

# FORÇA E MOVIMENTO — II

# 6



*Em geral, os gatos criados em apartamentos gostam de dormir nos parapeitos das janelas. Quando um deles cai, acidentalmente, de uma janela sobre a calçada, a extensão das lesões (como o número de fraturas ou de mortes) diminui com a altura, se a queda ocorre do sétimo ou oitavo andares para cima. (Há até mesmo um recorde de um gato que caiu do 32º andar de um edifício e sofreu apenas leves contusões no seu tórax e em um dente.) Brevemente veremos por quê.*

## 6-1 Atrito

As forças de atrito inevitavelmente fazem parte do nosso cotidiano. Se deixássemos que agissem sozinhas, todas as rodas em movimento parariam, bem como tudo que estivesse em movimento rotacional. Num automóvel, cerca de 20% da gasolina é consumida para superar o atrito nas partes do motor, eixos e rodas. Por outro lado, se o atrito fosse totalmente eliminado, não poderíamos caminhar nem andar de bicicleta. Não poderíamos segurar um lápis e, se pudéssemos, não conseguiríamos escrever. Não poderíamos utilizar pregos ou parafusos, os tecidos das roupas se desfariam e os nós seriam desfeitos.

Neste capítulo, vamos trabalhar amplamente com as forças de atrito que existem entre as superfícies sólidas não-lubrificadas, que se movem a velocidades relativamente

baixas, umas sobre as outras. Consideremos duas experiências simples:

**1. Primeira experiência.** Façamos um livro deslizar sobre certa mesa. A força de atrito, exercida pela mesa sobre o livro que desliza, retarda o seu movimento e acaba por fazê-lo parar. Se quisermos que o livro se movimente sobre a mesa com velocidade constante, devemos empurrá-lo ou puxá-lo com uma força constante, de módulo igual ao da força de atrito que se opõe ao movimento.

**2. Segunda experiência.** Um caixote pesado está parado sobre o chão em um depósito de mercadorias. Podemos empurrá-lo horizontalmente, aplicando sobre ele uma força constante, mas ele não se move. Isso porque a força que aplicamos é equilibrada pela força de atrito exercida na horizontal pelo chão sobre o fundo do caixote, no sentido oposto ao do empurrão. É interessante notar como esta força

de atrito se ajusta automaticamente, em módulo e sentido, cancelando a que aplicamos. É claro que, se pudermos empurrar com força suficiente, conseguiremos mover o caixote (veja a primeira experiência).

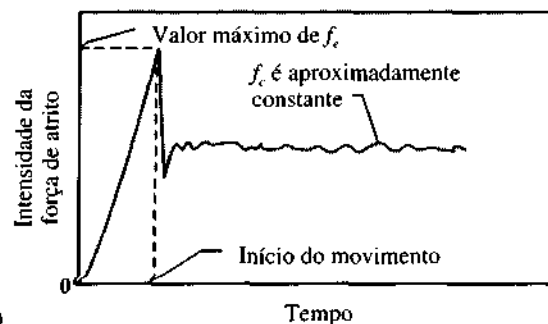
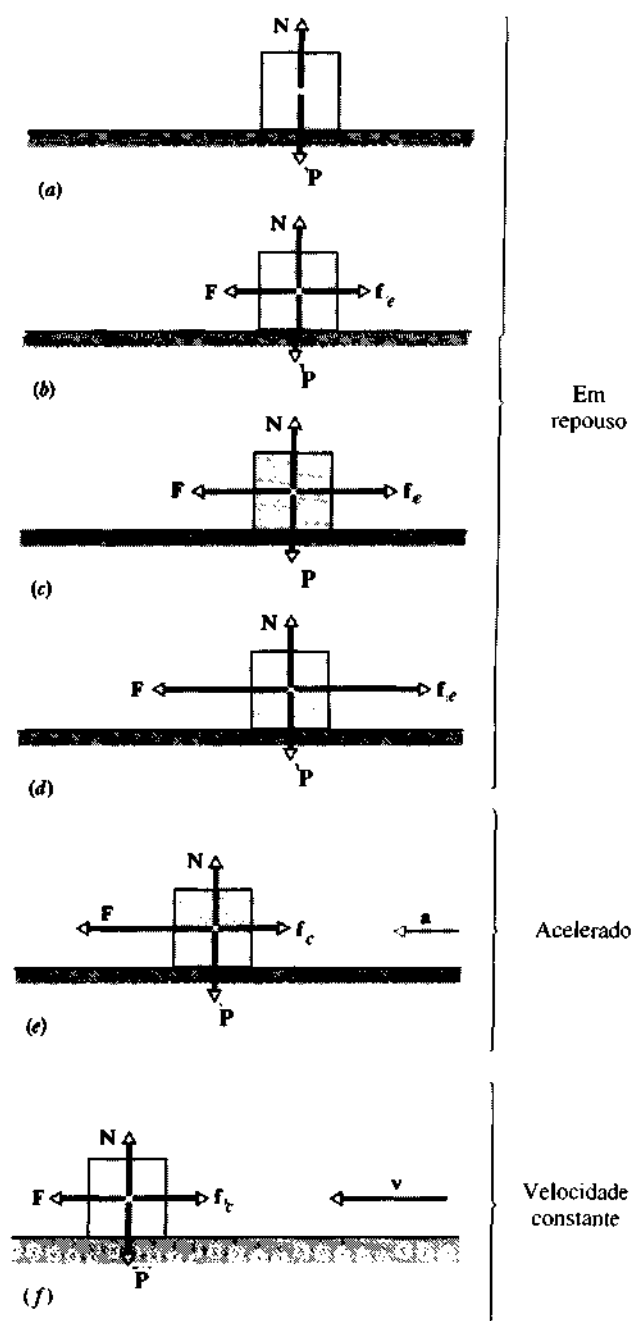
A Fig. 6-1 mostra uma situação parecida em detalhes. Na Fig. 6-1a, um bloco está parado sobre a mesa, seu peso  $P$  está equilibrado por uma força normal  $N$  de mesmo módulo e de sentido oposto. Na Fig. 6-1b, aplicamos uma força  $F$  ao bloco, tentando puxá-lo para a esquerda. Como consequência, surge uma força de atrito  $f_e$  apontando para a direita, que equilibra a que foi aplicada. A força  $f_e$  é chamada de **força de atrito estático**.

