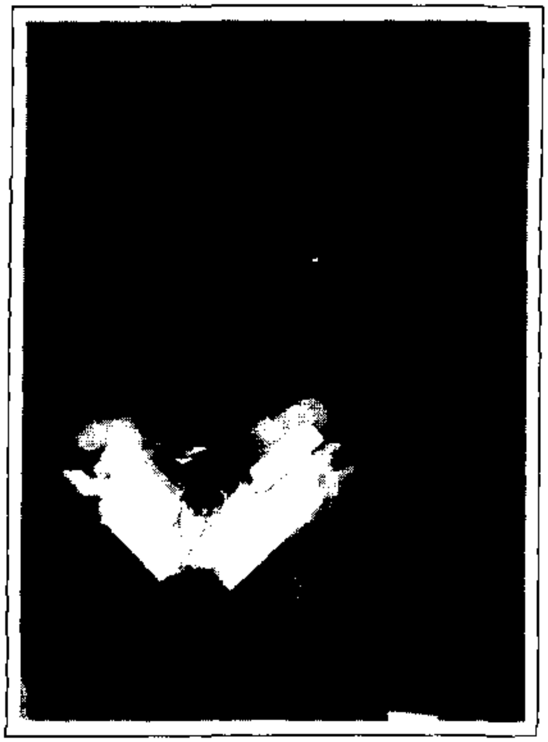
# COLISÕES | 10



*Ronald McNair, físico e um dos astronautas mortos na explosão do ônibus espacial Challenger, era faixa-preta em caratê. Aqui, ele quebra várias lajes de concreto. Em demonstrações de caratê como esta, usa-se tipicamente uma prancha de pinho ou um bloco de concreto. Quando atingida, a prancha ou bloco dobra-se, acumulando energia como o faz uma mola esticada, até atingir uma energia crítica. Então, o objeto se quebra. Surpreendentemente, a energia necessária para quebrar o bloco é cerca de um terço daquela para quebrar a prancha; mesmo assim, a prancha é consideravelmente mais fácil de se quebrar. Por quê?*

## 10-1 O Que É uma Colisão?

Na linguagem do dia-a-dia, uma colisão ocorre quando objetos se chocam um contra o outro. Embora venhamos a aperfeiçoar tal definição, ela transmite bem o significado. Em nossa experiência diária, as coisas que colidem podem ser bolas de bilhar, um martelo e um prego, uma bola de beisebol e um bastão, e — com demasiada freqüência — automóveis. Pode-se dizer que uma pedra largada ou atirada à Terra colide com ela. A Fig. 10-1 mostra a evidência impressionante de um evento desse tipo, que ocorreu cerca de 20.000 anos atrás. Como mostra a Fig. 10-2, há colisões que estão além de nossa experiência direta, indo das colisões de partículas subatômicas às de galáxias.

Formalizemos nossa definição:

> Uma colisão é um evento isolado em que uma força relativamente intensa age em cada um de dois ou mais corpos que interagem por um tempo relativamente curto.

Além disso, deve ser possível fazer uma distinção clara entre instantes de tempo que estão *antes*, *durante* e *depois* da colisão. A Fig. 10-3 sugere o espírito dessa definição. A fronteira do sistema que circunda os corpos naquela figura sugere que, em uma colisão ideal, ajam apenas forças internas (entre os corpos).

Quando uma raquete atinge uma bola, o início e o fim da colisão podem ser determinados de maneira bem precisa. O tempo de contato raquete-bola (cerca de 4 ms) é pequeno, comparado ao tempo em que a bola está em vôo para a raquete e a partir dela. Como mostra a Fig. 10-4, a força exercida sobre a bola é *suficientemente intensa para* deformá-la temporariamente. Exibe-se uma deformação semelhante na Fig. 10-5 para uma colisão de duração um tanto mais extensa.

**Fig. 10-1** Cratera do Meteoro, no Arizona. Esta cratera é o resultado de uma colisão há cerca de 20.000 anos. A cratera tem aproximadamente 1.200 m de diâmetro e 200 m de profundidade.

Observe que a nossa definição formal de colisão não requer o "choque" que aparece na informal. Quando uma sonda espacial se aproxima de um grande planeta, contorna-o e, então, continua seu curso com maior velocidade (um encontro com efeito *estilingue*); isto também é uma colisão. A sonda e o planeta não se "tocam" realmente, mas uma colisão não requer contato, nem uma força de colisão tem de ser uma força de contato; ela pode muito bem ser uma força gravitacional, como neste caso.

Hoje, muitos físicos despendem seu tempo jogando o que podemos chamar de "o jogo da colisão". Um objetivo principal deste jogo é descobrir o que for possível sobre as forças que agem durante a colisão, sabendo-se o estado das partículas tanto antes quanto depois da colisão. Virtualmente, todo o nosso conhecimento do mundo subatômico — elétrons, prótons, nêutrons, múons, quarks e o resto — vem de experimentos desse tipo. As regras do jogo da colisão são as leis de conservação de momento linear, momento angular* e energia.

## 10-2 Impulso e Momento Linear

### Colisão Simples

A Fig. 10-6 mostra as forças iguais e opostas, $\mathbf{F}(t)$ e $-\mathbf{F}(t)$, que agem durante uma simples colisão frontal entre dois corpos semelhantes a partículas e de massas diferentes. Tais forças irão variar o momento linear de ambos os corpos; o valor da variação dependerá não apenas dos valores médios das forças, mas também do tempo $\Delta t$ durante o qual elas agem. Para ver isso quantitativamente, apliquemos a segun-

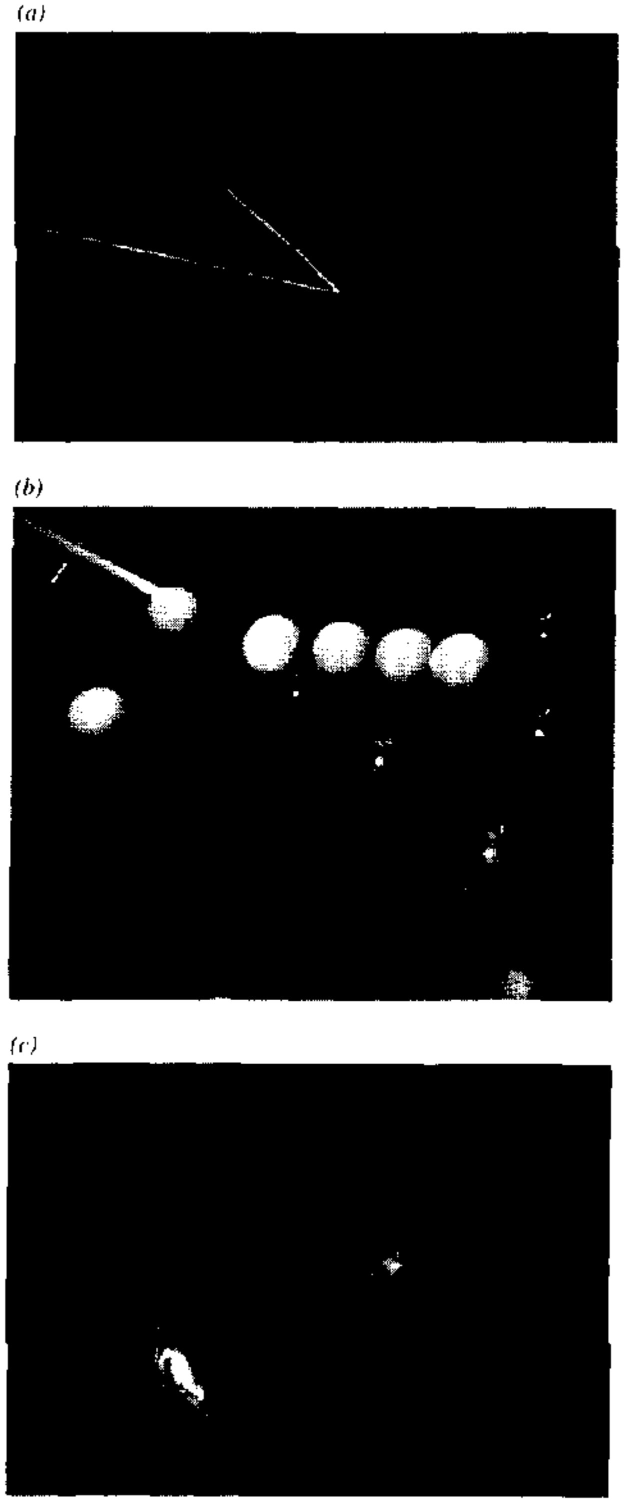



**Fig. 10-2** Colisões para uma ampla variedade de massas. (*a*) Uma partícula alfa ($m \approx 10^{-26}$ kg) vinda da esquerda ricocheteia em um núcleo de nitrogênio que estava em repouso e que agora se desloca para baixo e para a direita. (*b*) Uma bola ($m \approx 0,1$ kg) ricocheteia em outra. (*c*) Uma simulação computacional de duas galáxias ($m \approx 10^{40}$ kg) a ponto de colidirem.

*O termo original em inglês, *linear momentum*, tem duas traduções em português: *momento linear* e *quantidade de movimento linear*, esta última sendo preferida. Por questões inerentes ao processo de tradução, empregamos a primeira, que o estudante não deve confundir com outros conceitos não relacionados, como momento de inércia ou momento de força. Da mesma forma, *angular momentum* foi traduzido como *momento angular*, sinônimo de *quantidade de movimento angular*. (N. do T.)


**Fig. 10-3** Um diagrama exibindo o sistema onde ocorre uma colisão.

da lei de Newton na forma $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$ ao corpo $R$, no lado direito da Fig. 10-6. Temos,

$$d\mathbf{p} = \mathbf{F}(t)\ dt, \qquad (10\text{-}1)$$

onde $\mathbf{F}(t)$ dá a variação da força com o tempo, ilustrada pela curva na Fig. 10-7. Integremos a Eq. 10-1 sobre o intervalo de colisão $\Delta t$, ou seja, de um tempo inicial $t_i$ (imediatamente antes da colisão) a um tempo final $t_f$ (imediatamente após a colisão). Obtemos,

$$\int_{\mathbf{p}_i}^{\mathbf{p}_f} d\mathbf{p} = \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}(t)\ dt. \qquad (10\text{-}2)$$

O lado esquerdo desta equação é $\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i$, a variação do momento linear do corpo $R$. O lado direito, que é uma medida tanto da intensidade quanto da duração da força de colisão, é denominado de **impulso J** da colisão. Assim,

$$\mathbf{J} = \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}(t)\ dt \quad \text{(definição de impulso)}. \qquad (10\text{-}3)$$

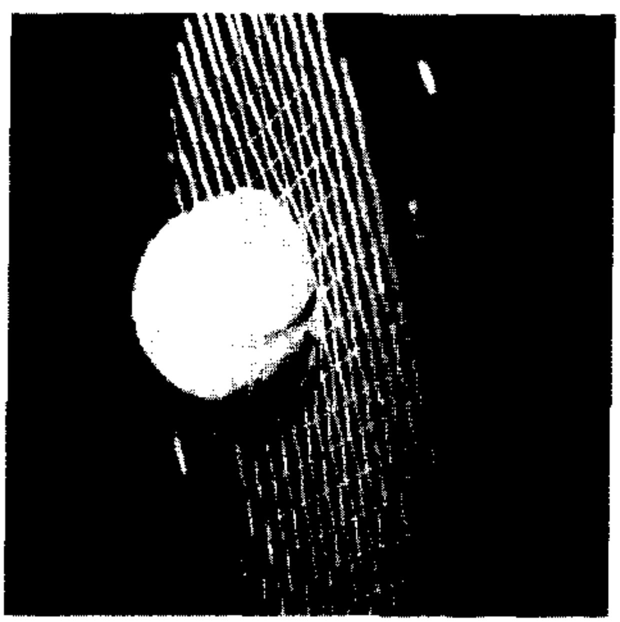


**Fig. 10-4** Em uma colisão bola-raquete de tênis, a bola permanece em contato com a raquete por cerca de 4 ms. Durante uma típica partida de tênis de nível mundial, uma bola fica em contato com uma raquete por um tempo cumulativo de cerca de 1 s por *set*.

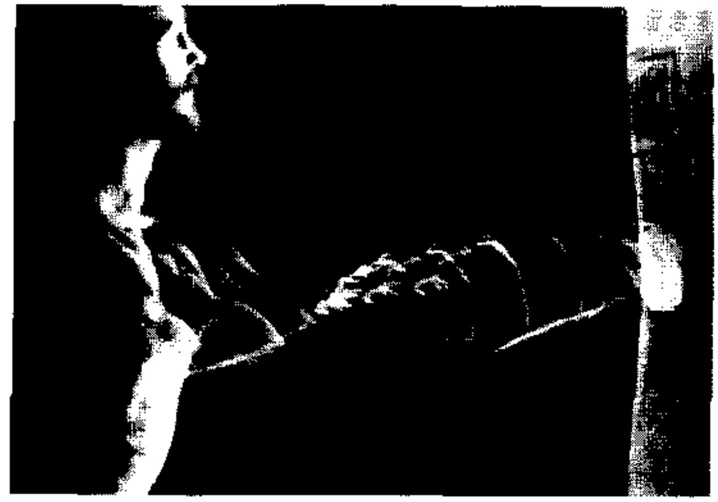


**Fig. 10-5** Pode-se apreciar a severidade da colisão entre o punho e o saco pela visível deformação deste e pelo choque sentido pelo punho e antebraço.

A Eq. 10-3 nos diz que o impulso é igual à área sob a curva $F(t)$ da Fig. 10-7.

Das Eqs. 10-2 e 10-3, vemos que a variação no momento linear de cada corpo em uma colisão é igual ao impulso que age naquele corpo:

$$\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i = \Delta\mathbf{p} = \mathbf{J} \quad \text{(Teorema do impulso-momento linear)} \qquad (10\text{-}4)$$

Além disso, da conservação do momento linear, sabemos que $\Delta\mathbf{p}$ para o corpo $R$ é igual a $-\Delta\mathbf{p}$ para o corpo $L$. A Eq. 10-4 também pode ser escrita, na forma de componentes, como

$$p_{fx} - p_{ix} = \Delta p_x = J_x, \qquad (10\text{-}5)$$

$$p_{fy} - p_{iy} = \Delta p_y = J_y, \qquad (10\text{-}6)$$

e

$$p_{fz} - p_{iz} = \Delta p_z = J_z. \qquad (10\text{-}7)$$

Tanto impulso como momento linear são vetores e têm as mesmas unidades e dimensões. O **teorema do impulso-momento linear** representado pela Eq. 10-4, da mes-

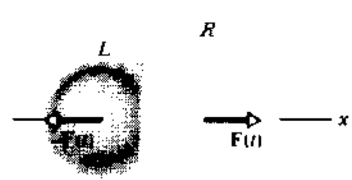



**Fig. 10-6** Dois corpos, que se comportam como partículas, $L$ e $R$, colidem um com o outro. Durante a colisão, o corpo $L$ exerce a força $\mathbf{F}(t)$ sobre $R$, e este exerce a força $-\mathbf{F}(t)$ sobre $L$. As forças $\mathbf{F}(t)$ e $-\mathbf{F}(t)$ são um par ação-reação. Suas intensidades variam com o tempo durante a colisão, mas, em qualquer instante dado, são iguais entre si.

ma forma que o teorema do trabalho-energia cinética, não é um novo teorema independente, mas uma conseqüência direta da segunda lei de Newton. Ambos os teoremas são formas especiais dessa lei, úteis para propósitos especiais.

Se for o módulo médio da força na Fig. 10-7, podemos escrever o módulo do impulso como

$$J = \overline{F}\,\Delta t, \qquad (10\text{-}8)$$

onde $\Delta t$ é a duração da colisão. O valor de deve ser escolhido de forma que a área, dentro do retângulo da Fig. 10-7, seja igual à área sob a curva $F(t)$.

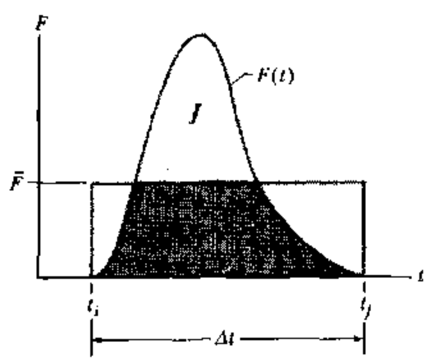



Fig. 10-7 A curva mostra a intensidade da força $F(t)$, variável no tempo, que age sobre o corpo $R$ na Fig. 10-6. A altura do retângulo representa a força média que age durante o intervalo de tempo $\Delta t$. As áreas sob a curva $F(t)$ e dentro do retângulo são ambas iguais ao módulo do impulso $J$ na colisão da Fig. 10-6.

### Série de Colisões

Na Fig. 10-8, um fluxo ininterrupto de corpos, com momentos lineares idênticos $mv$, colide com o corpo $R$, que está fixo em sua posição. Em cada colisão desta situação unidimensional, o impulso $J$ agindo sobre o corpo $R$ e a variação $\Delta p$ do momento linear de um corpo que colide têm o mesmo módulo, mas sentidos opostos. Se $n$ corpos colidirem no intervalo de tempo $\Delta t$, então o impulso total $J$ agindo sobre o corpo $R$ durante $\Delta t$ será

$$J = -n\,\Delta p. \qquad (10\text{-}9)$$

Substituindo a Eq. 10-9 na Eq. 10-8, encontramos a força média agindo sobre o corpo $R$ durante as colisões:

$$\overline{F} = -\frac{n}{\Delta t}\Delta p = -\frac{n}{\Delta t} m\,\Delta v. \qquad (10\text{-}10)$$

A razão $n/\Delta t$ é a taxa com que os corpos colidem com o corpo $R$.

