valeurs réelles définies et continues sur $[0, 1]$ et g une fonction à valeurs réelles définie sur $[0, 1]$ et qui satisfont à la propriété : pour tout $\varepsilon > 0$, il existe un entier N_ε tel que, pour tout n plus grand que N_ε ,

$$\max_{x \in [0, 1]} |g_n(x) - g(x)| \leq \varepsilon.$$

Q. 2.3 Montrer que la fonction g est continue.

Q. 2.4 Montrer que la fonction f obtenue en Q. 2.1 est continue sur $[0, a]$, si $0 < a < 1$.

Exercice 3

Q. 3.1 Etudier l'indépendance linéaire des familles suivantes :

1.

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

2. $f_n : x \mapsto (\sin(x))^n, n \in \{1, 2, 3\}$

3. $(x \mapsto (\sin(x))^n), (x \mapsto (\cos(x))^n), n \in \{1, \dots, 4\}$.

Q. 3.2 Soit $f_i : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, i \in \{1, 2, 3\}$ une famille de fonctions. On pose

$$A : \mathbb{C}^3 \longrightarrow \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$$

$$(x_1, x_2, x_3) \longmapsto (f_i(x_j))_{1 \leq i, j \leq 3}$$

Trouver une condition nécessaire et suffisante sur la fonction déterminant de A, $\det(A)$, pour que la famille $(f_i)_{1 \leq i \leq 3}$ soit libre.

Exercice 4

Soit la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

Q. 4.1 La matrice A est-elle inversible ?

Q. 4.2 Calculer les valeurs propres de A et des vecteurs propres associés.

Q. 4.3 La matrice A est-elle diagonalisable ?

Exercice 5

Soit X une variable aléatoire réelle suivant une loi de Poisson de paramètre λ . Soit Y définie par

$$Y = \begin{cases} \frac{X}{2} & \text{si X est paire} \\ 0 & \text{si X est impaire} \end{cases}$$

Q. 5.1 Déterminer la loi de Y.

Q. 5.2 Calculer l'espérance et la variance de Y.



Épreuve écrite de Mathématiques Admission voie DUT

2 heures

Les documents et appareils électroniques sont interdits.

La qualité de la rédaction est un élément important pour l'évaluation.

Chaque affirmation doit être justifiée par une démonstration. Les exercices sont indépendants.

Exercice 1

Q. 1.1 Soit n un entier positif. Justifier l'existence de l'intégrale

$$I_n = \int_{\mathbb{R}} \frac{x^{2n}}{e^{x^2}} dx.$$

Q. 1.2 Calculer la valeur de l'intégrale I_0 .

Q. 1.3 Calculer la valeur de l'intégrale I_1 .

Exercice 2

Pour $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de nombres réels, pour n un entier positif, on note $\sum_{k=0}^n a_k = a_0 + a_1 + \dots + a_n$.

On définit $f_n : x \in [0, 1] \mapsto x^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Q. 2.1 Pour tout $x \in [0, 1]$, calculer la limite de $\sum_{k=0}^n f_k(x)$ quand n tend vers $+\infty$. On notera cette limite $\varphi(x)$.

Q. 2.2 La fonction f obtenue est-elle continue sur $[0, 1]$?

Soient $(g_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de fonctions à valeurs réelles définies et continues sur $[0, 1]$ et qui satisfait à la propriété : il existe un réel positif M tel que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n \max_{x \in [0, 1]} |g_k(x)| \leq M.$$

Q. 2.3 Soit n un entier positif. Montrer que la fonction $x \mapsto \sum_{k=0}^n g_k(x)$ est définie pour tout $x \in [0, 1]$ et continue sur $[0, 1]$.

Q. 2.4 Montrer que la fonction $x \mapsto \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n g_k(x)$ est définie pour tout $x \in [0, 1]$. On la notera σ .

On admettra que σ est continue sur $[0, 1]$.

Q. 2.5 Montrer que la fonction φ obtenue en Q. 2.1 est continue sur $[0, a]$, si $0 < a < 1$.

Exercice 3

Dans cet exercice, n est un entier positif.

