



**PHS4700**  
**Physique pour les applications multimédia**  
**Automne 2017**

**PAGE COUVERTURE OBLIGATOIRE POUR TOUS LES DEVOIRS**

**Numéro de devoir : 1**

**Numéro de l'équipe : 2**

**Numéro du groupe : 2**

Nom: Hou	Prénom : Yawen	matricule: 1789839
Signature : <i>Yawen Hou</i>		
Nom: Boulet	Prénom : Félix	matricule: 1788287
Signature : <i>Félix Boulet</i>		
Nom: Bugden	Prénom : Erica	matricule: 1748542
Signature : <i>Erica Bugden</i>		
Nom: Chassé	Prénom : Vincent	matricule: 1795836
Signature : <i>V Chassé</i>		

## Introduction

La physique multimédia est très utile pour donner une forte impression de réalisme dans divers produits représentant la réalité d'une manière ou d'une autre. Un exemple d'implémentation de la physique multimédia serait pour simuler à l'ordinateur différentes conditions physiques dans lequel un objet que des ingénieurs développent pourrait se retrouver. De cette manière, il est possible d'effectuer des ajustements sans avoir à faire des tests avec l'objet physique. Dans certains cas, comme dans la situation de ce devoir, la simulation par ordinateur est la seule option viable, que ce soit pour des raisons de coût ou pour des raisons de faisabilité.

Dans ce devoir, il est question de simuler une navette spatiale et son lanceur, celui-ci comprenant un réservoir et deux propulseurs d'appoint, afin de calculer certaines variables physiques importantes selon différentes conditions initiales. En effet, il faut calculer son centre de masse, son moment d'inertie et son accélération angulaire en fonction de l'angle de rotation de la navette, de sa vitesse angulaire, des forces exercées par ses 3 moteurs et de la position du système pour deux ensembles différents de conditions initiales. La forme et la masse de tout le vaisseau sont considérées comme étant constantes.

Dans ce rapport, nous allons d'abord présenter les différentes équations utiles à la résolution de ce problème qui sont tirées de la théorie du cours. Par la suite, les résultats des simulations dans les deux cas seront présentés pour ensuite être analysés. Le réalisme de ces résultats sera aussi évalué.

## Théorie et équations

Cette section comprend la théorie et les équations nécessaires pour calculer le centre de masse, le moment d'inertie et l'accélération angulaire d'un objet solide composite de densité uniforme. Elle explique également comment cette théorie s'applique au cas particulier du système navette-lanceur à simuler.

### Centre de masse

Le centre de masse d'un objet est le point autour duquel une force exercée sur l'objet ne produit aucun moment de force, et donc aucune rotation. Autrement dit, l'axe de rotation d'un objet tournant sur lui-même doit passer par son centre de masse.

Le calcul du centre de masse d'un objet complexe composé de plusieurs objets simples peut se simplifier en une moyenne des centres de masse des objets simples pondérés sur leurs masses respectives. Le calcul de la position du centre de masse  $\vec{r}_c$  d'un objet de masse  $m$  composé de  $N$  sous-objets s'effectue en utilisant la formule suivante :

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^N m_n \vec{r}_{c,n}$$

Équation 1 : Centre de masse d'un solide complexe

où  $m_n$  est la masse d'un objet simple  $n$  avec un centre de masse  $\vec{r}_{c,n}$ . Les centres de masse des sous-objets doivent tous être exprimés dans le même référentiel.

Dans le cas de la fusée à simuler, celle-ci est composée uniquement de cônes et de cylindres de masse volumique uniforme. Ceci veut dire que le centre de masse des sous-objets peut être calculé en fonction des dimensions de ceux-ci au lieu d'avoir à effectuer une intégrale sur la masse volumique.

