

Chapitre 3

Algèbre relationnelle

Introduction

- L'algèbre relationnelle est le langage de manipulation de relation introduit inventé en 1970 par [Edgar Frank Codd](#), le directeur de recherche du centre [IBM](#) de [San José](#).
- Elle est constituée d'un ensemble d'opérations formelles sur les [relations](#). Les opérations relationnelles permettent de créer une nouvelle relation (table) à partir d'opérations élémentaires sur d'autres tables.
- Opérateurs :
 - Ensemblistes : union, intersection, différence, produit cartésien
 - Spécifiques : restriction, projection, jointure, division
 - Extensions : fonctions, agrégation

Introduction

- Les principes de l'algèbre relationnelle sont beaucoup utilisés de nos jours par les [SGBD](#) pour la gestion des [bases de données](#) informatiques comme le [SQL](#), [DBase](#), etc.
- Cependant, les [base de données relationnelles](#) ne fonctionnent pas tout à fait selon les règles ensemblistes de l'**algèbre relationnelle**. En effet, si l'on ne définit pas de [clé primaire](#), il est possible d'insérer plusieurs lignes identiques dans une [table](#), ce qui d'un point de vue [ensembliste](#) n'a pas de sens : un élément fait partie ou ne fait pas partie d'un ensemble. Si l'on veut appliquer strictement les règles des ensemble, il faut vérifier à chaque ajout dans une [table](#) que les lignes ne sont pas déjà présentes.

Union

- L'union des deux relations R1 et R2 est la relation contenant les **tuples appartenant à R1 ou à R2**
- Les schémas des relations doivent être identiques

- Notations
 - $UNION(R1, R2)$
 - $R1 \cup R2$



numDistrib	nom
2	Constance Film
3	Classique Film

numDistrib	nom
1	SF Movies
2	Constance Film

UNION(R1, R2)	
numDistrib	nom
1	SF Movies
2	Constance Film
3	Classique Film

Différence

- La différence des deux relations R1 et R2 est la relation contenant les **tuples appartenant à R1 et n'appartenant pas à R2**
- Les schémas des relations doivent être identiques

- Notations
 - $DIFF(R1, R2)$
 - $R1 - R2$



numDistrib	nom
2	Constance Film
3	Classique Film

numDistrib	nom
1	SF Movies
2	Constance Film

DIFF(R1, R2)	
numDistrib	nom
3	Classique Film

Intersection

- L'intersection des deux relations R1 et R2 est la relation contenant les **tuples appartenant à R1 et à R2**
- Les schémas des relations doivent être identiques

- Notations
 - $INTER(R1, R2)$
 - $R1 \cap R2$



numDistrib	nom
2	Constance Film
3	Classique Film

numDistrib	nom
1	SF Movies
2	Constance Film

INTER(R1, R2)	
numDistrib	nom
2	Constance Film

Produit cartésien

- Le produit cartésien des deux relations R1 et R2 est la relation ayant comme schéma l'union des schémas et contenant comme tuples **toutes les combinaisons des tuples de R1 et R2**

- Notations
 - $PROD(R1, R2)$
 - $R1 \times R2$



Exemple produit cartésien

R1	numDistrib	nom
1		SF Movies
2		Constance Film
3		Classique Film

R2	numFilm	titre	Annee
15		Alien	1979
1		Casablanca	1942
6		Les bronzés	1978

PROD(R1,R2)

numDistrib	nom	numFilm	titre	Annee
1	SF Movies	15	Alien	1979
1	SF Movies	1	Casablanca	1942
1	SF Movies	6	Les bronzés	1978
2	Constance Film	15	Alien	1979
2	Constance Film	1	Casablanca	1942
2	Constance Film	6	Les bronzés	1978
3	Classique Film	15	Alien	1979
3	Classique Film	1	Casablanca	1942
3	Classique Film	6	Les bronzés	1978

