TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

7

Numa das provas de levantamento de peso das Olimpíadas de 1976, Vasili Alexeev (na foto à esquerda) assombrou o mundo ao bater o recorde mundial levantando 255 kg (2.500 N) do chão até acima da cabeça (cerca de 2 m). Em 1957, Paul Anderson se enfiou debaixo de uma plataforma de madeira reforçada, apoiou as mãos num banquinho e empurrou a plataforma para cima com as costas, levantando-a cerca de um centímetro. Sobre a plataforma havia peças de automóvel e um cofre cheio de chumbo; o peso total da carga era de 2.844 kg (27.900 N)! Quem realizou um trabalho maior, Alexeev ou Anderson?

7-1 Um Passeio pela Mecânica Newtoniana

Os montanhistas nunca se dão por satisfeitos com uma vista de uma montanha, por mais bela que seja. Sempre fazem questão de caminhar em torno dela para estudá-la de vários ângulos. Desta forma, podem conhecê-la melhor e aprender como percorrer trilhas conhecidas com mais facilidade. Às vezes também descobrem picos mais altos, antes encobertos, com a possibilidade de novas conquistas. Vamos fazer a mesma coisa com a mecânica newtoniana.

Neste capítulo discutiremos dois conceitos novos: energia cinética, que é uma propriedade associada ao estado de movimento de um corpo, e trabalho, que produz mudanças na energia cinética. As idéias de trabalho e energia cinética permitem observar a mecânica newtoniana de um novo ângulo; desta forma, podemos conhecê-la melhor e aprender novos métodos para resolver certos tipos de problemas com incrível facilidade.

Mais importante ainda é que, como veremos no Cap. 8, o trabalho e a energia levam à descoberta de um novo pico, a lei da conservação da energia. Esta lei é compatível com as de Newton, mas pode ser aplicada mesmo quando elas não são mais válidas — para velocidades próximas às da luz, por exemplo, e para dimensões menores do que as do átomo. Ela é independente da mecânica newtoniana e, pelo menos até o momento, não tem exceções. Trata-se, portanto, de um pico ainda mais alto; vamos começar a escalá-lo.

7-2 Trabalho: Movimento em uma Dimensão com Força Constante

Imagine (veja a Fig. 7-1*a*,*b*) que, numa corrida de camas entre universitários, você empurre uma cama com rodas com uma força horizontal constante **F** e a cama sofra um deslocamento horizontal **d**. Nesse caso, você estará realizando um **trabalho** *W* dado por

$$W = Fd. \tag{7-1}$$

Na equação acima, *F* é o módulo da força aplicada e *d* é o módulo do deslocamento sofrido pelo ponto da cama onde a força é aplicada. Pode-se dizer que *W* é o trabalho que você realizou, sobre a cama, mais rigorosamente, porém, é o trabalho realizado sobre a cama pela força **F** que você aplicou.

A Fig. 7-1*c* mostra um diagrama de corpo isolado em que a cama é representada como uma partícula e onde também está indicado o deslocamento. Observe que o ângulo ϕ entre o vetor força **F** e o vetor deslocamento **d** é zero.

A Fig. 7-2 é uma generalização da Fig. 7-1*c* na qual o ângulo ϕ entre o vetor força **F** e o vetor deslocamento **d** é diferente de zero. Nesta situação mais geral, definimos o trabalho *W* executado pela força **F** sobre a partícula através da equação

$$W = Fd\cos\phi. \tag{7-2}$$

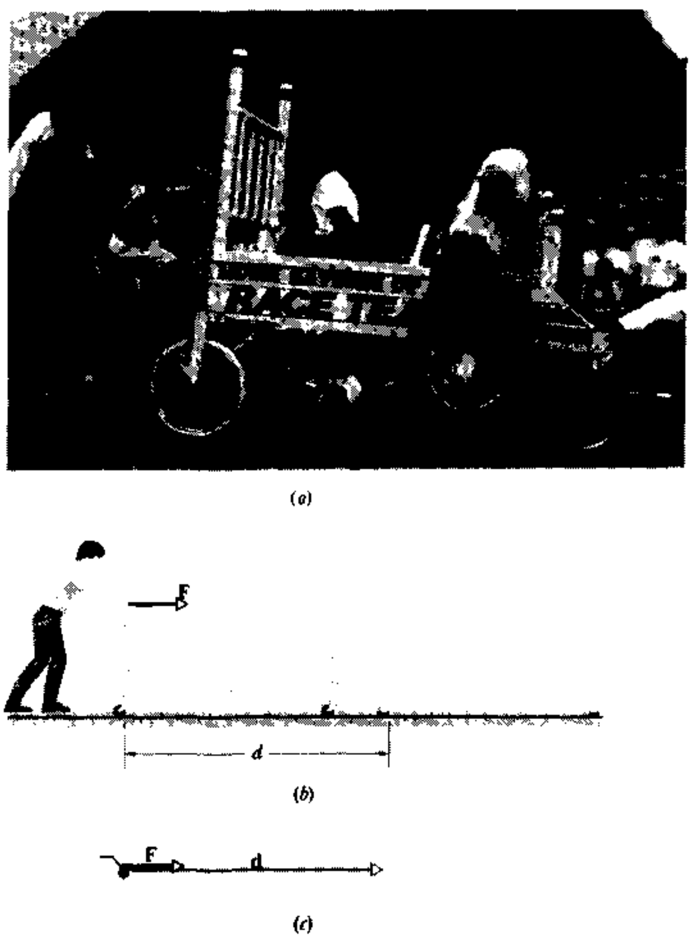


Fig. 7-1 (*a*) Uma corrida de camas. (*b*) Uma força constante **F** é aplicada a uma cama (com rodas) e a faz deslocar-se por uma distância *d*. (*c*) Dia-grama de corpo isolado correspondente, mostrando a força **F** e o deslo-camento **d**. O ângulo entre **F** e **d** é zero.

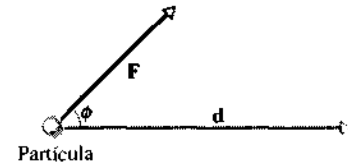


Fig. 7-2 Uma força constante **F** age sobre uma partícula que sofre um deslocamento **d**. Os dois vetores fazem um ângulo constante ϕ entre si.

Observe que se $\phi = 0$, $\cos\phi = 1$; nesse caso, a Eq. 7-2 se reduz à Eq. 7-1, como era de se esperar.

Podemos reescrever a Eq. 7-2 na forma

$$W = (d)(F\cos\phi) = (F)(d\cos\phi), \tag{7-3}$$

para mostrar que existem duas formas de calcular o trabalho: multiplicar o módulo *d* do deslocamento pelo componente da força na direção do deslocamento (Fig. 7-3*a*) *ou* multiplicar o módulo *F* da força pelo componente do deslocamento na direção da força (Fig. 7-3*b*). Os dois métodos sempre dão o mesmo resultado.

Se a força e o deslocamento têm o mesmo sentido, então, de acordo com a Eq. 7-2, o trabalho realizado pela força é positivo. Se a força e o deslocamento têm sentidos opostos, $\phi = 180°$ e, segundo a Eq. 7-2 (com $\cos 180° = -1$), o trabalho realizado pela força é negativo. Quando a força e o deslocamento são perpendiculares, $\phi = 90°$ e, de acordo com a Eq. 7-2 (com $\cos 90° = 0$), o trabalho realizado pela força é nulo.

Suponha que você levante um gato do chão. Carregue-o com velocidade constante para a outra extremidade de um aposento e deposite-o novamente no chão (Fig. 7-4). Enquanto você estava levantando o gato, a força **F** que exerceu

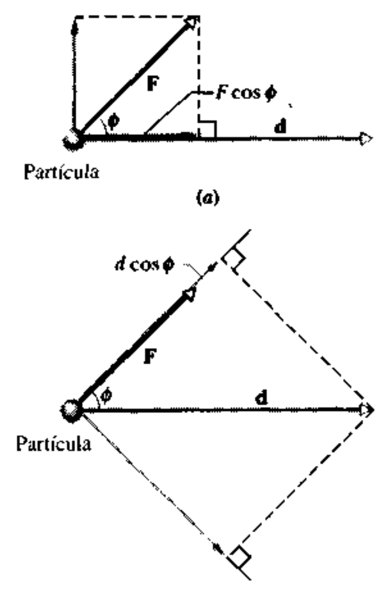


Fig. 7-3 Os vetores da Fig. 7-2: (*a*) a componente de **F** na direção de **d** é $F\cos\phi$; (*b*) a componente de **d** na direção de **F** é $d\cos\phi$.

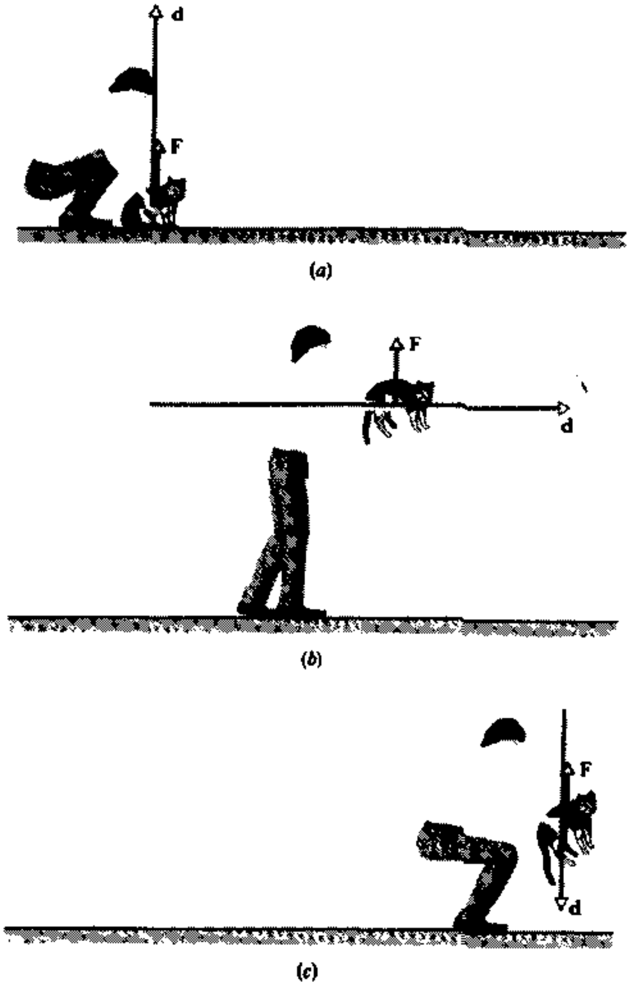


Fig. 7-4 (*a*) Quando você levanta um gato, o trabalho realizado por você é positivo. (*b*) Quando você carrega um gato para o outro lado de um aposento, o trabalho realizado pela força de sustentação é nulo. (*c*) Quando você deposita o gato no chão, o trabalho realizado é negativo.

sobre o gato tinha o mesmo sentido que o delocamento do gato, de modo que você realizou um trabalho positivo. Enquanto atravessava o aposento, a força que usou para sustentar o gato foi perpendicular ao deslocamento dele, de modo que o trabalho realizado por esta força foi nulo. Quando depositou o gato no chão, continuou exercendo uma força para cima, contrária ao deslocamento do gato, de modo que o trabalho realizado foi negativo.

Observe que não estamos usando a palavra "trabalho" no seu sentido denotativo. É claro que sustentar o gato e carregá-lo para o outro lado de um aposento pode ser cansativo*, mas nenhuma das duas atividades realiza trabalho, da forma como trabalho foi definido na Eq. 7-2. Além disso, embora se possa dizer referencialmente que *você* realiza trabalho para levantar o gato e depositá-lo no chão, na verdade é a *força* que você aplica ao gato que faz o trabalho.

*Para sustentar um objeto e carregá-lo é preciso contrair os músculos, o que pode ser cansativo.

O trabalho é uma grandeza escalar, embora as duas grandezas envolvidas em sua definição, força e deslocamento, sejam vetores. Podemos escrever a Eq. 7-2 em forma vetorial, como um **produto escalar***:

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} \quad \text{(trabalho: força constante).} \qquad (7\text{-}4)$$

Esta equação é idêntica à Eq. 7-2.

A unidade de trabalho no sistema SI é o **newton-metro.** Esta unidade é tão usada que recebeu um nome especial, o **joule** (J), em homenagem a James Prescott Joule, um cientista inglês do século XIX. No sistema inglês de unidades, a unidade de trabalho é o **pé-libra** (ft·lb). As relações são:

$$\begin{aligned} 1\text{ joule} &= 1\text{ J} = 1\text{ N}\cdot\text{m} = 1\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2 \\ &= 0{,}738\text{ ft}\cdot\text{lb}. \end{aligned} \qquad (7\text{-}5)$$

Fatores de conversão para outros sistemas de unidades em que o trabalho pode ser medido aparecem no Apêndice F.

Uma unidade de trabalho conveniente quando estamos lidando com átomos ou com partículas subatômicas é o **elétron-volt** (eV); seus múltiplos mais comuns são o quiloelétron-volt (1 keV = 10^3 eV), o megaelétron-volt (1 MeV = 10^6 eV) e o gigaelétron-volt (1 GeV = 10^9 eV). Vamos definir precisamente o elétron-volt no Cap. 26, mas podemos adiantar qual é a sua relação com o joule:

$$1\text{ elétron-volt} = 1\text{ eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}\text{ J}. \qquad (7\text{-}6)$$

Até agora, discutimos situações em que uma única força age sobre uma partícula e realiza trabalho. Na verdade, mais de uma força pode agir sobre a mesma partícula, cada uma realizando um trabalho. O trabalho de cada uma dessas forças deve ser calculado separadamente. Para calcular o trabalho total, podemos somar os trabalhos realizados por todas as forças. Podemos também calcular a força resultante e usá-la como uma força única nas Eqs. 7-2 e 7-4.

EXEMPLO 7-1 Vamos voltar às proezas de levantamento de peso de Vasili Alexeev e Paul Anderson.

a. Qual o trabalho executado por Alexeev (ou, mais precisamente, pela força aplicada por ele) ao levantar um peso de 2.500 N a uma altura de 2,0 m?

Solução Vamos ignorar a breve aceleração do peso** no início e no final do movimento e supor que ele tenha sido levantado com velocidade constante. (Esta hipótese simplifica os cálculos e não altera o resultado

*Esta é a primeira aplicação do produto escalar neste livro. Veja a Seção 3-7, onde o produto escalar de dois vetores é definido e a Eq. 7-4 é usada como exemplo.

**Nesta seção a palavra peso aparecerá ora no seu sentido corriqueiro, ora no sentido técnico. Preste atenção para não confundir as duas formas. Veja como o uso dos dois sentidos numa única frase pode levar a expressões estranhas como a que aparece na pergunta do item *b* deste exemplo ou na legenda da Fig. 7-5*b*. (N. do R.)

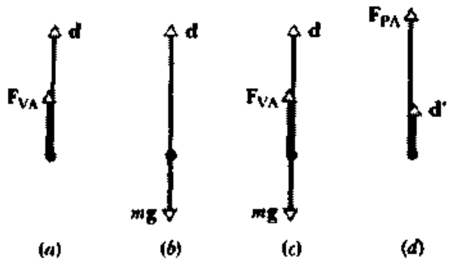


Fig. 7-5 Exemplo 7-1. Diagrama de corpo isolado, com os deslocamentos indicados. (*a*) Força $\mathbf{F}_{VA}$ exercida por Vasili Alexeev sobre o peso que ele levantou por uma distância **d**. (*b*) Peso *mg* do peso. (*c*) As duas forças aplicadas ao peso. (*d*) Força $\mathbf{F}_{PA}$ exercida por Paul Anderson no peso que ele levantou por uma distância **d**′.

final.) O módulo da força para cima $\mathbf{F}_{VA}$ exercida por Alexeev é igual ao peso que ele levantou:

$$F_{VA} = mg = 2.500 \text{ N}.$$

O ângulo ϕ entre a força $\mathbf{F}_{VA}$ e o deslocamento **d** do peso é zero (Fig. 7-5*a*). De acordo com a Eq. 7-2, o trabalho realizado pela força $\mathbf{F}_{VA}$ é

$$W = F_{VA} d \cos \phi$$
$$= (2.500 \text{ N})(2,0 \text{ m})(\cos 0°)$$
$$= 5.000 \text{ J}. \qquad \text{(Resposta)}$$

b. Qual o trabalho executado sobre o peso pelo seu peso *mg*?