Se os corpos incidentes pararem com o impacto, então, na Eq. 10-10, substituímos

$$\Delta v = v_f - v_i = 0 - v = -v, \qquad (10\text{-}11)$$

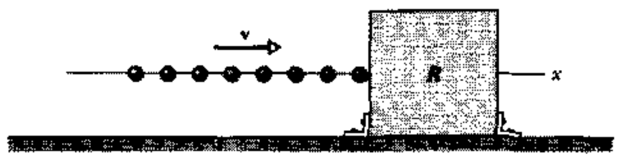



Fig. 10-8 Um fluxo contínuo de corpos, com momentos lineares idênticos, colide com o corpo $R$, que está fixo em sua posição. A força média sobre o corpo $R$ é orientada para a direita e tem uma intensidade que depende da taxa em que os corpos colidem ou, equivalentemente, da taxa com que a massa colide.

onde $v_i\,(= v)$ e $v_f\,(= 0)$ são as velocidades antes e depois da colisão, respectivamente. Se, em lugar disso, os corpos que colidem "quicarem" diretamente para trás, a partir do corpo $R$ e sem variação no módulo da velocidade, então $v_f = -v$ e substituímos

$$\Delta v = v_f - v_i = -v - v = -2v. \qquad (10\text{-}12)$$

No intervalo de tempo $\Delta t$, uma quantidade de massa $\Delta m = nm$ colide com o corpo $R$. Com esse resultado, podemos reescrever a Eq. 10-10 como

$$\overline{F} = -\frac{\Delta m}{\Delta t}\Delta v, \qquad (10\text{-}13)$$

onde $\Delta m/\Delta t$ é a taxa com que as massas colidem com o corpo $R$. Aqui, novamente, podemos utilizar a Eq. 10-11 ou 10-12 para $\Delta v$, dependendo de como se comportam os corpos que colidem.

**EXEMPLO 10-1** Uma bola de beisebol de 140 g, em vôo horizontal com uma velocidade $v_i$ de 39 m/s, é atingida por um rebatedor. Após abandonar o bastão, a bola viaja no sentido oposto com velocidade $v_f$, também de 39 m/s.

a. Qual é o impulso $J$ que age sobre a bola, enquanto ela está em contato com o bastão?

**Solução** Podemos calcular o impulso a partir da variação que ele produz no momento linear da bola, usando a Eq. 10-4 para movimento unidimensional. Vamos escolher como positivo o sentido em que o bastão está se deslocando. Da Eq. 10-4, temos

$$\begin{aligned} J &= p_f - p_i = mv_f - mv_i \\ &= (0{,}14\ \text{kg})(39\ \text{m/s}) - (0{,}14\ \text{kg})(-39\ \text{m/s}) \\ &= 10{,}9\ \text{kg}\cdot\text{m/s} \approx 11\ \text{kg}\cdot\text{m/s}. \qquad \text{(Resposta)} \end{aligned}$$

Com nossa convenção de sinais, a velocidade inicial da bola é negativa e a final é positiva. Vemos que o impulso é positivo, o que nos diz que o sentido do vetor impulso agindo sobre a bola é o mesmo em que o bastão se deslocava, um resultado coerente.

b. O tempo de impacto $\Delta t$ para a colisão bola-bastão é de 1,2 ms, um valor típico. Qual é a força média que age sobre a bola?

**Solução** Da Eq. 10-8, temos

$$\overline{F} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{10{,}9\ \text{kg}\cdot\text{m/s}}{0{,}0012\ \text{s}}$$

$$= 9.100\ \text{N}, \qquad \text{(Resposta)}$$

o que equivale aproximadamente a uma tonelada-força. A força *máxima* será mais intensa. O sinal da força média exercida sobre a bola é positivo, o que significa que o sentido do vetor força é o mesmo do vetor impulso.

c. *Qual é a aceleração média* $a$ *da bola?*

**Solução** Encontramos esta aceleração usando

$$\overline{a} = \frac{\overline{F}}{m} = \frac{9100\ \text{N}}{0{,}14\ \text{kg}} = 6{,}5 \times 10^4\ \text{m/s}^2, \qquad \text{(Resposta)}$$

que é cerca de 6.600 vezes a aceleração de um corpo em queda livre.

Ao definir uma colisão, supomos que nenhuma força externa age sobre os corpos que colidem. Isto não é verdade neste caso, porque o peso $mg$ da bola sempre age sobre ela, esteja a bola em vôo ou em contato com o bastão. Entretanto, esta força, com um módulo de 1,4 N, é desprezível em comparação com a força média exercida pelo bastão, que tem uma intensidade de 9.100 N. Isto justifica o tratamento da colisão como "isolada".

**EXEMPLO 10-2** Como no Exemplo 10-1, a bola de beisebol aproxima-se do bastão a uma velocidade $v_i$ de 39 m/s; mas agora a colisão não é frontal e a bola deixa o bastão com uma velocidade $v_f$ de 45 m/s a um ângulo de 30° acima da horizontal (Fig. 10-9). Qual é a força média exercida sobre a bola, se a colisão durar 1,2 ms?

**Solução** Encontramos as componentes $J_x$ e $J_y$ do impulso a partir das Eqs. 10-5 e 10-6:

$$J_x = p_{fx} - p_{ix} = mv_{fx} - mv_{ix}$$
$$= (0{,}14\ \text{kg})[(45\ \text{m/s})(\cos 30°) - (-39\ \text{m/s})]$$
$$= 10{,}92\ \text{kg}\cdot\text{m/s},$$

e

$$J_y = p_{fy} - p_{iy} = mv_{fy} - mv_{iy}$$
$$= (0{,}14\ \text{kg})[(45\ \text{m/s})(\text{sen}\ 30°) - 0]$$
$$= 3{,}150\ \text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

O módulo do impulso **J** é dado por

$$J = \sqrt{J_x^2 + J_y^2}$$
$$= \sqrt{(10{,}92\ \text{kg}\cdot\text{m/s})^2 + (3{,}150\ \text{kg}\cdot\text{m/s})^2}$$
$$= 11{,}37\ \text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

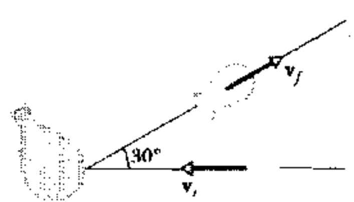



**Fig. 10-9** Exemplo 10-2. Um bastão colide com uma bola de beisebol, rebatendo-a com um ângulo de 30° a partir da horizontal.

Da Eq. 10-8, o módulo $\overline{F}$ da força média é

$$\overline{F} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{11{,}37\ \text{kg}\cdot\text{m/s}}{0{,}0012\ \text{s}}$$

$$= 9475\ \text{N} \approx 9500\ \text{N}. \qquad \text{(Resposta)}$$

O impulso **J** está voltado para cima, em relação à horizontal, de um ângulo $\theta$, onde $\theta$ é dado por

$$\tan \theta = \frac{J_y}{J_x} = \frac{3{,}150\ \text{kg}\cdot\text{m/s}}{10{,}92\ \text{kg}\cdot\text{m/s}} = 0{,}288,$$

$$\theta = 16°. \qquad \text{(Resposta)}$$

A força média está no mesmo sentido de **J**. Observe que, nesta situação bidimensional, ao contrário do que ocorreu no Exemplo 10-1, e **J** não estão na direção tomada pela bola, quando ela abandona o bastão.

## 10-3 Colisões Elásticas em Uma Dimensão

### Alvo Estacionário

Considere uma colisão frontal simples de dois corpos de massas diferentes. Por conveniência, consideramos um dos corpos em repouso antes da colisão; ele será o "alvo" e o outro será o "projétil".* Vamos supor que este sistema de dois corpos seja fechado (não há entrada ou saída de massa) e isolado (nenhuma força externa resultante age sobre ele). Também, suponhamos que a energia cinética do sistema seja a mesma antes e depois da colisão. Tais impactos, onde a energia cinética é conservada, são de um tipo especial chamado de **colisões elásticas**. O momento linear de um sistema fechado e isolado é *sempre* conservado em uma colisão, seja a mesma elástica ou não, porque as forças envolvidas são todas forças internas.

A aplicação das leis de conservação do momento linear e da energia cinética à colisão da Fig. 10-10 fornece-nos

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad \text{(momento linear)}, \qquad (10\text{-}14)$$

e

$$\tfrac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad \text{(energia cinética)}. \qquad (10\text{-}15)$$

Em cada uma dessas equações, o índice $i$ identifica as velocidades iniciais e o índice $f$, as velocidades finais dos corpos. Se soubermos as massas dos corpos e também $v_{1i}$, a velocidade inicial do corpo 1, as únicas incógnitas serão $v_{1f}$ e $v_{2f}$, as velocidades finais dos dois corpos. Com duas equações à disposição, devemos ser capazes de encontrar essas duas incógnitas.

*Se o corpo alvo estiver em movimento em relação ao nosso referencial inercial, sempre podemos encontrar outro referencial inercial onde o corpo alvo esteja inicialmente em repouso.

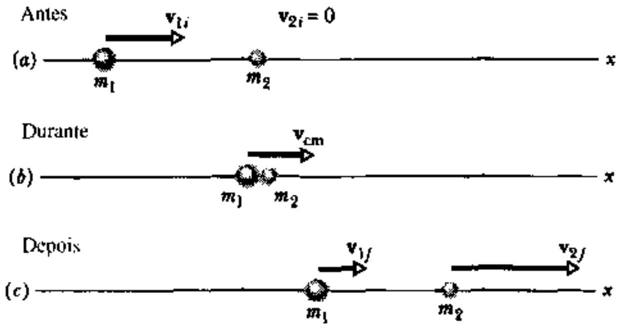



**Fig. 10-10** Dois corpos sofrem uma colisão elástica. Um deles (o corpo alvo, com massa $m_2$) está inicialmente em repouso, antes da colisão. As velocidades são vistas (*a*) antes, (*b*) durante e (*c*) depois da colisão. (A velocidade durante a colisão é a velocidade do centro de massa dos dois corpos, que permanecem momentaneamente em contato.) As velocidades estão representadas em escala para o caso onde $m_1 = 3m_2$.

Para fazê-lo, reescrevemos a Eq. 10-14 como

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2 v_{2f} \tag{10-16}$$

e a Eq. 10-15 como*

$$m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2 v_{2f}^2. \tag{10-17}$$

Após dividirmos a Eq. 10-17 pela Eq. 10-16 e utilizarmos mais alguma álgebra, obtemos

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} \tag{10-18}$$

e

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}. \tag{10-19}$$

Observamos, da Eq. 10-19, que $v_{2f}$ é sempre positiva (o corpo alvo, com massa $m_2$, sempre se move para a frente). Da Eq. 10-18, vemos que $v_{1f}$ pode ter qualquer sinal (o corpo projétil, com massa $m_1$, move-se para a frente se $m_1 > m_2$, mas é rebatido de volta se $m_1 < m_2$). Vejamos algumas situações especiais.

### Massas Iguais

Se $m_1 = m_2$, as Eqs. 10-18 e 10-19 reduzem-se a

$$v_{1f} = 0 \quad \text{e} \quad v_{2f} = v_{1i},$$

que poderíamos chamar de um resultado de jogador de sinuca. Ele prediz que, após uma colisão frontal de corpos com massas iguais, o corpo 1 (inicialmente em movimento) pára completamente e o 2 (inicialmente em repouso) parte com a velocidade inicial do corpo 1. Em colisões frontais, corpos de massas iguais simplesmente trocam velocidades. Isto é verdade, mesmo se a partícula alvo não estiver inicialmente em repouso.

### Um Alvo de Grande Massa

Em termos da Fig. 10-10, um alvo de grande massa significa que $m_2 \gg m_1$. Por exemplo, poderíamos disparar uma bola de golfe contra uma bala de canhão. As Eqs. 10-18 e 10-19 reduzem-se, então, a

$$v_{1f} \approx -v_{1i} \quad \text{e} \quad v_{2f} \approx \left(\frac{2m_1}{m_2}\right) v_{1i}. \tag{10-20}$$

Esta equação diz-nos que o corpo 1 (a bola de golfe) simplesmente retorna, em sentido inverso, pela mesma direção por onde veio, com sua velocidade essencialmente inalterada. O corpo 2 (a bala de canhão) desloca-se para a frente a uma velocidade muito baixa, porque a quantidade entre parênteses na Eq. 10-20 é muito menor do que a unidade. Tudo isso corresponde ao que deveríamos esperar.

### Um Projétil de Grande Massa

Este é o caso oposto; ou seja, $m_1 \gg m_2$. Desta vez, atiramos uma bala de canhão contra uma bola de golfe. As Eqs. 10-18 e 10-19 reduzem-se a

$$v_{1f} \approx v_{1i} \quad \text{e} \quad v_{2f} \approx 2v_{1i}. \tag{10-21}$$

A Eq. 10-21 diz-nos que o corpo 1 (a bala de canhão) simplesmente prossegue, com sua velocidade ligeiramente diminuída pela colisão. O corpo 2 (a bola de golfe) dispara adiante com o dobro da velocidade da bala de canhão.

Você pode perguntar-se: "Por que o dobro?" Como ponto de partida para pensar no assunto, lembre-se da colisão descrita pela Eq. 10-20, onde a velocidade do corpo leve incidente (a bola de golfe) mudou de $+ v$ para $- v$, uma *variação* de $2v$ na velocidade. A mesma *variação* na velocidade (de zero a $2v$) ocorre também neste exemplo.

### Movimento do Centro de Massa

O centro de massa de dois corpos que colidem continua a se deslocar sem sofrer qualquer influência da colisão. Isto é conseqüência da conservação do momento linear e da Eq. 9-26,

$$P = Mv_{cm} = (m_1 + m_2)v_{cm}, \tag{10-22}$$

que relaciona o momento linear $P$ do sistema de dois corpos a $v_{cm}$, a velocidade de seu centro de massa. Uma vez que o momento linear $P$ não é alterado pela colisão, $v_{cm}$ também deve permanecer inalterada. Assim, o centro de massa continua a se movimentar na mesma direção, no mesmo sentido e com a mesma velocidade. Da Eq. 10-22,

*Neste ponto, usamos a identidade $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Ela reduz a quantidade de álgebra necessária para resolver as equações simultâneas, Eqs. 10-16 e 10-17.

a velocidade do centro de massa para a colisão exibida na Fig. 10-10 (alvo inicialmente em repouso) é

$$v_{cm} = \frac{P}{m_1 + m_2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}. \qquad (10\text{-}23)$$

A Fig. 10-11, uma série de fotografias de uma colisão elástica típica, mostra que o centro de massa de fato se move uniformemente adiante, não sendo afetado de forma alguma pela colisão.

### Alvo em Movimento

Agora que examinamos a colisão elástica de um projétil e um alvo estacionário, examinemos a situação onde ambos os corpos estejam em movimento antes de sofrer uma colisão elástica.

Para a situação da Fig. 10-12, a conservação do momento linear é escrita como

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}, \qquad (10\text{-}24)$$

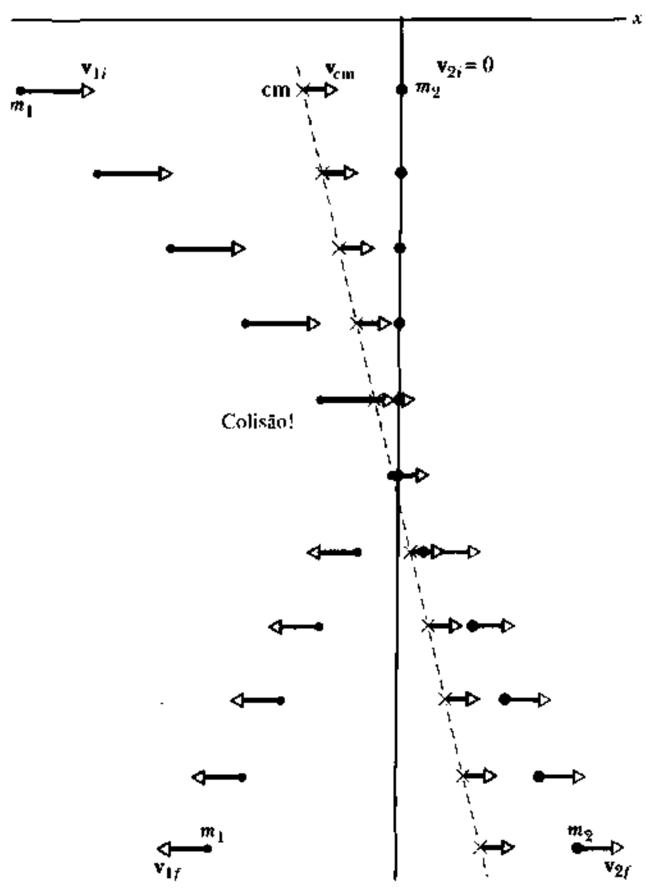



**Fig. 10-11** Algumas fotografias de dois corpos sofrendo uma colisão elástica. O corpo 2 está inicialmente em repouso e $m_2 = 3m_1$. Também se mostra a velocidade do centro de massa. Observe que ela não é afetada pela colisão.

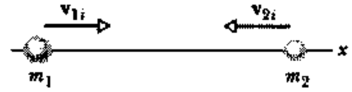



**Fig. 10-12** Dois corpos a caminho de uma colisão elástica.

e a conservação da energia cinética é escrita como

$$\tfrac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 + \tfrac{1}{2}m_2 v_{2i}^2 = \tfrac{1}{2}m_1 v_{1f}^2 + \tfrac{1}{2}m_2 v_{2f}^2. \qquad (10\text{-}25)$$

Para resolver essas equações simultâneas para $v_{1f}$ e $v_{2f}$, primeiro reescrevemos a Eq. 10-24 como

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = -m_2(v_{2i} - v_{2f}), \qquad (10\text{-}26)$$

e a Eq. 10-25 como

$$\begin{aligned} m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) \\ = -m_2(v_{2i} - v_{2f})(v_{2i} + v_{2f}). \end{aligned} \qquad (10\text{-}27)$$

Após dividirmos a Eq. 10-27 pela Eq. 10-26 e utilizarmos mais alguma álgebra, obteremos

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i} \qquad (10\text{-}28)$$

e

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i}. \qquad (10\text{-}29)$$

Observe que a atribuição dos índices 1 e 2 aos corpos é arbitrária. Se trocarmos tais índices na Fig. 10-12 e nas Eqs. 10-28 e 10-29, terminaremos com o mesmo conjunto de equações. Observe também que, se estabelecermos $v_{2i} = 0$, o corpo 2 tornar-se-á um alvo em repouso e as Eqs. 10-28 e 10-29 se reduzirão às Eqs. 10-18 e 10-19, respectivamente.

---

**EXEMPLO 10-3** Duas esferas de metal, suspensas por fios verticais, estão inicialmente em contato, como mostra a Fig. 10-13. A esfera 1, com massa $m_1 = 30$ g, é puxada para a esquerda até uma altura $h_1 = 8{,}0$ cm e, então, liberada. Após descer, ela sofre uma colisão elástica com a esfera 2, cuja massa é $m_2 = 75$ g.

a. Qual é a velocidade $v_{1f}$ da esfera 1, imediatamente após a colisão?

