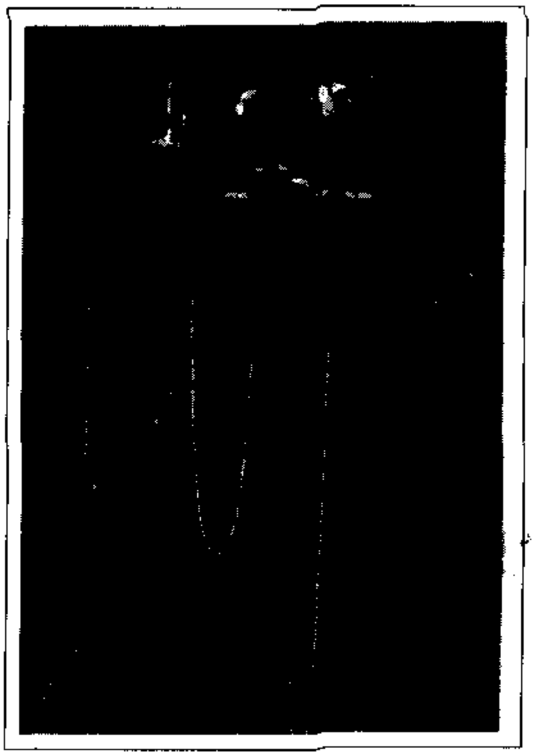
CONSERVAÇÃO DA ENERGIA | 8



No perigoso "esporte" do ioiô humano, uma participante amarra uma corda elástica nos tornozelos e salta de grande altura. Como calcular a que distância chegará do chão? A resposta, naturalmente, é importante para a "atleta", que sabe muito bem o que a aguarda se o cálculo estiver errado.

8-1 Trabalho e Energia Potencial

Começamos este capítulo com uma definição: **energia** é uma propriedade associada ao estado de um ou mais corpos. No Cap. 7, discutimos um tipo de energia: a energia cinética K, associada ao estado de movimento dos corpos. Neste capítulo, vamos falar de outro tipo: a energia potencial U, associada à configuração de um ou mais corpos. (Um terceiro tipo de energia, do ponto de vista macroscópico, a térmica, associada aos movimentos aleatórios dos átomos e moléculas de um corpo, também entrará na discussão. As mudanças de energia térmica de um corpo são demonstradas por mudanças na temperatura do corpo.)

Quando Vasili Alexeev levantou 254 kg acima da própria cabeça, não aumentou a energia cinética dos pesos, é sim a distância entre os pesos e a Terra, que se atraem mutuamente através da força gravitacional. O trabalho realizado pelo atleta aumentou a energia potencial gravitacional do sistema pesos-Terra porque mudou a sua configuração, isto é, mudou a posição relativa entre os pesos e a Terra. **Energia potencial gravitacional** é aquela associada ao estado de separação entre dois ou mais corpos que se atraem através da força gravitacional.

Quando você comprime ou distende uma mola, a posição relativa das espiras da mola é modificada. Elas resistem a essa mudança, e o resultado do seu trabalho é um aumento da energia potencial elástica da mola. **Energia potencial elástica** é a energia associada ao estado de compressão ou distensão de um objeto elástico.

Na linguagem usada para descrever os fenômenos que envolvem trabalho e energia, dizemos freqüentemente que a energia potencial foi "armazenada" num sistema, no sentido de que essa energia pode se manifestar mais tarde em forma de movimento. Assim, por exemplo, dizemos que o saltador da Fig. 8-1 armazena energia potencial na vara ao

Fig. 8-1 Um saltador realiza um certo trabalho para encurvar a vara de fibra de vidro, armazenando assim uma certa quantidade de energia potencial elástica. No meio do salto, recupera essa energia na forma de energia potencial gravitacional. O recorde mundial com uma vara rígida (feita de alumínio, aço ou bambu) foi de 4,76 *m*, estabelecido em 1942, e durou 17 anos. Quando foram introduzidas as varas flexíveis de fibra de vidro, o recorde aumentou quase imediatamente para 5,18 m.

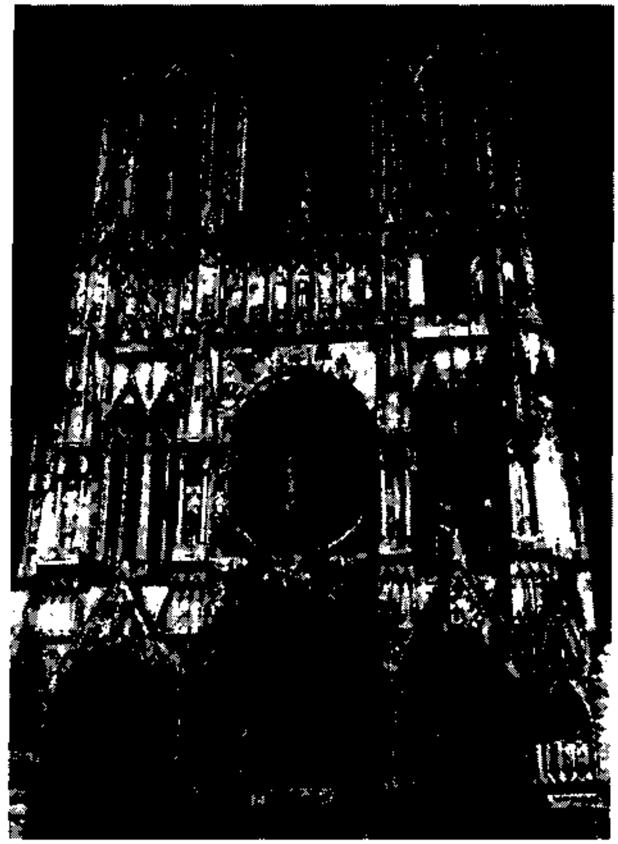


Fig. 8-2 A catedral de Rheims, construída por volta de 1240 d.C. Cada pedra da estrutura pode ser considerada como um depósito de energia potencial. Onde se encontram, na sua opinião, as pedras que armazenam maior energia potencial?

encurvá-la. Quando a vara volta a ficar reta, ela imprime um impulso adicional ao saltador.

Quando as pedras da catedral de Rheims (Fig. 8-2) foram transportadas de uma pedreira para a localização atual, uma energia potencial foi "armazenada" no sistema pedras-Terra. Entretanto, usando uma linguagem menos precisa, podemos dizer que a energia foi armazenada nas pedras e assim podemos nos referir à "energia potencial da pedra" ou mesmo à energia potencial da catedral como um todo. Este modo de falar é aceitável, desde que se tenha em mente que a Terra é parte importante do sistema de armazenamento de energia.

8-2 Energia Mecânica

Vamos ver agora como três forças diferentes mudam o estado de um sistema para verificar se é possível atribuir uma energia potencial à configuração do sistema. Nosso teste (que será justificado na Seção 8-4) é o seguinte: o sistema começa num estado inicial, com um corpo do sistema possuindo uma certa quantidade de energia cinética, e a força realiza um trabalho sobre o corpo, fazendo mudar a sua energia cinética. Quando o sistema volta ao estado inicial, verificamos se o corpo tem a mesma energia cinética que no início do teste. Se isso é verdade, então podemos definir uma energia potencial (uma energia armazenada) para o sistema. Vamos ver que isso pode ser feito quando a força é uma força elástica (como a de uma mola) ou uma força gravitacional. Entretanto, quando a força é de atrito dinâmico, não podemos definir uma energia potencial.

Vamos também falar da **energia mecânica** E de um sistema, que é a soma da energia cinética e da energia potencial. Nosso objetivo será verificar o que acontece com o valor da energia mecânica quando uma força gravitacional, de atrito ou elástica, age dentro do sistema. Será que E varia? Ou será que permanece constante, caso em que podemos dizer que é **conservada**?

A Força Elástica

A Fig. 8-3*a* mostra uma mola no estado relaxado, com uma das extremidades presa a uma parede. Um bloco de massa m, deslizando com energia cinética K, está prestes a se chocar com a extremidade livre da mola. Supomos que não existe atrito no plano horizontal, que a mola não tem massa e é *ideal* (isto é, não apresenta atrito interno quando é comprimida ou distendida), e que obedece à lei de Hooke (Eq. 7-16):

$$F(x) = -kx. \qquad (8\text{-}1)$$

Na equação 8-1, $F(x)$, a *força da mola*, é a força exercida pela mola sobre o bloco, e x é o deslocamento que a mola sofre ao ser comprimida ou distendida.

Depois que o bloco da Fig. 8-3*a* se choca com a mola, começa a comprimi-la (Fig. 8-3*b*) e perde velocidade, e, portanto, energia cinética, até parar momentaneamente (Fig. 8-3*c*). Em seguida, começa a se mover no sentido oposto, empurrado pela mola, que começa a se distender (Fig. 8-3*d*). Quando o bloco está prestes a se separar da mola, tem a mesma energia cinética (Fig. 8-3*e*) que na situação inicial (Fig. 8-3*a*).

Como a energia cinética é totalmente devolvida ao bloco quando este completa a "viagem" e volta ao ponto de partida, e o sistema volta ao estado inicial (isto é, o bloco está na posição inicial e a mola tem o comprimento inicial), podemos atribuir uma energia potencial ao sistema bloco-mola. Essa energia potencial é função do estado de compressão da mola.

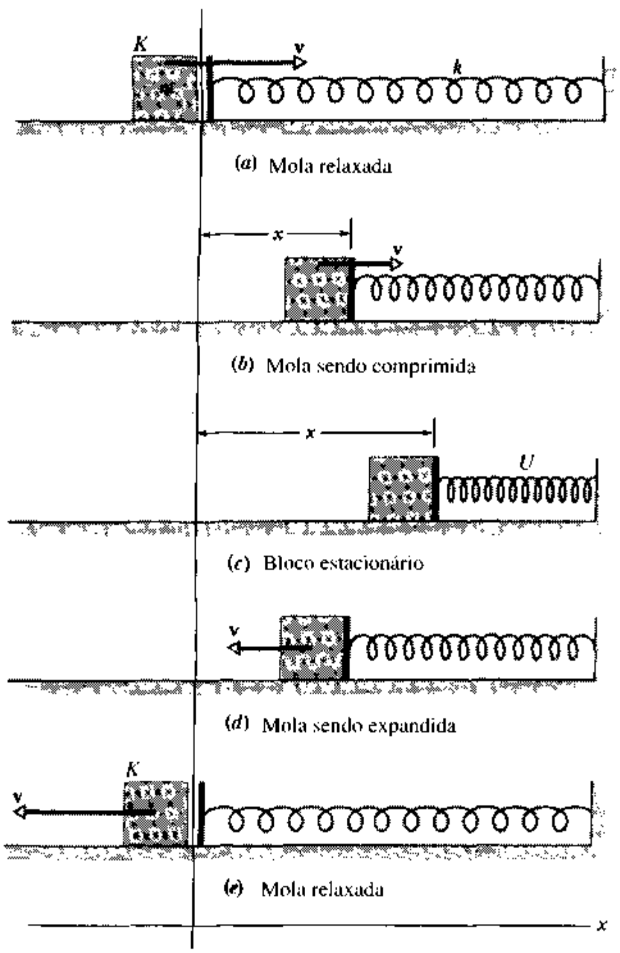


Fig. 8-3 A energia cinética K de um bloco em movimento se transforma na energia potencial U de uma mola comprimida e se transforma de novo em energia cinética. (*a*) O bloco está prestes a atingir a extremidade da mola, que se encontra no estado relaxado. (*b*) A velocidade do bloco diminui e a mola é comprimida. (*c*) O bloco fica imóvel, depois de transferir toda a sua energia cinética para a mola. (*d*) A mola se distende, empurrando o bloco para trás. (*e*) O bloco recupera toda a sua energia cinética inicial.

Quando o bloco está comprimindo a mola, está perdendo energia cinética, mas a mola está ganhando energia potencial. Durante este processo, podemos dizer que a energia está sendo transferida do bloco para a mola. Quando a mola está se distendendo, está perdendo energia potencial, mas a energia cinética do bloco está aumentando. Durante este processo, podemos dizer que a energia está sendo transferida da mola para o bloco.

A energia mecânica E do sistema bloco-mola é a soma da energia cinética do bloco e da energia potencial da mola no mesmo instante de tempo. O que há de notável numa situação como a da Fig. 8-3 é que E permanece constante durante os vários estágios de transferência de energia. Em outras palavras, a energia mecânica do sistema bloco-mola é conservada. Se E não fosse conservada, o bloco não acabaria no estado inicial com a energia cinética inicial.

A transferência de energia entre o bloco e a mola é como uma transferência de dinheiro entre uma caderneta de poupança e uma conta corrente. Se você transfere dinheiro da caderneta de poupança para a conta corrente, o saldo da caderneta diminui no valor em que o saldo da conta corrente aumenta, mas a soma das duas contas permanece a mesma, ou seja, é conservada.

A conservação da energia mecânica do sistema blocomola pode ser escrita na forma

$$\begin{aligned} E &= U_1 + K_1 = U_2 + K_2 = \cdots \\ &= U_n + K_n = \text{constante}, \end{aligned} \tag{8-2}$$

onde o índice inferior é usado para indicar diferentes instantes durante o processo de transferência de energia. Uma forma equivalente de escrever a Eq. 8-2, desta vez em termos de *variações* de energia, é

$$\Delta K + \Delta U = 0, \tag{8-3}$$

que nos diz que cada variação da energia cinética do bloco é acompanhada por uma variação igual e oposta da energia potencial elástica da mola.

A Força Gravitacional

A Fig. 8-4 mostra uma bola de massa m se movendo verticalmente para cima próximo à superfície da Terra e sujeita apenas ao seu próprio peso $m\mathbf{g}$, que se deve à força gravitacional exercida pela Terra. Enquanto a bola sobe, o peso faz trabalho sobre ela, reduzindo sua velocidade e portanto sua energia cinética, até que, no ponto c, a bola pára momentaneamente. Em seguida, começa a cair, enquanto o peso continua a fazer trabalho sobre ela, mas desta vez aumentando sua velocidade e energia cinética.

As Figs. 8-3 e 8-4 são semelhantes; os estados equivalentes estão rotulados com as mesmas letras. Nas duas figuras, um corpo percorre um trajeto ao longo do qual perde toda a sua energia cinética e torna a recuperá-la ao voltar ao ponto de partida.

Quando a bola sobe na Fig. 8-4, perdendo energia cinética, podemos dizer que a energia está sendo transferida da

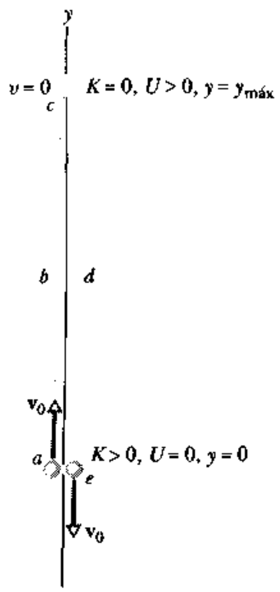


Fig. 8-4 Uma bola de massa m é arremessada para cima. Durante a subida, a energia é transferida da energia cinética da bola para a energia potencial do sistema bola-Terra, até que a bola pára por um instante no ponto c. Em seguida, a bola começa a cair, recuperando a energia cinética, ao mesmo tempo que a energia potencial do sistema bola-Terra diminui. Os pontos rotulados correspondem aos estados (a) a (e) da Fig. 8-3.

bola para o sistema bola-Terra, onde é armazenada na forma de energia potencial gravitacional. Quando a bola cai e sua energia cinética aumenta, a energia potencial do sistema bola-Terra diminui. Neste processo, podemos dizer que a energia está sendo transferida do sistema para a bola, transformando-se em energia cinética. Durante a subida e a descida da bola, a energia mecânica do sistema é conservada.

A Força de Atrito Dinâmico

Considere um bloco de massa m deslizando num piso até que a força de atrito exercida sobre ele pelo piso faça-o parar. A situação é diferente das situações ilustradas nas Figs. 8-3 e 8-4, porque a energia cinética que o bloco perdeu não pode ser recuperada.

O motivo por que a energia cinética não pode ser recuperada liga-se ao fato de que é transferida para o bloco e para o piso na forma de energia térmica. Esta transferência é irreversível (reverter este processo seria como devolver um ovo mexido a sua forma original). Assim, neste exemplo não podemos dizer que a energia é armazenada como energia potencial. Em vez disso, dizemos que a energia é **dissipada** (transferida de forma irreversível). Concluímos que a energia mecânica do sistema bloco-piso não é conservada, mas diminui com o tempo.

8-3 Determinação da Energia Potencial

Vamos agora à parte quantitativa. Suponha que uma única força **F**, que pode ser um peso ou a força de uma mola, age sobre uma partícula, realizando uma quantidade de trabalho W. Combinando a Eq. 8-3 com o teorema do trabalho-energia cinética,

$$W = \Delta K, \tag{8-4}$$

temos:

$$\Delta U = -W \quad \text{(definição de } \Delta U\text{)}. \tag{8-5}$$

Assim, se uma força muda a energia potencial de um sistema e altera a sua configuração, a variação de energia potencial é igual ao trabalho realizado pela força com o sinal oposto. Vemos também que a unidade de energia potencial no sistema SI é a mesma que a unidade de trabalho, isto é, o joule.

No caso de um movimento unidimensional, a Eq. 8-5 se torna

$$\Delta U = -W = -\int_{x_i}^{x} F(x)\, dx, \tag{8-6}$$

onde x_i, representa a configuração inicial do sistema e x é qualquer outra configuração.

Apenas as *variações* da energia potencial são fisicamente importantes. Este fato permite simplificar uma situação que envolva a energia potencial (1) escolhendo arbitrariamente uma *configuração de referência* x_0, (2) atribuindo a essa configuração uma energia potencial de referência $U(x_0)$ (que em geral é tomada como sendo igual a zero) e (3) calculando a energia potencial de uma configuração qualquer em relação à configuração de referência. A energia potencial $U(x)$ de uma configuração qualquer é dada por

$$\begin{aligned} U(x) &= U(x_0) + \Delta U \\ &= U(x_0) - \int_{x_0}^{x} F(x)\, dx. \end{aligned} \tag{8-7}$$

Para compreendermos melhor essas idéias, vamos aplicá-las a dois casos específicos.

Energia Potencial Elástica

Vamos tomar a configuração de referência x_0 de uma mola como seu estado relaxado, com a extremidade livre na posição $x = 0$. Vamos tomar ainda a energia potencial dessa configuração de referência como igual a zero: $U(x_0) = 0$. Vamos supor que a única força presente seja a força da mola. Substituindo $F(x)$ da Eq. 8-1 na Eq. 8-7, temos

$$U(x) = 0 - \int_0^x (-kx)\, dx,$$

ou

$$U(x) = \tfrac{1}{2}kx^2. \tag{8-8}$$

A Eq. 8-8 permite calcular a energia potencial da mola para qualquer valor de compressão ou distensão x. Como x aparece elevado ao quadrado, a energia potencial da mola é sempre positiva, quer a mola seja comprimida (o que equivale a tomar x positivo, se usarmos a convenção da Fig. 8-3), quer ela seja distendida (o que equivale a tomar x negativo, usando a mesma convenção).

Consideremos agora um sistema onde um bloco está preso a uma mola e apoiado numa superfície sem atrito. Primeiro empurramos o bloco para comprimir ou distender a mola e depois largamos o bloco. Ele oscila de um lado para outro. Usando a Eq. 8-8 e $K = mv^2/2$, a equação 8-2 se torna, para o sistema bloco-mola,

$$\tfrac{1}{2}kx^2 + \tfrac{1}{2}mv^2 = E \quad \text{(sistema bloco-mola)}, \qquad (8\text{-}9)$$

onde a energia mecânica E do sistema é constante. A Eq. 8-9 é a expressão matemática da lei de conservação de energia mecânica para o sistema bloco-mola.

A Fig. 8-5 mostra como ocorrem as trocas de energia entre a mola e o bloco durante um *ciclo* do movimento, no qual o bloco faz uma "viagem" de ida e volta. Quando o bloco se encontra no ponto $x = 0$, a energia se encontra totalmente na forma de energia cinética; quando está em $x = +x_{máx}$ ou em $x = -x_{máx}$, a energia se encontra totalmente na forma de energia potencial. Em pontos intermediários,

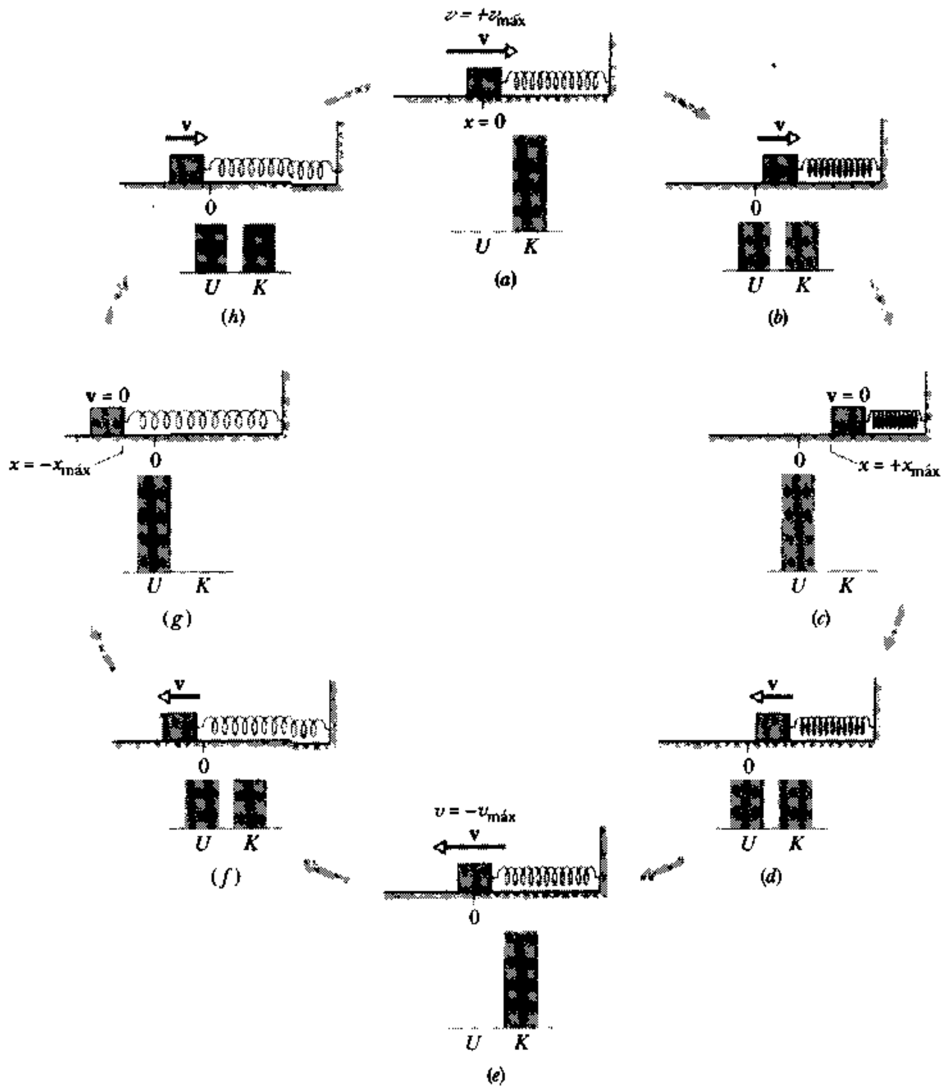


Fig. 8-5 Um bloco preso a uma mola oscila de um lado para outro numa superfície horizontal sem atrito. A figura mostra um ciclo completo do movimento. Podemos imaginar que o ciclo começa quando o bloco se encontra em qualquer ponto da trajetória e termina quando o bloco retorna às condições iniciais. Durante o ciclo, os valores das energias cinética e potencial do sistema bloco-mola variam continuamente, como está indicado pelos histogramas, mas a soma das duas energias, que é a energia mecânica E do sistema, permanece constante. Podemos dizer que a energia E está continuamente oscilando entre as formas cinética e potencial. Nos estágios (*a*) e (*e*), toda a energia se encontra na forma de energia cinética, a velocidade do bloco é máxima e a mola está relaxada. Nos estágios (*c*) e (*g*), toda a energia se encontra sob a forma de energia potencial, a velocidade do bloco é zero e a mola apresenta compressão máxima ou distensão máxima. Nos estágios (*b*), (*d*), (*f*) e (*h*), metade da energia se encontra na forma de energia cinética e metade na forma de energia potencial.

a energia se encontra dividida entre as duas formas. A energia mecânica E, que é a soma das energias nas duas formas, permanece constante durante todo o ciclo.