Donc, pour calculer les centres de masse de tous les cylindres composant la fusée, la formule suivante est utilisée. Ici, on suppose que la base du cylindre repose à l'origine  $(0, 0, 0)$  sur le plan  $xy$  et que l'axe central de celui-ci suit l'axe  $z$ . Ainsi, le centre de masse est situé au centre de la base, à la moitié de la hauteur du cylindre.

$$\vec{r}_c = (0, 0, h/2)^T$$

Équation 2 : Centre de masse d'un cylindre

De manière similaire, la formule suivante est utilisée pour déterminer les centres de masse de tous les cônes composant la fusée. Ici, on suppose que la base du cylindre repose aussi à l'origine  $(0, 0, 0)$  sur le plan  $xy$  et l'extrémité pointe vers l'axe  $z$ .

$$\vec{r}_c = (0, 0, h/4)^T$$

Équation 3 : Centre de masse d'un cône

Les centres de masse des sous-objets peuvent ensuite être exprimés par rapport au référentiel local de la fusée entière et utilisés pour calculer son centre de masse. Dans le cas où un objet subit une rotation par rapport à un centre de masse initialement défini, on peut appliquer les matrices de rotation selon l'axe autour duquel l'objet tourne pour calculer son nouveau centre de masse:  $\vec{r}_{c, \text{incliné}} = R \cdot \vec{r}_c$ . On utilisera notamment cette formule pour le cas 2, lorsque toute la fusée subit une rotation de  $-\pi/3$  radians autour de l'axe des  $x$ .

$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Équation 4 : Matrices de rotation autour de l'axe des  $x$ ,  $y$ , et  $z$  respectivement

## Moment d'inertie

Le moment d'inertie d'un solide représente la distribution de la masse d'un objet par rapport à ses axes de rotation. Pour des objets en trois dimensions, le moment d'inertie est représenté par un tenseur  $I_c$  contenant les vecteurs décrivant l'inertie de l'objet pour une rotation autour des axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

$$I_c = \begin{bmatrix} I_{c,xx} & I_{c,xy} & I_{c,xz} \\ I_{c,yx} & I_{c,yy} & I_{c,yz} \\ I_{c,zx} & I_{c,zy} & I_{c,zz} \end{bmatrix}$$

Équation 5 : Tenseur décrivant le moment d'inertie

Tout comme pour le centre de masse, le moment d'inertie  $I_c$  d'un objet complexe par rapport à son centre de masse peut être calculé en effectuant la somme des moments d'inertie  $I_{i,c}$  de chacun des sous-objets  $i$  par rapport au centre de masse de l'objet entier. Puisque l'on va initialement calculer le moment d'inertie de chacun des sous-objets par rapport à son centre de masse respectif afin de faciliter les calculs, il faudra appliquer une translation  $T$  et une rotation  $R$  à celui-ci avant de pouvoir l'ajouter à la sommation, dans le but de le ramener au système de coordonnées de l'objet complexe. L'équation suivante exprime cette égalité.

$$I_C = \sum_i I_{i,c}^{RT}$$

Équation 6 : Somme des moments d'inertie

Dans le cas de la fusée, les axes locaux de tous les sous-objets sont déjà parallèles aux axes de la fusée, donc il est seulement nécessaire d'appliquer une matrice de translation  $T$  aux  $I_{i,c}$  pour les ramener dans le référentiel local de la fusée. Il n'est pas nécessaire d'appliquer une matrice de rotation  $R$  aux tenseurs des sous-objets.

Puisque la fusée peut être décomposée en un ensemble de cylindres et de cônes de masse volumique uniforme, le tenseur de moment d'inertie par rapport au centre de masse de chaque objet peut être calculé en utilisant les dimensions des objets.

Les éléments non nuls de la matrice  $I_c$  d'un cylindre plein peuvent être calculés en utilisant les formules suivantes :

$$I_{c,zz} = \frac{m}{2} r^2$$

$$I_{c,xx} = I_{c,yy} = \frac{m}{4} r^2 + \frac{m}{12} l^2$$

Équation 7 : Moment d'inertie d'un cylindre plein

où  $m$  est la masse du cylindre,  $r$  est son rayon et  $l$  est sa longueur.