Q. 3.1 Etudier l'indépendance linéaire :

1. des vecteurs

$$v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2. de la famille de fonctions $(f_i)_{1 \leq i \leq n}$ définies par :

pour tout $i \in \{1, \dots, n\}$, $f_i : x \mapsto |x - a_i|$, a_1, \dots, a_n étant des réels distincts.

Soient a, b, c trois nombres complexes. Soit $A = \begin{pmatrix} a & c \\ 0 & b \end{pmatrix}$.

Q. 3.2 Donner une condition nécessaire et suffisante sur a, b et c pour que A soit inversible.

Q. 3.3 Donner une condition nécessaire et suffisante sur a, b et c pour que A soit diagonalisable.

Exercice 4

Calculer les limites suivantes :

Q. 4.1

$$\lim_{x \rightarrow 1} (3^x + 4^x - 6^x)^{\tan(\pi x/2)}$$

Q. 4.2

$$\lim_{x \rightarrow \pi/4, x < \pi/4} (\tan(x))^{\tan(2x)}$$



Épreuve écrite de Mathématiques

Voie ATS-DUT Ingénierie Electrique

2 heures

Les documents et appareils électroniques sont interdits.

La qualité de la rédaction est un élément important pour l'évaluation.

Chaque affirmation doit être justifiée par une démonstration. Les exercices sont indépendants.

Exercice 1

Pour tout n un entier positif ou nul, on note

$$I_n = \int_0^{\pi/4} (\tan(x))^n dx.$$

Soit n un entier positif ou nul.

Q. 1.1 Justifier l'existence de I_n .

Q. 1.2 Calculer $I_n + I_{n+2}$.

Q. 1.3 En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.

Q. 1.4 Montrer que

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad \int_0^{\pi/4} \cos(2x) (\tan(x))^n dx = \frac{1}{2} - nI_n.$$

Q. 1.5 En déduire un équivalent simple de I_n quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 2

Soit f une fonction continue sur l'intervalle $[0, 1]$. On définit l'application $N(f) = \max_{x \in [0, 1]} |f(x)|$.

Q. 2.1 Justifier le fait que $N(g)$ est finie pour toute fonction g continue sur $[0, 1]$.

Q. 2.2 Soit $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de fonctions continues de $[0, 1]$ dans \mathbf{R} . On suppose que $N(f_n - f)$ tend vers 0 quand $n \rightarrow +\infty$. Montrer que f est continue sur $[0, 1]$.

Q. 2.3 Donner un exemple de suite $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de fonctions continues sur $[0, 1]$ qui est telle que pour tout $x \in [0, 1]$ $f_n(x)$ converge vers $f(x)$ et f n'est pas continue sur $[0, 1]$.

Q. 2.4 Soit h une fonction continue, dérivable et de dérivée continue sur $[0, 1]$. Justifier que pour tous $x, y \in [0, 1]$, $h(x) - h(y) = \int_y^x h'(t) dt$.

Q. 2.5 Soient $g : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}_+$ une fonction continue et $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ une suite de fonctions continues, dérivables et de dérivée continue sur $[0, 1]$ telle que $|f'_n(t)| \leq g(t)$ pour tout n et tout $t \in [0, 1]$. On suppose de plus que la suite $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ est telle que pour tout $x \in [0, 1]$ $f_n(x)$ converge vers $f(x)$.
Montrer que f est continue sur $[0, 1]$.

Exercice 3

Soient a, b, c 3 réels tels que $a \neq b$. Soit le système suivant d'inconnues u, v, x, y

$$\begin{cases} u + av + x + by = 1 \\ au + a^2v + bx + b^2y = c \\ a^2u + a^3v + b^2x + b^3y = c^2. \end{cases} \quad (\text{S})$$

Montrer que l'ensemble des solutions est non vide si et seulement si $c \in \{a, b\}$.

Exercice 4

Calculer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow \pi/6} (2 \sin(x))^{\tan(3x)}.$$