Observe que o peso do bloco e a força normal exercida pela superfície sobre a qual ele está deslizando não têm nenhuma influência sobre a energia potencial; essas forças são perpendiculares à direção do movimento do bloco e portanto não realizam nenhum trabalho sobre ele.

Energia Potencial Gravitacional

Considere uma partícula se movendo para cima ou para baixo ao longo de um eixo vertical y perto da superfície da Terra, sujeita apenas à força gravitacional. Essa força tem o valor $F(y) = -mg$, onde o sinal negativo indica que a força é para baixo, no sentido negativo do eixo dos y. Vamos tomar $y = 0$ como a posição de referência y_0 para a qual a energia potencial do sistema partícula-Terra é zero.

Nesse caso, a Eq. 8-7 assume a forma

$$U(y) = 0 - \int_0^y (-mg)\, dy,$$

ou

$$U(y) = mgy. \tag{8-12}$$

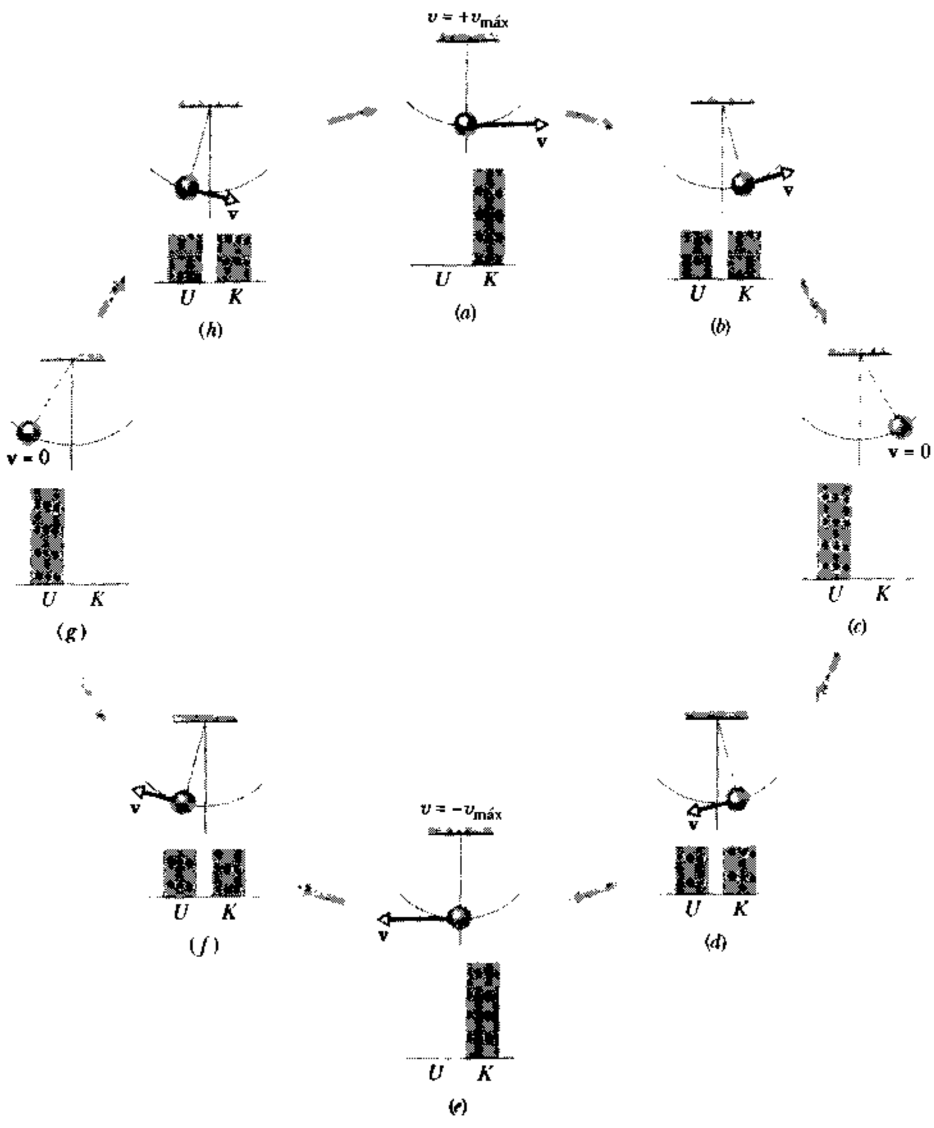


Fig. 8-6 Um pêndulo, com a sua massa concentrada numa esfera na extremidade inferior, balança para um lado e para outro. A figura mostra um ciclo completo do movimento. Durante o ciclo, os valores das energias cinética e potencial do sistema pêndulo-Terra variam continuamente, mas a energia mecânica E do sistema permanece constante. Podemos dizer que a energia E está continuamente oscilando entre as formas cinética e potencial. Nos estágios (*a*) e (*e*), toda a energia se encontra na forma de energia cinética, a velocidade da esfera é máxima e está no ponto mais baixo da trajetória. Nos estágios (*c*) e (*g*), toda a energia se encontra na forma de energia potencial, a velocidade da esfera é zero e ela está no ponto mais alto da trajetória. Nos estágios (*b*), (*d*), (*f*) e (*h*), metade da energia se encontra na forma de energia cinética e metade na forma de energia potencial. Se a oscilação do pêndulo incluísse uma força de atrito no ponto onde ele está preso no teto ou uma força de arrasto em razão da resistência do ar, o valor de E diminuiria com o tempo e o pêndulo acabaria parando.

Usando a Eq. 8-10 e $K = mv^2/2$, a Eq. 8-2 se torna, para o sistema partícula-Terra,

$$mgy + \tfrac{1}{2}mv^2 = E \quad \text{(sistema partícula-Terra)}, \quad (8\text{-}11)$$

onde E é a energia mecânica do sistema. Embora a posição y e a velocidade v da partícula possam variar, mas de maneira tal que o valor de E na Eq. 8-11 permanece constante.

As Eqs. 8-10 e 8-11 são válidas não só para um corpo que se move verticalmente mas também para um corpo que se move fazendo um certo ângulo com a vertical, como uma bala de canhão. Para demonstrar que isso é possível, basta calcularmos o trabalho realizado por um corpo que se move em mais de uma dimensão. De acordo com a Eq. 7-14, temos:

$$W = \int_{x_0}^{x} F_x\,dx + \int_{y_0}^{y} F_y\,dy + \int_{z_0}^{z} F_z\,dz, \quad (8\text{-}12)$$

onde os índices dos limites das integrais foram modificados para se adequarem à situação que estamos discutindo. A única força a que o corpo está sujeito é o seu peso $m\mathbf{g}$, de modo que $F_x = F_z = 0$ e $F_y = -mg$. Assim, o primeiro e o terceiro termos do lado direito da Eq. 8-12 são iguais a zero. Se tomarmos $y_0 = 0$, o segundo termo do lado direito da Eq. 8-12 será igual a mgy. Substituindo W por $-\Delta U$ podemos então transformar a Eq. 8-12 na Eq. 8-10. O resultado significa (1) que o trabalho realizado pelo peso $m\mathbf{g}$ depende apenas dos valores inicial e final de y e não da trajetória seguida pelo corpo e (2) que a energia potencial U de um corpo sujeito apenas ao próprio peso depende da sua posição vertical y mas não das coordenadas horizontais x e z.

Um caso semelhante é o de um pêndulo constituído por uma esfera pendurada na ponta de uma corda de massa desprezível. A Fig. 8-6 mostra a variação com o tempo da energia cinética e da energia potencial gravitacional de um pêndulo desse tipo. Tomamos a energia potencial do sistema como igual a zero quando a esfera se encontra no ponto mais baixo da trajetória. Nessa situação (Fig. 8-6*a, e*), a velocidade da esfera é máxima e toda a energia do sistema se encontra na forma de energia cinética. Nos pontos extremos da trajetória (Fig. 8-6 *c, g*), a esfera está momentaneamente em repouso e toda a energia do sistema se encontra na forma de energia potencial. Em outras posições, uma parte da energia se encontra na forma de energia cinética e outra parte na forma de energia potencial. A soma destas duas partes é a energia mecânica E que permanece constante durante o movimento (na ausência de atrito). Observe que a força exercida pela corda sobre a esfera não tem nenhuma influência sobre a energia potencial; essa força é sempre perpendicular à direção do movimento da esfera e portanto não realiza nenhum trabalho sobre ela.

EXEMPLO 8-1 Uma preguiça de 2,0 kg escorrega de um galho de árvore e cai ao chão, que está a uma distância de 5,0 m (Fig. 8-7).

a. Qual era a energia potencial inicial U da preguiça se tomarmos o ponto de referência $y_0 = 0$ como (1) o chão, (2) o piso de uma varanda situado 3,0 m acima do chão, (3) o galho e (4) um ponto situado 1,0 m acima do galho?

Solução Usando a Eq. 8-10, podemos calcular U para cada escolha do ponto de referência $y_0 = 0$. Por exemplo: para a opção (1), a preguiça se encontra inicialmente em $y = 5{,}0$ m e

$$U = mgy = (2{,}0 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(5{,}0 \text{ m}) = 98 \text{ J}. \quad \text{(Resposta)}$$

Para as outras opções, os valores de U são

$$\begin{aligned}(2)\ U &= mgy = mg\,(2{,}0 \text{ m}) = 39 \text{ J},\\ (3)\ U &= mgy = mg(0) = 0 \text{ J},\\ (4)\ U &= mgy = mg(-1{,}0 \text{ m}) = -19{,}6 \text{ J}\\ &\approx -20 \text{ J}. \quad \text{(Resposta)}\end{aligned}$$

b. Para cada ponto de referência escolhido, qual é a variação da energia potencial do sistema preguiça-Terra graças à queda?

Solução A variação de energia potencial é dada por

$$\Delta U = mgy_f - mgy_i = mg(y_f - y_i) = mg\,\Delta y.$$

Para as quatro opções, temos $\Delta y = -5{,}0$ m. Assim, em todos os casos,

$$\Delta U = (2{,}0 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(-5{,}0 \text{ m}) = -98 \text{ J}. \quad \text{(Resposta)}$$

Vemos portanto que o valor de U depende do ponto de referência escolhido, mas a *variação* de energia potencial não depende.

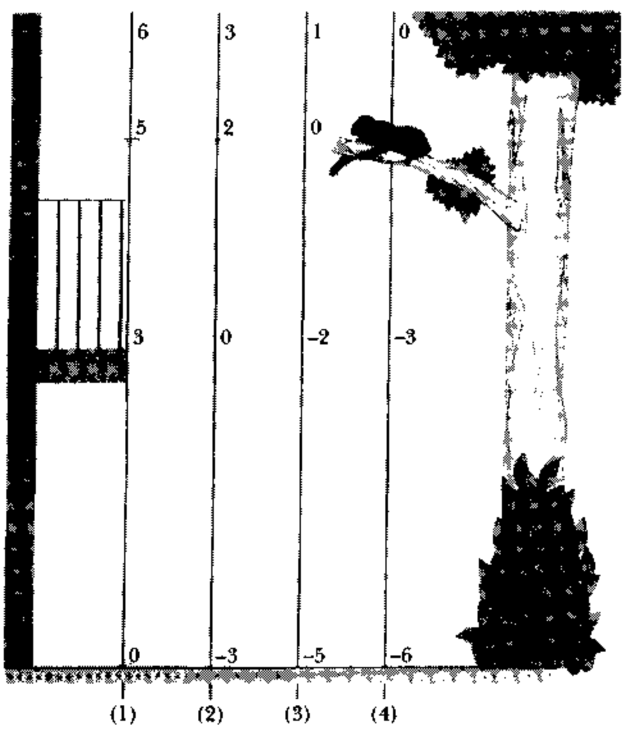


Fig. 8-7 Exemplo 8-1. Quatro escolhas para o eixo y. Os valores apresentados estão expressos em metros.

c. Qual é a velocidade v da preguiça ao tocar o chão?

Solução No momento em que a preguiça toca o chão, toda a sua energia potencial se transformou em energia cinética. De acordo com a Eq. 8-3, temos:

$$\Delta K = -\Delta U. \qquad (8\text{-}13)$$

Como a velocidade inicial da preguiça era zero,

$$\Delta K = K_f - K_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - 0 = \tfrac{1}{2}(2{,}0\text{ kg})\, v_f^2,$$

e

$$\Delta U = -98\text{ J}.$$

Assim,

$$\tfrac{1}{2}(2{,}0\text{ kg})v_f^2 = 98\text{ J},$$

e

$$v_f = \sqrt{\frac{98\text{ J}}{1{,}0\text{ kg}}} \approx 9{,}9\text{ m/s}. \qquad \text{(Resposta)}$$

d. Se a preguiça cai de novo do mesmo galho depois de se alimentar com folhas e frutas, a velocidade com que toca o solo é maior, menor ou igual à calculada em (c)?

Solução Na parte (b), verificamos que $\Delta U = mg\,\Delta y$. Substituindo este valor na Eq. 8-13, temos:

$$\Delta K = -\Delta U = -mg\,\Delta y,$$

que pode ser escrita na forma

$$\tfrac{1}{2}mv_f^2 - 0 = -mg\,\Delta y$$

ou

$$v_f = \sqrt{-2g\,\Delta y}.$$

Como m não aparece na equação acima, v é independente da massa da preguiça. A sua velocidade ao tocar o solo continua a ser

$$v_f = \sqrt{(-2)(9{,}8\text{ m/s}^2)(-5{,}0\text{ m})} \approx 9{,}9\text{ m/s}. \qquad \text{(Resposta)}$$

EXEMPLO 8-2 A mola de uma espingarda de mola é comprimida de uma distância $d = 3{,}2$ cm a partir do estado relaxado e uma bala de massa $m = 12$ g é introduzida no cano. Qual a velocidade com que a bala deixa o cano quando a arma é disparada? A constante da mola, k, é 7,5 N/cm. Suponha que não existe atrito e que o cano é mantido na horizontal.

Solução Seja E_i a energia mecânica do sistema espingarda-bala no estado inicial (antes que a arma seja disparada) e E_f a energia mecânica no estado final (depois que a arma é disparada). Inicialmente, a energia mecânica é a energia potencial da mola $U_i = kd^2/2$. No estado final, a energia mecânica é a energia cinética da bala $K_f = mv^2/2$. Como a energia mecânica é conservada, temos:

$$E_i = E_f,$$
$$U_i + K_i = U_f + K_f,$$
$$\tfrac{1}{2}kd^2 + 0 = 0 + \tfrac{1}{2}mv^2.$$

Calculando o valor de v, temos:

$$v = d\sqrt{\frac{k}{m}} = (0{,}032\text{ m})\sqrt{\frac{750\text{ N/m}}{12\times10^{-3}\text{ kg}}} = 8{,}0\text{ m/s}. \qquad \text{(Resposta)}$$

EXEMPLO 8-3 Na Fig. 8-3, o bloco, cuja massa m é 1,7 kg, tem uma velocidade inicial v de 2,3 m/s. A constante de mola k é 320 N/m.

a. De que distância x a mola é comprimida na situação da Fig. 8-3c?

Solução A energia mecânica E do sistema bloco-mola deve ser a mesma nas situações das Figs. 8-3a e 8-3c. Assim,

$$E_a = E_c,$$
$$U_a + K_a = U_c + K_c,$$
$$0 + \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}kx^2 + 0.$$

Calculando o valor de x, temos:

$$x = v\sqrt{\frac{m}{k}} = (2{,}3\text{ m/s})\sqrt{\frac{1{,}7\text{ kg}}{320\text{ N/m}}} = 0{,}17\text{ m} = 17\text{ cm}. \qquad \text{(Resposta)}$$

b. Para que valor de x a energia está dividida igualmente entre energia potencial e energia cinética?

Solução Na Fig. 8-3a, a energia E é toda cinética e é dada por

$$E = K = \tfrac{1}{2}mv^2 = (\tfrac{1}{2})(1{,}7\text{ kg})(2{,}3\text{ m/s})^2 = 4{,}50\text{ J}.$$

A questão que temos a resolver é a seguinte: para que compressão x da mola a energia potencial tem metade do valor acima? Em outras palavras, para que valor de x a relação

$$U(x) = \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}E$$

é verdadeira? Calculando o valor de x, temos:

$$x = \sqrt{\frac{E}{k}} = \sqrt{\frac{4{,}50\text{ J}}{320\text{ N/m}}} = 0{,}12\text{ m} = 12\text{ cm}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Observe que este valor *não corresponde* à metade da compressão máxima.

EXEMPLO 8-4 Na Fig. 8-8, uma criança de massa m desce por um escorregador de altura $h = 8{,}5$ m, partindo do repouso. Qual a velocidade da criança ao bater na água? Despreze o atrito entre a criança e o escorregador.

Solução À primeira vista, o problema parece impossível, porque não conhecemos nem a massa da criança nem a forma do escorregador. Entretanto, torna-se de fácil resolução se repararmos que, na ausência de atrito, a única força que o escorregador exerce sobre a criança é a força normal, que é sempre perpendicular à superfície do encorregador. Como a direção do movimento da criança é sempre *paralela* à superfície do escorregador, a força normal não pode realizar nenhum trabalho sobre a criança. A única força que realiza trabalho é o peso mg da criança. A energia mecânica E é portanto conservada durante o movimento e podemos escrever, de acordo com as Eqs. 8-2 e 8-11,

$$E_b = E_t$$

ou

$$\tfrac{1}{2}mv_b^2 + mgy_b = \tfrac{1}{2}mv_t^2 + mgy_t,$$

onde o índice b se refere à base do escorregador e o índice t ao topo.

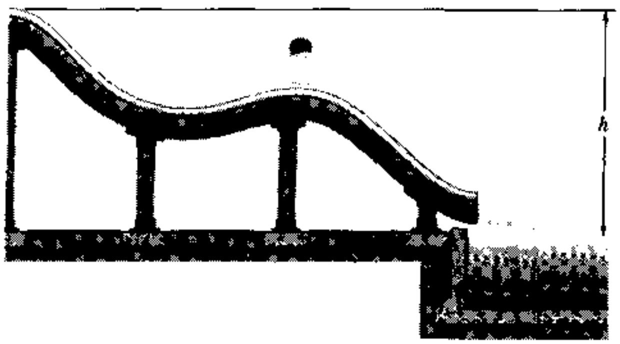


Fig. 8-8 Exemplo 8-4. Uma criança desce por um escorregador e cai em uma piscina. O escorregador é mostrado de perfil. Se o atrito puder ser desprezado, a velocidade da criança ao chegar à água não dependerá nem da sua massa nem da forma do escorregador.

Dividindo os dois membros da equação acima por m, a massa da criança, temos:

$$v_b^2 = v_t^2 + 2g(y_t - y_b).$$

Fazendo $v_t = 0$ e $y_t - y_b = h$, temos:

$$v_b = \sqrt{2gh} = \sqrt{(2)(9{,}8\,\text{m/s}^2)(8{,}5\,\text{m})} = 13\,\text{m/s}. \quad \text{(Resposta)}$$

Esta é a mesma velocidade com que a criança chegaria à água se caísse *verticalmente* de uma altura de 8,5 m. Em um escorregador de verdade, o atrito nunca é exatamente zero, de modo que a velocidade final da criança será um pouco menor.

Este problema é difícil de resolver diretamente com base apenas nas leis de Newton; o uso da conservação da energia mecânica torna a solução muito mais simples. Por outro lado, se você tivesse que calcular o tempo necessário para a criança chegar à base do escorrega de nada adiantaria recorrer à conservação da energia mecânica; seria preciso conhecer a forma do escorregador e você teria nas mãos um problema muito difícil.

EXEMPLO 8-5 Uma praticante de ioiô humano tem uma massa de 61,0 kg e está em uma ponte, 45,0 m acima de um rio. No estado relaxado, sua corda elástica tem um comprimento L = 25,0 m. Suponha que a corda obedece à lei de Hooke, com uma constante de mola de 160 N/m.

a. A que distância h os pés da moça estão da água no ponto mais baixo da queda?

