

**پروژه درس تئوری مدارهای الکتریکی**

**عنوان: مدار حذف نویز ۵۰ هرتز**

**دانشگاه مهندسی برق**

**دانشگاه صنعتی شریف**

**نیمسال اول ۱۴۰۳-۱۴۰۴**

**اعضای گروه: پارسا جنیدی، محمدامین قاروردیزاده، عمام فیروزی**

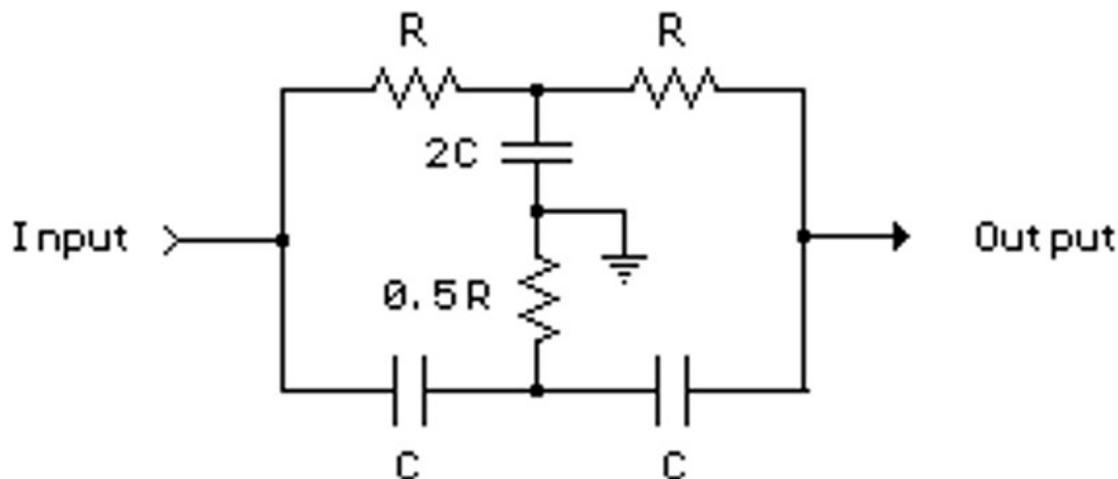
**نام استاد درس: دکتر مصطفی زرقانی**

## مقدمه

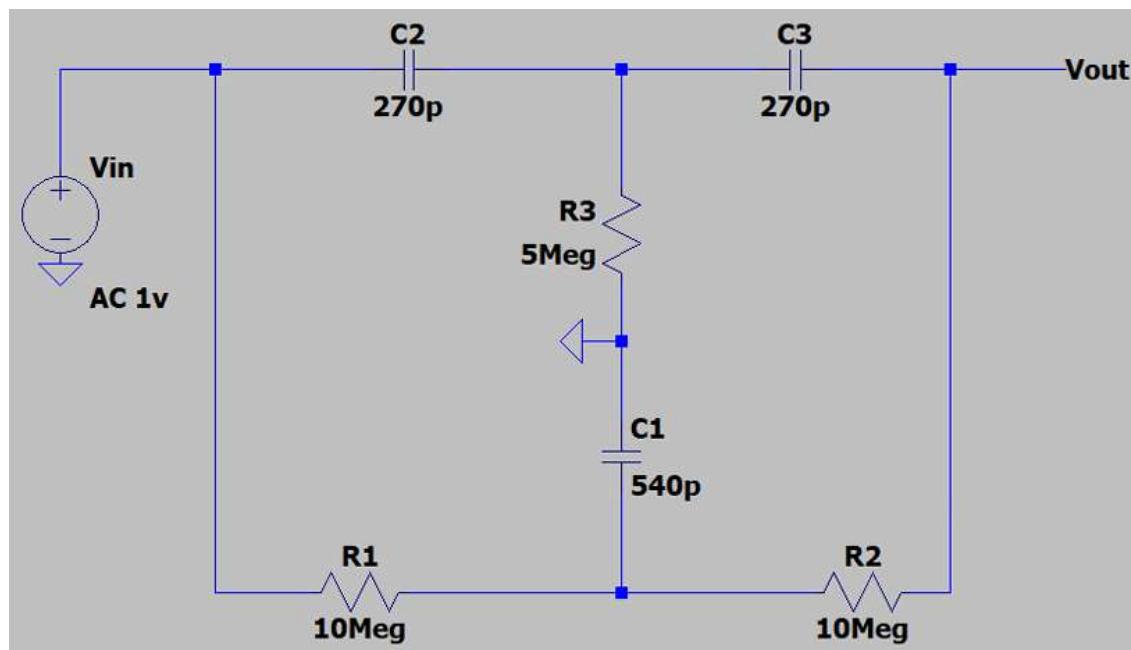
در سیستم های الکترونیکی و پردازش سیگنال، نویزهای محیطی می توانند کیفیت سیگنال های مورد نظر را کاهش دهند. یکی از رایج ترین نویزهای موجود در سیستم های الکتریکی، نویز ناشی از فرکانس شبکه برق است که بسته به منطقه جغرافیایی، فرکانسی برابر با  $50$  هرتز یا  $60$  هرتز دارد. این نویز، که به آن نویز خط برق یا نویز هارمونیک اصلی نیز گفته می شود، به طور معمول از طریق القای الکترومغناطیسی وارد سیستم می شود و می تواند تأثیرات منفی بر سیگنالهای بیولوژیکی (مانند EEG و EMG) و یا حسگرهای حساس در مدار های کنترلی داشته باشد.

## فاز اول پروژه

یکی از روش های موثر برای حذف این نویز، استفاده از فیلتر ناچ (Filter Notch) است که به طور خاص برای حذف فرکانس های مشخص بدون تأثیر بر سایر بخش های سیگنال طراحی شده است. در این فاز، هدف این است که با بررسی مدار یک فیلتر ناچ طراحی شده برای حذف نویز ۶۰ هرتز، تغییراتی در طراحی مدار اعمال شود تا این فیلتر برای حذف نویز ۵۰ هرتز مناسب باشد.

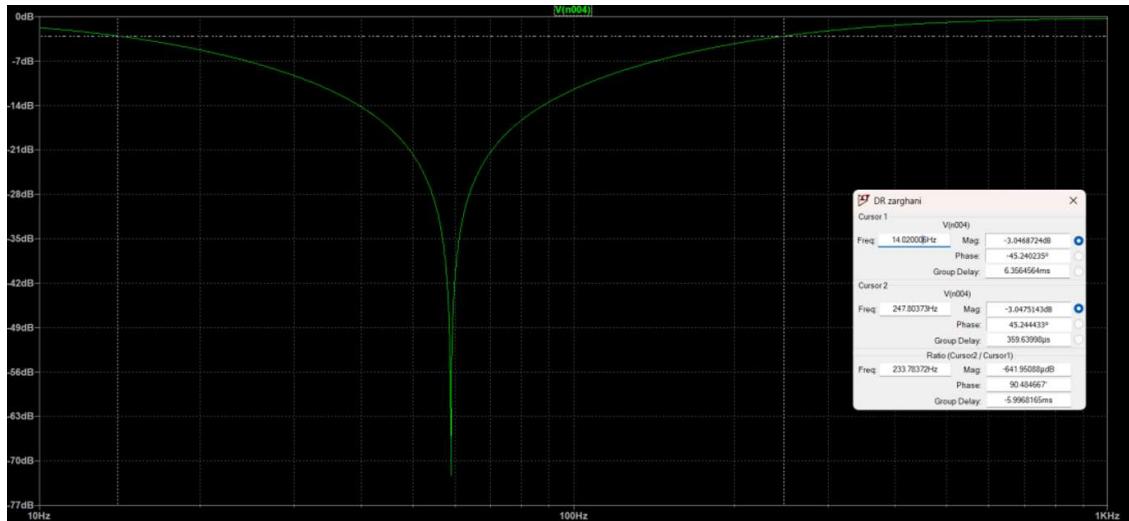


یک فیلتر ناچ (T-Twin)

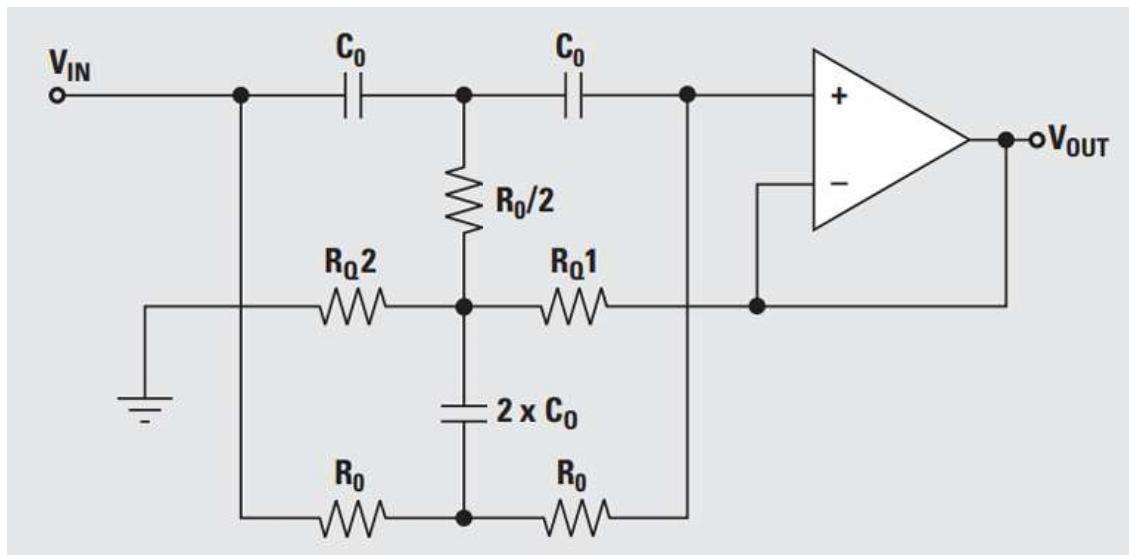


فیلتر ناچ (T-Twin) برای حذف نویز ۶۰ هرتز

در شکل زیر پاسخ فرکانسی مربوط به این فیلتر نمایش داده شده است. همانطور که در شکل میبینید این فیلتر در فرکانس نزدیک به  $60$  هرتز دارای بهره  $-70$ - دسیبل است و پهنهای باند  $3$ - دسیبل آن حدود  $233$  هرتز میباشد. این پهنهای باند بسیار زیاد است زیرا باعث میشود فرکانس های کمتر و بیشتر از  $60$  هرتز نیز بسیار تضعیف شوند و بخش مهمی از سیگنال ما از دست برود. پس برای کاهش پهنهای باند  $3$ - دسیبل این مدار را تغییراتی میدهیم.