Solução O módulo do peso é *mg*. O ângulo ϕ entre a força *mg* e o deslocamento **d** é 180° (Fig. 7-5*b*). De acordo com a Eq. 7-2, o trabalho realizado pela força *mg* é

$$W = mgd \cos \phi$$
$$= (2.500 \text{ N})(2,0 \text{ m})(\cos 180°)$$
$$= -5.000 \text{ J}. \qquad \text{(Resposta)}$$

c. Qual o trabalho executado pela força resultante durante o levantamento do peso?

Solução A força resultante aplicada ao peso durante o levantamento é a soma das forças que aparecem na Fig. 7-5*c*, que é zero, de modo que, de acordo com a Eq. 7-2, o trabalho executado pela força resultante também é zero. Podemos chegar ao mesmo resultado somando os trabalhos calculados em (a) e (b) para determinar o trabalho executado por Alexeev e pelo peso *mg*.

d. Qual o trabalho que Alexeev executou enquanto mantinha o peso estacionário sobre a cabeça?

Solução Quando ele está sustentando o peso, o deslocamento é zero e portanto, de acordo com a Eq. 7-2, o trabalho é zero.

e. Qual o trabalho executado por Paul Anderson para levantar um peso de 27.900 N por uma distância $d' = 1,0$ cm?

Solução O diagrama de corpo isolado correspondente aparece na Fig. 7-5*d*. O módulo da força exercida por Anderson é $F_{PA} = 27.900$ N; o trabalho executado por ele é dado por:

$$W = F_{PA} d' = (27.900 \text{ N})(0,01 \text{ m})$$
$$= 279 \text{ J} \approx 300 \text{ J}. \qquad \text{(Resposta)}$$

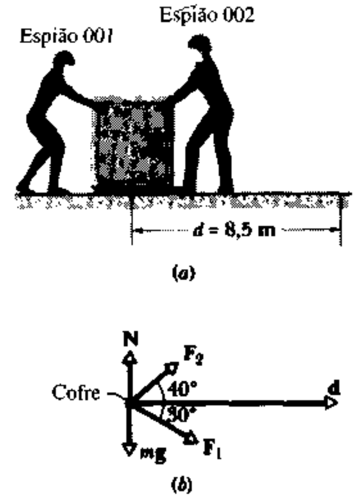


Fig. 7-6 Exemplo 7-2. (*a*) Dois espiões empurram um cofre. (*b*) Diagrama de corpo isolado correspondente.

A proeza realizada por Anderson exigiu uma força muito grande mas o trabalho executado foi relativamente pequeno, porque o deslocamento foi muito pequeno.

EXEMPLO 7-2 A Fig. 7-6*a* mostra dois espiões industriais empurrando um cofre por uma distância de 8,5 m em linha reta na direção do seu caminhão. A força $\mathbf{F}_1$ exercida pelo espião 001 é de 320 N e faz um ângulo de 30° para baixo a partir da horizontal; a força $\mathbf{F}_2$ exercida pelo espião 002 é de 250 N e faz um ângulo de 40° para cima com a horizontal.

a. Qual o trabalho total realizado sobre o cofre pelos espiões?

Solução A Fig. 7-6*b* é um diagrama de corpo isolado do cofre, considerado como uma partícula. Podemos calcular o trabalho total executado pelos espiões determinando o trabalho executado por cada espião individualmente e somando os resultados. De acordo com a Eq. 7-2, o trabalho executado pelo espião 001 é dado por

$$W_1 = F_1 d \cos \phi_1 = (320 \text{ N})(8,5 \text{ m})(\cos 30°)$$
$$= 2.356 \text{ J},$$

e o trabalho executado pelo espião 002 é dado por

$$W_2 = F_2 d \cos \phi_2 = (250 \text{ N})(8,5 \text{ m})(\cos 40°)$$
$$= 1.628 \text{ J}.$$

Assim, o trabalho total é dado por

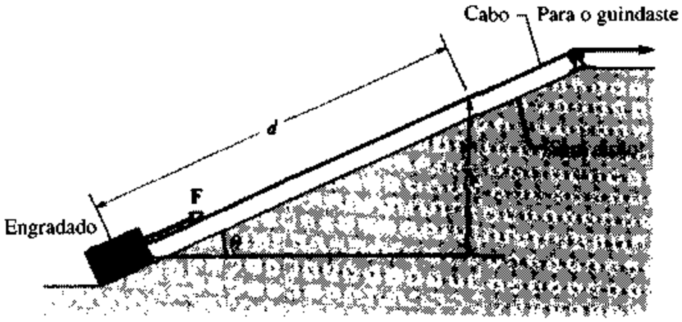
$$W = W_1 + W_2 = 2.356 \text{ J} + 1.628 \text{ J}$$
$$\approx 4.000 \text{ J}. \qquad \text{(Resposta)}$$

b. Qual o trabalho executado sobre o cofre pelo seu peso *mg* e pela força normal **N** exercida pelo piso?

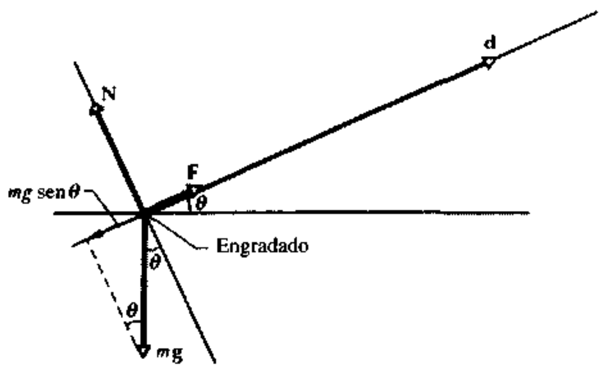
Solução As duas forças são perpendiculares à direção do movimento e portanto o trabalho executado por elas é nulo.

EXEMPLO 7-3 Um engradado de 15 kg é arrastado com velocidade constante por uma distância $d = 5,7$ m sobre uma rampa sem atrito, até atingir uma altura $h = 2,5$ m acima do ponto de partida; veja a Fig. 7-7*a*.

a. Qual o valor da força **F** que o cabo deve exercer sobre o engradado?



(a)



(b)

Fig. 7-7 Exemplo 7-3. (*a*) Um engradado é levantado até o alto de uma rampa sem atrito por uma força paralela à rampa. (*b*) Diagrama de corpo isolado para o problema, mostrando todas as forças envolvidas e também o deslocamento **d**.

Solução A Fig. 7-7*b* mostra o diagrama de corpo isolado correspondente. Sabemos que o engradado está em equilíbrio, porque a aceleração é zero. Aplicando a segunda lei de Newton paralelamente à rampa, temos:

$$F = mg \operatorname{sen} \theta = (15 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(2{,}5 \text{ m}/5{,}7 \text{ m})$$
$$= 64{,}5 \text{ N} \approx 65 \text{ N}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Observe que calculamos o valor de sen θ diretamente a partir dos valores de h e d, sem que houvesse necessidade de calcular o valor de θ.

b. Qual o trabalho executado sobre o engradado pela força **F**?

Solução De acordo com a Eq. 7-2, temos:

$$W_F = Fd \cos \phi = (64{,}5 \text{ N})(5{,}7 \text{ m})(\cos 0°)$$
$$= 368 \text{ J} \approx 370 \text{ J}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Não confunda o ângulo ϕ (que é o ângulo entre os vetores **F** e **d** na Fig. 7-7) com o ângulo θ (que é o ângulo da rampa).

c. Se levantarmos o engradado até a mesma altura h usando uma rampa com uma outra inclinação θ, qual será o trabalho executado por **F**?

Solução Em (a), temos $F = mg \operatorname{sen} \theta$. Em (b), $W_F = Fd \cos \phi = Fd \cos 0 = Fd$. Combinando essas equações, temos:

$$W_F = mgd \operatorname{sen} \theta.$$

Mas $d \operatorname{sen} \theta = h$, de modo que

$$W_F = mgh.$$

Assim, o trabalho executado para levantar o engradado não depende do ângulo da rampa. Se h é igual a 2,5 m, o trabalho é, então,

$$W_F = (15 \text{ kg})(9{,}8 \text{m/s}^2)(2{,}5 \text{ m})$$
$$= 368 \text{ J} \approx 370 \text{ J}. \qquad \text{(Resposta)}$$

d. Qual o trabalho necessário para levantar verticalmente o engradado até uma altura h?

Solução Seria necessário usar uma força igual ao peso do engradado e o ângulo ϕ entre essa força e o deslocamento seria zero. Assim,

$$W_h = Fh \cos \phi = mgh \cos \phi$$
$$= (15 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(2{,}5 \text{ m})(\cos 0°)$$
$$= 368 \text{ J} \approx 370 \text{ J}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Esta é a mesma resposta que encontramos em (b) e (c). A diferença é que em (b) e (c) aplicamos forças menores e as distâncias percorridas pelo engradado foram maiores. Em outras palavras, com o auxílio das rampas, conseguimos levantar o engradado usando uma força menor do que o seu peso. É para isso que servem as rampas; permitem-nos realizar o mesmo trabalho com uma força menor.

e. Qual o trabalho realizado pelo peso $m\mathbf{g}$ do engradado em (b), (c) e (d)?

Solução Considere o caso geral (c) onde o ângulo θ da rampa pode ter qualquer valor. De acordo com a Eq. 7-4,

$$W_g = m\mathbf{g} \cdot \mathbf{d}.$$

De acordo com a Fig. 7-7*b*, o ângulo entre $m\mathbf{g}$ e **d** é $\theta + 90°$, de modo que

$$W_g = m\mathbf{g} \cdot \mathbf{d} = mgd \cos(\theta + 90°) = mgd\,(-\operatorname{sen} \theta).$$

De acordo com (c), sabemos que $d \operatorname{sen} \theta = h$, de modo que

$$W_g = -mgh = -368 \text{ J} \approx -370 \text{ J}. \qquad \text{(Resposta)}$$

O resultado é o mesmo quer o engradado seja levantado verticalmente ou empurrado em uma rampa com qualquer inclinação.

EXEMPLO 7-4 Na Fig. 7-8*a*, uma corda passa por uma polia, sem atrito e de massa desprezível, e está presa a um bloco de massa m. A polia está presa no teto e você puxa para baixo a extremidade livre da corda.

a. Qual o módulo da força **F** que você deve aplicar à corda para levantar o bloco?

Solução Supondo que o bloco seja levantado com velocidade constante, a força **T** exercida sobre ele pela corda deve ter um módulo $T = mg$. A força exercida pela corda sobre a sua mão tem o mesmo módulo. Assim, você deve puxar para baixo com uma força de módulo $F = mg$.

b. De que distância sua mão deve se deslocar para que o bloco suba uma distância d?

Solução Você deve deslocar a mão para baixo de uma distância d para que o bloco suba a mesma distância.

c. Qual o trabalho realizado sobre o bloco durante esse levantamento?

Solução De acordo com a Eq. 7-1, o trabalho realizado sobre o bloco é dado por

$$W = Td = mgd.$$

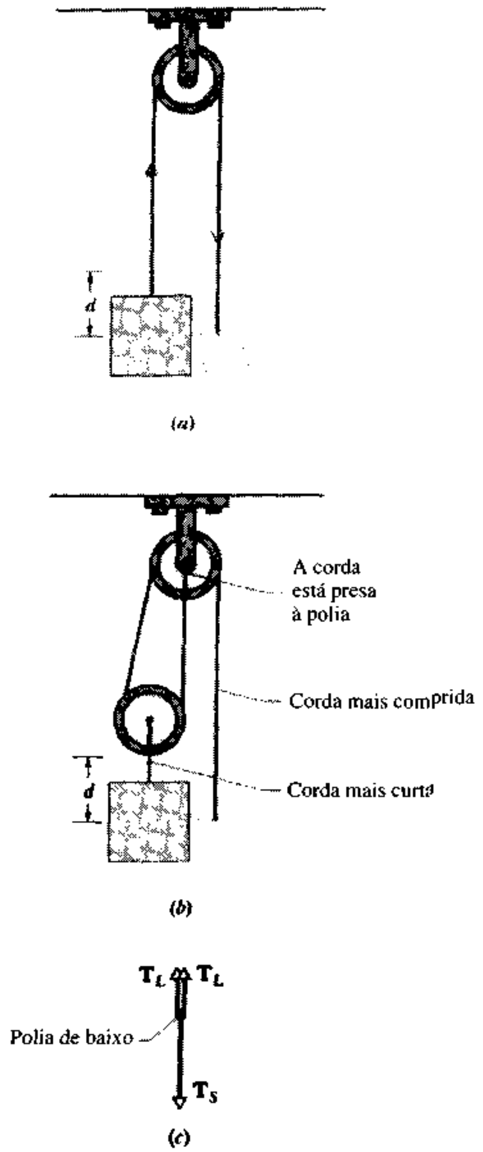


Fig. 7-8 Exemplo 7-4. (*a*) Você faz o bloco subir uma distância *d* puxando a ponta livre de uma corda que passa por uma polia. (*b*) Você faz o bloco subir a mesma distância puxando uma corda que passa por duas polias. (*c*) Diagrama de corpo isolado para a polia mais baixa de (*b*).

O trabalho que você executa na extremidade livre da corda é o mesmo:

$$W = Fd = mgd.$$

Assim, podemos dizer que você realiza trabalho *sobre o bloco através da corda.*

d. A Fig. 7-8*b* mostra um arranjo que envolve duas polias. A corda que passa pela polia de baixo puxa essa polia para cima com uma força que é o dobro da tensão T_L na mesma corda. Qual o módulo da força **F** que você deve aplicar à corda para levantar o bloco?

Solução O diagrama de corpo isolado para a polia de baixo aparece na Fig. 7-8*c*, onde T_S é a tensão na corda mais curta que está presa ao bloco e T_L é tensão na corda mais comprida que você está segurando. Como a tensão deve ser a mesma em todos os pontos da corda mais comprida, a força que você exerce tem um módulo igual a T_L. Se o bloco é levantado com velocidade constante, a segunda lei de Newton nos dá $2T_L = T_S$; nesse caso, a força é dada por

$$F = T_L = \frac{T_S}{2} = \frac{mg}{2},$$

que é igual à metade da força calculada em (a).

e. De que distância sua mão deve se deslocar para que o bloco suba uma distância *d*?

Solução Como a corda mais comprida passa em volta da polia de baixo, esta se move apenas *metade* da distância percorrida pela sua mão. Assim, para que o bloco suba de uma distância *d*, você deve deslocar a mão para baixo de uma distância 2*d*, que é o dobro da distância calculada em (b).

f. Qual o trabalho realizado sobre o bloco durante esse levantamento?

Solução De acordo com a Eq. 7-1, o trabalho executado sobre o bloco pela corda mais curta é dado por

$$W = T_s d = mgd.$$

Este trabalho é igual ao que você executa sobre a corda mais comprida,

$$W = F(2d) = \left(\frac{mg}{2}\right)(2d) = mgd.$$

Assim, mais uma vez podemos dizer que você realiza trabalho *sobre o bloco através da corda.*

g. Qual a vantagem do sistema de duas polias da Fig. 7-8*b* em relação ao sistema de uma polia da Fig. 7-8*a*?

Solução Nos dois casos, você precisa realizar um trabalho igual a *mgd* para levantar o bloco a uma altura *d*. Entretanto, com o sistema de duas polias, a força que você precisa exercer é metade da força necessária com o sistema de uma polia.

EXEMPLO 7-5 Um caixote de passas que caiu de um caminhão desliza pelo solo em direção a uma menina. Para tentar parar o caixote, ela o empurra com uma força $\mathbf{F} = (2{,}0\ \text{N})\mathbf{i} + (-6{,}0\ \text{N})\mathbf{j}$, recuando ao mesmo tempo (Fig. 7-9). Enquanto ela está empurrando, o caixote sofre um deslocamento $\mathbf{d} = (-3{,}0\ \text{m})\mathbf{i}$. Qual o trabalho que a menina executou sobre o caixote?