Solução Seja d (Fig. 8-9) a distância de que a corda se alongou quando a moça parou momentaneamente no ponto mais baixo da queda. A variação ΔU_g da energia potencial gravitacional do sistema moça-Terra é dada por

$$\Delta U_g = mg\,\Delta y = -mg(L + d),$$

onde m é a massa da moça. A variação ΔU_e da energia potencial elástica da corda é dada por

$$\Delta U_e = \tfrac{1}{2}kd^2.$$

A energia cinética K da moça é igual a zero tanto no momento inicial como no ponto mais baixo da queda.

De acordo com a Eq. 8-3 e as equações acima, temos:

$$\Delta U_e + \Delta U_g + \Delta K = 0$$

$$\tfrac{1}{2}kd^2 - mg(L + d) + 0 = 0$$

$$\tfrac{1}{2}kd^2 - mgd - mgL = 0.$$

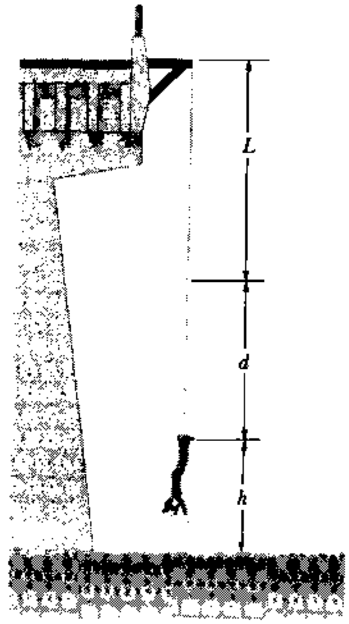


Fig. 8-9 Exemplo 8-5. Uma praticante de ioiô humano no ponto mais baixo da queda.

Substituindo os respectivos valores numéricos, temos:

$$\tfrac{1}{2}(160\ \text{N/m})d^2 - (61{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)d - (61{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(25{,}0\ \text{m}) = 0.$$

Resolvendo a equação de segundo grau em d, obtemos:

$$d = 17{,}9\ \text{m}.$$

(A equação do segundo grau também fornece um valor negativo para d que, neste caso, não tem significado físico e deve ser ignorado.) Os pés da moça estão portanto a uma distância $(L + d)$ = 42,9 m abaixo da ponte de onde ela pulou. Assim,

$$h = 2{,}1\ \text{m}. \quad \text{(Resposta)}$$

Se a moça for alta, vai chegar muito perto da água.

b. Qual é a força resultante que age sobre a moça no ponto mais baixo da queda?

Solução O peso da moça, $m\mathbf{g}$, está dirigido para baixo e tem módulo mg = 597,8 N. A força para cima exercida sobre ela pela corda no ponto mais baixo da queda é dada pela lei de Hooke, $F = -kx$, onde x é o deslocamento da extremidade livre da corda. Neste caso, o deslocamento é para baixo e $x = -d$, de modo que

$$F = -kx = -(160\ \text{N/m})(-17{,}9\ \text{m}) = 2.864\ \text{N}.$$

A força resultante que age sobre a moça é portanto

$$2.864\ \text{N} - 597{,}8\ \text{N} \approx 2.270\ \text{N}. \quad \text{(Resposta)}$$

Assim, no ponto mais baixo da queda, em que a moça momentaneamente pára, ela está submetida a uma força resultante para cima de 2.270 N. Esta força puxa a moça de volta para cima.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

TÁTICA 1: CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA

As perguntas abaixo irão ajudá-lo a resolver problemas que envolvem a conservação da energia mecânica. Releia os Exemplos 8-1 a 8-5 tendo em mente essas perguntas.

Para que sistema a energia mecânica é conservada? Você deve ser capaz de desenhar uma superfície fechada de tal forma que tudo que se encontra do lado de dentro seja o sistema e tudo que se encontra do lado de fora seja o ambiente externo. No Exemplo 8-1, o sistema é a preguiça + a Terra. No Exemplo 8-2, é a bala + a espingarda. No Exemplo 8-3, é o bloco + a mola. No Exemplo 8-4, é a criança + a Terra. No Exemplo 8-5, é a moça + a Terra.

Existe atrito? Quando forças de atrito ou arrasto estão presentes, a energia mecânica não é conservada.

O sistema está isolado? A conservação da energia mecânica só é aplicável a sistemas isolados. Isso significa que nenhuma força externa deve realizar trabalho sobre um objeto pertencente ao sistema. No Exemplo 8-2, se você escolhesse apenas a bala como sistema, descobriria que ele não está isolado; a mola realiza trabalho sobre a bala através da fronteira do sistema. Assim, você não pode usar a conservação da energia mecânica apenas para a bala (nem apenas para a mola).

Quais são os estados inicial e final do sistema? O sistema passa de um estado inicial para um estado final. De acordo com a conservação da energia mecânica, E deve ter o mesmo valor nos dois estados, isto é, $E_i = E_f$. É preciso definir com precisão quais são esses dois estados.

8-4 Forças Conservativas e Não-conservativas

Quando uma força muda o estado de um sistema, se uma mudança de energia potencial pode ser associada a essa mudança de estado, dizemos que a força é **conservativa**; caso contrário, dizemos que a força é **não-conservativa**. A força de uma mola e a força gravitacional (peso) são conservativas; a força de arrasto do ar e a força de atrito são não-conservativas.

Existem dois testes que podemos aplicar a uma força para verificar se é conservativa. Os testes são totalmente equivalentes no sentido de que se uma força satisfizer a um deles, automaticamente satisfará ao outro.

Primeiro Teste

Suponhamos que você jogue uma bola para cima e a pegue de volta. Já que a bola voltou ao ponto de partida, dizemos que percorreu um *circuito fechado*. Dizemos também que a energia que você fornece à bola ao arremessá-la é armazenada como energia potencial do sistema bola-Terra durante parte do circuito (enquanto a bola está subindo). Entretanto, a idéia de energia armazenada só tem significado se a mesma quantidade de energia é devolvida na parte restante do circuito (enquanto a bola está descendo). Em outras palavras, a variação total de energia potencial do sistema para qualquer circuito fechado deve ser igual a zero.

Isto realmente acontece no caso do sistema bola-Terra; quando a bola completa o circuito fechado, toda a energia armazenada durante a subida se transformou novamente em energia cinética.

De acordo com a Eq. 8-5, esta exigência de que $\Delta U = 0$ para qualquer circuito fechado equivale a dizer que o trabalho W realizado pela força em questão ao longo do circuito fechado também deve ser zero. Assim, nosso primeiro teste pode ser expresso da seguinte forma:

> Uma força é conservativa se o trabalho realizado por ela numa partícula que percorre um circuito fechado é igual a zero; caso contrário, a força é não-conservativa.

De acordo com este critério, a força gravitacional é conservativa: realizou um trabalho negativo sobre a bola quando ela estava subindo e uma quantidade igual de trabalho positivo quando estava descendo. O trabalho total foi igual a zero.

A exigência de que o trabalho total seja zero para um circuito fechado não é satisfeita pela força de atrito. Quando você arrasta um apagador num quadro-negro, fazendo com que percorra uma certa distância, a força de atrito realiza um trabalho negativo sobre o apagador. Quando, porém, você arrasta o apagador de volta ao ponto de partida, a força de atrito muda automaticamente de sentido e o trabalho exercido sobre o apagador *continua* a ser negativo. Assim, o trabalho total exercido sobre o apagador num circuito fechado não é igual a zero. A força de atrito é não-conservativa.

Segundo Teste

Suponha que, como na Fig. 8-10*a*, uma partícula se mova de a até b percorrendo a trajetória 1 e depois volte para a percorrendo a trajetória 2. Se a força que age sobre a partícula for conservativa, então, de acordo com o primeiro teste, o trabalho total realizado sobre a partícula durante este circuito fechado deverá ser igual a zero. Podemos escrever:

$$W_{ab,1} + W_{ba,2} = 0$$

ou

$$W_{ab,1} = -W_{ba,2}. \tag{8-14}$$

Assim, o trabalho realizado durante o movimento de a para b percorrendo a trajetória 1 deve ser o negativo do trabalho realizado durante o movimento de b para a percorrendo a trajetória 2. Vamos supor agora que a partícula se mova de a até b percorrendo a trajetória 2, como na Fig. 8-10*b*.

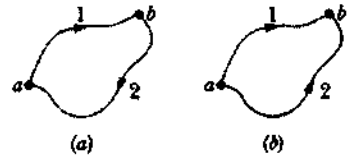


Fig. 8-10 (*a*) Uma partícula, submetida a uma força conservativa, descreve um circuito fechado, partindo do ponto *a*, passando pelo ponto *b* e voltando ao ponto *a*. (*b*) Uma partícula pode viajar do ponto *a* ao ponto *b* seguindo dois caminhos diferentes.

Como o sentido do movimento foi invertido, o trabalho realizado troca de sinal:

$$W_{ab,2} = -W_{ba,2} \tag{8-15}$$

De acordo com as Eqs. 8-14 e 8-15, temos:

$$W_{ab,1} = W_{ab,2}. \tag{8-16}$$

De acordo com a Eq. 8-16, o trabalho realizado sobre uma partícula por uma força conservativa não depende da trajetória seguida pela partícula. Assim, nosso segundo teste pode ser expresso da seguinte forma:

> Uma força é conservativa se o trabalho realizado por ela sobre uma partícula que se move de um ponto para outro é o mesmo para todos os caminhos que ligam os dois pontos; caso contrário, a força é não-conservativa.

Vamos aplicar este teste à força gravitacional. Tome uma pedra de massa m, situada inicialmente no ponto i da Fig. 8-11a, transporte-a horizontalmente até o ponto a e depois levante-a verticalmente até o ponto f, situado a uma altura h. Chame o caminho iaf de trajetória 1. Durante o percurso horizontal ia, o trabalho realizado sobre a pedra por seu peso $m\mathbf{g}$ é zero porque a força e o deslocamento são perpendiculares entre si. Para o percurso vertical af, o trabalho é $-mgh$. Assim, o trabalho total W realizado pela força $m\mathbf{g}$ sobre a pedra ao longo da trajetória 1 é $-mgh$.

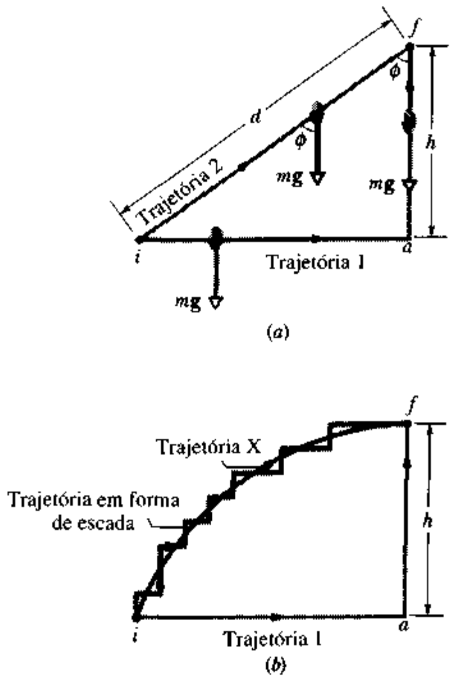


Fig. 8-11 (a) Uma pedra se move do ponto i para o ponto f. O trabalho executado sobre a pedra pelo seu peso $m\mathbf{g}$ é o mesmo para as trajetórias 1 e 2. (b) O trabalho também é o mesmo para a trajetória X e para a trajetória em forma de escada que acompanha aproximadamente a trajetória X. Na verdade, o trabalho é o mesmo para *qualquer* trajetória que ligue os pontos i e f.

Considere agora a trajetória 2 da Fig. 8-11a, uma reta que liga os pontos i e f. Para calcular o trabalho W executado por $m\mathbf{g}$ sobre a pedra ao longo desta trajetória, basta observar que o ângulo entre a força $m\mathbf{g}$ e o deslocamento $\mathbf{d}$ é $180° - \phi$, onde o ângulo ϕ está indicado na figura. Assim, temos:

$$W = Fd\cos(180° - \phi) = -Fd\cos\phi.$$

Como $d\cos\phi = h$, temos $W = -mgh$, o mesmo valor calculado para a trajetória 1.

Também é fácil mostrar que o trabalho realizado pela força $m\mathbf{g}$ sobre a pedra ao longo de uma trajetória totalmente arbitrária, como a trajetória X da Fig. 8-11b, também é igual a $-mgh$. Para isso, basta aproximar a trajetória X por uma série de degraus. Como o número de degraus é arbitrário, a trajetória pode estar tão próxima da trajetória X quanto quisermos. Se a partícula seguir os degraus ao se deslocar de i para f na Fig. 8-11b, a força $m\mathbf{g}$ não realizará nenhum trabalho nos segmentos horizontais da trajetória. A soma dos segmentos verticais é igual a h, de modo que o trabalho realizado por $m\mathbf{g}$ será novamente igual a $-mgh$.

8-5 Usando uma Curva de Energia Potencial

Suponha que uma partícula possa se mover apenas ao longo do eixo dos x. Podemos descobrir muita coisa a respeito do movimento da partícula a partir do gráfico da sua energia potencial $U(x)$ em função da posição (se esse gráfico for conhecido). Antes de discutirmos este gráfico, porém, vamos precisar de mais uma equação.

Cálculo da Força a Partir da Energia Potencial

A Eq. 8-7 pode ser usada para calcular a energia potencial $U(x)$ numa situação unidimensional a partir da força $F(x)$. Agora, porém, estamos interessados no cálculo inverso, isto é, queremos determinar a força a partir da energia potencial $U(x)$.

Para um movimento unidimensional, o trabalho W realizado por uma força que age sobre uma partícula enquanto ela sofre um deslocamento Δx é dado por $F(x)\,\Delta x$. Podemos portanto escrever a Eq. 8-5 na forma

$$\Delta U(x) = -W = -F(x)\,\Delta x.$$

Calculando o valor de $F(x)$ e tomando o limite quando Δx tende a zero, temos:

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx} \quad \text{(movimento unidimensional)} \tag{8-17}$$

Podemos verificar que este resultado está correto tomando $U(x) = kx^2/2$, que é a função energia potencial elástica de uma mola. Nesse caso, usando a Eq. 8-17, obtemos $F = -kx$, que é a lei de Hooke. Da mesma forma, se fizermos $U(x) = mgx$, que é a função energia potencial gravitacional para uma partícula de massa m a uma altura x da superfície da Terra, o resultado da aplicação da Eq. 8-17 será $F = -mg$, que é o peso da partícula.

O Gráfico da Função Energia Potencial

A Fig. 8-12*a* é um gráfico da função energia potencial $U(x)$ de uma partícula que se move ao longo do eixo dos x. De acordo com a Eq. 8-17, podemos calcular a força $F(x)$ que age sobre a partícula determinando (graficamente) a derivada de $U(x)$ em vários pontos do gráfico. A Fig. 8-12*b* é um gráfico de $F(x)$ calculada desta forma.

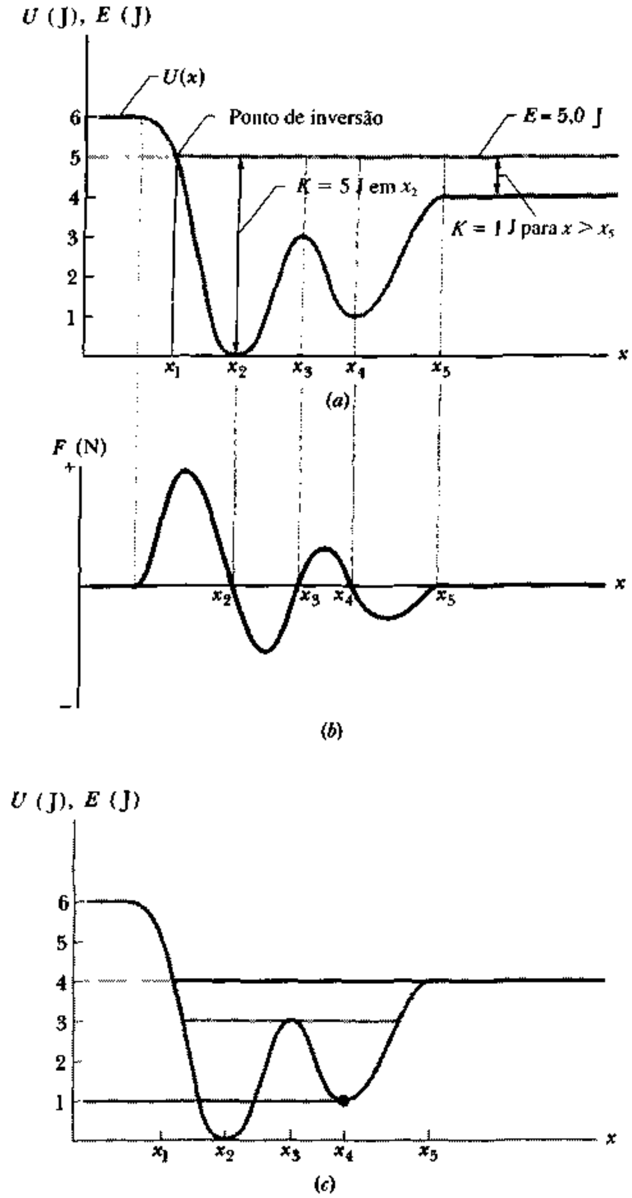


Fig. 8-12 (*a*) Gráfico de $U(x)$, a função energia potencial de uma partícula que se move ao longo do eixo dos x. Como não há atrito, a energia mecânica é conservada. (*b*) Gráfico da força $F(x)$ que age sobre a partícula, obtido calculando-se a derivada da função energia potencial em vários pontos da curva. (*c*) Gráfico da energia potencial $U(x)$, mostrando três valores possíveis de E.

Pontos de Retorno

Na ausência de forças de atrito, a energia mecânica E da partícula tem um valor constante, dado por

$$U(x) + K(x) = E \tag{8-18}$$

onde $K(x)$ é a *função energia cinética* da partícula (isto é, $K(x)$ expressa a energia cinética em função da posição da partícula, x). Podemos reescrever a Eq. 8-18 na forma

$$K(x) = E - U(x). \tag{8-19}$$

Suponha que E (um valor constante) seja igual a 5,0 J. Este valor pode ser representado na Fig. 8-12*a* por uma reta horizontal passando pelo valor 5,0 J do eixo vertical (eixo das energias). A Eq. 8-19 mostra como determinar a energia cinética K para qualquer posição x da partícula: basta determinar o valor de U correspondente ao valor dado de x e em seguida subtrair U de E. Assim, por exemplo, se a partícula estiver em qualquer ponto à direita de x_5, $K = 1{,}0$ J. O valor de K é máximo (5,0 J) quando a partícula está em x_2 e mínimo (0 J) quando a partícula está em x_1.

Como K não pode ser negativa (porque v^2 é sempre positiva), a partícula não pode entrar na região à esquerda de x_1, onde a diferença $E - U$ é negativa. Quando a partícula se move na direção de x_1 a partir de x_2, K diminui (a velocidade da partícula diminui) até que $K = 0$ em $x = x_1$ (a partícula pára). Observe que quando a partícula chega a x_1, a força que age sobre ela, dada pela Eq. 8-17, é positiva. Isto significa que a partícula não fica parada em $x = x_1$, mas começa a se mover para a direita, no sentido oposto àquele em que estava se movendo anteriormente. Por isso, x_1 é chamado de **ponto de retorno.** Não existe nenhum ponto de retorno (nenhum ponto para o qual $K = 0$) do lado direito da curva. Assim, depois que a partícula começa a se mover no sentido positivo do eixo dos x, esse movimento prossegue indefinidamente.

Pontos de Equilíbrio

A Fig. 8-12*c* mostra outros três possíveis valores de E superpostos ao gráfico da função energia potencial $U(x)$. Vejamos como a mudança do valor de E afetaria o movimento da partícula. Se $E = 4{,}0$ J, o ponto de retorno se desloca de x_1 para um ponto situado entre x_1 e x_2. Além disso, para qualquer ponto à direita de x_5, a energia mecânica da partícula passa a ser igual à energia potencial; a energia cinética é zero e nenhuma força age sobre a partícula, de modo que deve permanecer parada. Num caso como este, dizemos que a partícula se encontra em **equilíbrio neutro.*** (Uma bola de gude sobre uma mesa horizontal está em equilíbrio neutro.)

*Este estado também é chamado de *equilíbrio indiferente*. (N. de R.)

Se $E = 3{,}0$ J, existem dois pontos de retorno, um entre x_1 e x_2 e outro entre x_4 e x_5. Além disso, x_3 é um ponto no qual $K = 0$. Se a partícula se encontra exatamente neste ponto, a força é zero e a partícula permanece parada. Entretanto, quando a partícula é deslocada ligeiramente em qualquer sentido, uma força faz com que continue se movendo no mesmo sentido, afastando-a do ponto x_3. Em um caso como este, dizemos que a partícula se encontra em **equilíbrio instável**. (Uma bola de gude equilibrada sobre uma bola de boliche está em equilíbrio instável.)

Vejamos, finalmente, qual é o comportamento da partícula se $E = 1{,}0$ J. Se colocamos a partícula em x_4, ela permanece indefinidamente no mesmo lugar; não pode se mover para a direita ou para a esquerda, porque, ao fazê-lo, fica com uma energia cinética negativa. Se a deslocarmos ligeiramente em qualquer sentido, uma força restauradora fará com que ela se desloque de volta para x_4. Num caso como este, dizemos que a partícula se encontra em **equilíbrio estável**. (Uma bola de gude no fundo de uma tigela hemisférica está em equilíbrio estável.) Se colocarmos a partícula no *vale de potencial* que existe nas proximidades de x_2, ela poderá se deslocar para a esquerda ou para a direita, mas sem jamais chegar a x_1 ou x_3.

8-6 Conservação da Energia

Vamos supor que uma força de atrito dinâmico f esteja agindo sobre o bloco do sistema bloco-mola da Fig. 8-5. Esta força faz com que as oscilações diminuam gradualmente de amplitude até o bloco parar. A experiência demonstra que a diminuição de energia mecânica é acompanhada por um aumento da *energia térmica* do bloco e do piso em que ele está deslizando; ambos se aquecem durante o processo. A energia térmica é uma forma de energia interna, pois está associada aos movimentos aleatórios dos átomos e moléculas de um corpo. Vamos representar a variação de energia interna pelo símbolo ΔE_{int}.

