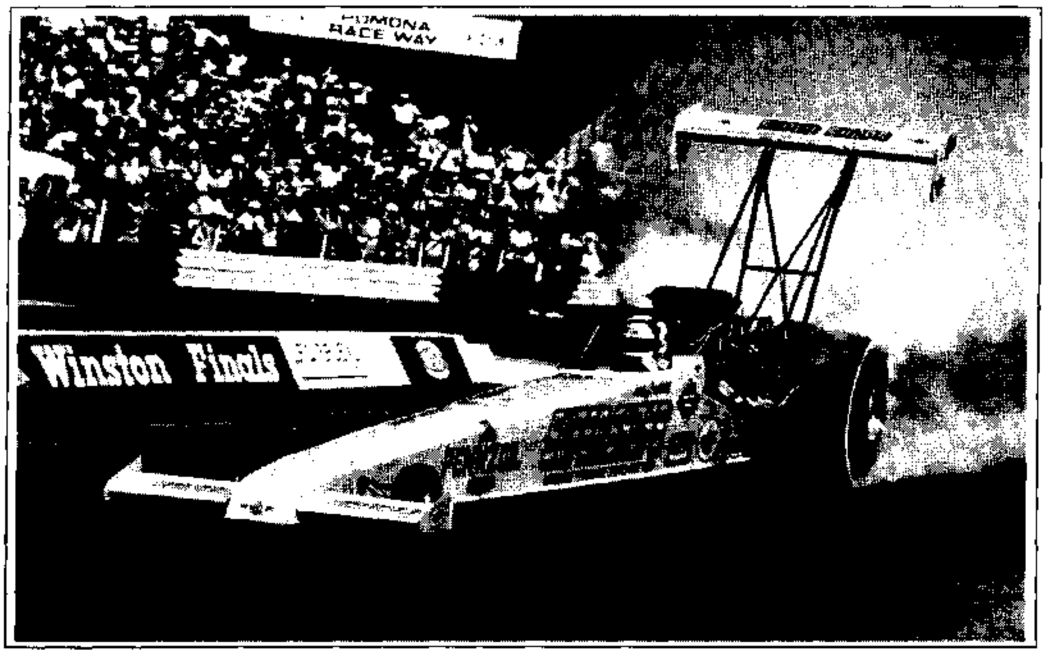
Movimento Retilíneo

2



O disparo ensurdecedor de um dragster *é um excelente exemplo de movimento retilíneo. Mas, além do barulho, o que exatamente emociona o piloto?*

2-1 Movimento

O mundo, e tudo nele, está em movimento. Mesmo as coisas aparentemente imóveis, como uma rodovia, estão em movimento, devido à rotação da Terra em torno de seu eixo, ao movimento orbital da Terra em torno do Sol, ao movimento orbital do Sol em relação ao centro da Via-Láctea e ao deslocamento da galáxia em relação a outras galáxias. A classificação e a comparação dos movimentos (chamada de **cinemática**) são, com freqüência, desafiadoras. O que, exatamente, medir, e como comparar?

Aqui estão dois exemplos de movimento. Kitty O'Neil, em 1977, estabeleceu um recorde para "velocidade final" e "tempo decorrido", para um *dragster*, numa corrida de 400 m. Alcançou a velocidade de 631,7 km/h, partindo do repouso, num intervalo de tempo de 3,72 s. Eli Beeding, Jr. viajou num carro-foguete, que foi lançado numa pista, atingindo a velocidade de 117 km/h, a partir do repouso, no incrível tempo de 0,04 s (menor do que um piscar de olhos). Como comparar os dois movimentos e saber qual é o mais sensacional (ou aterrorizante) — pela velocidade final, pelo tempo decorrido, ou por alguma outra grandeza?

Antes de tentarmos responder, examinaremos algumas propriedades gerais do movimento, que é restrito de três formas:

1. O movimento é, unicamente, retilíneo. A direção pode ser vertical (uma pedra caindo), horizontal (um carro se deslocando numa rodovia plana), ou inclinada, mas deve ser retilínea.
2. A causa do movimento só será estudada no Cap. 5. Neste capítulo, estudaremos, apenas, o movimento em si mesmo. O móvel está acelerado, desacelerado, parado, ou sua velocidade muda de sentido; e, se o movimento varia, como a variação depende do tempo?

3. O móvel, ou é uma **partícula** (um objeto puntiforme, como um elétron), ou é um corpo que se move como uma partícula (todos os pontos se deslocam na mesma direção e com a mesma velocidade). Um bloco deslizando para baixo num escorregador reto de *playground* pode ser tratado como uma partícula; entretanto, um carrossel em rotação não pode, porque pontos diferentes da sua borda movem-se em direções diferentes.

2-2 Posição e Deslocamento

Localizar um objeto significa determinar sua posição relativa a um ponto de referência, em geral, a **origem** (ou ponto zero) de um eixo, como o eixo x na Fig. 2-1. O **sentido positivo** do eixo é crescente na escala numérica, ou seja, para a direita, na figura. O **sentido negativo** é o oposto.

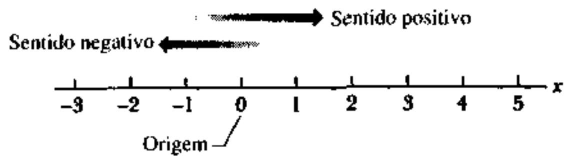


Fig. 2-1 A posição é determinada num eixo graduado em unidades de comprimento e que se prolonga indefinidamente em sentidos opostos.

Uma partícula pode, por exemplo, estar localizada em $x = 5$ m, significando que está a 5 m da origem, no sentido positivo. Se fosse em $x = -5$ m, estaria, igualmente, afastada da origem, mas no sentido oposto.

A variação de uma posição x_1 para outra posição x_2 chama-se **deslocamento** Δx, onde

$$\Delta x = x_2 - x_1. \tag{2-1}$$

(O símbolo Δ, que representa a variação de uma grandeza, significa que o valor inicial da grandeza deve ser subtraído do valor final.) Quando consideramos valores, um deslocamento no sentido positivo (para a direita, na Fig. 2-1) é um número positivo, e no sentido contrário (para a esquerda, na Fig. 2-1) é negativo. Por exemplo, se a partícula se move de $x_1 = 5$ m para $x_2 = 12$ m, então $\Delta x = (12 \text{ m}) - (5 \text{ m}) = +7$ m. O sinal positivo (+) indica um deslocamento no sentido positivo. Se desconsiderarmos o sinal (por conseguinte, o sentido), temos o **módulo** de Δx, que é 7 m. Se a partícula agora retornar ao ponto inicial $x = 5$ m, o deslocamento total é zero. Não importa a quantidade de metros percorrida; então, o deslocamento envolve apenas a posição inicial e a final.*

O deslocamento é um exemplo de **grandeza vetorial**, porque possui módulo, direção e sentido. No Cap. 3, estudaremos vetores mais detalhadamente (aliás, alguém pode já ter lido esse capítulo), mas aqui a idéia básica é que deslocamento tem duas características: (1) o módulo (por exemplo, o número de metros), que é a distância entre a posição inicial e a final, e (2) o sentido, num dado eixo, da posição inicial à final, que é representado por um sinal + ou −.

* Não confundir *deslocamento*, que é uma grandeza vetorial, e representa a diferença entre a posição inicial e a final do móvel, com *distância percorrida*, que é uma grandeza escalar, e representa o percurso total entre o início e o fim do movimento, sem levar em conta a direção, ou o sentido. (N. do T.)

2-3 Velocidade Média e Velocidade Escalar Média†§

O posicionamento de um móvel é descrito, de forma sintetizada, por um gráfico da posição x em função do tempo t — o gráfico $x(t)$. A Fig. 2-2 mostra um exemplo simples de $x(t)$ para um coelho (que trataremos como uma partícula) em repouso no ponto $x = -2$ m.

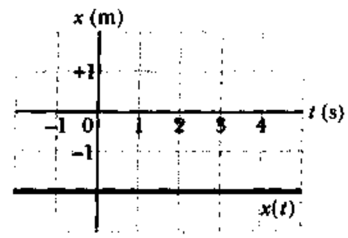


Fig. 2-2 Gráfico de $x(t)$ para um coelho, em repouso no ponto $x = -2$ m. O valor de x permanece constante em -2 m para todos os instantes t.

A Fig. 2-3*a*, também relativa ao coelho, é mais interessante, porque descreve um movimento. Em $t = 0$, o coelho foi observado na posição $x = -5$ m. Em seguida, se desloca para $x = 0$, passando por esse ponto no instante $t = 3$ s, e continua o movimento, no sentido positivo de x.

A Fig. 2-3*b* mostra esse movimento de forma semelhante a que veríamos. O gráfico é mais abstrato e menos parecido com o que veríamos, porém mais rico em informações e revela a rapidez do coelho. Várias grandezas estão associadas ao termo "rapidez". Uma delas é a **velocidade média** $\bar{v}$, que é a razão do deslocamento Δx, ocorrido durante um determinado intervalo de tempo Δt, por esse intervalo de tempo:*

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}. \tag{2-2}$$

† Em inglês, o *vetor velocidade* é designado pelo termo *velocity* (v), e a *velocidade escalar* por *speed* ($\bar{s}$), que algumas vezes é traduzida por *rapidez*. Neste livro, será usada a notação $\bar{v}$ para designar a *velocidade média*, que é uma *grandeza vetorial*, e a notação $|v|$ (= s, no inglês) para designar a *velocidade escalar*, que é uma *grandeza escalar*. (N. do T.)

§ A definição de velocidade escalar apresentada neste livro não coincide com a que é adotada nos livros de 2.° grau normalmente utilizados no Brasil. Algumas vezes, ao longo deste livro, quando não há ambigüidade, o termo *velocidade escalar* é designado simplesmente por *velocidade*. (N. do R.)

* Neste livro, uma barra sobre um símbolo em geral, significa, o valor médio da grandeza representada pelo símbolo.

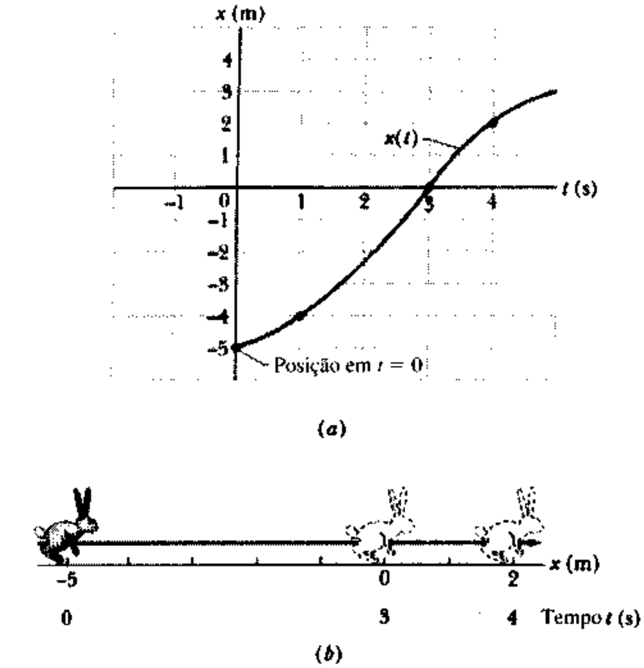


Fig. 2-3 (*a*) Gráfico $x(t)$ do movimento de um coelho. (*b*) A trajetória associada ao gráfico. A escala abaixo do eixo x mostra os instantes em que o coelho atingiu os vários valores de x.

No gráfico de x *versus* t, $\overline{v}$ é a **inclinação** da reta que une dois pontos da curva $x(t)$: um ponto corresponde a x_2 e t_2, e o outro a x_1 e t_1. Da mesma forma que o deslocamento, $\overline{v}$ tem módulo, direção e sentido. (Velocidade média é outro exemplo de grandeza vetorial.) Seu módulo é o da inclinação da reta. Um $\overline{v}$ positivo (e uma inclinação positiva) significa que a reta se eleva à direita; um $\overline{v}$ negativo (e uma inclinação negativa) significa que a reta se eleva à esquerda. A velocidade média e o deslocamento têm sempre o mesmo sinal, porque Δt é um número positivo.

A Fig. 2-4 mostra o cálculo de $\overline{v}$ para o coelho da Fig. 2-3, no intervalo de $t = 1$ s a $t = 4$ s. A velocidade média durante esse intervalo de tempo é $\overline{v} = +6$ m/3 s $= +2$ m/s, que é a inclinação da reta que une os pontos da curva relativos ao início e ao fim do intervalo.

EXEMPLO 2-1 Um motorista dirige um veículo numa rodovia retilínea a 70 km/h. Após rodar 8,0 km, o veículo pára por falta de gasolina. O motorista caminha 2,0 km adiante, até o posto de abastecimento mais próximo, em 27 min (= 0,450 h). Qual a velocidade média do motorista desde o instante da partida do veículo até chegar ao posto? Obtenha a resposta numérica e graficamente.

Solução Para calcular $\overline{v}$, precisamos conhecer o deslocamento Δx, do início ao fim, e o tempo Δt decorrido durante o deslocamento. Para facilitar, admitamos que o ponto de partida é a origem do eixo x ($x_1 = 0$) e que o movimento é no sentido positivo. O ponto de chegada é $x_2 = 8{,}0$ km $+ 2{,}0$ km $= +10$ km, então, $\Delta x = x_2 - x_1 = 10$ km. Da Eq. 2-2, podemos calcular o intervalo de tempo em que o motorista dirigiu o veículo:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{\overline{v}} = \frac{8{,}0 \text{ km}}{70 \text{ km/h}} = 0{,}114 \text{ h}.$$

Então, o tempo total, da origem até o final, é

$$\Delta t = 0{,}114 \text{ h} + 0{,}450 \text{ h} = 0{,}564 \text{ h}.$$

Finalmente, substituindo Δx e Δt na Eq. 2-2:

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 \text{ km}}{0{,}564 \text{ h}} \approx +18 \text{ km/h}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Para encontrarmos $\overline{v}$ graficamente, traçamos primeiro $x(t)$, como na Fig. 2-5, onde o ponto inicial está na origem e o final, em P. A velocidade média do motorista é a inclinação da reta que une esses pontos. As linhas pontilhadas na figura mostram que a inclinação realmente é $\overline{v} = 10$ km/0,56 h $= +18$ km/h.

EXEMPLO 2-2 Admitamos que o motorista tenha levado 35 min para carregar o combustível do posto ao carro. Qual a velocidade média do motorista, do instante em que iniciou a viagem até chegar ao carro com o combustível?

Solução Como no exemplo anterior, devemos calcular o deslocamento, do ponto de origem até o final, e depois dividi-lo pelo intervalo de tempo Δt entre os dois pontos. Entretanto, neste exemplo, o ponto final é o

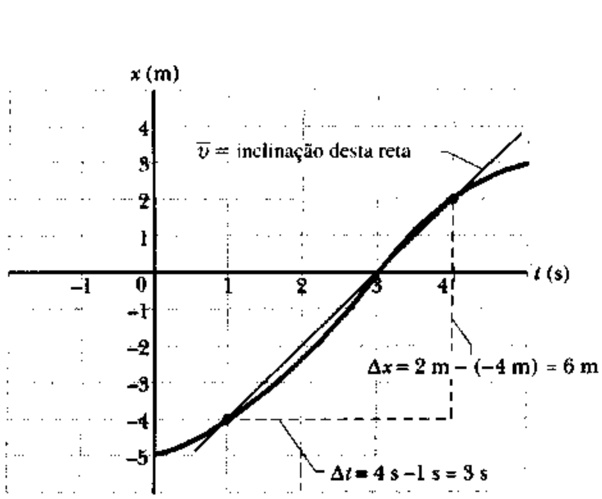


Fig. 2-4 Determinação da velocidade média entre $t = 1$ s e $t = 4$ s.

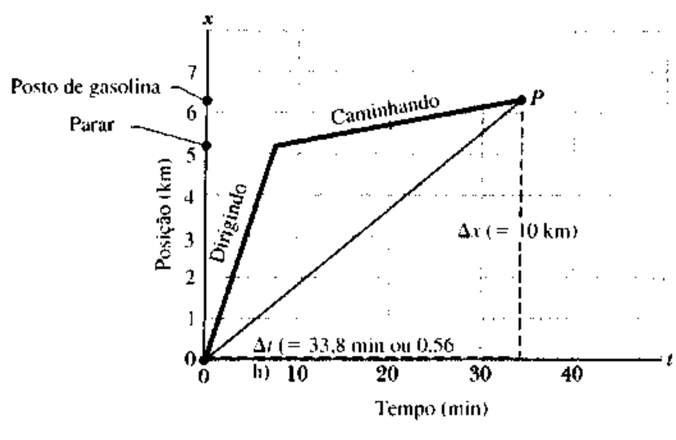


Fig. 2-5 Exemplo 2-1. As linhas assinaladas como "dirigindo" e "caminhando" são os gráficos da posição *versus* o tempo para o motorista do Exemplo 2-1. A inclinação da reta que une a origem ao ponto P é a velocidade média da viagem.

retorno ao veículo. A origem é o ponto $x_i = 0$. O ponto de término (retorno ao veículo) é $x_2 = 8{,}0$ km. Então, Δx é $8{,}0 - 0 = 8{,}0$ km. O tempo total Δt decorrido da origem até o final é

$$\Delta t = \frac{8{,}0\ \text{km}}{70\ \text{km/h}} + 27\ \text{min} + 35\ \text{min}$$

$$\approx 0{,}114\ \text{h} + 0{,}450\ \text{h} + 0{,}583\ \text{h} = 1{,}15\ \text{h}.$$

Logo,

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8{,}0\ \text{km}}{1{,}15\ \text{h}} \approx +7{,}0\ \text{km/h}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Neste caso, a velocidade média é menor do que a calculada no Exemplo 2.1, porque o deslocamento é menor e o intervalo de tempo é maior.