Pour un cône plein, la matrice de moment d'inertie par rapport au centre de masse peut être calculée en utilisant la formule suivante:

$$I = m \begin{bmatrix} \frac{12r^2+3h^2}{80} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12r^2+3h^2}{80} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3r^2}{10} \end{bmatrix}$$

Équation 8 : Moment d'inertie d'un cône plein  
où  $m$  est la masse du cylindre,  $r$  est son rayon et  $l$  est sa longueur.

Avant de faire la somme des moments d'inertie des sous-objets, il est nécessaire de les exprimer dans le référentiel local de l'objet complexe. Plus précisément, il faut représenter les moments d'inertie des sous-objets par rapport au centre de masse de l'objet complexe. Dans le cas de la fusée, seule une translation des axes est nécessaire. Pour effectuer cette translation sur une distance représentée par le vecteur  $d_c$ , qui est la distance entre le centre de masse de l'objet complexe et le centre de masse du sous-objet, les formules qui suivent sont utilisées. Dans notre cas, on calcule le moment d'inertie de chaque cône et cylindre par rapport au centre de masse de la fusée.

$$\vec{d}_c = (d_{c,x}, d_{c,y}, d_{c,z}) = \vec{r}_{c, fusée} - \vec{r}_{c, i}$$

où  $\vec{r}_{c,i}$  est la position du centre de masse du sous-objet.

$$I_d = I_c + m \begin{bmatrix} (d_{c,y}^2 + d_{c,z}^2) & -d_{c,x}d_{c,y} & -d_{c,x}d_{c,z} \\ -d_{c,y}d_{c,x} & (d_{c,x}^2 + d_{c,z}^2) & d_{c,y}d_{c,z} \\ -d_{c,z}d_{c,x} & -d_{c,z}d_{c,y} & (d_{c,x}^2 + d_{c,y}^2) \end{bmatrix}$$

Équation 9 : Théorème des axes parallèles

La matrice  $I_d$  est le moment d'inertie suite à la translation (par rapport au centre de masse de l'objet complexe), la matrice  $I_c$  est le moment d'inertie par rapport au centre de masse de l'objet simple avant la translation et  $m$  est la masse de l'objet simple dont le moment d'inertie subit une translation.

Après avoir appliqué la translation nécessaire à tous les sous-objets de la fusée, il est possible de faire la somme des moments d'inertie pour obtenir le moment d'inertie de l'objet complexe par rapport à son centre de masse dans son référentiel local.

Maintenant que le moment d'inertie de l'objet complexe est connu par rapport à son référentiel local, il est possible d'effectuer une autre translation et/ou une rotation pour le représenter dans le système de coordonnées global, si nécessaire. Dans le cas de la fusée, aucune translation de l'objet complexe n'est nécessaire.

La rotation qui peut être nécessaire pour obtenir le moment d'inertie  $I_G$  dans le référentiel global s'effectue en utilisant la formule suivante :

$$I_G = R^{G \leftarrow L} I^L (R^{G \leftarrow L})^T$$

Équation 10 : Réorientation du système de référence local à global

où  $I^L$  est le moment d'inertie dans le référentiel local,  $R^{G \leftarrow L}$  est la matrice de rotation en trois dimensions entre le référentiel local et le référentiel global. Des exemples de matrices de rotation sont présentés dans l'Équation 4.