پاسخ فرکانسی مربوط به فیلتر ناج (T-Twin) برای حذف نویز  $60$  هرتز



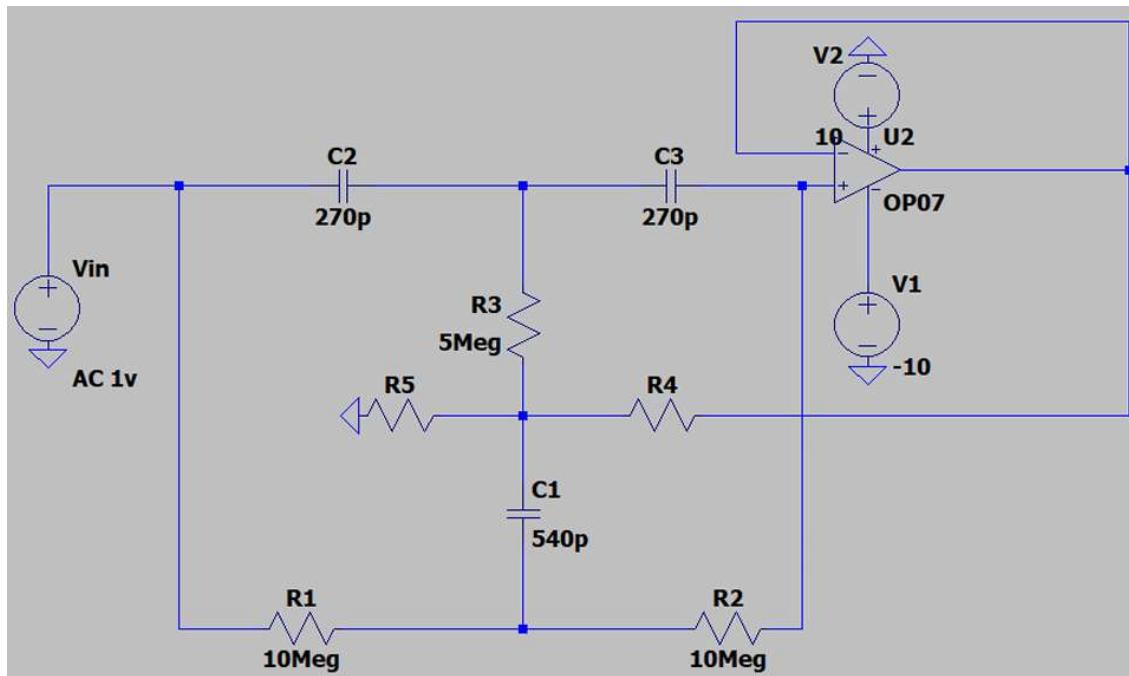
یک فیلتر ناج (T-Twin) با قابلیت تنظیم  $Q$

همانطور که در شکل بالا مشاهده میشود در این مدار به یک فیلتر ناج (T-Twin) یک فیدبک از ولتاژ خروجی به گره بین مقاومت  $2C_0$  و  $R_Q$  اضافه شده است.

مقاومت های  $R_{Q_2}$  و  $R_{Q_1}$  برای تنظیم  $Q$  استفاده میشوند.

رابطه فرکانس ناچ به شکل زیر است:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi R_0 C}, \quad R_Q \ll R_0, \quad Q = \frac{R_{Q2}}{4 \times R_{Q1}}$$



مقادیر المان ها برای  $f_0 \approx 60\text{Hz}$

همانطور که میبینید مقادیر مقاومت های فیدبک (R4 , R5) نمایش داده نشده است زیرا این مقاومت ها بسته به اینکه مقدار Q چقدر باشد میتوانند تعیین شوند.

### بخش اول (سوالات):

۱- افزایش یا کاهش Q بر روی این مدار چه تاثیری دارد؟

تاثیر افزایش Q:

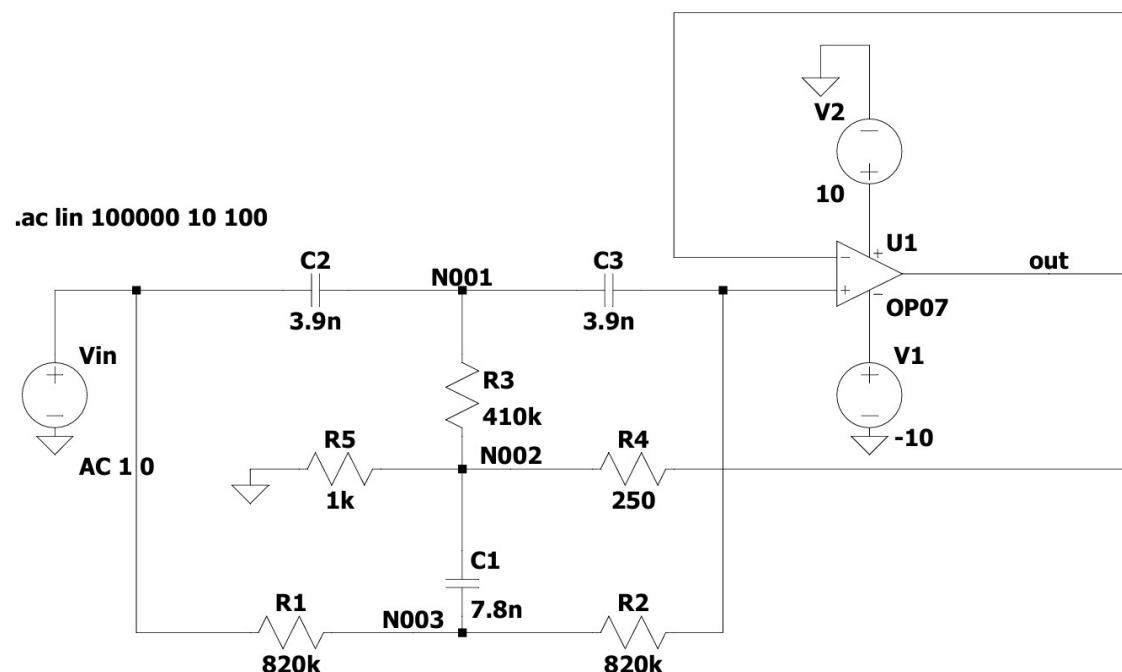
- پهنهای باند باریک تر: با افزایش Q پهنهای باند فرکانس‌هایی که فیلتر به طور مؤثر آنها را حذف می‌کند باریک‌تر می‌شود. این به این معناست که فیلتر دقیق‌تر می‌شود و فقط فرکانس‌های نزدیک به فرکانس ناچ (در این مورد ۶۰ هرتز) را حذف می‌کند.

- ناتج عمیق‌تر: افزایش  $Q$  همچنین باعث می‌شود که عمق ناتج بیشتر شود، یعنی تضعیف فرکانس ۶۰ هرتز بیشتر می‌شود. در نتیجه، سیگنال‌هایی با فرکانس ۶۰ هرتز به شدت تضعیف می‌شوند و به طور مؤثرتری حذف می‌گردند.

تأثیر کاهش  $Q$ :

- پهنهای باند گسترده‌تر: کاهش  $Q$  منجر به پهنهای باند گسترده‌تری می‌شود. این به این معناست که فیلتر می‌تواند یک طیف وسیع‌تری از فرکانس‌ها را در اطراف فرکانس ناتج حذف کند، اما با دقت کمتری نسبت به  $Q$  بالا.
- ناتج با عمق کمتر: کاهش  $Q$  باعث می‌شود که عمق ناتج کمتر شود، یعنی تضعیف فرکانس ۶۰ هرتز به میزان کمتری انجام می‌شود. در نتیجه، فیلتر کمتر مؤثر خواهد بود در حذف کامل فرکانس ۶۰ هرتز و سایر فرکانس‌های نزدیک به آن نیز به طور کمتری تضعیف می‌شود.

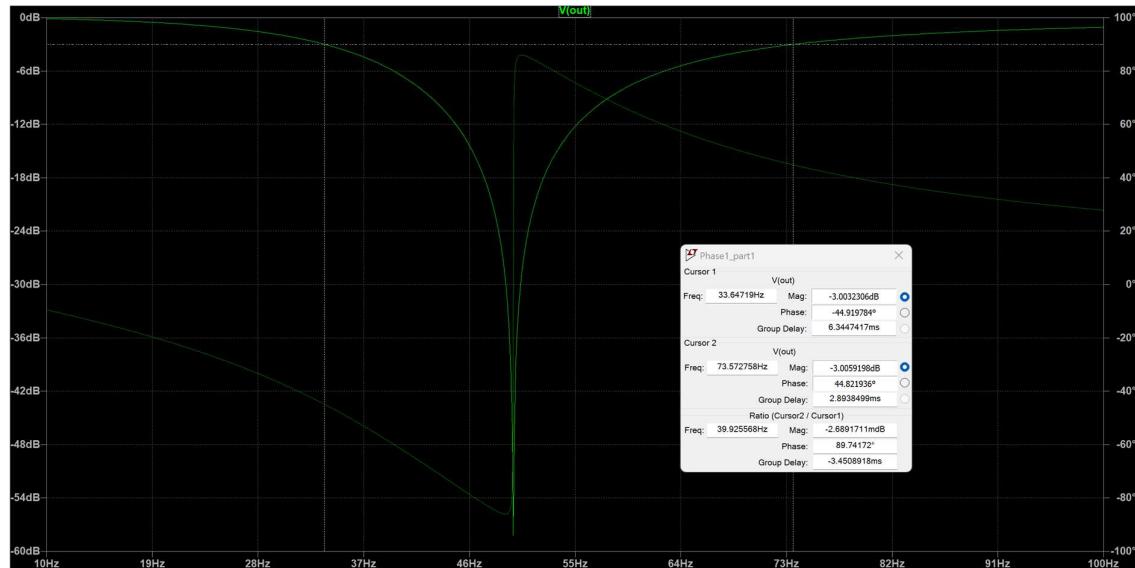
-۲- مقادیر این مدار را طوری انتخاب کنید که  $f_0 = 50\text{Hz}$  شود مقدار مقاومت‌ها را بیش از یک مگا اهم نشود.