Velocidade escalar média $\bar{v}$ é uma forma diferente de descrever a "rapidez" de uma partícula. Enquanto a velocidade média é função do deslocamento Δx, da partícula, a velocidade escalar média é função da distância total percorrida (por exemplo, o número de metros percorridos), independente do sentido. Isto é,

$$|\bar{v}| = \frac{\text{distância total percorrida}}{\Delta t} \qquad (2\text{-}3)$$

A velocidade escalar média difere, também, da velocidade média porque não considera o sentido do deslocamento, e, por conseguinte, não possui sinal algébrico. Algumas vezes, $|\bar{v}|$ é igual a $\bar{v}$ (sem levar em conta o sinal). Mas, conforme demonstrado no Exemplo 2-3, a seguir, quando um móvel retorna em sua trajetória, os resultados podem ser bem diferentes.

EXEMPLO 2-3 No Exemplo 2.2, qual é a velocidade escalar média do motorista?

Solução Do início da viagem até o retorno ao veículo com o combustível, foi percorrido um total de 8,0 km + 2,0 km + 2,0 km = 12 km, em 1,15 h, então,

$$|\bar{v}| = \frac{12\ \text{km}}{1{,}15\ \text{h}} \approx 10\ \text{km/h}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Táticas Para a Resolução de Problemas

Tática 1: Leia o Problema Cuidadosamente

A dificuldade mais comum para um iniciante na resolução de problemas é simplesmente não entender o problema. A melhor maneira de testar a compreensão é: Você consegue, com suas próprias palavras, explicar o problema a um amigo? Tente.

Tática 2: Compreenda o Que É Dado e o Que É Pedido

Anote os dados do problema, com as unidades, fazendo uso da simbologia do capítulo respectivo. (Nos Exemplos 2-1 e 2-2, os dados permitem encontrar o deslocamento Δx e o intervalo de tempo correspondente Δt.) Identifique o que se quer saber e o respectivo símbolo. (Nos exemplos em questão, é a velocidade média, símbolo $\bar{v}$.) Faça a correspondência entre a grandeza desconhecida e os dados do problema. (A correspondência é a Eq. 2-2, que define a velocidade média.)

Tática 3: Observe as Unidades

Use as unidades apropriadas, quando trabalhar numericamente com as equações. Nos Exemplos 2-1 e 2-2, relacionados a um veículo, as unidades apropriadas são: quilômetros, para distâncias; horas, para intervalos de tempo; e quilômetros por hora, para velocidades. Pode ser necessário fazer conversões.

Tática 4: Analise a Resposta

Observe a sua resposta e pergunte a você mesmo se ela faz sentido. É excessivamente grande ou excessivamente pequena? O sinal está correto? As unidades são apropriadas? A resposta correta, no Exemplo 2-1, é 18 km/h. Se você encontrou 0,00018 km/h, − 18 km/h, 18 km/s ou 18.000 km/h, deve dar-se conta de que fez algo errado. O erro pode estar no método adotado, no cálculo algébrico, ou no aritmético. Verifique o problema com cuidado, tenha certeza de começar pelo início.

No Exemplo 2-1, a resposta tem que ser maior do que a velocidade do caminhar normal de uma pessoa (3-5 km/h), mas menor do que a velocidade do veículo (70 km/h). Finalmente, a resposta do Exemplo 2-2 tem que ser menor do que a do Exemplo 2-1, por duas razões: no Exemplo 2-2, o módulo do deslocamento é menor, em relação ao exemplo anterior, enquanto o tempo necessário ao deslocamento é maior.

Tática 5: Interprete o Gráfico

As Figs. 2-2, 2-3*a*, 2-4 e 2-5 são exemplos de gráficos que você deveria ser capaz de interpretar com facilidade. O tempo t, em cada gráfico, é a variável ao longo do eixo horizontal, e cresce para a direita. No eixo vertical, a variável é a posição x do móvel em relação à origem, e cresce para cima.

Observe sempre as unidades (segundos ou minutos; metros, quilômetros, ou milhas) em que as variáveis são expressas, e se são positivas ou negativas.

Tática 6: Algarismos Significativos

Se tiver que dividir 137 balas entre três pessoas, não conseguirá dar a cada uma, *exatamente*, 137/3, ou 45,66666666... balas. Daria 45 balas a cada pessoa e sortearia as duas restantes. É necessário desenvolver o mesmo raciocínio ao lidar com cálculos numéricos na física.

No Exemplo 2-1, a velocidade média estimada que seria encontrada com o auxílio de uma calculadora é $\bar{v}$ = 17,73049645 km/h. Esse número tem 10 *algarismos significativos*. Os dados originais, no problema, têm apenas dois algarismos significativos.

Em geral, nenhum resultado poderá ter mais algarismos significativos que os dados que o originaram.

Se são necessárias várias etapas de cálculos, deve-se trabalhar com mais algarismos significativos que os dados de origem contêm. Entretanto, quando se chega ao resultado final, deve-se arredondá-lo de acordo com o dado que contém o menor número de algarismos significativos. Fizemos isso no Exemplo 2-1 para obter $\bar{v} \approx$ 18 km/h. (A partir de agora, a resposta de um problema pode ser apresentada com o sinal = em vez de ≈, mas o arredondamento deve ser mantido.)

É difícil evitar a sensação de que você está jogando fora dados válidos quando os arredonda dessa forma, mas, de fato, você está fazendo o contrário: está jogando fora números inúteis e enganosos. A calculadora pode ser ajustada para fazer isso. Ela continuará processando, internamente, todos os algarismos, mas só exibirá o resultado com o arredondamento que desejar.

Quando o número 3,15 ou $3{,}15 \times 10^3$ é fornecido num problema, os algarismos significativos não deixam dúvidas. Mas, o que dizer do número 3.000? Mostrando-se apenas um algarismo significativo (poderia ser escrito da forma 3×10^3)? Ou são mostrados quatro algarismos (poderia ser escrito como $3{,}000 \times 10^3$)? Neste livro, adotamos que todos os zeros, como no número 3.000, são significativos, mas o melhor é não generalizar.

TÁTICA 7: ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS E CASAS DECIMAIS

Não faça confusão. Considere as medidas 35,6 m; 3,56 m; 0,356 m e 0,00356 m. Todas têm três algarismos significativos, mas uma, duas, três e cinco casas decimais, respectivamente.

2-4 Velocidade Instantânea e Velocidade Escalar

Até agora, vimos duas maneiras de descrever a rapidez com que algo se move: velocidade média e velocidade escalar média, ambas medidas em relação a um intervalo de tempo Δt. Porém, o termo "rapidez", em geral, se refere a quão rápido uma partícula se move em um dado instante — sua **velocidade instantânea** v (ou simplesmente **velocidade**).

A velocidade, em um instante qualquer, é igual à velocidade média, quando o intervalo de tempo Δt tende a zero. À medida que Δt diminui, a velocidade média tende a um valor limite, que é a velocidade naquele instante:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}. \tag{2-4}$$

Sendo a velocidade um vetor, tem uma direção e um sentido associados.

A Tabela 2-1 mostra um exemplo de processo de limite. A primeira coluna dá a posição x de uma partícula em $t = 1$ s, que é a origem do intervalo de tempo Δt. A terceira e a quarta colunas dão, respectivamente, os valores de x e t no final do intervalo Δt. A quinta e a sexta colunas fornecem, respectivamente, o deslocamento Δx e o intervalo Δt (que está diminuindo). À medida que Δt diminui, $\overline{v}$ (= $\Delta x/\Delta t$, na última coluna) varia gradativamente até o valor limite de + 4,0 m/s. Essa é a velocidade instantânea v em $t = 1$ s.

Na linguagem do cálculo diferencial, a velocidade instantânea é a taxa de variação da posição x, da partícula, com o tempo, em um determinado instante. De acordo com a Eq. 2-4, a velocidade em um determinado instante é a inclinação da curva de posição, no ponto que representa aquele instante.

Velocidade escalar é o módulo da velocidade, isto é, velocidade escalar é a velocidade sem qualquer indicação de direção e sentido.* Uma velocidade de + 5 m/s e outra de − 5 m/s estão associadas à mesma velocidade escalar de 5 m/s. O velocímetro de um carro mede a velocidade escalar, e não a velocidade, porque ele não tem informações acerca da direção e do sentido do movimento do veículo.

EXEMPLO 2-4 A Fig. 2-6*a* mostra o gráfico $x(t)$ do movimento de um elevador, que, a partir do repouso, desloca-se para cima (que arbitramos ser o sentido positivo) e pára. Trace o gráfico de $v(t)$ em função do tempo.

Solução Nos pontos a e d, a inclinação, e por conseguinte a velocidade, é zero, porque o elevador está parado. No intervalo bc, o elevador se move com velocidade constante, e a inclinação de $x(t)$ é

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24\text{ m} - 4{,}0\text{ m}}{8{,}0\text{ s} - 3{,}0\text{ s}} = +4{,}0\text{ m/s}.$$

O sinal + indica que o deslocamento é no sentido positivo de x. Esses valores estão graficamente mostrados na Fig. 2-6*b*. Os intervalos de 1 s a 3 s e de 8 s a 9 s indicam respectivamente o início do movimento e depois sua redução até parar. (A Fig. 2-6*c* será considerada mais tarde.)

Dado um gráfico $v(t)$, como na Fig. 2-6*b*, podemos, "de forma inversa", traçar o gráfico $x(t)$ correspondente (Fig. 2-6*a*). Entretanto, não podemos saber os valores de x a cada instante, sem termos mais informações, porque o gráfico $v(t)$ indica, apenas, *variações* em x. Para obtermos a variação de x em qualquer intervalo, devemos, na linguagem do cálculo diferencial, determinar a "área sob a curva", no gráfico $v(t)$, para aquele intervalo. Por exemplo, no intervalo em que a velocidade do elevador é 4,0 m/s, a variação em x é dada pela "área" sob a curva $v(t)$:

$$\text{área} = (4{,}0\text{ m/s})(8{,}0\text{ s} - 3{,}0\text{ s}) = +20\text{ m}.$$

(Essa área é positiva, porque a curva $v(t)$ está acima do eixo t.) A Fig. 2-6*a* mostra que x, realmente, aumenta 20 m, naquele intervalo.

EXEMPLO 2-5 A posição de uma partícula que se move ao longo do eixo x é dada por

$$x = 7{,}8 + 9{,}2t - 2{,}1t^3. \tag{2-5}$$

Qual é a velocidade em $t = 3{,}5$ s? A velocidade é constante ou está continuamente variando?

* Velocidade escalar e velocidade escalar média podem ser completamente diferentes; logo, resolva com cuidado problemas que envolvam essas grandezas.

Tabela 2-1
O Processo de Limite

Posição Inicial		*Posição Final*		*Intervalos*			*Velocidade*
x_1 (m)	t_1 (s)	x_2 (m)	t_2 (s)	Δx (m)		Δt (s)	$\Delta x / \Delta t$ (m/s)
5,00	1,00	9,00	3,00	4,00		2,00	+2,0
5,00	1,00	8,75	2,50	3,75		1,50	+2,5
5,00	1,00	8,00	2,00	3,00		1,00	+3,0
5,00	1,00	6,75	1,50	1,75		0,50	+3,5
5,00	1,00	5,760	1,200	0,760	Δt diminui	0,200	+3,8
5,00	1,00	5,388	1,100	0,388		0,100	+3,9
5,00	1,00	5,196	1,050	0,196		0,050	+3,9
5,00	1,00	5,158	1,040	0,158		0,040	+4,0 um valor limite
5,00	1,00	5,119	1,030	0,119		0,030	+4,0 foi alcançado

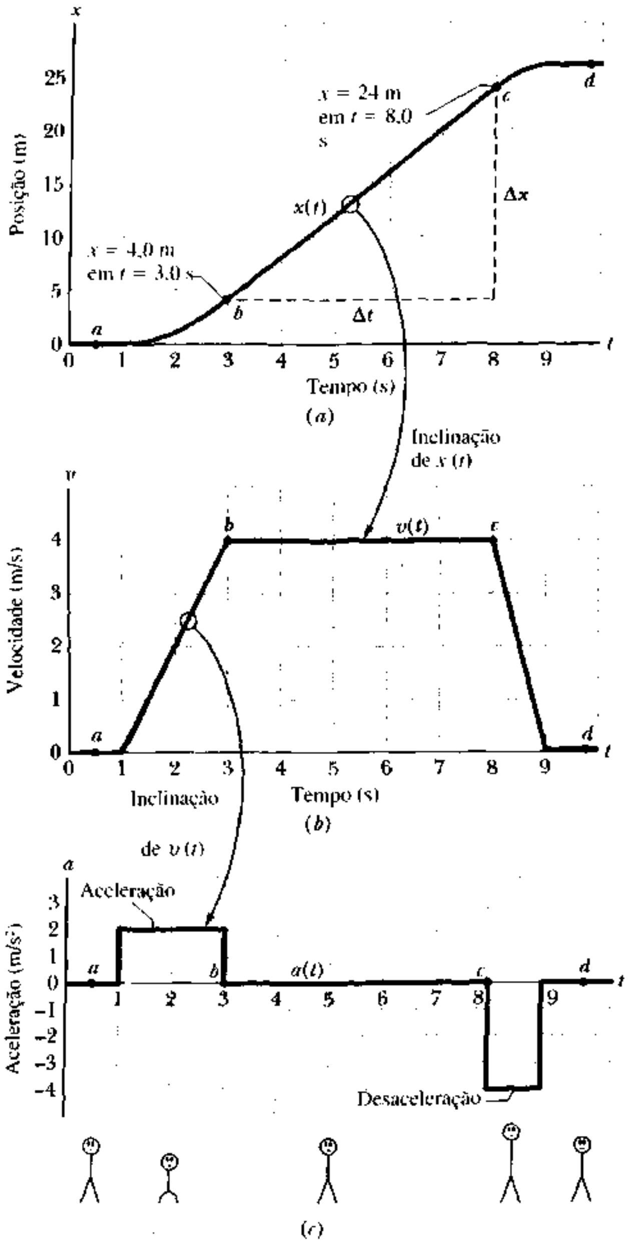


Fig. 2-6 Exemplo 2.4. (*a*) Curva $x(t)$ para um elevador que se movimenta para cima, no eixo x. (*b*) Curva $v(t)$ do elevador. Observe que ela é a derivada de $x(t)$ ($v = dx/dt$). (*c*) A curva $a(t)$ do elevador. Ela é a derivada de $v(t)$ ($a = dv/dt$). Os bonequinhos representam a reação do corpo de um passageiro às acelerações do elevador.

Solução Por simplificação, foram omitidas as unidades, mas você pode, se desejar, mudar os coeficientes da equação para 7,8 m; 9,2 m/s e 2,1 m/s³. Para resolver o problema, usamos a Eq. 2-4, substituindo x, no termo da direita, pela Eq. 2-5:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(7{,}8 + 9{,}2t - 2{,}1t^3),$$

resultando,

$$v = 0 + 9{,}2 - (3)(2{,}1)t^2 = 9{,}2 - 6{,}3t^2. \qquad (2\text{-}6)$$

Em t = 3,5 s,

$$v = 9{,}2 - (6{,}3)(3{,}5)^2 = -68 \text{ m/s}. \qquad \text{(Resposta)}$$

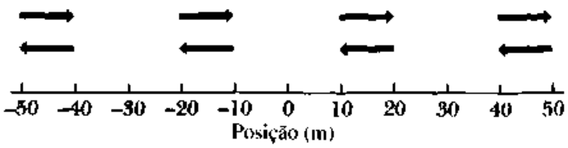
Em t = 3,5 s, a partícula se move no sentido decrescente de x (note o sinal −) com a velocidade escalar de 68 m/s. Como a velocidade v depende de t, de acordo com a Eq. 2-6, dizemos que a velocidade varia continuamente.

Táticas para a Resolução de Problemas

Tática 8: Números Negativos

A linha a seguir representa o eixo x, com a origem (x = 0) no centro. Usando esta escala, procure compreender que − 40 m é menor do que − 10 m, e que ambos são menores do que 20 m. Observe também que 10 m é maior do que − 30 m.

As quatro setas apontando para a direita representam *aumentos* em x, isto é, Δx positivos. As quatro setas apontando para a esquerda representam decréscimos em x, isto é, Δx negativos.



Tática 9: Inclinações e Derivadas

Toda derivada representa a inclinação de uma curva. No Exemplo 2-4, a velocidade instantânea do elevador (uma derivada, veja a Eq. 2-4) é a inclinação da curva $x(t)$, da Fig. 2-6*a*, naquele instante. A seguir mostramos como obter graficamente a inclinação (e, assim, a derivada).

A Fig. 2-7 mostra a curva $x(t)$ para o movimento de uma partícula. Para obter a velocidade em t = 1 s, marque um ponto sobre a curva, correspondente a esse instante. Trace, com cuidado, uma tangente à curva nesse ponto (*tangente* significa *que toca*; a tangente toca a curva num único ponto, o ponto assinalado). Construa o triângulo retângulo *ABC*. (Como a inclinação é a mesma, não importando o tamanho do triângulo, que, quanto maior for, mais precisa será a medida no gráfico.) Pelas coordenadas vertical e horizontal, obtemos, respectivamente, Δx e Δt, com módulo, sinal e unidade. Na Fig. 2-7, a inclinação (derivada) é dada pela equação:

$$\text{inclinação} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5{,}5 \text{ m} - 2{,}3 \text{ m}}{1{,}8 \text{ s} - 0{,}3 \text{ s}} = \frac{3{,}2 \text{ m}}{1{,}5 \text{ s}} = +2{,}1 \text{ m/s}.$$

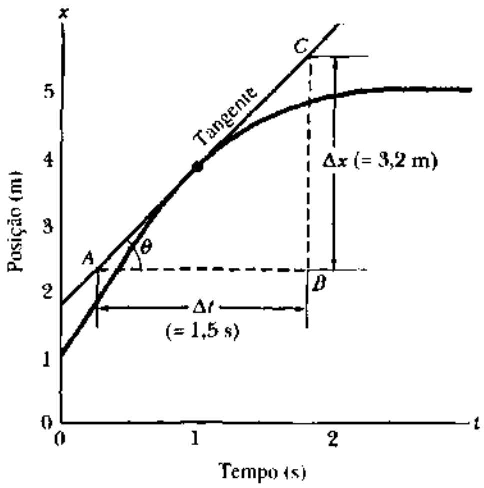


Fig. 2-7 A derivada de uma curva em qualquer ponto é a inclinação da reta tangente naquele ponto. Em t = 1,0 s, a inclinação da reta tangente (portanto, a velocidade instantânea dx/dt) é $\Delta x/\Delta t$ = + 2,1 m/s.