Como ΔE_{int} é a variação da energia interna tanto do bloco como do piso em que está deslizando, só podemos calcular corretamente a transformação de energia mecânica em energia térmica se considerarmos um sistema que inclua o bloco, a mola *e o piso*. Se *isolarmos* o sistema bloco-mola-piso (de modo que nenhum corpo fora do sistema possa trocar energia com os corpos do sistema) a energia mecânica perdida pelo bloco e pela mola não será perdida pelo sistema mas transferida internamente nele, na forma de energia térmica.

Somos levados a postular que, para um sistema isolado,

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{int} = 0. \tag{8-20}$$

Os valores de K, U e E_{int} podem mudar com o tempo para um ou mais corpos do sistema isolado, mas a sua soma para todos os corpos do sistema é invariável. Observe que a Eq. 8-20 é uma extensão da Eq. 8-3 (conservação da energia mecânica) que leva em conta a presença da energia térmica.

Acontece que em todas as situações reais (mesmo as que envolvem, por exemplo, fenômenos elétricos e magnéticos) sempre podemos identificar novas formas de energia como E_{int}, o que nos permite preservar, em uma forma mais geral, a lei de conservação da energia. Em outras palavras, sempre podemos escrever, para um sistema isolado,

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{int} + \begin{pmatrix}\text{variação de outras}\\ \text{formas de energia}\end{pmatrix} = 0. \tag{8-21}$$

Esta forma generalizada da lei da conservação da energia pode ser expressa nos seguintes termos:

> Num sistema isolado, a energia pode ser transformada de uma forma para outra, mas a energia total do sistema permanece constante.

A lei acima é uma generalização confirmada experimentalmente. Até hoje, nunca foi violada em nenhuma experiência ou observação da natureza.

Se alguma força externa ao sistema executa um trabalho W sobre corpos do sistema, o sistema não está isolado e a Eq. 8-20 não é aplicável. Nesse caso, devemos substituir a Eq. 8-20 por

$$W = \Delta K + \Delta U + \Delta E_{int}. \tag{8-22}$$

De acordo com a Eq. 8-22, quando um trabalho W é executado *sobre* um sistema por forças externas, a quantidade total de energia do sistema, incluindo todas as formas possíveis, aumenta de um valor igual a W. Se W é negativo, o que indica que é o sistema que realiza trabalho sobre corpos externos, a quantidade total de energia do sistema diminui de um valor igual a $|W|$.

Embora às vezes seja conveniente considerar um sistema que *não* esteja isolado dos corpos vizinhos, nunca somos forçados a fazê-lo. Podemos sempre ampliar o sistema de modo a incluir os elementos externos que trocam energia com o antigo sistema. Desta forma, o novo sistema passa a ser um sistema isolado e podemos aplicar a Eq. 8-20. As forças envolvidas continuam a agir, mas afetam apenas corpos pertencentes ao sistema ampliado; o trabalho que realizam é interno ao sistema e portanto não deve ser incluído no W da Eq. 8-22, que se refere apenas ao trabalho executado por forças externas sobre corpos do sistema ou por forças do sistema sobre corpos externos.

A Fig. 8-13 mostra um exemplo de conservação de energia. Quando uma alpinista sobe uma encosta, como na Fig. 8-13*a*, a energia bioquímica dos seus músculos (uma forma de energia interna) é convertida em energia potencial gravitacional. A Fig. 8-13*b* mostra uma alpinista descendo com velocidade aproximadamente constante, escorregando por uma corda que passa por um freio de metal. A energia potencial gravitacional que perde durante a descida é convertida em energia térmica das cordas e dos freios. Eles se aquecem. (O objetivo do freio é evitar que a energia potencial gravitacional se transforme em energia cinética da alpinista!)

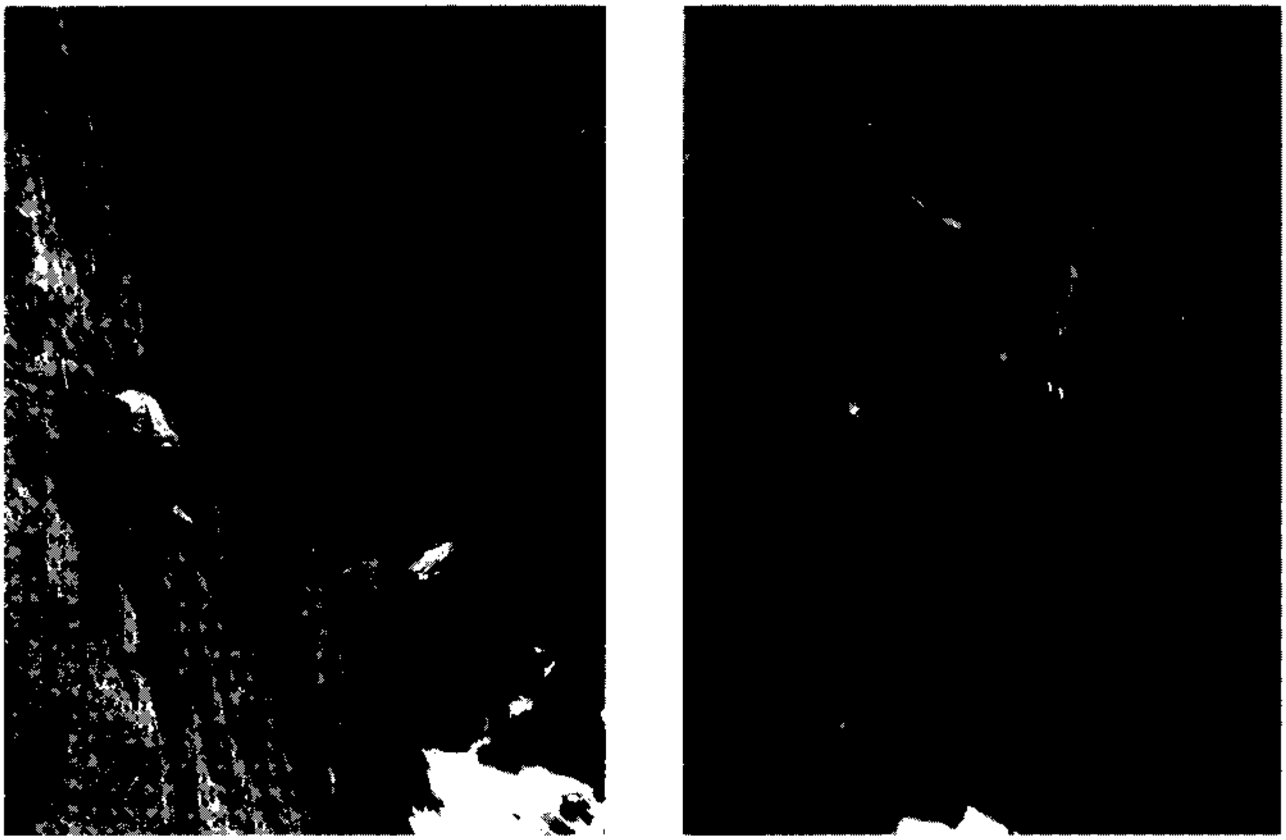


Fig. 8-13 (*Esquerda*) Subindo! A energia bioquímica dos músculos é transformada em energia potencial gravitacional. (*Direita*) Descendo! A energia potencial gravitacional é transformada em energia térmica das cordas e dos freios. Eles se aquecem.

Várias vezes, na história da física, foram observadas aparentes violações da lei da conservação de energia. Essas violações aparentes sempre serviram de estímulo para que os cientistas buscassem suas causas. Até agora, as causas sempre foram descobertas e a lei da conservação da energia tem se mantido válida. Como teremos oportunidade de ver em outros capítulos, a conservação da energia é uma das grandes idéias unificadoras da física.

Potência

Agora que vimos que a energia pode ser convertida de uma forma para outra e sabemos que existem muitas formas diferentes de energia, algumas das quais serão tratadas em outros capítulos deste livro, podemos ampliar a definição de potência apresentada na Seção 7-6, em que afirmamos que potência era uma medida da rapidez com que um trabalho é executado. De uma forma mais geral, potência é uma medida da rapidez com que a energia é transformada de uma forma para outra.

Por exemplo: quando a alpinista da Fig. 8-13*a* está subindo, a potência média desenvolvida por ela é a taxa média em que converte energia bioquímica em energia potencial gravitacional e em sua própria energia térmica. A potência instantânea é a taxa em que a conversão ocorre num dado instante.

8-7 Trabalho Executado por Forças de Atrito

Considere um bloco de massa m escorregando num piso horizontal e sujeito a uma força de atrito dinâmico constante **f** (não-conservativa) e a uma força constante **F** (conservativa). Para simplificar o problema, vamos supor que as duas forças tenham a mesma direção e sentido e que o movimento do bloco tenha o sentido oposto (considerado como o sentido positivo). Vamos tomar o bloco e a força conservativa (e não o conjunto bloco-piso) como o nosso sistema. O nosso sistema *não é* um sistema isolado porque a força **f** é exercida por um corpo (o piso) externo ao sistema.

Vamos agora aplicar ao bloco a segunda lei de Newton. Até agora, só aplicamos essa lei a partículas. Entretanto, se supusermos que todos os pontos do bloco se movem da mesma forma, poderemos aplicar a lei ao bloco como se ele fosse uma única partícula. Assim, para a direção de movimento do bloco, podemos escrever:

$$\sum F = -F - f = ma. \qquad (8\text{-}23)$$

Como as forças são constantes, a desaceleração a do bloco também é constante. Assim, podemos usar a Eq. 2-14 para relacionar a à velocidade inicial v_i e à velocidade final v_f

do bloco quando ele percorre uma distância d no piso horizontal:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

ou

$$a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2d}. \qquad (8\text{-}24)$$

Substituindo o valor de a dado pela Eq. 8-24 na Eq. 8-23, temos:

$$-Fd - fd = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2 = \Delta K, \qquad (8\text{-}25)$$

onde ΔK é a variação de energia cinética do bloco. A quantidade $-Fd$ é o trabalho realizado pela força conservativa. De acordo com a Eq. 8-6, podemos substituir $-Fd$ por $-\Delta U$, onde ΔU é a variação de energia potencial do sistema. Nesse caso, a Eq. 8-25 assume a forma

$$-fd = \Delta K + \Delta U = \Delta E. \qquad (8\text{-}26)$$

A Eq. 8-26 pode ser interpretada da seguinte forma:

> O produto $-fd$, onde f é a força de atrito dinâmico, é igual à variação ΔE da energia mecânica do sistema.

O produto $-fd$ é negativo porque a força de atrito tem o sentido oposto ao do deslocamento. Assim, ΔE é negativo, ou seja, a energia mecânica do sistema diminui em conseqüência do atrito.

O lado esquerdo da Eq. 8-26 poderia ser erroneamente interpretado como o trabalho realizado sobre o bloco pela força de atrito. O fato de que isso não é verdade tem a ver com a natureza complexa da força de atrito dinâmico. Como discutimos na Seção 6-1, f é a média de um grande número de forças complexas que agem nos pontos de contato entre o bloco e o piso. O trabalho total realizado por todas essas forças *não é* igual a $-fd$.

Para compreendermos melhor a natureza do trabalho realizado por forças de atrito, vamos aplicar as Eqs. 8-22 e 8-26 a um bloco que desliza num piso horizontal até que a força de atrito dinâmico exercida sobre ele pelo piso o faça parar. (Nosso sistema é constituído apenas pelo bloco.) Podemos tomar $\Delta U = 0$ nas duas equações, porque não há variações de energia potencial envolvidas no processo. Substituindo na Eq. 8-22 W por W_f, o trabalho realizado pela força de atrito, temos:

$$W_f = \Delta K + \Delta E_{int}, \qquad (8\text{-}27)$$

onde ΔE_{int} é a variação da energia interna *apenas do bloco.* A Eq. 8-26 se torna:

$$-fd = \Delta K. \qquad (8\text{-}28)$$

Comparando as Eqs. 8-27 e 8-28, podemos ver que, como já foi dito, $-fd$ não é igual a W_f, o trabalho realizado pela força de atrito. Na verdade, fd é a perda de energia mecânica (a energia que é dissipada pela força de atrito) e W_f é a parte dessa energia que deixa o sistema (transformando-se em energia interna do piso). A parte que não deixa o sistema é transformada em energia interna do bloco.

Suponhamos, por exemplo, que o bloco tenha uma energia cinética inicial de 100 J e que a ação da força de atrito resulte em aumento de 40 J na energia interna do bloco. Nesse caso, a energia dissipada pela força de atrito será igual a -100 J; de acordo com a Eq. 8-27, o trabalho realizado por essa força será igual a -60 J. Em outras palavras, 60 J de energia serão transferidos do bloco para o piso.

A Eq. 8-27 também mostra que o teorema do trabalho-energia cinética (segundo o qual deveríamos ter $W_f = \Delta K$) não se aplica ao bloco do problema. Isso acontece porque o teorema do trabalho-energia cinética se baseia na hipótese de que o sistema se comporta como uma única partícula. Entretanto, *do ponto de vista das transformações de energia*, não podemos tratar o bloco do problema como uma partícula porque ela não tem estrutura interna e portanto não pode possuir energia interna.

O leitor poderia objetar observando que tratamos o bloco como uma partícula, porque usamos a segunda lei de Newton para deduzir a Eq. 8-26. Naquela ocasião, porém, tudo que supusemos foi que todos os pontos do bloco se moviam da mesma forma; não havia nenhuma transformação de energia envolvida. Na física é relativamente comum tratar um corpo como partícula em algumas situações mas não em outras.

EXEMPLO 8-6 Na Fig. 8-14, um cachorro de circo, de massa 6,0 kg, chega à extremidade esquerda de uma rampa irregular, que está a uma altura y_0 = 8,50 m do chão, com uma velocidade v_0 = 7,8 m/s. O ca-

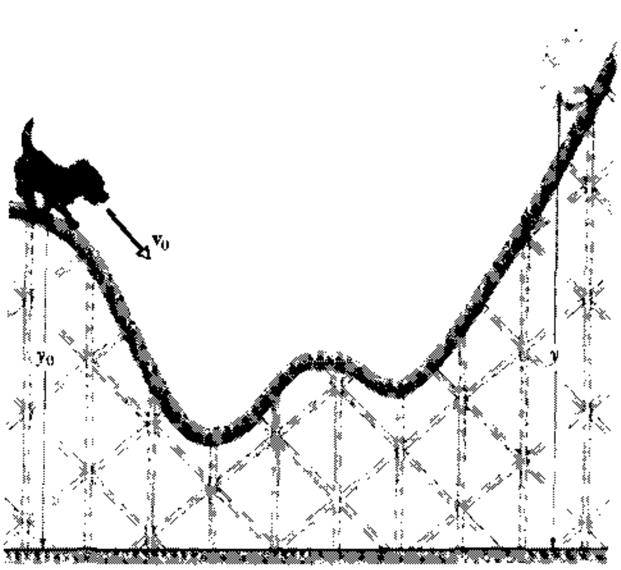


Fig. 8-14 Exemplo 8-6. Um cachorro de circo escorrega por uma rampa, começando com velocidade v_0 a uma altura y_0 e parando numa altura y.

chorro escorrega para a direita e pára quando atinge uma altura $y = 11,1$ m acima do chão. Qual o aumento da energia térmica do cachorro e da rampa durante o processo?

Solução O sistema isolado a que a Eq. 8-20 se aplica é o sistema cachorro-Terra-rampa, porque, uma vez que o cachorro começa a escorregar, as únicas forças que agem sobre ele são o seu peso $m\mathbf{g}$ (devido à Terra) e as forças (força de atrito e força normal) exercidas pela rampa. Como a força normal é sempre perpendicular à direção de movimento do cachorro, não realiza nenhum trabalho sobre ele e portanto não modifica a energia do sistema cachorro-Terra-rampa. Por outro lado, a força de atrito realiza trabalho sobre o cachorro, dissipando energia mecânica e aumentando a energia térmica dele e da rampa de uma quantidade ΔE_{int}.

No ponto em que o cachorro pára, sua energia cinética é zero. Aplicando a Eq. 8-20 ao sistema cachorro-Terra-rampa, temos:

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{int} = 0,$$

ou

$$(0 - \tfrac{1}{2}mv_0^2) + mg(y - y_0) + \Delta E_{int} = 0.$$

Calculando o valor de ΔE_{int}, temos:

$$\Delta E_{int} = \tfrac{1}{2}mv_0^2 - mg(y - y_0),$$

$$\Delta E_{int} = \tfrac{1}{2}(6{,}0\ \text{kg})(7{,}8\ \text{m/s})^2 - (6{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(11{,}1\ \text{m} - 8{,}5\ \text{m})$$

$$\approx 30\ \text{J}. \qquad \text{(Resposta)}$$

EXEMPLO 8-7 Uma bala de aço de massa $m = 5{,}2$ g é disparada verticalmente para baixo de uma altura $h_1 = 18$ m com uma velocidade inicial $v_0 = 14$ m/s (Fig. 18-15a). A bala penetra no solo arenoso até uma profundidade $h_2 = 21$ cm.

a. Qual a variação da energia mecânica da bala?

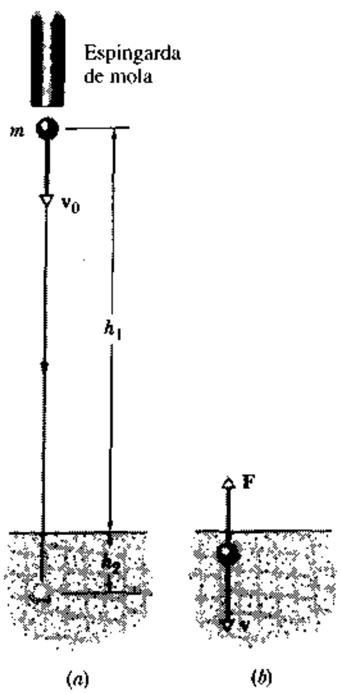


Fig. 8-15 Exemplo 8-7. (a) Uma bala é disparada para baixo e penetra no solo arenoso. A energia mecânica é conservada no trecho h_1 do percurso mas não no trecho h_2, em que uma força (não-conservativa) de atrito age sobre a bala. (b) Detalhe da ação da força **F** sobre a bala.

Solução Quando a bala chega à profundidade h_2, sua energia cinética é zero. A variação de energia mecânica é dada por

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U, \qquad (8\text{-}29)$$

ou

$$\Delta E = (0 - \tfrac{1}{2}mv_0^2) - mg(h_1 + h_2),$$

onde $-(h_1 + h_2)$ é o deslocamento total da bala (o sinal é negativo porque o deslocamento é para baixo). Substituindo os parâmetros por seus valores numéricos, temos:

$$\Delta E = -\tfrac{1}{2}(5{,}2 \times 10^{-3}\ \text{kg})(14\ \text{m/s})^2 - (5{,}2 \times 10^{-3}\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(18\ \text{m} + 0{,}21\ \text{m})$$
$$= -1{,}437\ \text{J} \approx -1{,}4\ \text{J}. \qquad \text{(Resposta)}$$

b. Qual a variação da energia interna do sistema bala-Terra-areia?

Solução Este sistema é isolado porque, depois que a bala é disparada, as únicas forças que agem sobre ela são o seu peso $m\mathbf{g}$ (devido à Terra) e a força de atrito **F** exercida pela areia (Fig. 8-15b). Substituindo a Eq. 8-29 na Eq. 8-20, descobrimos que, para o sistema bala-Terra-areia,

$$\Delta E + \Delta E_{int} = 0,$$

ou

$$\Delta E_{int} = -\Delta E = -(-1{,}437\ \text{J}) \approx 1{,}4\ \text{J}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Assim, quando a bala penetra no solo, toda a sua energia mecânica é dissipada, transformando-se em energia interna (principalmente térmica) da bala e da areia.

c. Qual o módulo da força média **F** exercida pela areia sobre a bala?

Solução A energia mecânica da bala é conservada até que ela se choque com o solo. Em seguida, durante o percurso h_2, sua energia mecânica é convertida em energia interna. Assim, a Eq. 8-26 ($-fd = \Delta E$) pode ser reescrita como:

$$-Fh_2 = \Delta E.$$

Calculando o valor de F, temos:

$$F = \frac{\Delta E}{-h_2} = \frac{-1{,}437\,\text{J}}{-0{,}21\,\text{m}} = 6{,}84\,\text{N} \approx 6{,}8\,\text{N}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Poderíamos também calcular F usando as técnicas do Cap. 2 para determinar a velocidade da bala no momento em que atinge o solo e sua desaceleração no trecho h_2. O valor de F poderia então ser calculado com o auxílio da segunda lei de Newton. É evidente, porém, que o número de passos seria maior do que na solução acima.

8-8 Massa e Energia (Opcional)

A ciência da química foi desenvolvida com base na suposição de que, nas reações químicas, a energia e a massa são conservadas separadamente.* Em 1905, Einstein demons-

*Nesta seção, a palavra *massa* e o símbolo m se referem à massa de um objeto da forma como é normalmente medida, isto é, com o objeto em repouso. No Cap. 42 discutiremos com maior profundidade a relação entre massa e energia na teoria da relatividade restrita de Einstein.

trou que, como conseqüência da teoria da relatividade restrita, a massa pode ser considerada como uma forma de energia. Assim, a lei da conservação de energia é na realidade a lei de conservação de massa e energia.

Nas reações químicas, a quantidade de massa que se transforma em outras formas de energia (ou vice-versa) é uma fração tão pequena da massa total envolvida que se torna impossível medir a variação de massa, mesmo na mais sensível das balanças. Assim, *parece* que a massa e a energia são conservadas separadamente. Nas reações nucleares, por outro lado, as variações de massa são da ordem de um milhão de vezes maiores do que nas reações químicas, e as variações de massa podem ser medidas com facilidade. Para os físicos nucleares, as transformações de massa em energia e vice-versa constituem um fenômeno trivial, que deve ser levado em conta na maioria dos cálculos.

A relação entre massa e energia é expressa pela que é, sem dúvida, a mais famosa das equações da física (veja a Fig. 8-16):

$$E = mc^2 \tag{8-30}$$

onde E é o equivalente em energia da massa m e c é a velocidade da luz. A Tabela 8-1 mostra a equivalência entre massa e energia para alguns objetos.

Os objetos comuns contêm quantidades enormes de energia. A energia equivalente à massa de uma moeda, por exemplo, custaria mais de um milhão de dólares se fosse comprada na forma de energia elétrica. A relação inversa também conduz a resultados espantosos. Toda a produção

Fig. 8-16 Os alunos da Shenandoah Junior High School, em Miami, Flórida, homenageiam Einstein no 100.° aniversário do seu nascimento escrevendo a famosa fórmula com seus corpos. Cortesia de Rocky Raisen, professor de física.