$$R1=R2=388K, R3=194K, R4=2.5, R5=50$$

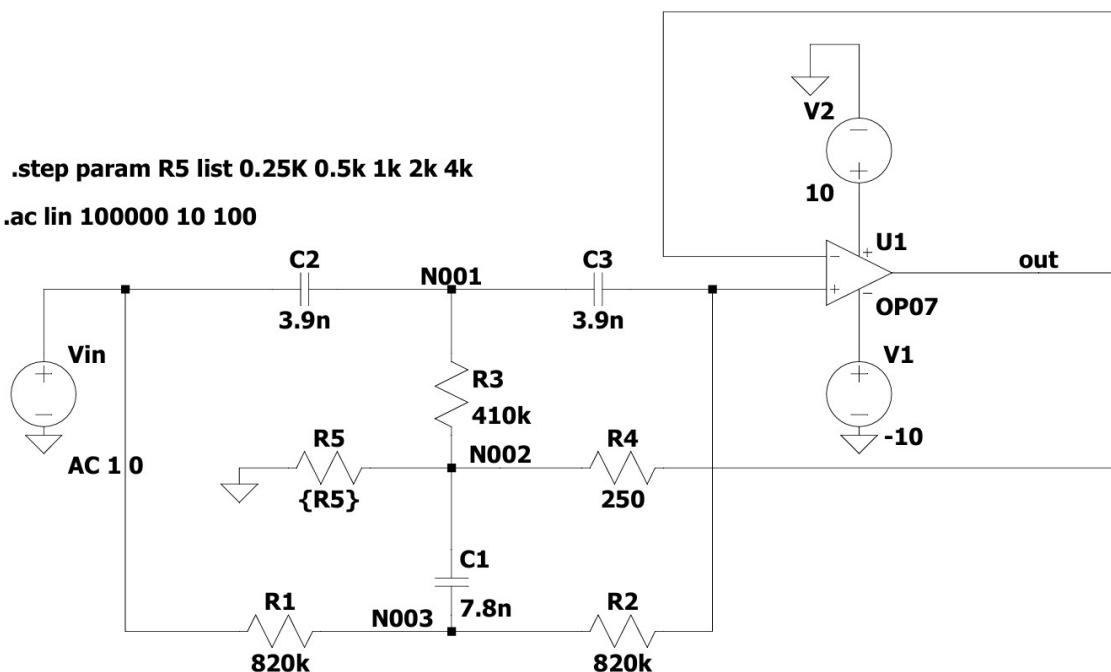
$$C1=16.4n, C2=C3=8.2n$$

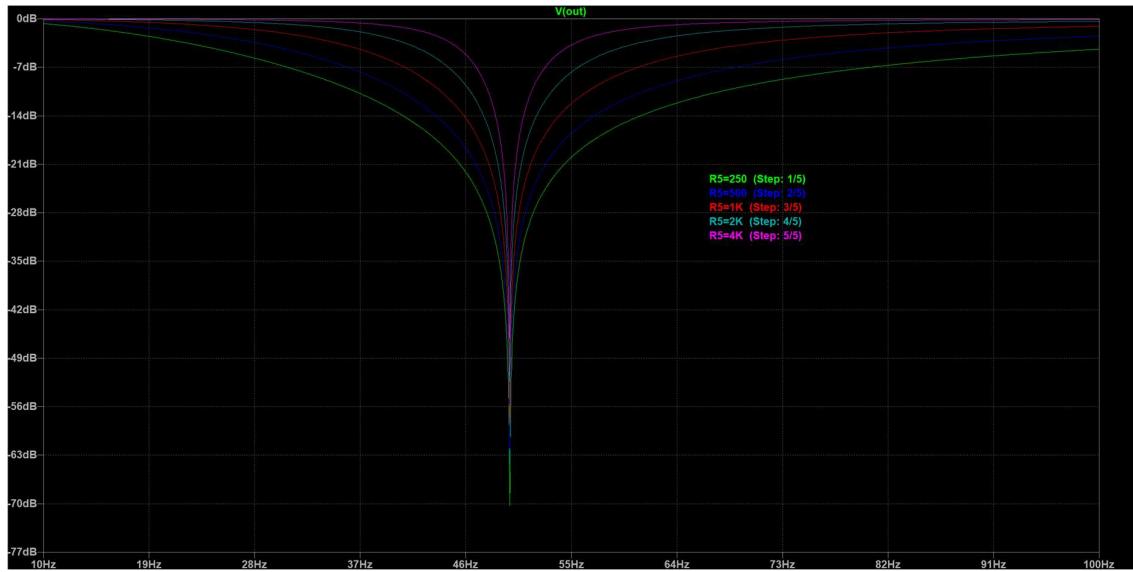
۳- حال سعی کنید برای  $Q=1$  آن را شبیه سازی کنید و پهنهای باند آن را بدست آورید.



با توجه به شبیه سازی انجام شده به ازای  $Q = \frac{R_5}{4R_4} = \frac{1}{4 \cdot \frac{1}{4}} = 1$  دسی بل مورد نظر ۴۰ دسی بل می باشد.

۴- سعی کنید با افزایش و کاهش  $Q$  رفتار مدار را در شبیه سازی بررسی کنید.





افزایش  $Q$  باعث باریک‌تر شدن پهنهای باند و افزایش شدت ناچ می‌شود، در حالی که کاهش  $Q$  پهنهای باند را گسترده‌تر و شدت ناچ را کمتر می‌کند. (تایید استدلال های سوال اول)

۵- فرکانس برق شهر در ایران در حدود ۴۹.۸ تا ۵۰ هرتز نوسان می‌کند. در صورت افزایش بیش از اندازه  $Q$  در دنیای واقعی با چه مشکلی روبرو می‌شویم؟

- حساسیت بیش از حد به نوسانات فرکانس: با افزایش بیش از اندازه  $Q$ ، پهنهای باند فیلتر بسیار باریک می‌شود. این مسئله به این معنی است که فیلتر تنها در یک فرکانس بسیار دقیق عمل می‌کند و اگر فرکانس خطوط برق شهر به اندازه کمی تغییر کند (مانند نوسانات ۴۹.۸ هرتز تا ۵۰.۲ هرتز در شبکه برق)، فیلتر به درستی عمل نخواهد کرد. در نتیجه، فیلتر ممکن است نتواند به خوبی فرکانس ناخواسته را تضعیف کند.
- ناپایداری و نوسان: فیلترهایی با  $Q$  بالا معمولاً نسبت به نویز و تغییرات در المان‌های مدار بسیار حساس هستند. کوچکترین تغییرات در مقاومت‌ها یا خازن‌ها می‌توانند باعث تغییر عمدۀ در عملکرد فیلتر شوند. این مسئله ممکن است منجر به نوسانات ناخواسته یا حتی ناپایداری در مدار شود.
- پاسخ کندر به تغییرات: فیلترهایی با  $Q$  بالا معمولاً زمان بیشتری برای رسیدن به حالت پایدار نیاز دارند. این مسئله به این معنی است که اگر تغییرات سریع در ورودی وجود داشته باشد، فیلتر زمان بیشتری برای واکنش نشان دادن به این تغییرات نیاز دارد، که می‌تواند عملکرد کلی سیستم را تحت تاثیر قرار دهد.
- مشکلات در طراحی عملی: برای دستیابی به فیلترهایی با  $Q$  بالا نیاز به مقادیر بسیار دقیق برای المان‌های مدار ( مقاومت‌ها و خازن‌ها) می‌باشد. این مسئله ممکن است هزینه‌های طراحی و تولید را

افزایش دهد و همچنین نیاز به قطعات بسیار دقیق و با تلرانس پایین دارد که به راحتی در بازار در دسترس نباشند.

۶- آیا میتوانید آپ امپ بهتری برای استفاده در این مدار معرفی کنید؟(دلالت انتخاب آپ امپی که معرفی میکنید را به صورت خلاصه ذکر کنید)

آپ امپ مورد نظر باید دارای ویژگی های زیر باشد:

- پهنای باند (Gain Bandwidth Product, GBW)

دلیل اهمیت: آپ امپ باید بتواند فرکانس های نزدیک به  $50$  هرتز را بدون اعوجاج یا ناپایداری پردازش کند.

ویژگی مورد نیاز: پهنای باندی که حداقل  $100 \times$  بالاتر از بیشترین فرکانس فیلتر باشد. برای  $50$  هرتز  $GBW > 5000 \text{ Hz}$  کافی است، اما پهنای باند بیشتر، پایداری و دقت Q را بهبود می بخشد.

مثال: آپ امپ TL081 (با  $GBW = 3$  مگاهرتز برای فیلتر ها خصوصا صوتی مناسب است).

- امپدانس ورودی (Input Impedance)

دلیل اهمیت: آپ امپ نباید شبکه Twin-T را بارگذاری کند، زیرا این امر می تواند فرکانس ناچ را جابجا کند.

ویژگی مورد نیاز: امپدانس ورودی بالا (بیشتر از یک مگا اهم) برای کاهش تداخل با مدار فیلتر.

مثال: آپ امپ های J-FET مانند OPA2134 یا TL081

- امپدانس خروجی (Output Impedance)

دلیل اهمیت: آپ امپ باید بتواند بدون افت ولتاژ یا اعوجاج، بار یا مرحله بعدی را هدایت کند.

ویژگی مورد نیاز: امپدانس خروجی (کمتر از  $100$  اهم) برای حفظ کیفیت سیگنال.

مثال: (دارای امپدانس خروجی کمتر از  $100$  اهم است.)

### • نرخ شیب (Slew Rate)

دلیل اهمیت: نرخ شیب تضمین می‌کند که آپامپ بتواند بدون اعوجاج به تغییرات سریع سیگنال پاسخ دهد.

ویژگی مورد نیاز: برای سیگنال‌های فرکانس پایین مانند ۵۰ هرتز، نرخ شیب بالا اعوجاج را کاهش داده و جابجایی فاز را به حداقل می‌رساند.

ویژگی مورد نیاز:  $\text{Slew Rate} > 0.1 \text{ V}/\mu\text{s}$

مثال: OPA2134 با نرخ شیب  $20 \text{ V}/\mu\text{s}$  عملکرد عالی ارائه می‌دهد.

### • نویز (Voltage and Current Noise Density)

دلیل اهمیت: فیلترهای فرکانس پایین به نویز حساس هستند و آپامپ نباید نویز قابل توجهی در ۵۰ هرتز وارد کند.

ویژگی مورد نیاز:  $\text{Voltage Noise} < 10 \text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  at 50Hz  
 $\text{Current Noise Density} < 10 \text{nA}/\sqrt{\text{Hz}}$  at 50Hz

مثال: OPA2134 نویز بسیار کمی دارد و برای فیلترهای صوتی و دقیق مناسب است.

### • ولتاژ آفست و پایداری آن (Offset Voltage and Drift)

دلیل اهمیت: ولتاژ آفست می‌تواند باعث خطا در بایاس DC شود که بر پایداری فرکانس ناچ تأثیر می‌گذارد. تغییر ولتاژ آفست با دما نیز دقت بلندمدت را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

ویژگی مورد نیاز:  $\text{offset Drift } \mu\text{V}/^\circ\text{C} < 1$  و  $\text{offset Voltage} < 5 \text{mV}$

مثال: OP27 آپامپی دقیق با مشخصات آفست عالی است.

### • ولتاژ تغذیه و محدوده سیگنال (Power Supply Voltage and Range)

دلیل اهمیت: آپامپ باید با ولتاژ تغذیه و محدوده سیگنال خروجی مورد نیاز شما سازگار باشد.

ویژگی مورد نیاز: قابلیت تغذیه دوگانه ( $V = \pm 15$ ) برای کاربردهای معمولی، خروجی نزدیک به ولتاژ ریل و امکان تغذیه تکپایه برای طراحی‌های قابل حمل

مثال: از  $OPA213$  پشتیبانی می‌کند و  $TL081$  از تغذیه تکپایه.

#### • هزینه و دسترسی:

دلیل اهمیت: یک آپامپ اقتصادی را انتخاب کنید که نیازهای شما را برآورده کند.

ویژگی مورد نیاز: مدل‌هایی که به راحتی در بازار موجود هستند و مشخصات بالا را دارند.

مثال:  $TL081$  اقتصادی است، در حالی که  $OPA2134$  کمی گران‌تر اما با عملکرد بهتر است.