Projection

- La projection de la relation R1 sur les attributs (A1, A2, ..., An) est une "relation" ayant comme schéma seulement les attributs mentionnés et contenant tous les tuples de la relation R1

- Notations
 - $R1 \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$
 - $\Pi_{A_1, A_2, \dots, A_n}(R1)$



R1	numFilm	titre	pays	annee	note	duree	langue
15		Alien	USA	1979	8,3	117	E
6		Les bronzés	F	1978	7,2	87	F
20		Dracula	USA	1958	7,4	82	E
19		Dracula	USA	1992	7,1	128	E

$\Pi_{titre, pays}(R1)$	titre	pays
Alien		USA
Les bronzés		F
Dracula		USA
Dracula		USA

Restriction

- La restriction d'une relation R1 par une condition est une relation contenant les tuples satisfaisant la condition

- Notations
 - $R1[CONDITION]$
 - $\sigma_{CONDITION}(R1)$



R1	numFilm	titre	pays	annee	note	duree	langue
15		Alien	USA	1979	8,3	117	E
6		Les bronzés	F	1978	7,2	87	F
22		Head On	D	2004	7,6	121	G
19		Dracula	USA	1992	7,1	128	E

$\sigma_{annee=1990}(R1)$	numFilm	titre	pays	annee	note	duree	langue
22		Head On	D	2004	7,6	121	G
19		Dracula	USA	1992	7,1	128	E

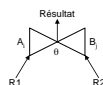
Jointure (interne)

- La jointure des deux relations R1 et R2 sous une condition est une relation ayant comme schéma l'union des schémas et contenant comme tuples toutes les combinaisons des tuples de R1 et de R2 satisfaisant la condition

- La condition est du type $A_i \theta B_j$
 - A_i Un attribut de la relation R1
 - B_j Un attribut de la relation R2

- Jointure naturelle : omission de la condition si les 2 attributs ont le même nom

- Notations
 - $JOIN(R1, R2 / CONDITION)$
 - $R1 \bowtie_{CONDITION} R2$



Exemple de jointure interne

Film	numFilm	titre	pays	annee	note	duree	langue	numDistributeur
1		Casablanca	USA	1942	8,8	102	E	3
3		Terminator	USA	1984	7,9	108	E	1
4		Die Hard	USA	1988	8	131	E	2
6		Les bronzés	F	1978	7,2	87	F	3
7		Le père Noël est une ordure	F	1982	7,5	88	F	3
14		Blade Runner	USA	1982	8,2	117	E	1
15		Alien	USA	1979	8,3	117	E	1
16		Alien 2	USA	1982	8,2	137	E	1
20		Dracula	USA	1958	7,4	82	F	3

Location	numFilm	numClient	dateDe	date	numMagasin
3	2		13/02/2006	14/02/2006	1
4	2		02/09/2006	03/09/2006	1
13	2		03/09/2006	04/09/2006	1
14	3		02/09/2006	03/09/2006	2
18	3		05/09/2006	06/09/2006	3

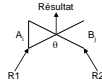
JOIN(Film, Location / Location.numFilm == Film.numFilm)

Join(Film,Location) pays:annee==Film.numFilm													
Film. numFilm	titre	pays	annee	note	duree	langue	num Distributeur	Location. numFilm	numClient	dateDe	date	num Magasin	
3	Terminator	USA	1984	7,9	108	E	1	3		21/3/2006	14/02/2006	1	
4	Die Hard	USA	1988	8	131	E	2	4		2/02/09/2006	03/09/2006	1	
14	Blade Runner	USA	1982	8,2	117	E	1	14		3/02/09/2006	03/09/2006	2	

Semi-jointure

- La semi-jointure des deux relations R1 et R2 sous une condition est une relation ayant le schéma de la relation R1 et contenant tous les tuples participant à la jointure.
- Elle est équivalente à une jointure interne suivie par une projection sur les attributs de la relation R1
- Notations