### Accélération angulaire

L'accélération angulaire d'un objet correspond à la variation de sa vitesse angulaire dans le temps. Elle dépend de l'inverse du moment d'inertie  $(I)^{-1}$ , du moment de force  $\vec{\tau}(t)$ , du moment cinétique  $\vec{L}(t)$  et de la vitesse angulaire  $\vec{\omega}(t)$ . Le moment d'inertie se calcule de la façon présentée dans les sections précédentes.

$$\vec{\alpha}(t) = (I)^{-1} [\vec{\tau}(t) + \vec{L}(t) \times \vec{\omega}(t)]$$

Équation 11 : Accélération angulaire

Le moment de force  $\vec{\tau}(t)$  représente la capacité d'une force à induire un mouvement de rotation autour d'un point, généralement le centre de masse de l'objet. Il dépend de la distance vectorielle entre le point choisi  $\vec{r}(t)$  sur lequel la force  $\vec{F}(t)$  est exercée et le centre de masse de l'objet  $\vec{r}_c$ . Dans ce laboratoire, les valeurs des forces sont données.

$$\vec{\tau}(t) = (\vec{r}(t) - \vec{r}_c) \times \vec{F}(t)$$

Équation 12 : Moment de force

Enfin, le moment cinétique  $\vec{L}_c(t)$  est l'état général de rotation d'un système physique qui est l'analogue de la quantité de mouvement pour la translation. Il dépend du moment d'inertie et de la vitesse angulaire de l'objet. Dans ce laboratoire, les valeurs de la vitesse angulaire sont données.

$$\vec{L}_c(t) = I_c \vec{\omega}(t)$$

Équation 13 : Moment cinétique

Il est à noter que si l'objet est au repos, sa vitesse angulaire est nulle et le calcul de son accélération angulaire revient au produit scalaire de l'inverse de son moment d'inertie et du moment de force qui s'applique sur lui :  $\vec{\alpha}(t) = (I)^{-1} \vec{\tau}(t)$ .

## Présentation et analyse des résultats

Pour la suite du rapport, tous les vecteurs de position sont en mètres (m), les matrices de moment d'inertie en kilos fois mètres carrés (kg\*m²), les vitesses angulaires en radians par seconde (rad/s) et les accélérations angulaires en radians par seconde carrée (rad/s²). Les masses et les forces ont leurs unités spécifiées en fonction de la situation, et sont généralement données en tonnes (1000 kg) et en méga-newtons (MN, 1 000 000 N).

### Cas 1

Dans le premier cas, où le système navette-lanceur se trouve sur la rampe de lancement ( $\vec{r}_n = (0, 0, 0)^T$ ), sa vitesse angulaire est nulle et les forces appliquées sont de 11 MN pour la navette et 8.75 MN par chacun des deux propulseurs, dirigées dans la direction  $z$ , on obtient les résultats suivants.

Centre de masse

```
pcmNL =
      0
  7.2301
 25.823
```

Le centre de masse du système navette-lanceur, calculé par rapport au référentiel du laboratoire (l'origine des axes est située sur la rampe de lancement, au même point que la position de la fusée), se trouve en  $\vec{r}_n = (0, 7.2301, 25.823)^T$ , qui est un point à l'intérieur du réservoir. Ce point a une coordonnée nulle en  $x$ , car le système est symétrique. Puisque tous les éléments ont une masse considérée uniforme (elle ne dépend pas de  $x, y$  ou  $z$ ), la distribution de masse de chaque côté du plan  $x0$  est équivalente, résultant en un centre de masse se trouvant dans ce plan.

Le système navette-lanceur a une coordonnée en  $y$  se trouvant un peu sous le centre du réservoir lorsqu'on l'observe de haut, puisque le centre de masse de la navette seule vient décaler le centre de masse de l'ensemble réservoir-propulseurs, qui se trouve dans l'axe passant par le centre de chacun des éléments (ligne horizontale passant par les propulseurs et le réservoir) lorsque vus de haut.