De acordo com a Eq. 2-4, essa inclinação é a velocidade da partícula em $t = 1$ s.

Se a escala do eixo x ou t, da Fig. 2-7, variar, o aspecto da curva e o ângulo θ mudarão, mas o valor encontrado para a velocidade, em $t = 1$ s, permanece o mesmo.

Se a função $x(t)$ for representada por uma expressão matemática, como no Exemplo 2-5, podemos calcular a derivada dx/dt pelo cálculo diferencial, dispensando o método gráfico.

2-5 Aceleração

Quando a velocidade de uma partícula varia, dizemos que ela está sob uma **aceleração** (ou está acelerada). A **aceleração média** $\bar{a}$ em um intervalo Δt é

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \qquad (2\text{-}7)$$

A **aceleração instantânea** (ou simplesmente aceleração) é a derivada da velocidade:

$$a = \frac{dv}{dt}. \qquad (2\text{-}8)$$

Em outras palavras, a aceleração de uma partícula, em um determinado instante, é a taxa de variação da velocidade, naquele instante. Conforme a Eq. 2-8, a aceleração em qualquer ponto é a inclinação da curva $v(t)$, nesse ponto.

A unidade usual da aceleração é metro por segundo por segundo: m/(s.s) ou m/s^2. Veremos, em problemas, outras unidades, mas que sempre aparecerão na forma de distância / (tempo.tempo) ou distância/tempo^2. A aceleração possui módulo, direção e sentido (é uma grandeza vetorial). O sinal algébrico representa o sentido num dado eixo, da mesma forma que para o deslocamento e a velocidade.

A Fig. 2-6c representa a aceleração do elevador discutido no Exemplo 2-4. Compare com a curva $v(t)$ — cada ponto na curva $a(t)$ é a derivada (inclinação) de $v(t)$, no ponto considerado. Quando v é constante (em 0 ou 4 m/s), a derivada é zero, logo, a aceleração é nula. Quando o elevador começa a mover-se, a curva $v(t)$ tem derivada positiva (inclinação positiva), isto é, $a(t)$ é positiva. Quando o elevador diminui a velocidade, até parar, a derivada e a inclinação de $v(t)$ são negativas; isto é, $a(t)$ é negativa.

Compare, a seguir, as inclinações de $v(t)$ durante os dois períodos de aceleração. A inclinação associada ao elevador parando (comumente chamada de "desaceleração") é mais abrupta, porque o elevador pára na metade do tempo que levou para ganhar velocidade. Essa inclinação mais acentuada, na Fig. 2-6c, mostra que a desaceleração é maior, em módulo, do que a aceleração.

As sensações que sentiríamos, no interior do elevador da Fig. 2-6, estão indicadas pelos bonequinhos na figura. Quando o elevador inicia a aceleração, nos sentimos pressionados contra o chão; depois, quando é freado, nos sentimos esticados para cima. Entre esses intervalos, não sentimos nada em especial. Nosso corpo reage às acelerações (é um acelerômetro), mas não às velocidades (não é um velocímetro). Quando estamos viajando num carro a 100

Fig. 2-8 O Coronel J. P. Stapp, fotografado num veículo propulsado no instante em que foi submetido a grande aceleração (sentido da aceleração, saindo da página) e no instante em que foi bruscamente freado (sentido da aceleração, entrando na página).

km/h, ou num avião a 1.000 km/h, não temos sensação corporal de estarmos em movimento. Mas, se o carro, ou o avião variar a velocidade bruscamente, somos capazes de sentir tal variação. Num parque de diversões, as maiores sensações são causadas pelos brinquedos que nos submetem a variações súbitas de velocidade. Um exemplo extremo está na Fig. 2-8, que mostra, numa seqüência de fotografias, os efeitos de uma rápida aceleração, seguida de uma parada brusca, num veículo propulsado.

EXEMPLO 2-6 a. Quando Kitty O'Neil estabeleceu o recorde para a maior velocidade e o menor tempo decorrido para um *dragster*, ela alcançou a marca de 631,7 km/h em 3,72 s. Qual foi sua aceleração média?

Solução Da Eq. 2-7, a aceleração média de O'Neil foi

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{631{,}7\ \mathrm{km/h} - 0}{3{,}72\ \mathrm{s} - 0}$$

$$= +170\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h \cdot s}}, \qquad \text{(Resposta)}$$

consideramos o movimento orientado positivamente no eixo x. Utilizando uma unidade mais convencional, sua aceleração foi de 47,1 m/s^2. Em geral, as grandes acelerações são expressas na unidade "g", onde $1g$ = 9,8 m/s^2 (= 32 ft/s^2), como será explicado na Seção 2-8. A aceleração média de O'Neil foi de 4,8g.

b. Qual foi a aceleração média de Eli Beeding Jr. quando alcançou a marca de 117 km/h, em 0,04 s, num carro-foguete?

Solução Novamente, da Eq. 2-7,

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{117\ \mathrm{km/h} - 0}{0{,}04\ \mathrm{s} - 0}$$

$$= +2{,}9 \times 10^3\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h \cdot s}} \approx +800\ \mathrm{m/s^2}, \qquad \text{(Resposta)}$$

ou cerca de 80g.

Recordando a Seção 2-1, quando nos referimos aos exemplos de O'Neil e Beeding, como podemos classificar qual o feito mais fantástico — pela velocidade final, pelo tempo decorrido, ou por outro fator? Agora podemos responder. Como o corpo humano é sensível à aceleração e não à velocidade, comparando as acelerações de Beeding e O'Neil, vemos que Beeding foi o vencedor, mesmo com uma velocidade final bem menor do que a de O'Neil. A aceleração de Beeding poderia ter sido mortal se durasse muito mais tempo.

Tática para a Resolução de Problemas

Tática 10: O Sinal da Aceleração

Observe, mais uma vez, o sinal para a aceleração calculada no Exemplo 2-6. Em muitos exemplos sobre aceleração, o sinal tem um significado de senso comum: aceleração positiva implica um aumento de velocidade do móvel (como um carro) e aceleração negativa implica a diminuição da velocidade (o móvel está desacelerando).

Entretanto, algumas considerações devem ser observadas na aplicação dessa regra. Por exemplo, se a velocidade inicial de um carro é v = − 27 m/s (= − 60 mi/h) e ele é freado até parar em 5,0 s, $\bar{a}$ + 5,4 m/s^2. Observe que a aceleração é *positiva*, mas o carro está parando. A razão está na diferença dos sinais: o sentido da aceleração é contrário ao da velocidade.

Portanto, o melhor é interpretar os sinais da seguinte maneira: se a *velocidade e a aceleração têm o mesmo sinal, então o móvel está aumentando a velocidade escalar*; se os sinais são diferentes, a velocidade está diminuindo. Essa interpretação será mais bem entendida adiante, quando estudarmos a natureza vetorial da velocidade e da aceleração.

EXEMPLO 2-7 A posição de uma partícula é dada por

$$x = 4 - 27t + t^3,$$

onde as unidades dos coeficientes são m, m/s e m/s^3, respectivamente, e o eixo x está mostrado na Fig. 2-1.

a. Calcular $v(t)$ e $a(t)$.

Solução Para obter $v(t)$, vamos derivar $x(t)$ em relação a t:

$$v = -27 + 3t^2. \qquad \text{(Resposta)}$$

Para obter $a(t)$, derivamos $v(t)$ em relação a t:

$$a = +6t. \qquad \text{(Resposta)}$$

b. Em algum instante $v = 0$?

Solução Fazendo $v(t) = 0$, temos

$$0 = -27 + 3t^2,$$

cuja solução é $t = \pm 3$ s. (Resposta)

c. Descreva o movimento da partícula para $t \geq 0$.

Solução Para responder, vamos observar as expressões de $x(t)$, $v(t)$ e $a(t)$.

Em $t = 0$, a partícula está em $x = +4$ m, movendo-se para a esquerda com a velocidade de − 27 m/s e com aceleração igual a zero, nesse instante.

Para $0 < t < 3$ s, a partícula continua o movimento para a esquerda, mas a velocidade escalar diminui, porque a aceleração é para a direita. (Verifique $v(t)$ e $a(t)$ para $t = 2$ s.) A taxa de aceleração está aumentando.

Em $t = 3$ s, a partícula pára momentaneamente ($v = 0$) e está na posição mais afastada possível para a esquerda ($x = -50$ m). A aceleração continua para a direita, crescendo.

Para $t > 3$ s, a aceleração continua crescendo para a direita, e a velocidade, que agora também é para a direita, cresce rapidamente. (Observe que os sinais de v e a são os mesmos.) A partícula se move para a direita indefinidamente.

2-6 Aceleração Constante: Um Caso Especial*

Em muitos tipos de movimento, a aceleração é constante, ou aproximadamente constante. Por exemplo, podemos acelerar um carro de forma aproximadamente constante quando um sinal de trânsito passa de vermelho para verde. (Os gráficos de posição, velocidade e aceleração seriam parecidos com os da Fig. 2-9.) Se depois tivermos que frear o carro até parar, a desaceleração, durante a freada, também pode ser considerada aproximadamente constante.

Esses casos são tão freqüentes, que um conjunto especial de equações foi definido para tratá-los. Nesta seção,

* O movimento retilíneo com aceleração constante também é conhecido como movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV); a aceleração instantânea e a aceleração média são iguais ($a = \bar{a}$). (N. do T.)

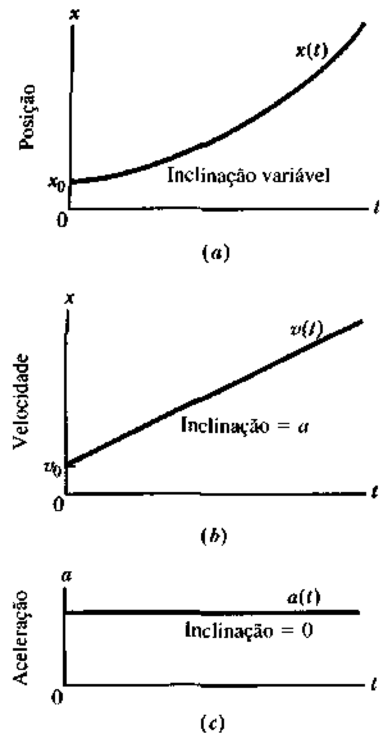


Fig. 2-9 (*a*) A posição $x(t)$ de uma partícula que se move com aceleração constante. (*b*) A velocidade $v(t)$ dada em cada ponto pela inclinação da curva em (*a*). (*c*) A aceleração (constante) é igual à inclinação (constante) de $v(t)$.

apresentaremos um método para a dedução dessas equações. Na próxima seção, apresentaremos um segundo método. Nas duas seções e mais tarde, quando for resolver problemas, tenha em mente que *essas equações são válidas apenas para aceleração constante (ou em situações nas quais podemos considerá-la aproximadamente como tal).*

Quando a aceleração é constante, a aceleração média e a aceleração instantânea são iguais, e podemos escrever a Eq. 2-7 de uma outra forma,

$$a = \frac{v - v_0}{t - 0}.$$

Nesse caso, v_0 é a velocidade em $t = 0$ e v é a velocidade num instante t posterior qualquer. Podemos reapresentar a equação como

$$\boxed{v = v_0 + at.} \qquad (2\text{-}9)$$

Observe que essa equação se reduz a $v = v_0$ para $t = 0$, como era de se esperar. Agora, vamos derivar a Eq. 2-9. Fazendo isso, obtemos $dv/dt = a$, que é a definição de a. A Fig. 2-9*b* mostra a curva da Eq. 2-9, a função $v(t)$.

De maneira análoga, podemos reescrever a Eq. 2-2 (com ligeiras modificações na notação) como

$$x = x_0 + \bar{v}t, \qquad (2\text{-}10)$$

onde x_0 é a posição da partícula em $t = 0$, e $\bar{v}$ é a velocidade média entre $t = 0$ e o instante t posterior.

Se traçarmos $v \times t$ utilizando a Eq. 2-9, o resultado será uma linha reta. Em tais condições, a velocidade *média* em qualquer intervalo de tempo (por exemplo, $t = 0$ até t) é a média entre a velocidade no início do intervalo ($= v_0$) e a velocidade no final do intervalo ($= v$). Então, para o intervalo $t = 0$ até t, a velocidade média é

$$\bar{v} = \tfrac{1}{2}(v_0 + v). \qquad (2\text{-}11)$$

Substituindo v da Eq. 2-9 e rearrumando, temos,

$$\bar{v} = v_0 + \tfrac{1}{2}at. \qquad (2\text{-}12)$$

Finalmente, substituindo a Eq. 2-12 na Eq. 2-10, temos

$$\boxed{x - x_0 = v_0t + \tfrac{1}{2}at^2.} \qquad (2\text{-}13)$$

Observe que fazendo $t = 0$ temos $x = x_0$, como esperado. Note também que, derivando a Eq. 2-13, obtemos a Eq. 2-9. A Fig. 2-9*a* é a representação gráfica da Eq. 2-13.

Nos problemas relacionados à aceleração constante, cinco variáveis, $x - x_0$, v, t, a e v_0, têm grande possibilidade de estar presentes. Às vezes, uma delas *não* faz parte do problema, *nem como um dado nem como uma incógnita.* Nesse caso, então, o problema deve fornecer três delas e pedir uma quarta.

As Eqs. 2-9 e 2-13 relacionam, cada qual, quatro dessas variáveis, mas não as mesmas quatro. Na Eq. 2-9, o deslocamento $x - x_0$ está "ausente", enquanto na Eq. 2-13 é a velocidade v que está "ausente". Essas duas equações podem ser combinadas de três maneiras diferentes, fornecendo três outras equações, cada qual envolvendo uma variável "ausente" diferente. Assim,

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0). \qquad (2\text{-}14)$$

Essa equação é útil quando t é desconhecido e não é pedido.* Por outro lado, eliminando $\bar{a}$ nas duas equações, temos:

$$x - x_0 = \tfrac{1}{2}(v_0 + v)t. \qquad (2\text{-}15)$$

Finalmente, eliminando v_0, temos

$$x - x_0 = vt - \tfrac{1}{2}at^2. \qquad (2\text{-}16)$$

Observe a diferença sutil entre esta equação e a Eq. 2-13. Uma envolve a velocidade inicial v_0; a outra a velocidade v no instante t.

A Tabela 2-2 relaciona as Eqs. 2-9, 2-13, 2-14, 2-15 e 2-16 e mostra a variável ausente em cada uma. Na resolu-

*A Eq. 2-14 é conhecida como Equação de Torricelli. (N. do T.)

Tabela 2-2
Equações para o Movimento com Aceleração Constante*

Número da Equação	*Equação*	*Variável Ausente*
2-9	$v = v_0 + at$	$x - x_0$
2-13	$x - x_0 = v_0 t + 1/2\, at^2$	v
2-14	$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	t
2-15	$x - x_0 = 1/2\,(v_0 + v)\,t$	a
2-16	$x - x_0 = vt - 1/2\, at^2$	v_0

* Certifique-se de que a aceleração é realmente constante, antes de trabalhar com as equações desta tabela. Observe que a Eq. 2-9 é a derivada da Eq. 2-13. As outras três são obtidas por eliminação de alguma variável entre as Eqs. 2-9 e 2-13.

ção de problemas de aceleração constante, devemos verificar qual das cinco variáveis está ausente, porque não foi dada e porque não é uma incógnita a calcular. Selecionamos na Tabela 2-2 a equação conveniente, substituímos as três variáveis fornecidas e calculamos a quarta. Em vez de usarmos a tabela, também podemos resolver um sistema com as Eqs. 2-9 e 2-13, e chegar, mais facilmente, à solução do problema.

EXEMPLO 2-8 Avistando um carro da polícia, você freia seu carro, reduzindo a velocidade de 75 km/h para 45 km/h, num espaço de 88 m.

a. Qual é a aceleração, considerando-a constante?

Solução Neste exemplo, o tempo não está relacionado, não é uma variável nem conhecida nem pedida. Assim, pela Tabela 2-2, utilizamos a Eq. 2-14. Resolvendo esta equação para a, obtemos,

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)} = \frac{(45\text{ km/h})^2 - (75\text{ km/h})^2}{(2)(0{,}088\text{ km})}$$

$$= -2{,}05 \times 10^4\text{ km/h}^2 \approx -1{,}6\text{ m/s}^2. \qquad \text{(Resposta)}$$

(Ao converter horas para segundos, na última etapa, devemos fazê-lo nas *duas* vezes em que o h aparece.) Observe que as velocidades são positivas e a aceleração é negativa, porque o carro está diminuindo a velocidade escalar.

b. Qual é o intervalo de tempo?

Solução Agora, o tempo está sendo pedido, mas a aceleração não. Pela Tabela 2-2, utilizamos a Eq. 2-15. Calculando para t, temos

$$t = \frac{2(x - x_0)}{v_0 + v} = \frac{(2)(0{,}088\text{ km})}{(75 + 45)\text{ km/h}}$$

$$= 1{,}5 \times 10^{-3}\text{ h} = 5{,}4\text{ s}. \qquad \text{(Resposta)}$$

c. Se continuar diminuindo a velocidade do carro, com a aceleração calculada em (a), em quanto tempo ele parará, a partir dos 75 km/h?

Solução A variável não-considerada, nesse caso, é o deslocamento $x - x_0$. Pela Tabela 2-2, devemos usar a Eq. 2-9. Explicitando t, temos

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - (75\text{ km/h})}{(-2{,}05 \times 10^4\text{ km/h}^2)}$$

$$= 3{,}7 \times 10^{-3}\text{ h} = 13\text{ s}. \qquad \text{(Resposta)}$$

d. Que distância seria percorrida no item (c)?