- $\bowtie_{\text{CONDITION}}(R1, R2)$
- $R1 \bowtie_{\text{CONDITION}} R2$



$\text{SJOIN}(\text{Film}, \text{Location} / \text{Location.numFilm} == \text{Film.numFilm})$

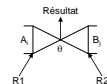
numFilm	titre	pays	annee	note	duree	langue	num Distributeur
3	Terminator	USA	1984	7.9	108	E	1
4	Die Hard	USA	1988	8	131	E	2
14	Blade Runner	USA	1982	8.2	117	E	1

Jointure externe

- La jointure externe des deux relations R1 et R2 sous une condition est une relation ayant comme schéma l'union des schémas et contenant comme tuples les tuples produits par une jointure interne et les tuples des relations R1 et R2 (qui n'ont pas participé à la jointure) avec des valeurs NULL pour les attributs de l'autre relation

- Notations

- $\bowtie_{\text{CONDITION}}(R1, R2, \text{CONDITION})$
- $R1 \bowtie_{\text{CONDITION}} R2$



Exemple de jointure externe

Location	numFilm	numClient	date
3	2	13/02/2006	
4	2	02/09/2006	
13	2	03/09/2006	
14	3	02/09/2006	
18	3	05/09/2006	

Film	numFilm	titre
1	Casablanca	
3	Terminator	
4	Die Hard	
6	Les bronzés	
7	Le père Noël est une ordure	
14	Blade Runner	
15	Alien	
16	Alien 2	
20	Dracula	

$\text{XJOIN}(\text{Location}, \text{Film} / \text{Location.numFilm} == \text{Film.numFilm})$

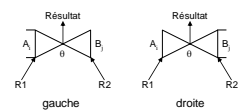
Location	numFilm	numClient	date	Film	numFilm	titre
3	2	13/02/2006	3	Terminator		
4	2	02/09/2006	4	Die Hard		
14	3	02/09/2006	14	Blade Runner		
13	2	03/09/2006	-	-		
18	3	05/09/2006	-	-		
-	-	-	1	Casablanca		
-	-	-	6	Les bronzés		
-	-	-	7	Le père Noël est une ordure		
-	-	-	15	Alien		
-	-	-	16	Alien 2		
-	-	-	20	Dracula		

Jointure externe gauche / droite

- La jointure externe gauche des deux relations R1 et R2 sous une condition est une relation ayant comme schéma l'union des schémas et contenant comme tuples les tuples produits par une jointure interne et les tuples de la relation R1 avec des valeurs NULL pour les attributs de la relation R2
- Inversement pour la jointure externe droite

- Notations

- $\bowtie_{\text{CONDITION}}(*R1, R2, \text{CONDITION})$
- $\bowtie_{\text{CONDITION}}(R1, *R2, \text{CONDITION})$
- $R1 \bowtie_{\text{CONDITION}} R2$
- $R1 \bowtie_{\text{CONDITION}} R2$



Exemple jointure externe

Location	numFilm	numClient	date
3	2	13/02/2006	
4	2	02/09/2006	
13	2	03/09/2006	
14	3	02/09/2006	
18	3	05/09/2006	

Film	numFilm	titre
1	Casablanca	
3	Terminator	
4	Die Hard	
6	Les bronzés	
7	Le père Noël est une ordure	
14	Blade Runner	
15	Alien	
16	Alien 2	
20	Dracula	

$\text{XJOIN}(*\text{Location}, \text{Film} / \text{Location.numFilm} == \text{Film.numFilm})$

Location	numFilm	numClient	date	Film	numFilm	titre
3	2	13/02/2006	3	Terminator		
4	2	02/09/2006	4	Die Hard		
14	3	02/09/2006	14	Blade Runner		
18	3	05/09/2006	-	-		

$\text{XJOIN}(\text{Location}, *\text{Film} / \text{Location.numFilm} == \text{Film.numFilm})$