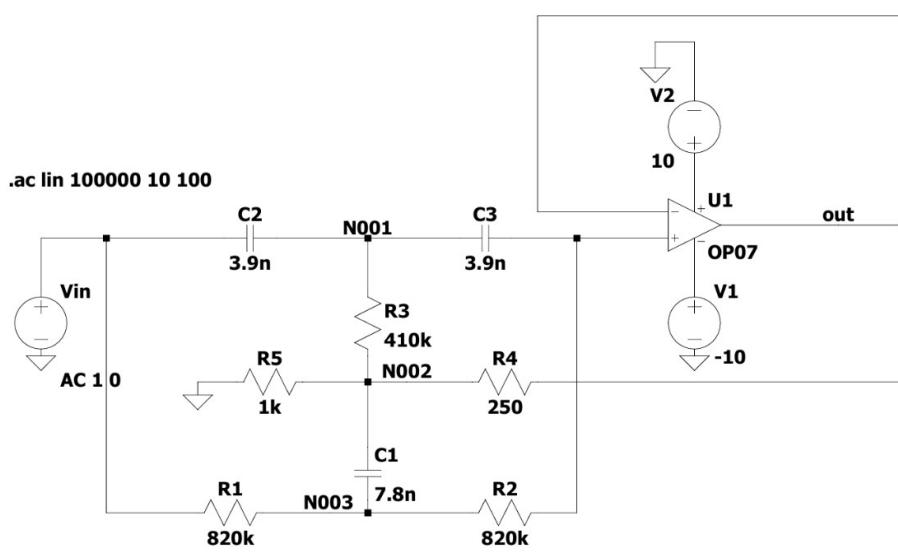
#### بخش دوم:

با توجه به یافته‌های بخش قبل، مدارها را با توجه به شرایط زیر تعیین کنید. مدار طراحی شده را شبیه سازی کنید و نتایج را گزارش کنید. (مقادیر مقاومت‌ها را بیشتر از ۱ انتخاب نکنید.)

$$BW_{-3dB} < 10(\text{Hz}), \quad f_0 = 50(\text{Hz}), \quad \text{Gain}(f = f_0) < -40(\text{dB})$$

$$R1=R2=388\text{K}, R3=194\text{K}, R4=2.5, R5=50$$

$$C1=16.4\text{n}, C2=C3=8.2\text{n}$$



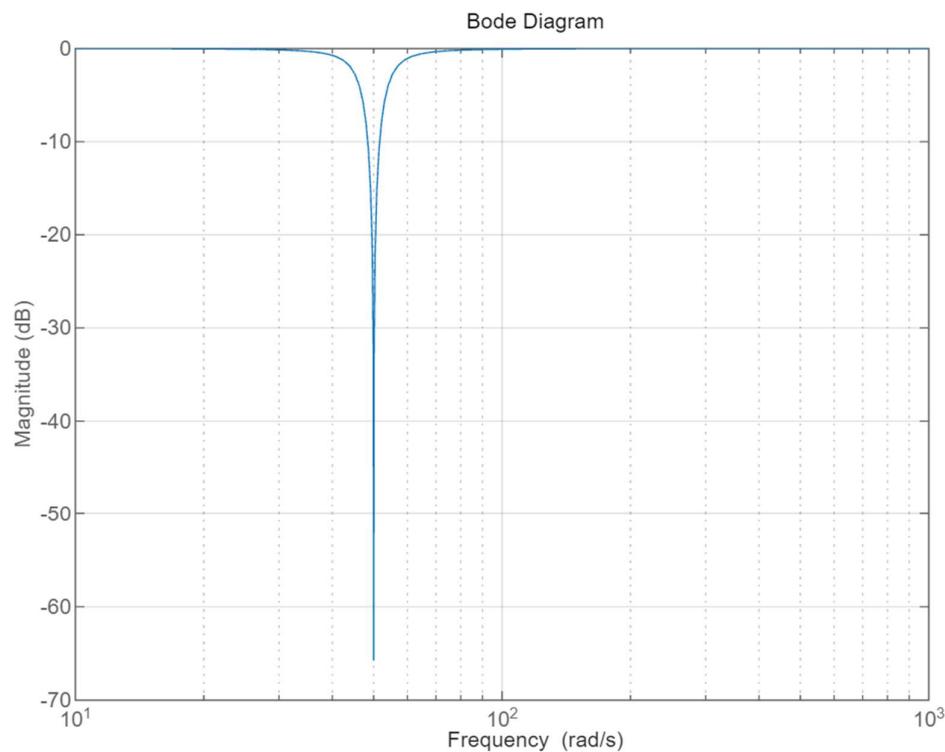
## فاز دوم پروژه

### بخش اول:

۱- سعی کنید تابع تبدیل مدار را به صورت پارامتری بر حسب مقاومت‌ها و خازن‌های مدار بدست آورید. می‌توانید معادلات این مدار را به صورت پارامتری بنویسید و به وسیله متلب نتایج تبدیل را بدست آورید و کد مربوطه را گزارش کنید. (دقت کنید برای سادگی فقط می‌توانید مقادیر مقاومت‌های R4 و R5 را تعیین کنید و نتایج تبدیل را به صورت پارامتری بر حسب بقیه المان‌ها بدست آورید).

$$\frac{21 C_0^2 R_0^2 s^2 + 800 C_0^2 R_0 s^2 + 800 C_0 s + 21}{21 C_0^2 R_0^2 s^2 + 800 C_0^2 R_0 s^2 + 4 C_0 R_0 s + 800 C_0 s + 21}$$

۲- در این بخش سعی کنید که این نتایج تبدیل را بر حسب مقاومت‌ها و خازن‌های انتخاب شده در فاز قبل رسم کنید. نتایج را گزارش کنید.



## بخش دوم:

### شرح تحلیل مونت کارلو در مدارات الکترونیکی:

تحلیل مونت کارلو یک روش آماری برای ارزیابی عملکرد مدارات در شرایط مختلف است که بر شبیه‌سازی تصادفی متغیرهای طراحی و پارامترهای مدار تکیه دارد. این روش در طراحی و تحلیل مدارات بهویژه زمانی که عدم قطعیت‌هایی در مقادیر المان‌های مدار وجود دارد، بسیار مفید است.

### کاربردهای تحلیل مونت کارلو در مدارات الکترونیکی:

- **تحلیل حساسیت مدار:** در دنیای واقعی، مقادیر المان‌های مدار (مانند مقاومت‌ها، خازن‌ها و ترانزیستورها) به دلیل تلوانس‌های ساخت دچار تغییراتی می‌شوند. تحلیل مونت کارلو تأثیر این تغییرات را روی عملکرد کلی مدار (مانند بهره، فرکانس قطع، یا نویز) ارزیابی می‌کند.
- **پیش‌بینی عملکرد مدار در شرایط واقعی:** به کمک این روش می‌توان رفتار مدار را تحت تغییرات تصادفی در پارامترها پیش‌بینی کرد و مشخص کرد که آیا مدار در محدوده طراحی شده کار خواهد کرد یا خیر.
- **بهینه‌سازی طراحی مدار:** این تحلیل می‌تواند نقاط ضعیف طراحی را آشکار کرده و امکان بهبود مدار از نظر پایداری و قابلیت اطمینان را فراهم کند.

### انجام تحلیل مونت کارلو:

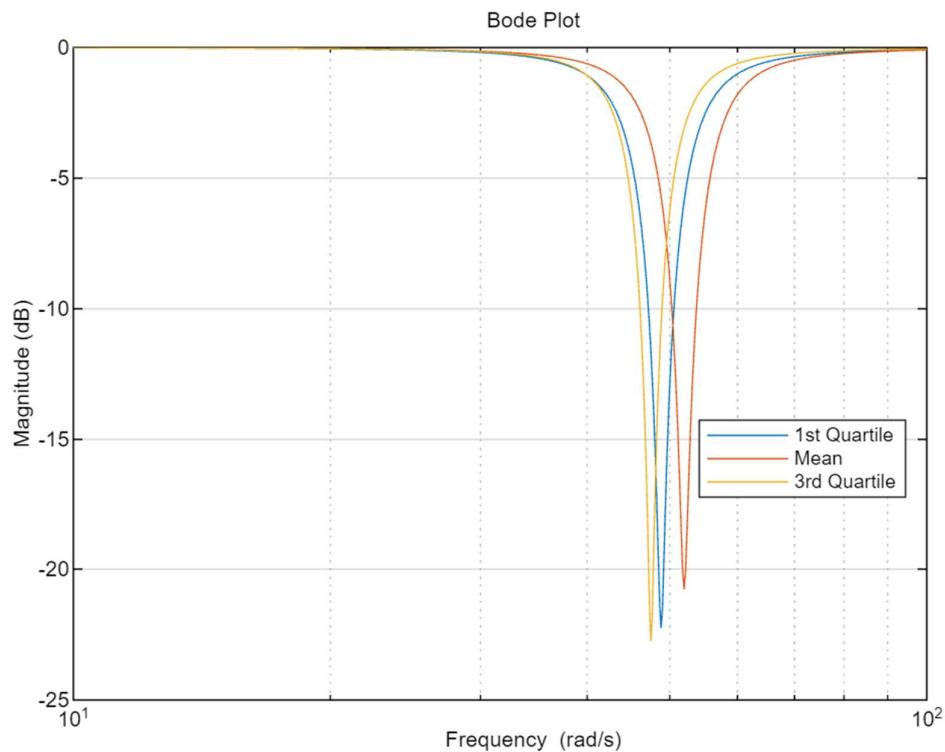
در بخش قبل تابع تبدیل مدار را در کد مطلب مشخص کردید و برای هر المان مقادیر مشخصی را انتخاب نمودید. حال باایستی مقادیر المان را به گونه‌ای تعریف کنید که دارای یک میانگین و یک تلوانس مشخص باشد (توزیع نرمال). (مقادیر مقاومت‌های R4 و R5 را ثابت در نظر بگیرید).

حال باایستی یک توزیع نرمال برای شبیه‌سازی مقادیر تصادفی مقاومت‌ها و خازن‌ها استفاده کنید. از نتایج normrnd برای این کار کمک بگیرید.

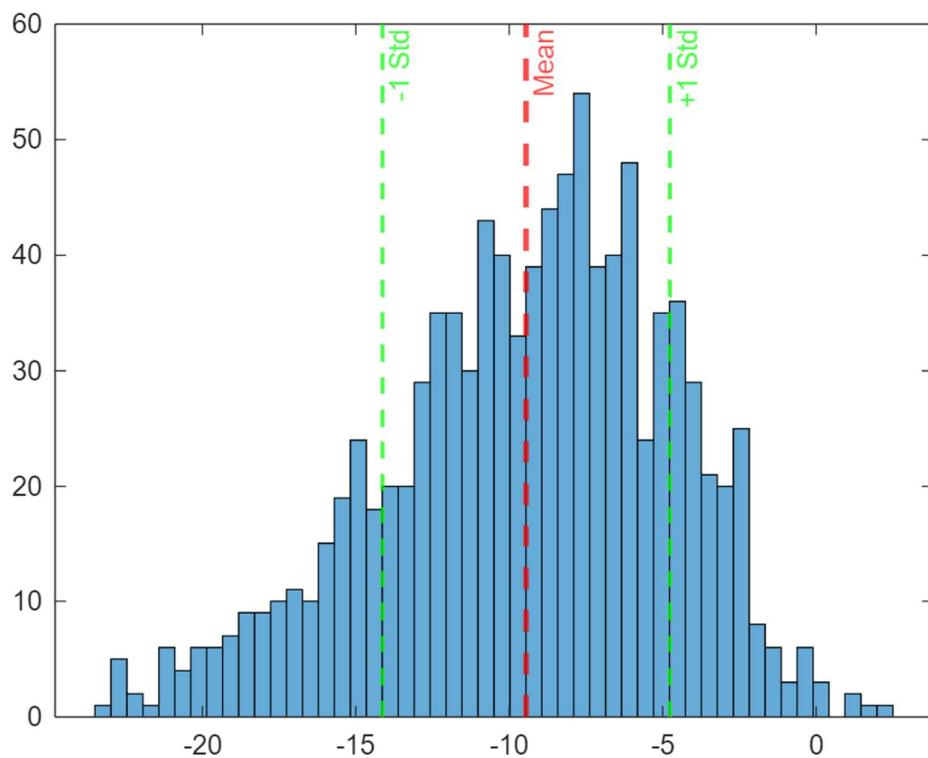
تابع تبدیل مدار را به کمک تحلیل فرکانسی و پارامترهای تصادفی به صورت یک رابطه بین صورت و مخرج تابع تبدیل بنویسید. دقت کنید که در این مرحله، مقادیر تصادفی تولید شده به جای مقادیر ثابت در رابطه قرار داده شوند.