Solução Da Eq. 2-13, temos, para o deslocamento do carro

$$x - x_0 = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

$$= (75\text{ km/h})(3{,}7 \times 10^{-3}\text{ h})$$

$$+ \tfrac{1}{2}(-2{,}05 \times 10^4\text{ km/h}^2)(3{,}7 \times 10^{-3}\text{ h})^2$$

$$= 0{,}137\text{ km} \approx 140\text{ m}. \qquad \text{(Resposta)}$$

(Se o sinal da aceleração não for considerado, o resultado será incorreto. Na resolução de problemas, devemos estar atentos aos sinais.)

e. Num outro exemplo, suponha que a velocidade inicial é diferente, a aceleração é a mesma calculada em (a) e o carro consegue parar após 200 m. Qual o tempo total de frenagem?

Solução Agora, a variável ausente é a velocidade inicial, então, usamos a Eq. 2-16. Observando que v (velocidade final) é zero, obtemos dessa equação o valor de t

$$t = \left(-\frac{(2)(x - x_0)}{a}\right)^{1/2} = \left(-\frac{(2)(200\text{ m})}{-1{,}6\text{ m/s}^2}\right)^{1/2}$$

$$= 16\text{ s}. \qquad \text{(Resposta)}$$

TÁTICA PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

TÁTICA 11: VERIFICAÇÃO DIMENSIONAL

A dimensão da velocidade é (L/T), isto é, distância (L) dividida pelo tempo (T). A dimensão da aceleração é (L/T²); e assim por diante. Numa equação física, a dimensão de todos os termos deve ser a mesma. Se houver dúvida acerca de uma equação, verifique suas dimensões.

Procedendo à verificação das dimensões da Eq. 2-13 ($x - x_0 = v_0 t + a\,t^2/2$), observamos que cada termo deve ser uma distância, pois essa é a dimensão de x e x_0. No segundo membro, a dimensão do termo $v_0 t$ é (L/T) (T), que é igual a (L). A dimensão de $at^2/2$ é (L/T²) (T²), que também é (L). Assim, a equação está dimensionalmente correta. Um número puro como 1/2 ou π não tem dimensão.

2-7 Aceleração Constante: Outro Aspecto*

As duas primeiras equações da Tabela 2-2 são as básicas, das quais as outras são deduzidas. As duas podem ser obtidas por integração da aceleração, com a condição de que seja a constante. A definição de a (na Eq. 2-8) é

$$a = \frac{dv}{dt},$$

que pode ser reapresentada como

$$dv = a\,dt.$$

Se fizermos a *integral indefinida* (ou *antiderivada*) de ambos os membros, teremos

$$\int dv = \int a\,dt,$$

* Esta seção se aplica, somente, àqueles que já tenham visto cálculo integral.

que é reduzida a

$$v = \int a\, dt + C,$$

onde C é uma *constante de integração*. Como a é constante, podemos retirá-la do sinal de integração. Então,

$$v = a \int dt + C = at + C. \qquad (2\text{-}17)$$

Para calcular C, fazemos $t = 0$, o instante para o qual $v = v_0$. Substituindo na Eq. 2-17 (que deve valer para todos os valores de t, inclusive $t = 0$), vem

$$v_0 = (a)(0) + C = C.$$

Substituindo em 2-17, temos a Eq. 2-9.

Para obter a outra equação básica da Tabela 2-2, reescrevemos a definição de velocidade (Eq. 2-4) como

$$dx = v\, dt$$

fazendo a integral indefinida de ambos os membros, temos

$$x = \int v\, dt + C',$$

onde C' é uma outra constante de integração. Como v não é constante, não pode ser colocada fora do sinal de integral. Podemos substituir v pela Eq. 2-9:

$$x = \int (v_0 + at)\, dt + C'.$$

Como v_0 é constante, tal equação pode ser reescrita como

$$x = v_0 \int dt + a \int t\, dt + C'.$$

Integrando, vem

$$x = v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2 + C'. \qquad (2\text{-}18)$$

Em $t = 0$, temos $x = x_0$. Substituindo na Eq. 2-18, obtemos $x_0 = C'$. Usando esse valor para C' na Eq. 2-18, obtemos a Eq. 2-13.

Tabela 2-3
Equações para Queda Livre

Número da Equação	*Equação*	*Variável Ausente*
2-19	$v = v_0 - gt$	$y - y_0$
2-20	$y - y_0 = v_0 t - 1/2 g t^2$	v
2-21	$v^2 = v_0^2 - 2g\,(y - y_0)$	t
2-22	$y - y_0 = 1/2\,(v_0 + v)\,t$	g
2-23	$y - y_0 = vt + 1/2 g t^2$	v_0

2-8 Aceleração de Queda Livre

Se lançarmos um objeto para cima, ou para baixo, e de alguma forma eliminarmos a resistência do ar, verificaremos que ele sofrerá uma determinada aceleração para baixo, a qual se denomina **aceleração de queda livre** g. A aceleração g é independente da massa, densidade, ou forma do objeto.

A Fig. 2-10 mostra dois exemplos da aceleração em queda livre, através de uma série estroboscópica de fotos, de uma pena e de uma maçã. À medida que os objetos caem, são acelerados para baixo a uma taxa g, aumentando suas velocidades escalares. O valor de g varia ligeiramente com a altura e a latitude. Em latitudes médias, ao nível do mar, o valor de g é 9,8 m/s² (ou 32 ft/s²), o que será utilizado nos problemas deste capítulo.

As equações da Tabela 2-2 para aceleração constante se aplicam à queda livre, próximo à superfície da Terra. Isto é, se aplicam a todo objeto em deslocamento vertical, para cima ou para baixo, quando os efeitos da resistência do ar são desprezíveis. Entretanto, podemos simplificá-las fazendo duas pequenas alterações. (1) A direção do movimento se dá ao longo do eixo vertical y, em vez do eixo x, com y orientado positivamente para cima. (Esta alteração minimizará a confusão nos capítulos seguintes, quando for examinada a combinação dos movimentos horizontal e vertical.) (2) A aceleração de queda livre está orientada para baixo no eixo y, sendo portanto negativa. Logo, a deve ser substituído por $-g$ nas equações.

Com essas pequenas alterações, transformamos as equações da Tabela 2-2 nas equações da Tabela 2-3, válidas para a queda livre.

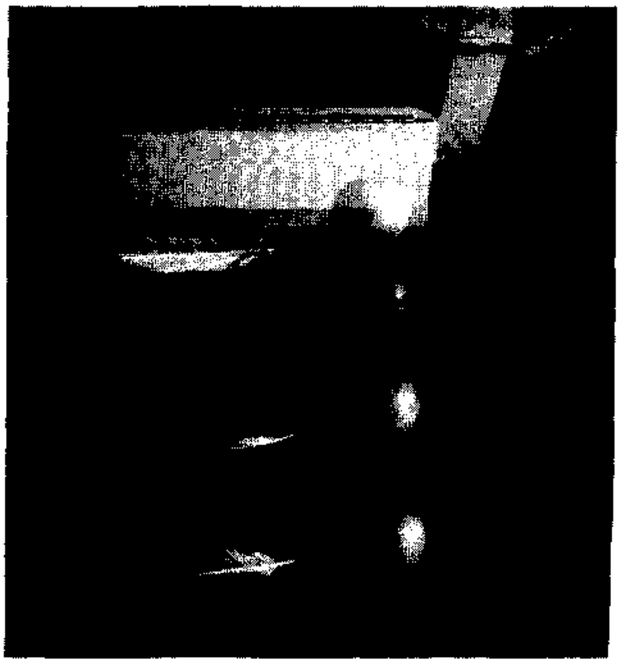


Fig. 2-10 Uma pena e uma maçã em queda livre no vácuo caem com a mesma aceleração g. A aceleração provoca um aumento no distanciamento entre as imagens durante a queda.

EXEMPLO 2-9 Um trabalhador deixa cair uma chave inglesa do alto de um edifício no poço do elevador.

a. Onde estava a chave inglesa 1,5 s após a queda?

Solução A velocidade v é a variável que não é fornecida nem pedida. Isso sugere o uso da Eq. 2-20, da Tabela 2-3. Escolhemos como origem do eixo y o ponto do qual a chave inglesa foi largada. Fazendo $y_0 = 0$, $v_0 = 0$ e $t = 1,5$ s, na Eq. 2-20, temos

$$\begin{aligned} y &= v_0t - \tfrac{1}{2}gt^2 \\ &= (0)(1,5\text{ s}) - \tfrac{1}{2}(9,8\text{ m/s}^2)(1,5\text{ s})^2 \\ &= -11\text{ m}. \qquad \text{(Resposta)} \end{aligned}$$

O sinal negativo ($-$) indica que a chave inglesa está abaixo do ponto em que foi solta, o que está de acordo com o previsto.

b. Com que velocidade a chave inglesa está caindo em $t = 1,5$ s?

Solução A velocidade é dada pela Eq. 2-19:

$$\begin{aligned} v &= v_0 - gt = 0 - (9,8\text{ m/s}^2)(1,5\text{ s}) \\ &= -15\text{ m/s}. \qquad \text{(Resposta)} \end{aligned}$$

O sinal negativo ($-$) significa que a chave inglesa está-se deslocando para baixo. Novamente, como esperado. A Fig. 2-11 mostra as características significativas do movimento até o instante $t = 4$ s.

EXEMPLO 2-10 Em 1939, Joe Sprinz, do San Francisco Baseball Club, tentou quebrar o recorde de agarrar uma bola de beisebol, lançada do ponto mais alto. O recorde anterior pertencia a um jogador do Cleveland Indians, que pegou uma bola lançada do alto de um edifício de 210 m de altura. Sprinz se utilizou de um dirigível a 240 m de altura. Admitamos que a bola cai da altura de 240 m, e que a resistência do ar, sobre a bola, é desprezível.

a. Calcule o tempo de queda.

Solução Construa, mentalmente, um eixo vertical y, com a origem no ponto onde a bola foi solta, o que significa dizer que $y_0 = 0$. A velocidade inicial v_0 é zero. A variável ausente é v, então, usamos a Eq. 2-20.

$$\begin{aligned} y - y_0 &= v_0t - \tfrac{1}{2}gt^2 \\ -240\text{ m} &= 0t - \tfrac{1}{2}(9,8\text{ m/s}^2)t^2 \\ 4,9t^2 &= 240 \\ t &= 7,0\text{ s}. \qquad \text{(Resposta)} \end{aligned}$$

Quando extraímos a raiz quadrada, temos a solução com sinal + e sinal $-$. Adotamos o sinal + porque a bola chega ao solo *depois* do lançamento.

b. Qual a velocidade da bola, pouco antes de ser agarrada?

Solução Pela Eq. 2-21, obtemos a velocidade utilizando os dados fornecidos pelo problema, em vez de usarmos o resultado obtido em (a).

$$\begin{aligned} v^2 &= v_0^2 - 2g(y - y_0) \\ &= 0 - (2)(9,8\text{ m/s}^2)(-240\text{ m}) \\ &= 4,7\times10^3\text{ m}^2/\text{s}^2 \\ v &= -68\text{ m/s}(\approx -247\text{ km/h}). \qquad \text{(Resposta)} \end{aligned}$$

Escolhemos o sinal negativo ($-$) ao extrair a raiz quadrada porque a bola está caindo.

Neste tipo de problema, o fato de desprezarmos a resistência do ar introduz distorções na resposta final. Se levarmos em conta esse fator, veremos que o tempo de queda é maior, e a velocidade escalar final é menor. Ainda assim, a velocidade deve ter sido considerável, porque quando Sprinz finalmente conseguiu pegar a bola com sua luva (na quinta tentativa), o impacto jogou a mão e a luva contra seu rosto, fraturando o maxilar superior em 12 partes, quebrando cinco dentes e deixando-o desacordado. E ele deixou a bola cair.

EXEMPLO 2-11 Um lançador atira uma bola de beisebol para cima, em linha reta, com uma velocidade inicial de 12 m/s, conforme a Fig. 2-12.

t (s)	y (m)	v (m/s)	a (m/s²)
0	0	0	−9,8
1	−4,9	−9,8	−9,8
2	−19,6	−19,6	−9,8
3	−44,1	−29,4	−9,8
4	−78,4	−39,2	−9,8

Fig. 2-11 Exemplo 2-9. A posição, a velocidade e a aceleração de um corpo em queda livre.

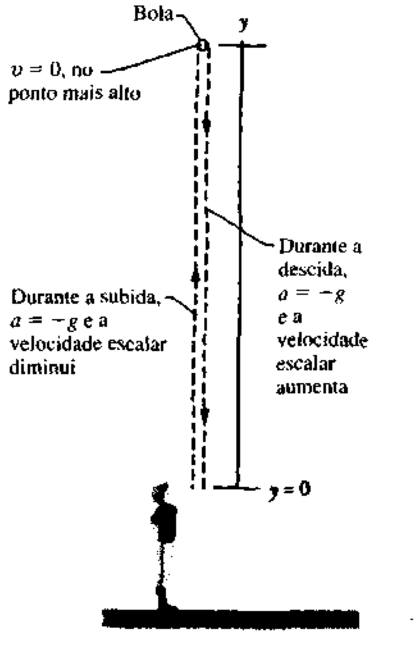


Fig. 2-12 Exemplo 2-11. Um lançador de beisebol atira uma bola para cima em linha reta. As equações para a queda livre se aplicam tanto para a subida quanto para a descida da bola, desde que a resistência do ar possa ser desprezada.

a. Quanto tempo a bola levou para alcançar a altura máxima?

Solução Na altura máxima, a velocidade v da bola é zero. Então, da Eq. 2-19, temos

$$t = \frac{v_0 - v}{g} = \frac{12\ \text{m/s} - 0}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 1{,}2\ \text{s}. \qquad \text{(Resposta)}$$

b. Qual a altura máxima?

Solução Definimos a origem do eixo y no ponto em que a bola foi lançada. Fazendo $y_0 = 0$ na Eq. 2-21 e calculando o valor de y, temos

$$y = \frac{v_0^2 - v^2}{2g} = \frac{(12\ \text{m/s})^2 - (0)^2}{(2)(9{,}8\ \text{m/s}^2)}$$
$$= 7{,}3\ \text{m}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Uma outra maneira é utilizar o resultado do item (a) e calcular a altura máxima pela Eq. 2-23. Verifique.

c. Em quanto tempo a bola atinge um ponto 5 m acima do ponto de lançamento?

Solução Verificando a Tabela 2-3, escolhemos a Eq. 2-20. Fazendo $y_0 = 0$, temos

$$y = v_0t - \tfrac{1}{2}gt^2.$$
$$5{,}0\ \text{m} = (12\ \text{m/s})t - (\tfrac{1}{2})(9{,}8\ \text{m/s}^2)t^2.$$

Omitindo temporariamente as unidades (observando, no entanto, que são consistentes), podemos reescrever esta equação de outra forma:

$$4{,}9t^2 - 12t + 5{,}0 = 0.$$

Resolvendo essa equação do segundo grau para t, temos*

$$t = 0{,}53\ \text{s} \quad \text{e} \quad t = 1{,}9\ \text{s}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Existem dois tempos a serem considerados! Isso, de fato, não surpreende, porque a bola passa pelo ponto $y = 5{,}0$ m duas vezes, uma vez na subida e outra na descida.

Podemos verificar as respostas obtidas, porque o tempo que a bola leva para atingir a altura máxima deve ser a média entre esses dois tempos, ou seja,

$$t = \tfrac{1}{2}(0{,}53\ \text{s} + 1{,}9\ \text{s}) = 1{,}2\ \text{s}.$$

Este é, exatamente, o tempo calculado no item (a).

TÁTICAS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

TÁTICA 12: O SINAL NEGATIVO

Nos Exemplos 2-9, 2-10 e 2-11, muitas respostas foram obtidas, diretamente, com o sinal menos. É importante saber o que isso significa. Para problemas de queda livre, estabelecemos um eixo vertical (eixo y) e escolhemos — de forma arbitrária — o sentido positivo para cima.

Adotamos a origem do eixo y (ponto $y = 0$) de forma conveniente para cada problema. No Exemplo 2-9, a origem foi a mão do trabalhador; no 2-10 foi o dirigível e no 2-11 foi a mão do lançador. Um valor negativo de y significa que o objeto está abaixo do ponto de origem estabelecido.

Uma velocidade negativa indica que o objeto está se movendo no sentido decrescente de y, que é para baixo. Isso é verdadeiro, não importando o ponto onde o objeto está localizado.

Convencionamos uma aceleração negativa ($= -9{,}8$ m/s²) em todos os problemas sobre queda livre. Uma aceleração negativa indica que a velocidade do corpo torna-se menos positiva, ou mais negativa, à medida que o tempo passa. Isso também é verdadeiro, não importando onde o objeto está localizado, ou com que velocidade se desloca, ou em que sentido é o movimento. A aceleração da bola, no Exemplo 2-11, é sempre negativa, na subida e na descida.

TÁTICA 13: RESPOSTAS INESPERADAS

O resultado matemático às vezes apresenta respostas cuja possibilidade não havíamos considerado, como no Exemplo 2-11c. Se obtiver uma resposta inesperada, não a abandone pelo fato de parecer inadequada. Examine-a cuidadosamente do ponto de vista físico; muitas vezes, está correta.

Se a variável for o tempo, mesmo um valor negativo pode significar algo: como um instante antes de $t = 0$, o instante escolhido (arbitrariamente) como o início da contagem de tempo.

2-9 As Partículas da Física

Pretendemos, no decorrer deste livro, nos afastar ocasionalmente do mundo familiar dos corpos palpáveis e de grandes dimensões, e examinar, numa escala muito fina, a natureza dos corpos microscópicos. As "partículas" com as quais lidamos neste capítulo incluíram, por exemplo, coelhos, bolas de beisebol e carros de corrida. De acordo com esse raciocínio, perguntamos: "Qual o menor tamanho que uma partícula pode ter? Quais são as partículas *fundamentais* da natureza?" A **física de partículas** — como é chamado o campo de investigação a que estamos nos referindo — atrai a atenção de muitos dos melhores e mais brilhantes físicos contemporâneos.