Tabela 8-1
Energias Equivalentes para Alguns Objetos

Objeto	*Massa (kg)*	*Energia Equivalente*
Elétron	$9{,}1 \times 10^{-31}$	$8{,}2 \times 10^{-14}$ J (= 511 keV)
Próton	$1{,}7 \times 10^{-27}$	$1{,}5 \times 10^{-10}$ J (= 938 MeV)
Átomo de urânio	$4{,}0 \times 10^{-25}$	$3{,}6 \times 10^{-8}$ J (= 225 GeV)
Partícula de poeira	1×10^{-13}	1×10^{-4} J (= 2 kcal)
Moeda	$3{,}1 \times 10^{-3}$	$2{,}8 \times 10^{14}$ J (= 78 GW·h)

anual de energia elétrica dos Estados Unidos, por exemplo, corresponde a uma massa de apenas algumas centenas de quilogramas de matéria (pedras, batatas, livros, qualquer coisa!).

Para aplicar a Eq. 8-30 a reações químicas ou nucleares entre partículas, podemos escrevê-la na forma

$$Q = -\Delta mc^2 \tag{8-31}$$

onde Q (chamado simplesmente de *Q da reação*) é a energia liberada ou absorvida na reação e Δm é o correspondente aumento ou diminuição da massa total das partículas que participam da reação. Nas reações de fissão nuclear, menos de 0,1% da massa inicialmente presente se transforma em outras formas de energia. Nas reações químicas, essa porcentagem é um milhão de vezes menor. Em termos de extração de energia da matéria, ainda estamos engatinhando.

Na prática, raramente se usam unidades do sistema SI quando se trabalha com a Eq. 8-31, porque são grandes demais. A unidade mais comum de massa é a unidade de massa atômica (representada pela letra u; veja a Seção 1-6), definida através da relação

$$1\ \text{u} = 1{,}66 \times 10^{-27}\ \text{kg}, \tag{8-32}$$

A unidade mais comum de energia é o elétron-volt, já definido na Eq. 7-6:

$$1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J}. \tag{8-33}$$

Nas unidades das Eqs. 8-32 e 8-33, a constante c^2 tem os valores

$$\begin{aligned} c^2 &= 9{,}32 \times 10^8\ \text{eV/u} = 9{,}32 \times 10^5\ \text{keV/u} \\ &= 932\ \text{MeV/u}. \end{aligned} \tag{8-34}$$

EXEMPLO 8-8 Suponha que 1,0 mol de oxigênio (diatômico) interage com 2,0 mol de hidrogênio (diatômico) para formar 2,0 mol de vapor d'água, através da reação

$$2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O.$$

A energia Q liberada é de $4{,}85 \times 10^5$ J. Que fração da massa dos reagentes desaparece para gerar esta energia?

Solução De acordo com a Eq. 8-31, a redução de massa necessária para produzir a energia liberada é dada por

$$\Delta m = \frac{-Q}{c^2} = \frac{-4{,}85\times10^5\ \text{J}}{(3{,}00\times10^8\ \text{m/s})^2} = -5{,}39\times10^{-12}\ \text{kg}.$$

A massa M dos reagentes é igual a duas vezes a massa molar (massa de 1 mol) de H_2 mais a massa molar de O_2. De acordo com o Apêndice D, temos:

$$M = 2(2{,}02\ \text{g}) + 32{,}0\ \text{g} = 36{,}0\ \text{g} = 0{,}036\ \text{kg}.$$

A fração desejada é, portanto,

$$\frac{|\Delta m|}{M} = \frac{5{,}39\times10^{-12}\ \text{kg}}{0{,}036\ \text{kg}} = 1{,}5\times10^{-10}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Essa perda fracionária de massa, típica das reações *químicas, é tão pequena* que não pode ser medida nem com uma balança de precisão, mas a energia equivalente ($4{,}85 \times 10^5$ J por mol de O_2) pode facilmente ser detectada.

EXEMPLO 8-9 Uma reação de fissão nuclear típica é

$$^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow {}^{140}\text{Ce} + {}^{94}\text{Zr} + 2\text{n},$$

onde n representa um nêutron. As massas envolvidas são as seguintes:

massa(^{235}U) = 235,04 u   massa (^{94}Zr) = 93,91 u

massa (^{140}Ce) = 139,91 u   massa (n) = 1,00867 u

a. Qual a variação percentual de massa associada à reação?

Solução Para calcular a variação de massa Δm, subtraímos a massa dos reagentes da massa dos produtos:

$$\begin{aligned}\Delta m &= (139{,}91 + 93{,}91 + 2 \times 1{,}00867) \\ &\quad -(235{,}04 + 1{,}00867) \\ &= -0{,}211\ \text{u}.\end{aligned}$$

A massa total dos reagentes é dada por:

$$M = 235{,}04 + 1{,}00867 = 236{,}05\ \text{u},$$

portanto a variação percentual da massa é dada por:

$$\begin{aligned}\frac{|\Delta m|}{M} &= \frac{0{,}211\ \text{u}}{236{,}05\ \text{u}} \\ &= 0{,}00089, \text{ ou cerca de } 0{,}1\%. \qquad \text{(Resposta)}\end{aligned}$$

Embora essa variação seja pequena, pode ser medida com facilidade e é muito maior do que a variação obtida no Exemplo 8-8.

b. Qual a quantidade de energia liberada durante a reação?

Solução De acordo com a Eq. 8-31, temos:

$$Q = -\Delta mc^2 = (-0{,}211\ \text{u})(932\ \text{MeV/u}) = 197\ \text{MeV}, \qquad \text{(Resposta)}$$

onde foi usado o valor de c^2 em MeV/u que aparece na Eq. 8-34. A energia liberada, 197 MeV, é muito maior do que a energia liberada numa reação química típica, que é da ordem de alguns elétrons-volts.

EXEMPLO 8-10 O núcleo do átomo de deutério (hidrogênio pesado) é chamado de **dêuteron**. Ele é composto de um próton e um nêutron. Qual a energia envolvida na separação de um dêuteron em suas partículas constituintes? Essa energia é liberada ou absorvida durante a reação?

Solução As massas envolvidas são as seguintes:

$$\begin{aligned}&\text{dêuteron: } m_d = 2{,}01355\ \text{u} \\ &\left.\begin{aligned}\text{próton: } m_p &= 1{,}00728\ \text{u} \\ \text{nêutron: } m_n &= 1{,}00867\ \text{u}\end{aligned}\right\}\ 2{,}01595\ \text{u}\end{aligned}$$

Como a soma das massas do próton e do nêutron é maior do que a massa do dêuteron, é preciso fornecer energia ao dêuteron para que a reação ocorra. O aumento de massa resultante é dado por

$$\begin{aligned}\Delta m &= (m_p + m_n) - m_d \\ &= (1{,}00728 + 1{,}00867) - (2{,}01355) = 0{,}00240\ \text{u}.\end{aligned}$$

De acordo com a Eq. 8-31, a energia correspondente é dada por

$$\begin{aligned}Q &= -\Delta mc^2 = -(0{,}00240\ \text{u})(932\ \text{MeV/u}) \\ &= -2{,}24\ \text{MeV}. \qquad \text{(Resposta)}\end{aligned}$$

A energia Q acima é chamada de **energia de ligação** do dêuteron. Para fazermos uma comparação, a energia necessária para arrancar o elétron de um átomo de hidrogênio é de apenas 13,6 eV, ou seja, cerca de 6×10^{-6} vezes menor.

8-9 Quantização da Energia (Opcional)

Quando agitamos a mão no ar, ele nos parece perfeitamente contínuo. Entretanto, sabemos que, numa escala fina, o ar não é um meio contínuo, mas um meio "granular", composto de vários tipos de partículas, das quais as mais numerosas são as moléculas de nitrogênio e oxigênio. Por isso, dizemos que a massa do ar é **quantizada.** Quando estudamos os mundos atômico e subatômico, que ficam fora da nossa realidade "imediata", descobrimos que muitas outras grandezas físicas são quantizadas, isto é, só podem assumir certos valores bem definidos (discretos). A energia é uma dessas grandezas.

Todos concordaríamos ao dizer que a energia de um pêndulo pode assumir qualquer valor dentro de um certo intervalo, dependendo do impulso que dermos à massa. No mundo atômico, porém, os fatos são diferentes. Um átomo só pode existir em certos estados característicos, os chamados **estados quânticos,** cada um está associado a um valor de energia.

A Fig. 8-17 mostra os valores permitidos de energia (ou *níveis de energia*) de um átomo isolado de sódio. Cada valor corresponde a um diferente estado quântico. O nível mais baixo, chamado E_0 na Fig. 8-17, ao qual em geral é atribuído arbitrariamente o valor zero de energia, é o **estado fundamental** do átomo de sódio. Um átomo isolado de sódio normalmente é encontrado no estado fundamental, da mesma forma como uma bola de gude no interior de uma tigela normalmente é encontrada no fundo da tigela. Para passar para um dos outros estados, que são chamados de **estados excitados,** o átomo de sódio deve receber energia de alguma fonte externa, talvez colidindo com elétrons numa lâmpada de vapor de sódio. Quando volta ao estado fundamental, o átomo deve diminuir sua energia, possivelmente emitindo luz.

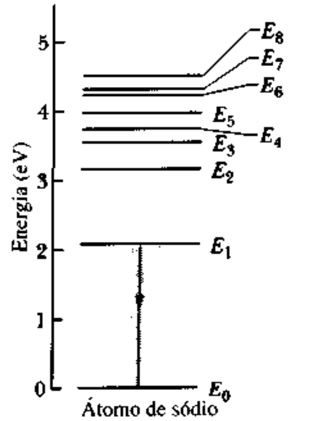


Fig. 8-17 O diagrama acima mostra alguns dos níveis de energia de um átomo de sódio que correspondem aos estados quânticos que o átomo pode ocupar. O estado de menor energia, indicado pelo símbolo E_0, é chamado de estado fundamental. O átomo emite a luz amarela característica do sódio quando passa do estado de energia E_1 para o estado fundamental, como está indicado na figura pela seta vertical. O átomo não pode ter uma energia que se encontre entre estes dois valores ou entre quaisquer dois valores consecutivos mostrados aqui.

Na verdade, a energia de *qualquer* objeto formado por átomos (incluindo o pêndulo) é quantizada. Entretanto, no caso de objetos macroscópicos, os valores permitidos de energia estão tão próximos que não podem ser observados separadamente e parecem formar um contínuo. Nesse caso, podemos ignorar totalmente a quantização.

Quantização e a Emissão de Luz

Vejamos agora como os conceitos de quantização e de conservação da energia podem explicar de forma elegante a emissão de luz por átomos isolados. Considere a luz amarela emitida por átomos de sódio, que pode ser facilmente observada jogando-se sal de cozinha (cloreto de sódio) numa chama. Essa cor é emitida quando os átomos de sódio passam do estado excitado de energia E_1 da Fig. 8-17 para o estado fundamental de energia E_0; a transição está indicada por uma seta na figura. De acordo com a **teoria ondulatória da luz**, a cada cor corresponde uma certa freqüência f. (A **freqüência** de uma onda é o número de vezes por segundo que a onda oscila ao passar por um dado ponto; a unidade de f é o hertz, que corresponde a um ciclo por segundo.)

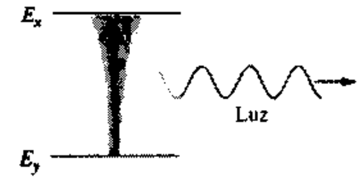


Fig. 8-18 Um átomo pode passar de um estado excitado para um estado de menor energia emitindo luz.

Em geral, ondas como a luz são emitidas pelos átomos *sempre que eles passam de um estado de energia E_x para* outro estado de energia menor E_y, como mostra a Fig. 8-18. No caso da emissão de luz, a lei da conservação da energia assume a forma

$$E_x - E_y = hf, \qquad (8\text{-}35)$$

onde h é uma constante e f é a freqüência da luz emitida. Esta equação, proposta pelo físico dinamarquês Niels Bohr, nos diz que $E_x - E_y$, a energia perdida pelo átomo, é igual à energia da luz emitida. A Eq. 8-35 se aplica à emissão (e também à absorção) de todos os tipos de ondas eletromagnéticas, não só as emitidas pelos átomos, mas também as emitidas por núcleos, moléculas e sólidos aquecidos.

A constante h que aparece na Eq. 8-35 é chamada de **constante de Planck** e tem o valor

$$\begin{aligned} h &= 6.63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s} \quad \text{(constante de Planck)} \\ &= 4.14 \times 10^{-15}\ \text{eV}\cdot\text{s} \end{aligned} \qquad (8\text{-}36)$$

A constante de Planck, assim denominada em homenagem ao físico alemão Max Planck, que a introduziu em 1900, é a constante mais importante da física quântica. Ela aparece em quase todas as equações que envolvem fenômenos quânticos, assim como a velocidade da luz c aparece em quase todas as equações que envolvem fenômenos relativísticos. Vamos tornar a encontrá-la em outros capítulos deste livro.

RESUMO

Energia

Energia é uma propriedade associada ao estado de um ou mais corpos. A **energia cinética** K está associada ao estado de *movimento* de um corpo. A **energia térmica** está associada aos movimentos aleatórios dos átomos e moléculas de um corpo. A **energia potencial** está associada à *configuração* de um ou mais corpos. Dois tipos importantes de energia potencial são a **energia potencial gravitacional**, associada ao estado de separação entre corpos que se atraem através da força gravitacional, e a ***energia potencial elástica***, associada ao estado de compressão ou distensão de um objeto elástico (cujas propriedades são semelhantes às de uma mola).

Energia Mecânica

A *energia mecânica* E de um sistema é a soma da energia cinética K e da energia potencial U. Se as únicas forças presentes são a força gravitacional e a força elástica, o valor de E permanece constante mesmo que a energia cinética e a energia potencial variem com o tempo. Esta **lei da conservação de energia mecânica** pode ser escrita na forma

$$E = U_1 + K_1 = U_2 + K_2 = \text{constante}, \qquad (8\text{-}2)$$

onde os índices foram usados para designar diferentes instantes de tempo. A Eq. 8-2 também pode ser escrita na forma

$$\Delta K + \Delta U = 0. \tag{8-3}$$

Quando forças de atrito dinâmico estão presentes, a energia mecânica E não permanece constante, mas diminui com o tempo. Por isso, dizemos que as forças de atrito **dissipam** energia mecânica; a energia dissipada se transforma em **energia interna.** A forma principal de energia interna é a energia térmica.

Energia Potencial Elástica
Para uma mola que obedece à lei de Hooke, $F = -kx$, a **energia potencial elástica** da mola é dada por

$$U = \tfrac{1}{2}kx^2. \tag{8-8}$$

Energia Potencial Gravitacional
Quando um objeto situado nas proximidades da superfície da Terra se move em relação à Terra, a variação da **energia potencial gravitacional** do sistema objeto-Terra é dada por

$$\Delta U = mg\,\Delta y,$$

onde Δy é a variação da distância entre o objeto e a superfície da Terra. Em geral, tomamos U como zero em $y = 0$ e dizemos que a energia potencial do objeto é dada por

$$U = mgy. \tag{8-10}$$

Forças Conservativas e Não-conservativas
Dizemos que uma força é **conservativa** quando o trabalho que realiza numa partícula que percorre um circuito fechado é zero; caso contrário, dizemos que a força é **não-conservativa.** Também podemos dizer que uma força é conservativa quando o trabalho que realiza sobre uma partícula que se move de um ponto a outro é a mesma para todas as trajetórias possíveis entre os dois pontos; caso contrário, dizemos que a força é não-conservativa. As duas definições são equivalentes.

Curvas de Energia Potencial
Se a **função energia potencial** $U(x)$ de uma partícula é conhecida, a força responsável pelas variações de $U(x)$ pode ser calculada com o auxílio da equação

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}. \tag{8-17}$$

Se a função $U(x)$ é fornecida em forma de gráfico, a força F, para qualquer valor de x, pode ser determinada tomando-se o negativo da inclinação da tangente à curva no ponto correspondente a esse valor de x.

O comportamento de uma partícula que se move ao longo do eixo dos x pode ser conhecido a partir de um gráfico de $U(x)$. A energia cinética da partida num ponto x qualquer é dada por

$$K(x) = E - U(x), \tag{8-19}$$

onde E é a energia mecânica da partícula. Os pontos onde o movimento muda de sentido são chamados de **pontos de retorno**; nesses pontos, $K = 0$. Nos pontos onde a tangente à curva $U(x)$ é paralela ao eixo dos x, dizemos que a partícula se encontra em **equilíbrio**.

Lei da Conservação de Energia
Nos sistemas isolados, a energia pode ser transformada de uma forma para outra, mas a energia total permanece constante. Esta lei de conservação pode ser expressa da seguinte forma:

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{int}} + \begin{pmatrix}\text{variação de outras}\\ \text{formas de energia}\end{pmatrix} = 0, \tag{8-21}$$

onde ΔE_{int} é a variação da energia interna dos corpos presentes no sistema.

Trabalho Realizado sobre um Sistema
Se alguma força externa ao sistema executa um trabalho W sobre corpos do sistema, o sistema não está isolado e a sua energia total não permanece constante. A variação de energia está relacionada ao trabalho através da equação

$$W = \Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{int}}. \tag{8-22}$$

Massa e Energia
A energia equivalente à massa de um objeto pode ser calculada através da equação

$$E = mc^2, \tag{8-30}$$

onde m é a massa do objeto e c é a velocidade da luz.

Quantização da Energia
A energia de sistemas de pequenas dimensões, como os átomos, é quantizada, isto é, pode assumir apenas certos valores. Quando um sistema passa de um estado de energia E_x para um estado de menor energia, E_y, a energia em excesso é liberada, muitas vezes sob a forma de radiação eletromagnética como a luz. A radiação emitida tem uma freqüência f dada por

$$E_x - E_y = hf, \tag{8-35}$$

onde h é a constante de Planck:

$$h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s} = 4{,}14 \times 10^{-15}\ \text{eV}\cdot\text{s}. \tag{8-36}$$

QUESTIONÁRIO

1. Um automóvel está viajando numa rodovia. O motorista pisa no freio com força e o carro desliza até parar, o que reduz sua energia cinética a zero. Que tipo de energia aumenta em conseqüência da freada?

2. Na Questão 1, suponha que o motorista pisa suavemente no freio, de modo que não há escorregamento entre o pneu e a estrada. Nesse caso, que tipo de energia aumenta?

3. Você deixa cair um objeto e observa que ele quica no chão e chega à metade da altura inicial. Que conclusões pode tirar desse fato? Que conclusões tiraria se o objeto chegasse a 1,5 vez a altura inicial?

4. Quando um elevador desce do último andar de um edifício e pára no andar térreo, o que acontece com a energia potencial que possuía no início do trajeto?

5. Por que nas regiões montanhosas as estradas raramente sobem as encostas pelo caminho mais curto?

6. Os sacos de ar reduzem consideravelmente a probabilidade de que os ocupantes de um veículo sofram ferimentos graves em caso de colisão. Explique por que isso acontece, em termos de transferência de energia.

7. Você observa um pássaro em vôo e chega à conclusão de que ele possui uma certa quantidade de energia cinética. Entretanto, outro pássaro, que está voando ao lado do primeiro e conhece um pouco de física, declara que a energia cinética do vizinho é zero. Quem está certo, você ou o segundo pássaro? Como a lei de conservação de energia se aplica a esta situação?

8. Um terremoto pode liberar energia suficiente para destruir uma cidade. Onde está "armazenada" essa energia antes de começar o terremoto?

9. A Fig. 8-19 mostra um tubo de vidro circular que está pendurado numa parede vertical. O tubo está cheio d'água, exceto por uma bolha de ar que se encontra temporariamente em repouso na parte inferior do tubo. Discuta o movimento subseqüente da bolha em termos de transferência de energia, primeiro desprezando as forças que se opõem ao movimento da bolha e depois levando-as em consideração.

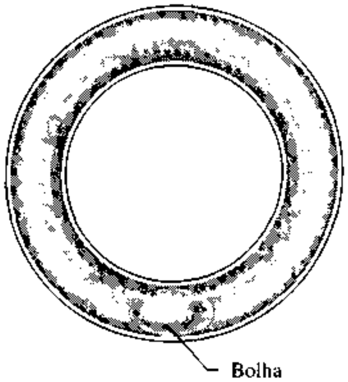


Fig. 8-19 Questão 9.

10. Cite alguns exemplos práticos de equilíbrio instável, neutro e estável.

11. No artigo "Energia e o Automóvel", publicado no número de outubro de 1980 da revista *The Physics Teacher*, o autor Gene Waring afirma o seguinte: "É interessante observar que *toda* a energia do combustível acaba se transformando em energia térmica, que se espalha ao longo do percurso seguido pelo automóvel." Analise os vários mecanismos que poderiam ser responsáveis por este fenômeno. Considere, por exemplo, o atrito com a estrada, a resistência do ar, os freios, o rádio do carro, os faróis, a bateria, as perdas no motor e no sistema de tração, a buzina e assim por diante. Suponha que a estrada é reta e plana.

12. Determine a relação entre o Sol e as fontes de energia que você conhece. Existe alguma fonte de energia cuja origem não possa ser atribuída ao Sol?

13. Explique, usando as idéias de trabalho e energia, como você pode fazer um balanço subir mais alto sem recorrer a um impulso externo. Se o balanço se encontra inicialmente em repouso, é possível colocá-lo em movimento sem recorrer a um impulso externo?

14. Dois discos estão ligados por uma mola (Fig. 8-20). É possível comprimir o disco superior de tal forma que, ao ser liberado, ele suba o suficiente para que o disco inferior deixe a mesa em que está apoiado? A energia mecânica pode ser conservada num caso como esse?

Fig. 8-20 Questão 14.

15. Discuta a expressão "conservação de energia" da forma como é usada (a) neste capítulo e (b) nas discussões da "crise energética". De que modo estas duas formas diferem?

16. A energia elétrica de uma pequena cidade é fornecida por uma usina hidrelétrica situada num rio próximo. Quando você apaga uma lâmpada elétrica neste sistema, a lei de conservação da energia exige que uma quantidade igual de energia, talvez numa forma diferente, apareça em outro lugar do sistema. Onde e em que forma essa energia aparece?