Solução De acordo com a Eq. 7-4, o trabalho é dado por

$$\begin{aligned} W &= \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} \\ &= [(2{,}0\ \text{N})\mathbf{i} + (-6{,}0\ \text{N})\mathbf{j}] \cdot [(-3{,}0\ \text{m})\mathbf{i}]. \end{aligned}$$

Lembre-se de que, de todos os produtos escalares possíveis entre os vetores unitários, os únicos diferentes de zero são **i·i**, **j·j** e **k·k** (veja a Seção 3-7). Assim, temos:

$$\begin{aligned} W &= (2{,}0\ \text{N})(-3{,}0\ \text{m})\,\mathbf{i}\cdot\mathbf{i} + (-6{,}0\ \text{N})(-3{,}0\ \text{m})\,\mathbf{j}\cdot\mathbf{i} \\ &= (-6{,}0\ \text{J})(1) + 0 = -6{,}0\ \text{J}. \qquad \text{(Resposta)} \end{aligned}$$

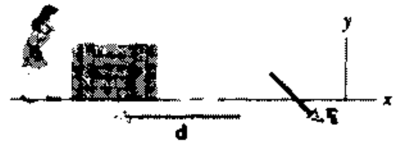


Fig. 7-9 Exemplo 7-5. Trabalho executado sobre um caixote de passas.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

TÁTICA 1: CÁLCULO DO TRABALHO

Em problemas que envolvem o cálculo do trabalho, desenhe um diagrama de corpo isolado e certifique-se de que sabe responder às seguintes perguntas: Com que partícula estou lidando? Quais são as forças que agem sobre ela? Em qual dessas forças estou interessado? Seria talvez na força *resultante*? Qual é o deslocamento da partícula? Qual é o ângulo entre o deslocamento e as forças envolvidas? Qual é o sinal do trabalho executado? O sinal do trabalho executado é fisicamente razoável? (Talvez seja interessante reler os Exemplos 7-1 a 7-5 com essas perguntas em mente.)

7-3 Trabalho Executado por uma Força Variável

Análise Unidimensional

Agora vamos supor que a força que age sobre uma partícula e o deslocamento dessa partícula estejam sobre a mesma reta, que vamos tomar como sendo o eixo dos x. Vamos su-por ainda que o módulo da força *não seja constante*, mas dependa da posição da partícula.

A Fig. 7-10*a* mostra um gráfico de uma força variável do tipo que acabamos de descrever. Qual é o trabalho executado sobre a partícula por esta força quando a partícula se desloca de um ponto inicial x_i até um ponto final x_f? Não podemos usar a Eq. 7-2 porque ela supõe uma força constante **F**. Para encontrar a resposta, vamos dividir o deslocamento total da partícula em uma série de intervalos de largura Δx. Escolhemos um intervalo Δx suficientemente pequeno para que a força $F(x)$ seja aproximadamente constante durante esse intervalo. Vamos chamar de $\overline{F(x)}$ o valor médio de $F(x)$ no intervalo.

O incremento (pequena quantidade) de trabalho ΔW realizado pela força durante qualquer intervalo particular pode ser calculado com o auxílio da Eq. 7-2:

$$\Delta W = \overline{F(x)}\,\Delta x. \tag{7-7}$$

No gráfico da Fig. 7-10*b*, ΔW é igual em módulo à área da faixa vertical correspondente; $\overline{F(x)}$ é a altura da faixa e Δx é a sua largura.

Para aproximar o trabalho total W feito pela força à medida que a partícula se move de x_i até x_f, somamos as áreas de todas as faixas entre x_i e x_f na Fig. 7-10*b*.

Assim,

$$W = \sum \Delta W = \sum \overline{F(x)}\,\Delta x. \tag{7-8}$$

A Eq. 7-8 é uma aproximação porque a linha quebrada formada pelas extremidades superiores das faixas retangulares na Fig. 7-10*b* é apenas uma aproximação da curva real naquela figura.

Podemos tornar a aproximação melhor, reduzindo a largura Δx das faixas e usando um número maior de faixas, como mostrado na Fig. 7-10*c*. No limite, fazemos a largura de cada faixa tender a zero; o número de faixas torna-se, então, infinitamente grande. Temos, assim, como resultado exato,

$$W = \lim_{\Delta x \to 0} \sum \overline{F(x)}\,\Delta x. \tag{7-9}$$

Este limite é exatamente o que entendemos por integral da função $F(x)$ entre os limites x_i e x_f. Assim, a Eq. 7-9 se torna

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx \quad \text{(trabalho: força variável)}. \tag{7-10}$$

Se conhecemos a função $F(x)$, podemos substituí-la na Eq. 7-10, introduzir os limites de integração apropriados, efetuar a integração e, assim, obter o trabalho. (Veja no Apêndice G uma lista de integrais comuns.) Geometricamente, o trabalho é igual à área sob a curva $F(x)$ entre os limites x_i e x_f, como ilustrado na Fig. 7-10*d*.

Análise Tridimensional

Considere uma partícula que esteja submetida a uma força tridimensional

$$\mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k}, \tag{7-11}$$

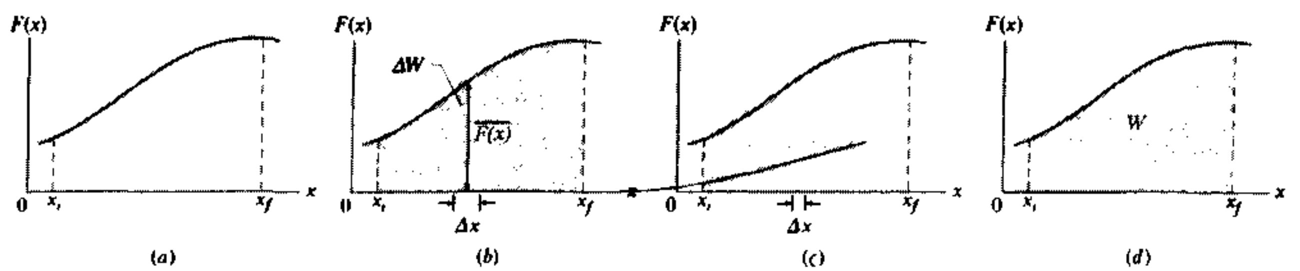


Fig. 7-10 (*a*) Gráfico de uma força variável unidimensional $F(x)$ em função do deslocamento da partícula sobre a qual é exercida. A partícula se move de x_i até x_f. (*b*) O mesmo que (*a*), mas com a área sob a curva dividida em faixas estreitas. (*c*) O mesmo que (*b*), mas com a área dividida em faixas ainda mais estreitas. (*d*) O caso limite. O trabalho executado pela força é dado pela Eq. 7-10 e pode ser representado graficamente pela área sombreada sob a curva.

e suponha que algumas ou todas as componentes F_x, F_y e F_z dependam da posição da partícula. Imagine ainda que a partícula sofre um deslocamento incremental

$$d\mathbf{r} = dx\mathbf{i} + dy\mathbf{j} + dz\mathbf{k}. \qquad (7\text{-}12)$$

De acordo com a Eq. 7-4, o incremento de trabalho dW executado sobre a partícula pela força **F** durante o deslocamento $d\mathbf{r}$ é dado por

$$dW = \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} = F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz. \qquad (7\text{-}13)$$

O trabalho W executado por **F** enquanto a partícula se desloca de uma posição inicial r_i de coordenadas (x_i, y_i, z_i) para uma posição final r_f de coordenadas (x_f, y_f, z_f) é portanto dado por

$$W = \int_{r_i}^{r_f} dW = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y\,dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z\,dz. \qquad (7\text{-}14)$$

Quando **F** tem apenas a componente x, a Eq. 7-14 se reduz à Eq. 7-10.

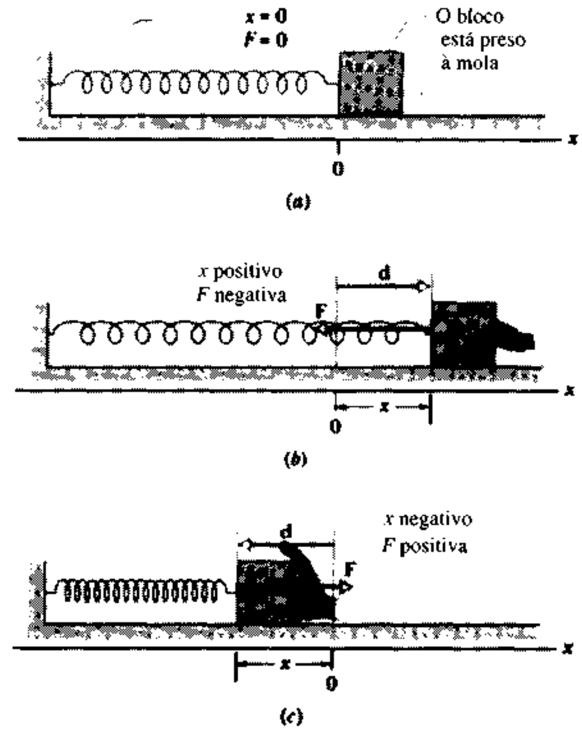


Fig. 7-11 (*a*) Uma mola no estado relaxado. A origem do eixo dos x foi colocada na extremidade da mola. (*b*) O bloco sofreu um deslocamento **d** e a mola se distendeu de um valor x. Observe a força restauradora **F** exercida pela mola. (*c*) A mola foi comprimida de um valor x. Observe novamente a força restauradora.

EXEMPLO 7-6 Qual o trabalho executado por uma força $\mathbf{F} = (3x\text{ N})\mathbf{i} + (4\text{N})\mathbf{j}$, com x em metros, que age sobre uma partícula enquanto ela se move das coordenadas (2 m, 3 m) para as coordenadas (3 m, 0 m)?

Solução De acordo com a Eq. 7-14, temos:

$$W = \int_2^3 3x\,dx + \int_3^0 4\,dy = 3\int_2^3 x\,dx + 4\int_3^0 dy.$$

Usando a lista de integrais do Apêndice G, temos:

$$W = 3\left[\frac{1}{2}x^2\right]_2^3 + 4\Big[y\Big]_3^0$$
$$= \tfrac{3}{2}[3^2 - 2^2] + 4[0 - 3]$$
$$= -4{,}5\text{ J} \approx -5\text{ J}. \quad \text{(Resposta)}$$

(Resposta)*

7-4 Trabalho Realizado por uma Mola

Como um exemplo importante de força variável, vamos considerar a força exercida por uma mola. A Fig. 7-11*a* mostra uma mola no **estado relaxado**, isto é, nem comprimida nem distendida. Uma extremidade é mantida fixa e um objeto, um bloco, digamos, é ligado à outra extremidade. Na Fig. 7-11*b*, o bloco foi puxado para a direita, distendendo a mola. Ao mesmo tempo, a mola puxa o bloco para a esquerda, tentando restaurar o estado relaxado. (A força exercida pela mola é chamada de **força restauradora.**) Na Fig. 7-11*c*, o bloco foi empurrado para a esquerda, comprimindo a mola. Ao mesmo tempo, a mola empurra o bloco para a direita, tentando novamente restaurar o estado relaxado.

Com uma boa aproximação para muitas molas, a força **F** exercida pela mola é proporcional ao deslocamento **d** da extremidade livre em relação à sua posição quando a mola está no estado relaxado. A força da mola é dada por

$$\mathbf{F} = -k\mathbf{d} \quad \text{(lei de Hooke)}, \qquad (7\text{-}15)$$

que é conhecida como **lei de Hooke** em homenagem a Robert Hooke, um cientista inglês que viveu no final do século XVII. O sinal negativo na Eq. 7-15 indica que a força exercida pela mola tem sempre o sentido oposto ao do deslocamento da sua extremidade livre. A constante k é chamada de **constante da mola** e é uma medida da rigidez da mola. Quanto maior o valor k, mais rígida é a mola, isto é, maior a força com que ela reage a um dado deslocamento. A unidade de k no sistema SI é o newton por metro.

Na Fig. 7-11, um eixo dos x foi traçado ao longo do comprimento da mola, com a origem ($x = 0$) na posição da ex-

*Em geral, a integração em (7-14) depende do caminho entre os pontos i e f. No entanto, para certas forças (ditas *conservativas*), o resultado é independente do caminho. Neste capítulo, vamos considerar só este tipo de forças. (N. do S.)

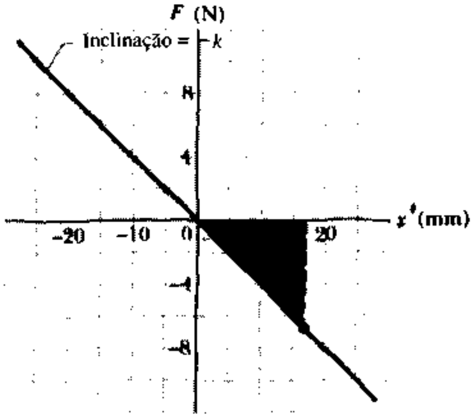


Fig. 7-12 Gráfico da força em função da distância para a mola dos Exemplos 7-7 e 7-8. A mola obedece à lei de Hooke (Eqs. 7-15 e 7-16) e tem uma constante de mola $k = 410$ N/m. O significado do ponto está explicado no Exemplo 7-7 e o da área sombreada no Exemplo 7-8.

tremidade livre quando a mola se encontra no estado relaxado. Neste caso, a Eq. 7-15 assume a forma

$$F = -kx \quad \text{(lei de Hooke).} \qquad (7\text{-}16)$$

Observe que a força da mola é variável porque depende da posição da extremidade livre: F pode ser representada como $F(x)$, como na Seção 7-3. A lei de Hooke é uma relação linear; um gráfico possível para F é o que aparece na Fig. 7-12.

Se deslocamos o bloco de uma posição inicial x_i para uma posição final x_f, realizamos trabalho sobre o bloco, e a mola executa um trabalho sobre o bloco com o sinal oposto. O trabalho W executado pela mola sobre o bloco pode ser calculado substituindo o valor de F dado pela Eq. 7-16 na Eq. 7-10 e integrando:

$$\begin{aligned} W &= \int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)\,dx = -k\int_{x_i}^{x_f} x\,dx. \\ &= (-\tfrac{1}{2}k)\left[x^2\right]_{x_i}^{x_f} = (-\tfrac{1}{2}k)(x_f^2 - x_i^2) \end{aligned} \qquad (7\text{-}17)$$

ou

$$W = \tfrac{1}{2}kx_i^2 - \tfrac{1}{2}kx_f^2 \quad \text{(trabalho realizado por uma mola).} \qquad (7\text{-}18)$$

O trabalho é positivo se $x_i^2 > x_f^2$ e negativo se $x_i^2 < x_f^2$. Se $x_i = 0$ e se chamarmos a posição final de x, a Eq. 7-18 se torna

$$W = -\tfrac{1}{2}kx^2. \qquad (7\text{-}19)$$

A Eq. 7-18 e seu caso especial, Eq. 7-19, permitem calcular o trabalho executado *pela mola*. O trabalho realizado por nós (ou por quem quer que distenda ou comprima a mola) tem o mesmo valor absoluto, mas o sinal oposto.

Observe que o comprimento da mola não aparece explicitamente nas expressões para a força exercida pela mola (Eqs. 7-15 e 7-16) e para o trabalho executado por ela (Eqs. 7-18 e 7-19). *O comprimento da mola é um dos fatores que contribuem para o valor da constante de mola* k. Outros fatores são a forma geométrica da mola e as propriedades elásticas do material de que é feita.

EXEMPLO 7-7 Você aplica uma força F de 4,9 N a um bloco ligado à extremidade livre de uma mola, distendendo-a de 12 mm em relação ao seu comprimento no estado relaxado, como na Fig. 7-11*b*.

a. Qual é o valor da constante da mola?

Solução A mola distendida exerce uma força de −4,9 N. De acordo com a Eq. 7-16, com $x = 12$ mm, temos:

$$\begin{aligned} k &= -\frac{F}{x} = -\frac{-4{,}9\ \text{N}}{12 \times 10^{-3}\ \text{m}} \\ &= 408\ \text{N/m} \approx 410\ \text{N/m}. \end{aligned} \qquad \text{(Resposta)}$$

Neste caso, x é positivo (a mola é distendida) e a força F exercida *pela mola* é negativa. Observe que não precisamos conhecer o comprimento da mola. O gráfico da Eq. 7-16 que aparece na Fig. 7-12 se refere a esta mola. A inclinação da reta é −410 N/m.

b. Qual a força exercida pela mola quando ela é distendida de 17 mm?

Solução De acordo com a Eq. 7-16, temos:

$$\begin{aligned} F &= -kx = -(408\ \text{N/m})(17 \times 10^{-3}\ \text{m}) \\ &= -6{,}9\ \text{N}. \end{aligned} \qquad \text{(Resposta)}$$

O ponto sobre a reta da Fig. 7-12 representa esta força e o correspondente deslocamento. Observe que x é positivo e F é negativo, como na Fig. 7-11*b*.