**Solução** Representemos por $v_{1i}$ a velocidade da esfera 1, imediatamente antes da colisão. A esfera inicia sua descida com energia cinética nula e com energia potencial gravitacional $m_1 g h_1$. Imediatamente antes da colisão, ela tem energia cinética . Durante a descida, a conservação da energia mecânica fornece

$$\tfrac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 = m_1 g h_1,$$

que resolvemos para encontrar a sua velocidade $v_{1i}$, imediatamente antes da colisão:

$$v_{1i} = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{(2)(9{,}8\ \text{m/s}^2)(0{,}080\ \text{m})} = 1{,}252\ \text{m/s}.$$

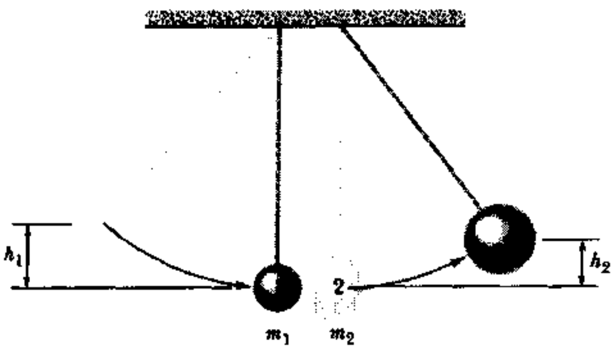



**Fig. 10-13** Exemplo 10-3. Duas esferas de metal suspensas por cordas apenas se tocam quando estão em repouso. A esfera 1, com massa $m_1$, é puxada para a esquerda até a altura $h_1$ e, então, liberada. A colisão elástica subseqüente com a esfera 2 envia esta até a altura $h_2$.

Embora ela descreva um movimento bidimensional, sua colisão com a esfera 2 é horizontal e, portanto, em uma dimensão. Podemos então representar a sua *velocidade*, imediatamente antes dessa colisão, por $v_{1i}$.

Para encontrar a velocidade $v_{1f}$ da esfera 1, imediatamente após a colisão, usamos a Eq. 10-18:

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{0{,}030 \text{ kg} - 0{,}075 \text{ kg}}{0{,}030 \text{ kg} + 0{,}075 \text{ kg}} (1{,}252 \text{ m/s})$$
$$= -0{,}537 \text{ m/s} \approx -0{,}54 \text{ m/s}. \qquad \text{(Resposta)}$$

O sinal de menos diz-nos que ela se desloca para a esquerda, imediatamente após a colisão.

b. Que altura $h'_1$ atinge a esfera 1 ao retornar para a esquerda, após a colisão?

**Solução** Ela começa a sua trajetória para a esquerda com energia cinética $\frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2$. Quando pára momentaneamente, à altura $h'_1$, tem energia potencial gravitacional $m_1 g h'_1$. Conservando a energia mecânica durante a subida, encontramos

$$m_1 g h'_1 = \tfrac{1}{2} m_1 v_{1f}^2,$$

ou

$$h'_1 = \frac{v_{1f}^2}{2g} = \frac{(-0{,}537 \text{ m/s})^2}{(2)(9{,}8 \text{ m/s}^2)}$$
$$= 0{,}0147 \text{ m} \approx 1{,}5 \text{ cm}. \qquad \text{(Resposta)}$$

c. Qual é a velocidade $v_{2f}$ da esfera 2, imediatamente após a colisão?

**Solução** Da Eq. 10-19, temos

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{(2)(0{,}030 \text{ kg})}{0{,}030 \text{ kg} + 0{,}075 \text{ kg}} (1{,}252 \text{ m/s})$$
$$= 0{,}715 \text{ m/s} \approx 0{,}72 \text{ m/s}. \qquad \text{(Resposta)}$$

d. Que altura $h_2$ atinge a esfera 2 após a colisão?

**Solução** Ela começa a sua subida com energia cinética $\frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$. Quando pára momentaneamente, à altura $h_2$, tem energia potencial gravitacional $m_2 g h_2$. A conservação da energia mecânica durante a subida fornece-nos

$$m_2 g h_2 = \tfrac{1}{2} m_2 v_{2f}^2,$$

ou

$$h_2 = \frac{v_{2f}^2}{2g} = \frac{(0{,}715 \text{ m/s})^2}{(2)(9{,}8 \text{ m/s}^2)}$$
$$= 0{,}0261 \text{ m} \approx 2{,}6 \text{ cm}. \qquad \text{(Resposta)}$$

**EXEMPLO 10.4** Em um reator nuclear, nêutrons rápidos recém-emitidos devem ter suas velocidades diminuídas, antes de poder participar efetivamente no processo de reação em cadeia. Isto é feito permitindo-lhes colidir com os núcleos de átomos em um *moderador*.

a. De que fração se reduz a energia cinética de um nêutron (de massa $m_1$) em uma colisão elástica frontal com um núcleo de massa $m_2$, inicialmente em repouso?

**Solução** As energias cinéticas inicial e final do nêutron são

$$K_i = \tfrac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 \quad \text{e} \quad K_f = \tfrac{1}{2} m_1 v_{1f}^2.$$

A fração que procuramos é, então,

$$\text{frac} = \frac{K_i - K_f}{K_i} = \frac{v_{1i}^2 - v_{1f}^2}{v_{1i}^2} = 1 - \frac{v_{1f}^2}{v_{1i}^2}. \qquad (10\text{-}30)$$

Para tal colisão, temos, da Eq. 10-18,

$$\frac{v_{1f}}{v_{1i}} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}. \qquad (10\text{-}31)$$

A substituição da Eq. 10-31 na Eq. 10-30 fornece, após alguma álgebra,

$$\text{frac} = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}. \qquad \text{(Resposta)} \qquad (10\text{-}32)$$

b. Estime esta fração para o chumbo, o carbono e o hidrogênio. As razões entre a massa nuclear e a massa do nêutron ($= m_2/m_1$) para esses núcleos são 206 para o chumbo, 12 para o carbono e cerca de 1 para o hidrogênio.

**Solução** Os seguintes valores da fração podem ser calculados com a Eq. 10-32: para o chumbo ($m_2 = 206 m_1$),

$$\text{frac} = \frac{(4)(206)}{(1 + 206)^2} = 0{,}019 \text{ ou } 1{,}9\%; \qquad \text{(Resposta)}$$

para o carbono ($m_2 = 12 m_1$),

$$\text{frac} = \frac{(4)(12)}{(1 + 12)^2} = 0{,}28 \text{ ou } 28\%; \qquad \text{(Resposta)}$$

e para o hidrogênio ($m_2 \approx m_1$),

$$\text{frac} = \frac{(4)(1)}{(1 + 1)^2} = 1 \text{ ou } 100\%. \qquad \text{(Resposta)}$$

Esses resultados explicam por que a água, que contém grande quantidade de hidrogênio, é um moderador de nêutrons muito melhor do que o chumbo.

**EXEMPLO 10-5** Um deslizador alvo, cuja massa $m_2$ é de 350 g, está em repouso em um trilho de ar, a uma distância $d$ = 53 cm do fim do trilho. Um deslizador projétil, cuja massa $m_1$ é de 590 g, aproxima-se do alvo com velocidade $v_{1i} = -75$ cm/s e colide elasticamente com ele (Fig. 10-14*a*). O deslizador alvo é devolvido elasticamente por uma mola curta no final do trilho e encontra o projétil por uma segunda vez, conforme mostra a Fig. 10-14*b*. A que distância do final do trilho ocorre esta segunda colisão?

**Solução** Usemos as Eqs. 10-18 e 10-19 para encontrar as velocidades dos dois deslizadores após colidirem. Da Eq. 10-18,

$$v_{1f} = v_{1i}\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = (-75 \text{ cm/s})\frac{590 \text{ g} - 350 \text{ g}}{590 \text{ g} + 350 \text{ g}}$$
$$= -19 \text{ cm/s}. \qquad (10\text{-}33)$$

Da Eq. 10-19,

$$v_{2f} = v_{1i}\frac{2m_1}{m_1 + m_2} = (-75 \text{ cm/s})\frac{(2)(590 \text{ g})}{590 \text{ g} + 350 \text{ g}}$$
$$= -94 \text{ cm/s}. \qquad (10\text{-}34)$$

Até a segunda colisão, o deslizador 1 terá percorrido uma distância $d - x$ e o 2, uma distância $d + x$. Seus tempos $t$ de percurso para essas distâncias são iguais, de forma que

$$t = \frac{d - x}{v_{1f}} = \frac{d + x}{v_{2f}}.$$

Substituindo os resultados das Eqs. 10-33 e 10-34 e estabelecendo $d$ = 53 cm, obtemos

$$\frac{53 \text{ cm} - x}{-19 \text{ cm/s}} = \frac{53 \text{ cm} + x}{-94 \text{ cm/s}}.$$

A resolução para $x$ fornece, após alguma álgebra,

$$x = 35 \text{ cm}. \qquad \text{(Resposta)}$$

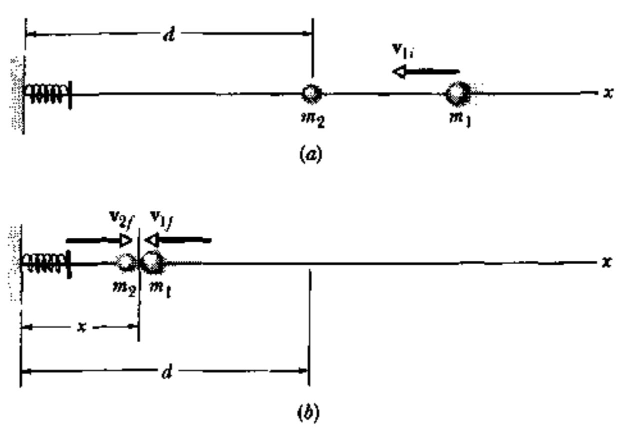



**Fig. 10-14** Exemplo 10-5. (*a*) Dois deslizadores em um trilho de ar estão a ponto de colidir. O deslizador $m_2$ está inicialmente em repouso. (*b*) Após a colisão, o deslizador $m_2$ retorna elasticamente da mola na extremidade esquerda do trilho e encontra o deslizador $m_1$ por uma segunda vez. Onde ocorre este segundo encontro?

Veja a Tática 1 para aprender o que está errado com esse método de resolução do problema.

### RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

#### TÁTICA 1: NÚMEROS *VERSUS* ÁLGEBRA

Freqüentemente, os principiantes na resolução de problemas substituem números muito cedo. Essa "corrida para os números" pode desenvolver um sentimento de confiança, mas, muitas vezes, dá uma visão muito restrita do problema como um todo. O Exemplo 10-5, onde deliberadamente usamos os números muito cedo, é um bom exemplo. Se você resolver esse problema usando apenas símbolos e substituindo os passos na solução numérica acima, obterá

$$x = d\frac{m_1 + m_2}{3m_1 - m_2},$$

que nos mostra ser o resultado independente da velocidade inicial do deslizador.

Podemos reescrever essa expressão em termos da razão adimensional $r$ entre as massas, como

$$x = d\frac{r + 1}{3r - 1} \qquad \text{onde} \qquad r = \frac{m_1}{m_2}.$$

Assim, a solução algébrica mostra que o resultado depende não das massas individuais, *mas apenas de sua razão*. Para os dados do Exemplo 10-5, $r$ = (590 g)/(350 g) = 1,69 e $x$ = 35 cm, concordando com a solução numérica.

A solução algébrica também nos permite analisar casos especiais. Por exemplo, $r = 1$ corresponde a $x = d$, conforme esperado. (A segunda colisão tem lugar exatamente onde a primeira ocorreu.) Podemos fazer perguntas como: "Para que valor de $r$ teremos $x = \frac{1}{2}d$?" ou "Para que valor de $r$ teremos $x = 2d$?" (As respostas são $r = 3$ e $r = 0,6$.) Também podemos perguntar: "Qual é o menor valor de $r$ para o qual uma segunda colisão realmente ocorrerá?". A resposta é $r = 1/3$, correspondendo a $x \to \infty$.

Você pode objetar que, se certos dados de entrada não eram necessários, não deveríamos tê-los fornecido no enunciado do problema. Mas, no mundo real, os solucionadores de problemas devem obter seus próprios dados de entrada e decidir por si mesmos o que é necessário e o que não é. Conselho: mantenha-se na álgebra até onde puder e estude os pré-requisitos e implicações da equação que você obtiver.

## 10-4 Colisões Inelásticas em Uma Dimensão

Uma **colisão inelástica** (ou **anelástica**) é aquela onde não é conservada a energia cinética do sistema de corpos que colidem. Se você largar uma superbola sobre um chão duro, ela perde muito pouco de sua energia cinética no impacto e quica quase até a sua altura de origem. Se, de fato, a bola recuperasse a altura original, sua colisão com o chão seria elástica. Contudo, a pequena perda de energia cinética na colisão diminui a altura até onde ela retorna e, portanto, a colisão é um tanto inelástica.

Uma bola de golfe largada perderá mais de sua energia cinética e quicará até apenas 60% de sua altura de origem. Esta colisão é notadamente inelástica. Se você largar uma bola de massa de modelar sobre o chão, ela adere ao chão e não quica de forma alguma. Por isso diz-se que esta colisão é uma **colisão perfeitamente inelástica**. (Em qualquer colisão inelástica, a energia cinética que se perde é transferida a alguma outra forma de energia, talvez energia térmica.)

Nesta seção, restringimo-nos em grande parte a colisões perfeitamente inelásticas. Embora um sistema de corpos em colisão sempre perca energia cinética em qualquer impacto inelástico, o momento linear do sistema sempre se conserva (considerando-se que o sistema seja isolado e fechado). Uma vez que tanto a energia cinética como o momento linear envolvem as velocidades dos corpos em colisão, a conservação do momento linear limita o quanto de energia cinética é perdido por um sistema em uma colisão inelástica. Quando os corpos aderem um ao outro em uma colisão perfeitamente inelástica, a quantidade de energia cinética que se perde é a máxima permitida pela conservação do momento linear. Em algumas situações, o sistema pode perder toda a sua energia cinética.

A Fig. 10-15 mostra uma colisão inelástica unidimensional onde um corpo está inicialmente em repouso. A lei da conservação do momento linear é válida neste caso de modo que

$$m_1 v = (m_1 + m_2) V, \qquad (10\text{-}35)$$

ou

$$V = v \frac{m_1}{m_1 + m_2}, \qquad (10\text{-}36)$$

onde $V$ representa a velocidade final dos corpos unidos. A Eq. 10-36 nos diz que a velocidade final é sempre menor do que a do corpo inicialmente em movimento.

A Fig. 10-16 (compare-a com a Fig. 10-11) mostra que o movimento do centro de massa em uma colisão perfeitamente inelástica não é afetado por ela. Aqui, apesar dos corpos aderirem um ao outro, a energia cinética associada ao movimento do centro de massa ainda está presente. A única maneira em que a energia cinética pode desaparecer *totalmente* em uma colisão inelástica é se o referencial for fixo em relação ao centro de massa dos corpos em colisão. Então, todo movimento relativo ao referencial cessa quando os corpos aderem um ao outro. Se o corpo alvo $m_2$ for de massa excessivamente grande, o centro de massa do sistema coincidirá essencialmente com o do alvo. Isto é o que

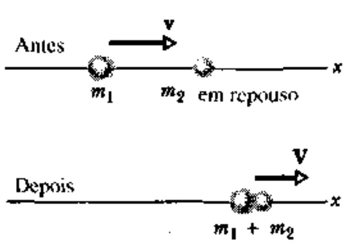



**Fig. 10-15** Uma colisão inelástica entre dois corpos. Antes da colisão, o corpo de massa $m_2$ está em repouso. Posteriormente, os corpos se unem, o que é o critério para uma colisão *perfeitamente* inelástica. As velocidades estão representadas em escala para o caso onde $m_1 = 3m_2$.

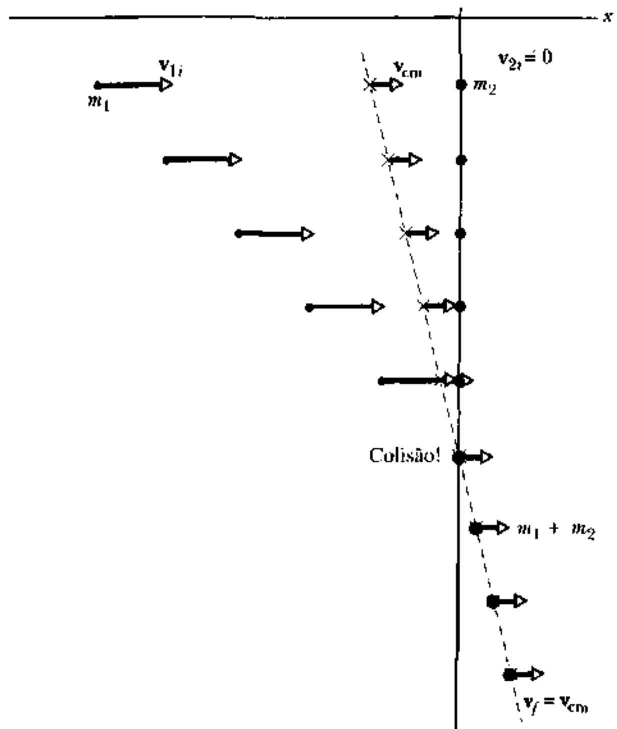



**Fig. 10-16** Algumas fotografias de dois corpos sofrendo uma colisão perfeitamente inelástica. O corpo 2 está inicialmente em repouso, e $m_2 = 3m_1$. Os corpos permanecem unidos após a colisão e assim prosseguem em seu movimento adiante. Também se representa a velocidade do centro de massa. Observe que ela não é afetada pela colisão e que é igual à velocidade final dos corpos reunidos.

ocorre quando uma bola de massa de modelar é largada sobre o chão, o corpo alvo sendo a Terra. Quando a bola bate, toda a energia cinética é dissipada, sendo transferida para alguma outra forma de energia.

Se ambos os corpos estiverem se deslocando antes de uma colisão onde ficarão aderidos um ao outro, substituímos a Eq. 10-35 por

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) V, \qquad (10\text{-}37)$$

onde $m_1 v_1$ é o momento linear inicial de um corpo e $m_2 v_2$ é o do outro. Aqui, novamente toda a energia cinética será dissipada apenas se o referencial for fixo em relação ao centro de massa dos corpos. A Fig. 10-17 mostra um exemplo: carros idênticos, dirigidos a velocidades iguais, sofreram uma colisão quase frontal e quase perfeitamente inelástica. Seu centro de massa estava parado em relação à Terra. Portanto, uma pessoa que estivesse parada em relação à Terra teria visto esses carros pararem após a colisão, em lugar de se deslocarem em um sentido ou outro.