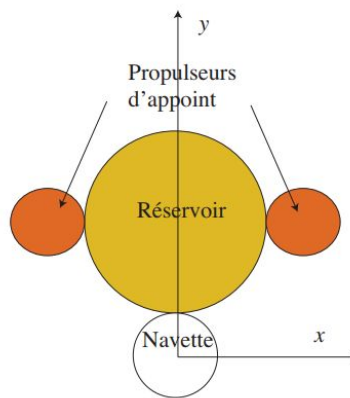


Figure 1 : Les éléments de la fusée vus de haut

Le centre de masse du système a une coordonnée en  $z$  se trouvant un peu au-dessus de la moitié de la hauteur du réservoir, soit l'élément le plus imposant du système (avec une hauteur totale de 46.9 mètres). Cela s'explique par le fait que le réservoir contient une grande masse d'oxygène liquide (631 tonnes), qui se trouve dans son tiers supérieur. Les deux tiers inférieurs du réservoir contiennent de l'hydrogène liquide, pour une masse environ six fois moindre (108 tonnes). Cette masse concentrée en hauteur vient contrebalancer la masse de la navette (109 tonnes) et des propulseurs (469 tonnes chacun), ces derniers ayant un centre de masse se trouvant plus bas (environ au centre de la hauteur de chacun des éléments). Cela aura pour résultat un centre de masse résultant qui sera légèrement débalancé vers le haut - le système navette-lanceur est *nose-heavy*, il aura tendance à pencher plus facilement s'il accumule un angle de rotation trop important.

### Moment d'inertie

INL =			
2.9122e+008	0	0	
0	3.1955e+008	-8.5848e+006	
0	-8.5848e+006	4.8647e+007	

Le système navette-lanceur a un moment d'inertie important par rapport à son centre de masse et dans chacun des axes de rotation, en raison de sa masse imposante (1786 tonnes au total) répartie sur des corps

allongés. Le moment d'inertie calculé ici étant équivalent que l'on prenne le référentiel local au système ou celui du laboratoire, on peut le prendre comme référence lorsque le système est considéré « droit » (le réservoir, les propulseurs et la navette pointent tous vers le haut).

On observe notamment un moment d'inertie par rapport à l'axe des  $x$  (élément  $m_{11}$  de la matrice d'inertie) d'un ordre de grandeur important, ce qui signifie que le système nécessite un grand couple pour se mettre à tourner autour de l'axe des  $x$ . En raison de la répartition de la masse du système (oxygène liquide très massif dans la « tête » du réservoir et navette relativement petite accrochée au « pied » du réservoir), ce résultat va dans le sens de la théorie, qui veut qu'une masse ponctuelle ait un moment d'inertie dépendant du carré de la distance par rapport à son centre de rotation (penser à une longue massue que l'on ferait



tourner à partir du bout de son manche). En effet, si l'on ramène chaque élément du système à une masse ponctuelle en son centre de masse, on se rend compte que la portion d'oxygène liquide du réservoir se trouve relativement loin du centre de masse du système entier, et que la somme des centres de masse de la navette et des propulseurs se trouve également loin du centre de masse du système sur l'axe des  $z$ . Un effet simultané de cette configuration particulière sera un grand moment cinétique autour de l'axe des  $x$  lorsque le système se mettra en rotation, rendant cette dernière difficile à contrer si le système se met à tanguer (pencher vers l'avant ou l'arrière, donc rotation autour de l'axe des  $x$ ) en accumulant une certaine vitesse angulaire.

Les moments d'inertie par rapport aux axes  $y$  ( $m_{22}$ ) et  $z$  ( $m_{33}$ ) sont également très grands (particulièrement en  $y$ ), mais moins importants dans le cas actuel car le système ne tournera pas autour de ces axes (comme l'accélération angulaire du système le démontrera). Ils sont tout de même utiles dans le cas 1 à des fins de référence pour le cas 2, où l'un des propulseurs s'éteint et provoque une rotation latérale (lacet) du système navette-lanceur (le tout sera expliqué dans l'analyse du cas 2). Les autres éléments de la matrice du moment d'inertie sont les produits d'inertie. Comme le système est symétrique par rapport au plan  $x0$  (c'est son seul plan de symétrie), les éléments  $m_{12}$ ,  $m_{13}$ ,  $m_{21}$  et  $m_{31}$  sont nuls, conformément à la théorie. Les autres éléments sont non-nuls car le système n'est pas symétrique par rapport aux plans  $y0$  ou  $z0$ , forçant ainsi l'ajout du produit croisé du moment cinétique du système avec sa vitesse angulaire pour obtenir son accélération angulaire; des éléments nuls auraient rendu le moment d'inertie proportionnel à la matrice identité, et donc le moment cinétique parallèle à la vitesse angulaire.