EXEMPLO 7-8 Você distende a mola do Exemplo 7-7, 17 mm a partir do estado relaxado; veja a Fig. 7-11*b*. Qual é o trabalho realizado pela mola sobre o bloco?

Solução Como a mola se encontra inicialmente no estado relaxado, podemos usar a Eq. 7-19:

$$\begin{aligned} W &= -\tfrac{1}{2}kx^2 = -(\tfrac{1}{2})(408\ \text{N/m})(17 \times 10^{-3}\ \text{m})^2 \\ &= -5{,}9 \times 10^{-2}\ \text{J} = -59\ \text{mJ}. \end{aligned} \qquad \text{(Resposta)}$$

A área sombreada na Fig. 7-12 representa este trabalho. O trabalho realizado pela mola é negativo porque o deslocamento do bloco e a força exercida pela mola têm sentidos opostos. Observe que o trabalho realizado pela mola seria o mesmo se ela tivesse sido comprimida (em vez de distendida) 17 mm.

EXEMPLO 7-9 A mola da Fig. 7-11*b* se encontra *inicialmente* com uma distensão de 17 mm. Você permite que ela volte lentamente ao estado relaxado e depois a comprime 12 mm. Qual o trabalho realizado pela mola durante o deslocamento total?

Solução Nesta situação, temos $x_i = +17$ mm (distensão) e $x_f = -12$ mm (compressão). De acordo com a Eq. 7-18,

$$\begin{aligned} W &= \tfrac{1}{2}kx_i^2 - \tfrac{1}{2}kx_f^2 = \tfrac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2) \\ &= (\tfrac{1}{2})(408\ \text{N/m})[(17 \times 10^{-3}\ \text{m})^2 - (12 \times 10^{-3}\ \text{m})^2] \\ &= 0{,}030\ \text{J} = 30\ \text{mJ}. \end{aligned} \qquad \text{(Resposta)}$$

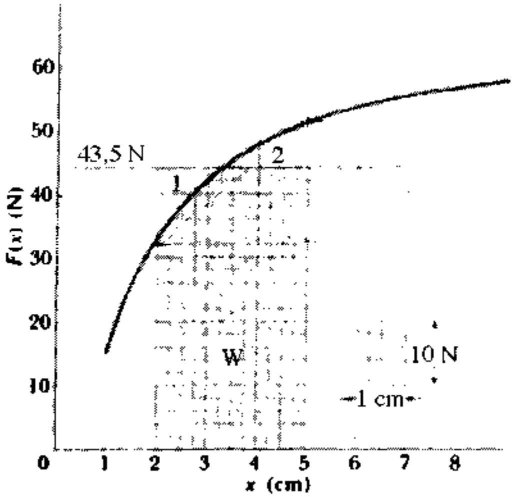


Fig. 7-13 Gráfico de uma função $F(x)$. A área sombreada (que representa o trabalho) é aproximada por um retângulo. O pequeno retângulo à direita serve para calibrar as quadrículas em unidades de trabalho; suas 20 quadrículas são equivalentes a 10 N·cm.

Neste caso, a mola realizou mais trabalho positivo (ao passar do estado de distensão inicial para o estado relaxado) do que trabalho negativo (ao passar do estado relaxado para o estado comprimido final). Assim, o trabalho total executado pela mola é positivo.

Resolução de Problemas

Tática 2: Derivadas e Integrais; Inclinações e Áreas

Quando uma função $y = F(x)$ é conhecida, é possível calcular a sua derivada (para qualquer valor de x) e sua integral (entre dois valores de x) usando as regras do cálculo. Se você não conhece a função analiticamente mas dispõe de um gráfico da função, pode calcular a derivada e a integral usando métodos gráficos. Vimos como calcular graficamente uma derivada na Tática 9 do Cap. 2; agora vamos ver como calcular graficamente uma integral.

A Fig. 7-13 é um gráfico de uma força particular $F(x)$. Vamos determinar graficamente o trabalho W realizado por esta força quando a partícula sobre a qual atua se move de $x_i = 2{,}0$ cm até $x_f = 5{,}0$ cm. O trabalho é a área sombreada sob a curva entre esses dois pontos.

Podemos aproximar esta área por um retângulo formado pela substituição da curva que representa a função por uma reta horizontal. A reta deve ser traçada numa altura tal que duas áreas rotuladas como "1" e "2" sejam aproximadamente iguais. Uma reta em $F = 43{,}5$ N satisfaz a esta exigência. A área do retângulo equivalente ($=W$) é dada por

$$W = \text{altura} \times \text{base} = (43{,}5\ \text{N})(5{,}0\ \text{cm} - 2{,}0\ \text{cm})$$
$$= 130\ \text{N}\cdot\text{cm} = 1{,}3\ \text{N}\cdot\text{m} = 1{,}3\ \text{J}.$$

Também é possível calcular a área contando as quadrículas sob a curva. O retângulo da direita na Fig. 7-13 pode ser usado para calibrar as quadrículas; mostra que 20 quadrículas correspondem a 10 N·cm. Contando grandes blocos de quadrículas sempre que possível, não é difícil verificar que a área sombreada contém cerca de 260 quadrículas. O trabalho é portanto

$$W = (260\,\text{quadrados})\left(\frac{10\ \text{N}\cdot\text{cm}}{20\ \text{quadrados}}\right) = 130\ \text{N}\cdot\text{cm}$$
$$= 1{,}3\ \text{J},$$

O resultado é idêntico ao anterior. *Não se esqueça*: num gráfico bidimensional, toda derivada representa a inclinação de uma reta e toda integral representa a área sob uma curva.

7-5 Energia Cinética

Se você vê uma bola de futebol em repouso no gramado e mais tarde observa a mesma bola se dirigindo para o gol, provavelmente pensará: "Alguém chutou esta bola." Um físico talvez afirme: "Alguém realizou trabalho sobre esta bola, exercendo uma força ao longo de uma pequena distância." Na verdade, sempre que vemos um objeto em movimento, isto é sinal de que algum trabalho foi executado sobre o objeto para colocá-lo em movimento. O que existe no movimento de uma partícula que pode ser relacionado quantitativamente ao trabalho que foi executado sobre a partícula?

A propriedade que estamos buscando é a **energia cinética** da partícula, que pode ser definida através da equação

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 \quad \text{(energia cinética),} \qquad (7\text{-}20)$$

onde m é a massa da partícula e v a sua velocidade. Repare que a energia cinética é proporcional ao quadrado da velocidade e portanto nunca pode ser negativa. Suas unidades são as mesmas do trabalho (no sistema SI, por exem-

Tabela 7-1
Energias Cinéticas de Alguns Objetos

Objeto	*Comentários*	*Energia Cinética (J)*
O maior meteorito conhecido	5×10^{10} kg a 7.200 m/s	$1{,}3 \times 10^{18}$
Porta-aviões *Nimitz*	91.400 toneladas a 30 nós	$9{,}9 \times 10^{9}$
Satélite em órbita	100 kg a 300 km de altitude	$3{,}0 \times 10^{9}$
Caminhão	Modelo de 18 rodas, a 100 km/h	$2{,}2 \times 10^{6}$
Jogador de futebol americano	110 kg a 9 m/s	$4{,}5 \times 10^{3}$
Bala de fuzil	4 g a 950 m/s	$1{,}8 \times 10^{3}$
Bola de beisebol	160 km/h	$1{,}5 \times 10^{2}$
Moeda caindo	3,2 g depois de cair 50 m	1,6
Abelha em vôo	1 g a 2 m/s	2×10^{-3}
Caracol	5 g a 0,05 km/h	$4{,}5 \times 10^{-7}$
Elétron em tubo de TV	20 keV	$3{,}2 \times 10^{-15}$
Elétron no cobre	No zero absoluto	$6{,}7 \times 10^{-19}$

plo, a unidade é o joule). A energia cinética é uma grandeza esca-lar; não depende da direção do movimento. A Tabela 7-1 mostra a energia cinética de alguns objetos.

Se uma única força **F** realiza um trabalho W sobre uma partícula, mudando a sua velocidade, a energia cinética da partícula varia de um valor inicial K_i para um valor final K_f. A variação de energia cinética é numericamente igual ao trabalho executado:

$$W = K_f - K_i = \Delta K, \text{ ou } K_f = K_i + W \quad \text{(7-21)}$$

(teorema do trabalho-energia cinética)

A Eq. 7-21, em qualquer das duas formas, é conhecida como **teorema do trabalho-energia cinética** (ou simplesmente **teorema do trabalho-energia**). Quando a partícula é submetida a várias forças, o trabalho W da Eq. 7-21 é o *trabalho total executado por todas as forças*, ou, o que dá no mesmo, o trabalho executado pela força resultante.

A utilidade da Eq. 7-21 está em que nos permite encarar de outra forma problemas conhecidos e torna muito mais simples a solução de certos tipos de problemas. Antes de provarmos o teorema do trabalho-energia cinética, vamos ver como aplicá-lo a alguns problemas simples.

Uma Partícula em Queda Livre

Se você deixa cair uma bola de tênis (Fig. 7-14*a*), a única força que age sobre ela (desprezando a resistência do ar) é o peso $m\mathbf{g}$. Esta força aponta na mesma direção e no mesmo sentido em que a bola está se movendo, de modo que o trabalho realizado pelo peso da bola é positivo. De acordo com a Eq. 7-21, a energia cinética da bola deve aumentar com o tempo. Sabemos que isso acontece, já que a velocidade da bola aumenta.

Quando você joga uma bola de tênis verticalmente para cima (Fig. 7-14*b*), durante a subida o vetor peso tem o sentido oposto ao do movimento, de modo que o trabalho realizado por esta força sobre a partícula é negativo. Nesse caso, de acordo com a Eq. 7-21, a energia cinética da bola deve diminuir durante a subida. Mais uma vez, sabemos que isso é verdade, já que a velocidade da bola diminui.

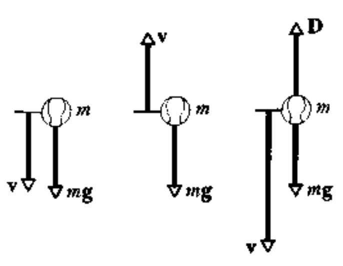


Fig. 7-14 (*a*) O peso $m\mathbf{g}$ de uma bola realiza um trabalho positivo quando a bola cai livremente. (*b*) O peso realiza um trabalho negativo quando a bola está se movendo verticalmente para cima. (*c*) Quando a bola atinge sua velocidade limite, o trabalho resultante passa a ser zero, porque a força resultante que age sobre a bola se anula: o peso $m\mathbf{g}$ passa a ser compensado pela força de arrasto $\vec{F_v}$ exercida pelo ar.

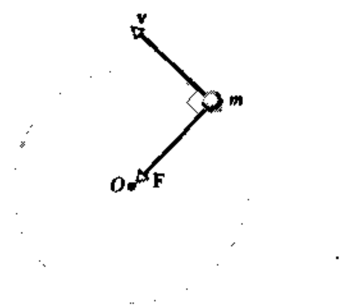


Fig. 7-15 Uma partícula em movimento circular uniforme. A força centrípeta **F** não realiza trabalho sobre a partícula porque é sempre perpendicular à direção em que a partícula está se movendo.

Suponha que uma bola de tênis seja jogada de uma grande altura. Nesse caso, depois de algum tempo, ela atingirá uma velocidade limite (Fig. 7-14*c*) quando o peso for equilibrado exatamente por uma força para cima (chamada força de arrasto) devido à resistência do ar. Neste caso, a força resultante sobre a bola será zero e o trabalho executado sobre a bola também será zero. De acordo com a Eq. 7-21, a energia cinética permanece constante ($\Delta K = 0$) depois que a bola atinge a velocidade terminal.

Uma Partícula em Movimento Circular Uniforme

O módulo da velocidade de uma partícula em movimento circular uniforme é constante, de modo que sua energia cinética não varia. De acordo com a Eq. 7-21, a força centrípeta que age sobre a partícula não realiza trabalho. As Eqs. 7-2 e 7-4 mostram a realidade do fato porque a força é sempre perpendicular à direção em que a partícula está se movendo (Fig. 7-15).

Demonstração do Teorema do Trabalho-Energia Cinética

Este teorema, que se aplica também a partículas que estejam se movendo em três dimensões, é uma conseqüência direta da segunda lei de Newton. Vamos demonstrá-lo, porém, apenas para o caso especial de uma partícula que esteja se movendo numa dimensão. Vamos supor que a força que age sobre a partícula não seja necessariamente constante, podendo variar em módulo.

Considere uma partícula de massa m que esteja se movendo ao longo do eixo dos x sob o efeito de uma força $F(x)$ dirigida ao longo do mesmo eixo. De acordo com a Eq. 7-10, o trabalho realizado pela força sobre a partícula enquanto se move de uma posição inicial x_i para uma posição final x_f é dado por

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx = \int_{x_i}^{x_f} ma\, dx, \quad \text{(7-22)}$$

onde usamos a segunda lei de Newton para substituir $F(x)$ por ma. Podemos reescrever o produto $ma\,dx$ da Eq. 7-22 na forma

$$ma\,dx = m\frac{dv}{dt}\,dx. \tag{7-23}$$

Usando a "regra da cadeia" do cálculo, temos:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx}v, \tag{7-24}$$

e a Eq. 7-23 se torna

$$ma\,dx = m\frac{dv}{dx}v\,dx = mv\,dv. \tag{7-25}$$

Substituindo a Eq. 7-25 na Eq. 7-22, temos:

$$\begin{aligned} W &= \int_{v_i}^{v_f} mv\,dv = m\int_{v_i}^{v_f} v\,dv \\ &= \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2. \end{aligned} \tag{7-26}$$

Observe que quando mudamos a variável de x para v tivemos que expressar os limites da integral em termos da nova variável. Observe também que, como a massa m é constante, pudemos passá-la para fora da integral.

Reconhecendo os termos da direita da Eq. 7-26 como energias cinéticas, podemos escrever esta equação na forma

$$W = K_f - K_i = \Delta K,$$

que é o teorema do trabalho-energia cinética.

EXEMPLO 7-10 Em 1896, em Waco, Texas, William Crush, da estrada de ferro "Katy", colocou duas locomotivas nas extremidades opostas de uma pista de 6,4 km, aqueceu-as, amarrou os aceleradores na posição de velocidade máxima e permitiu que se chocassem de frente (Fig. 7-16) diante de 30.000 espectadores. Centenas de pessoas foram feridas pelos destroços; várias morreram. Supondo que cada locomotiva pesasse $1{,}2 \times 10^6$ N e que até o momento da colisão estivessem se movendo com uma aceleração constante de 0,26 m/s², qual a energia cinética total das duas locomotivas no momento da colisão?

Solução Para calcular a energia cinética de uma das locomotivas, é preciso conhecer a sua massa e a sua velocidade no momento da colisão. Para determinar a velocidade, usamos a Eq. 2-14:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0),$$

que, com $v_0 = 0$ e $x - x = 3{,}2 \times 10^3$ m (metade da separação inicial) nos dá:

$$v^2 = 0 + 2(0{,}26\text{ m/s}^2)(3{,}2 \times 10^3\text{ m}),$$

ou

$$v = 40{,}8\text{ m/s},$$

(cerca de 150 km/h). Para calcular a massa das locomotivas, dividimos o peso por g:

Fig. 7-16 Exemplo 7-10. Choque entre duas locomotivas (1896).

$$m = \frac{1{,}2 \times 10^6\text{ N}}{9{,}8\text{ m/s}^2} = 1{,}22 \times 10^5\text{ kg}.$$

A energia cinética total antes da colisão era portanto

$$\begin{aligned} K &= 2(\tfrac{1}{2}mv^2) = (1{,}22 \times 10^5\text{ kg})(40{,}8\text{ m/s})^2 \\ &= 2{,}0 \times 10^8\text{ J}. \end{aligned}$$

Esta energia é da mesma ordem que a produzida pela explosão de cerca de 50 kg de TNT. Não admira que os espectadores mais próximos tenham sido feridos ou mortos pelos destroços.

EXEMPLO 7-11 Um elevador com uma massa de 500 kg está descendo com uma velocidade $v_i = 4{,}0$ m/s quando o sistema de guincho que o sustenta começa a patinar, permitindo que caia com aceleração constante $\mathbf{a} = \mathbf{g}/5$ (Fig. 7-17a).