**EXEMPLO 10-6** Um *pêndulo balístico* (Fig. 10-18) é um dispositivo que foi usado para medir as velocidades de projéteis, antes que se desenvolvessem dispositivos eletrônicos de medição. Este pêndulo consiste em um grande bloco de madeira de massa $M = 5{,}4$ kg, pendurado por dois fios longos. Uma bala de massa $m = 9{,}5$ g é disparada para dentro do bloco, parando rapidamente. Então, *bloco + bala* deslocam-se para

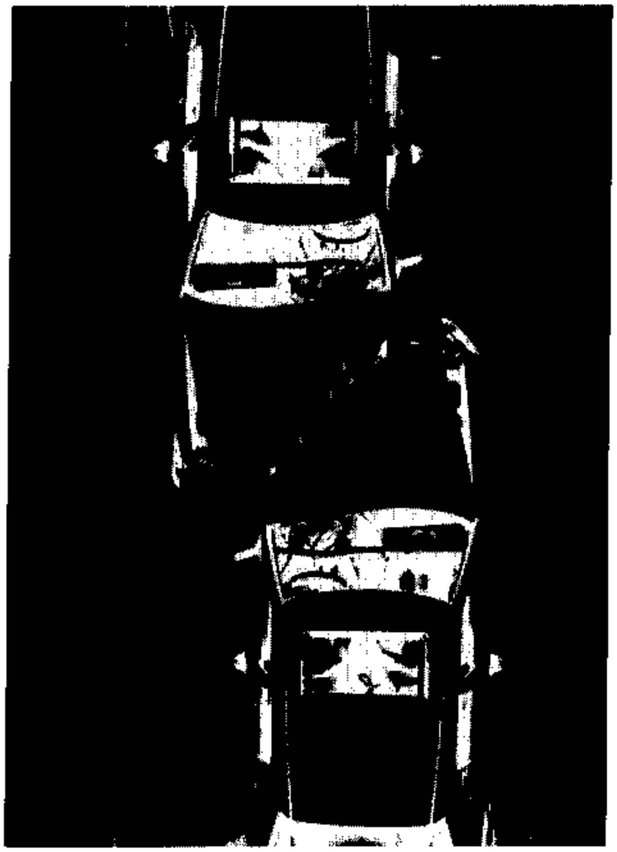


**Fig. 10-17** Dois carros após uma colisão quase frontal e quase perfeitamente inelástica.

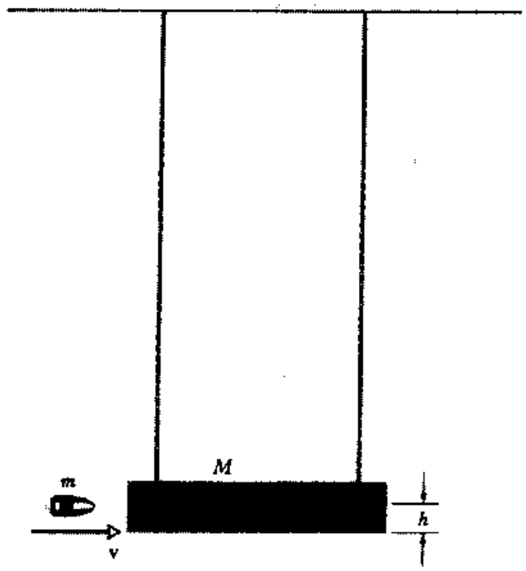



**Fig. 10-18** Exemplo 10-6. Um pêndulo balístico, antigamente empregado para se medir as velocidades de balas de fuzil.

cima, seu centro de massa elevando-se de uma distância vertical $h = 6{,}3$ cm, antes que o pêndulo pare momentaneamente ao final de seu arco.

a. Qual era a velocidade $v$ da bala, imediatamente antes da colisão?

**Solução** Imediatamente após a colisão, *bala + bloco* têm velocidade $V$. Aplicando a conservação do momento linear à colisão, temos

$$mv = (M + m)V.$$

Uma vez que a bala e o bloco permanecem unidos, a colisão é perfeitamente inelástica e a energia cinética não se conserva durante ela. Entretanto, *após* a colisão, a energia mecânica *é* conservada porque, então, nenhuma força age para dissipá-la. Assim, a energia cinética do sistema, quando o bloco está no ponto mais baixo de seu arco, deve ser igual à energia potencial do sistema, quando o bloco está no ponto mais alto:

$$\tfrac{1}{2}(M + m)V^2 = (M + m)gh.$$

A eliminação de $V$ entre essas duas equações conduz a

$$v = \frac{M + m}{m}\sqrt{2gh}$$

$$= \left(\frac{5{,}4\ \text{kg} + 0{,}0095\ \text{kg}}{0{,}0095\ \text{kg}}\right)\sqrt{(2)(9{,}8\ \text{m/s}^2)(0{,}063\ \text{m})}$$

$$= 630\ \text{m/s}. \qquad \text{(Resposta)}$$

O pêndulo balístico é um tipo de "transformador", substituindo a alta velocidade de um objeto leve (a bala) pela baixa — e, portanto, mais facilmente mensurável — velocidade de um objeto de maior massa (o bloco).

b. Qual é a energia cinética inicial da bala? Quanto dessa energia permanece como energia mecânica do pêndulo em movimento?

**Solução** A energia cinética da bala é

$$K_b = \tfrac{1}{2}mv^2 = (\tfrac{1}{2})(0{,}0095\ \text{kg})(630\ \text{m/s})^2$$

$$= 1.900\ \text{J}. \qquad \text{(Resposta)}$$

A energia mecânica do pêndulo em movimento é igual à sua energia potencial, quando o bloco está no ponto mais alto de sua trajetória, ou

$$E = (M + m)gh$$

$$= (5{,}4\ \text{kg} + 0{,}0095\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(0{,}063\ \text{m})$$

$$= 3{,}3\ \text{J}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Assim, apenas 3,3/1.900 ou 0,2% da energia cinética original da bala é transferido para a energia mecânica do pêndulo. O resto é deslocado para a energia térmica do bloco e da bala, ou vai para a quebra de fibras da madeira, à medida que a bala abre caminho para dentro dela.

**EXEMPLO 10-7** Um mestre em caratê bate para baixo com seu punho (de massa $m_1 = 0{,}70$ kg), quebrando uma prancha de 0,14 kg (Fig. 10-19*a*). Ele, então, faz o mesmo a um bloco de concreto de 3,2 kg. As constantes elásticas $k$ para o dobramento são $4{,}1 \times 10^4$ N/m para a prancha e $2{,}6 \times 10^6$ N/m para o bloco. A quebra ocorre a uma deflexão $d$ de 16 mm para a prancha e 1,1 mm para o bloco (Fig. 10-19*c*).*

a. Imediatamente antes que a prancha e o bloco se quebrem, qual é a energia armazenada em cada um?

*Os dados foram tirados de "The Physics of Karate", de S. R. Wilk, R.E. McNair e M.S. Feld, *American Journal of Physics*, setembro de 1983.

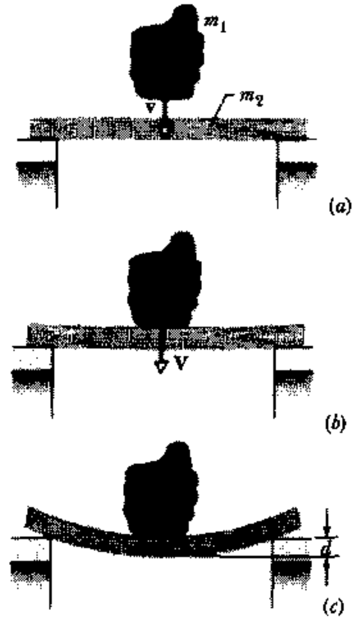



**Fig. 10-19** Exemplo 10-7. *(a) Um perito em caratê golpeia um objeto plano com velocidade* $v$. *(b)* O punho e o objeto sofrem uma colisão perfeitamente inelástica e tem início o dobramento. O *punho + objeto*, então, têm velocidade $V$. *(c)* O objeto quebra-se quando seu centro é defletido de uma quantidade $d$. Supomos que o punho e o objeto parem exatamente nesse ponto.

**Solução** Tratamos o dobramento como a compressão de uma mola à qual se aplica a lei de Hooke. A energia armazenada é, então, da Eq. 7.19, $U = \frac{1}{2}kd^2$. Para a prancha,

$$U = \tfrac{1}{2}(4{,}1 \times 10^4 \text{ N/m})(0{,}016 \text{ m})^2$$
$$= 5{,}248 \text{ J} \approx 5{,}2 \text{ J}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Para o bloco,

$$U = \tfrac{1}{2}(2{,}6 \times 10^6 \text{ N/m})(0{,}0011 \text{ m})^2$$
$$= 1{,}573 \text{ J} \approx 1{,}6 \text{ J}. \qquad \text{(Resposta)}$$

b. *Que velocidade* $v$ *do punho, é necessária para quebrar a prancha e o bloco? Suponha que a energia mecânica seja conservada durante o dobramento, que o punho e o objeto atingido parem imediatamente antes da quebra e que a colisão punho-objeto, no início do dobramento (Fig. 10-19b), seja perfeitamente inelástica.*

**Solução** Se a energia mecânica se conservar durante o dobramento, então a energia cinética $K$ do sistema punho-objeto ao início do dobramento deverá ser igual a $U$, exatamente na quebra: 5,2 J para a prancha e 1,6 J para o bloco. A velocidade do punho necessária para quebrar o objeto é a mesma para produzir aquela energia cinética $K$, que pode ser escrita como

$$K = \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = U,$$

de modo que

$$V = \sqrt{\frac{2U}{m_1 + m_2}},$$

onde $V$ é a velocidade do *punho + objeto* ao início do dobramento, $m_1$ = 0,70 kg e $m_2$ = 0,14 kg para a prancha ou 3,2 kg para o bloco. Para a prancha, temos

$$V = \sqrt{\frac{2(5{,}248 \text{ J})}{0{,}70 \text{ kg} + 0{,}14 \text{ kg}}} = 3{,}534 \text{ m/s}.$$

Para o bloco, temos

$$V = \sqrt{\frac{2(1{,}573 \text{ J})}{0{,}70 \text{ kg} + 3{,}2 \text{ kg}}} = 0{,}8981 \text{ m/s}.$$

Imediatamente antes de atingir a prancha ou o bloco, o punho tem a velocidade $v$ da Eq. 10-36. Assim, rearrumando aquela equação, obtemos

$$v = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)V.$$

Para a prancha, encontramos

$$v = \left(\frac{0{,}70 \text{ kg} + 0{,}14 \text{ kg}}{0{,}70 \text{ kg}}\right)(3{,}534 \text{ m/s})$$
$$\approx 4{,}2 \text{ m/s}, \qquad \text{(Resposta)}$$

e para o bloco, temos

$$v = \left(\frac{0{,}70 \text{ kg} + 3{,}2 \text{ kg}}{0{,}70 \text{ kg}}\right)(0{,}8981 \text{ m/s})$$
$$\approx 5{,}0 \text{ m/s}. \qquad \text{(Resposta)}$$

A velocidade do punho deve ser aproximadamente 20% maior para que ele quebre o bloco, porque a massa maior do bloco dificulta a transferência de energia.

## 10-5 Colisões em Duas Dimensões

Aqui, consideramos uma colisão oblíqua entre um corpo projétil e um corpo alvo em repouso. Na Fig. 10-20, vemos uma situação típica. A distância $b$ pela qual a colisão deixa de ser frontal é denominada *parâmetro de impacto*. Ela é uma medida do quanto a colisão é direta, $b = 0$ cor-

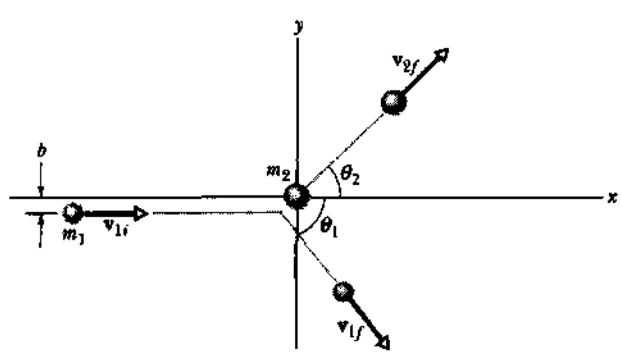



**Fig. 10-20** Uma colisão elástica entre dois corpos onde a colisão não é frontal. O corpo com massa $m_2$ (o alvo) está inicialmente em repouso. A distância $b$ é o parâmetro de impacto.

respondendo a uma colisão frontal. Após a colisão, os dois corpos afastam-se com ângulos $\theta_1$ e $\theta_2$, como mostra a figura.

Da conservação do momento linear (uma relação vetorial), podemos escrever duas equações escalares:

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos\theta_1 + m_2 v_{2f} \cos\theta_2 \quad \text{(componente } x) \quad (10\text{-}38)$$

e

$$0 = -m_1 v_{1f} \operatorname{sen}\theta_1 + m_2 v_{2f} \operatorname{sen}\theta_2 \quad \text{(componente } y). \quad (10\text{-}39)$$

Se a colisão for elástica, também se conservará a energia cinética:

$$\tfrac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad \text{(energia cinética)}. \quad (10\text{-}40)$$

Essas três equações contêm sete variáveis: duas massas, $m_1$ e $m_2$; três velocidades, $v_{1i}$, $v_{1f}$ e $v_{2f}$; e dois ângulos, $\theta_1$ e $\theta_2$. Se soubermos apenas quatro dessas quantidades, poderemos resolver as três equações para as três restantes. Freqüentemente, as quantidades conhecidas são as duas massas, a velocidade inicial e um dos ângulos. As incógnitas a se determinarem são, então, as duas velocidades finais e o outro ângulo.

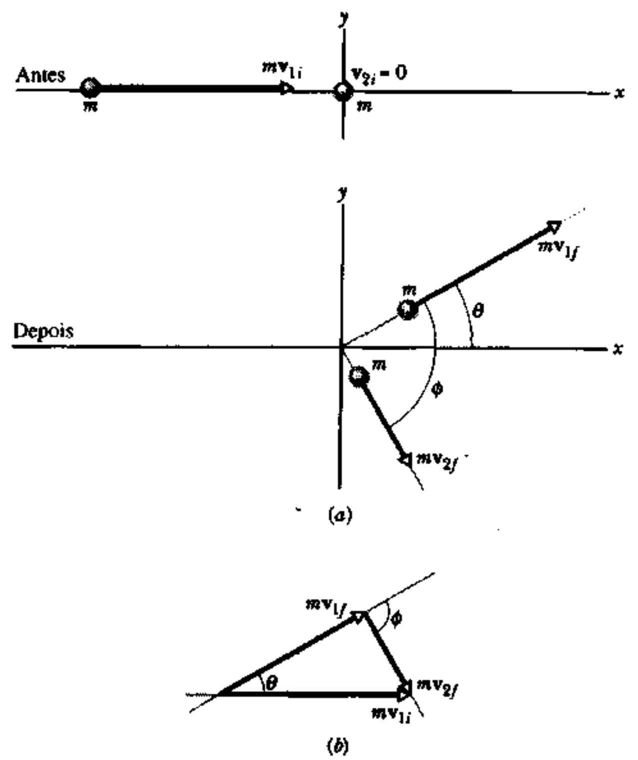



**Fig. 10-21** Exemplo 10-8. Uma prova elegante do fato de que, em uma colisão elástica entre duas partículas de mesma massa, as partículas, em seguida, afastam-se a 90° entre si. Para que isto seja válido, a partícula alvo deve estar inicialmente em repouso e a colisão não pode ser frontal.

**EXEMPLO 10-8** Duas partículas de massas iguais sofrem uma colisão elástica, a partícula alvo estando inicialmente em repouso. Mostre (a menos que a colisão seja frontal) que as duas partículas sempre irão afastar-se perpendicularmente entre si, após a colisão.

**Solução** Há um impulso de se abordar o problema e resolvê-lo de uma forma imediata, aplicando-se as Eqs. 10-38, 10-39 e 10-40. Existe um modo mais simples.

A Fig. 10-21*a* mostra a situação tanto antes como após a colisão, cada partícula com seu vetor momento linear associado. Sendo o momento linear conservado na colisão, esses vetores devem formar um triângulo fechado, como mostra a Fig. 10-21*b*. (O vetor $m\mathbf{v}_{1i}$ deve ser a soma vetorial de $m\mathbf{v}_{1f}$ e $m\mathbf{v}_{2f}$.) Como as massas das partículas são iguais, o triângulo fechado dos momentos lineares da Fig. 10-21*b* é também um triângulo fechado de velocidade, porque a divisão pelo escalar $m$ não altera a relação dos vetores. Ou seja,

$$\mathbf{v}_{1i} = \mathbf{v}_{1f} + \mathbf{v}_{2f}. \quad (10\text{-}41)$$

Conservando-se a energia cinética, vale a Eq. 10-40. Com o cancelamento da massa $m$, idêntica para as duas partículas, esta equação torna-se

$$v_{1i}^2 = v_{1f}^2 + v_{2f}^2. \quad (10\text{-}42)$$

A Eq. 10-42 aplica-se aos comprimentos dos lados no triângulo da Fig. 10-21*b*. Para que ela seja válida, o triângulo deve ser retângulo (e a Eq. 10-42 é, então, o teorema de Pitágoras). Portanto, o ângulo $\phi$ entre os vetores $\mathbf{v}_{1f}$ e $\mathbf{v}_{2f}$ deve ser de 90°, coincidindo com o que nos dispusemos a provar.

**EXEMPLO 10-9** Dois patinadores colidem e abraçam-se, em uma colisão perfeitamente inelástica. Ou seja, eles permanecem unidos após o impacto, conforme sugerido pela Fig. 10-22, onde a origem é localizada no ponto da colisão. Alfred, cuja massa $m_A$ é de 83 kg, está originalmente se deslocando para o leste com velocidade $v_A = 6{,}2$ km/h. Bárbara, cuja massa $m_B$ é de 55 kg, está originalmente se deslocando para o norte com velocidade $v_B = 7{,}8$ km/h.

a. Qual é a velocidade $\mathbf{V}$ do casal, após o impacto?