به تعداد 10000 بار اینتابع تبدیل را برای مقادیر تصادفی المان‌ها شبیه‌سازی و محاسبه کنید. دقت کنید  
بازه فرکانسی را بین 10 تا 100 هرتز در نظر بگیرید.

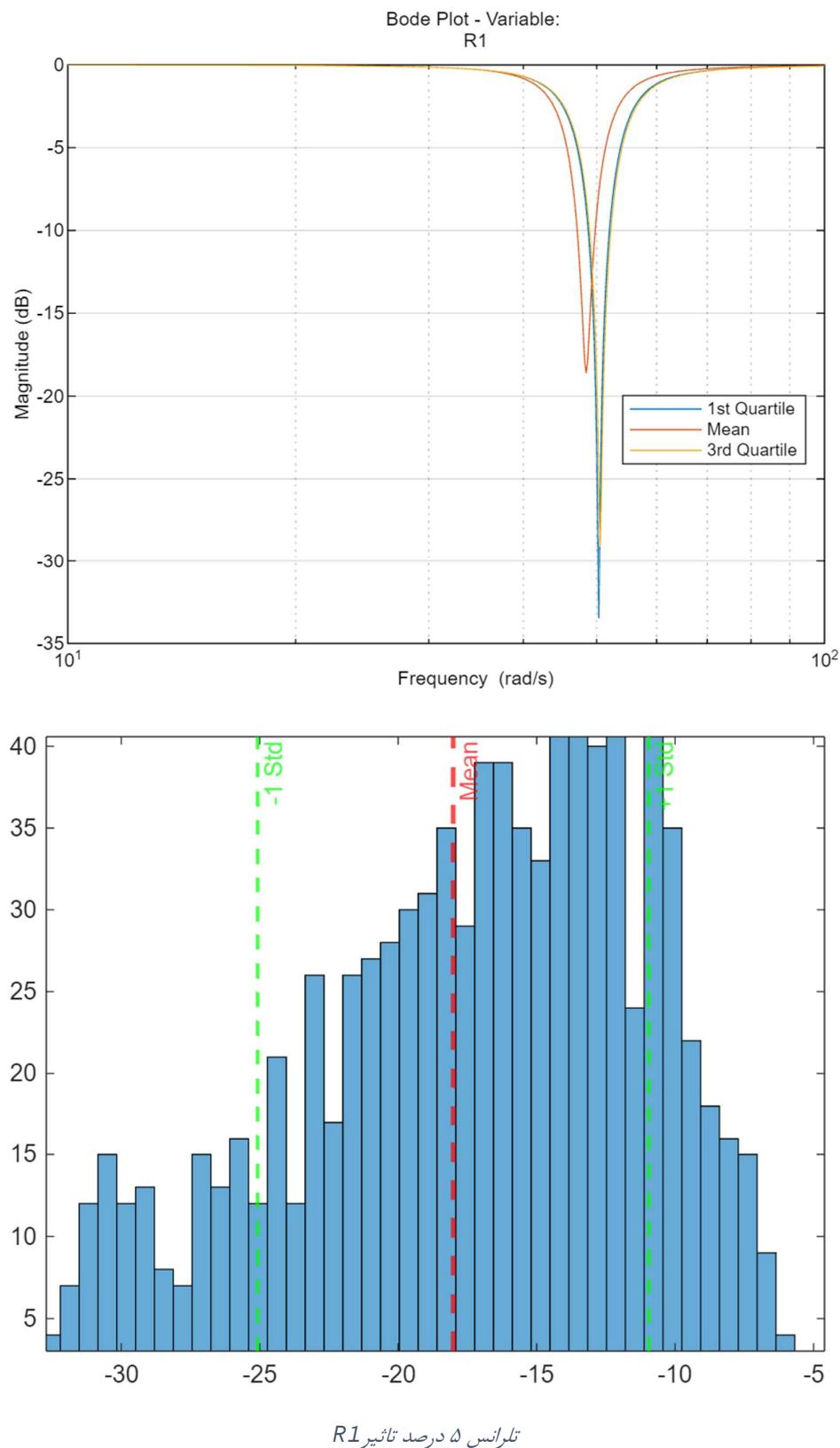
میانگین، چارت اول و چارت سوم پاسخ فرکانسی‌های بدست آمده را رسم کنید.

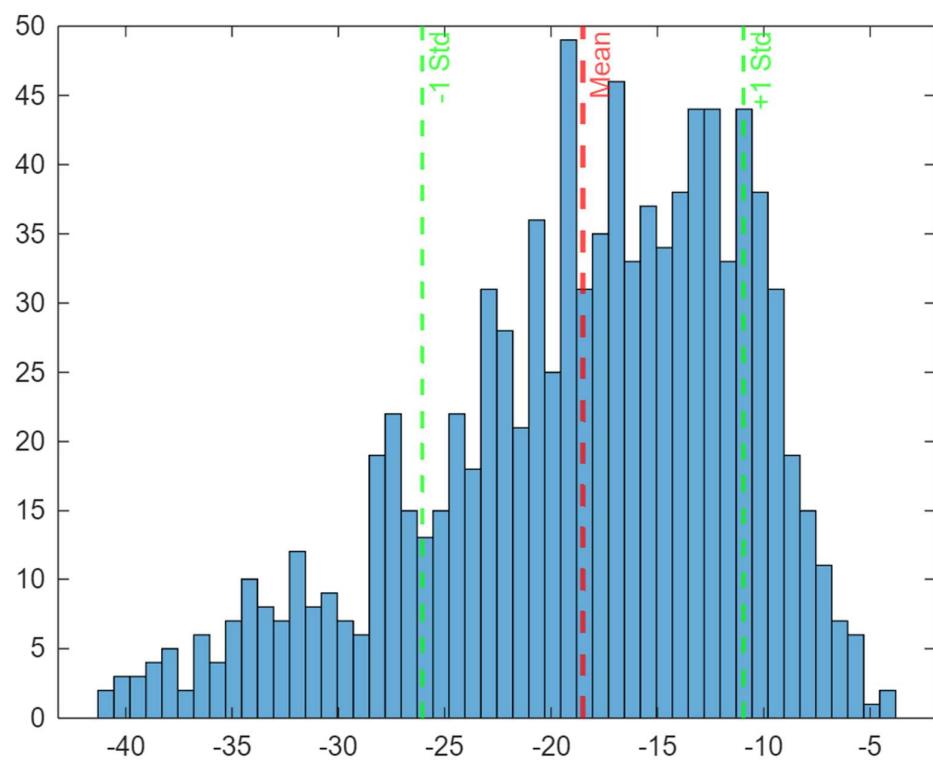
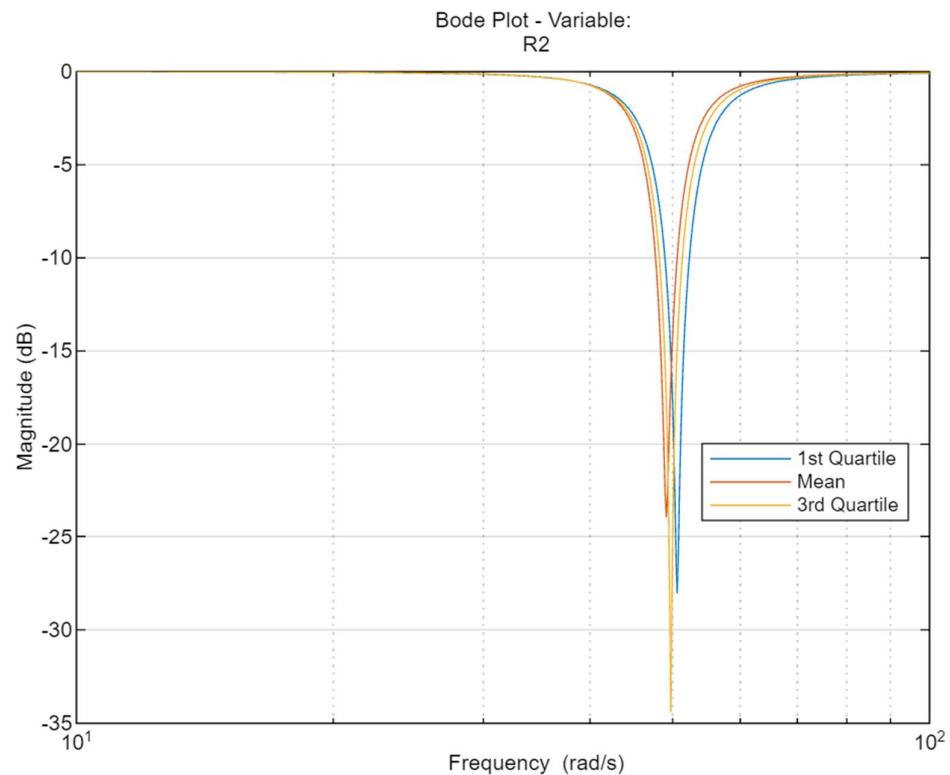