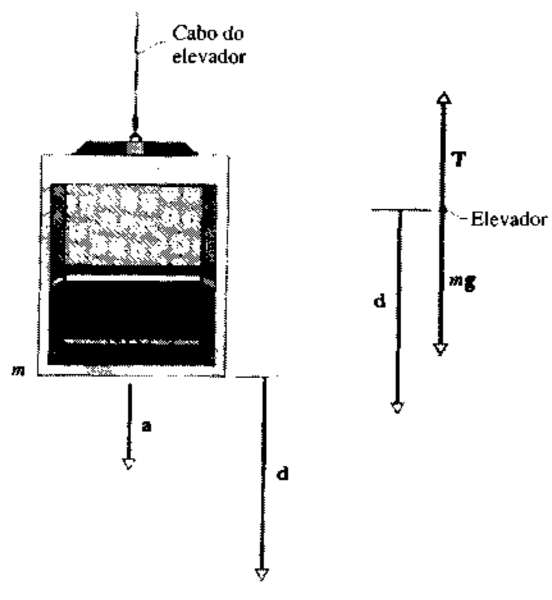


Fig. 7-17 Exemplo 7-11. Um elevador que está descendo com velocidade v_i começa de repente a acelerar para baixo. (a) O elevador sofre um deslocamento **d** com aceleração constante $\mathbf{a} = \mathbf{g}/5$. ($b$) Diagrama de corpo isolado do elevador, mostrando também o deslocamento.

a. Se o elevador cai por uma distância d = 12 m, qual o trabalho W_1 realizado sobre o elevador pelo seu peso $m\mathbf{g}$?

Solução O diagrama de corpo isolado do elevador durante a queda de 12 m aparece na Fig. 7-17*b*. Observe que o ângulo entre o deslocamento do elevador **d** e o seu peso $m\mathbf{g}$ é 0°. De acordo com a Eq. 7-2, temos:

$$W_1 = mgd \cos 0° = (500 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(12 \text{ m})(1)$$
$$= 5{,}88 \times 10^4 \text{ J} \approx 5{,}9 \times 10^4 \text{ J}. \quad \text{(Resposta)}$$

b. Durante a queda, qual é o trabalho W_2 executado sobre o elevador pela tração **T** exercida pelo cabo?

Solução Para calcular W_2 usando a Eq. 7-2, precisamos conhecer o valor de **T** na Fig. 7-17*b*. Aplicando a segunda lei de Newton ao elevador, temos:

$$\sum F = T - mg = ma,$$

ou

$$T = m(g + a) = m(g - g/5)$$
$$= (500 \text{ kg})(\tfrac{4}{5})(9{,}8 \text{ m/s}^2)$$
$$= 3.920 \text{ N}.$$

O ângulo entre **T** e o deslocamento **d** do elevador é 180°. Podemos agora usar a Eq. 7-2 para calcular o trabalho executado pela tração **T**:

$$W_2 = Td \cos 180° = (3.920 \text{ N})(12 \text{ m})(-1)$$
$$= -4{,}7 \times 10^4 \text{ J}. \quad \text{(Resposta)}$$

c. Qual o trabalho total W realizado sobre o elevador durante a queda de 12 m?

Solução O trabalho total é a soma das respostas dos itens (a) e (b):

$$W = W_1 + W_2 = 5{,}88 \times 10^4 \text{ J} - 4{,}7 \times 10^4 \text{ J}$$
$$= 1{,}18 \times 10^4 \text{ J} \approx 1{,}2 \times 10^4 \text{ J}. \quad \text{(Resposta)}$$

Podemos calcular W de outra forma. Primeiro calculamos a força resultante a que o elevador está submetido, usando a segunda lei de Newton:

$$\sum F = ma = (500 \text{ kg})\left(-\frac{9{,}8 \text{ m/s}^2}{5}\right) = -980 \text{ N}.$$

Em seguida, calculamos o trabalho executado sobre o elevador por essa força resultante, que está orientada para baixo e portanto faz um ângulo de 0° com **d**:

$$W = (980 \text{ N})(12 \text{ m})\cos 0°$$
$$= 1{,}18 \times 10^4 \text{ J} \approx 1{,}2 \times 10^4 \text{ J}. \quad \text{(Resposta)}$$

d. Qual a energia cinética do elevador no final da queda de 12 m?

Solução A energia cinética K_i no início da queda, quando a velocidade é v_i = 4,0 m/s, é dada por

$$K_i = \tfrac{1}{2}mv_i^2 = \tfrac{1}{2}(500 \text{ kg})(4{,}0 \text{ m/s})^2 = 4.000 \text{ J}.$$

De acordo com a Eq. 21, a energia cinética K_f no final da queda é dada por:

$$K_f = K_i + W = 4.000 \text{ J} + 1{,}18 \times 10^4 \text{ J}$$
$$= 1{,}58 \times 10^4 \text{ J} \approx 1{,}6 \times 10^4 \text{ J}. \quad \text{(Resposta)}$$

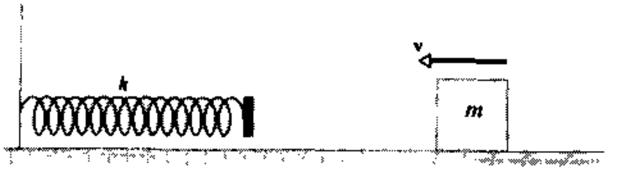


Fig. 7-18 Exemplo 7-12. Um bloco se move em direção a uma mola. Ele irá comprimi-la por uma distância máxima *d*.

e. Qual é a velocidade v_f do elevador no final da queda de 12 m?
Solução De acordo com a Eq. 7-20, temos:

$$K_f = \tfrac{1}{2}mv_f^2,$$

que podemos usar para obter o valor de v_f:

$$v_f = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = \sqrt{\frac{(2)(1{,}58 \times 10^4 \text{ J})}{500 \text{ kg}}}$$
$$= 7{,}9 \text{ m/s}. \quad \text{(Resposta)}$$

EXEMPLO 7-12 Um bloco de massa m = 5,7 kg desliza sem atrito num plano horizontal com velocidade constante v = 1,2 m/s. Ele se choca com uma mola (Fig. 7-18) e sua velocidade se reduz a zero no momento em que o comprimento da mola diminui de d em relação ao comprimento natural. Qual é o valor de d? A constante de mola k é 1.500 N/m.

Solução De acordo com a Eq. 7-19, o trabalho realizado sobre o bloco pela força da mola quando ela é comprimida até seu comprimento diminuir de d em relação ao comprimento natural é dado por

$$W = \tfrac{1}{2}kd^2.$$

A variação da energia cinética do bloco durante este intervalo é dada por

$$\Delta K = K_f - K_i = 0 - \tfrac{1}{2}mv^2.$$

De acordo com o teorema do trabalho-energia cinética (Eq. 7-21), essas duas grandezas devem ser iguais. Igualando as equações acima e calculando o valor de d, temos:

$$d = v\sqrt{\frac{m}{k}} = (1{,}2 \text{ m/s})\sqrt{\frac{5{,}7 \text{ kg}}{1500 \text{ N/m}}}$$
$$= 7{,}4 \times 10^{-2} \text{ m} = 7{,}4 \text{ cm}. \quad \text{(Resposta)}$$

7-6 Potência

Um mestre-de-obras precisa transportar uma carga de tijolos da calçada até o alto de um edifício em construção. É fácil calcular o trabalho necessário para fazer isto. O mestre-de-obras, porém, está muito mais interessado na rapidez com que o guindaste poderá fazer o serviço. Será que ele vai durar 5 minutos (o que é aceitável) ou 1 semana (o que é inaceitável)?

Quando uma pessoa escolhe um motor de popa para o seu barco, não está interessada no trabalho que o motor é capaz de fazer e sim na rapidez com que é capaz de fazer esse trabalho, pois é o que determina a velocidade que o barco será capaz de desenvolver.

Certamente você será capaz de imaginar muitas outras situações nas quais o que importa é a rapidez com que um trabalho é feito. Esta rapidez é chamada de **potência** e, como o trabalho, é uma grandeza escalar. Se uma quantidade de trabalho W é executada em um intervalo de tempo Δt, a **potência média** desenvolvida nesse intervalo é definida por

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} \quad \text{(potência média).} \qquad (7\text{-}27)$$

A **potência instantânea** P é a taxa instantânea com que o trabalho é executado, que pode ser escrita na forma

$$P = \frac{dW}{dt} \quad \text{(potência instantânea)} \qquad (7\text{-}28)$$

A unidade de potência no sistema SI é joule por segundo, que é chamado de **watt** (W) em homenagem a James Watt, o homem que aperfeiçoou os motores a vapor. No sistema inglês, a unidade de potência é o pé-libra por segundo. Também se usa o cavalo-vapor. As relações entre essas unidades são as seguintes:

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 0{,}738 \text{ ft}\cdot\text{lb/s} \qquad (7\text{-}29)$$

e

$$\begin{aligned} 1 \text{ cavalo-vapor} = 1 \text{ hp} &= 550 \text{ ft}\cdot\text{lb/s} \\ &= 746 \text{ W}. \end{aligned} \qquad (7\text{-}30)$$

Examinando a Eq. 7-27, vemos que o trabalho pode ser expresso como uma potência multiplicada por um intervalo de tempo. É o que acontece no caso de uma das unidades práticas para medir trabalho, o quilowatt-hora. Temos:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kilowatt-hora} &= 1 \text{ kW}\cdot\text{h} = (10^3 \text{ W})(3.600 \text{ s}) \\ &= 3{,}60 \times 10^6 \text{ J} \\ &= 3{,}60 \text{ MJ}. \end{aligned} \qquad (7\text{-}31)$$

Talvez por causa das contas de eletricidade, o watt e o quilowatt-hora são geralmente associados a grandezas elétricas, mas na verdade podem ser usados para medir qualquer tipo de potência e energia. Assim, se você pega um livro no chão e o coloca sobre uma mesa, pode perfeitamente afirmar que realizou um trabalho de 4×10^{-6} kW·h (ou 4 mW·h).

Podemos também expressar a rapidez com que uma força executa um trabalho sobre um corpo em termos do valor dessa força e da velocidade do corpo. Para uma partícula em movimento ao longo do eixo dos x e submetida a uma força constante **F** na mesma direção, a Eq. 7-28 se torna

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F\,dx}{dt} = F\left(\frac{dx}{dt}\right)$$

Podemos escrever a equação acima na forma mais simples

$$P = Fv, \qquad (7\text{-}32)$$

onde P é a potência instantânea e v a velocidade da partícula. No caso mais geral de um movimento em duas ou três dimensões, podemos generalizar a Eq. 7-32 para

$$P = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v} \quad \text{(potência instantânea)} \qquad (7\text{-}33)$$

Assim, por exemplo, o caminhão da Fig. 7-19 está exercendo uma força **F** em sua carga, que tem velocidade **v**. A potência desenvolvida pelo caminhão num instante qualquer é dada pelas Eqs. 7-32 e 7-33.

EXEMPLO 7-13 Uma carga de tijolos cuja massa total m é 420 kg deve ser levantada por um guindaste até uma altura h de 120 m em 5,0 min. Qual deve ser a potência mínima do motor do guindaste?

Solução O trabalho a ser executado é dado por

$$\begin{aligned} W = mgh &= (420 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(120 \text{ m}) \\ &= 4{,}94 \times 10^5 \text{ J}. \end{aligned}$$

De acordo com a Eq. 7-27, a potência média é dada por

$$\begin{aligned} \bar{P} = \frac{W}{\Delta t} &= \frac{4.94 \times 10^5 \text{ J}}{5 \times 60 \text{ s}} \\ &= 1650 \text{ W} = 1.65 \text{ kW} = 2.2 \text{ hp}. \end{aligned} \qquad \text{(Resposta)}$$

A potência do motor deve ser maior do que o valor acima por causa do atrito e de outras forças que se opõem ao movimento do guindaste. Supusemos que os pesos da plataforma (que sustenta os tijolos) e do cabo sejam desprezíveis em relação ao peso dos tijolos e que a carga seja içada com velocidade praticamente constante.

EXEMPLO 7-14 Um motor de popa de 80 hp, funcionando a toda velocidade, faz com que um barco viaje a 22 nós (= 40 km/h = 11 m/s). Quanto vale o empuxo (força) do motor?

Fig. 7-19 Um caminhão puxa uma carga pesada, desenvolvendo potência.

Solução De acordo com a Eq. 7-32, temos:

$$F = \frac{P}{v} = \frac{(80 \text{ hp})(746 \text{ W/hp})}{11 \text{ m/s}}$$

$$= 5.400 \text{ N } (= 1.200 \text{ lb}). \qquad \text{(Resposta)}$$

Observe que, como a velocidade é constante, a força do motor é equilibrada pela resistência da água.

7-7 Energia Cinética a Velocidades Elevadas (Opcional)

No caso de partículas que se movem com velocidades próximas às da luz, a mecânica newtoniana conduz a resultados incorretos e deve ser substituída pela teoria da relatividade de Einstein.* Uma conseqüência deste fato é que não podemos mais usar a expressão $K = mv^2/2$ para calcular a energia cinética de uma partícula. A equação que devemos utilizar é:

$$K = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - 1\right), \qquad (7\text{-}34)$$

onde c é a velocidade da luz.**

A Fig. 7-20 mostra que essas duas equações de aparências tão diferentes fornecem realmente resultados bem distintos para velocidades elevadas. As experiências revelam que, sem a menor sombra de dúvida, a expressão relativística (Eq. 7-34) é a correta e a expressão clássica (Eq. 7-20) leva a resultados errôneos. Para baixas velocidades, porém, as duas equações levam aos mesmos resultados. Em particular, as duas equações permitem prever que $K = 0$ para $v = 0$.

Para baixas velocidades, *todas* as fórmulas relativísticas devem se reduzir aos resultados clássicos. Para vermos como isso acontece no caso particular da Eq. 7-34, vamos escrever essa equação na forma

$$K = mc^2[(1 - \beta^2)^{-1/2} - 1]. \qquad (7\text{-}35)$$

Na Eq. 7-35, a relação de velocidades v/c foi substituída, por conveniência, pelo *parâmetro de velocidade*, representado pela letra grega β.

Para velocidades muito pequenas, $v \ll c$ e portanto $\beta \ll 1$. Para baixas velocidades, portanto, podemos expandir o termo $(1 - \beta^2)^{-1/2}$ pelo teorema binomial, obtendo (veja a Tática 3)

$$(1 - \beta^2)^{-1/2} = 1 + \tfrac{1}{2}\beta^2 + \cdots. \qquad (7\text{-}36)$$

Substituindo a Eq. 7-36 na Eq. 7-35, temos:

$$K = mc^2[(1 + \tfrac{1}{2}\beta^2 + \cdots) - 1]. \qquad (7\text{-}37)$$

*Já nos referimos a este fato na Seção 4-10 (Movimento Relativo em Velocidades Elevadas).

**Nas equações relativísticas apresentadas neste livro, a massa m será sempre considerada como a massa que é medida quando a partícula se encontra em repouso ou praticamente em repouso.

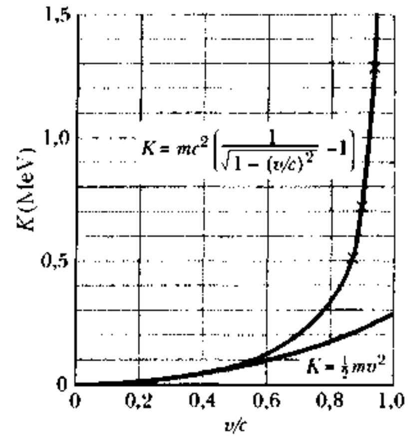


Fig. 7-20 Gráficos da expressão relativística (Eq. 7-34) e da expressão clássica (Eq. 7-20) da energia cinética de um elétron em função de v/c, onde v é a velocidade do elétron e c a velocidade da luz. Observe que as curvas coincidem para baixas velocidades mas são muito diferentes para velocidades elevadas. As cruzes assinalam pontos determinados experimentalmente, mostrando que, para velocidades elevadas, a curva relativística concorda com os resultados experimentais mas a curva clássica não.

Para β muito pequeno, os termos representados pelos pontos na Eq. 7-37 se tornam desprezíveis. Podemos portanto substituir a soma pelos dois primeiros termos, obtendo

$$K \approx (mc^2)[(1 + \tfrac{1}{2}\beta^2) - 1]$$

ou levando em conta que $\beta = v/c$,

$$K \approx (mc^2)(\tfrac{1}{2}\beta^2) = \tfrac{1}{2}mv^2$$

que é a equação clássica para a energia cinética.