**Solução** O momento linear conserva-se durante a colisão. Podemos escrever, para as componentes do momento linear nas direções $x$ e $y$,

$$m_A v_A = MV\cos\theta \quad \text{(componente } x) \quad (10\text{-}43)$$

e

$$m_B v_B = MV\operatorname{sen}\theta \quad \text{(componente } y), \quad (10\text{-}44)$$

onde $M = m_A + m_B$. Dividindo-se a Eq. 10-44 pela Eq. 10-43, obtém-se

$$\tan\theta = \frac{m_B v_B}{m_A v_A} = \frac{(55\text{ kg})(7{,}8\text{ km/h})}{(83\text{ kg})(6{,}2\text{ km/h})} = 0{,}834.$$

Assim,

$$\theta = \tan^{-1} 0{,}834 = 39{,}8° \approx 40°. \quad \text{(Resposta)}$$

Da Eq. 10-44, temos, então,

$$V = \frac{m_B v_B}{M\operatorname{sen}\theta} = \frac{(55\text{ kg})(7{,}8\text{ km/h})}{(83\text{ kg} + 55\text{ kg})(\operatorname{sen} 39{,}8°)}$$
$$= 4{,}86\text{ km/h} \approx 4{,}9\text{ km/h}. \quad \text{(Resposta)}$$

b. Qual é a velocidade do centro de massa dos dois patinadores, antes e depois da colisão?

**Solução** Podemos responder a isto sem novos cálculos. Após a colisão, a velocidade do centro de massa é a mesma que calculamos no item (a); ou seja, 4,9 km/h a 40° ao norte do leste (Fig. 10-22). Como a velocidade do centro de massa não é alterada pela colisão, esse mesmo valor deve prevalecer antes da colisão.

c. Qual é a variação na energia cinética dos patinadores, expressa como fração, devido à colisão?

**Solução** A energia cinética inicial é

$$\begin{aligned} K_i &= \tfrac{1}{2}m_A v_A^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B^2 \\ &= (\tfrac{1}{2})(83\ \text{kg})(6{,}2\ \text{km/h})^2 + (\tfrac{1}{2})(55\ \text{kg})(7{,}8\ \text{km/h})^2 \\ &= 3.270\ \text{kg}\cdot\text{km}^2/\text{h}^2. \end{aligned}$$

A energia cinética final é

$$\begin{aligned} K_f &= \tfrac{1}{2}MV^2 \\ &= (\tfrac{1}{2})(83\ \text{kg} + 55\ \text{kg})(4{,}86\ \text{km/h})^2 \\ &= 1.630\ \text{kg}\cdot\text{km}^2/\text{h}^2. \end{aligned}$$

Então, a variação em fração é

$$\begin{aligned} \text{frac} &= \frac{K_f - K_i}{K_i} \\ &= \frac{1.630\ \text{kg}\cdot\text{km}^2/\text{h}^2 - 3.270\ \text{kg}\cdot\text{km}^2/\text{h}^2}{3.270\ \text{kg}\cdot\text{km}^2/\text{h}^2} \\ &= -0{,}50. \qquad \text{(Resposta)} \end{aligned}$$

Assim, 50% da energia cinética inicial são perdidos como resultado da colisão.

### Resolução de Problemas

#### Tática 2: Ainda Sobre Unidades

Freqüentemente, é sensato expressar todas as quantidades físicas em suas unidades básicas do SI; assim, todas as velocidades em metros por segundo, massas em quilogramas etc. Algumas vezes, entretanto, isso não é necessário. No Exemplo 10-9a, por exemplo, as unidades cancelam-se quando calculamos o ângulo $\theta$. No Exemplo 10-9c, cancelam-se quando calculamos a quantidade adimensional frac. Neste último caso, por exemplo, não há necessidade de se mudar as unidades de energia cinética para joules, a unidade básica de energia no SI; podemos deixá-las nas unidades kg·km²/h², porque podemos observar adiante que elas vão cancelar-se, quando computarmos o quociente adimensional frac.

## 10-6 Reações e Processos de Decaimento (Opcional)

Aqui, consideramos colisões (denominadas **reações**) onde a identidade e mesmo o número de partículas nucleares em interação mudam devido às colisões. Consideramos, também, o *decaimento espontâneo* de partículas instáveis, em que uma partícula é transformada em duas outras. Para ambos os tipos de eventos, há uma clara distinção entre instantes de tempo "antes do evento" e instantes de tempo "após o evento", e valem as leis de conservação do momento linear e da energia *total*. Resumindo, podemos tratar esses eventos pelos métodos já desenvolvidos para colisões.

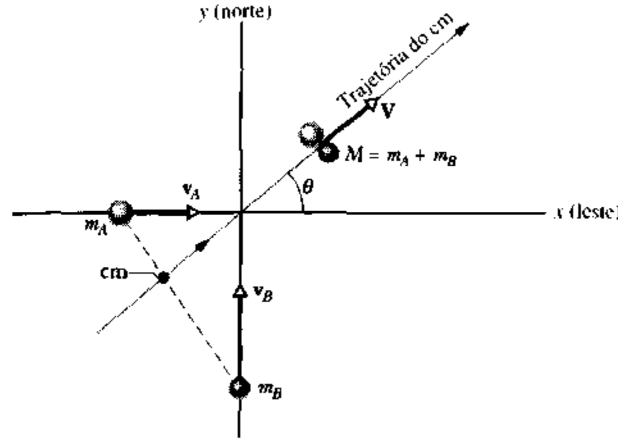



**Fig. 10-22** Exemplo 10-9. Dois patinadores, Alfred ($A$) e Barbara ($B$), sofrem uma colisão perfeitamente inelástica. Posteriormente, eles se deslocam juntos segundo o ângulo $\theta$, com velocidade $V$. O caminho de seu centro de massa está representado, assim como a posição do centro de massa para as posições indicadas dos patinadores antes da colisão.

**EXEMPLO 10-10** Um núcleo radioativo de urânio-235 decai espontaneamente para tório-231 pela emissão de uma partícula alfa:*

$$^{235}\text{U} \rightarrow \alpha + {}^{231}\text{Th}.$$

A partícula alfa ($m_\alpha$ = 4,00 u) tem uma energia cinética $K_\alpha$ de 4,60 MeV. Qual é a energia cinética do núcleo de tório-231 que recua ($m_{Th}$ = 231 u)?

**Solução** O núcleo de $^{235}$U está inicialmente em repouso no laboratório. Após o decaimento, a partícula alfa distancia-se e o $^{231}$Th recua no sentido oposto, com energias cinéticas $K_\alpha$ e $K_{Th}$, respectivamente. A aplicação da lei de conservação do momento linear leva a

$$0 = m_{Th}v_{Th} + m_\alpha v_\alpha,$$

que podemos reescrever como

$$m_{Th}v_{Th} = -m_\alpha v_\alpha. \qquad (10\text{-}45)$$

Como $K = \frac{1}{2}mv^2$, podemos elevar ao quadrado cada lado da Eq. 10-45 e reescrevê-la como

$$m_{Th}K_{Th} = m_\alpha K_\alpha.$$

Assim,

$$\begin{aligned} K_{Th} &= K_\alpha \frac{m_\alpha}{m_{Th}} = (4{,}60\ \text{MeV})\,\frac{4{,}00\ \text{u}}{231\ \text{u}} \\ &= 7{,}97 \times 10^{-2}\ \text{MeV} = 79{,}7\ \text{keV}. \qquad \text{(Resposta)} \end{aligned}$$

*Uma partícula alfa (simbolizada como $\alpha$, hélio-4 ou $^4$He) é o núcleo de um átomo de hélio.

Observamos que, da quantidade total de energia cinética tornada disponível durante o decaimento (4,60 MeV + 0,0797 MeV = 4,68 MeV), o núcleo pesado que recua recebe apenas cerca de 0,0797/4,68 ou 1,7%.

**EXEMPLO 10-11** Uma reação nuclear de grande importância para a geração de energia por fusão nuclear é a assim chamada reação d-d, para a qual uma das formas é

$$\mathrm{d} + \mathrm{d} \rightarrow \mathrm{t} + \mathrm{p}. \qquad (10\text{-}46)$$

As partículas representadas por tais letras são todas isótopos do hidrogênio, com as seguintes propriedades:

| *Símbolos* | | *Nome* | *Massa* |
|---|---|---|---|
| p | $^1$H | Próton | $m_p = 1{,}00783$ u |
| d | $^2$H | Dêuteron | $m_d = 2{,}01410$ u |
| t | $^3$H | Tríton | $m_t = 3{,}01605$ u |

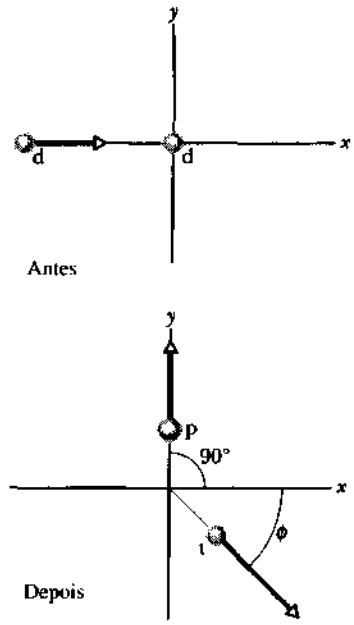



**Fig. 10-23** Exemplo 10-11. Um dêuteron em movimento (d) atinge outro em repouso. Ocorre a reação d-d da Eq. 10.46 e as partículas produzidas (p e t) afastam-se conforme representado.

a. Quanta energia cinética aparece devido à variação de massa $\Delta m$ que ocorre nesta reação?

**Solução** Da relação de Einstein $E = mc^2$, sabemos que a variação em energia associada a $\Delta m$ é $\Delta mc^2$. Da Eq. 8-31, o $Q$ de uma reação é definido como $Q = -\Delta mc^2$. Assim, neste problema, encontramos

$$\begin{aligned} Q &= -\Delta m\, c^2 = (2m_d - m_p - m_t)c^2 \\ &= (2 \times 2{,}01410\text{ u} - 1{,}00783\text{ u} - 3{,}01605\text{ u}) \\ &\quad \times (932\text{ MeV/u}) \\ &= (0{,}00432\text{ u})(932\text{ MeV/u}) \\ &= 4{,}03\text{ MeV}. \qquad \text{(Resposta)} \end{aligned}$$

Aqui usamos o valor de 932 MeV/u para $c^2$ dado pela Eq. 8-34.

Um valor positivo para $Q$ (como neste caso) significa que a reação é **exotérmica**; nesta reação, transfere-se energia de repouso para energia cinética. Apenas $0{,}00432/(2 \times 2{,}01410)$, ou cerca de 0,1% da massa originalmente presente foi transferida assim. Um $Q$ negativo indica uma reação **endotérmica**, onde a transferência é de energia cinética para energia de repouso. E $Q = 0$ significa um *encontro elástico*, sem variação de massa e com conservação de energia cinética.

b. Um dêuteron de energia cinética $K_d = 1{,}50$ MeV atinge um dêuteron em repouso, iniciando a reação da Eq. 10-46. Observa-se que um próton se afasta a um ângulo de 90° com a direção de incidência, com uma energia cinética de 3,39 MeV: veja a Fig. 10-23. Qual é a energia cinética do tríton?

**Solução** A energia $Q$, liberada devido ao decréscimo em energia de repouso, aparece como um incremento nas energias cinéticas das partículas. Assim, podemos escrever

$$Q = K_p + K_t - K_d,$$

onde $Q$ é a energia computada para esta reação no item (a). A resolução para $K_t$ fornece-nos

$$\begin{aligned} K_t &= Q + K_d - K_p \\ &= 4{,}03\text{ MeV} + 1{,}50\text{ MeV} - 3{,}39\text{ MeV} \\ &= 2{,}14\text{ MeV}. \qquad \text{(Resposta)} \end{aligned}$$

c. A que ângulo $\phi$ com a direção de incidência (veja a Fig. 10-23) emerge o tríton?

**Solução** Ainda não fizemos uso do fato de que o momento linear se conserva na reação da Eq. 10-46. A lei de conservação do momento linear fornece duas equações escalares:

$$m_d v_d = m_t v_t \cos\phi \qquad \text{(componente } x\text{)} \qquad (10\text{-}47)$$

e

$$0 = m_p v_p + m_t v_t \operatorname{sen}\phi \qquad \text{(componente } y\text{)}. \qquad (10\text{-}48)$$

Da Eq. 10-48, temos

$$\operatorname{sen}\phi = -\frac{m_p v_p}{m_t v_t}. \qquad (10\text{-}49)$$

Usando a relação $K = \frac{1}{2}mv^2$, podemos reescrever cada momento linear $mv$ como $\sqrt{2mK}$ e, assim, recompor a Eq. 10-49 como

$$\begin{aligned} \phi &= \operatorname{sen}^{-1}\left(-\sqrt{\frac{m_p K_p}{m_t K_t}}\right) \\ &= \operatorname{sen}^{-1}\left(-\sqrt{\frac{(1{,}01\text{ u})(3{,}39\text{ MeV})}{(3{,}02\text{ u})(2{,}14\text{ MeV})}}\right) \\ &= \operatorname{sen}^{-1}(-0{,}728) = -46{,}7°. \qquad \text{(Resposta)} \end{aligned}$$

## RESUMO

***Colisões***
Em uma **colisão**, dois corpos exercem forças de grande intensidade um sobre o outro, por um intervalo de tempo relativamente curto. Tais forças são internas ao sistema de dois corpos e são significativamente maiores do que qualquer força externa durante a colisão. As leis de conservação de energia e do momento linear, aplicadas imediatamente antes e depois de uma colisão, permitem-nos predizer o resultado da colisão e entender as interações entre os corpos em colisão.

***Impulso e Momento Linear***
A aplicação da segunda lei de Newton, em termos de momento, a uma partícula envolvida em uma colisão leva ao **teorema do impulso-momento linear**:

$$\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i = \Delta\mathbf{p} = \mathbf{J}, \tag{10-4}$$

onde $\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i = \Delta\mathbf{p}$ é a variação do momento linear da partícula e $\mathbf{J}$ é o **impulso** devido à força exercida sobre a partícula pelo outro corpo na colisão:

$$\mathbf{J} = \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}(t)\,dt. \tag{10-3}$$

Se $\overline{F}$ for a média de $\mathbf{F}(t)$ durante o impacto e $\Delta t$ for a duração da colisão, então, para movimento unidimensional,

$$J = \overline{F}\,\Delta t. \tag{10-8}$$

Quando um fluxo contínuo de corpos, cada um com massa $m$ e velocidade $v$, colide com um corpo fixo em sua posição, a força média sobre este é

$$\overline{F} = -\frac{n}{\Delta t}\Delta p = -\frac{n}{\Delta t}\,m\,\Delta v, \tag{10-10}$$

onde $n/\Delta t$ é a taxa com que os corpos colidem com o corpo fixo, e $\Delta v$ é a variação na velocidade de cada corpo que colide. Essa força média também pode ser escrita como

$$\overline{F} = -\frac{\Delta m}{\Delta t}\Delta v, \tag{10-13}$$

onde $\Delta m/\Delta t$ é a taxa com que a massa colide com o corpo fixo. Nas Eqs. 10-10 e 10-13, $\Delta v = -v$ (se os corpos pararem ao se dar o impacto) ou $\Delta v = -2v$ (se eles retornarem diretamente para trás, sem variação no módulo da velocidade).

***Colisão Elástica — Uma Dimensão***
Uma *colisão elástica* é aquela onde se conserva a energia cinética de um sistema de dois corpos que colidem. Para uma situação unidimensional onde um corpo (o alvo) está em repouso e o outro (o projétil) está inicialmente em movimento, as conservações da energia cinética e do momento linear levam às seguintes relações:

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} \tag{10-18}$$

e

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}. \tag{10-19}$$

Aqui, os índices $i$ e $f$ referem-se às velocidades imediatamente antes e imediatamente depois da colisão, respectivamente. Se ambos os corpos estiverem em movimento antes da colisão, suas velocidades imediatamente após a colisão serão dadas por

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i} \tag{10-28}$$

e

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i}. \tag{10-29}$$

***Colisão Inelástica***
Uma *colisão inelástica* é aquela onde não se conserva a energia cinética de um sistema de dois corpos que colidem. O momento linear total do sistema, entretanto, ainda deve conservar-se. Se os corpos que colidem aderirem um ao outro, a colisão é **perfeitamente inelástica**, e a redução em energia cinética é máxima (mas a energia cinética não chega necessariamente a anular-se). Para movimento unidimensional, com um corpo inicialmente em repouso e o outro com velocidade inicial $v$, encontra-se a velocidade dos corpos reunidos aplicando-se a conservação do momento linear ao sistema:

$$m_1 v = (m_1 + m_2)V. \tag{10-35}$$

Se ambos os corpos estiverem em movimento antes da colisão, a conservação do momento linear será escrita como

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)V. \tag{10-37}$$

***Colisões em Duas Dimensões***
Colisões em duas dimensões são governadas pela conservação do vetor momento linear, uma condição que leva a duas equações para componentes. Estas determinarão o movimento final, se a colisão for perfeitamente inelástica. De outra forma, as leis de conservação do momento linear e da energia geralmente levam a equações que não podem ser resolvidas completamente, a menos que outros dados experimentais estejam disponíveis, como a direção final de uma das velocidades.

***Reações e Decaimento***
Em uma *reação* ou *decaimento* de partículas nucleares, conservam-se o momento linear e a energia *total*. Se a massa de um sistema de tais partículas mudar de $\Delta m$, a energia de repouso do sistema mudará de $\Delta m\,c^2$. Define-se o $Q$ da reação ou decaimento como

$$Q = -\Delta m\,c^2.$$

Diz-se que este processo é **exotérmico** e $Q$ uma quantidade positiva, se energia de repouso for transferida para energia cinética de partículas no sistema. Diz-se que é **endotérmico** e $Q$ uma quantidade negativa, se energia cinética for transferida de partículas no sistema para energia de repouso.

## QUESTIONÁRIO

**1.** Explique como a conservação do momento linear se aplica a uma bola quicando numa parede.

**2.** O impulso de uma força pode ser nulo, mesmo que ela não seja nula? Explique por que ou por que não.

**3.** A Fig. 10-24 mostra um popular dispositivo de "teste de força" em feiras, onde competidores tentam ver a que altura podem levantar um pesado marcador atingindo um alvo com uma marreta. Que quantidade física o marcador mede? É a força média, a força máxima, o trabalho realizado, o impulso, a energia transferida, o momento linear transferido ou outra coisa? Discuta sua resposta.