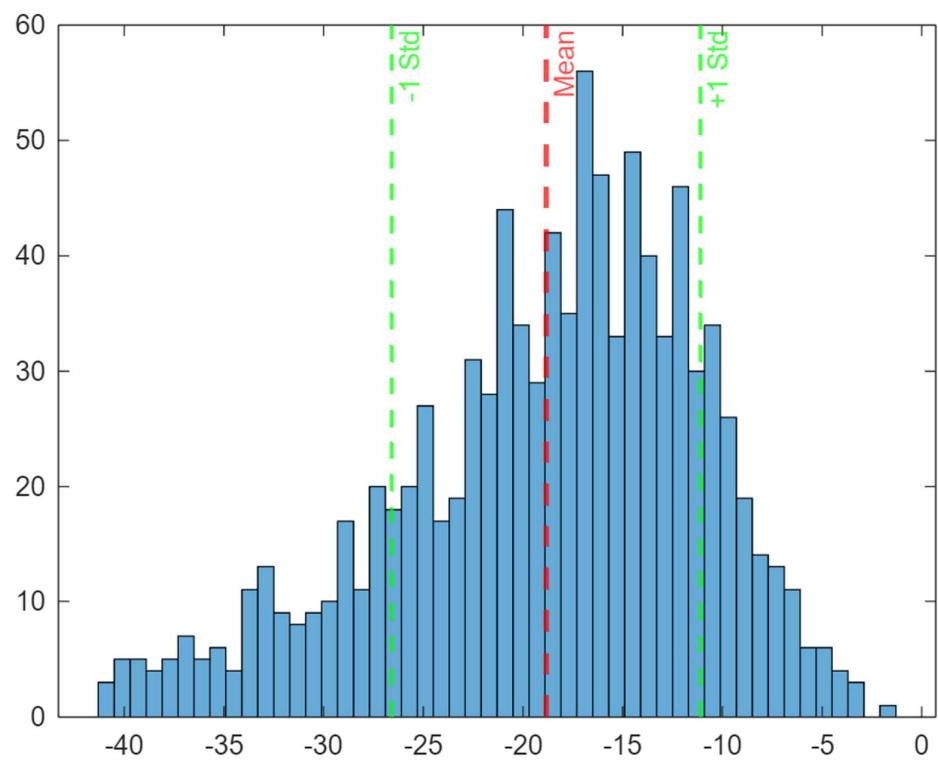
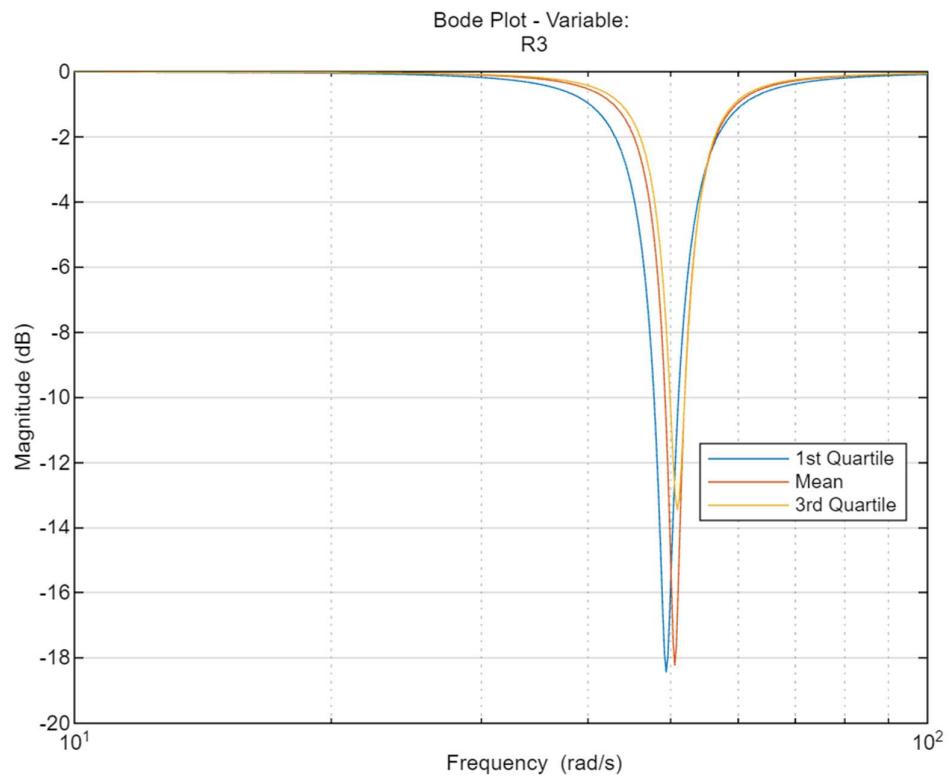
حال در فرکانس  $f_0$  بدست آمده در فاز قبل هیستوگرام توزیع بهره را رسم کنید. دقت کنید چون فرکانس در ماتریس بدست آمده به صورت نقاط مجزا است، بایستی نزدیکترین فرکانس به  $f_0$  این هیستوگرام را رسم کنید. بر هیستوگرام خط میانگین،  $\text{mean} + \text{std}$  و  $\text{mean} - \text{std}$  را رسم کنید. این کار را می‌توانید به وسیله تابع `std` انجام دهید و سپس در خط  $\text{mean} - \text{std}$  و  $\text{mean} + \text{std}$  رسم کنید.



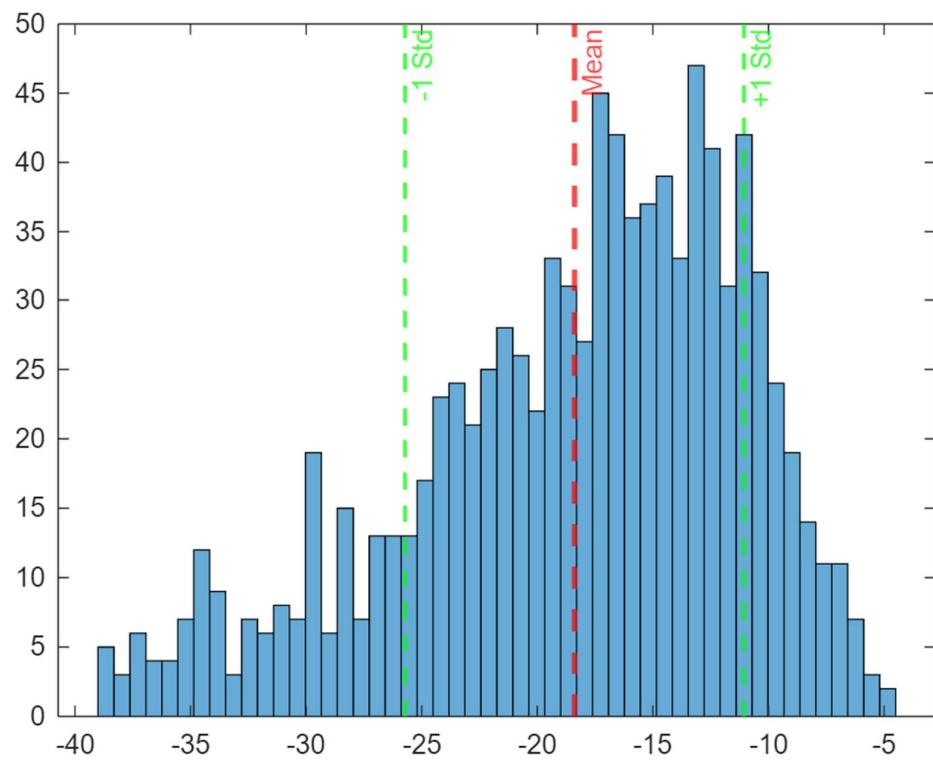
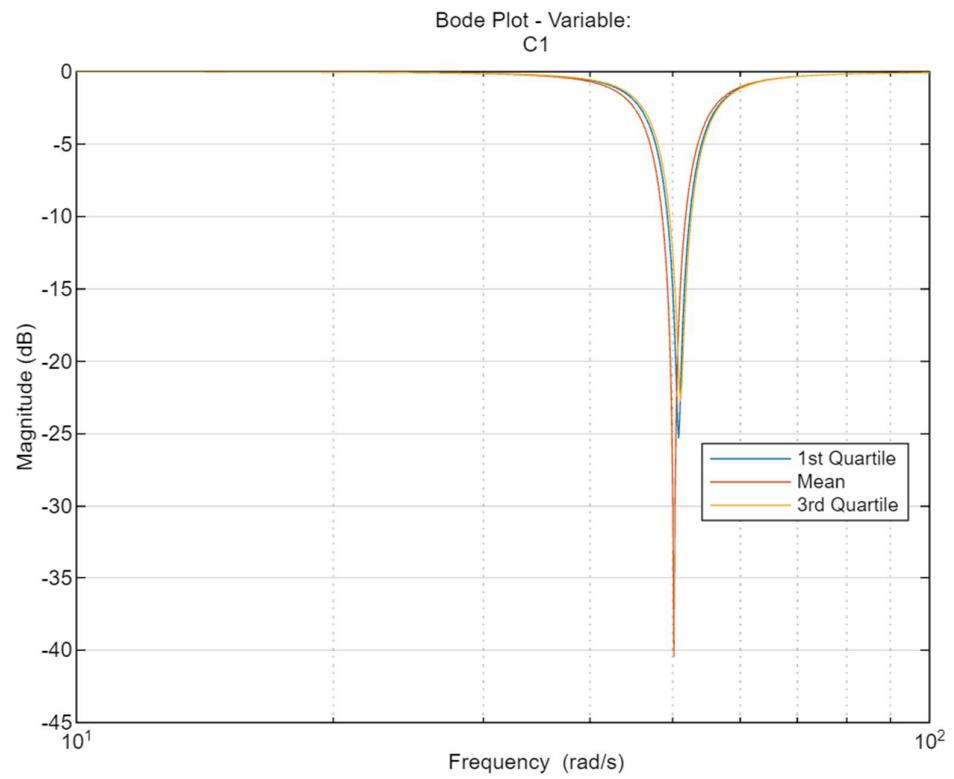
حال بایستی به ازای تلرنس ۵ درصد تاثیر هر المان را به صورت جداگانه نشان دهید و گزارش کنید.



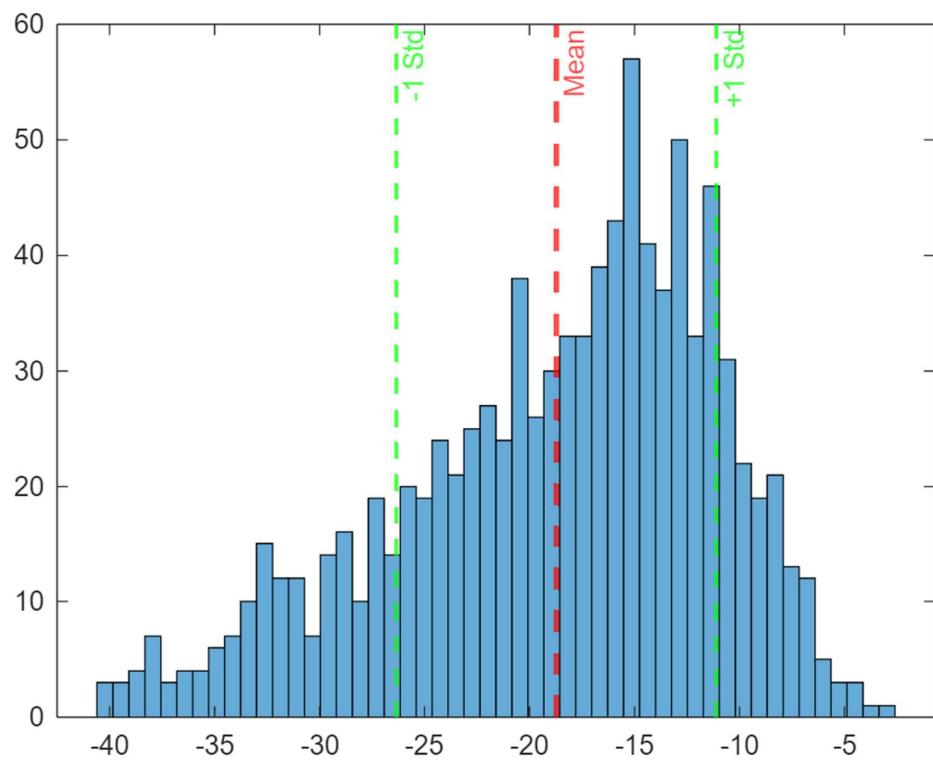
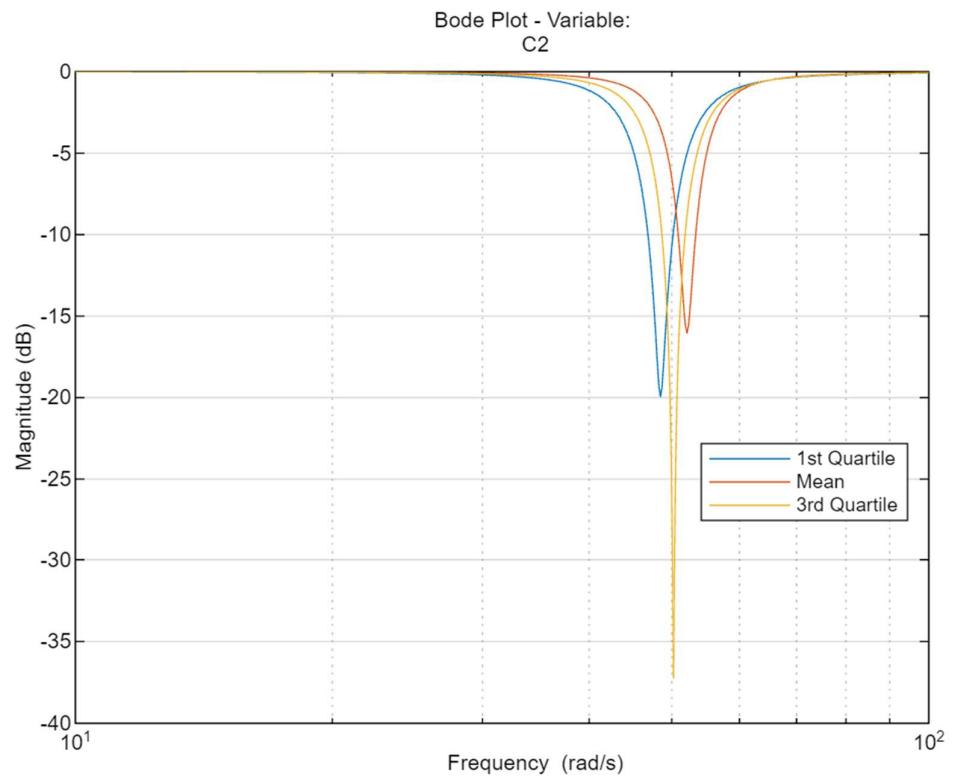