Resolução de Problemas

Tática 3: Aproximações

Freqüentemente estamos interessados em determinar o valor aproximado de uma expressão da forma $(a + b)^n$ para o caso em que $b \ll a$. É mais simples reescrever a expressão na forma $(1 + x)^n$, onde x é um número adimensional muito menor que a unidade. Assim, temos:

$$(a + b)^n = a^n(1 + b/a)^n = (a^n)(1 + x)^n.$$

A expressão acima, onde $x = b/a$, está na forma desejada. Podemos então calcular o valor de $(1 + x)^n$ usando o teorema binomial e conservando um número apropriado de termos. (Esta escolha exige alguma experiência.)

O teorema binomial (veja o Apêndice G) pode ser escrito na forma

$$(1 + x)^n = 1 + \frac{n}{1!}x + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \cdots. \qquad (7.38)$$

Para aplicar a Eq. 7-38 à Eq. 7-36, basta tomar $x = -\beta^2$ e $n = -1/2$. Os pontos de exclamação na Eq. 7-38 são usados para representar fatoriais, ou seja, produtos de todos os números inteiros desde o número dado até 1. Assim, por exemplo, $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$; muitas calculadoras dispõem de uma tecla para fatoriais.

Como exercício, calcule $(1 + 0{,}045)^{-2{,}3}$ usando uma calculadora e a expansão da Eq. 7-38 com $x = 0{,}045$ e $n = -2{,}3$. Compare os termos da soma binomial para verificar com que rapidez eles decrescem.

7-8 Sistemas de Referência

As leis da mecânica de Newton se aplicam apenas a sistemas de referência inerciais. Lembre-se de que esses sistemas se movem uns em relação aos outros com velocidades constantes.

Para algumas grandezas físicas, observadores situados em diferentes sistemas de referência inerciais medem exatamente os mesmos valores. Na mecânica newtoniana, essas grandezas *invariantes* (como são chamadas) são a força, a massa, a aceleração e o tempo. Assim, por exemplo, se um observador num referencial inercial descobre que certa partícula tem uma massa de 3,15 kg, observadores em todos os outros referenciais inerciais obterão o mesmo valor para a massa da partícula. No caso de outras grandezas físicas, como o deslocamento e a velocidade de uma partícula, observadores em diferentes referenciais inerciais medirão valores diferentes; essas grandezas *não são* invariantes.

Se o deslocamento de uma partícula depende do referencial usado pelo observador, o trabalho também dependerá do referencial, já que o trabalho ($W = \mathbf{F}\cdot\mathbf{d}$) é definido em termos do deslocamento. Se o deslocamento de uma partícula durante um dado intervalo de tempo é +2,47 m num referencial, pode ser zero em outro referencial e −3,64 m em um terceiro. Como a força **F** não muda (é invariante), um trabalho que é positivo num referencial pode ser nulo em outro referencial e negativo em um terceiro.

O que dizer da energia cinética da partícula? Se a velocidade depende do referencial escolhido, a energia cinética também deve depender, já que a energia cinética ($K = mv^2/2$) é função da velocidade. Será que isso invalida o teorema do trabalho-energia cinética?

De Galileu a Einstein, os físicos sempre acreditaram no chamado **princípio da invariância**:

> As leis da física devem ter a mesma forma em todos os referenciais de inércia.

Em outras palavras, mesmo que algumas *grandezas físicas* tenham valores diferentes em diferentes sistemas de referência, as *leis da física* devem ser as mesmas em todos os sistemas. Por trás da definição formal de invariância está um sentimento de que, se diferentes observadores analisam um dado evento, eles devem perceber a natureza operando da mesma forma.

Entre as leis a que pode ser aplicado este princípio da invariância está o teorema do trabalho-energia cinética. Assim, mesmo que diferentes observadores, ao estudarem o movimento da mesma partícula, possam medir diferentes valores de trabalho-energia cinética, todos verificarão que o teorema do trabalho e energia cinética é válido em seus respectivos sistemas de referência. Vejamos um exemplo simples.

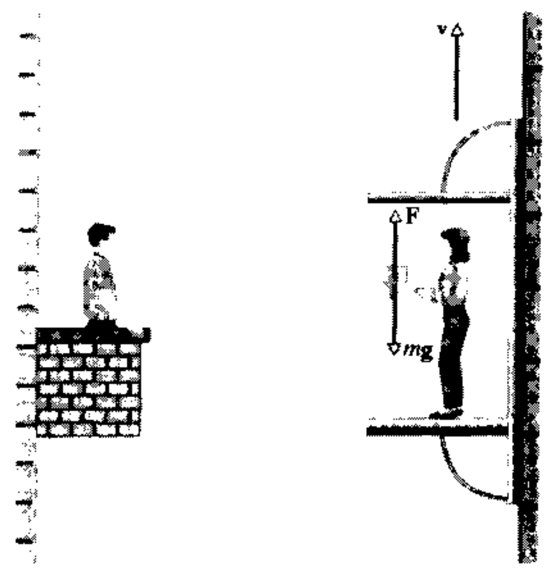


Fig. 7-21 Sônia está num elevador e segura um livro. Sérgio a observa. Ambos verificam a validade do teorema do trabalho-energia cinética aplicado ao movimento do livro em seus respectivos sistemas de referência.

Na Fig. 7-21, Sônia está subindo de elevador com velocidade constante, com um livro na mão. Sérgio, que se encontra numa varanda do edifício vizinho, observa a subida do elevador até uma altura h. Como se aplicam ao livro as relações entre o trabalho e energia cinética do ponto de vista dos dois jovens?

1. ***A visão de Sônia.*** "Meu sistema de coordenadas está fixo em relação ao elevador. Estou exercendo uma força para cima sobre o livro, mas esta força não realiza nenhum trabalho porque o livro está imóvel no meu sistema de coordenadas. O peso do livro, uma força dirigida para baixo, também não realiza nenhum trabalho, pelo mesmo motivo. Assim, o trabalho total realizado sobre o livro por todas as forças envolvidas é igual a zero. De acordo com o teorema do trabalho-energia cinética, a energia cinética do livro não deve mudar. É exatamente o que observo; a energia cinética do livro é zero o tempo todo. Tudo funciona bem."

2. ***A visão de Sérgio.*** "Meu sistema de coordenadas está fixo em relação à varanda. Observo que Sônia está exercendo uma força **F** sobre o livro. No meu sistema de coordenadas, o ponto de aplicação de **F** está em movimento e o trabalho que a força **F** executa quando o livro sobe de uma distância h é igual a $+mgh$. Sei também que o peso do livro realiza um trabalho igual a $-mgh$. Assim, o trabalho total executado sobre o livro durante a subida é igual a zero. De acordo com o teorema do trabalho-energia cinética, a ener-gia cinética do livro não deve mudar. É exatamente o que observo; a energia cinética do livro é igual a $mv^2/2$ o tempo todo. Tudo funciona bem."

Embora Sérgio e Sônia não concordem quanto ao deslocamento do livro e sua energia cinética, ambos chegam à conclusão de que o teorema do trabalho-energia cinética é válido em seus respectivos sistemas de referência.

Na hora de resolver um problema, você tem toda a liberdade para escolher o sistema de referência (inercial), contanto que (1) saiba exatamente qual é esse sistema e (2) use o mesmo sistema em todas as fases do problema.

RESUMO

Trabalho Realizado por uma Força Constante

Quando uma força constante **F** age sobre um objeto enquanto ele se desloca de uma distância **d**, dizemos que a força realizou um **trabalho** W sobre o objeto. Quando **F** e **d** são co-lineares,

$$W = Fd \tag{7-1}$$

Quando **F** e **d** fazem entre si um ângulo constante,

$$W = \mathbf{F}\cdot\mathbf{d}. \tag{7-4}$$

Este **produto escalar** pode ser escrito na forma

$$\mathbf{F}\cdot\mathbf{d} = Fd\cos\phi, \tag{7-2}$$

onde ϕ é o ângulo entre **F** e **d**. Quando mais de uma força age sobre o objeto, a força que aparece nas Eqs. 7-1, 7-2 e 7-4 é a **força resultante**.

Unidades de Trabalho e Energia

A unidade de trabalho e energia no sistema SI é o **joule** (J); a unidade inglesa é o **pé-libra** (ft·lb):

$$\begin{aligned} 1\,\text{J} &= 1\,\text{N}\cdot\text{m} = 1\,\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2 \\ &= 0{,}738\,\text{ft}\cdot\text{lb}. \end{aligned} \tag{7-5}$$

O **elétron-volt** (eV) é uma unidade de energia muito usada na física atômica nuclear:

$$1\,\text{eV} = 1.60 \times 10^{-19}\,\text{J}. \tag{7-6}$$

O **quilowatt-hora** (kW·h) é uma unidade de energia usada pelos engenheiros:

$$1\,\text{kW}\cdot\text{h} = 3{,}6 \times 10^6\,\text{J}. \tag{7-31}$$

Trabalho Realizado por uma Força Variável

Quando a força **F** que age sobre o objeto depende da posição, o trabalho realizado por **F** enquanto o objeto se desloca da posição original r_i de coordenadas (x_i, y_i, z_i) para uma posição final r_f de coordenadas (x_f, y_f, z_f) é dado por

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y\,dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z\,dz. \tag{7-14}$$

Se **F** tem apenas a componente x, a Eq. 7-14 se reduz a

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F\,dx. \tag{7-10}$$

Molas

A força **F** exercida por uma mola é dada por

$$\mathbf{F} = -k\mathbf{d} \quad \text{(lei de Hooke)}, \tag{7-15}$$

onde **d** é o deslocamento da extremidade livre da mola em relação à posição em que se encontra quando a mola está **relaxada** (nem dilatada nem comprimida) e k é a **constante de mola** (uma medida da rigidez da mola).

Se escolhemos o eixo dos x paralelo à mola e com a origem na sua extremida-de livre durante o relaxamento, a Eq. 7-15 pode ser escrita na forma

$$F = -kx \quad \text{(lei de Hooke)}, \tag{7-16}$$

Trabalho Realizado por uma Mola

Se um objeto é ligado à extremidade livre de uma mola, o trabalho W realizado sobre o objeto pela mola quando ele é deslocado de uma posição inicial x_i para uma posição final x_f é dado por

ou
$$W = \tfrac{1}{2}kx_i^2 - \tfrac{1}{2}kx_f^2 \tag{7-18}$$

Se $x_i = 0$ e $x_f = x$, a Eq. 7-18 pode ser escrita na forma

$$W = -\tfrac{1}{2}kx^2. \tag{7-19}$$

Energia Cinética

A **energia cinética** é uma propriedade escalar associada ao estado de movimento de um objeto e definida pela equação

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2. \tag{7-20}$$

As unidades de energia cinética são as mesmas que as do trabalho.

Teorema do Trabalho-Energia Cinética

Podemos reescrever a segunda lei de Newton, $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, para relacionar o trabalho total W realizado sobre um corpo com a variação ΔK da energia cinética do corpo:

$$W = K_f - K_i = \Delta K, \quad \text{ou} \quad K_f = K_i + W, \tag{7-21}$$

onde K_i é a energia cinética inicial do corpo e K_f é a energia cinética final. A Eq. 7-21 (em qualquer das duas formas) é conhecida como o **teorema do trabalho-Energia cinética**.

Potência

Potência é a *rapidez* com que um trabalho é realizado. Se uma força realiza um trabalho W durante um intervalo de tempo Δt, a **potência** média é dada por

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t}. \tag{7-27}$$

Potência instantânea é a taxa instantânea da realização de trabalho:

$$P = \frac{dW}{dt}. \tag{7-28}$$

Quando uma força **F** age sobre um objeto que está se movendo em linha reta com velocidade **v**, a potência instantânea é dada por

$$P = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v}. \tag{7-33}$$

Como o trabalho e a energia, a potência é uma grandeza escalar. A unidade de potência no sistema SI é o watt (W). Outras unidades de potência são o pé-libra por segundo (ft·lb/s) e o cavalo-vapor (hp):

$$1\,\text{W} = 1\,\text{J/s} = 0{,}738\,\text{ft}\cdot\text{lb/s}, \tag{7-29}$$

e

$$1\,\text{hp} = 550\,\text{ft}\cdot\text{lb/s} = 746\,\text{W}. \tag{7-30}$$

Energia Cinética Relativística

Quando um objeto está se movendo com uma velocidade v próxima da velocidade da luz c, sua energia cinética deve ser calculada com o auxílio da expressão relativística

$$K = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - 1\right). \qquad (7\text{-}34)$$

Esta equação se reduz à Eq. 7-20 quando v é muito menor do que c.

O Princípio da Invariância

Algumas grandezas (como a massa, a força, a aceleração e o tempo na mecânica newtoniana) são *invariantes*, isto é, apresentam o mesmo valor numérico quando são medidas em diferentes referenciais de inércia. Outras (como a velocidade, a energia cinética e o trabalho) apresentam valores diferentes em diferentes referenciais. Entretanto, as *leis* da física têm a mesma *forma* em todos os referenciais de inércia. Este é o chamado **princípio da invariância**.

QUESTIONÁRIO

1. Dê alguns exemplos de palavras, como "trabalho", que significam uma coisa quando usadas no cotidiano e outra quando definidas cientificamente.

2. Por que é cansativo segurar um objeto pesado, embora nenhum trabalho esteja sendo executado?

3. O plano inclinado (Exemplo 7-3) é uma "máquina" simples que permite usar uma força menor para realizar um dado trabalho. O mesmo se pode dizer da cunha, da alavanca, do parafuso sem fim, da roda dentada e de um conjunto de polias (como o do Exemplo 7-4). Longe de reduzirem o trabalho, essas máquinas na prática aumentam ligeiramente o trabalho necessário. Por que isso acontece? Qual a vantagem de usarmos essas máquinas?

4. Num jogo de cabo-de-guerra, um time está perdendo terreno aos poucos. Está sendo executado um trabalho sobre o time que está perdendo? E sobre o time que está ganhando?

5. Imagine uma situação em que um trabalho positivo é executado por uma força de atrito estático.

6. Suponha que a órbita da Terra seja um círculo perfeito. Nesse caso, o Sol executa algum trabalho sobre a Terra?

7. Se você levanta vagarosamente do chão uma bola de boliche, duas forças agem sobre a bola: o peso $m\mathbf{g}$ e a força que você usa para levantá-la, $\mathbf{F} = -m\mathbf{g}$. Essas duas forças se cancelam, de modo que, ao que parece, o trabalho executado é nulo. Entretanto, você sabe que realizou um trabalho. Onde está o erro?

8. A Fig. 7-22 mostra seis situações nas quais duas forças agem simultaneamente sobre uma caixa *depois* que a caixa foi posta a deslizar sem atrito numa superfície plana, para a direita ou para a esquerda. As forças são de 1 N ou 2 N, dependendo do comprimento do vetor indicado na figura. Para cada situação, determine se o trabalho executado sobre a caixa pela força resultante durante o deslocamento indicado **d** é positivo, negativo ou nulo.

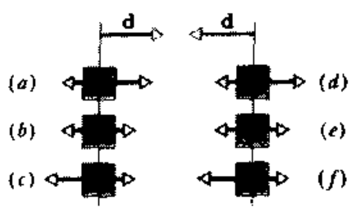


Fig. 7-22 Questão 8.

9. A Fig. 7-23 mostra três situações em que uma caixa, vista de cima, está sujeita a duas forças de mesma intensidade. Enquanto a caixa se move, as forças mantêm a mesma orientação em relação à velocidade **v**. Para cada situação, determine se o trabalho realizado sobre a caixa pela força resultante durante o movimento é positivo, negativo ou nulo.

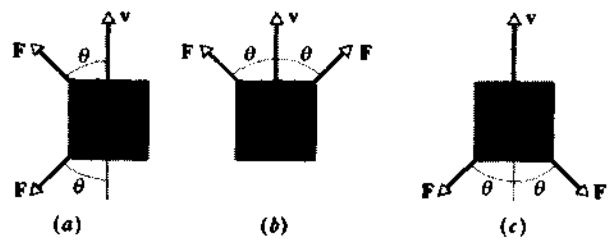


Fig. 7-23 Questão 9.

10. Uma formiga precisa carregar um pedaço de comida até o alto de um cone (Fig. 7-24). Compare o trabalho executado pela formiga sobre o pedaço de comida quando sobe por um caminho em espiral com o trabalho executado quando sobe em linha reta.

Fig. 7-24 Questão 10.

11. Um porco ensebado pode usar três escorregas sem atrito para descer até o chão (Fig. 7-25). Compare os três escorregas do ponto de vista do trabalho executado pelo peso mg do porco durante a descida.