A compreensão de que a matéria, em escala microscópica, não é contínua, e sim composta de átomos, foi o início do entendimento da relação entre a física e a química. Com o microscópio de varredura por tunelamento, pode-

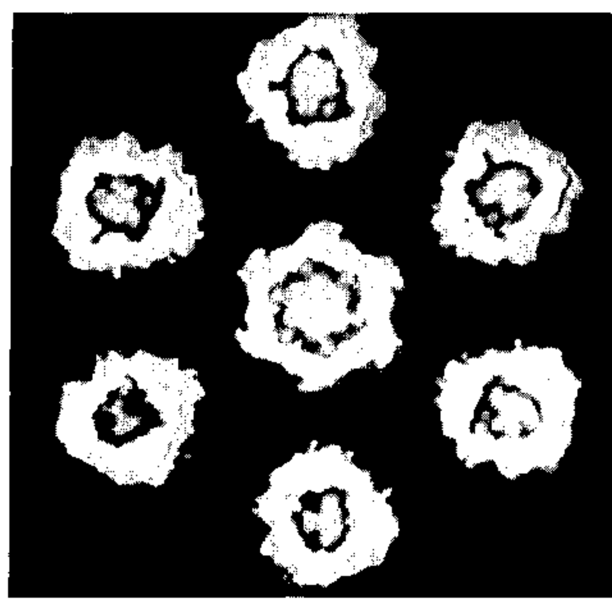


Fig. 2-13 A imagem de um microscópio eletrônico de varredura revela a estrutura hexagonal dos átomos de urânio.

* Ver a fórmula de resolução da equação do segundo grau no Apêndice G.

mos agora "fotografar" esses átomos, conforme mostrado na Fig. 2-13. É possível também manter um único átomo numa minúscula "armadilha" eletromagnética e monitorá-lo tranqüilamente. Na Universidade de Washington, um único elétron foi mantido aprisionado numa dessas armadilhas por mais de 10 meses, até que — por infelicidade — colidiu com uma parede e escapou.

Descrevemos a "granularidade" da matéria dizendo que ela é *quantizada* — palavra que vem do latim *quantus*, que significa "quantidade". A quantização é uma característica fundamental da natureza. Veremos, ao longo do livro, outras grandezas físicas que são quantizadas quando as observamos numa escala suficientemente fina. Essa importância da quantização está refletida no nome que se dá à física em nível atômico e subatômico — **física quântica,** — a que estuda as partículas fundamentais da natureza.

Entre o universo dos objetos macroscópicos e o universo quântico, não há descontinuidade brusca.

O mundo quântico e as leis que o governam são universais, mas, à medida que passamos de átomos e elétrons para bolas de beisebol e automóveis, verificamos que a quantização se torna menos evidente e, no final, totalmente imperceptível. A "granularidade" efetivamente desaparece, e as leis da **física clássica**, que governam o movimento de objetos de grandes dimensões, emergem como formas limites especiais das leis mais gerais da física quântica.

A Estrutura dos Átomos

Um **átomo** é constituído de um **núcleo** central, extremamente denso e compacto, envolvido por um ou mais **elétrons**, de massa pequena. Em geral, consideramos que o átomo e o núcleo têm forma esférica. O raio típico de um átomo é da ordem de 10^{-10} m; o raio do núcleo é 100.000 vezes menor, da ordem de 10^{-15} m. A coesão do átomo é devida à atração entre os elétrons, que são eletricamente negativos, e os **prótons**, que estão no interior do núcleo e são eletricamente positivos. A natureza da atração entre essas partículas será apresentada mais adiante, neste livro. No momento, basta compreender que sem essa interação um átomo não existiria e, por conseqüência, nós também não.

A Estrutura dos Núcleos

O núcleo mais simples, que é o do hidrogênio comum, tem apenas um próton. Existem dois outros tipos de hidrogênio, que são mais raros: diferem do mais simples pela presença de um ou dois **nêutrons** (partículas eletricamente neutras) no interior do núcleo. O hidrogênio, em qualquer versão, é um exemplo de **elemento**; cada elemento se distingue de todos os outros pelo número de prótons no núcleo. Quando há somente um próton, o elemento é o hidrogênio. Quando há seis prótons, por exemplo, o elemento é o carbono. **Isótopos** são as várias versões de cada elemento, diferenciados pelo número de nêutrons.

Em termos superficiais, a função dos nêutrons é manter os prótons unidos, porque, sendo estes eletricamente positivos e estando muito próximos, apresentam uma intensa repulsão mútua. Se os nêutrons não proporcionassem essa união, somente o átomo de hidrogênio comum existiria; todos os outros se desintegrariam.

Essa instabilidade é verificada em muitos isótopos de elementos comuns. Felizmente, nossa existência não depende desses elementos. Dos 17 isótopos de cobre, por exemplo, 15 são instáveis e sofrem transformações para tornarem-se outros elementos. Os isótopos estáveis são os usados na eletrônica e em outras tecnologias.

A Estrutura das Partículas Dentro dos Átomos

O elétron é muito simples. Parece ser infinitesimal, ou seja, não ter tamanho, nem estrutura. Pertence a uma família de partículas puntiformes chamadas **léptons**; existem seis tipos básicos de léptons, cada um apresentando uma **antipartícula** correspondente.

Acredita-se que os prótons e os nêutrons sejam diferentes dos elétrons e de outros léptons, porque cada um é formado por um conjunto de três partículas mais simples chamadas **quarks***, dos tipos "*up*" ou "*down*". Um próton consiste em dois quarks "*up*" e um "*down*", e um nêutron, no inverso (Fig. 2-14). Outras partículas mais exóticas, que foram inicialmente tratadas como fundamentais, se apresentam com estruturas similares.

Os quarks, de forma interessante, se apresentam em seis tipos básicos** (cada um com sua antipartícula), como os léptons. Neste ponto, os físicos se perguntam: Existe alguma razão básica para a igualdade do número de tipos? Ou a igualdade é mera coincidência? Não sabemos.

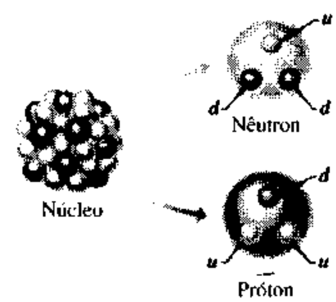


Fig. 2-14 Uma representação do núcleo de um átomo, mostrando os nêutrons e prótons que o compõem. Essas partículas, por sua vez, são compostas de quarks *u* e *d*.

* A palavra "quark" foi tirada de *Finnegans Wake*, de James Joyce:
Three quarks for Muster Mark
Sure he hasn't got much of a bark
And sure any he has it's all beside the mark.

** Os outros tipos são chamados de charme, estranho, em cima e embaixo. Mesmo os físicos mais sérios têm seus momentos de humor... (N.S.)

RESUMO

Posição
A *posição* x de uma partícula num eixo é a sua localização em relação à **origem**. A posição é positiva ou negativa, dependendo de que lado em relação à origem a partícula se encontra, ou é zero se estiver na origem. **Sentido positivo** em um eixo é o do crescimento dos números positivos; o oposto é o **sentido negativo**.

Deslocamento
O *deslocamento* Δx de uma partícula é a variação da sua posição:

$$\Delta x = x_2 - x_1. \tag{2-1}$$

Deslocamento é uma grandeza vetorial. Se a partícula se move no sentido positivo do eixo x, o deslocamento é positivo; se for no sentido oposto, é negativo.

Velocidade Média
Quando uma partícula se move da posição x_1 para x_2, num intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$, sua *velocidade média* é dada por:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \tag{2-2}$$

O sinal algébrico de $\bar{v}$ indica o sentido do movimento ($\bar{v}$ é uma grandeza vetorial). A velocidade média depende da distância entre o ponto inicial e final do movimento, e não da distância total percorrida pela partícula. O cálculo da velocidade média é mostrado nos Exemplos 2-1 e 2-2.

Num gráfico de x *versus* t, a velocidade média, em um intervalo Δt, é a inclinação da reta que une os pontos correspondentes ao início e ao fim do intervalo considerado.

Velocidade Escalar Média
A *velocidade escalar média* $|\bar{v}|$ de uma partícula depende da distância total percorrida no intervalo de tempo Δt:

$$|\bar{v}| = \frac{\text{distância total}}{\Delta t}. \tag{2-3}$$

Velocidade Instantânea
Se Δt tende a zero na Eq. 2-2, então Δx também tenderá a zero; entretanto, sua razão, que é $\bar{v}$, tenderá a um valor limite v, que é a *velocidade instantânea* (ou simplesmente **velocidade**) da partícula no instante considerado, ou

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}. \tag{2-4}$$

A velocidade instantânea (num determinado instante) pode ser representada pela inclinação (naquele ponto) da curva de x *versus* t. Ver Exemplo 2-3 e Fig. 2-9. A velocidade pode ser calculada derivando-se a função $x(t)$, conforme mostra o Exemplo 2-5. O módulo da velocidade instantânea é a **velocidade escalar**.

Aceleração Média
A *aceleração média* é a razão entre a variação da velocidade Δv e o intervalo de tempo correspondente Δt:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \tag{2-7}$$

O sinal algébrico indica o sentido de $\bar{a}$. Veja o Exemplo 2-6.

Aceleração Instantânea
A *aceleração instantânea* (ou simplesmente **aceleração**) é a taxa de variação da velocidade.

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}. \tag{2-8}$$

O Exemplo 2-7 mostra como obter $a(t)$, por derivação de $v(t)$. A aceleração $a(t)$ é a inclinação da curva no gráfico de v *versus* t.

Aceleração Constante
A Fig. 2-9 mostra $x(t)$, $v(t)$ e $a(t)$ para o caso particular em que a é constante. As cinco equações da Tabela 2-2 descrevem o movimento, nessa circunstância.

$$v = v_0 + at, \tag{2-9}$$

$$x - x_0 = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2, \tag{2-13}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0), \tag{2-14}$$

$$x - x_0 = \tfrac{1}{2}(v_0 + v)t, \tag{2-15}$$

$$x - x_0 = vt - \tfrac{1}{2}at^2. \tag{2-16}$$

Essas equações *não* são válidas quando a aceleração é variável. O uso dessas equações é ilustrado no Exemplo 2-8.

Aceleração de Queda Livre
Um exemplo importante de movimento retilíneo com aceleração constante é o de um objeto subindo ou caindo livremente próximo à superfície da Terra. As equações para a aceleração constante descrevem esse movimento, com duas pequenas alterações na notação: (1) o eixo vertical y é a referência para esse movimento, com o sentido positivo orientado *para cima*; (2) a aceleração a é substituída por $-g$, onde g é o módulo da aceleração de queda livre. O valor de g, próximo à superfície da Terra, é 9,8 m/s² (= 32 ft/s²). Com essas convenções, as Eqs. 2-19 a 2-23 retratam o movimento de queda livre. Os Exemplos 2-9, 2-10 e 2-11 mostram aplicações dessas equações.

A Estrutura da Matéria
Toda matéria comum é constituída de **átomos**, que, num modelo simples, apresentam um **núcleo** extremamente compacto circundado por **elétrons**. O núcleo é formado por **nêutrons** e **prótons**. Cada **elemento** é identificado pelo número de prótons em seu núcleo. Os **isótopos** são variações de um elemento, que diferem pelo número de nêutrons.

Quarks e Léptons
Os elétrons parecem ser partículas puntiformes, que não possuem tamanho nem estrutura interna, mas os prótons e os nêutrons têm dimensões e contêm outras partículas elementares chamadas **quarks**. Existem seis tipos básicos de quarks, cada um com sua antipartícula. Os elétrons são da família de partículas conhecida como **léptons**, que também possui seis tipos básicos, cada um com a sua respectiva antipartícula.

QUESTIONÁRIO

1. Cite alguns fenômenos físicos, relacionados com a Terra, em que ela não possa ser tratada como uma partícula.

2. A velocidade escalar de uma partícula pode ser negativa? Se pode, dê um exemplo; se não, explique por quê.

3. Um coelho percorre, a cada segundo, metade da distância entre seu nariz e um pé de alface. O coelho consegue alcançar o pé de alface? Qual o valor limite da velocidade do coelho? Trace os gráficos da posição e da velocidade média *versus* o tempo para o movimento do coelho.

4. Neste livro, a velocidade escalar média é a razão da distância total percorrida pelo tempo gasto em percorrê-la. Todavia, algumas vezes, esse conceito é usado para expressar o módulo da velocidade média. Como, e em que casos, os conceitos diferem?

5. Numa prova de duas voltas, para qualificação, um carro de corrida completa a primeira volta com uma velocidade escalar média de 145 km/h. Ao realizar a segunda volta, o piloto pode fazer com que a velocidade escalar média das duas voltas seja de 290 km/h? Explique.

6. Bob vence Judy por 10 m, numa prova de 100 m rasos. Querendo dar a Judy uma nova chance, em igualdade de condições, Bob concorda em correr novamente, iniciando 10 m atrás da linha de partida. Isso dará a Judy, realmente, igualdade de condições?

7. Quando a velocidade é constante, a velocidade média, num intervalo qualquer de tempo, pode ser diferente da velocidade instantânea em um instante qualquer? Em caso afirmativo, exemplifique; se negativo, explique por quê.

8. Se a aceleração não é constante, a velocidade média de uma partícula, movendo-se no eixo x, pode ser $(v_0 + v)/2$? Prove, com um gráfico, a sua resposta.

9. (a) Um objeto, com velocidade zero, pode estar acelerado? (b) Um objeto pode ter velocidade constante e ter, ao mesmo tempo, velocidade escalar variável? Para cada caso, se a resposta for sim, dê um exemplo; se for não, explique por quê.

10. A velocidade de um móvel, com aceleração constante, pode mudar o sentido? Se pode, dê um exemplo; se não, explique por quê.

11. A velocidade escalar de um móvel, com aceleração decrescente, pode aumentar? Em caso afirmativo, exemplifique; em caso negativo, explique.

12. Se uma partícula é acelerada a partir do repouso ($v_0 = 0$) em $x_0 = 0$, a partir do instante $t = 0$, a Eq. 2-13 diz que ela passa pelo ponto x duas vezes, nos instantes $+\sqrt{2x/a}$ e $-\sqrt{2x/a}$. A raiz negativa tem significado? Se, por outro lado, a partícula estivesse se movendo antes de $t = 0$, a raiz negativa teria significado?

13. Dê exemplos de objetos em queda para os quais não seria razoável desprezar a resistência do ar.

14. Uma pessoa na beira de um penhasco lança uma bola para cima em linha reta, com velocidade escalar inicial u, e outra para baixo com a mesma velocidade escalar inicial. Que bola, se for o caso, chega ao solo com maior velocidade escalar? Despreze a resistência do ar.

15. Suponha que o tripulante de um balão deixe cair uma maçã pela janela, no momento em que o balão está decolando com uma aceleração inicial de 4,0 m/s². Qual a aceleração da maçã, depois que foi solta? Se a velocidade do balão era de 2 m/s no instante em que a maçã foi solta, qual era a velocidade da maçã logo depois?

16. Num planeta, onde o valor de g corresponde à metade do valor na Terra, um objeto é solto do repouso e cai ao solo. Qual o tempo necessário para que ele alcance o solo, em relação ao tempo que levaria para uma queda da mesma altura, na Terra?

17. Uma segunda bola é solta no poço de um elevador 1 s depois de a primeira ser solta. (a) O que acontece no decorrer do tempo com a distância entre as bolas? (b) Como a razão v_1/v_2, entre a velocidade da primeira bola e a velocidade da segunda, varia com o tempo?

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

A seguir, serão solicitados, em muitos problemas, gráficos de posição, velocidade e aceleração versus *tempo. Em geral, basta desenhar as retas e curvas devidamente identificadas e numa escala adequada. Você pode usar a ajuda de um computador ou uma calculadora programável.*

Seção 2-3 Velocidade Média e Velocidade Escalar Média

1E. Carl Lewis corre os 100 m rasos em cerca de 10 s, e Bill Rodgers corre a maratona (42,19 km) em cerca de 2h10min. (a) Qual a velocidade escalar média deles? (b) Se Lewis pudesse manter a sua velocidade durante uma maratona, em quanto tempo cruzaria a faixa de chegada?

2E. Ao dar um espirro forte, seus olhos podem fechar por 0,50 s. Se você estiver dirigindo um carro a 90 km/h, que distância percorrerá durante esse tempo?

3E. Um piscar de olhos dura, em média, 100 ms. Que distância um Mig-25 "Foxbat" voará, durante um piscar de olhos do piloto, se a velocidade média do avião é de 3.395 km/h?

4E. Roger Clemens, lançador do Boston Red Sox, lançava, costumeiramente uma bola de beisebol com velocidade horizontal de 160 km/h, conforme verificado por um radar. Em quanto tempo a bola alcançava a base, 18,4 m à frente?

5E. A Fig. 2-15 é o gráfico, em milhões de anos, da idade de um antigo sedimento, em função da distância a uma determinada elevação oceânica. O material, no fundo do mar, se afasta dessa elevação a uma velocidade aproximadamente constante. Qual a velocidade escalar, em centímetros por ano, com que esse material se afasta?

6E. O limite de velocidade na via expressa Nova Iorque-Búfalo foi alterado de 88,5 km/h (= 55 mi/h) para 105 km/h (= 65 mi/h). Qual o tempo economizado por um motorista, nos 700 km entre Búfalo e Nova Iorque, dirigindo à velocidade limite?