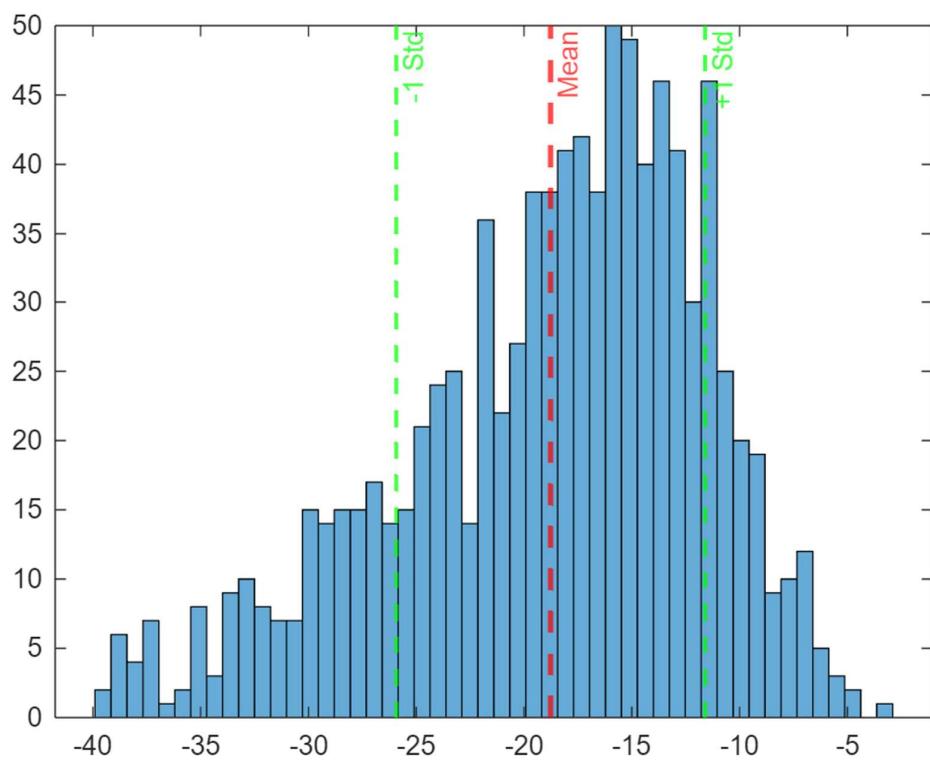
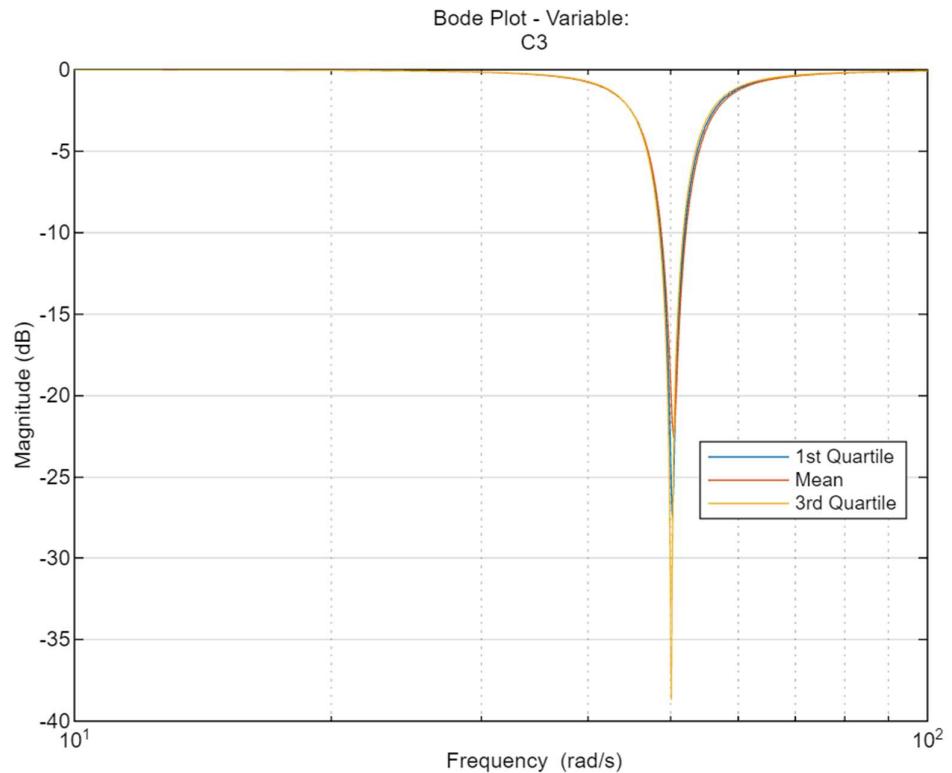


تاریخ ۵ درصد تاثیر R3



تکرانس ۵ درصد تاثیر C1





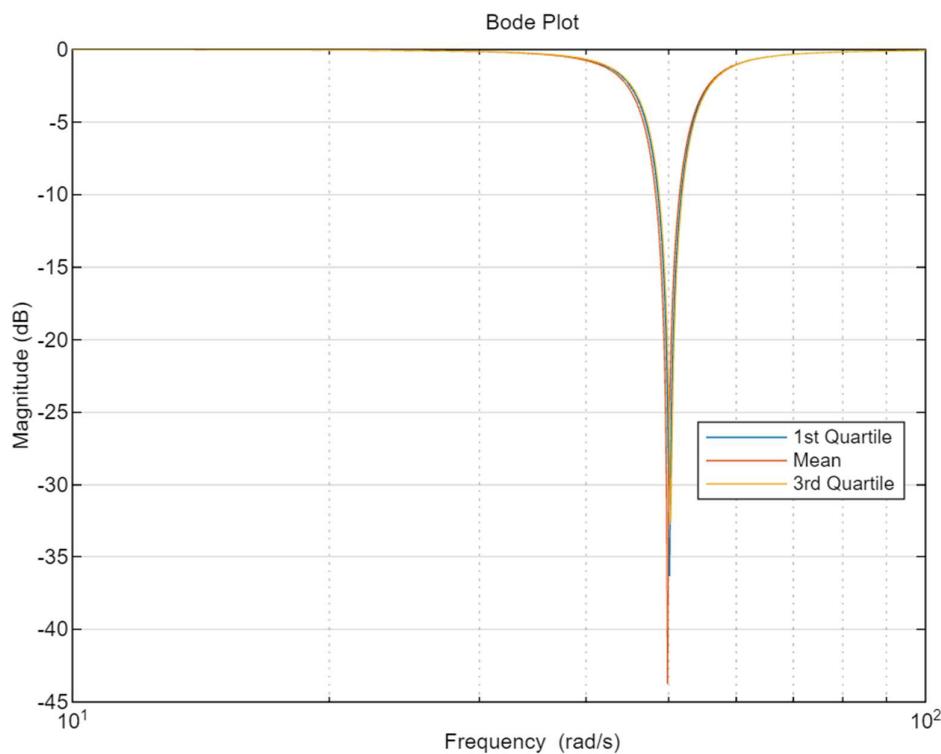
تاریخ ۵ درصد تاثیر C3

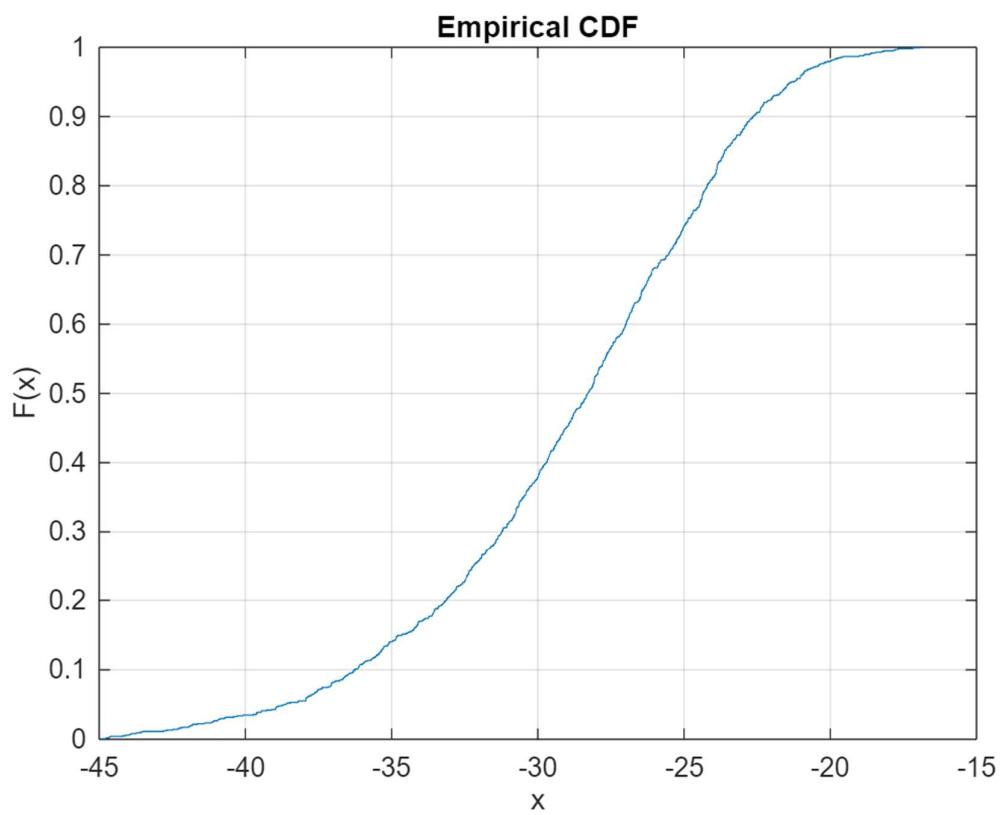
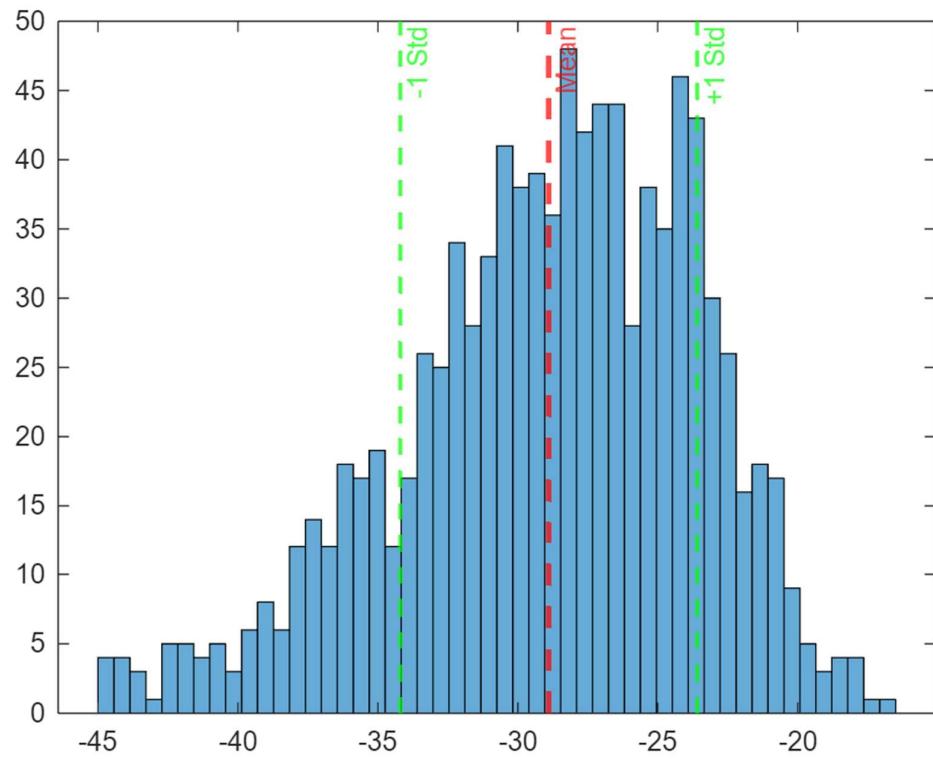
اکنون با توجه به نتایج بدست آمده سعی کنید یک پیشینه تلرانس منطقی برای هر المان تعیین کنید که شرط زیر برقرار شود. راهنمایی: ممکن است مجبور شوید با تغییر مقادیر R3 و R4 از شرط برآورده شوند. مقادیر جدید R3 و R4 را در ادامه پژوهه استفاده کنید.