Location	numFilm	numClient	date	Film	numFilm	titre
3	2	13/02/2006	3	Terminator		
4	2	02/09/2006	4	Die Hard		
14	3	02/09/2006	14	Blade Runner		
-	-	-	1	Casablanca		
-	-	-	6	Les bronzés		
-	-	-	7	Le père Noël est une ordure		
-	-	-	15	Alien		
-	-	-	16	Alien 2		
-	-	-	20	Dracula		

Division

- la division de la relation R1 par la relation R2 est la relation contenant des tuples qui, concaténés à tout tuple de R2, font partie des tuples de R1

- Notations

- $\text{DIV}(R1, R2)$
- $R1 \div R2$



R1	pays	langue	annee
A	G	1993	
AU	E	1993	
AU	E	1994	
D	G	2004	
F	F	1992	
J	J	2001	
USA	E	1942	
USA	E	1958	
USA	E	1990	
USA	E	1991	
USA	E	1992	
USA	E	1993	
USA	E	1994	
USA	E	1995	

R2	langue	annee
E	1993	
AU	1994	
E	1993	
E	1994	
J	2001	

R1 ÷ R2	pays
AU	
USA	

R3	langue	annee
E	1993	
E	1994	
J	2001	

R1 ÷ R3	pays
USA	

R4	langue	annee
E	1993	
E	1994	
E	1942	

R1 ÷ R4	pays
USA	

Extensions : Fonctions

- Les fonctions permettent de se servir d'expressions arithmétiques pour affiner les restrictions, les jointures et les projections
- Exemple :
 - R1 = Employes[salaire/echelon>1000] (restriction)
 - R1 = JOIN(Employes, Echelon, (Salaire-1000)/200 = echelon)
 - R1 = Film {titre,2004+annee} (projection)

Extension : agrégation

- Les agrégations permettent de combiner les attributs de plusieurs tuples afin d'obtenir un seul résultat final agrégé, ou plusieurs résultats groupés
- Notation :
 - R=CALCULER(R0, fonction1, fonction2, ...)
 - R=AGREGAT(R0, A1, A2, ..., fonction1, fonction2, ...)
- Différentes fonctions d'agrégations :
 - SUM(A), AVG(A), MIN(A), MAX(A), COUNT()

Exemple d'agrégation

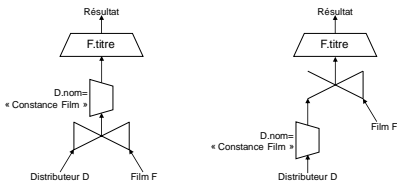
Film				
titre	pays	annee	note	duree
Casablanca	USA	1942	8.8	102
Terminator	USA	1984	7.9	108
Die Hard	USA	1988	8	131
Les bronzés	F	1978	7.2	87
Le père Noël est une ordure	F	1982	7.5	88
Blade Runner	USA	1982	8.2	117
Alien	USA	1979	8.3	117
Alien 2	USA	1982	8.2	137
Dracula	USA	1958	7.4	82

CALCULER(Film, AVG(2004+annee), MIN(note), MAX(duree))				
"AVG(2004+annee)"	"MIN(note)"	"MAX(duree)"		
29	7.2	137		

AGREGAT(Film,pays, AVG(2004+annee), MIN(note),MAX(duree))				
pays	"AVG(2004+annee)"	"MIN(note)"	"MAX(duree)"	
USA	30.43	7.4	137	
F	24	7.2	88	

Arbre algébrique

- Donner les titres des films distribués par « Constance Film »
Film (numFilm, Titre, Pays, Annee, Note, Duree, Langue, numDistributeur_{fk})
Distributeur (numDistributeur, Nom, Adresse)



Exercices

Algèbre relationnelle

Exercices

- Donner les noms des clients ayant loués des films dans lesquels apparaît l'acteur « Michel White »
- Donner les adresses des magasins qui stockent au moins un film d'horreur, ainsi que les titres de ces films.
- Donner les noms des films réalisés par un artiste ayant de l'expérience professionnelle comme acteur aussi bien que comme réalisateur.