17. Uma mola é comprimida e suas extremidades são amarradas. Em seguida, é mergulhada em ácido e se dissolve. O que acontece com a energia potencial armazenada na mola?

18. A equação $E = mc^2$ revela que pequenos objetos, como moedas e pedrinhas, contêm enormes quantidades de energia. Por que essa energia levou tanto tempo para ser descoberta?

19. "As explosões nucleares, em termos de massa, liberam cerca de um milhão de vezes mais energia do que as explosões químicas, porque se baseiam na equação de Einstein, $E = mc^2$." O que você pensa a respeito desta afirmativa?

20. Como a massa e a energia podem ser equivalentes, já que se trata de grandezas físicas totalmente diferentes, definidas de forma diferente e medidas em unidades diferentes?

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 8-3 Determinação da Energia Potencial

1E. Uma determinada mola armazena 25 J de energia potencial quando sofre uma compressão de 7,5 cm. Qual é a constante da mola?

2E. Uma das armas do projeto "Guerra nas Estrelas" seria um "canhão eletromagnético" a ser colocado em órbita para derrubar mísseis inimigos ainda na fase de subida. O canhão (um tipo de arma de energia cinética) usaria forças eletromagnéticas para disparar um projétil de 2,4 kg com uma velocidade de 10 km/s. Suponha que, em vez de forças eletromagnéticas, o canhão usasse a força de uma mola. Qual deveria ser a constante da mola para que o projétil atingisse a velocidade desejada, supondo que fosse comprimida 1,5 m a partir do estado relaxado?

3E. Você deixa cair um livro de 2,0 kg para um amigo que está de pé na calçada, 10 m abaixo (Fig. 8-21). (a) Se a energia potencial é tomada como zero na calçada, qual a energia potencial do livro no momento em que você o deixa cair? (b) Qual a energia cinética do livro no momento em que o seu amigo o apara nas mãos estendidas, que se encontram 1,5 m acima da calçada? (c) Com que velocidade o livro está se movendo no momento em que chega às mãos do seu amigo?

4E. Um homem de 90 kg pula de uma janela para uma rede de bombeiros, 10 m abaixo. A rede se estica 1,0 m antes de deter a queda e arremessar o homem para cima. Qual a energia potencial da rede esticada, supondo que a energia mecânica é conservada?

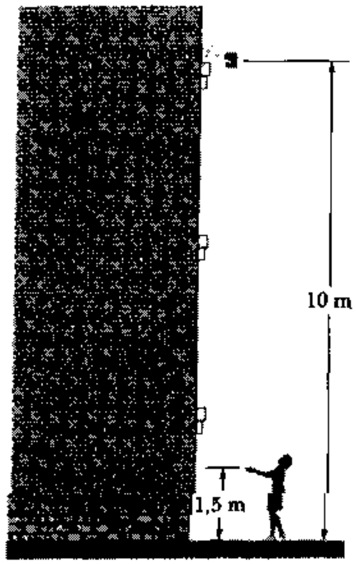


Fig. 8-21 Exercício 3.

5E. Uma bala de morteiro de 8,0 kg é disparada verticalmente com uma velocidade inicial de 100 m/s. (a) Qual a energia cinética da bala no momento em que deixa o morteiro? (b) Qual a variação de energia potencial da bala desde o momento em que é disparada até o ponto mais alto da sua trajetória, supondo que a resistência do ar possa ser desprezada?

6E. Um pedacinho de gelo se desprende da borda de uma taça hemisférica sem atrito com 22 cm de raio (Fig. 8-22). Com que velocidade o gelo está se movendo ao chegar ao fundo da taça?

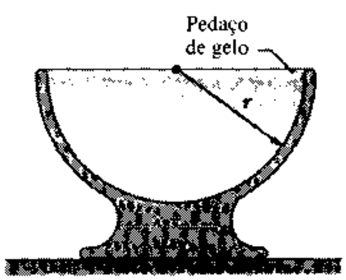


Fig. 8-22 Exercício 6.

7E. Um carrinho de montanha-russa sem atrito chega ao alto da primeira rampa da Fig. 8-23 com velocidade v_0. Qual a sua velocidade (a) no ponto A, (b) no ponto B e (c) no ponto C? (d) A que altura chegará à última rampa, que é alta demais para ser ultrapassada?

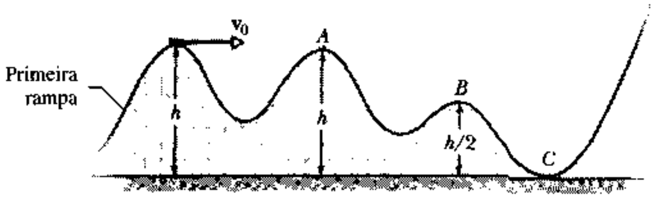


Fig. 8-23 Exercício 7.

8E. Um caminhão que perdeu os freios está descendo uma estrada em declive a 120 km/h. Felizmente, a estrada dispõe de uma rampa de escape, com uma inclinação de 15° (Fig. 8-24). Qual o menor comprimento da rampa para que a velocidade do caminhão chegue a zero antes do final da rampa? As rampas de escape são quase sempre cobertas com uma grossa camada de areia ou cascalho. Por quê?

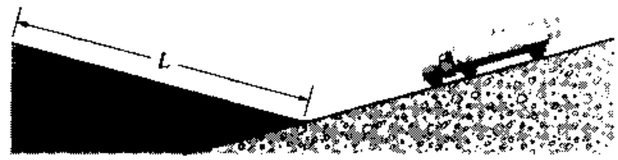


Fig. 8-24 Exercício 8.

9E. Uma avalanche de cinzas vulcânicas que estava se movendo em terreno plano chega a uma encosta com uma inclinação de 10° e sobe 920 m antes de parar. As cinzas vulcânicas estão misturadas com gás, de modo que o atrito entre elas e o solo é muito pequeno e pode ser desprezado. Com que velocidade as cinzas estavam se movendo ao chegarem à encosta? (*Sugestão*: Use a lei de conservação de energia.)

10E. Um projétil com uma massa de 2,40 kg é disparado para cima, do alto de uma colina de 125 m de altura, com uma velocidade de 150 m/s e numa direção que faz 41,0° com a horizontal. (a) Qual a energia cinética do projétil no momento em que é disparado? (b) Qual a energia potencial do projétil no mesmo momento? Suponha que a energia potencial é nula na base da colina ($y = 0$). (c) Determine a velocidade do projétil no momento em que atinge o solo. Supondo que a resistência do ar possa ser ignorada, as respostas acima dependem da massa do projétil?

11E. A Fig. 8-25 mostra uma pedra de 8,00 kg apoiada numa mola. O peso da pedra faz com que a mola sofra uma compressão de 10,0 cm. (a) Qual é a constante da mola? (b) A mola é comprimida mais 30,0 cm e depois liberada. Qual a energia potencial da mola antes de ser liberada? (c) A que altura será levantada a pedra acima do ponto em que se encontrava quando a mola foi liberada?

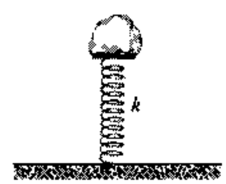


Fig. 8-25 Exercício 11.

12E. Uma bola de gude de 5,0 g é disparada verticalmente para cima por uma espingarda de mola. A mola deve ser comprimida 8,0 cm para que a bola de gude apenas alcance um alvo situado a 20 m de distância. (a) Qual a variação de energia potencial gravitacional da bola de gude durante a subida? (b) Qual a constante da mola?

13E. Uma bola de massa m está presa à extremidade de uma barra de comprimento L e massa desprezível. A outra extremidade da barra é articulada, de modo que a bola pode descrever um círculo no plano vertical. A barra é mantida na posição horizontal, como na Fig. 8-26, até receber um impulso para baixo suficiente para chegar ao ponto mais alto do círculo com velocidade zero. (a) Qual a variação da energia potencial da bola? (b) Qual a velocidade inicial da bola?

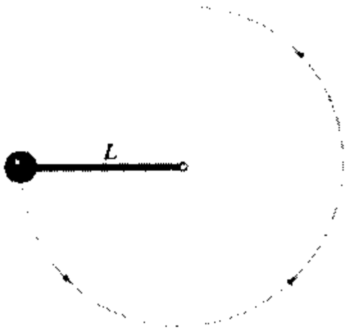


Fig. 8-26 Exercício 13.

14E. Uma barra de comprimento $L = 2{,}00$ m e massa desprezível é articulada numa das extremidades para que possa descrever um círculo no plano vertical. Uma bola de massa m está presa à outra extremidade da barra. A bola é levantada até que a barra faça um ângulo $\theta = 30{,}0°$ com a vertical (Fig. 8-27) e depois liberada. Com que velocidade a bola está se movendo ao passar pelo ponto mais baixo de sua trajetória?

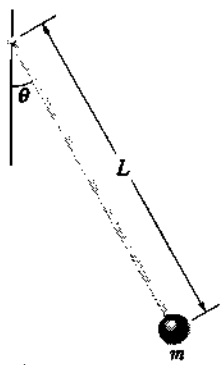


Fig. 8-27 Exercício 14.

15P. O gráfico da Fig. 8-28*a* mostra a variação da força da mola da espingarda de rolha da Fig. 8-28*b* com a compressão ou distensão a que é submetida. A mola é comprimida 5,5 cm e usada para disparar uma rolha de 3,8 g. (a) Qual a velocidade da rolha se é lançada no momento em que a mola atinge o comprimento que possui quando relaxada? (b) Suponha que a rolha fica presa na mola e só é lançada depois que a mola se distendeu 1,5 cm. Neste caso, qual a velocidade da rolha no momento em que é lançada?

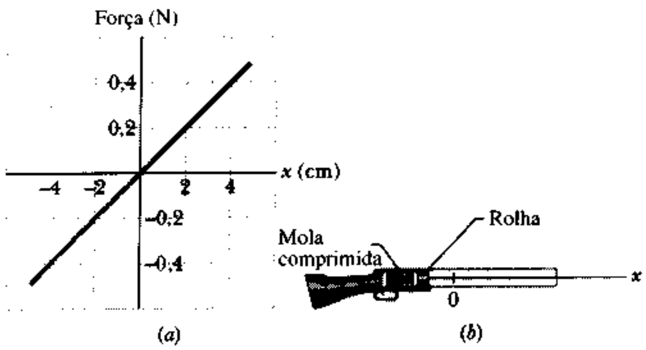


Fig. 8-28 Problema 15.

16P. Um bloco de 2,0 kg é apoiado numa mola num plano inclinado sem atrito e com uma inclinação de 30° (Fig. 8-29). A mola, cuja constante vale 19,6 N/cm, é comprimida mais 20 cm e depois liberada. A que distância ao longo do plano inclinado é arremessado o bloco?

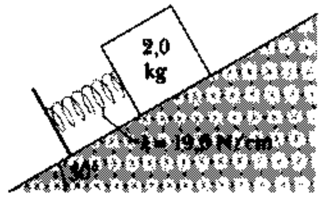


Fig. 8-29 Problema 16.

17P. Uma mola pode ser comprimida 2,0 cm por uma força de 270 N. Um bloco de 12 kg de massa é liberado a partir do repouso do alto de um plano inclinado sem atrito cuja inclinação é 30° (Fig. 8-30). O bloco comprime a mola 5,5 cm antes de parar. (a) Qual a distância total percorrida pelo bloco até parar? (b) Qual a velocidade do bloco no momento em que se choca com a mola?

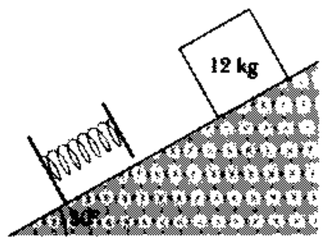


Fig. 8-30 Problema 17.

18P. Um projétil de 0,55 kg é lançado da borda de um penhasco com uma energia cinética inicial de 1.550 J e, no ponto mais alto da trajetória, está 140 m acima do ponto de lançamento. (a) Qual a componente horizontal da velocidade do projétil? (b) Qual a componente vertical da velocidade do projétil no momento do disparo? (c) Em um certo instante, a componente vertical da velocidade do projétil é 65 m/s. Neste momento, a que altura ele se encontra acima ou abaixo do ponto de lançamento?

19P. Uma bola de 50 g é arremessada de uma janela com uma velocidade inicial de 8,0 m/s e um ângulo de 30° para cima em relação à horizontal. Determine (a) a energia cinética da bola no ponto mais alto da trajetória e (b) a sua velocidade quando se encontra 3,0 m abaixo da janela. A resposta do item (b) depende (c) da massa da bola ou (d) do ângulo de arremesso?

20P. A mola de uma espingarda de mola tem uma constante de 1 N/cm. Quando a espingarda faz um ângulo de 30° para cima em relação à horizontal, uma bala de 50 g é disparada e atinge uma altura de 2 m acima do cano da espingarda. (a) Qual a velocidade da bala ao deixar o cano? (b) De quanto a mola estava comprimida no momento do disparo?

21P. Uma bala de morteiro de 5,0 kg é disparada para cima com uma velocidade inicial de 100 m/s e um ângulo de 34° em relação à horizontal. (a) Qual a energia cinética da bala no momento do disparo? (b) Qual é a variação na energia potencial da bala até o momento em que atinge o ponto mais alto da trajetória? (c) Qual a altura atingida pela bala?

22P. Um pêndulo é constituído por uma pedra de 2,0 kg amarrada na ponta de uma corda de 4,0 m. A pedra passa pelo ponto mais baixo da trajetória com uma velocidade de 8,0 m/s. (a) Qual a velocidade da pedra quando a corda faz um ângulo de 60° com a vertical? (b) Qual o maior ângulo que a corda faz com a vertical durante o movimento? (c) Tomando a energia potencial gravitacional como igual a zero no ponto mais baixo da trajetória, qual a energia mecânica total do sistema?

23P. A corda da Fig. 8-31 tem L = 120 cm de comprimento e a distância d até o pino fixo P é 75 cm. Quando a bola é liberada em repouso na posição indicada na figura, descreve a trajetória indicada pela linha tracejada. Qual a velocidade da bola (a) quando está passando pelo ponto mais baixo da trajetória e (b) quando chega ao ponto mais alto da trajetória, depois que a corda toca no pino?

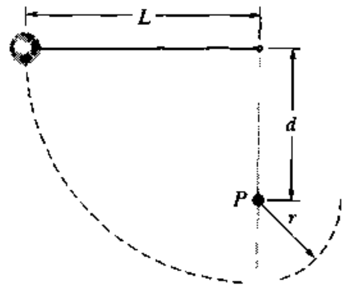


Fig. 8-31 Problemas 23 e 32.

24P. Uma das extremidades de uma mola vertical está presa ao teto. Um objeto é amarrado à outra extremidade e baixado lentamente até a posição de equilíbrio em que a força para cima exercida pela mola é igual ao peso do objeto. Mostre que a redução na energia potencial gravitacional sofrida pelo objeto durante o processo é igual ao dobro do ganho de energia potencial elástica da mola. (Por que as duas grandezas não são iguais?)

25P. Deixa-se cair um bloco de 2,0 kg de uma altura de 40 cm sobre uma mola cuja constante é k = 1.960 N/m (Fig. 8-32). Determine a compressão máxima da mola.

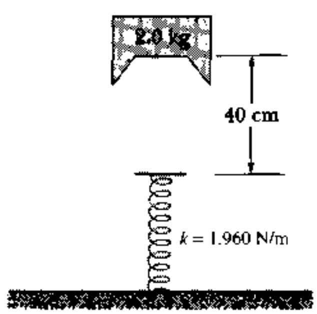


Fig. 8-32 Problema 25.

26P. A Fig. 8-33 mostra um pêndulo de comprimento L. A esfera de massa m (na qual podemos supor que está concentrada toda a massa do sistema) está se movendo com velocidade v_0 quando o fio faz um ângulo θ_0 com a vertical. (a) Determine uma expressão para a velocidade da esfera quando está passando pelo ponto mais baixo de sua trajetória. Qual o valor *mínimo* de v_0 para que a corda (b) chegue à posição horizontal e (c) chegue à posição vertical, com a corda permanecendo esticada?

27P. Duas crianças estão competindo para ver quem consegue acertar numa pequena caixa com uma bola de gude disparada por uma espingarda de mola colocada sobre uma mesa. A distância horizontal entre a

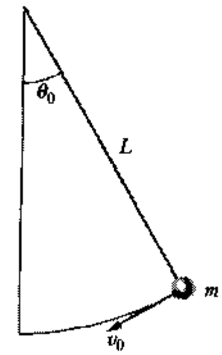


Fig. 8-33 Problema 26.

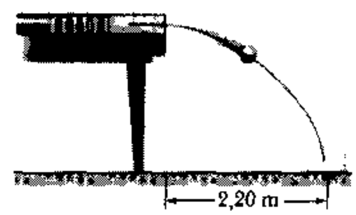


Fig. 8-34 Problema 27.

borda da mesa e a caixa é de 2,20 m (Fig. 8-34). João comprime a mola 1,10 cm e a bola cai 27,0 cm antes do alvo. Em quanto Maria deve comprimir a mola para acertar na caixa?

28P. O módulo da força de atração gravitacional entre duas partículas de massas m_1 e m_2 é dado por

$$F(x) = G\frac{m_1 m_2}{x^2},$$

onde G é uma constante e x a distância entre as partículas. (a) Qual é a função da energia potencial $U(x)$? Suponha que $U(x) \to 0$ quando $x \to \infty$. (b) Qual o trabalho necessário para aumentar a distância entre as partículas de $x = x_1$ para $x = x_1 + d$?

29P. Um objeto de 20 kg é submetido a uma força $F = -3{,}0x - 5{,}0x^2$, onde F é dada em newtons e x em metros. Suponha que enquanto o objeto se move por ação da força a sua energia mecânica é conservada. Suponha também que a energia potencial U do objeto é zero em $x = 0$. (a) Qual a energia potencial do objeto em x = 2,0 m? (b) Se o objeto tem uma velocidade de 4,0 m/s no sentido negativo do eixo dos x quando se encontra em x = 5,0 m, qual a sua velocidade ao passar pela origem? (c) Suponha agora que a energia potencial do objeto é −8,0 J em $x = 0$ e responda novamente aos itens (a) e (b).

30P. Um pequeno bloco de massa m desliza sem atrito na pista da Fig. 8-35. (a) O bloco é liberado em repouso no ponto P. Qual a força resultante que age sobre ele no ponto Q? (b) De que altura em relação ao ponto mais baixo da pista o bloco deve ser liberado para que esteja na iminência de perder contato com a pista no ponto mais alto do semicírculo?

31P. Tarzan, que pesa 688 N, decide usar um cipó de 18 m de comprimento para atravessar um abismo (Fig. 8-36). Do ponto de partida até o ponto mais baixo da trajetória, desce 3,2 m. O cipó é capaz de resistir a uma força máxima de 950 N. Tarzan consegue chegar ao outro lado?

32P. Na Fig. 8-31 mostre que, se a bola faz uma volta completa em torno do pino, então $d > 3L/5$. (*Sugestão*: A bola ainda deve estar se movendo quando chegar ao ponto mais alto da trajetória. Você saberia explicar por quê?)

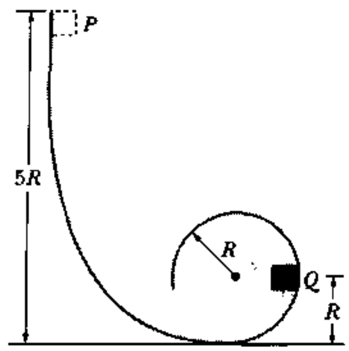


Fig. 8-35 Problema 30.

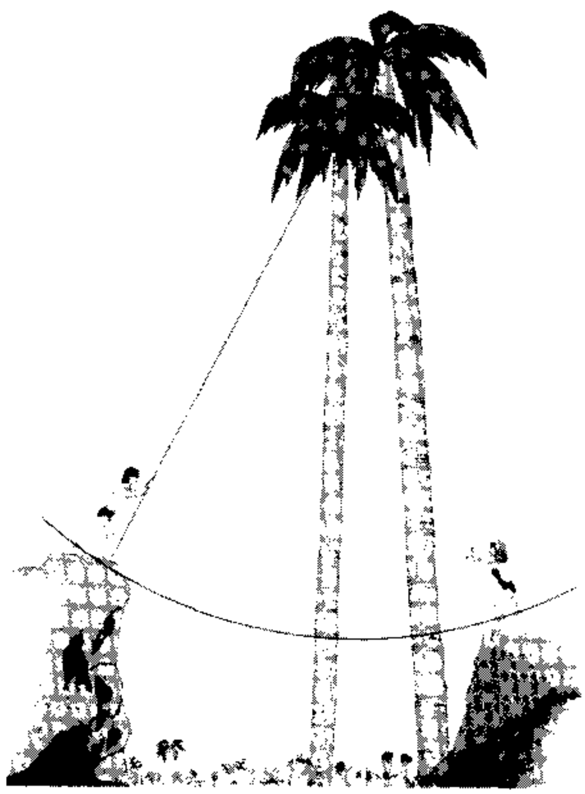


Fig. 8-36 Problema 31.

33P. Uma bola de massa m é pendurada na ponta de uma vara de comprimento L e massa desprezível, formando um pêndulo. A bola é colocada verticalmente acima do ponto de apoio e depois liberada em repouso. (a) Qual a velocidade da bola no ponto mais baixo da trajetória? (b) Qual a tração a que é submetida a vara no mesmo ponto? (c) A bola é agora colocada na mesma horizontal que o ponto de apoio e liberada sem velocidade inicial. Para que ângulo em relação à vertical o peso da bola tem módulo igual ao da tração a que a vara é submetida?

34P. Uma escada rolante é usada para ligar dois andares. Um andar está 8,0 m acima do outro; a escada tem 12 m de comprimento e se move ao longo do seu comprimento com uma velocidade de 60 cm/s. (a) Qual deve ser a potência do motor da escada para que ela transporte 100 pessoas por minuto, supondo que a massa média das pessoas é 75 kg? (b) Um homem de 80 kg sobe a escada em 10 s. Qual o trabalho executado pela escada sobre o homem? (c) Se o homem desse meia volta no meio do caminho e começasse a descer os degraus, mantendo-se sempre na mesma altura, a escada continuaria a realizar trabalho sobre ele? Se a resposta é sim, qual é a potência requerida para isto? (d) Existe alguma (outra?) forma de o homem usar a escada sem que a escada realize trabalho sobre ele?