$$BW_{-3dB} < 25 \text{ Hz}, \quad f_o = 50 \text{ Hz}, \quad P(\text{Gain at } 50 \text{ Hz} < -20 \text{ dB}) > 0.9$$

هیستوگرام نهایی مدار به ازای ماسیمم تلرانس‌های تعیین شده را نشان دهد. احتمال تضعیف کمتر از ۲۰ دسیبل را می‌توانید در محاسبه دستی مساحت زیر نمودار هیستوگرام بدست آورید.

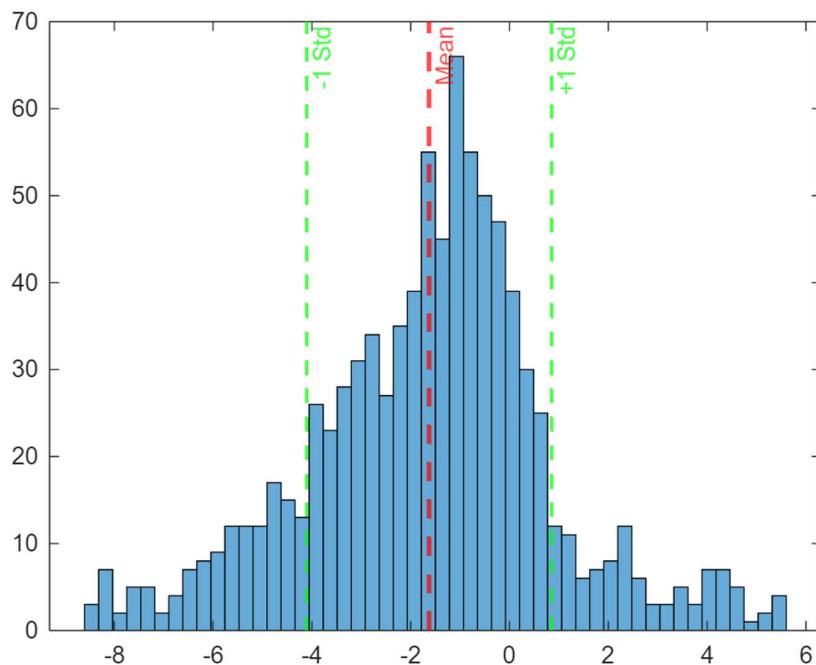
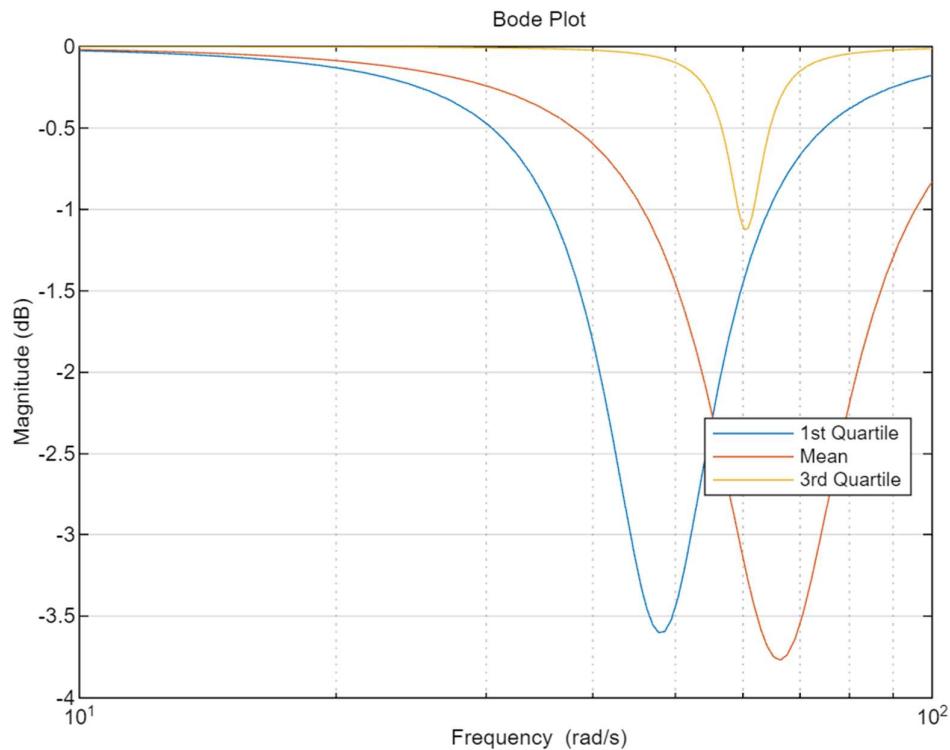
برای ایجاد شرایط بالا پیشینه تلرانس منطقی برای هر المان، تلرانس ۵٪ درصد در نظر می‌گیریم.

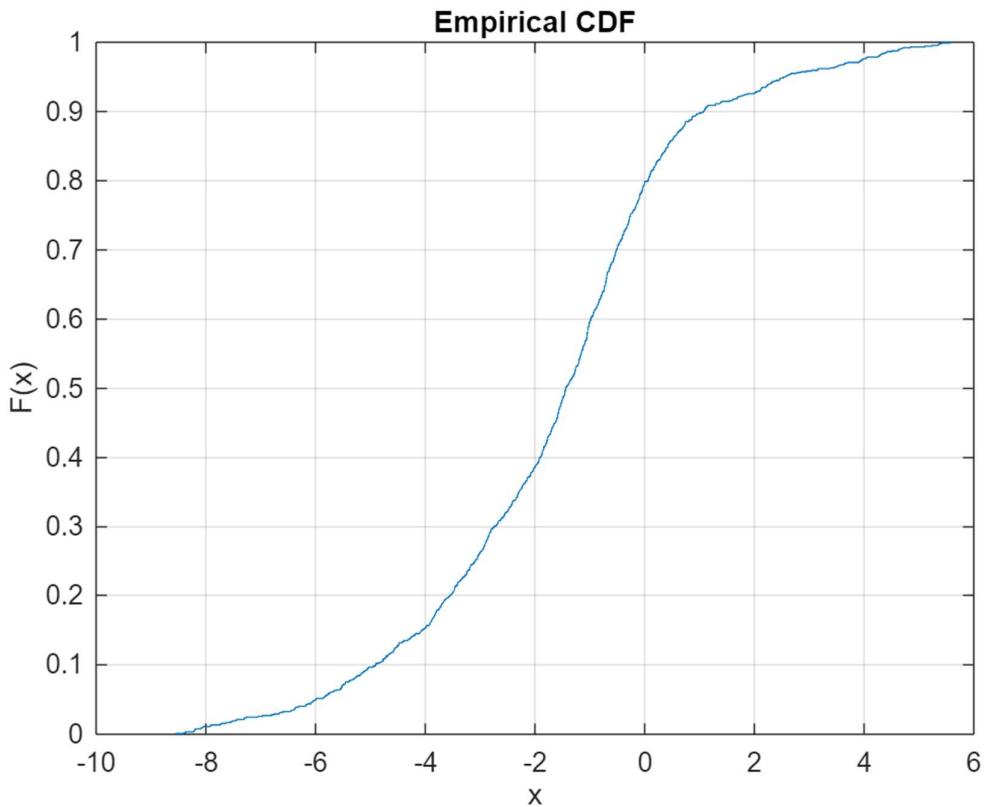




احتمال تضعیف کمتر از ۲۰ دسی بل تقریباً ۱ است.

آیا می‌توانید به ازای تلرانس ۲٪ به ازای تمام المان‌ها با احتمال بیش از ۹۰٪ تضعیف بیش از ۲۰ دسیبل و پهنهای باند ۱۵ هرتز داشته باشید؟ (اگر جواب خیر است علت محدود شدن را بیان کنید).





وقتی دو مقاومت ۲ برابر  $R_0$  و یک مقاومت  $R_0$  داریم، نسبت‌های این مقادیر نسبتاً حساس به تغییرات کوچک است. همانطور که اشاره کردید، حتی تغییرات کوچک در مقاومتها (مثل ۱ کیلو اهم) می‌تواند تأثیر زیادی بر گین و عملکرد کلی سیستم داشته باشد. اگر مقاومتها از نوع با ترانس بالا (مثلاً ۲ درصد) باشند، حتی تغییرات کوچک در مقادیر آن‌ها می‌تواند تأثیر زیادی بر گین سیستم بگذارد. وقتی که ترانس مقاومتها به ۲ درصد برسد، سیستم احتمالاً به طور غیرقابل قبولی حساس به تغییرات می‌شود. به این معنا که احتمالاً با ترانس ۲ درصد نمی‌توان به صورت قابل اعتمادی تضعیف بیش از ۲۰ دسی‌بل را در این شرایط به دست آورد. این مشکل بهویژه زمانی بیشتر نمایان می‌شود که مقاومتها از نوع با ترانس بالا انتخاب شده باشند. بنابراین، حتی تغییرات جزئی در مقاومتها می‌تواند باعث کاهش یا افزایش شدید گین شود و نتایج نهایی به دست آمده از طراحی ممکن است ناپایدار باشد.

در نتیجه، جواب منفی است و علت محدود شدن این است که ترانس ۲ درصد موجب ایجاد حساسیت زیاد در نسبت‌های مقاومتها می‌شود، که منجر به تغییرات شدید در گین و تضعیف می‌گردد. به همین دلیل، دست‌یابی به تضعیف بیش از ۲۰ دسی‌بل با ترانس ۲ درصد به طور قابل اعتمادی امکان‌پذیر نیست.

## فاز سوم پروژه