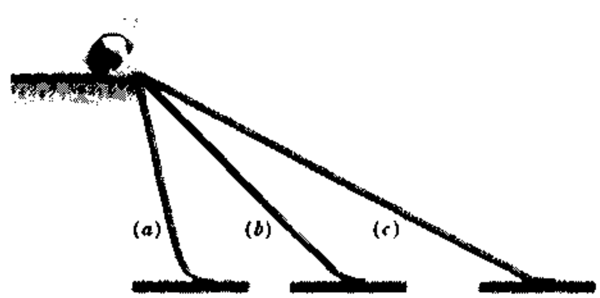


Fig. 7-25 Questão 11.

12. Você corta uma mola ao meio. Qual é a relação entre a constante de mola k da mola original e a constante das novas molas? (*Sugestão:* Considere a deformação sofrida individualmente por uma espira da mola para um dado valor da força.)

13. As molas A e B são idênticas, exceto pelo fato de que A é mais rígida do que B, isto é, $k_A > k_B$. Qual das duas molas realiza um trabalho maior

(a) quando elas sofrem o mesmo deslocamento e (b) quando elas são distendidas por forças iguais?

14. Quando você apanha um livro no chão e o coloca sobre uma mesa, realiza determinado trabalho. Entretanto, os valores inicial e final da energia cinética do livro são nulos. Isso quer dizer que o teorema do trabalho-energia cinética está sendo violado? Explique.

15. Você joga uma bola verticalmente para cima e a pega de volta. O que acontece com a energia cinética da bola durante o percurso? Primeiro ignore a resistência do ar e depois leve-a em consideração.

16. A potência necessária para levantar uma caixa até uma plataforma depende da velocidade com que é levantada?

17. Você muda alguns livros de uma biblioteca de uma prateleira mais baixa para uma prateleira mais alta num tempo Δt. O trabalho que você executa depende (a) da massa dos livros, (b) do peso dos livros, (c) da altura da prateleira mais alta em relação ao piso, (d) do tempo Δt e (e) da forma como você transporta os livros de uma prateleira para a outra?

18. A imprensa tem falado muito da "crise de energia". Seria mais correto falar de "crise de potência"?

19. Dizemos que um elétron de 1 keV (isto é, um elétron com uma energia cinética de 1 keV) é uma partícula "clássica", um elétron de 1 MeV é uma partícula "relativística" e um elétron de 1 GeV é uma partícula "ultra-relativística". O que significam essas expressões?

20. O deslocamento de um corpo depende do sistema de referência escolhido pelo observador. Segue-se que o trabalho executado sobre um corpo também depende do sistema de referência escolhido. Suponha que você arraste uma arca por um piso áspero, puxando-a com uma corda. Escolha um sistema de referência para o qual o trabalho executado pela corda sobre a arca seja (a) positivo; (b) nulo; (c) negativo.

21. Sally e Yuri estão pilotando dois aviões a jato que voam em baixa altitude, lado a lado e com a mesma velocidade. De repente, Sally aciona os flaps, fazendo seu avião perder velocidade. Considere a situação do ponto de vista de Yuri, que continua voando com a mesma velocidade que antes. (a) Ele diria que o avião de Sally ganhou ou perdeu energia cinética? (b) Ele diria que o trabalho executado sobre o avião de Sally é positivo ou negativo? (c) Ele chegaria à conclusão de que o teorema do trabalho-energia cinética está sendo respeitado? (d) Responda às mesmas perguntas do ponto de vista de Chang, que observa do solo.

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Seção 7-2 Trabalho: Movimento em uma Dimensão com uma Força Constante

1E. (a) Em 1975, o telhado do Velódromo de Montreal, que pesava $3{,}7 \times 10^7$ N, foi levantado 10 cm para ser centralizado. Qual o trabalho executado pelas máquinas que levantaram o telhado? (b) Em 1960, a Sra. Maxwell Rogers, de Tampa, na Flórida, levantou uma extremidade de um carro que pesava 16.000 N. O carro tinha caído sobre o seu filho quando o macaco cedeu. Se em pânico a Sra. Rogers levantou um peso efetivo de 4.000 N a uma altura de 5 cm, qual o trabalho que ela executou?

2E. Para empurrar um caixote de 50 kg num piso sem atrito, um operário aplica uma força de 210 N, dirigida 20° acima da horizontal. Se o caixote se desloca de 3,0 m, qual o trabalho executado sobre o caixote (a) pelo operário, (b) pelo peso do caixote e (c) pela força normal exercida pelo piso sobre o caixote? (d) Qual o trabalho total executado sobre o caixote?

3E. Para empurrar um caixote de 25,0 kg numa rampa sem atrito que faz um ângulo de 25° com a horizontal, um operário exerce uma força de 209 N, paralela à rampa. Se o caixote se desloca de 1,5 m, qual o trabalho executado sobre o caixote (a) pelo operário, (b) pelo peso do caixote e (c) pela força normal exercida pela rampa sobre o caixote? (d) Qual o trabalho total executado sobre o caixote?

4E. Um objeto de 102 kg está inicialmente se movendo em linha reta com uma velocidade de 53 m/s. Se ele sofre uma desaceleração de 2,0 m/s² até ficar imóvel, (a) qual a intensidade da força utilizada, (b) qual a distância que o objeto percorreu antes de parar e (c) qual o trabalho executado pela força de desaceleração? (d) Responda às perguntas (a)–(c) para uma desaceleração de 4,0 m/s².

5E. Um bloco de gelo de 45 kg escorrega por uma rampa sem atrito de 1,5 m de comprimento e 0,91 m de altura. Um operário aplica uma força no bloco, para cima, paralelamente à rampa, com uma intensidade suficiente para que ele desça com velocidade constante. Determine (a) a força exercida pelo operário, (b) o trabalho executado sobre o bloco pelo operário, (c) o trabalho executado sobre o bloco pelo seu peso, (d) o trabalho executado sobre o bloco pela força normal exercida pela rampa e (e) o trabalho total executado sobre o bloco.

6E. Um bloco de gelo flutuante sofre um deslocamento $\mathbf{d} = (15\text{ m})\mathbf{i} - (12\text{ m})\mathbf{j}$ ao longo de uma margem reta por efeito de uma corrente de água que exerce uma força $\mathbf{F} = (210\text{ N})\mathbf{i} - (150\text{ N})\mathbf{j}$ sobre o bloco. Qual o trabalho executado pela corrente sobre o bloco durante o deslocamento?

7E. Uma partícula se move em linha reta sofrendo um deslocamento $\mathbf{d} = (8\text{ m})\mathbf{i} + c\mathbf{j}$ enquanto está sendo submetida a uma força $\mathbf{F} = (2\text{ N})\mathbf{i} - (4\text{ N})\mathbf{j}$. (*Outras forças também agem sobre a partícula.*) Qual o valor de c para que o trabalho realizado por $\mathbf{F}$ sobre a partícula seja (a) zero, (b) positivo e (c) negativo?

8E. Na Fig. 7-26, uma corda passa por duas polias de massa e atrito desprezíveis; um objeto de massa m = 20 kg é pendurado numa das polias; e você exerce uma força **F** na extremidade livre da corda. (a) Qual deve ser o módulo de **F** para que o objeto seja levantado com velocidade constante? (b) Para levantar o objeto 2,0 cm, qual deve ser o deslocamento da extremidade livre da corda? Durante esse deslocamento, qual o trabalho realizado sobre o objeto (c) por você e (d) pelo peso $m\mathbf{g}$ do objeto?

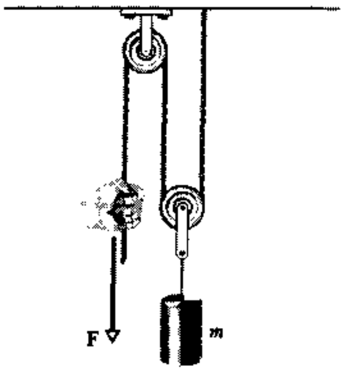


Fig. 7-26 Exercício 8.

9P. A Fig. 7-27 mostra um conjunto de polias usado para facilitar o levantamento de um peso L. Suponha que o atrito seja desprezível e que as duas polias de baixo, às quais está presa a carga, pesem juntas 20 N. Uma carga de 840 N deve ser levantada 12 m. (a) Qual a força mínima **F** necessária para levantar a carga? (b) Qual o trabalho executado para

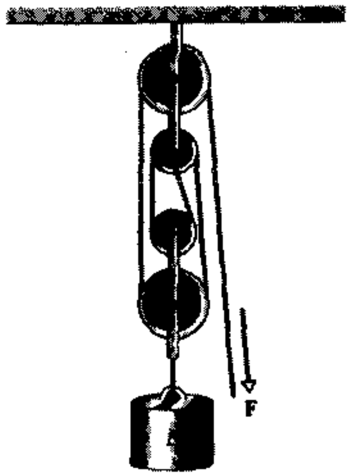


Fig. 7-27 Problema 9.

levantar a carga até a altura de 12 m? (c) Qual o deslocamento da extremidade livre da corda? (d) Qual o trabalho executado pela força **F** para realizar esta tarefa?

10P. Um operário empurrou um bloco de 27 kg por uma distância de 9,2 m num piso plano, com velocidade constante, aplicando uma força dirigida 32° abaixo da horizontal. Se o coeficiente de atrito dinâmico é 0,20, qual o trabalho executado pelo operário sobre o bloco?

11P. Uma arca de 50 kg é empurrada por uma distância de 6,0 m, com velocidade constante, numa rampa com inclinação de 30° por uma força horizontal constante. O coeficiente de atrito dinâmico entre a arca e a rampa é 0,20. Calcule o trabalho realizado (a) pela força aplicada e (b) pelo peso da arca.

12P. Um bloco de 3,57 kg é puxado com velocidade constante por uma distância de 4,06 m em um piso horizontal por uma corda que exerce uma força de 7,68 N fazendo um ângulo de 15,0° acima da horizontal. Calcule (a) o trabalho executado pela corda sobre o bloco e (b) o coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e o piso.

Seção 7-3 Trabalho Executado por uma Força Variável

13E. Um bloco de 5,0 kg se move em linha reta numa superfície horizontal sem atrito sob a influência de uma força que varia com a posição da forma indicada na Fig. 7-28. Qual o trabalho executado pela força quando o bloco se desloca da origem até o ponto $x = 8,0$ m?

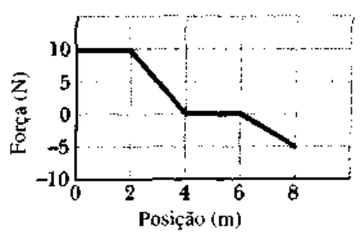


Fig. 7-28 Exercício 13.

14E. Uma massa de 10 kg está se movendo ao longo do eixo dos x. Sua aceleração varia com a posição da forma indicada na Fig. 7-29. Qual o trabalho total executado sobre a massa quando ela se move de $x = 0$ até $x = 8,0$ m?

15P. (a) Estime o trabalho realizado pela força indicada no gráfico da Fig. 7-30 ao deslocar uma partícula de $x = 1$ m até $x = 3$ m. Refine o seu método para chegar o mais perto possível da resposta exata, que é 6

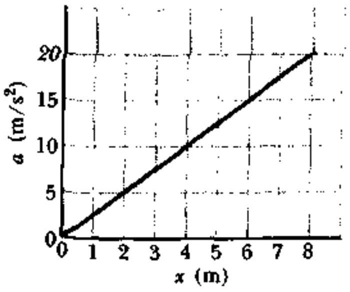


Fig. 7-29 Exercício 14.

J. (b) A curva é dada analiticamente por $F = a/x^2$, onde $a = 9$ N·m². Calcule o trabalho por integração.

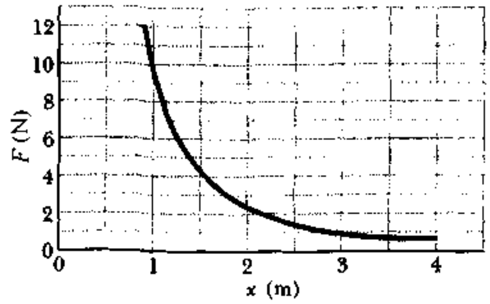


Fig. 7-30 Problema 15.

16P. A força exercida num objeto é $F = F_0(x/x_0 - 1)$. Calcule o trabalho realizado para deslocar o objeto de $x = 0$ até $x = 2x_0$ (a) fazendo um gráfico de $F(x)$ e determinando a área sob a curva e (b) calculando a integral analiticamente.

17P. Qual o trabalho realizado por uma força $\mathbf{F} = (2x\ \text{N})\mathbf{i} + (3\ \text{N})\mathbf{j}$, onde x está em metros, que é exercida sobre uma partícula enquanto ela se move da posição $\mathbf{r}_i = (2\ \text{m})\mathbf{i} + (3\ \text{m})\mathbf{j}$ para a posição $\mathbf{r}_f = -(4\ \text{m})\mathbf{i} - (3\ \text{m})\mathbf{j}$?

Seção 7-4 Trabalho Realizado por uma Mola

18.E Uma mola com uma constante de mola de 15 N/cm está presa a uma gaiola, como na Fig. 7-31. (a) Qual o trabalho executado pela mola sobre a gaiola se a mola é distendida de 7,6 mm em relação ao seu estado relaxado? (b) Qual o trabalho adicional executado pela mola se ela é distendida por mais 7,6 mm?

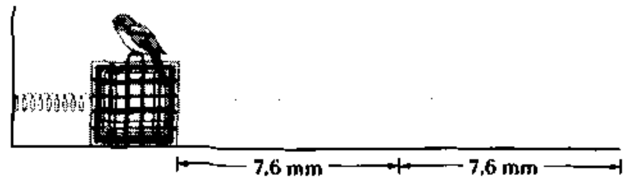


Fig. 7-31 Exercício 18.

19E. Durante o semestre de primavera do MIT, os residentes de dois dormitórios vizinhos do Campus Oriental costumam brigar com grandes atiradeiras feitas de pedaços de borracha presos no caixilho das janelas. Um balão cheio de tinta é colocado numa bolsa presa à tira de borracha, que é então distendida ao máximo. Suponha que a distensão da borracha obedeça à lei de Hooke com uma constante de mola de 100 N/m. Se a tira de borracha é distendida 5 m e depois solta, qual o trabalho executado sobre o balão que está na bolsa até o momento em que a tira volta à posição inicial?

20P. A Fig. 7-32 mostra uma mola, a cuja extremidade livre está preso um ponteiro, colocada ao lado de uma escala graduada em milímetros. Três diferentes pesos são pendurados na mola, como indicado na figura. (a) Se não for pendurado nenhum peso na mola, qual será a indicação do ponteiro? (b) Quanto vale o peso W?

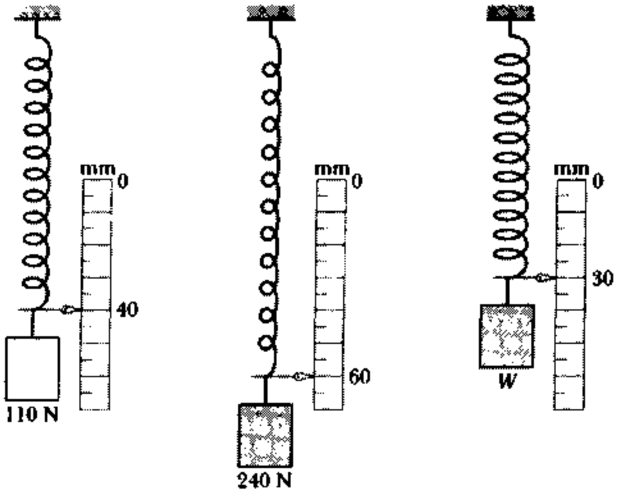


Fig. 7-32 Problema 20.

Seção 7-5 Energia Cinética

21E. Se um foguete Saturno V com uma espaçonave Apolo acoplada tem uma massa total de $2,9 \times 10^5$ kg e atinge uma velocidade de 11,2 km/s, qual a sua energia cinética nesse instante?

22E. Um elétron de condução (massa $m = 9,11 \times 10^{-31}$ kg) do cobre, numa temperatura próxima do zero absoluto, tem uma energia cinética de $6,7 \times 10^{-19}$ J. Qual é a velocidade do elétron?

23E. Calcule as energias cinéticas dos seguintes objetos: (a) um jogador de futebol americano de 110 kg correndo a 8,1 m/s; (b) uma bala de 4,2 g a 950 m/s; (c) o porta-aviões *Nimitz*, de 91.400 toneladas, a 32 nós.