## Accélération angulaire

```
alphaNL =
    -0.24485
         0
         0
```

Le système navette-lanceur n'a qu'une accélération angulaire par rapport à l'axe des  $x$  dans le cas 1. En effet, premièrement, les forces s'appliquant au système produisent seulement un moment de force en  $x$  : les deux propulseurs annulent leurs composantes en  $y$  (car leur force est appliquée à la même distance mais de signe contraire) et ne produisent aucun moment de force en  $z$  (la force est appliquée parallèlement à cet axe), donc il ne reste que le moment de force en  $x$  créé par les deux propulseurs et par la navette, qui sont tous légèrement décalés par rapport à la position en  $y$  du centre de masse. Selon les règles du produit croisé, une force avec une composante en  $z$  et s'appliquant à une distance (par rapport au centre de masse) ayant une composante en  $y$  produira un moment de force en  $x$  ( $y \times z = x$ ).

Deuxièmement, le système navette-lanceur ne possède aucune vitesse angulaire dans le cas 1, et a par conséquent un moment cinétique nul (aucune énergie en rotation). L'expression de l'accélération angulaire peut donc être réduite à  $\vec{\alpha}(t) = (I)^{-1} \vec{\tau}(t)$ , ce qui nous donne une accélération angulaire avec seulement une composante en  $x$ . Cette composante est par ailleurs négative, ce qui signifie que selon la règle de la main droite, la fusée devrait se mettre à tourner vers les  $y$  positifs autour de son centre de masse, ce qui semble logique

compte tenu du fait que le moteur de la navette se trouve beaucoup plus loin (en  $y$ ) de l'axe du centre de masse du système que les propulseurs ( $0.5\text{ m} * 17.5\text{ MN} = 8.75\text{ MN} \cdot \text{m}$  pour les propulseurs contre  $-7.2\text{ m} * 11\text{ MN} = -79.2\text{ MN} \cdot \text{m}$  pour la navette), provoquant ainsi un moment de force négatif (et, par le fait même, une accélération angulaire négative). La valeur de l'accélération angulaire calculée, soit environ  $-14^\circ/\text{s}^2$  (on convertit en effectuant  $-0.24485\text{ rad} / \pi * 180^\circ$ ) semble plausible compte tenu du déséquilibre évident de la poussée des moteurs.

## Cas 2

Dans le deuxième cas, tout juste après la malfonction du propulseur droit, la navette se trouve à la position  $\vec{r}_n = (0, -19.6075, 50)^T$ , sa vitesse angulaire est  $\vec{\omega}_n = (-0.54, 0, 0)^T$  et les forces appliquées sont de 11 MN pour la navette et 8.75 MN pour le propulseur gauche, dirigées selon l'axe central des propulseurs et de la navette, on obtient les résultats suivants.

### Centre de masse

```
pcmNL =
      0
  6.3707
 56.65
```

Le centre de masse de la fusée est déplacé en  $\vec{r}_c = (0, 6.3707, 56.65)^T$ , somme de sa nouvelle position  $\vec{r}_n = (0, -19.6075, 50)^T$  et de son nouveau centre de masse suite à la rotation de  $-\pi/3$  qu'il a subi, que l'on déduira être en  $\vec{r}_c - \vec{r}_n = (0, 25.9782, 6.65)^T$  par rapport au point central à la base du cylindre composant la navette, utilisé comme origine pour le référentiel local du système navette-lanceur. Ce résultat montre que la fusée s'est bel et bien penchée sur le ventre (vers le réservoir, comme le suggère sa rotation de  $-\pi/3$ ), car les coordonnées en  $y$  et en  $z$  du centre de masse ont en quelque sorte inversé leur ordre de grandeur. Cela sera confirmé par nos autres résultats concernant le moment d'inertie du système, ainsi que son accélération angulaire.