**4.** Rebatedores diferentes manejam bastões de modo diverso. Que características do manejo ajudam a determinar a velocidade e a trajetória da bola de beisebol?

**5.** Muitas características de carros, como volantes não-rígidos e painéis acolchoados, são projetadas para proteger os passageiros durante acidentes. Explique sua utilidade usando o conceito de impulso.

**6.** Por que o uso de luvas torna o boxe moderno, de certo modo, mais seguro que a luta com punhos nus? Quando dublês caem de edifícios, por que o pouso sobre um colchão de ar ajuda a protegê-los de ferimentos ou morte? Por que algumas vítimas da queda de grandes alturas podem sobreviver, se o chão estiver coberto de neve fofa, se abrirem caminho entre galhos de árvores antes de atingir o chão ou se caírem no flanco de uma ravina e então deslizarem ao longo dela? Em cada caso, defenda seu argumento a partir de considerações sobre força média.

**7.** Uma pára-quedista carregando um boneco como dublê de Dia das Bruxas descobre que ele é arrancado de suas mãos quando ela abre seu próprio pára-quedas. Explique por quê.

**8.** Diz-se que, durante uma colisão a 50 km/h, uma criança de 5 kg pode exercer uma força de 140 kgf contra os braços de um adulto. Como pode surgir uma força tão grande?

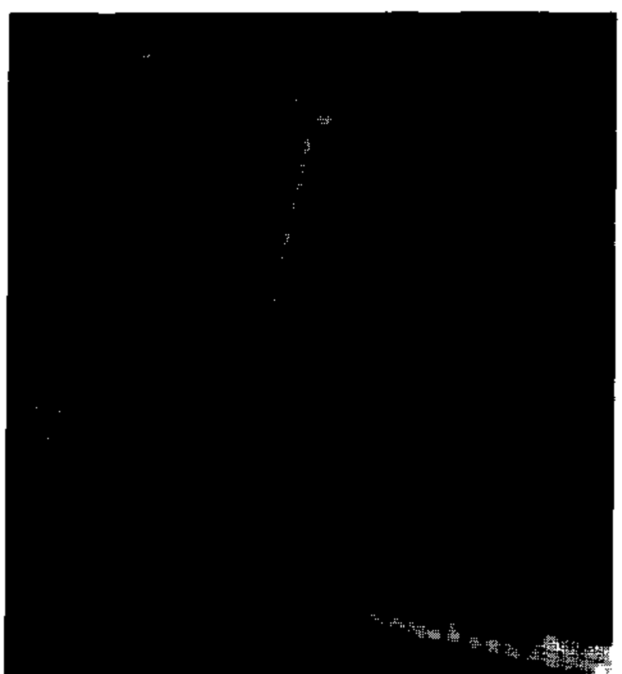


**Fig. 10-24** Questão 3.

**9.** A seguinte declaração foi extraída de uma prova: "A colisão entre dois átomos de hélio é perfeitamente elástica, de forma que o momento se conserva." A afirmação é logicamente correta? Explique.

**10.** Você está dirigindo por uma auto-estrada a 80 km/h, seguido por outro carro que se desloca com a mesma velocidade. Você reduz para 65 km/h, mas o outro motorista não o faz e há uma colisão. Quais são as velocidades iniciais dos carros que colidem, conforme vistos do referencial de (a) você mesmo, (b) o outro motorista e (c) um guarda estadual, que está em um carro de patrulha estacionado no acostamento? (d) Um juiz pergunta se você bateu no outro motorista ou se foi o contrário. Como um físico, de que modo responderia?

**11.** É óbvio, da inspeção das Eqs. 10-16 e 10-17, que uma solução válida para o problema de se encontrarem as velocidades finais de duas partículas em uma colisão elástica unidimensional é $v_{1f} = v_{1i}$ e $v_{2f} = v_{2i} = 0$. O que isso significa do ponto de vista da física?

**12.** Dois blocos cúbicos idênticos, deslocando-se na mesma direção e no mesmo sentido com a mesma velocidade $v$, atingem um terceiro bloco idêntico, inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito. Qual é o movimento dos blocos após a colisão? Faria diferença se os dois inicialmente em movimento estivessem em contato ou não? Faria diferença se esses dois blocos estivessem colados juntos?

**13.** Em seqüência, largue uma bola de beisebol e uma de basquete de cerca da altura do seu ombro sobre um chão duro e observe a que altura cada uma retorna. Então, alinhe a bola de beisebol sobre a de basquete (com uma pequena separação, como na Fig. 10-25*a*) e largue-as simultaneamente. (Esteja preparado para escapar e proteja seu rosto.) Por que a bola de basquete quase "morre" no chão, conforme a Fig. 10-25*b*, enquanto a de beisebol dispara em direção ao teto, indo mais alto do que a soma dos retornos individuais das duas? (Veja, também, o Problema 38.)

**14.** Duas bolas de argila de massas e velocidades de módulos iguais colidem frontalmente, grudam e ficam em repouso. A energia cinética certamente não se conserva. O que aconteceu à energia? Como se conserva o momento linear?

**15.** Um jogador de futebol americano, momentaneamente em repouso no campo, apanha uma bola quando é agarrado por um jogador em corrida, do outro time. Certamente, esta é uma colisão (inelástica!) e o momento linear deve conservar-se. No referencial do campo de futebol, há momento linear antes da colisão, mas parece não haver após. O momento linear é realmente conservado? Se for, explique como. Se não for, explique por que não.

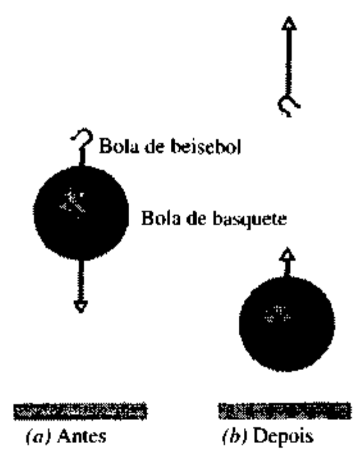



**Fig. 10-25** Questão 13.

16. Considere uma colisão elástica unidimensional entre um objeto $A$ em movimento e um outro $B$ inicialmente em repouso. Como você escolheria a massa de $B$, em comparação com a de $A$, de forma que $B$ recuasse com (a) a velocidade de maior módulo, (b) o maior momento linear e (c) a maior energia cinética?

17. Uma ampulheta invertida é pesada em uma balança sensível, do momento em que o primeiro grão se desloca até após o último grão haver pousado. Como varia o peso medido durante esse tempo? Por quê?

18. Uma caixa onde se fez vácuo está em repouso sobre uma mesa sem atrito. Você abre um pequeno buraco em uma face, de forma que o ar possa entrar. (Veja a Fig. 10-26.) Como irá a caixa deslocar-se? Que argumento você usou para chegar à sua resposta?

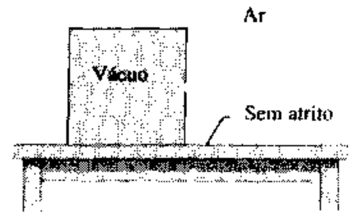



**Fig. 10-26** Questão 18.

## EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

**Seção 10-2 Impulso e Momento Linear**

**1E.** Um atleta de 95 kg está correndo a 4,2 m/s. Que impulso irá pará-lo?

**2E.** O momento linear de um carro de 1.500 kg aumenta de $9{,}0 \times 10^3$ kg · m/s em 12 s. (a) Qual é a intensidade da força que acelerou o carro? (b) De quanto aumentou o módulo da sua velocidade?

**3E.** Um taco de sinuca atinge uma bola, exercendo uma força média de 50 N em um intervalo de tempo de 10 ms. Se a bola tivesse massa de 0,20 kg, que velocidade ela teria após o impacto?

**4E.** O Conselho Nacional de Segurança dos Transportes dos EUA está testando a capacidade de um novo carro de suportar colisões. Faz-se com que o veículo, de 2.300 kg e movendo-se a 15 m/s, colida com um pilar de ponte, entrando em repouso em um tempo de 0,56 s. Que força, suposta constante, agiu sobre o carro durante o impacto?

**5E.** Uma bola de massa $m$ e velocidade $v$ atinge perpendicularmente uma parede e quica de volta no sentido oposto com uma velocidade de mesmo módulo. (a) Se o tempo da colisão fosse de $\Delta t$, qual seria a força média exercida pela bola sobre a parede? (b) Calcule essa força média numericamente para uma bola de borracha de 140 g de massa, movendo-se a 7,8 m/s; a duração da colisão é de 3,8 ms.

**6E.** Uma bola de beisebol de 150 g, atirada a uma velocidade de 40 m/s, é devolvida exatamente no sentido oposto a uma velocidade de 60 m/s. Que força média seria exercida pelo bastão, se ele estivesse em contato com a bola por 5,0 ms?

**7E.** Até haver passado dos setenta anos de idade, Henri LaMothe excitou audiências mergulhando de barriga de uma altura de 40 ft (12,2 m) em 12 in. (30,5 cm) de água (Fig. 10-27). Supondo que ele parasse exatamente quando chegasse ao fundo da água, qual seria a força média sobre ele, exercida pela água? Considere que seu peso fosse de 160 lb. (73 kg).

**8E.** Em fevereiro de 1955, um soldado pára-quedista caiu 1.200 ft (366 m) de um avião, sem conseguir abrir seu pára-quedas. Seu impacto na neve sobre o chão pareceu uma salva de morteiro explodindo. Suponha que sua velocidade no impacto fosse de 56 m/s (velocidade terminal), que sua massa (incluindo equipamento) fosse de 85 kg e que a força sobre ele, exercida pela neve, estivesse no limite suportável para sobrevivência de $1{,}2 \times 10^5$ N. Qual seria a profundidade mínima de neve que o teria parado com segurança?

**9E.** Uma força com valor médio de 1.200 N é aplicada a uma bola de aço de 0,40 kg, que se desloca a 14 m/s, em uma colisão que dura 27 ms. Se a força estivesse no sentido oposto ao da velocidade inicial da bola, encontre a velocidade final da bola.

**10E.** Uma bola de 1,2 kg cai verticalmente sobre o chão, atingindo-o com uma velocidade de 25 m/s. Ela quica com uma velocidade inicial de 10 m/s. (a) Que impulso age sobre a bola durante o contato? (b) Se ela permanecer em contato com o chão por 0,020 s, qual será a força média exercida sobre o chão?

**11E.** Um jogador de golfe atinge uma bola, dando-lhe uma velocidade inicial de módulo 50 m/s dirigida 30° acima da horizontal. Supondo que a massa da bola seja de 46 g e que o taco e a bola permaneçam em contato por 1,7 ms, encontre (a) o impulso sobre a bola, (b) o impulso sobre o taco, (c) a força média exercida sobre a bola pelo taco e (d) o trabalho realizado sobre a bola.

**12P.** Um carro de 1.400 kg, deslocando-se a 5,3 m/s, está inicialmente viajando para o norte, no sentido positivo do eixo $y$. Após completar uma curva à direita de 90° para o sentido positivo do eixo $x$ em 4,6 s, o distraído motorista investe para cima de uma árvore, que pára o carro em

**Fig. 10-27** Exercício 7.

350 ms. Em notação de vetores unitários, qual é o impulso sobre o carro (a) durante a curva e (b) durante a colisão? Qual é a intensidade da força média que age sobre o carro (c) durante a curva e (d) durante a colisão? (e) Qual é o ângulo entre a força média em (c) e o sentido positivo do eixo $x$?

**13P.** A força sobre um objeto de 10 kg aumenta uniformemente de zero a 50 N em 4,0 s. Qual é a velocidade final do objeto, se ele partiu do repouso?

**14P.** Uma arma de ar comprimido atira dez chumbinhos de 2,0 g por segundo com uma velocidade de 500 m/s, que são detidos por uma parede rígida. (a) Qual é o momento linear de cada chumbinho? (b) Qual é a energia cinética de cada um? (c) Qual é a força média exercida pelo fluxo de chumbinhos sobre a parede? (d) Se cada chumbinho permanecer em contato com a parede por 0,6 ms, qual será a força média exercida sobre a parede por cada um deles enquanto estiver em contato? Por que esta força é tão diferente da força em (c)?

**15P.** Uma metralhadora dispara projéteis de 50 g a uma velocidade de 1.000 m/s. O atirador, segurando a arma em suas mãos, pode exercer uma força média de 180 N contra ela. Determine o número máximo de projéteis que ele pode disparar por minuto, ao mesmo tempo em que ainda segura firmemente a metralhadora.

**16P.** Sabe-se bem que balas e outros objetos disparados contra o Super-Homem simplesmente ricocheteiam em seu peito (Fig. 10-28). Suponha que um bandido varra o peito do Super-Homem com projéteis de 3 g à taxa de 100 projéteis/minuto, a velocidade de cada projétil sendo de 500 m/s. Suponha, também, que os projéteis ricocheteiem exatamente no sentido oposto, sem variação no módulo da velocidade. Qual seria a força média exercida pelo fluxo de projéteis sobre o peito do Super-Homem?

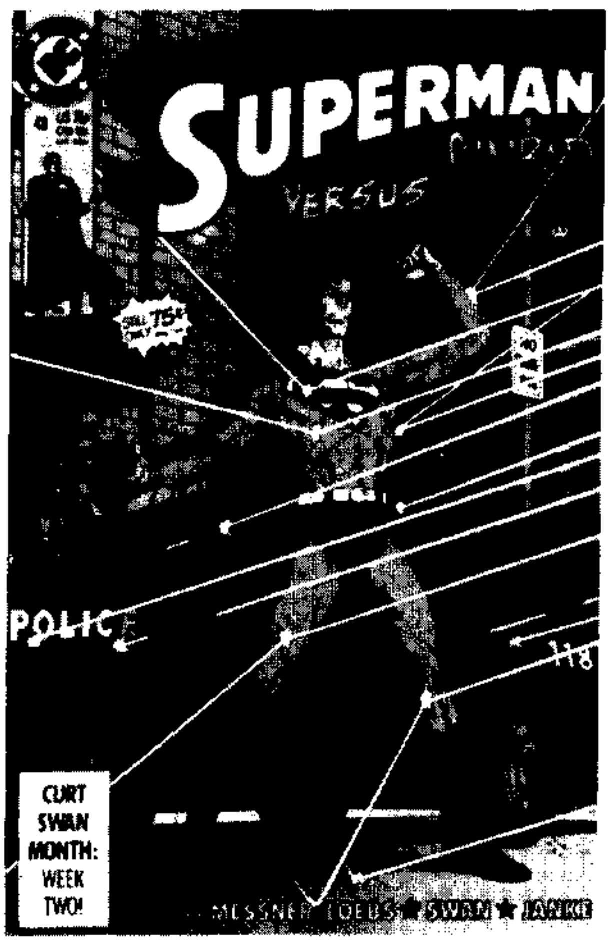



**Fig. 10-28** Problema 16.

**17P.** A cada minuto, uma metralhadora especial de esporte dispara 220 balas de borracha de 10 g com uma velocidade de saída de 1.200 m/s. Quantas balas devem ser disparadas contra um animal de 85 kg em corrida contra o atirador a 4,0 m/s, de forma a pará-lo? (Suponha que as balas viajem horizontalmente e caiam ao chão após atingir o alvo, sem ricochetear.)

**18P.** Durante uma violenta tempestade, granizo de 1,0 cm de diâmetro cai a uma velocidade de 25 m/s. Estima-se que haja 120 pedras de granizo por metro cúbico de ar. Ignore o ricochete do granizo no impacto. (a) Qual é a massa de cada pedra de granizo (densidade = 0,92 g/cm³)? (b) Qual é a força média exercida pelo granizo sobre um telhado plano de 10 m × 20 m, durante a tempestade?

**19P.** Uma corrente de água colide contra uma pá de turbina estacionária em forma de "prato", conforme mostra a Fig. 10-29. O módulo da velocidade da água é $v$, tanto antes quanto depois dela atingir a superfície curva da pá, e a massa de água atingindo esta por unidade de tempo tem valor $\mu$ constante. Encontre a força exercida pela água sobre a pá.

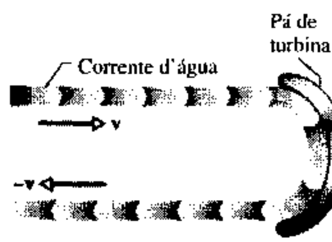



**Fig. 10-29** Problema 19.

**20P.** Uma corrente de água de uma mangueira espalha-se sobre uma parede. Se a velocidade da água for de 5,0 m/s e a mangueira espalhar 300 cm³/s, qual será a força média exercida sobre a parede pela corrente de água? Suponha que a água não se espalhe de volta apreciavelmente. Cada centímetro cúbico de água tem massa de 1,0 g.

**21P.** A Fig. 10-30 mostra um gráfico aproximado de força *versus* tempo durante a colisão de uma bola de tênis de 58 g com uma parede. A velocidade inicial da bola é de 34 m/s, perpendicular à parede; ela quica com velocidade de mesmo módulo, também perpendicular à parede. Qual é $F_{máx}$, o valor máximo da força de contato durante a colisão?

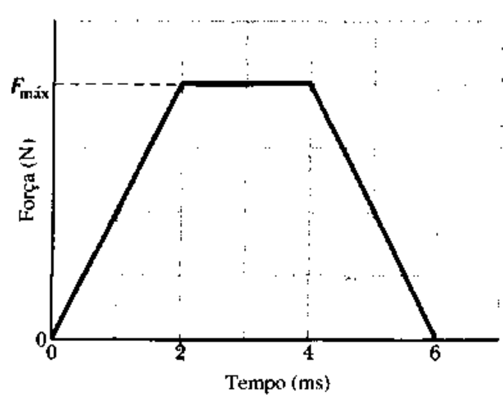



**Fig. 10-30** Problema 21.

**22P.** Uma bola de 150 g de massa atinge uma parede com uma velocidade de 5,2 m/s e retorna com apenas 50% de sua energia cinética inicial. (a) Qual é a velocidade da bola, imediatamente após ser devolvida? (b) Qual foi o módulo do impulso da bola sobre a parede? (c) Se a bola estivesse em contato com a parede por 7,6 ms, qual seria a intensidade da força média exercida pela parede sobre ela, durante esse intervalo de tempo?