24E. Um próton (massa $m = 1,67 \times 10^{-27}$ kg) está sendo acelerado num acelerador linear. Em cada estágio do aparelho, o próton sofre uma aceleração linear de $3,6 \times 10^{15}$ m/s^2. Se um próton entra num dos estágios com uma velocidade de $2,4 \times 10^7$ m/s e o estágio tem 3,5 cm de comprimento, calcule (a) a velocidade do próton no final do estágio e (b) o aumento de energia cinética correspondente, em elétrons-volt.

25E. Um próton é acelerado num ciclotron a partir do repouso até atingir uma velocidade de $3,0 \times 10^6$ m/s (cerca de 1% da velocidade da luz). Qual o trabalho, em elétrons-volt, realizado sobre o próton pela força elétrica do ciclotron?

26E. Uma força única age sobre um corpo que está se movendo em linha reta. A Fig. 7-33 mostra o gráfico da velocidade em função do tempo para esse corpo. Determine o sinal (positivo ou negativo) do trabalho realizado *pela* força *sobre* o corpo nos intervalos AB, BC, CD e DE.

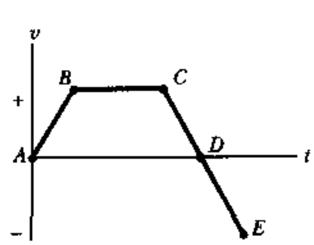


Fig. 7-33 Exercício 26.

27E. Uma mangueira de incêndio (Fig. 7-34) é desenrolada puxando-se horizontalmente uma de suas extremidades ao longo de uma superfície sem atrito com uma velocidade constante de 2,3 m/s. A massa de 1,0 m da mangueira é 0,25 kg. Qual a energia cinética fornecida para desenrolar 12 m da mangueira?

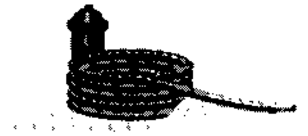


Fig. 7-34 Exercício 27.

28E. De que altura um automóvel de 12.000 N de peso teria que cair para ganhar uma energia cinética equivalente à que teria quando estivesse viajando a 89 km/h? Por que a resposta não depende do peso do carro?

29E. Um carro de 1.000 kg está viajando a 60 km/h numa estrada plana. Os freios são aplicados por um tempo suficiente para reduzir a energia cinética do carro de 50 kJ. (a) Qual a velocidade final do carro? (b) Qual a redução adicional de energia cinética necessária para fazê-lo parar?

30E. Em 10 de agosto de 1972, um grande meteorito atravessou a atmosfera sobre os Estados Unidos e o Canadá. A bola de fogo resultante foi tão intensa que podia ser vista à luz do dia (Fig. 7-35). O meteorito tinha uma massa aproximada de 4×10^6 kg; sua velocidade era de cerca de 15 km/s. Se tivesse entrado verticalmente na atmosfera, teria chegado à superfície da Terra praticamente com a mesma velocidade. (a) Calcule a energia cinética (em joules) que o meteorito perderia no momento do impacto com a Terra. (b) Expresse a energia como o múltiplo da energia resultante da explosão de 1 megaton de TNT, que é $4,2 \times 10^{15}$ J. (c) A energia associada à explosão da bomba atômica lançada sobre Hiroxima foi equivalente a 13 quilotons de TNT. O impacto do meteorito seria equivalente a quantas "bombas de Hiroxima"?

31E. Uma explosão no nível do solo produz uma cratera com um diâmetro que é proporcional à raiz cúbica da energia da explosão; uma explosão de 1 megaton de TNT produz uma cratera com 1 km de diâmetro. Sob o lago Huron, em Michigan, parece haver uma antiga cratera de impacto com 50 km de diâmetro. Qual a energia cinética associada a esse impacto, em termos (a) de megatons de TNT e (b) em bombas atômicas de Hiroxima equivalentes (veja o problema anterior)? (Os impactos de meteoritos ou cometas podem ter modificado significativamente o clima da Terra e contribuído para a extinção dos dinossauros e outras formas de vida.)

32P. Um homem que está apostando corrida com o filho tem metade da energia cinética do filho, que tem metade da massa do pai. O homem aumenta sua velocidade em 1,0 m/s e passa a ter a mesma energia cinética que o filho. Quais eram as velocidades originais do pai e do filho?

33P. Uma força age sobre uma partícula de 3,0 kg de tal forma que a posição da partícula em função do tempo é dada por $x = 3,0t - 4,0t^2 + 1,0t^3$, onde x está em metros e t em segundos. Determine o trabalho executado pela força entre $t = 0$ e $t = 4,0$ s.

34P. A Terra dá uma volta por ano em torno do Sol. Qual seria o trabalho necessário para fazer a Terra ficar imóvel em relação ao Sol? Use os dados numéricos do Apêndice C e ignore a rotação da Terra em torno do seu próprio eixo.

35P. Um helicóptero levanta verticalmente um astronauta de 72 kg até 15 m de altura acima do oceano com o auxílio de um cabo. A aceleração do astronauta é $g/10$. Qual o trabalho realizado sobre o astronauta (a) pelo helicóptero e (b) pelo seu próprio peso? Quais são (c) a energia cinética e (d) a velocidade do astronauta no momento em que chega ao helicóptero?

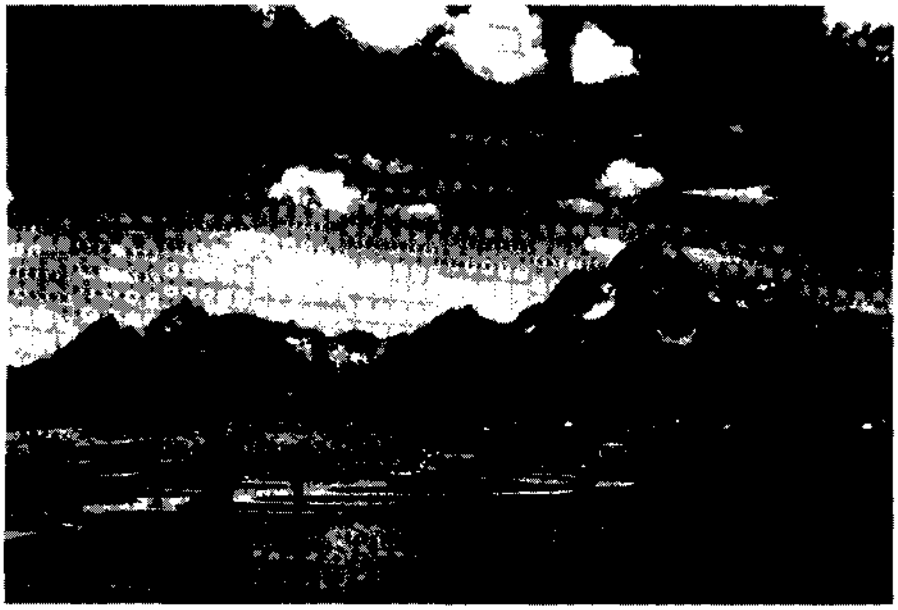


Fig. 7-35 Um grande meteorito atravessa a atmosfera acima das montanhas.

36P. Uma corda é usada para fazer descer verticalmente um bloco, inicialmente em repouso de massa M com uma aceleração constante de $g/4$. Depois que o bloco desceu uma distância d, calcule (a) o trabalho realizado pela corda sobre o bloco, (b) o trabalho realizado sobre o bloco pelo seu peso, (c) a energia cinética do bloco e (d) a velocidade do bloco.

37P. Um caixote com uma massa de 230 kg está pendurado na extremidade de uma corda de 12,0 m. Você empurra horizontalmente o caixote com uma força variável **F**, até deslocá-lo 4,00 m para o lado (Fig. 7-36). (a) Qual é o módulo de F quando o caixote se encontra na posição final? Durante o deslocamento do caixote, quais são (b) o trabalho total executado sobre eles, (c) o trabalho executado pelo peso do caixote e (d) o trabalho executado pela corda sobre o caixote? (e) a partir das respostas (b), (c) e (d) e do fato de que o caixote está imóvel antes e depois de ser deslocado, calcule o trabalho que você executou sobre o caixote. (f) Por que o seu trabalho não é igual ao produto do deslocamento horizontal pela resposta (a)?

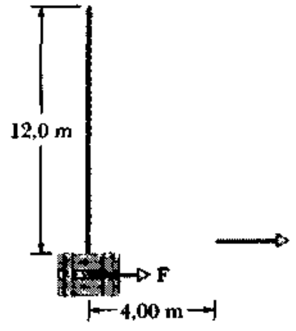


Fig. 7-36 Problema 37.

38P. Um bloco de 250 kg é deixado cair sobre uma mola vertical com uma constante de mola $k = 2,5$ N/cm (Fig. 7-37). A compressão máxima da mola produzida pelo bloco é de 12 cm. Enquanto a mola está sendo comprimida, qual o trabalho executado (a) pelo peso no bloco e (b) pela mola? (c) Qual era a velocidade do bloco no momento em que se chocou com a mola? (d) Se a velocidade no momento do impacto for multiplicada por dois, qual será a compressão máxima da mola? Suponha que o atrito é desprezível.

Fig. 7-37 Problema 38.

Seção 7-6 Potência

39E. Um elevador lotado tem uma massa de $3,0 \times 10^3$ kg e é capaz de subir 210 m em 23 s com velocidade constante. Qual a potência média aplicada ao elevador pelo cabo?

40E. Se um teleférico transporta 100 passageiros com um peso médio de 70 kg a uma altura de 150 m em 60 s com velocidade constante, qual a potência média do teleférico?

41E. Um elevador do hotel Marriot Marquis, em Nova Iorque, tem uma massa de 4.500 kg e pode transportar uma carga máxima de 1.800 kg. O elevador está subindo lotado com uma velocidade de 3,8 m/s. De que potência necessita para manter essa velocidade?

42E. (a) Num certo instante, uma partícula experimenta uma força $\mathbf{F} = (4,0\text{ N})\mathbf{i} - (2,0\text{ N})\mathbf{j} + (9,0\text{ N})\mathbf{k}$ enquanto se move com uma velocidade $\mathbf{v} = -(2,0\text{ m/s})\mathbf{i} + (4,0\text{ m/s})\mathbf{k}$. Qual a potência instantânea aplicada à partícula pela força? (b) Em outro instante, a velocidade tem apenas uma componente $\mathbf{j}$. Se a força continua a mesma e a potência instantânea é -12 W, qual a velocidade da partícula nesse instante?

43P. Um bloco de granito de 1.400 kg é puxado por um guindaste a vapor ao longo de uma rampa com uma velocidade constante de 1,34 m/s (Fig. 7-38). O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e a rampa é 0,40. Qual a potência do guindaste?

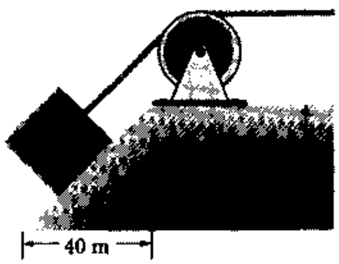


Fig. 7-38 Problema 43.

44P. Um bloco de 100 kg é puxado com uma velocidade constante de 5,0 m/s sobre um piso horizontal por uma força de 122 N orientada 37° acima da horizontal. Qual a potência aplicada pela força?

45P. Um cavalo puxa uma carroça com uma força de 180 N que faz um ângulo de 30° com a horizontal e se move com uma velocidade de 10 km/h. (a) Qual o trabalho executado pelo cavalo em 10 minutos? (b) Qual a potência média do cavalo em cavalos-vapor?

46P. Um objeto de 2,0 kg sofre uma aceleração uniforme desde o repouso até atingir a velocidade de 10 m/s em 3,0 s. (a) Qual o trabalho executado sobre o objeto durante o intervalo de 3,0 s? Qual a potência aplicada ao objeto (b) no final do intervalo e (c) no final da primeira metade do intervalo?

47P. Uma força de 5,0 N age sobre um corpo de 15 kg inicialmente em repouso. Determine (a) o trabalho executado pela força no primeiro, segundo e terceiro segundos e (b) a potência instantânea aplicada pela força no final do terceiro segundo.

48P. Um elevador de carga totalmente cheio tem uma massa total de 1.200 kg e deve subir 54 m em 3,0 min. O contrapeso do elevador tem uma massa de 950 kg. Calcule a potência (em cavalos-vapor) que o motor do elevador deve desenvolver. Ignore o trabalho necessário para colocar o elevador em movimento e para freiá-lo, isto é, suponha que se mova o tempo todo com velocidade constante.

49P. A força (mas não a potência) necessária para rebocar um barco com velocidade constante é proporcional à velocidade. Se são necessários 10 hp para manter uma velocidade de 4,0 km/h, quantos cavalos-vapor são necessários para manter uma velocidade de 12 km/h?

Seção 7-7 Energia Cinética a Velocidades Elevadas

50E. Um elétron se desloca de 5,1 cm em 0,25 ns. (a) Qual é a relação entre a velocidade do elétron e a velocidade da luz? (b) Qual é a energia do elétron em elétrons-volt? (c) Qual o erro percentual que você cometeria se usasse a fórmula clássica para calcular a energia cinética do elétron?

51E. O teorema do trabalho-energia cinética vale também para partículas que estejam se movendo em alta velocidade. Qual o trabalho, em keV, necessário para acelerar um elétron a partir do repouso até uma velocidade de (a) $0{,}500c$, (b) $0{,}990c$, (c) $0{,}999c$?

52P. Um elétron está se movendo com uma velocidade de $0{,}999c$. (a) Qual é a sua energia cinética? (b) Se a velocidade do elétron aumenta de 0,05%, qual é o aumento percentual de sua energia cinética?

PROBLEMAS ADICIONAIS

53. A única força que age sobre um corpo de 2,0 kg que está se movendo no sentido positivo do eixo dos x tem uma componente x $F_x = -6x$ N, onde x está em metros. A velocidade do corpo em $x = 3{,}0$ m é 8,0 m/s. (a) Qual a velocidade do corpo em $x = 4{,}0$ m? (b) Para que valor positivo de x o corpo terá uma velocidade de 5,0 m/s?

54. Uma força **F** no sentido positivo do eixo dos x é aplicada a um objeto que está se movendo ao longo do mesmo eixo. Se a intensidade da força é dada por $F = 10e^{-x/2{,}0}$ N, onde x está em metros, calcule o trabalho executado pela força **F** enquanto o objeto se desloca de $x = 0$ até $x = 2{,}0$ m (a) desenhando um gráfico de $F(x)$ e determinando a área sob a curva e (b) integrando a força para determinar o trabalho analiticamente.

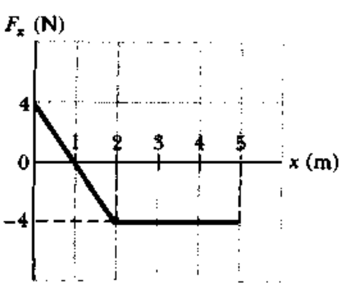


Fig. 7-39 Problema 55.

55. A única força que age sobre um corpo de 2,0 kg que se move ao longo do eixo dos x varia da forma indicada na Fig. 7-39. A velocidade do corpo em $x = 0$ é 4,0 m/s. (a) Qual é a energia cinética do corpo em $x = 3{,}0$ m? (b) Para que valor de x o corpo terá uma energia cinética de 8,0 J? (c) Qual a maior energia cinética adquirida pelo corpo no intervalo entre $x = 0$ e $x = 5{,}0$ m?

56. Uma força constante de 10 N de intensidade faz um ângulo de 150° (no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio) com o sentido positivo dos x enquanto age sobre um objeto de 2,0 kg. Qual o trabalho executado pela força sobre o objeto quando este se desloca da origem até um ponto cujo vetor posição é $(2{,}0\text{ m})\mathbf{i} - (4{,}0\text{ m})\mathbf{j}$?

57. Um corpo de 0,30 kg que se desloca sem atrito numa superfície horizontal está preso a uma extremidade de uma mola horizontal (com $k = 500$ N/m). A outra extremidade da mola é mantida fixa. O corpo tem uma energia cinética de 10 J ao passar pela sua posição de equilíbrio. (a) Qual a potência exercida pela mola sobre o corpo quando este passa pela posição de equilíbrio? (b) Qual a potência exercida pela mola sobre o corpo quando a mola foi comprimida em 0,10 m e a massa está se afastando da posição de equilíbrio?