

Варіант №4

1. Знайти криволінійний інтеграл I-го роду $\int_L zdl$ вздовж кривої, утвореної при перетині поверхонь: $x^2 + y^2 = 9$, $z = 3 + \frac{x^2}{3}$. Дати тлумачення цього інтеграла.
2. Густина дуги кривої $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$, $z = e^t$, $0 \leq t \leq \pi$ в кожній точці обернено пропорційна квадрату полярного радіуса і в точці $(1, 0, 1)$ дорівнює одиниці. Знайти її масу.
3. Обчислити контурний інтеграл $\oint_L e^{y^2-x^2} (\cos 2xy dx + \sin 2xy dy)$, де L – коло $x^2 + y^2 = R^2$, двома способами: а) за формулою Гріна; б) безпосереднім інтегруванням.
4. Знайти площу замкненої області, обмеженої кривою $(x+y)^2 = ax$, $a > 0$, та віссю OX .
5. Довести, що вираз $\frac{yzdx + xzdy + xydz}{1 + x^2 y^2 z^2}$ є повним диференціалом du та знайти функцію u .

Варіант №5

1. Знайти криволінійний інтеграл I-го роду $\int_L zdl$ вздовж кривої, утвореної при перетині поверхонь: $y^2 = 2x$, $z = \sqrt{2x - 4x^2}$. Дати тлумачення цього інтеграла.
2. Знайти момент інерції відносно осі OZ першого витка однорідної гвинтової лінії $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = (ht)/(2\pi)$; $0 \leq t \leq 2\pi$.
3. Обчислити контурний інтеграл $\oint_L y \cos x dx + (\cos y + \sin x) dy$, де L – еліпс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, двома способами: а) за формулою Гріна; б) безпосереднім інтегруванням.
4. Знайти площу фігури, обмеженої кривою $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^{12} = xy$ і осями координат.
5. Довести, що вираз $\frac{x}{y\sqrt{x^2+y^2}} dx - \frac{x^2 + \sqrt{x^2+y^2}}{y^2\sqrt{x^2+y^2}} dy$ є повним диференціалом du і знайти u .

Варіант №6

1. Знайти криволінійний інтеграл I-го роду $\int_L zdl$ вздовж кривої, утвореної при перетині поверхонь: $y = \frac{3}{8}x^2$, $x \geq 0$, $y = 6$, $z = x$. Дати тлумачення цього інтеграла.
2. Знайти масу першого витка гвинтової лінії $x = 3 \cos t$, $y = 3 \sin t$, $z = 4t$, густина якої в кожній точці дорівнює $\gamma(x, y, z) = 4z$.
3. Обчислити контурний інтеграл $\oint_L (1-x^2)y dx + (1+y^2)x dy$, де L – коло $x^2 + y^2 = R^2$, двома способами: а) за формулою Гріна; б) безпосереднім інтегруванням.
4. Знайти площу одної пелюстки лемніскати Бернуллі $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$ за допомогою криволінійного інтеграла.
5. Підібрати число n так, щоб вираз $\frac{(x-y)dx + (x+y)dy}{(x^2 + y^2)^n}$ був повним диференціалом. Знайти відповідну функцію u .