**23P.** *Uma bola de 300 g com uma velocidade $v$ de módulo 6,0 m/s* atinge uma parede a um ângulo $\theta$ de 30° e, então, ricocheteia com mesmo ângulo e velocidade de mesmo módulo (Fig. 10-31). Ela fica em contato com a parede por 10 ms. (a) Qual foi o impulso sobre a bola? (b) Qual foi a força média exercida pela bola sobre a parede?

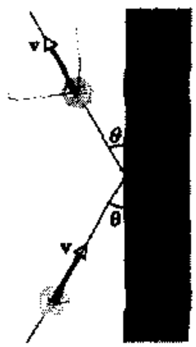



**Fig. 10-31** Problema 23.

**24P.** Uma sonda espacial não tripulada, de 2.500 kg, desloca-se em linha reta a uma velocidade constante de 300 m/s. Foguetes de controle da sonda executam uma queima onde uma força de 3.000 N age por 65,0 s. *(a) Qual é a variação no módulo do momento linear da sonda, se essa* força for direcionada para trás, para a frente ou diretamente para um lado? (b) Qual será a variação da energia cinética sob as mesmas três condições? Suponha que a massa do combustível ejetado seja desprezível em comparação com a massa da sonda.

**25P.** Uma força exerce um impulso $J$ sobre um objeto de massa $m$, variando sua velocidade de $v$ para $u$. A força e o movimento do objeto estão ao longo da mesma linha reta. Mostre que o trabalho realizado pela força é $\frac{1}{2} J \cdot (u + v)$.

**26P.** Uma espaçonave é separada em duas partes detonando-se as ligações explosivas que as mantinham reunidas. As massas das partes são 1.200 e 1.800 kg; o módulo do impulso sobre cada parte é de 300 N·s. Com que velocidade relativa as duas partes se separam?

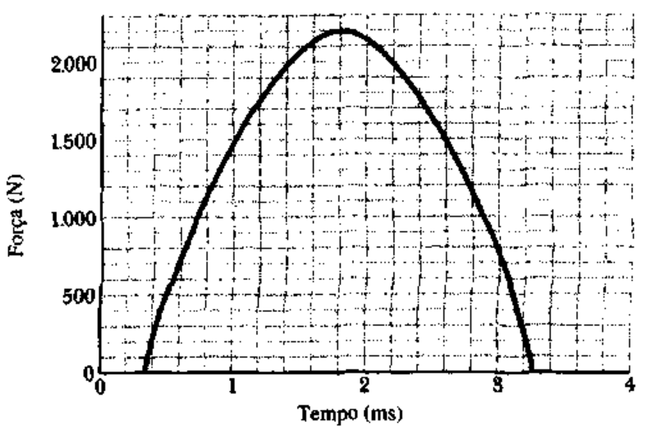



**Fig. 10-32** Problema 27.

**27P.** Uma bola de críquete de 0,50 kg de massa é atingida por um malho, recebendo o impulso exibido no gráfico da Fig. 10-32. Qual é a sua velocidade, imediatamente após a força se anular?

**28P.** A espaçonave *Voyager 2* (de massa $m$ e velocidade $v$ relativa ao Sol) aproxima-se do planeta Júpiter (de massa $M$ e velocidade $V$ relativa ao Sol) como mostra a Fig. 10-33. A espaçonave rodeia o planeta e parte no sentido oposto. Qual é sua velocidade, em relação ao Sol, após esse encontro com efeito estilingue? Considere $v$ = 12 km/s e $V$ = 13 km/s (a velocidade orbital de Júpiter). A massa de Júpiter é muito maior do que a da espaçonave; $M \gg m$. (Para informações adicionais, veja "The Slingshot Effect: Explanation and Analogies", de Albert A. Bartlett e Charles W. Hord, *The Physics Teacher*, novembro de 1985.)

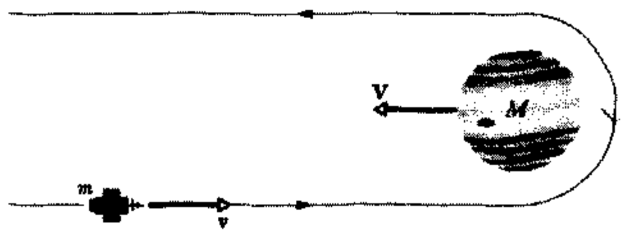



**Fig. 10-33** Problema 28.

**Seção 10-3 Colisões Elásticas em Uma Dimensão**

**29E.** Os blocos da Fig. 10-34 deslizam sem atrito. (a) Qual é a velocidade **v** do bloco de 1,6 kg após a colisão? (b) A colisão é elástica? (c) Suponha que a velocidade inicial do bloco de 2,4 kg seja oposta à exibida. Após a colisão, a velocidade **v** do bloco de 1,6 kg pode estar no sentido ilustrado?

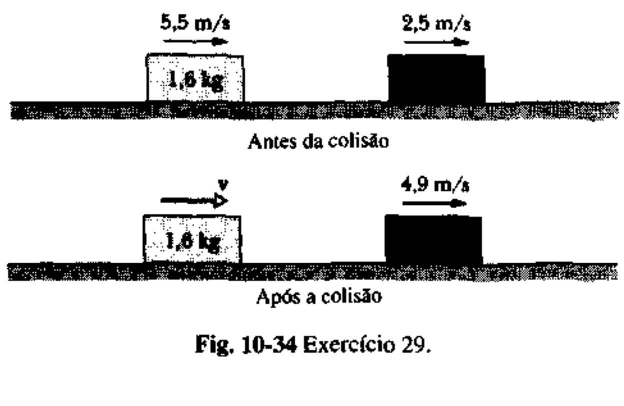



**Fig. 10-34** Exercício 29.

**30E.** Um elefante enfurecido se aproxima, a 2,1 m/s, de uma mosca que flutua no ar. Supondo que a colisão seja elástica, a que velocidade a mosca é arremessada? Observe que o projétil (o elefante) é muito mais massivo do que o alvo em repouso (a mosca).

**31E.** Um elétron colide elasticamente com um átomo de hidrogênio inicialmente em repouso. (Todos os movimentos são ao longo da mesma linha reta.) Que percentagem da energia cinética inicial do elétron se transfere para o átomo de hidrogênio? A massa do átomo de hidrogênio é 1.840 vezes a do elétron.

**32E.** Uma partícula $\alpha$ (massa 4 u) experimenta uma colisão elástica frontal com um núcleo de ouro (massa 197 u), originalmente em repouso. Que percentagem de sua energia cinética inicial perde a partícula $\alpha$?

**33E.** Um carro de 340 g de massa, deslocando-se em um trilho de ar linear sem atrito, a uma velocidade inicial de 1,2 m/s, atinge um segundo carro de massa desconhecida, inicialmente em repouso. A colisão entre eles é elástica. Após a mesma, o primeiro carro continua em seu sentido original a 0,66 m/s. (a) Qual é a massa do segundo carro? (b) Qual é sua velocidade após o impacto?

**34E.** Um corpo de 2,0 kg de massa colide elasticamente com outro em repouso e continua a deslocar-se no sentido original com um quarto de sua velocidade inicial. Qual é a massa do corpo atingido?

**35P.** Uma bola de aço de 0,500 kg de massa é presa a uma corda, de 70,0 cm de comprimento e fixa na outra ponta, e é liberada quando a corda está em posição horizontal (Fig. 10-35). No ponto mais baixo de sua trajetória, a bola atinge um bloco de aço de 2,5 kg inicialmente em repouso sobre uma superfície sem atrito. A colisão é elástica. Encontre (a) a velocidade da bola e (b) a velocidade do bloco, ambos imediatamente após a colisão.

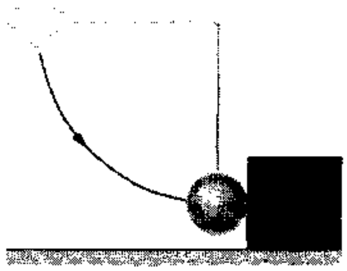


**Fig. 10-35** Problema 35.

**36P.** Uma balança é calibrada para indicar a massa em quilogramas de um objeto colocado sobre ela. Partículas caem de uma altura de 3,5 m e colidem com o prato da balança. As colisões são elásticas; as partículas voltam para cima com velocidade de mesmo módulo da que tinham antes de atingir o prato. Se cada partícula tiver uma massa de 110 g e as colisões ocorrerem à taxa de 42 $s^{-1}$, qual será a leitura média na balança?

**37P.** Duas esferas de titânio se aproximam frontalmente com velocidades de mesmo módulo e colidem elasticamente. Após a colisão, uma das esferas, cuja massa é de 300 g, permanece em repouso. Qual é a massa da outra esfera?

**38P.** Alinha-se uma bola de massa $m$ sobre uma bola de massa $M$ (com uma pequena separação, como na Fig. 10-25*a*), e as duas são largadas simultaneamente da altura $h$. (Considere que o raio de cada bola seja desprezível comparado a $h$.) (a) Se $M$ retornar elasticamente do chão e, então, $m$ retornar elasticamente de $M$, que razão $m/M$ resultará em $M$ parando após sua colisão com $m$? (A resposta é aproximadamente a razão entre as massas de uma bola de beisebol e uma de basquete, como na Questão 13.) (b) Que altura atingirá, então, a bola $m$?

**39P.** Um bloco de massa $m_1$ está em repouso sobre uma mesa longa sem atrito, onde uma das extremidades termina em uma parede. Posiciona-se outro bloco, de massa $m_2$, entre o primeiro e a parede, colocando-o em movimento para a esquerda, em direção a $m_1$, com velocidade constante $v_{2i}$, conforme a Fig. 10-36. Supondo que todas as colisões sejam perfeitamente elásticas, encontre o valor de $m_2$ (em função de $m_1$) para o qual ambos os blocos se deslocam com a mesma velocidade, após $m_2$ haver colidido uma vez com $m_1$ e uma vez com a parede. Considere que a parede tenha massa infinita.

**40P*.** Um elevador está deslocando-se para cima a 6,0 ft/s (1,83 m/s). No instante em que o elevador está a 60 ft (18,3 m) do alto do poço, larga-se uma bola do mesmo lugar. A bola quica elasticamente no teto do elevador. (a) A que altura ela pode elevar-se em relação ao alto do poço? (b) Faça o mesmo problema supondo que o elevador esteja descendo a 6,0 ft/s (1,83 m/s). (*Sugestão:* a velocidade da bola em relação ao elevador é meramente revertida pela colisão.)

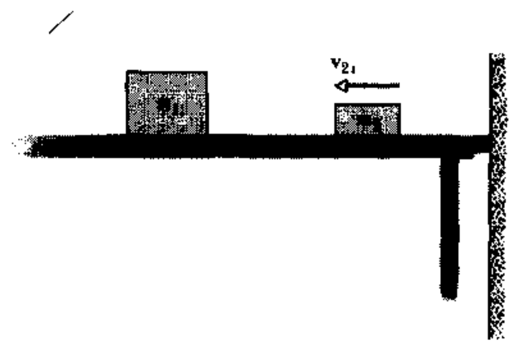



**Fig. 10-36** Problema 39.

**Seção 10-4 Colisões Inelásticas em Uma Dimensão**

**41E.** Acredita-se que a Cratera do Meteoro, no Arizona (Fig. 10.1), tenha sido formada pelo impacto de um meteoro com a Terra há cerca de 20.000 anos. Estima-se a massa do meteoro em $5 \times 10^{10}$ kg e sua velocidade em 7.200 m/s. Que velocidade um meteoro assim transmitiria à Terra em uma colisão frontal?

**42E.** Um trenó em forma de caixa de 6,0 kg está deslocando-se sobre o gelo a uma velocidade de 9,0 m/s, quando um pacote de 12 kg é largado de cima para dentro dela. Qual é a nova velocidade do trenó?

**43E.** Um projétil de 5,20 g, deslocando-se a 672 m/s, atinge um bloco de madeira de 700 g em repouso sobre uma superfície sem atrito. O projétil emerge com sua velocidade reduzida para 428 m/s. Encontre a velocidade resultante do bloco.

**44E.** Duas massas de 2,0 kg, $A$ e $B$, colidem. As velocidades antes da colisão são $\mathbf{v}_A = 15\mathbf{i} + 30\mathbf{j}$ e $\mathbf{v}_B = -10\mathbf{i} + 5{,}0\mathbf{j}$. Após a colisão, $\mathbf{v}'_A = -5{,}0\mathbf{i} + 20\mathbf{j}$. Todas as velocidades são dadas em metros por segundo. (a) Qual é a velocidade final de $B$? (b) Quanta energia cinética se ganhou ou perdeu na colisão?

**45E.** Um projétil de 10 g de massa atinge um pêndulo balístico de 2,0 kg de massa. O centro de massa do pêndulo eleva-se de uma distância vertical de 12 cm. Considerando-se que o projétil permaneça embutido no pêndulo, calcule a velocidade inicial do projétil.

**46E.** Um bloco de 5,0 kg com uma velocidade de 3,0 m/s colide com outro de 10 kg que tem uma velocidade de 2,0 m/s, no mesmo sentido. Após a colisão, observa-se que o bloco de 10 kg está viajando no sentido original com uma velocidade de 2,5 m/s. (a) Qual é a velocidade do bloco de 5,0 kg imediatamente após a colisão? (b) De quanto variou a energia cinética total do sistema de dois blocos devido à colisão? (c) Suponha, em lugar disso, que o bloco de 10 kg acabe com uma velocidade de 4,0 m/s. Qual é, então, a variação na energia cinética total? (d) Analise o resultado que obteve em (c).

**47E.** Um projétil de 4,5 g de massa é disparado horizontalmente contra um bloco de madeira de 2,4 kg, em repouso sobre uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre bloco e superfície é 0,20. O projétil entra em repouso no bloco, que se desloca por 1,8 m. (a) Qual é a velocidade do bloco, imediatamente após o projétil entrar em repouso dentro dele? (b) A que velocidade é disparado o projétil?

**48P.** Dois carros, $A$ e $B$, deslizam sobre uma estrada coberta de gelo, quando tentam parar em um sinal. A massa de $A$ é de 1.100 kg e a de $B$, 1.400 kg. O coeficiente de atrito cinético entre as rodas travadas de ambos os carros e a estrada é 0,13. O carro $A$ consegue atingir o repouso no sinal, mas o $B$ não consegue parar e atinge a traseira do $A$. Após a colisão, $A$ entra em repouso 8,2 m à frente do ponto de impacto e $B$, 6,1 m à frente do mesmo ponto; veja a Fig. 10-37. Ambos os motoristas mantiveram seus freios travados durante todo o incidente. (a) A partir da distância de que cada carro se deslocou após a colisão, encontre a velocidade de cada um, imediatamente após o impacto. (b) Use a conservação do momento linear para encontrar a velocidade com que o carro $B$ atingiu o $A$. Sob que argumento se pode criticar o uso da conservação do momento linear aqui?

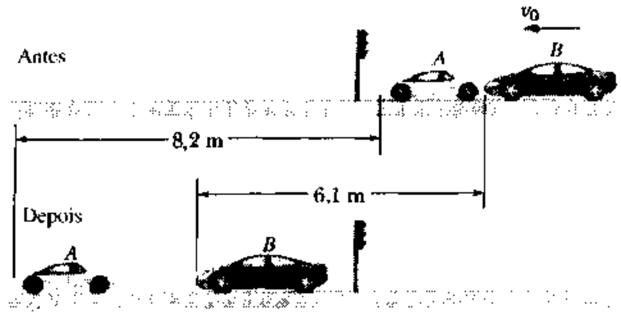


**Fig. 10-37** Problema 48.

**49P.** Um peso de 3,0 t caindo através de uma distância de 6,0 ft (1,83 m) impele um cilindro de 0,50 t por 1,0 in. (2,54 cm) para dentro do chão. Supondo que a colisão peso-cilindro seja perfeitamente inelástica, encontre a força média de resistência exercida pelo chão.

**50P.** Duas partículas, uma tendo o dobro da massa da outra, são mantidas juntas com uma determinada mola comprimida entre elas. A energia armazenada na mola é de 60 J. Quanta energia cinética tem cada partícula após serem liberadas? Suponha que toda a energia armazenada se transfira às partículas e que nenhuma delas permaneça ligada à mola após ser liberada.

**51P.** Um objeto com massa $m$ e velocidade $v$ explode em dois pedaços, um deles com três vezes a massa do outro; a explosão ocorre numa região livre de gravidade. O pedaço de menor massa fica em repouso. Quanta energia cinética se acrescentou ao sistema na explosão?

**52P.** Coloca-se uma caixa sobre uma balança que está marcada em unidades de massa e ajustada para ler zero quando a caixa estiver vazia. Então, entorna-se um fluxo de pedras para dentro da caixa de uma altura $h$ acima de seu fundo, a uma taxa de $R$ (pedras por segundo). Cada pedra tem massa $m$. Se as colisões entre as pedras e a caixa forem perfeitamente inelásticas, encontre a leitura da balança num instante $t$ após as pedras começarem a preencher a caixa. Determine uma resposta numérica quando $R = 100\ s^{-1}$, $h = 7,60$ m, $m = 4,50$ g e $t = 10,0$ s.

**53P.** Um vagão de carga de 35 t colide com um carrinho auxiliar em repouso. Eles se unem e 27% da energia cinética inicial são dissipados como calor, som, vibrações etc. Encontre o peso do carrinho auxiliar.

**54P.** Projeta-se uma bola de massa $m$ com velocidade $v$, para dentro do cano de um canhão de mola de massa $M$, inicialmente em repouso sobre uma superfície sem atrito; veja a Fig. 10-38. A bola une-se ao cano no ponto de máxima compressão da mola. Não se perde energia por atrito. (a) Qual é a velocidade do canhão após a bola entrar em repouso no cano? (b) Que fração da energia cinética inicial da bola é armazenada na mola?

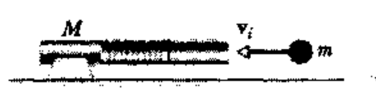


**Fig. 10-38** Problema 54.

**55P.** Um bloco de massa $m_1 = 2,0$ kg desliza ao longo de uma mesa sem atrito com uma velocidade de 10 m/s. Diretamente à frente dele e deslocando-se no mesmo sentido a 3,0 m/s, está um bloco de massa $m_2 = 5,0$ kg. Uma certa mola sem massa, de constante elástica $k = 1.120$ N/m, está ligada ao lado de $m_2$ mais próximo de $m_1$, como mostra a Fig. 10-39. Quando os blocos colidem, qual é a compressão máxima da mola? (*Sugestão:* no instante de máxima compressão da mola, os dois blocos deslocam-se como um só. Encontre a velocidade observando que a colisão é perfeitamente inelástica até este ponto.)

