

计算流体力学

授课老师：赵耀民

2025 年 4 月 29 日

第五次作业

提交方式：教学网 或 pkucfd2025@163.com

截止日期：2025 年 5 月 22 日

在单位正方形内，求解不可压缩流动。其中只有上边界是水平运动的，其他边界都是固定的。当上边界以均匀速度1运动时，角点处存在奇性，使得此问题和网格是有关的。此时角点处涡量的大小依赖于角点处的网格尺度 h ，如图1所示，角点涡量为 $-1/h$ 。为了避免这种速度场在角点附近的奇性，可以对上边界给出一个速度分布

$$u(x) = \sin^2(\pi x) \quad (1)$$

此分布在角点处函数值和导数值均为零，具有比较好的连续性。

因为所有的边界都是固壁边界，方腔流动中不需要人为引入出口处的边界条件，计算中的随意性比较少，做为经典算例，通常用来验证格式的计算精度。通常可以比较的量有中间线上的速度剖面，主涡涡心的位置和流函数值，角附近的二次涡的位置，三次涡的位置等。

可以使用C/Fortran/Python/Matlab等语言，编程计算正方形内的流场，运动粘度 $\nu = 0.001$ ，画出流线图，并选取以上可以比较的量简单讨论计算结果。

作业要求

- 1) 要求所有作业必须附《AI工具使用声明表》，明确标注使用的AI工具名称、AI生成代码的行数及功能、核心算法部分自主编写比例等；
- 2) 请提交PDF格式的作业报告，形式上模块化，分为三大部分：数理算法原理（给出原理推导）、代码生成与调试、结果讨论和物理解释等；
- 3) 对于“代码生成与调试”部分，要求有合理注释、附带ReadMe文档（帮助助教更快编译、测试）、分享Git等版本控制记录（可提供commits截图，Github的版本控制记录查看方式如图2、图3所示）。

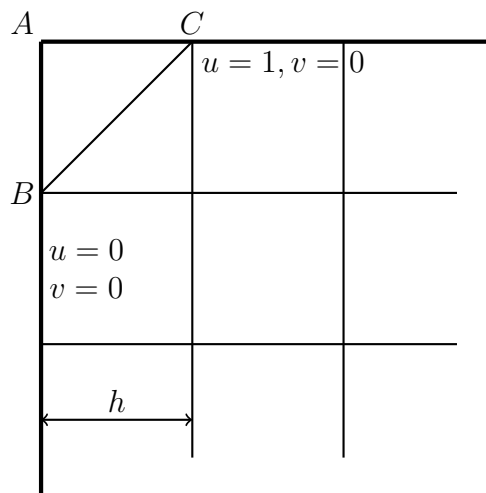


图 1: 驱动方腔内流动角点处涡量对网格尺度的依赖关系示意图, 点A是方腔的左上角点, AB 和 AC 的长度都是网格尺度 h , 在一个网格内, AB 上的速度为 $u = v = 0$, AC 上的速度为 $u = 1, v = 0$, 于是, 如果在三角形 ABC 内认为速度是线性分布的, 为满足连续性条件, A 点的速度应该取为上边界速度1, AB 上的速度分布是从1降为0, 于是可以得到这个三角形内的速度分布为 $u = \frac{y-(1-h)}{h}, v = 0$, 涡量为 $\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = -1/h$; 如果 A 点的速度认为是0, 容易验证, 不满足连续性条件。