35P*. Uma corrente é mantida sobre uma mesa sem atrito com um quarto do seu comprimento pendurado para fora da mesa, como na Fig. 8-37. Se a corrente tem um comprimento L e uma massa m, qual o trabalho necessário para puxá-la totalmente para cima da mesa?

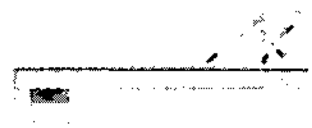


Fig. 8-37 Problema 35.

36P*. Um bloco de 3,20 kg parte do repouso e escorrega uma distância d num plano sem atrito com uma inclinação de 30° antes de se chocar com uma mola (Fig. 8-38). O bloco escorrega mais 21,0 cm antes que a força da mola, cuja constante é 431 N/m, faça-o parar momentaneamente. (a) Qual o valor de d? (b) Qual a distância entre o ponto em que o bloco se choca com a mola e o ponto em que sua velocidade é máxima?

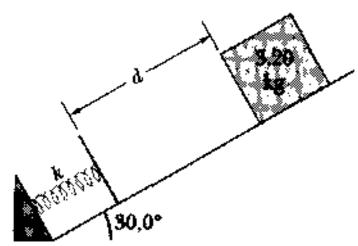


Fig. 8-38 Problema 36.

37P*. *Um menino está sentado no alto de um monte hemisférico de gelo* (Fig. 8-39). Ele recebe um pequeníssimo empurrão e começa a escorregar para baixo. Mostre que, se o atrito com o gelo puder ser desprezado, ele perde contato com o gelo num ponto cuja altura é $2R/3$. (*Sugestão:* A força normal desaparece no momento em que o menino perde contato com o gelo.)

Fig. 8-39 Problema 37.

Seção 8-5 Usando uma Curva de Energia Potencial

38E. Uma partícula se move ao longo do eixo dos x numa região em que sua energia potencial $U(x)$ varia da forma indicada na Fig. 8-40. (a) Faça um gráfico da força $F(x)$ que age sobre a partícula, usando o mesmo eixo horizontal da Fig. 8-40. (b) A partícula tem uma energia mecânica (constante) de 4,0 J. Faça um gráfico da sua energia cinética $K(x)$ diretamente na Fig. 8-40.

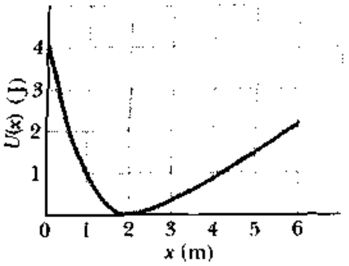


Fig. 8-40 Exercício 38.

39P. A energia potencial de uma molécula diatômica (H_2 ou O_2, por exemplo) é dada por

$$U = \frac{A}{r^{12}} - \frac{B}{r^6}$$

onde r é a distância entre os átomos que formam a molécula e A e B são constantes positivas. Esta energia potencial se deve à força que mantém os átomos unidos. (a) Calcule a distância de equilíbrio, isto é, a distância entre os átomos para a qual a força a que estão submetidos é zero. Verifique se a força é repulsiva (os átomos tendem a se separar) ou atrativa (os átomos tendem a se aproximar) se a distância entre eles é (b) menor e (c) maior do que a distância de equilíbrio.

40P. Uma partícula de massa 2,0 kg se move ao longo do eixo dos x numa região em que sua energia potencial $U(x)$ varia da forma indicada na Fig. 8-41. Quando a partícula se encontra em x = 2,0 m, sua velocidade é −2,0 m/s. (a) Qual a força a que a partícula está submetida neste instante? (b) Entre que limites de x a partícula se move? (c) Qual a velocidade da partícula em x = 7,0 m?

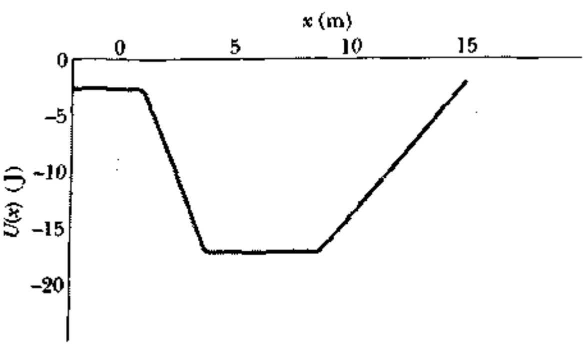


Fig. 8-41 Problema 40.

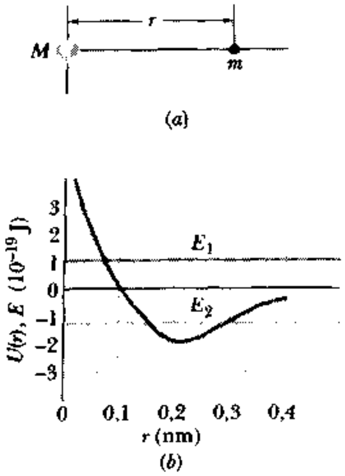


Fig. 8-42 Problema 41.

41P. A Fig. 8-42*a* mostra dois átomos de massas m e M ($m \ll M$) separados por uma distância r. A Fig. 8-42*b* mostra a energia potencial $U(r)$ do *sistema* de dois átomos em função de r. Descreva o movimento dos átomos (a) se a energia mecânica total E é maior do que zero (como é E_1) e (b) se E é menor do que zero (como é E_2). Para $E_1 = 1 \times 10^{-19}$ J e r = 0,3 nm, calcule (c) a energia potencial do sistema, (d) a energia cinética total dos átomos e (e) a força (módulo, direção e sentido) que age sobre cada átomo. Para que valores de r a força é (*f*) repulsiva, (g) atrativa e (h) *nula*?

Seção 8-6 Conservação da Energia

Seção 8-7 Trabalho Executado por Forças de Atrito

42E. Quando o ônibus espacial (massa = 79.000 kg) retorna à Terra (Fig. 8-43), entra na atmosfera com uma velocidade de 29.000 km/h, que é reduzida gradualmente para uma velocidade de pouso de 350 km/h. Qual é a energia cinética do ônibus espacial (a) ao entrar na atmosfera e (b) no momento do pouso? (c) O que acontece com toda essa energia "perdida"?

Fig. 8-43 Exercício 42. Pouso do ônibus espacial.

43E. Os cientistas afirmam que uma árvore de grande porte pode provocar a evaporação de até 900 kg de água por dia. (a) A evaporação ocorre nas folhas. Para chegar às folhas, a água precisa subir das raízes até elas. Supondo que a distância percorrida seja em média de 9 m, qual a energia que deve ser fornecida por dia para fazer a água subir? (c) Qual a potência desenvolvida pela árvore, supondo que a evaporação ocorra em 12 h por dia?

44E. O ponto culminante do monte Everest fica 8.850 m acima do nível do mar. (a) Qual a energia gasta por um alpinista de 90 kg para vencer a força gravitacional (o seu próprio peso) e chegar ao cume do monte Everest a partir do nível do mar? (c) Quantas barras de chocolate, a 300 kcal por barra, são necessárias para fornecer esta energia? A resposta mostra que o trabalho para vencer a força gravitacional é apenas uma pequena parte da energia gasta para subir uma montanha.

45E. Aproximadamente $5{,}5 \times 10^6$ kg de água caem por segundo nas Cataratas do Niágara a partir de uma altura de 50 m. (a) Qual a energia potencial perdida por segundo pela água que cai? (b) Qual seria a potência gerada por uma usina hidrelétrica se *toda* a energia potencial da água fosse convertida em energia elétrica? (c) Se a companhia de energia elétrica vendesse essa energia pelo preço industrial de 1 centavo de dólar por quilowatt-hora, qual seria a sua receita anual?

46E. A área da parte continental dos Estados Unidos é aproximadamente 8×10^6 km² e a altitude média do seu território é de 500 m. A precipitação anual média é de 75 cm. Dois terços dessa chuva voltam à atmosfera em forma de vapor, mas o resto chega aos oceanos através dos rios. Se toda esta água pudesse ser usada para gerar eletricidade em usinas hidrelétricas, qual seria a potência gerada?

47E. Um disco de plástico de 75 g é jogado de uma altura de 1,1 m acima do solo com uma velocidade de 12 m/s. Quando ele atinge uma altura de 2,1 m, sua velocidade é de 10,5 m/s. (a) Qual o trabalho realizado sobre o disco pelo seu próprio peso? (b) Qual a energia mecânica dissipada pela resistência do ar?

48E. Um jogador de futebol chuta uma bola com uma velocidade inicial de 90 km/h. No momento em que o goleiro agarra a bola, na mesma altura em que foi chutada, sua velocidade diminuiu para 80 km/h. Qual a energia mecânica dissipada pela resistência do ar? Uma bola de futebol tem uma massa de 425 g.

49E. Um carro faz em média 10 km/l de gasolina, que produz uma energia de 30 MJ/l. (a) Que distância o carro percorre para cada 1,0 kW·h de energia consumida? (b) Se o carro está viajando a uma velocidade de 90 km/h, qual a potência gerada pela gasolina?

50E. Um menino de 51 kg sobe, com velocidade constante, por uma corda de 6,0 m em 10 s. (a) Qual o aumento da energia potencial gravitacional do menino? (b) Qual a potência desenvolvida pelo menino durante a subida?

51E. Uma mulher de 55 kg sobe correndo um lance de escada de 4,5 m de altura em 3,5 s. Qual a potência desenvolvida pela mulher?

52E. Um corredor com 670 N de peso corre os primeiros 7,0 m de uma prova em 1,6 s, partindo do repouso e acelerando uniformemente. (a) Qual a velocidade do corredor no final dos 1,6 s? (b) Qual a sua energia cinética neste momento? (c) Qual a potência desenvolvida pelo corredor até este momento?

53E. O transatlântico de luxo *Queen Elizabeth 2* (Fig. 8-44) dispõe de um conjunto motor-gerador a óleo diesel capaz de gerar uma potência de 92 MW à velocidade máxima de 32,5 nós. Qual a força de propulsão do navio quando ele está viajando com esta velocidade? (1 nó = 1,853 km/h).

54E. Que potência, em cavalos-vapor, desenvolve o motor de um carro de 1.600 kg viajando a 25,1 m/s em uma estrada plana se a soma das forças de resistência é igual a 703 N?

55E. Um nadador se desloca na água com uma velocidade média de 0,22 m/s. A força média de arrasto que se opõe a esse movimento é de 110 N. Qual a potência média desenvolvida pelo nadador?

56E. A energia necessária para uma pessoa correr é cerca de 335 J/m, seja qual for a velocidade. Qual a potência média desenvolvida por um corredor (a) durante uma corrida de 100 metros rasos (tempo = 10 s) e (b) durante uma maratona (distância = 42 km; tempo = 2h 10 min)?

57E. (a) Mostre que a potência desenvolvida por um aeroplano que se move na horizontal com velocidade v é proporcional a v^3. Suponha que a força de arrasto aerodinâmico é dada pela Eq. 6-18. (b) Por que fator deve ser multiplicada a potência dos motores do avião para que sua velocidade aumente 50%?

58E. A cada segundo, 1.200 m^3 de água passam por uma cachoeira de 100 metros de altura. Supondo que três quartos da energia cinética adquirida pela água durante a queda sejam transformados em energia elétrica por um conjunto turbina-gerador, qual a potência do gerador? (*Sugestão:* Leve em conta o fato de que 1 m^3 de água tem uma massa de 10^3 kg.)

59E. Uma bala de 30 g, viajando inicialmente a 500 m/s, penetra 12 cm numa parede antes de parar. (a) Qual a redução na energia mecânica da bala? (b) Suponha que a força exercida pela parede sobre a bala é constante e calcule o seu valor.

60E. Um homem de 68 kg salta de um avião e enquanto se encontra em queda livre sua velocidade atinge o valor terminal de 59 m/s. Com que taxa a energia potencial gravitacional do sistema Terra-homem passa a diminuir depois que o homem chega à velocidade terminal? O que acontece com a energia potencial perdida?

61E. As corredeiras de um rio têm um desnível de 15 m. A velocidade da água é 3,2 m/s no início das corredeiras e 13 m/s no final. Que porcentagem da energia potencial perdida por 10 kg de água ao atravessarem as corredeiras é transformada em energia cinética? (A resposta depende da massa de água considerada?) O que acontece com o resto da energia?

62E. Um projétil de 9,4 kg é disparado verticalmente para cima. Durante a subida, uma energia de 68 kJ é dissipada pelo atrito com o ar. De quanto aumentaria a altura máxima atingida pelo projétil se fosse possível tornar desprezível o atrito com o ar (tornando, por exemplo, a forma do projétil mais aerodinâmica)?

63E. Uma bola de 0,63 kg é lançada verticalmente para cima com uma velocidade inicial de 14 m/s. A bola atinge uma altura de 8,1 m antes de começar a cair. Supondo que as únicas forças que agem sobre a bola

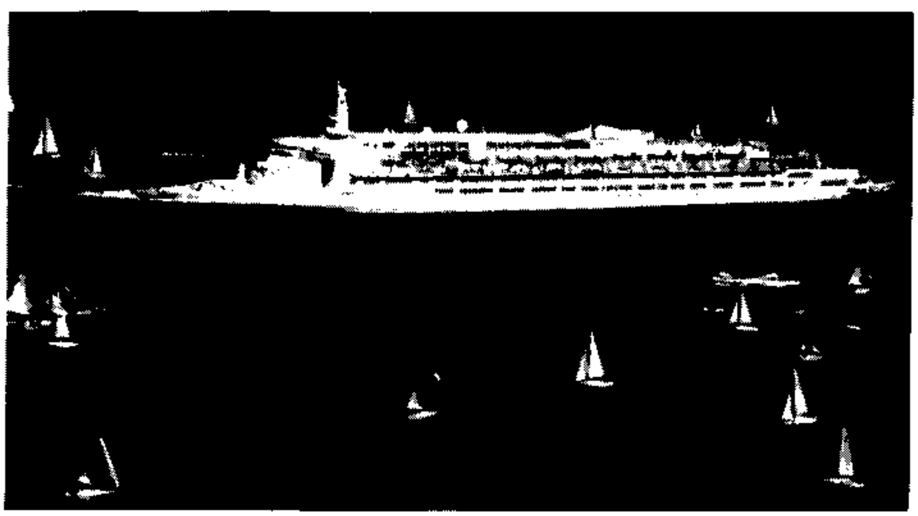


Fig. 8-44 Exercício 53.

são a resistência do ar e o peso da bola, calcule o trabalho realizado durante a subida pela resistência do ar.

64E. Um urso de 25 kg escorrega para baixo num tronco de árvore a partir do repouso. O tronco tem 12 m de altura e a velocidade do urso ao chegar ao chão é de 5,6 m/s. (a) Qual a variação da energia potencial do urso? (b) Qual a energia cinética do urso no momento em que chega ao chão? (c) Qual a força média de atrito que agiu sobre o urso durante a descida?

65E. Durante uma avalanche, uma pedra de 520 kg desce uma encosta de 500 m de extensão e 300 m de altura. O coeficiente de atrito dinâmico entre a pedra e a encosta é 0,25. (a) Qual era a energia potencial U da pedra antes do desabamento? (Faça $U = 0$ na base da encosta.) (b) Qual a energia mecânica *dissipada* pelas forças de atrito durante a descida da pedra? (c) Qual a energia cinética da pedra ao chegar à base da encosta? (d) Qual a velocidade da pedra nesse momento?

66P. Um bloco de 3,5 kg é empurrado a partir do repouso por uma mola comprimida cuja constante de mola é 640 N/m (Fig. 8-45). Depois que a mola se encontra totalmente relaxada, o bloco viaja por uma superfície horizontal com um coeficiente de atrito dinâmico de 0,25, percorrendo uma distância de 7,8 m antes de parar. (a) Qual a energia mecânica dissipada pela força de atrito? (b) Qual a energia cinética máxima possuída pelo bloco? (c) De quanto foi comprimida a mola antes que o bloco fosse liberado?

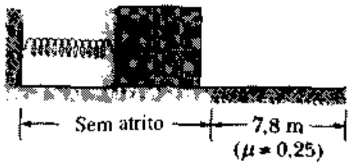


Fig. 8-45 Problema 66.

67P. *Você empurra um bloco de 2,0 kg contra uma mola horizontal*, comprimindo-a em 15 cm. Quando solta o bloco, a mola faz com que ele deslize numa mesa até parar, depois de percorrer uma distância total de 75 cm. A constante de mola vale 200 N/m. Qual o coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e a mesa?

68P. Um bloco de 2,5 kg (Fig. 8-46) colide com uma mola horizontal cuja constante de mola é 320 N/m. O bloco comprime a mola até que seu comprimento diminua de 7,5 cm em relação ao comprimento inicial. O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e a superfície horizontal é 0,25. (a) Qual o trabalho realizado pela mola até o bloco parar? (b) Qual a energia mecânica dissipada pela força de atrito enquanto o bloco está sendo levado ao repouso pela mola? (c) Qual a velocidade do bloco no momento da colisão com a mola?

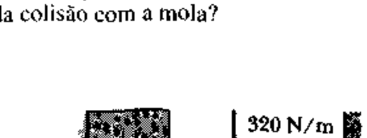


Fig. 8-46 Problema 68.

69P. Dois montes nevados têm altitudes de 850 m e 750 m em relação ao vale que os separa (Fig. 8-47). Uma pista de esqui vai do alto do monte maior até o alto do monte menor, passando pelo vale. O comprimento total da pista é 3,2 km e a inclinação média é 30°. (a) Um esquiador parte do repouso no alto do monte maior. Com que velocidade chegará ao alto

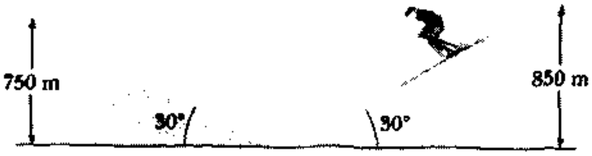


Fig. 8-47 Problema 69.

do pico maior sem se impulsionar com os bastões? Ignore o atrito. (b) Qual deve ser aproximadamente o coeficiente de atrito dinâmico entre a neve e os esquis para que o esquiador pare exatamente no alto do pico menor?

70P. Um operário deixa escorregar acidentalmente um caixote de 200 kg que estava sendo mantido em repouso no alto de uma rampa de 4 m de comprimento e com uma inclinação de 39°. O coeficiente de atrito cinético entre o caixote e a rampa e entre o caixote e o piso da fábrica é 0,28. (a) Com que velocidade o caixote está se movendo ao chegar ao final da rampa? (b) Que distância o caixote percorre depois de chegar ao final da rampa? (Suponha que a energia cinética do caixote não muda quando ele passa da rampa para o piso.) (c) Por que as respostas dos itens (a) e (b) não dependem da massa do caixote?

71P. Dois blocos são ligados por uma corda, como na Fig. 8-48, e liberados a partir do repouso. Mostre que, depois de percorrerem uma distância L, sua velocidade é dada por

$$v = \sqrt{\frac{2(m_2 - \mu m_1)gL}{m_1 + m_2}}$$

onde μ é o coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco de cima e a superfície na qual está se movendo. Despreze a massa e o atrito da roldana.

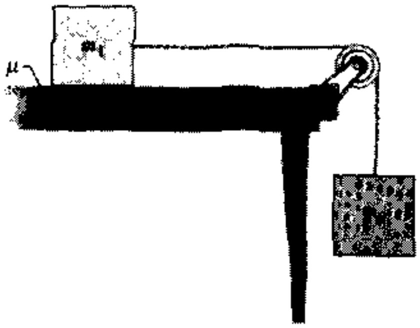


Fig. 8-48 Problema 71.

72P. Um pacote de 4,0 kg começa a subir uma rampa de 30° com uma energia cinética de 128 J. Que distância percorrerá se o coeficiente de atrito for 0,30?

73P. Um bloco está subindo uma rampa de 40°. Num ponto a 0,5 m do início da rampa, possui uma velocidade de 1,3 m/s. O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e a rampa é 0,15. (a) Qual a distância adicional percorrida pelo bloco até parar? (b) Qual a velocidade do bloco ao chegar de volta à base da rampa?

74P. Uma determinada mola *não* obedece à lei de Hooke. A força (em newtons) que ela exerce quando é distendida de uma distância x (em metros) é de $52,8x + 38,4x^2$, no sentido oposto ao da distensão. (a) Calcule o trabalho necessário para distender a mola de $x = 0,500$ m até $x =$

1,00 m. (b) Com uma das extremidades da mola mantida fixa, uma partícula de 2,17 kg é presa à outra extremidade e a mola é distendida de uma distância $x = 1{,}00$ m. Em seguida, a partícula é liberada sem velocidade inicial. Calcule sua velocidade no instante em que a distensão da mola diminuiu para $x = 0{,}500$ m. (c) A força exercida pela mola é conservativa ou não-conservativa? Explique sua resposta.

75P. Uma menina de 267 N de peso desce por um escorrega de 6,1 m de comprimento e 20° de inclinação. O coeficiente de atrito cinético é 0,10. (a) Calcule o trabalho realizado sobre a menina pelo seu peso. (b) Calcule a energia dissipada pela força de atrito. (c) Se a menina começa a descida com uma velocidade de 0,457 m/s, qual a sua velocidade ao chegar ao chão?

76P. Um automóvel de 1.500 kg parte do repouso numa estrada horizontal e atinge a velocidade de 72 km/h em 30 s. (a) Qual a energia cinética do automóvel no final dos 30 s? (b) Qual a potência média desenvolvida pelo automóvel durante esse intervalo? (c) Qual a potência instantânea no final dos 30 s, supondo que a aceleração tenha sido constante?

77P. Um bloco com velocidade inicial $v_0 = 6{,}0$ m/s desliza por uma pista constituída por dois trechos planos e uma depressão intermediária (Fig. 8-49). O atrito entre a pista e o bloco é desprezível até que ele chegue ao segundo trecho plano, cujo coeficiente de atrito dinâmico é $\mu = 0{,}60$ e onde percorre uma distância d antes de parar. Determine o valor de d, sabendo que a diferença de altura entre os dois trechos planos é $h = 1{,}1$ m.