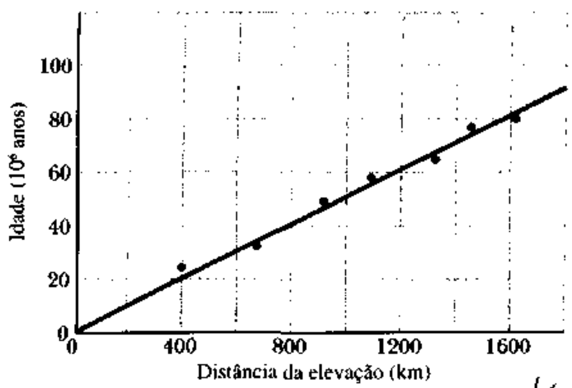


Fig. 2-15 Exercício 5.

7E. Usando com atenção as tabelas do Apêndice F, calcule a velocidade da luz (= 3×10^8 ms) em milhas por hora, pés por segundo e anos-luz por ano.

8E. Um automóvel viaja 40 km numa estrada retilínea, à velocidade de 30 km/h. Depois, percorre mais 40 km no mesmo sentido com uma velocidade de 60 km/h. (a) Qual a velocidade média do carro nesses 80 km de viagem? (Suponha que o movimento é no sentido positivo do eixo x.) (b) Qual a velocidade escalar média? (c) Trace o gráfico x *versus* t e mostre como a velocidade média é encontrada.

9P. Calcule a sua velocidade média, nos seguintes casos: (a) Numa pista retilínea, você anda 72 m à velocidade de 1,2 m/s, depois corre 72 m a 3 m/s. (b) Na mesma pista, você caminha a 1,2 m/s, durante 1,0 min e depois corre a 3,0 m/s, durante 1,0 min. (c) Faça o gráfico x *versus* t para ambos os casos e indique, no mesmo, como obter a velocidade média.

10P. Um carro sobe um morro na velocidade constante de 40 km/h, e volta, descendo, a 60 km/h. Calcule a velocidade escalar média de todo o percurso.

11P. Durante a metade do *tempo*, você vai de San Antonio a Houston a 60 km/h, e a outra metade a 90 km/h. Na volta, você viaja a metade da *distância* a 60 km/h, e a outra metade a 90 km/h. Qual a sua velocidade escalar média (a) de San Antonio a Houston, (b) de Houston a San Antonio e (c) em toda a viagem? (d) Qual a velocidade média de toda a viagem? (e) Trace o gráfico x *versus* t para o item (a), considerando que o movimento é no sentido positivo do eixo x. Mostre como a velocidade média pode ser determinada a partir do gráfico.

12P. A posição de um objeto em movimento retilíneo é dada por $x = 3t - 4t^2 + t^3$, onde x está em metros e t em segundos. (a) Qual a posição do objeto em $t = 1$ s, 2 s, 3 s e 4 s? (b) Qual o deslocamento entre $t = 0$ e $t = 4$ s? (c) Qual a velocidade média no intervalo $t = 2$ s a $t = 4$ s? (d) Trace o gráfico x *versus* t para $0 \leq t \leq 4$ s e mostre como a resposta de (c) pode ser encontrada a partir dele.

13P. A posição, em centímetros, de uma partícula em movimento no eixo x é dada por $x = 9{,}75 + 1{,}50t^3$, onde t é dado em segundos. Considere o intervalo $t = 2{,}00$ s a $t = 3{,}00$ s e calcule: (a) a velocidade média; (b) a velocidade instantânea em $t = 2{,}00$ s; (c) a velocidade instantânea em $t = 3{,}00$ s; (d) a velocidade instantânea em $t = 2{,}50$ s; e (e) a velocidade instantânea, quando a partícula está no ponto médio das posições em $t = 2{,}00$ s e $t = 3{,}00$ s; (f) indique suas respostas num gráfico x *versus* t.

14P. Um jato, em manobra anti-radar, voa, horizontalmente, a 35 m acima do solo. De repente, o avião está diante de uma leve inclinação de 4,3° no terreno, um obstáculo difícil de detectar. Veja a Fig. 2-16. Quanto tempo o piloto tem para fazer a correção da aeronave, de modo a evitar a colisão com o solo? A velocidade do avião é de 1.300 km/h.

Fig. 2-16 Problema 14.

15P. Dois trens trafegam, no mesmo trilho, um em direção ao outro, cada um com a velocidade escalar de 30 km/h. Quando estão a 60 km de distância um do outro, um pássaro, que voa a 60 km/h, parte da frente de um trem para a do outro. Alcançando o outro trem, ele volta para o primeiro, e assim por diante. (Não temos idéia da razão desse comportamento do pássaro.) (a) Quantas viagens o pássaro faz, de um trem para o outro, até a colisão? (b) Qual a distância total percorrida pelo pássaro?

Seção 2-4 Velocidade Instantânea e Velocidade Escalar

16E. (a) Se a posição de uma partícula é dada por $x = 4 - 12t + 3t^2$ (onde t é dado em segundos e x, em metros), qual é a velocidade em $t = 1$ s? (b) Nesse instante, ela está se movendo no sentido crescente ou decrescente de x? (c) Qual a velocidade escalar nesse instante? (d) A velocidade escalar aumenta ou diminui nos instantes seguintes? (Tente responder os próximos dois itens sem efetuar outros cálculos.) (e) A velocidade é zero em algum instante? (f) Em algum instante, após $t = 3$ s, a partícula estará se movendo para a esquerda, no eixo x?

17E. O gráfico da Fig. 2-17 descreve o movimento de um animal que corre para a esquerda (sentido decrescente de x) e para a direita ao longo do eixo x. (a) Quando, se for o caso, o animal está à esquerda da origem? Em que instantes, se for o caso, a velocidade é (b) negativa (c) positiva ou (d) zero?

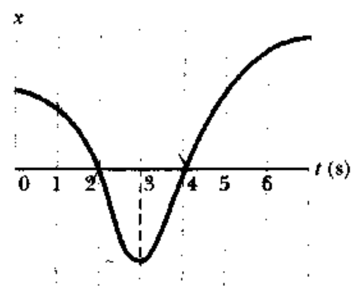


Fig. 2-17 Exercício 17.

18E. Trace o gráfico x *versus* t relativo à correria de um rato colocado num corredor estreito (eixo x), que se move nesta seqüência: (1) corre para a esquerda (x decrescente) com a velocidade escalar constante de 1,2 m/s, (2) diminui gradualmente a velocidade escalar para 0,6 m/s, para a esquerda, (3) aumenta gradualmente a velocidade escalar para 2,0 m/s, ainda para a esquerda, (4) diminui continuamente até parar e depois acelera até atingir 1,2 m/s, para a direita. Onde é maior a inclinação da curva? E menor?

19P. Considere o gráfico velocidade-tempo, do movimento de um corredor, mostrado na Fig. 2-18. Que distância o corredor percorre em 16 s?

Seção 2-5 Aceleração

20E. Um carro acelera a 9,2 km/h·s. Qual a sua aceleração em m/s²?

21E. A velocidade de uma partícula passou de 18 m/s para 30 m/s, no sentido oposto, depois de 2,4 s. Qual o módulo da aceleração média da partícula nesse intervalo de tempo? Mostre, num gráfico v *versus* t, como podemos calcular a velocidade média.

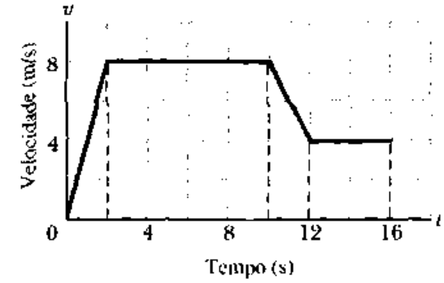


Fig. 2-18 Problema 19.

22E. O gráfico velocidade-tempo da Fig. 2-19 descreve o movimento retilíneo de um objeto. Trace o gráfico da aceleração em função do tempo para o mesmo objeto.

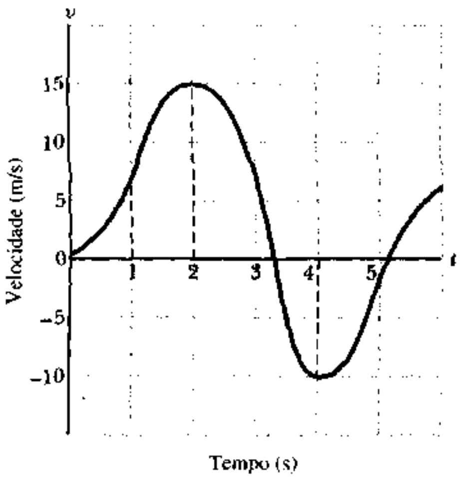


Fig. 2-19 Exercício 22.

23E. A Fig. 2-20*a* mostra o gráfico *x versus t* de uma partícula em movimento retilíneo. (a) Diga se a velocidade v é positiva, negativa, ou zero, e se a aceleração a é positiva, negativa, ou zero, nos intervalos *AB, BC, CD* e *DE*. (Ignore os pontos finais dos intervalos.) (b) Para algum intervalo da curva, pode-se dizer que a aceleração obviamente não é constante? (c) Se os dois eixos forem deslocados para cima, de forma que o eixo t fique sobre a linha pontilhada da figura, as respostas anteriores mudam?

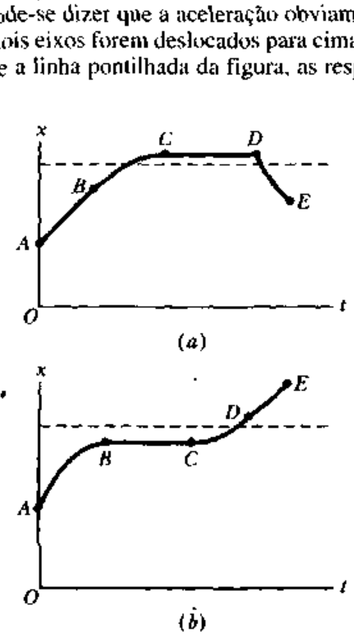


Fig. 2-20 Exercícios 23 e 24.

24E. Repita o Exercício 23 para o movimento descrito pelo gráfico da Fig. 2-20*b*.

25E. O gráfico $x(t)$ do movimento de uma partícula ao longo do eixo x é mostrado na Fig. 2-21. Faça um esboço dos gráficos da velocidade *versus* o tempo e da aceleração *versus* o tempo para esse movimento.

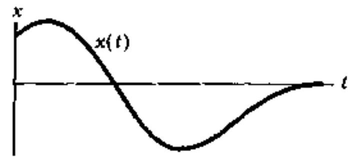


Fig. 2-21 Exercício 25.

26E. Esboce um gráfico que seja uma possível descrição da posição em função do tempo para uma partícula que se move no eixo x e tem, em $t = 1$ s: (a) aceleração positiva e velocidade zero; (b) aceleração negativa e velocidade zero; (c) velocidade negativa e aceleração positiva; (d) velocidade e aceleração negativas. (e) Em qual dessas situações a velocidade escalar da partícula está aumentando em $t = 1$ s?

27E. Considere as grandezas $(dx/dt)^2$ e d^2x/dt^2. (a) As duas são expressões diferentes para representar a mesma coisa? (b) Quais são as unidades SI das duas grandezas?

28E. Uma partícula se move ao longo do eixo x de acordo com a equação $x = 50t + 10t^2$, onde x está em metros e t em segundos. Calcule (a) a velocidade média da partícula, durante os primeiros 3,0 s de movimento, (b) a velocidade instantânea da partícula em $t = 3{,}0$ s e (c) a aceleração instantânea em $t = 3{,}0$ s. (d) Faça o gráfico *x versus t* e mostre como a resposta de (a) pode ser obtida dele. (e) Indique no gráfico a resposta de (b). Faça o gráfico *v versus t* e indique nele a resposta ao item (c).

29E. (a) A posição de uma partícula é dada por $x = 20t - 5t^3$, com x em metros e t em segundos. Quando, se ocorrer, a velocidade da partícula é zero? (b) Quando a aceleração é zero? (c) Quando a aceleração é negativa? Positiva? (d) Trace o gráfico de $x(t)$, $v(t)$ e $a(t)$.

30P. Um homem permanece parado de $t = 0$ a $t = 5{,}00$ min; de $t = 5{,}00$ min a $t = 10{,}0$ min ele caminha rapidamente em linha reta, com a velocidade constante de 2,20 m/s. Quais suas velocidade e aceleração médias durante os seguintes intervalos de tempo: (a) 2,00 min a 8,00 min e (b) 3,00 min a 9,00 min? (c) Esboce os gráficos *x versus t* e *v versus t*, indicando ainda como as repostas de (a) e (b) podem ser obtidas a partir dos mesmos.

31P. Se a posição de um objeto é dada por $x = 2{,}0t^3$, com x em metros e t em segundos, calcule (a) a velocidade média e a aceleração média entre $t = 1{,}0$ s e $t = 2{,}0$ s e (b) as velocidades e as acelerações instantâneas em $t = 1{,}0$ s e $t = 2{,}0$ s. (c) Compare as grandezas médias e instantâneas, explicando em cada caso, por que uma é maior do que a outra. (d) Mostre nos gráficos *x versus t* e $\overline{v}$ *versus t* as respostas aos itens (a) e (b).

32P. Numa aventura de videogame, um ponto é programado para se mover pela tela, segundo a equação $x = 9{,}00t - 0{,}750t^3$, onde x é a distância, em centímetros, em relação ao canto esquerdo da tela, e t é o tempo em segundos. Quando o ponto alcança um dos cantos da tela, em $x = 0$ ou $x = 15{,}0$ cm, t se torna zero e o ponto volta a se mover de acordo com $x(t)$. (a) Em que instante, após iniciar o movimento, o ponto pára? (b) Em que ponto isso ocorre? (c) Quando isso acontece, qual é a aceleração? (d) Em que sentido está-se movendo imediatamente antes de parar? (e) E logo depois? (f) Em que instante, após $t = 0$, ele alcança um canto da tela pela primeira vez?

33P. A posição de uma partícula, se movendo no eixo x, se relaciona com o tempo pela equação $x = et^2 - bt^3$, onde x está em metros e t, em segundos. (a) Quais devem ser as dimensões e as respectivas unidades de e e b? A seguir, atribua os valores 3,0 e 1,0 a e e b, respectivamente. (b) Em que instante a partícula alcança a posição máxima de x, no sentido positivo? (c) Que distância a partícula percorre nos primeiros 4,0 s? (d) Qual é o deslocamento de $t = 0$ a $t = 4{,}0$ s? (e) Qual é a velocidade em t = 1,0; 2,0; 3,0 e 4,0 s? (f) Qual é a aceleração nesses instantes?

Seção 2-6 Aceleração Constante: Um Caso Especial

34E. A cabeça de uma cascavel pode acelerar 50 m/s² no instante do ataque. Se um carro, partindo do repouso, também pudesse imprimir essa aceleração, em quanto tempo atingiria a velocidade de 100 km/h?

35E. Um objeto tem uma aceleração constante de + 3,2 m/s². Num determinado instante, sua velocidade é + 9,6 m/s. Qual é a velocidade (a) 2,5 s antes e (b) 2,5 s depois?

36E. Um automóvel aumenta, uniformemente, sua velocidade de 25 para 55 km/h, em 0,50 min. Um ciclista acelera uniformemente do repouso até atingir 30 km/h em 0,50 min. Calcule suas acelerações.

37E. Suponha que um foguete se mova no espaço com uma aceleração constante igual a 9,8 m/s², o que dará, uma sensação de gravidade normal durante o vôo. (a) Se ele parte do repouso, em quanto tempo alcançará um décimo da velocidade da luz, que é de $3{,}0 \times 10^8$ m/s? (b) Que distância percorrerá nesse intervalo de tempo?

38E. Na decolagem, um jumbo tem que alcançar, na pista, a velocidade de 360 km/h (= 225 mi/h). Qual a menor aceleração constante necessária para decolar em uma pista de 1,80 km?

39E. Um múon (uma partícula elementar) entra num campo elétrico com uma velocidade de $5{,}00 \times 10^6$ m/s, onde é desacelerado à razão de $1{,}25 \times 10^{14}$ m/s². (a) Que distância o múon percorre até parar? (b) Faça os gráficos x *versus* t e v *versus* t para o múon.

40E. Um elétron, com velocidade inicial $v_0 = 1{,}50 \times 10^5$ m/s, entra numa região de 1,0 cm de comprimento, onde é acelerado eletricamente (Fig. 2-22), e sai com uma velocidade $v = 5{,}70 \times 10^6$ m/s. Supondo a aceleração constante, calcule-a. (Esse é o processo que ocorre no interior dos tubos de raios catódicos utilizados nos osciloscópios e receptores de televisão.)

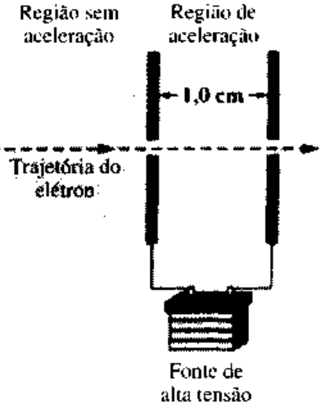


Fig. 2-22 Exercício 40.

41E. Um carro a 97 km/h é freado e pára em 43 m. (a) Qual o módulo da aceleração (na verdade, da desaceleração) em unidades SI e em "unidades g"? (Suponha que a é constante.) (b) Qual é o tempo de frenagem? Se o seu tempo de reação T, para frear, é de 400 ms, a quantos "tempos de reação" corresponde o tempo de frenagem?

42E. Um recorde mundial de velocidade em terra foi estabelecido em 19 de março de 1954 pelo Coronel John P. Stapp, pilotando um veículo impulsionado por um foguete deslizando sobre um trilho a 1.020 km/h. Ele e o veículo pararam em 1,4 s. Veja Fig. 2-8. A que aceleração ele foi submetido? Expresse a resposta em função da aceleração de queda livre g.

43E. Numa estrada seca, um carro com pneus em bom estado é capaz de frear com uma desaceleração de 4,92 m/s² (suponha constante). (a) Viajando inicialmente a 24,6 m/s, em quanto tempo esse carro consegue parar? (b) Que distância percorre nesse tempo? (c) Faça os gráficos x *versus* t e v *versus* t, para a desaceleração.