### Moment d'inertie

```
INL =
  2.9122e+008      0      0
      0  1.0894e+008 -1.1301e+008
      0 -1.1301e+008  2.5926e+008
```

Le moment d'inertie du système se retrouve également modifié en raison de la rotation accumulée par la fusée. En effet, seulement le moment d'inertie par rapport à l'axe des  $x$  (élément  $m_{11}$  de la matrice d'inertie)

demeure constant. Cela est normal puisque durant son ascension, la navette ne faisait que tourner autour de l'axe des  $x$ . La répartition de la masse de ses différentes parties autour de l'axe des  $x$  restait alors inchangée durant les quatre secondes écoulées entre les deux cas analysés et c'est pour cela que le moment d'inertie par rapport à cet axe reste constant. Pour le moment d'inertie par rapport à l'axe des  $y$  ( $m_{22}$ ), on remarque qu'il a diminué. Ceci est un

résultat attendu puisque le centre de masse, en tournant autour de l'axe des  $x$ , s'est rapproché du plan  $y0$ , diminuant ainsi la résistance à la rotation autour de l'axe des  $y$  (puisque le moment d'inertie dépend du carré de la distance par rapport à l'axe de rotation). Par contre, le moment d'inertie par rapport à l'axe des  $z$  ( $m_{33}$ ) augmente de façon considérable. Ceci est aussi un résultat attendu puisque le centre de masse, en tournant autour de l'axe des  $x$ , s'est éloigné du plan  $z0$ , augmentant ainsi la résistance à la rotation autour de l'axe des  $z$ .

### Accélération angulaire

```
alphaNL =
-0.25897
 0.10876
-0.12957
```

Le système navette-lanceur a une accélération angulaire par rapport à tous les axes dans le cas 2. En effet, dans ce cas ci, le retrait d'un propulseur et l'inclinaison de la navette provoquent une accélération angulaire qui possède également des composantes non-nulles en  $y$  et en  $z$ . Premièrement, les deux forces s'appliquant au système produisent un moment de force négatif en  $x$  comme dans le premier cas, puisque ces forces font accélérer la navette autour de son centre de masse par rapport à l'axe des  $x$ . Deuxièmement, puisque le propulseur du moteur droit s'est éteint, les moments engendrés par les deux propulseurs ne s'annulent plus pour les deux autres axes. En effet, le propulseur gauche engendre un moment de force positif selon l'axe des  $y$  et puisque le propulseur de la navette ne crée aucun moment selon ce même axe, une accélération angulaire positive est le résultat. Cette accélération se traduit en une rotation de la fusée en sens horaire si on la regardait comme ceci :

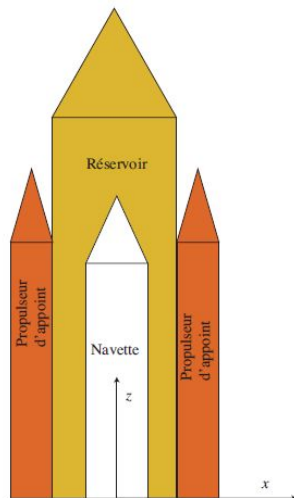


Figure 2 : Les éléments du système navette-lanceur vus de face

Selon la règle de la main droite, cette accélération est belle et bien positive selon l'axe des  $y$  qui entre dans la figure. Finalement, puisque la fusée est maintenant inclinée et qu'un seul des propulseurs d'appoint fonctionne, un moment selon l'axe des  $z$  sera aussi engendré. Ce moment provoque une rotation de la fusée autour de l'axe des  $z$  dans le sens horaire (signe négatif), ce qui équivaut en quelque sorte à tourner sur elle-même de manière à former un cône dont le centre serait l'axe des  $z$ . Les résultats sont alors tous réalistes selon les paramètres de

cette situation; on s'attend à ce que la fusée se mette à tourbillonner en raison du débalancement de sa poussée, jusqu'à l'écrasement.