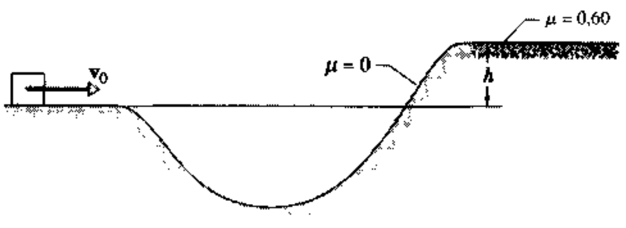


Fig. 8-49 Problema 77.

78P. No átomo de hidrogênio, o módulo da força de atração entre o núcleo de carga positiva (um próton) e o elétron de carga negativa é dado por

$$F = k\frac{e^2}{r^2},$$

onde e é o módulo das cargas do elétron (e do próton), k é uma constante e r é a distância entre o elétron e o núcleo. Suponha que a posição do núcleo não varia. Imagine que o elétron, que está inicialmente se movendo em torno do núcleo ao longo de uma circunferência de raio r_1, dê um "salto" para uma órbita circular de raio menor r_2 (Fig. 8-50). (a)

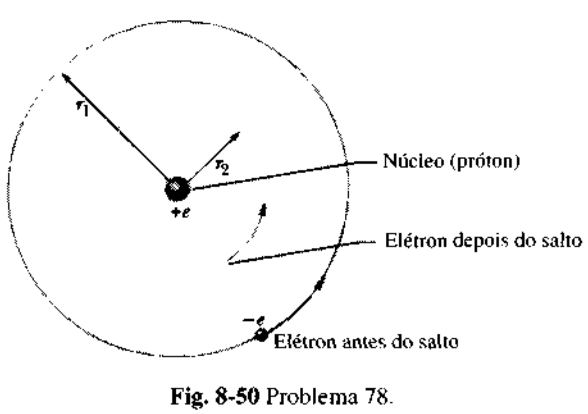


Fig. 8-50 Problema 78.

Calcule a variação de energia cinética do elétron, usando a segunda lei de Newton. (b) Usando a relação entre força e energia potencial, calcule a variação de energia potencial do átomo. (c) De quanto a energia total do átomo diminuiu durante o processo? (Esta variação de energia é igual à energia da luz emitida pelo átomo em conseqüência do "salto".)

79P. Uma pedra de peso w é jogada verticalmente para cima com velocidade inicial v_0. Se uma força constante f devido à resistência do ar age sobre a pedra durante todo o percurso, (a) mostre que a altura máxima atingida pela pedra é dada por

$$h = \frac{v_0^2}{2g(1 + f/p)}.$$

(b) Mostre que a velocidade da pedra ao chegar ao solo é dada por

$$v = v_0\left(\frac{p - f}{p + f}\right)^{1/2}.$$

80P. Um escorrega tem a forma de um arco de circunferência tangente ao solo com uma altura máxima de 4,0 m e um raio de 12 m (Fig. 8-51). Uma criança de 25 kg desce pelo escorrega partindo do repouso e chega ao chão com uma velocidade de 6,2 m/s. (a) Qual o comprimento do escorrega? (b) Qual o valor médio da força de atrito que age sobre a criança durante a descida? Se, em vez de ser tangente ao solo, o escorrega fosse tangente a uma linha vertical que passa pelo topo do escorrega, quais seriam (c) o comprimento do escorrega e (d) o valor médio da força de atrito sobre a criança?

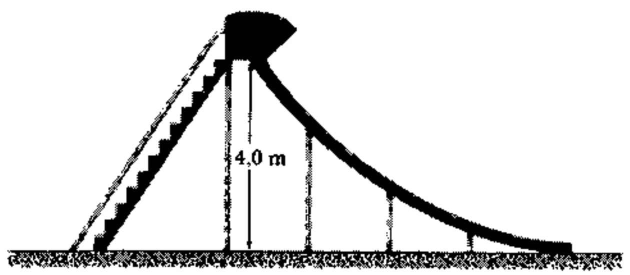


Fig. 8-51 Problema 80.

81P. Uma pequena partícula escorrega por uma pista com extremidades elevadas e uma parte plana central de comprimento L (Fig. 8-52). O atrito com as partes elevadas da pista é desprezível, mas na parte plana o coeficiente de atrito dinâmico é $\mu_c = 0{,}20$. A partícula começa a descer a partir de repouso no ponto A, que se encontra a uma altura $h = L/2$ acima da parte plana da pista. Determine a posição da partícula quando ela atinge o repouso.

Fig. 8-52 Problema 81.

82P. Uma bola de massa m está presa a uma das extremidades de uma barra rígida de massa desprezível e comprimento L (Fig. 8-53). A outra extremidade da barra está presa a um eixo de tal forma que a barra pode girar num plano vertical. A bola é colocada no ponto A e recebe um impulso que a faz deslocar-se para baixo com velocidade inicial v_0, e é suficiente para que a bola chegue ao ponto D com velocidade zero. (a) Determine uma expressão para v_0 em função de L, m e g. (b) Qual a tração a que está submetida a barra quando a bola se encontra no ponto B?

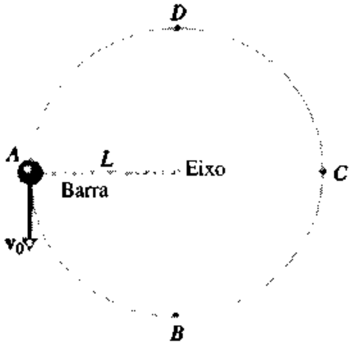


Fig. 8-53 Problema 82.

(c) Depois de se colocar um pouco de areia no rolamento do eixo, a bola passa a chegar apenas ao ponto C quando é lançada a partir do ponto A com a mesma velocidade inicial que antes. Qual a energia mecânica dissipada pelo atrito durante o movimento da bola? (d) Qual a energia mecânica total dissipada pelo atrito quando se permite que a bola oscile na região entre o ponto A e o ponto C até parar no ponto B?

83P. O cabo do elevador de 17.800 N da Fig. 8-54 arrebenta quando o elevador se encontra parado no primeiro andar, onde o seu piso está a uma distância $d = 3{,}7$ m da mola amortecedora, cuja constante de mola é $k = 44.500$ N/m. Um freio de segurança entra automaticamente em ação, aplicando aos trilhos laterais uma força de atrito constante de 4.450 N. (a) Calcule a velocidade do elevador no momento em que se choca com a mola. (b) Calcule a distância adicional x que o elevador percorre até parar. (c) Calcule a distância a que o elevador é arremessado para cima pela força da mola. (d) Usando a lei da conservação de energia, calcule aproximadamente a distância total percorrida pelo elevador até parar. Por que a resposta não é exata?

84P. Enquanto um automóvel de 1.710 kg está se movendo com uma velocidade constante de 15,0 m/s, o motor desenvolve uma potência de 16,0 kW para compensar o atrito, a resistência do ar etc. (a) Qual é a força total efetiva que se opõe ao movimento do carro? (b) Que potência o motor deve desenvolver para que o carro suba uma rampa de 8% (8,00 m de deslocamento vertical para cada 100 m de deslocamento horizontal) a 15,0 m/s? (c) O motor do carro é desligado e ele desce uma rampa com uma velocidade constante de 15,0 m/s. Qual a inclinação da rampa, expressa da mesma forma que no item (b)?

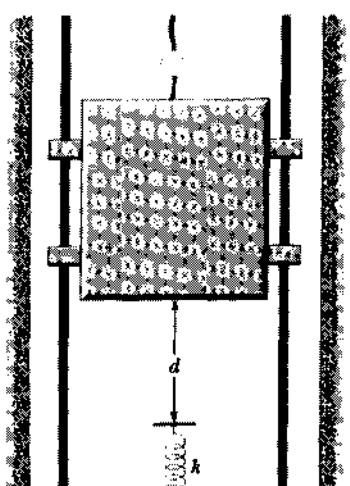


Fig. 8-54 Problema 83.

85P. Qual a potência desenvolvida por uma máquina de amolar, cuja roda tem um raio de 20 cm e está girando a 2,5 rotações por segundo, quando a ferramenta a ser amolada é pressionada contra a roda com uma força de 180 N? O coeficiente de atrito cinético entre a ferramenta e a roda é 0,32.

86P. Um caminhão sobe uma rampa de 2% (ver Problema 84P) com uma velocidade de 24 km/h. Uma força de atrito igual a 1/25 do peso do caminhão se opõe ao movimento. Qual a velocidade do caminhão, caso desça a mesma rampa desenvolvendo a mesma potência? Suponha que a força de atrito permanece a mesma.

87P. Se uma locomotiva capaz de desenvolver uma potência máxima de 1,5 MW pode acelerar um trem de uma velocidade de 10 m/s para 25 m/s em 6,0 min, determine (a) a massa do trem, (b) a velocidade do trem em função do tempo (em segundos) durante o intervalo de 6,0 min, (c) a força que acelera o trem em função do tempo (em segundos) durante o mesmo intervalo e (d) a distância percorrida pelo trem durante o mesmo intervalo.

88P. A resistência ao movimento de um automóvel depende do atrito com a estrada, praticamente independente da velocidade, e do atrito com o ar, proporcional ao quadrado da velocidade. Para um determinado carro de 12.000 N de peso, a resistência total F é dada pela equação $F = 300 + 1{,}8\,v^2$, onde F está em newtons e v em metros por segundo. Calcule a potência necessária para imprimir uma aceleração de 0,92 m/s² ao carro, quando este está se movendo com uma velocidade de 80 km/h.

89P*. Um *regulador* é constituído por duas bolas de 200 g ligadas a um eixo vertical por hastes rígidas de 10 cm de comprimento e massa desprezível (Fig. 8-55). As hastes são articuladas de tal forma que se afastam do eixo quando o conjunto está girando. Entretanto, quando o ângulo θ chega a 45°, as bolas tocam as paredes do cilindro que envolve o regulador. (a) Qual é a menor velocidade de rotação, em rotações por minuto, para a qual as bolas tocam a parede do cilindro? (b) Se o coeficiente de atrito cinético entre as bolas e a parede é 0,35, qual a potência mecânica dissipada pelo atrito com a parede quando o mecanismo está girando a 300 rotações por minuto?

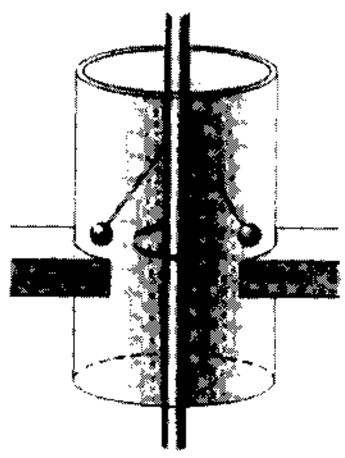


Fig. 8-55 Problema 89.

90P*. Um *dragster* de massa m percorre uma distância d a partir do repouso. Suponha que o motor fornece uma potência constante P durante toda a corrida e que o carro pode ser tratado como uma partícula. Determine o tempo de duração da corrida.

91P*. *Numa fábrica, uma máquina de empacotamento deixa cair verticalmente* um engradado de 300 kg numa esteira rolante que se move com uma velocidade de 1,20 m/s (Fig. 8-56). (A velocidade da esteira é mantida constante por um motor.) O coeficiente de atrito cinético entre o engradado e a esteira é 0,400. Depois de um pequeno intervalo de tempo, o engradado deixa de escorregar e passa a se mover com a mesma velocidade que a esteira. Para o intervalo de tempo durante o qual o engradado está se movendo em relação à esteira, calcule, para um sistema de coordenadas estacionário em relação à fábrica, (a) a energia cinética fornecida ao engradado, (b) o módulo da força de atrito cinético que age sobre o engradado e (c) a energia fornecida pelo motor. (d) Por que as respostas de (a) e (c) são diferentes?

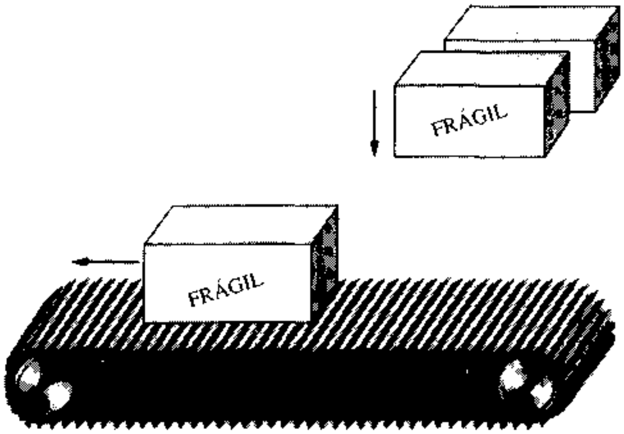


Fig. 8-56 Problema 91.

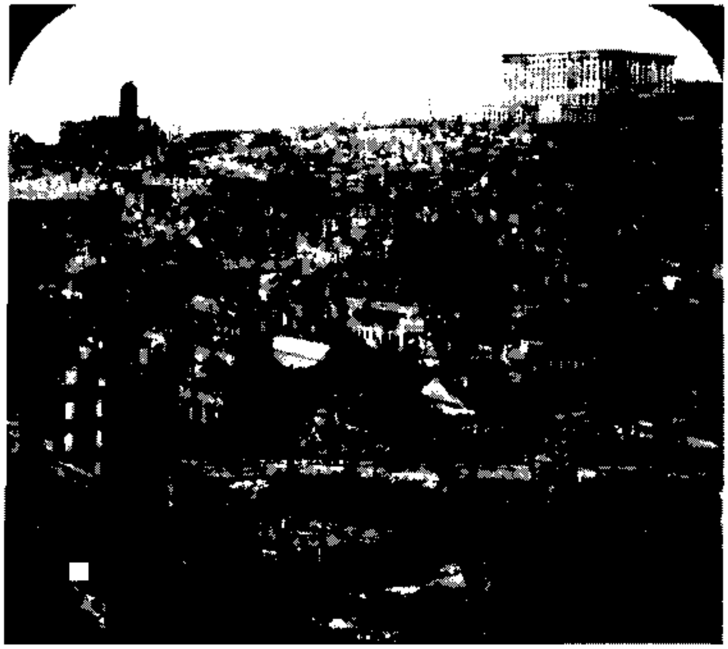


Fig. 8-57 Exercício 93. Destruição da Nob Hill, em San Francisco, causada pelo terremoto de 1906. Mais de 400 km da falha de Santo André se romperam durante o terremoto.

Seção 8-8 Massa e Energia

92E. (a) Qual a energia em joules equivalente a uma massa de 102 g? (b) Durante quantos anos esta energia atenderia às necessidades de uma família que consome em média 1,00 kW?

93E. A magnitude M de um terremoto na escala Richter está relacionada à energia E liberada (em joules) através da equação

$$\log E = 5{,}24 + 1{,}44\,M.$$

(a) O terremoto de San Francisco de 1906 foi de magnitude 8,2 (Fig. 8-57). Qual a energia liberada? (b) Qual a massa equivalente a esta energia?

94E. O núcleo de um átomo de ouro contém 79 prótons e 118 nêutrons e tem uma massa de 196,9232 u. Calcule a energia de ligação do núcleo. Os outros dados numéricos necessários para resolver o problema estão no Exemplo 8-10.

95P. Uma usina nuclear em Oregon desenvolve uma potência de 5.980 MW, da qual 1.030 MW são convertidos em energia elétrica e 2.100 MW se transformam em energia térmica, que é transferida para a água do rio Colúmbia. Qual a massa equivalente à energia perdida de outras formas nesta usina durante um ano?

96P. Os Estados Unidos produziram cerca de $2{,}31 \times 10^{12}$ kW·h de energia elétrica em 1983. Qual a massa equivalente a esta energia?

97P. Um comprimido de aspirina tem uma massa de 320 mg. Quantas vezes um carro poderia dar a volta à Terra com a energia equivalente a esta massa? Suponha que o carro pode fazer 10 km/l de gasolina e que a gasolina produz uma energia de 30 MJ/l.

98P. Qual a quantidade de massa que deve ser transformada em energia cinética para acelerar uma espaçonave com massa de $1{,}66 \times 10^{6}$ kg do repouso até um décimo da velocidade da luz? Use a expressão não-relativística para a energia cinética.

99P. O sol irradia luz com uma potência de 4×10^{26} W. Quantos quilogramas de luz solar são recebidos pela Terra durante 1 dia?

Seção 8-9 Quantização da Energia

100E. De quanto varia a energia de um átomo quando ele emite luz com uma freqüência de $4{,}3 \times 10^{14}\ s^{-1}$?

101P. (a) Um átomo de hidrogênio tem uma energia de $-3{,}40$ eV. Se a energia do átomo muda para $-13{,}6$ eV, qual a freqüência da luz envolvida nesta mudança? A luz é emitida ou absorvida pelo átomo?

PROBLEMAS ADICIONAIS

102. Uma mola de constante k = 200 N/m está suspensa verticalmente com a extremidade superior presa ao teto e a extremidade inferior na posição $y = 0$ (Fig. 8-58). Um bloco de 20 N é amarrado à extremidade inferior, mantido na mesma posição por um momento e depois liberado. Quais são a energia cinética e as variações da energia potencial gravitacional e da energia potencial elástica do sistema mola-bloco quando a coordenada y do bloco é igual a (a) $-5{,}0$ cm, (b) -10 cm, (c) -15 cm e (d) -20 cm?

103. Uma esquiadora de 60 kg chega à extremidade de uma rampa de salto com uma velocidade de 24 m/s, orientada 25° acima da horizontal. Suponha que em conseqüência da resistência do ar a esquiadora chega ao solo com uma velocidade de 22 m/s, num ponto que está 14 m abaixo da extremidade da rampa. Qual a energia dissipada pela resistência do ar durante o salto?

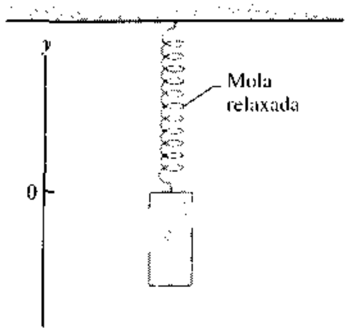


Fig. 8-58 Problema 102.

104. Uma partícula de 0,40 kg se move sob a influência de uma única força conservativa. No ponto A, onde a partícula tem uma velocidade de 10 m/s, a energia potencial associada é 40 J. Quando a partícula se move de A para B, a força realiza um trabalho de 25 J sobre a partícula. Qual a energia potencial no ponto B?

105. Uma das extremidades de uma mola (k = 200 N/m) é mantida fixa no alto de uma rampa sem atrito com uma inclinação de 40° (Fig. 8-59). Um bloco de 1,0 kg sobe a rampa, de uma posição inicial a 0,60 m de distância da outra extremidade da mola relaxada, com uma energia cinética inicial de 16 J. (a) Qual a energia cinética do bloco no momento em que a mola foi comprimida 0,20 m? (b) Com que energia cinética o bloco deve iniciar o movimento para que a mola sofra uma compressão máxima de 0,40 m?

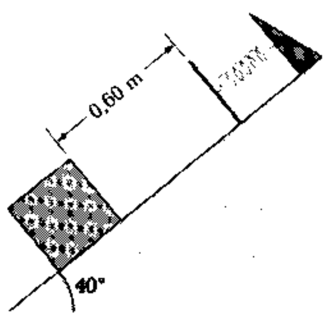


Fig. 8-59 Problema 105.

106. Um bloco desce uma rampa entre os pontos A e B, situados a 5,0 m de distância, sob o efeito de uma força **F** = 2,0 N paralela à rampa (Fig. 8-60). O módulo da força de atrito que age sobre o bloco é igual a 10 N. Se a energia cinética do bloco aumenta de 35 J durante o percurso de A para B, qual o trabalho realizado sobre o bloco pelo seu peso, no mesmo percurso?

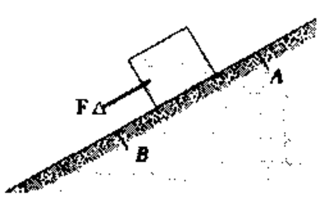


Fig. 8.60 Problema 106.

107. Em t = 0, uma bola de 1,0 kg é jogada do alto de uma torre com uma velocidade v = (18 m/s)**i** + (24 m/s)**j**. Qual a variação da energia potencial da bola entre t = 0 e t = 6,0 s?

108. Na Fig. 8-61, a massa da roldana e os atritos da roldana e do plano inclinado são desprezíveis. Se o sistema é liberado a partir do repouso, qual a energia cinética total das duas massas depois que a massa de 2,0 kg desceu 25 cm?

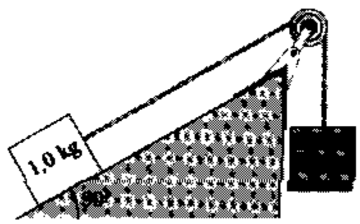


Fig. 8-61 Problema 108.

109. Dois blocos, de massas M e $2M$ onde M = 2,0 kg, são ligados a uma mola de constante de mola k = 200 N/m que está presa a uma parede (Fig. 8-62). A massa da roldana e os atritos da roldana e da superfície horizontal são desprezíveis. O sistema é liberado sem velocidade inicial, com a mola relaxada. (a) Qual é a energia cinética total das duas massas depois que a massa que está pendurada desceu 0,090 m? Qual é a energia cinética da massa que está pendurada depois que ela desceu 0,090 m? (c) Qual a distância percorrida pela massa que está pendurada até que a força exercida pela mola a faça parar momentaneamente?

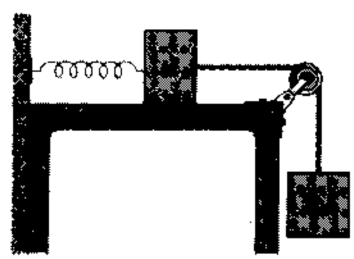


Fig. 8-62 Problema 109.

110. Um bloco de 20 kg é colocado sobre uma mesa plana e ligado a uma mola horizontal de constante k = 4,0 kN/m. O bloco é puxado para a direita, distendendo a mola de 10 cm em relação ao seu comprimento quando relaxada, e depois liberado sem velocidade inicial. A força de atrito entre o bloco em movimento e a mesa é de 80 N. (a) Qual a energia do bloco depois que ele se moveu 2,0 cm em relação ao ponto de partida? (b) Qual a energia cinética do bloco ao passar pela primeira vez pelo ponto em que a mola está com o comprimento inicial? (c) Qual a energia cinética máxima adquirida pelo bloco durante o percurso?