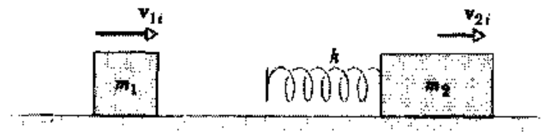


**Fig. 10-39** Problema 55.

**56P.** Dois trenós, de 22,7 kg cada, são separados por uma curta distância, um diretamente atrás do outro, como mostra a Fig. 10-40. Um gato de 3,63 kg, em pé sobre um trenó, salta para o outro e imediatamente retorna ao primeiro. Ambos os saltos são feitos a uma velocidade de 3,05 m/s em relação ao gelo. Encontre as velocidades finais dos dois trenós.


**Fig. 10-40** Problema 56.

**57P.** O pára-choque de um carro de 1.200 kg é projetado de forma a poder absorver toda a energia quando ele bater frontalmente em uma parede sólida a 5,00 km/h. O carro envolve-se em uma colisão onde bate a 70,0 km/h na traseira de um outro de 900 kg, que se desloca a 60,0 km/h no mesmo sentido. O carro de 900 kg é acelerado para 70,0 km/h devido à colisão. (a) Qual é a velocidade do carro de 1.200 kg, imediatamente após o impacto? (b) Qual é a razão entre a energia cinética absorvida na colisão e a que pode ser absorvida pelo pára-choque do carro de 1.200 kg?

**58P.** Um vagão de carga de 32 toneladas e viajando a 5,0 ft/s (1,52 m/s) avança sobre outro de 24 toneladas e viajando a 3,0 ft/s (0,914 m/s) no mesmo sentido. Encontre (a) a velocidade dos vagões após a colisão e (b) a perda de energia cinética durante a colisão, se os vagões se unirem. (c) Se, em lugar disso, o que é muito improvável, a colisão for elástica, encontre as velocidades dos vagões após a colisão.

**59P*.** Um elétron de massa $m$ colide frontalmente com um átomo de massa $M$, inicialmente em repouso. Como resultado da colisão, armazena-se internamente uma quantidade característica $E$ de energia no átomo. Qual é a velocidade inicial mínima $v_0$ que o elétron deve ter? (*Sugestão:* os princípios de conservação levam a uma equação quadrática para a velocidade final $v$ do elétron e a uma equação quadrática para a velocidade final $V$ do átomo. O valor mínimo $v_0$ segue-se da exigência de que o radical nas soluções para $v$ e $V$ seja real.)

### Seção 10-5 Colisões em Duas Dimensões

**60E.** Uma partícula $\alpha$ colide com um núcleo de oxigênio inicialmente em repouso. A partícula $\alpha$ é espalhada a um ângulo de 64,0° acima de sua direção inicial de movimento, e o núcleo de oxigênio recua a um ângulo de 51,0° abaixo da direção inicial. A velocidade final do núcleo é de $1,20 \times 10^5$ m/s. Quais são (a) a velocidade final e (b) a velocidade inicial da partícula $\alpha$? (A massa de uma partícula $\alpha$ é de 4,0 u e a de um núcleo de oxigênio é de 16 u.)

**61E.** Um próton (massa atômica 1 u) com uma velocidade de 500 m/s colide elasticamente com outro em repouso. O próton original é espalhado a 60° de sua direção original. (a) Qual é a direção da velocidade do próton alvo após a colisão? (b) Quais são os módulos das velocidades dos dois prótons após a colisão?

**62E.** Um certo núcleo, em repouso, desintegra-se espontaneamente em três partículas. Duas delas são detectadas; suas massas e velocidades são mostradas na Fig. 10-41. (a) Em notação de vetores unitários, qual é o momento linear da terceira partícula, cuja massa conhecida é de $11,7 \times 10^{-27}$ kg? (b) Quanta energia cinética aparece no processo de desintegração?

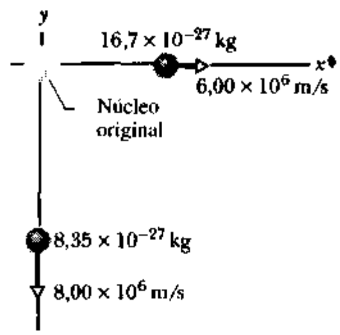



**Fig. 10-41** Exercício 62.

**63E.** Em um jogo de sinuca, a bola branca atinge outra inicialmente em repouso. Após a colisão, a branca desloca-se a 3,50 m/s ao longo de uma linha em ângulo de 22,0° com sua direção original de movimento, e o módulo da velocidade da segunda bola é de 2,00 m/s. Encontre (a) o ângulo entre a direção de movimento da segunda bola e a direção de movimento original da bola branca e (b) a velocidade original da branca. (c) A energia cinética se conserva?

**64E.** Dois veículos, $A$ e $B$, estão viajando respectivamente para o oeste e para o sul, em direção à mesma interseção, onde colidem e se juntam. Antes da colisão, $A$ (peso total 2.700 lb = 1.224,7 kgf) está deslocando-se com uma velocidade de 40 mi/h (64,4 km/h) e $B$ (peso total 3.600 lb = 1.632,9 kgf) tem uma velocidade de 60 mi/h (96,5 km/h). Encontre o módulo e a direção da velocidade dos veículos ligados, imediatamente após a colisão.

**65E.** Em um jogo de bilhar, a bola branca recebe uma velocidade inicial $V$ e atinge o conjunto de quinze bolas em repouso. Então, todas as dezesseis bolas envolvem-se em numerosas colisões bola-bola e bola-lateral da mesa. Algum tempo depois, observa-se que (por algum acidente) todas as 16 têm velocidades de mesmo módulo $v$. Supondo que todas as colisões sejam elásticas e ignorando o aspecto rotacional do movimento das bolas, calcule $v$ em função de $V$.

**66P.** Um corpo de 20,0 kg está deslocando-se no sentido positivo do eixo $x$ com uma velocidade de 200 m/s quando, devido a uma explosão interna, quebra-se em três partes. Uma parte, cuja massa é de 10,0 kg, distancia-se do ponto da explosão com uma velocidade de 100 m/s ao longo do sentido positivo do eixo $y$. Um segundo fragmento, com massa de 4,00 kg, desloca-se ao longo do sentido negativo do eixo $x$ com uma velocidade de 500 m/s. (a) Qual é a velocidade do terceiro fragmento (de 6,00 kg)? (b) Quanta energia se liberou na explosão? Ignore efeitos devidos à gravidade.

**67P.** Duas bolas, $A$ e $B$, tendo massas diferentes mas desconhecidas, colidem. $A$ está inicialmente em repouso e $B$ tem velocidade $v$. Após a colisão, $B$ tem velocidade $v/2$ e desloca-se perpendicularmente a seu movimento original. (a) Encontre a direção onde a bola $A$ se desloca após a colisão. (b) Você pode determinar a velocidade de $A$ a partir da informação dada? Explique.

**68P.** Mostre que, se um nêutron é espalhado a 90° em uma colisão elástica com um dêuteron que esteja inicialmente em repouso, o nêutron perde dois terços de sua energia cinética inicial para o dêuteron. (A massa de um nêutron é de 1,0 u; a massa de um dêuteron é de 2,0 u.)

**69P.** Após uma colisão perfeitamente inelástica, descobre-se que dois objetos de mesma massa e com velocidades iniciais de mesmo módulo deslocam-se juntos com velocidade de módulo igual à metade do módulo de suas velocidades iniciais. Encontre o ângulo entre as velocidades iniciais dos objetos.

**70P.** Dois pêndulos, ambos de comprimento $l$, estão inicialmente situados conforme a Fig. 10-42. O pêndulo da esquerda é liberado e atinge o outro. Suponha que a colisão seja perfeitamente inelástica e despreze a massa das cordas e quaisquer efeitos de atrito. A que altura se eleva o centro de massa do sistema de pêndulos após a colisão?

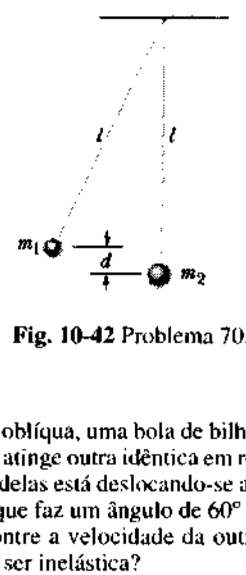



**Fig. 10-42** Problema 70.

**71P.** Em uma colisão oblíqua, uma bola de bilhar deslocando-se a uma velocidade de 2,2 m/s atinge outra idêntica em repouso. Após a colisão, descobre-se que uma delas está deslocando-se a uma velocidade de 1,1 m/s em uma direção que faz um ângulo de 60° com a linha original de movimento. (a) Encontre a velocidade da outra bola. (b) Com esses dados, a colisão pode ser inelástica?

**72P.** Uma bola com velocidade inicial de 10 m/s colide elasticamente com duas outras idênticas a ela, cujos centros estão sobre uma linha perpendicular à velocidade inicial e que estão inicialmente em contato uma com a outra (Fig. 10-43). A primeira bola está apontada diretamente para o ponto de contato e todo o movimento é livre de atrito. Encontre as velocidades de todas as três bolas após a colisão. (*Sugestão:* com ausência de atrito, cada impulso é dirigido ao longo da linha que liga os centros das bolas que colidem, normalmente às superfícies em contato.)

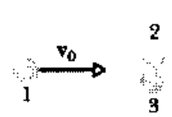



**Fig. 10-43** Problema 72.

**73P.** Uma chata com massa de $1{,}50 \times 10^5$ kg está descendo um rio a 6,2 m/s, sob densa neblina, quando colide com a lateral de outra chata que atravessa o rio; veja a Fig. 10-44. A segunda tem massa de $2{,}78 \times 10^5$ kg e se deslocava a 4,3 m/s. Imediatamente após o impacto, a segunda chata encontra seu curso desviado de 18° para jusante e sua velocidade aumentada para 5,1 m/s. A corrente do rio era praticamente zero no instante do acidente. (a) Quais são o módulo e a direção da velocidade da primeira chata imediatamente após a colisão? (b) Quanta energia cinética se perde na colisão?

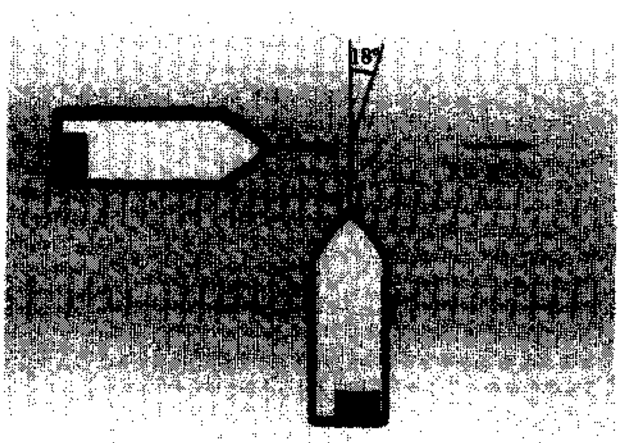



**Fig. 10-44** Problema 73.

### Seção 10-6 Reações e Processos de Decaimento (Opcional)

**74E.** Determinaram-se as massas precisas na reação

$$p + {}^{19}F \rightarrow \alpha + {}^{16}O$$

como sendo

$$m_p = 1{,}007825 \text{ u}, \qquad m_\alpha = 4{,}002603 \text{ u},$$
$$m_F = 18{,}998405 \text{ u}, \qquad m_O = 15{,}994915 \text{ u}.$$

A partir desses dados, calcule o $Q$ da reação.

**75E.** Uma partícula denominada $\Sigma^-$ (sigma menos) está inicialmente em repouso e decai espontaneamente em duas outras partículas de acordo com

$$\Sigma^- \rightarrow \pi^- + n.$$

As massas são

$$m_\Sigma = 2340{,}5m_e, \quad m_\pi = 273{,}2m_e, \quad m_n = 1838{,}65m_e,$$

onde $m_e$ ($9{,}11 \times 10^{-31}$ kg) é a massa do elétron. (a) Quanta energia cinética é gerada nesse processo? (b) Como se comparam os momentos lineares dos produtos do decaimento ($\pi$ e n)? (c) Que produto fica com a maior parcela da energia cinética gerada?

**76P*.** Uma partícula $\alpha$ com energia cinética 7,70 MeV atinge um núcleo de $^{14}N$ em repouso. Produzem-se um núcleo de $^{17}O$ e um próton; este é emitido a 90° com respeito à direção de incidência da partícula $\alpha$ e tem uma energia cinética de 4,44 MeV. As massas das várias partículas são: partícula $\alpha$, 4,00260 u; $^{14}N$, 14,00307 u; próton, 1,007825 u; e $^{17}O$, 16,99914 u. (a) Qual é a energia cinética do núcleo de oxigênio? (b) Qual é o $Q$ da reação?

**77P*.** Considere o decaimento $\alpha$ do rádio (Ra) para radônio (Rn), de acordo com a reação

$$^{226}Ra \rightarrow \alpha + {}^{222}Rn.$$

As massas dos vários núcleos são: $^{226}Ra$, 226,0254 u; $\alpha$, 4,0026 u; $^{222}Rn$, 222,0175 u. (a) Calcule o $Q$ da reação. (b) Que valor de $Q$ se obteria, se as massas precisas dadas acima fossem arredondadas para três algarismos significativos? Qual é a energia cinética (c) da partícula $\alpha$ e (d) do núcleo de radônio? (Para este cálculo, *podem-se* usar os valores arredondados das massas; por quê?)

## PROBLEMAS ADICIONAIS

**78.** Uma certa massa de 6,0 kg e outra de 4,0 kg deslocam-se sobre uma superfície sem atrito, como mostra a Fig. 10-45. Uma determinada mola de constante elástica $k = 8.000$ N/m é fixa à massa de 4,0 kg. A de 6,0 kg tem uma velocidade inicial de 8,0 m/s para a direita, e a de 4,0 kg tem uma velocidade inicial de 2,0 m/s para a direita. Ao final de algum tempo, a massa maior colide com a menor. (a) Qual será a velocidade da massa de 4,0 kg no instante em que a de 6,0 kg tiver uma velocidade de 6,4 m/s para a direita? (b) Qual é a energia potencial elástica do sistema nesse instante?

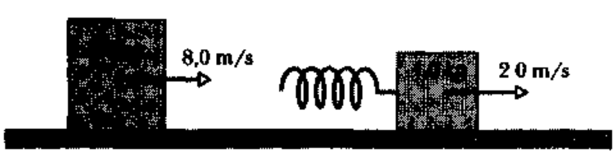



**Fig. 10-45** Problema 78.

**79.** Um jogador de futebol chuta uma bola com massa de 0,45 kg que está inicialmente em repouso. O pé do jogador permanece em contato com a bola por $3{,}0 \times 10^{-3}$ s, e a força do chute é dada por

$$F(t) = [(6{,}0 \times 10^6)t - (2{,}0 \times 10^9)t^2] \text{ N},$$

para $0 \leq t \leq 3{,}0 \times 10^{-3}$ s, onde $t$ está em segundos. Obtenha os módulos das seguintes grandezas: (a) o impulso recebido pela bola, (b) a força média exercida pelo pé do jogador sobre a bola, durante o período de contato, (c) a força máxima exercida pelo pé do jogador sobre a bola durante o período de contato e (d) a velocidade da bola, imediatamente após ela perder contato com o pé do jogador.

**80.** Um bloco de 1,0 kg, em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito, está conectado a mola não deformada ($k = 200$ N/m), cuja outra ponta é fixa (Fig. 10-46). Um bloco de 2,0 kg cuja velocidade é de 4,0 m/s colide com o de 1,0 kg. Se os dois blocos se unirem após a colisão unidimensional, que compressão máxima da mola ocorrerá, quando eles pararem instantaneamente?

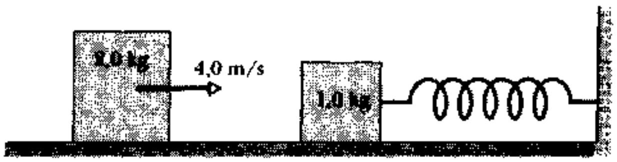



Fig. 10-46 Problema 80.

**81.** Uma colisão perfeitamente inelástica ocorre entre massa de 3,0 kg deslocando-se para cima a 20 m/s e outra de 2,0 kg deslocando-se para baixo a 12 m/s. A que altura a massa combinada se eleva acima do ponto de colisão?

**82.** Certa massa de 5,0 kg com uma velocidade inicial de 4,0 m/s, deslocando-se para leste, colide com outra de 4,0 kg cuja velocidade inicial é de 3,0 m/s, deslocando-se para oeste. Após a colisão, a de 5,0 kg tem uma velocidade de 1,2 m/s, deslocando-se para o sul. (a) Qual é o módulo da velocidade da massa de 4,0 kg após a colisão? (b) Quanta energia se dissipa na colisão?

**83.** Uma bola de 0,30 kg tem uma velocidade de 12 m/s a um ângulo de 35° abaixo da horizontal, imediatamente antes de fazer contato com um bastão. Ela deixa o bastão 2,0 ms depois, com uma velocidade vertical de 10 m/s, como mostra a Fig. 10-47. Qual é a intensidade da força média que age sobre a bola, enquanto esta tem contato com o bastão?

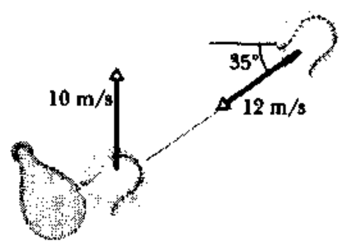



Fig. 10-47 Problema 83.

**84.** Um objeto de 3,0 kg, deslocando-se a 8,0 m/s no sentido positivo do eixo $x$, sofre uma colisão unidimensional perfeitamente elástica com um objeto de massa $M$, inicialmente em repouso. Após o impacto, o objeto de massa $M$ tem uma velocidade de 6,0 m/s no sentido positivo do eixo $x$. Quanto vale $M$?

**85.** Um homem de 60 kg está esquiando no gelo, em direção ao norte, com uma velocidade de 6,0 m/s, quando colide com uma criança de 38 kg. Imediatamente após a colisão, o homem e a criança permanecem juntos e têm uma velocidade de 3,0 m/s a um ângulo de 35° para o norte a partir do leste. Quais eram o módulo e a direção da velocidade da criança, imediatamente antes da colisão?