44E. Um carro-foguete, correndo num trilho retilíneo, é usado para investigar os efeitos fisiológicos de grandes acelerações em seres humanos. Um carro desses pode alcançar a velocidade de 1.600 km/h, em 1,8 s, partindo do repouso. (a) Supondo a aceleração constante, calcule-a em unidades g. (b) Qual a distância percorrida nesse tempo?

45E. Os freios de um carro são capazes de produzir uma desaceleração de 5,1 m/s². (a) Se você está dirigindo a 140 km/h e avista, de repente, um posto policial, qual o tempo mínimo necessário para reduzir a velocidade até o limite permitido de 80 km/h? (A resposta revela a inutilidade de frear para evitar que a alta velocidade seja detectada pelo radar.) (b) Trace o gráfico x *versus* t e v *versus* t para essa desaceleração.

46P. Um certo carro de corrida pode acelerar de 0 a 60 km/h em 5,4 s. (a) Durante esse tempo, qual a aceleração média em m/s²? (b) Supondo a aceleração constante, quanto se deslocará nesses 5,4 s? (c) Mantendo a mesma aceleração, em quanto tempo percorrerá a distância de 0,25 km?

47P. Um trem parte do repouso e se move com aceleração constante. Em um determinado instante, ele viaja a 30 m/s e, 160 m adiante, trafega a 50 m/s. Calcule (a) a aceleração, (b) o tempo necessário para percorrer os 160 m mencionados, (c) o tempo necessário para atingir a velocidade de 30 m/s e (d) a distância percorrida desde o repouso até o instante em que sua velocidade era de 30 m/s. (e) Faça o gráfico x *versus* t e v *versus* t para o movimento do trem a partir do repouso.

48P. Um automóvel viajando a 56,0 km/h está a 24,0 m de um obstáculo, quando o motorista aciona os freios. O carro colide com o obstáculo 2,00 s depois. (a) Qual foi a desaceleração, suposta constante, do automóvel antes do impacto? (b) Qual a velocidade do carro, no impacto?

49P. Um carro se movendo com aceleração constante percorre, em 6,0 s, a distância entre dois pontos separados de 60,0 m. Quando passa pelo segundo ponto, sua velocidade é de 15,0 m/s. (a) Qual é a velocidade no primeiro ponto? (b) Qual a aceleração? (c) A que distância do primeiro ponto o carro estava em repouso? (d) Trace o gráfico x *versus* t e v *versus* t para o movimento do carro a partir do repouso.

50P. Duas estações de metrô estão separadas por 1.100 m. Se o trem do metrô parte do repouso e mantém uma aceleração de + 1,2 m/s² durante a primeira metade da distância, e depois desacelera a − 1,2 m/s² durante a segunda metade, quais são (a) o tempo de viagem e (b) a velocidade máxima? (c) Trace os gráficos x, v e a *versus* t, para a viagem.

51P. Para parar um carro, você necessita de um certo tempo de reação antes de começar a frear; a partir daí, o carro diminui sua velocidade em função da desaceleração constante da freada. Suponha que o carro percorre uma distância total de 56 m nessas duas fases, quando a velocidade inicial é de 80 km/h, e 24 m quando a velocidade inicial é de 50 km/h. Qual é (a) o tempo de reação e (b) o módulo da desaceleração?

52P. Quando um motorista pára um carro, tão rápido quanto possível, a distância percorrida, até o carro parar, é obtida da soma da "distância de reação", que é igual à velocidade inicial multiplicada pelo tempo de reação do motorista, com a "distância de frenagem", que é a distância percorrida pelo carro enquanto está freando. A tabela mostra valores típicos:

Velocidade Inicial (m/s)	*Distância de Reação (m)*	*Distância de Frenagem (m)*	*Distância até Parar (m)*
10	7,5	5,0	12,5
20	15	20	35
30	22,5	45	67,5

(a) Qual o tempo de reação do motorista? (b) Se a velocidade inicial do carro é 25 m/s, qual a distância percorrida até o carro parar?

53P. (a) Se a aceleração máxima tolerável pelos passageiros num metrô é 1,34 m/s², e as estações estão separadas por 806 m, qual a velocidade máxima que o trem pode alcançar, entre as estações? (b) Qual o tempo de viagem entre as estações? (c) Qual a máxima velocidade média que o trem pode atingir, se ele pára 20 s em cada estação? (d) Faça os gráficos x, v e a *versus* t.

54P. Quando a luz verde de um sinal de trânsito acende, um carro parte com aceleração constante $a = 2{,}2$ m/s². No mesmo instante, um caminhão, com velocidade constante de 9,5 m/s, ultrapassa o automóvel. (a) A que distância, após o sinal, o carro ultrapassará o caminhão? (b) Qual a velocidade do carro nesse instante?

55P. A cabine do elevador do New York Marquis Marriot percorre uma distância total de 187 m. Sua velocidade máxima é de 304 m/min. A aceleração e a desaceleração têm módulos iguais a 1,2 m/s². (a) Que distância percorre, a partir do repouso, acelerando até a velocidade máxima? (b) Quanto tempo leva, a partir do repouso, para fazer todo o percurso sem parar?

56P. Um trem de passageiros de alta velocidade, viajando a 160 km/h, entra numa curva e o maquinista se surpreende ao avistar uma locomotiva que acabara de entrar indevidamente no mesmo trilho, oriunda de um desvio 0,68 km adiante; veja a Fig. 2-23. A locomotiva está-se movendo a 29 km/h. O maquinista do trem de passageiros aplica imediatamente os freios. (a) Qual deve ser o módulo da aceleração resultante (suposta constante) para evitar a colisão? (b) Suponha que o maquinista está na posição $x = 0$ quando avista a locomotiva em $t = 0$. Trace as curvas $x(t)$ para a locomotiva e o trem na situação limite em que a colisão é evitada. Acrescente outra curva para representar o que acontece se a taxa de frenagem não for suficiente para evitar a colisão.

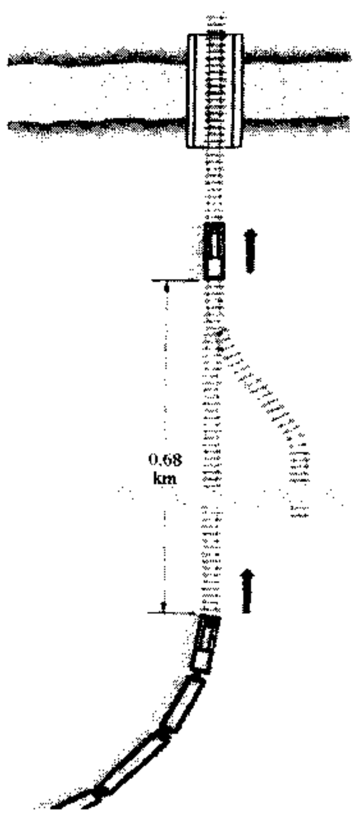


Fig. 2-23 Problema 56.

57P. Dois trens, em movimento retilíneo, viajam, na mesma direção e em sentidos opostos, um a 72 km/h e o outro a 144 km/h. Quando estão a 950 m um do outro, os maquinistas se avistam e aplicam os freios. Determine se haverá colisão, sabendo-se que a desaceleração de cada trem é de 1,0 m/s².

58P. Trace o gráfico $v(t)$ associado ao gráfico $a(t)$ mostrado na Fig. 2-24.

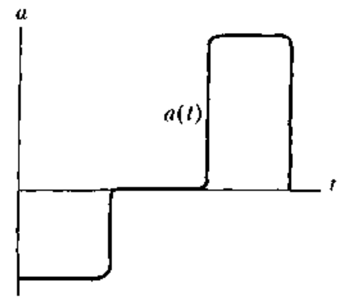


Fig. 2-24 Problema 58.

Seção 2-8 Aceleração de Queda Livre

59E. Numa construção, uma ferramenta cai e chega ao solo com a velocidade de 24 m/s. (a) De que altura a ferramenta caiu? (b) Qual foi o tempo de queda? (c) Trace os gráficos de y, v e a *versus* t.

60E. (a) Com que velocidade uma bola deve ser lançada verticalmente para cima, de forma a alcançar a altura máxima de 50 m? (b) Quanto tempo ela ficará no ar? (c) Desenhe os gráficos y, v e a *versus* t. Indique, nos dois primeiros gráficos, o instante em que ela alcança os 50 m.

61E. Considere que a chuva cai de uma nuvem, 1.700 m acima da superfície da Terra. Se desconsiderarmos a resistência do ar, com que velocidade as gotas de chuva atingiriam o solo? Seria seguro caminhar ao ar livre durante um temporal?

62E. Um elevador de construção vazio é sustentado por um cabo que quebra quando o elevador está parado no alto da construção de 120 m de altura. (a) Com que velocidade o elevador bate no solo? (b) Qual o tempo de queda? (c) Qual era a sua velocidade na metade do caminho de descida? (d) Qual o tempo de queda até a metade da descida?

63E. Um vândalo joga uma pedra com velocidade inicial de 12 m/s, verticalmente para baixo, do telhado de um prédio de 30,0 m de altura. (a) Em quanto tempo a pedra alcança o solo? (b) Qual a velocidade dela no instante do impacto?

64E. O dispositivo para pesquisa sob gravidade zero, localizado no Lewis Research Center, da NASA, inclui uma torre de 145 m de altura. Faz-se vácuo no interior dessa torre e deixa-se cair uma esfera de 1 m de diâmetro contendo equipamentos de pesquisa. (a) Qual o tempo de queda livre da esfera? (b) Qual a velocidade no instante em que chega à base da torre? (c) Ao bater no fundo da torre, a esfera é submetida a uma desaceleração média de $25g$, até sua velocidade ser reduzida a zero. Qual a distância percorrida pelo centro da esfera durante a desaceleração?

65E. Um modelo de foguete, propelido por queima de combustível, decola verticalmente. Trace qualitativamente (não são necessários valores numéricos) os gráficos y, v e a *versus* t para o vôo do foguete. Indique, ao terminar o combustível, quando o foguete alcança a altura máxima e quando retorna ao solo.

66E. Uma rocha despenca de um penhasco de 100 m de altura. Quanto tempo leva para cair (a) os primeiros 50 m e (b) os 50 m restantes?

67P. Um tatu assustado salta para cima (Fig. 2-25), subindo 0,544 m em 0,200 s. (a) Qual era sua velocidade inicial? (b) Qual a sua velocidade nessa altura? (c) Quanto ele ainda subirá?

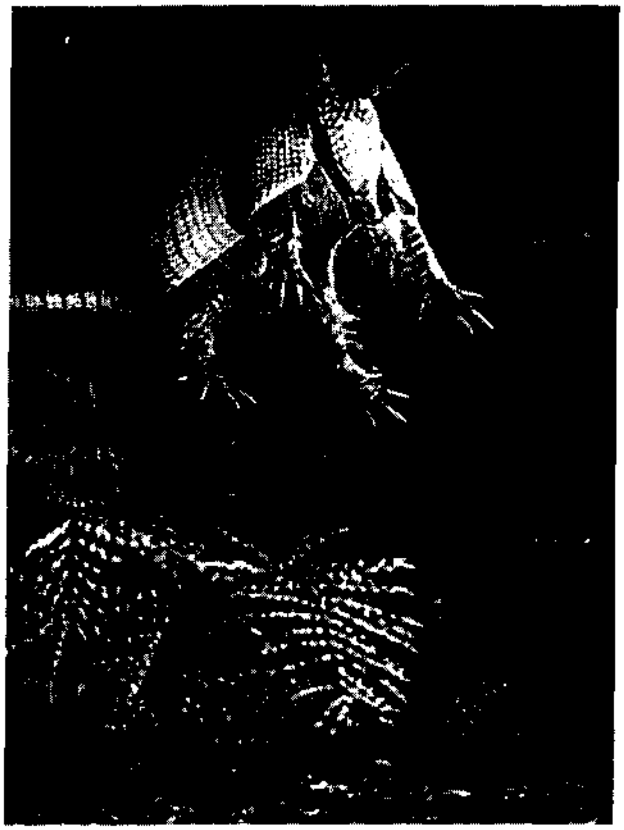


Fig. 2-25 Problema 67.

68P. Um modelo de foguete é lançado verticalmente e sobe com uma aceleração constante de 4,00 m/s², por 6,00 s. Seu combustível então acaba e ele passa a mover-se como uma partícula em queda livre. (a) Qual a altura máxima atingida pelo foguete? (b) Qual o tempo total decorrido desde o lançamento até sua queda na Terra?

69P. Um objeto é largado de uma ponte a 45 m acima da água. O objeto cai dentro de um barco que se desloca com velocidade constante e estava a 12 m do ponto de impacto no instante em que o objeto foi solto. Qual é a velocidade do barco?

70P. Um jogador de basquetebol, em pé próximo à cesta para agarrar um rebote, salta verticalmente 76,0 cm. Quanto tempo ele gasta (a) nos 15,0 cm mais altos desse pulo e (b) nos 15,0 cm mais baixos? Isso ajuda a explicar por que esses jogadores parecem ficar parados no ar, no alto de seus pulos? Veja a Fig. 2-26.

71P. No National Physical Laboratory, na Inglaterra, foi realizada uma medida da aceleração da gravidade g atirando-se uma bola de vidro para cima no interior de um tubo onde se fez vácuo. Na Fig. 2-27, consideremos ΔT_S o intervalo de tempo entre duas passagens da bola pelo nível inferior, ΔT_I o intervalo entre duas passagens pelo nível superior e H a distância entre os dois níveis. Mostre que

$$g = \frac{8H}{\Delta T_S^2 - \Delta T_I^2}.$$

Fig. 2-26 Problema 70.

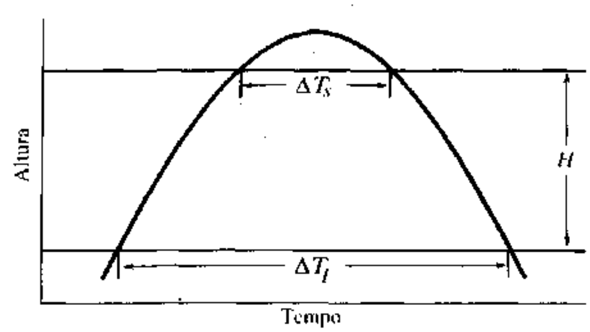


Fig. 2-27 Problema 71.

72P. Uma bola de argila umedecida cai de uma altura de 15,0 m. Fica em contato com o solo por 20,0 ms, antes de parar. Qual a aceleração média da bola, durante o tempo de contato com o solo? (Considere a bola como uma partícula.)

73P. Uma bola é atirada verticalmente *para baixo*, de uma altura H, com *velocidade* inicial v_0. (a) Qual será sua velocidade, no instante que bater no solo? (b) Quanto tempo levará para a bola chegar ao solo? (c) Quais seriam as respostas de (a) e (b) se a bola fosse jogada para cima, da mesma altura, e com a mesma velocidade inicial? Antes de resolver qualquer equação, decida se cada resposta aqui deve ser maior, igual ou menor do que em (a) e (b).

74P. A Fig. 2-28 mostra um dispositivo simples para você medir o seu tempo de reação. É feito com uma tira de papel-cartão, com uma escala graduada e duas marcas. Um amigo segura a tira entre o polegar e o indicador, na altura da marca superior, e você posiciona seu polegar e seu

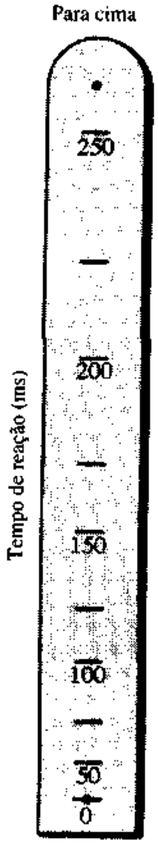


Fig. 2-28 Problema 74.

indicador, na altura da marca inferior, sem entretanto tocar na tira. Seu amigo solta a tira e você tenta agarrá-la o mais rápido possível. A posição na escala em que você conseguiu segurar a tira dá o seu tempo de reação. (a) A que distância da marca inferior você colocaria o ponto de 50,0 ms? (b) Quanto mais acima estariam os pontos de 100, 150, 200 e 250 ms? (O ponto de 100 ms, por exemplo, estaria no dobro da distância do ponto de 50 ms? Você consegue encontrar algum padrão nas suas respostas?)

75P. Um malabarista joga bolas verticalmente para cima até uma certa distância, no ar. A que altura deve jogá-las para que elas fiquem o dobro do tempo no ar?

76P. Uma pedra é atirada verticalmente para cima. Na subida, passa pelo ponto A com velocidade v e pelo ponto B, 3,00 m acima, com velocidade $v/2$. Calcule (a) a velocidade v e (b) a altura máxima alcançada pela pedra acima do ponto B.

77P. Para testar a qualidade de uma bola de tênis, você a solta de uma altura de 4,00 m. Ela quica e volta até uma altura de 3,00 m. Qual a aceleração média, durante o contato com o chão, se o tempo de contato foi de 10,0 ms?

78P. Do cano de um chuveiro, a água pinga no chão, 200 cm abaixo. As gotas caem a intervalos regulares, e a primeira gota bate no chão, no instante em que a quarta gota começa a cair. Determine as posições da segunda e da terceira gotas, no instante em que a primeira bate no chão.

79P. Uma bola de chumbo é deixada cair de um trampolim localizado a 5,20 m acima da superfície de um lago. A bola bate na água com uma certa velocidade e afunda com a mesma velocidade constante. Ela chega ao fundo 4,80 s após ter sido largada. (a) Qual é a profundidade do lago? (b) Qual é a velocidade média da bola? (c) Suponha que toda a água do lago seja drenada. A bola é atirada do trampolim e, novamente, chega ao fundo 4,80 s depois. Qual é a velocidade inicial da bola?

80P. Se um objeto percorre a metade do percurso total no último segundo de sua queda, tendo partido do repouso, determine: (a) o tempo e (b) a altura da queda. Explique a solução fisicamente inaceitável da equação quadrática no tempo obtida aqui.