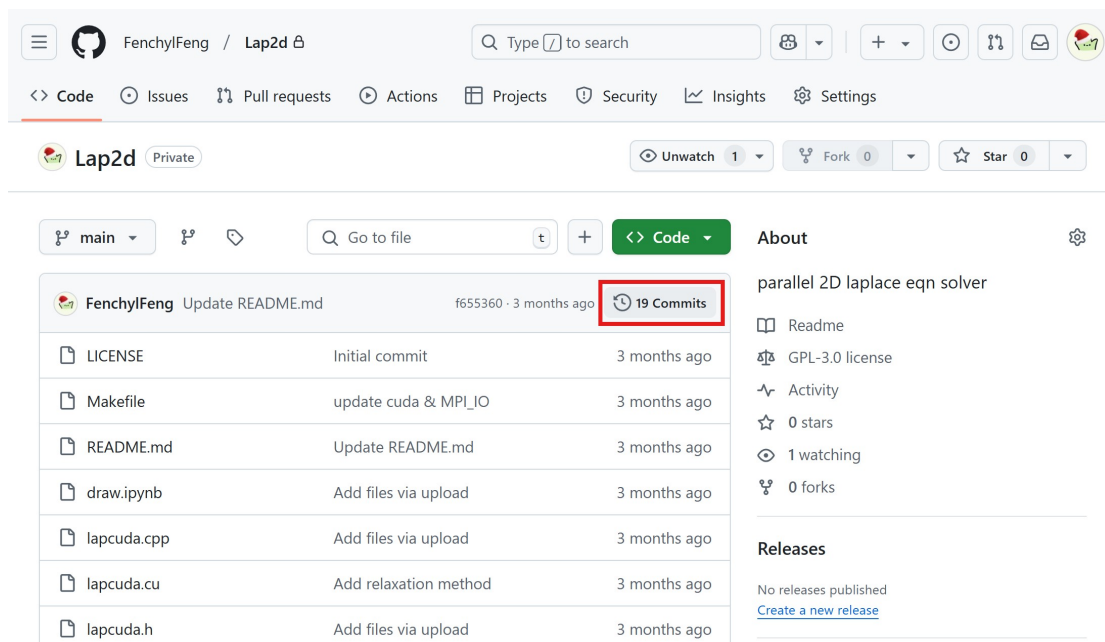


图 2: 从代码仓库页面进入Commits页面

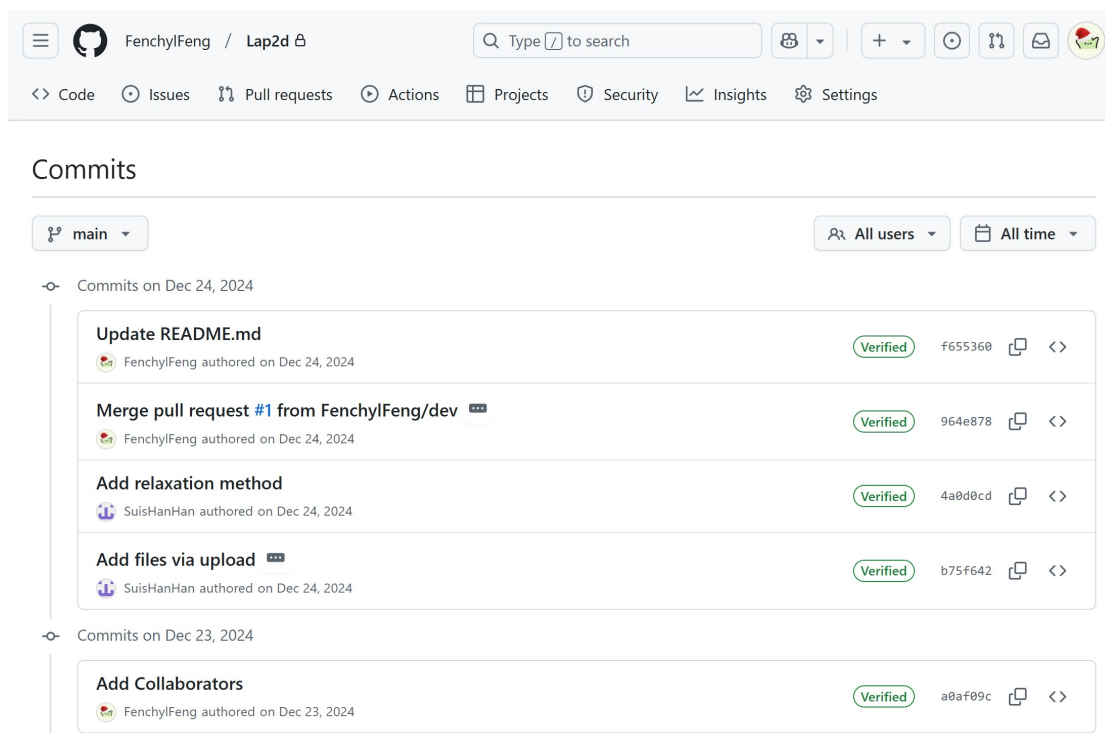


图 3: Commits页面