## Instructions (pour Octave)

### Fichiers

- *defConstantes.m*: Fonction pour initialiser les variables constantes représentant les variables de la fusées
- *CentreDeMasse.m*: Fonction pour calculer le centre de masse de chaque composant et de la fusée en fonction de l'angle de rotation et de la position initiale. Retourne le centre de masse de la fusée par rapport au référentiel du laboratoire.
- *MomentInertie.m*: Fonction pour calculer le moment d'inertie de chaque composant et de la fusée en fonction de l'angle de rotation et de la position initiale. Retourne le moment d'inertie de la fusée.
- *AccélérationAngulaire.m*: Fonction qui retourne l'accélération angulaire de la fusée en fonction des forces appliqués, de la vitesse angulaire et de l'angle de rotation.
- *Devoir1.m*: Fonction principale qui retourne le centre de masse, le moment d'inertie et l'accélération angulaire de la fusée selon les conditions initiales. Ces conditions sont: l'angle de rotation, les forces appliqués, la vitesse angulaire et la position initiale.

### Pour exécuter le script

Après s'être assuré de bien se trouver dans le répertoire contenant les fichiers du devoir, il faut appeler la fonction *Devoir1()* dans *Command Window* en lui donnant les paramètres nécessaires. Les résultats seront affichés dans *Command Window*.

- Cas 1 : [pcmNL, INL, alphaNL] = *Devoir1*(0, [0; 0; 0], [11000000; 8750000; 8750000], [0;0;0])
- Cas 2 : [pcmNL, INL, alphaNL] = *Devoir1*(-pi/3, [-0.54; 0; 0], [11000000; 8750000; 0], [0;-19.6075;50])

## Conclusion

En conclusion, ce laboratoire met en pratique les notions de base de la dynamique des solides telles que le centre de masse, le moment d'inertie et l'accélération angulaire. Il s'agit de calculer les caractéristiques physiques d'un objet complexe en le décomposant en de multiples sous-composants et en traitant chaque sous-composant séparément. Certaines techniques ont été appliquées pour répondre à la problématique présentée, telles que le théorème des axes parallèles, la réorientation des axes après une rotation autour d'un axe, etc.

Le travail a été réalisé en utilisant *Octave*. Les données ont été enregistrées dans une structure de données *struct* sous formes de variables pour faciliter la modification des valeurs à l'avenir. Comme aucun des membres de l'équipe n'était familier avec ce langage de programmation, l'un des problèmes initiaux était de se familiariser avec la syntaxe de ce langage. La documentation en ligne nous a aidés à accélérer ce processus.

Une autre difficulté rencontrée serait la minutie nécessaire à la réalisation correcte des calculs détaillés requis par la problématique présentée. En effet, à plusieurs reprises, nous avons commis des erreurs d'inattention (mal écrire un chiffre, inverser les termes dans une soustraction, etc.) qui nous ont fait dévier des résultats cohérents auxquels nous nous attendions. Cette minutie a été poussée à l'extrême lorsque nous avons refait manuellement, c'est-à-dire sur papier, chacun des calculs pour le centre de masse de la fusée. Grâce à cette vérification poussée, nous avons pu identifier les sources de nos problèmes et corriger le code que nous avons écrit afin d'obtenir des résultats qui correspondent à la théorie.

Enfin, ce devoir montre la pertinence des simulations sur l'ordinateur pour éviter les coûts surélevés des expériences sur des objets réels. Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction, la physique multimédia est un domaine de l'informatique qu'il est important de maîtriser lorsque l'on veut travailler sur des applications ayant un impact dans le monde réel.