81P. Uma mulher sofreu uma queda de 43 m do alto de um prédio, sobre uma caixa metálica de ventilação, provocando um afundamento de 46 cm na caixa. Ela sobreviveu, sem ferimentos graves. Qual a aceleração dela (supondo constante) durante a colisão? Expresse a resposta em função da aceleração da gravidade g.

82P. Uma pedra é largada de uma ponte a 43 m acima da superfície da água. Outra pedra é atirada, para baixo, 1,00 s depois da primeira cair. Ambas chegam na água ao mesmo tempo. (a) Qual era a velocidade inicial da segunda pedra? (b) Faça o gráfico da velocidade *versus* o tempo, para cada pedra, considerando $t = 0$ o instante em que a primeira pedra foi largada.

83P. Um pára-quedista salta e cai livremente por 50 m. Em seguida, o pára-quedas se abre e ele desacelera a 2,0 m/s^2. Quando chega ao solo, sua velocidade é de 3,0 ms. (a) Quanto tempo o pára-quedista fica no ar? (b) De que altura ele saltou?

84P. Dois objetos caem da mesma altura em queda livre, com 1,0 s de intervalo. Quanto tempo os dois ficam separados por 10 m depois de o primeiro objeto cair?

85P. A Fig. 2-29 mostra Clara pulando de uma ponte, seguida de perto por Jim. Quanto tempo Jim esperou para saltar depois de Clara? Admita que Jim tem 170 cm de altura e que a origem do salto é o topo da figura. Faça medidas em escala, diretamente sobre a figura.

Fig. 2-29 Problema 85.

86P. Um balão sobe com velocidade de 12 m/s e, quando está a 80 m de altura, um pacote se desprende dele. (a) Em quanto tempo o pacote atinge o solo? (b) Com que velocidade o pacote chega ao solo?

87P. Um elevador sem teto está subindo com uma velocidade constante de 10 m/s. Um menino dentro do elevador atira para cima uma bola, de uma altura de 2,0 m acima do piso do elevador, no momento em que o piso do elevador está a 28 m acima do solo. A velocidade inicial da bola em relação ao elevador é de 20 m/s. (a) Qual a altura máxima alcançada pela bola? (b) Quanto tempo leva para a bola cair de volta no elevador?

88P. Uma bola de aço cai do telhado de uma construção, e, ao passar por uma janela de 1,20 m, leva 0,125 s para cruzá-la de alto a baixo. A bola sofre uma colisão perfeitamente elástica com a calçada e retorna, passando pela mesma janela, de baixo para cima, em 0,125 s. (O movimento de subida é o inverso do de descida.) O tempo decorrido abaixo da base da janela é de 2,00 s. Qual a altura da construção?

89P. Um gato sonolento é despertado por um vaso de planta que sobe e desce, diante de uma janela aberta. De alto a baixo, a janela tem 2,00 m, e o vaso fica visível durante um tempo total de 0,50 s. Que altura, acima da parte superior da janela, o vaso alcançou?

PROBLEMAS ADICIONAIS

90. Um veículo elétrico parte do repouso e acelera, em linha reta, a 2,0 m/s^2, alcançando a velocidade de 20 m/s. Depois diminui, a uma taxa constante de 1,0 m/s^2, até parar. (a) Qual é o intervalo de tempo entre o início e o fim do movimento? (b) Que distância percorre da partida até a parada?

91. Uma motocicleta se move a 30 m/s, quando o motociclista aplica os freios e a submete a uma desaceleração constante. A velocidade diminui para 15 m/s no intervalo de 3,0 s após a aplicação dos freios. Qual a distância total percorrida pela motocicleta, do início da freada até parar?

92. A posição de uma partícula que se move ao longo do eixo x é dada por $x = 15e^{-t}$ m, onde t está em segundos. (a) Qual a posição da partícula em $t = 0$; 0,50 e 1,0 s? (b) Qual a velocidade média da partícula entre $t = 0$ e $t = 1{,}0$ s? (c) Qual a velocidade instantânea em $t = 0$; 0,50 e 1,0 s? (d) Trace o gráfico x *versus* t, para o intervalo $0 \leq t \leq 1{,}0$ s e estime, pelo gráfico, a velocidade instantânea em $t = 0{,}50$ s.

93. Uma bola é atirada verticalmente para baixo, do alto de um prédio de 36,6 m de altura. A bola passa pelo alto de uma janela, que está 12,2 m acima do solo, 2,00 s após ter sido atirada. Qual é a velocidade da bola ao passar pelo alto da janela?

94. A Fig. 2-30 representa uma partícula se movendo com aceleração constante ao longo do eixo x. Qual o valor da aceleração?

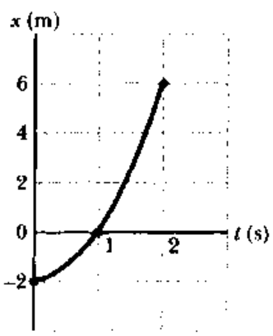


Fig. 2-30 Problema 94.

95. A Fig. 2-31 mostra o gráfico x *versus* t de uma partícula em movimento retilíneo. (a) Qual a velocidade média entre $t = 0{,}50$ s e $t = 4{,}5$ s? (b) Qual é a velocidade instantânea em $t = 4{,}5$ s? (c) Qual a aceleração média entre $t = 0{,}50$ s e $t = 4{,}5$ s? (d) Qual a aceleração instantânea em $t = 4{,}5$ s?

96. Uma pedra é lançada verticalmente para cima do topo de um edifício muito alto. A pedra alcança a altura máxima, acima do prédio, 1,60 s após o lançamento. A seguir, ela passa junto à borda do prédio, chocando-se com o solo 6,00 s após ter sido lançada. Calcule em unidades SI: (a) com que velocidade inicial foi lançada, (b) que altura máxima acima do prédio a pedra alcançou e (c) qual a altura do prédio.

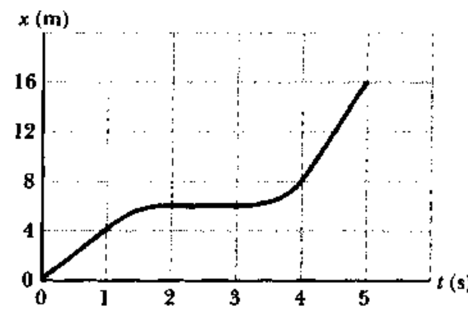


Fig. 2-31 Problema 95.

97. A posição de uma partícula se movendo ao longo do eixo y é dada por

$$y = 2{,}0 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}t\right),$$

onde t está em segundos e y, em centímetros. (a) Qual a velocidade média da partícula entre $t = 0$ e $t = 2{,}0$ s? (b) Qual a velocidade instantânea da partícula em $t = 0$; 1,0 e 2,0 s? (c) Qual a aceleração média entre $t = 0$ e $t = 2{,}0$ s? (d) Qual a aceleração instantânea em $t = 0$; 1,0 e 2,0 s? (e) Trace o gráfico v *versus* t para o intervalo $0 \leq t \leq 2{,}0$ s e, a partir dele, estime a aceleração instantânea em $t = 1{,}0$ s.

98. A velocidade de um projétil, ao sair de um cano de 1,2 m de comprimento, é de 640 m/s. Considerando a aceleração constante, calcule por quanto tempo o projétil fica dentro do cano após o disparo.

99. A posição de uma partícula em movimento no eixo x é dada por $x = 16te^{-t}$ m, onde t está em segundos. A que distância a partícula está da origem, quando pára momentaneamente? (Não considere a parada em $t = \infty$.)

LEITURA COMPLEMENTAR 1

O Tráfego na Hora do *Rush*

JEARL WALKER
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CLEVELAND

Jearl Walker é professor de física da Cleveland State University. Recebeu o título de Bacharel em Ciências em física do M.I.T. e o Ph.D. em física da University of Maryland. De 1977 a 1990, conduziu a seção "The Amateur Scientist", da revista Scientific American. Seu livro, The Flying Circus of Physics with Answers, está publicado em 10 idiomas.

Os sinais de trânsito numa cidade pequena normalmente não exigem uma seqüência sincronizada. O fluxo de tráfego através deles pode ser meramente casual, e as filas, diante de um sinal vermelho, raramente são longas. Entretanto, o trânsito numa cidade grande, sobretudo na hora do *rush*, requer cuidadoso planejamento. Sem ele, as filas de carros estender-se-ão, interrompendo muitos cruzamentos e bloqueando toda uma área. Como somente os carros que estão na periferia da área congestionada podem mover-se, os que estão retidos no seu interior podem levar horas para ser liberados.

Suponhamos que projetássemos um sistema de sinais de trânsito para uma via de mão única possuindo muitas pistas de fluxo de tráfego. Os sinais devem permanecer verdes durante 50 s, amarelos por 5 s e vermelhos por 25 s (valores tipicamente utilizados em ruas movimentadas de grandes cidades). Podemos ser tentados a aumentar a duração do sinal verde, ou diminuir a do vermelho, para facilitar o fluxo de tráfego. Contudo, devemos lembrar que o trânsito em ruas transversais não deve ser retido por muito tempo, pois do contrário grandes filas de carros se formariam nelas.

De que forma devemos acionar os sinais verdes nas várias interseções? Caso todos os sinais sejam programados para se tornarem verdes simultaneamente, o trânsito poderia fluir por apenas 50 s. Em cada período de sinalização verde, grupos de veículos se moveriam ao longo da pista até que todos os sinais ficassem simultaneamente vermelhos. Para aumentar a distância percorrida, os motoristas teriam que correr ao longo do sistema. Um grande número de carros trafegando a, digamos, 90 km/h numa via movimentada de um grande centro urbano pareceria, à primeira vista, um "grande prêmio", sendo obviamente perigoso.

Um projeto melhor e mais seguro aciona o sinal verde, em cada cruzamento, somente quando os primeiros veículos de um grupo começam a se aproximar dele.* (O sinal deve tornar-se verde antes que os carros realmente o alcancem, senão terão que diminuir a velocidade para evitar um possível avanço do sinal vermelho.) Nesse caso, correr muito ao longo do sistema torna-se fútil, porque um carro em alta velocidade alcançará um sinal antes que ocorra a comutação de vermelho para verde.

A Fig. 1 mostra parte de uma via a ser controlada. Suponhamos que, num grande bloco de veículos, os primeiros motoristas tenham alcançado o segundo cruzamento, onde o sinal tornou-se verde quando ainda estavam a uma distância d desse cruzamento. Con-tinuam a trafegar com uma certa velocidade v_p (a velocidade limite) em direção ao terceiro cruzamento e, quando estão a uma distância d desse sinal, ele torna-se verde. Os cruzamentos estão separados por uma distância D_{23}.

Questão 1

Qual deveria ser a demora no acionamento da luz verde no terceiro cruzamento, em relação ao segundo cruzamento, de forma a manter o movimento regular do bloco de veículos? (Nesta e em outras questões, a resposta deverá estar sempre em função das variáveis fornecidas.)

A situação (e a resposta) muda(m) se o bloco ti-ver sido parado por um sinal vermelho no cru-zamento anterior. Na Fig. 1, por exemplo, o bloco de veículos está parado no primeiro cruzamento. Quando a luz verde acende, os primeiros motoristas levarão um certo tempo t_r para responder à mudança de sinal e um tempo adicional para acelerar a uma taxa a até alcançar uma velocidade de cruzeiro v_p. Durante a aceleração, os primeiros veículos se deslocam uma certa distância, que é menor do que se estivessem se movendo à velocidade v_p.

Questão 2

Se a separação entre o primeiro e o segundo cruzamentos é D_{12} e o sinal verde no segundo cruzamento acende quando os primeiros carros estão a uma distância d daquele cruzamento, quanto tempo depois de o sinal se tornar verde no primeiro cruzamento deverá tornar-se verde no segundo?

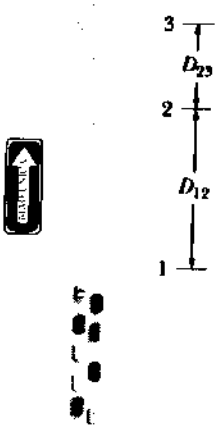


Fig. 1 Uma via de mão única, cujo tráfego deve ser controlado.

*Esse processo é conhecido pelo nome de "onda verde". (N. do R.)

Mesmo com um sistema de sinais temporizados, o tráfego ainda pode ficar congestionado. O problema consiste no fato de que um bloco de motoristas parado não consegue acelerar, simultaneamente, quando o sinal fica verde. O que acontece é que uma "onda de partida" viaja, a partir do líder, ao longo do bloco de veículos, com uma velocidade v_s. Cada motorista reage somente quando a onda de partida o alcança. Os motoristas atrás do líder devem, além disso, percorrer uma distância maior até o próximo cruzamento.

Questão 3

Suponha que um motorista esteja a uma distância d_1, atrás do líder de um bloco parado no primeiro cruzamento e que a duração do sinal verde no segundo cruzamento é t_g. Se o sinal verde no segundo cruzamento apaga quando o motorista está a uma distância d do cruzamento (permitindo passar, ainda, com o sinal amarelo), qual deveria ser então o intervalo de tempo entre os acionamentos dos sinais verdes nos cruzamentos?

Todos esses pontos estão detalhados na Fig. 2, que mostra o mapa de uma rua, à esquerda, e um gráfico da progressão do bloco de veículos (com o ciclo dos sinais de trânsito), à direita. Um comprimento d_1 de um bloco, que estava inicialmente parado no primeiro cruzamento, trafega através de todo o sistema de sinais. Os períodos iniciais de aceleração são representados por linhas curvas, com os últimos carros do bloco acelerando depois. O sinal fica verde, em cada cruzamento, poucos segundos antes de os primeiros carros do bloco o alcançarem.

A figura mostra também que nem todos os carros do bloco conseguem passar no primeiro cruzamento antes que o sinal volte a ficar vermelho. Se essa falha se repetir por vários ciclos do sinal, o comprimento do grupo de "abandonados" cresce, chegando talvez ao cruzamento anterior e provocando um bloqueio do tráfego naquele ponto. É o que provoca um congestionamento.

Questão 4

O que representa (a) v_p e (b) v_s no gráfico? (c) Qual a duração do período de aceleração?

Um congestionamento pode acontecer mesmo num sistema de controle de tráfego bem projetado. Uma vez fiquei preso num congestionamento porque, de repente, uma forte nevasca apareceu à tarde, na hora do *rush*, em Cleveland. Como a rua em que eu estava era escorregadia, os líderes do bloco prosseguiam cautelosamente. As ondas de partida tornaram-se mais lentas. Em 20 min, o grupamento de "abandonados" prolongou-se para trás, bloqueando os cruzamentos anteriores. O tráfego praticamente parou ao longo de 3 km, tanto na rua em que eu estava como em cinco vias paralelas que levam para fora da cidade. Só consegui prosseguir porque os carros na parte externa da rodovia iam gradativamente se desviando para os subúrbios. À medida que deixavam o congestionamento, uma onda de partida se deslocava vagarosamente através do bloco de 3 km, permitindo-me avançar o comprimento de uns poucos carros de cada vez. O problema se agravava à medida que a neve se amontoava e os carros enguiçados bloqueavam a rua. Embora normalmente leve apenas cinco minutos nesse trajeto, naquele dia infeliz levei mais de duas horas para escapar do congestionamento.

Respostas das Questões

1. $t = D_{23}/v_p$.
2. $t = t_r + v_p/2a + (D_{12} - d)/v_p$.
3. $t = t_r + v_p/2a + d_1/v_s - t_g$, $+ (D_{12} - d + d_1)/v_p$.

4. (a) Inclinação da porção reta de $x(t)$ para os carros em movimento. (b) Inclinação de $x(t)$ para a onda de partida. (c) v_p/a.

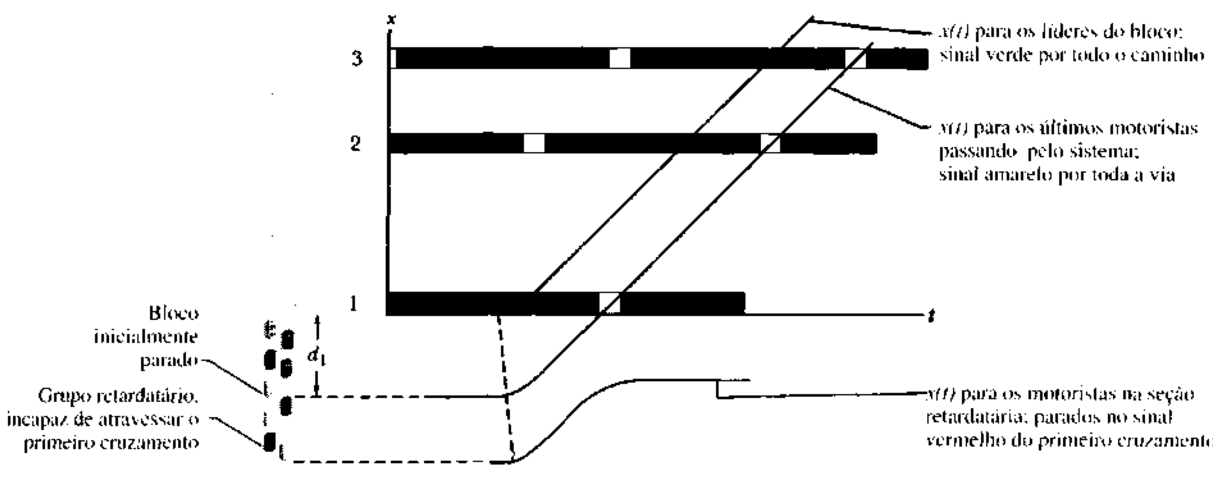


Fig. 2 Representação gráfica da progressão de um bloco de carros, parado inicialmente no primeiro cruzamento. As barras cinza, preta e branca mostram a duração real dos sinais de tráfego. (Obs.: o cinza corresponde ao sinal amarelo; o preto, ao vermelho, e o branco, ao verde.)