As Figs. 6-1c e 6-1d mostram que, se aumentarmos a força aplicada, a de atrito estático  $f_e$  também aumentará e o bloco permanecerá estacionário. Entretanto, para um determinado valor da força aplicada, o bloco "rompe" o contato solidário com a mesa e se movimenta para a esquerda, como na Fig. 6-1e. Então, a força de atrito que se opõe ao movimento é chamada de **força de atrito cinético**  $f_c$ .

Em geral, a força de atrito cinético, que atua quando há movimento, é menor do que a força máxima de atrito estático que atua quando não há movimento. Logo, se quisermos que o bloco se mova na superfície da mesa com uma velocidade constante, geralmente teremos de diminuir a força aplicada sobre o bloco, assim que começar a se mover, conforme ilustrado na Fig. 6-1f.

A Fig. 6-1g mostra os resultados de uma experiência, em que a força sobre um bloco de 400 g foi lentamente aumentada até romper a ligação entre as superfícies. Observe a redução no módulo da força necessária para manter o bloco em movimento com velocidade constante, após o rompimento da ligação entre as superfícies.\*

Embora a transição da força de atrito estático para a de atrito cinético pareça abrupta, não é instantânea. De fato, o atrito cinético entre superfícies não-lubrificadas a baixas velocidades é produzido por um processo de "prende-e-desliza", o deslizamento estando mais relacionado com o rompimento inicial da condição estática. É esse prende-e-desliza repetitivo que provoca um rangido no movimento relativo entre duas superfícies não-lubrificadas. Por isso, um pneu "canta" durante uma derrapagem em pista seca, as dobradiças enferrujadas produzem um chiado e o rangido de um giz num quadro de escrita provoca um som desconfor-



\* Veja "Undergraduate Computer-Interfacing Projects", de Joseph Priest e John Snider, *The Physics Teacher*, Maio de 1987.

**Fig. 6-1** (a) As forças sobre o bloco em repouso. (b-d) Uma força externa  $F$ , aplicada sobre o bloco, é equilibrada por uma força de atrito estático  $f_e$ , de igual intensidade e de sentido contrário. Conforme  $F$  aumenta,  $f_e$  também aumenta, até alcançar um valor máximo. (e) Quando o bloco "rompe" a inércia, é acelerado repentinamente para a esquerda. (f) Se agora o bloco está se movendo com velocidade constante, a força  $F$  aplicada deve ser reduzida do valor inicial que possuía no instante imediatamente antes dele iniciar o movimento. (g) Alguns resultados experimentais para a sequência de (a) até (f).

tável. Algumas vezes, o atrito seco provoca sons agradáveis como, por exemplo, o do prende-e-desliza do arco sobre as cordas de um violino.

Basicamente, a força de atrito é uma força que atua entre os átomos superficiais de dois corpos em contato. Se duas superfícies metálicas, altamente polidas e cuidadosamente limpas, forem colocadas em contato numa região de alto vácuo, não conseguirão deslizar uma sobre a outra. Ao contrário, as duas peças *se soldarão a frio* no mesmo instante, formando um pedaço único de metal. Se blocos polidos de calibragem forem mantidos juntos em presença do ar, aderem um ao outro quase tão intensamente como no caso anterior e só conseguem ser separados por meio de um puxão. Em circunstâncias comuns, todavia, esses contatos interatômicos não são possíveis. Mesmo uma superfície metálica altamente polida, como a mostrada na Fig. 6-2, está longe de ser plana, em escala atômica. Além disso, as superfícies dos objetos comuns sofrem oxidação, ficando recobertas por uma camada de óxido e outros contaminantes, o que reduz a possibilidade de fusão sob pressão.

Quando duas superfícies são colocadas em contato, somente os pontos salientes se tocam. (É como se duas cadeias de montanhas fossem colocadas uma sobre a outra.) A área *microscópica* real de contato é muito menor do que a *macroscópica* aparente, por um fator quase igual a  $10^4$ . Em muitos pontos de contato ocorre fusão. Quando as superfícies são deslocadas umas sobre as outras, há uma ruptura e uma regeneração contínua das fusões, à medida que novos contatos são estabelecidos (Fig. 6-3).

Experiências com traçadores radioativos mostram que, quando uma superfície de metal não-lubrificada é arrastada sobre outra, na realidade minúsculos fragmentos de metal são arrancados de cada uma. Os anéis que revestem um pistão têm sido testados com a utilização de anéis irradiados em reatores nucleares. O material arrancado desses anéis é transportado para fora pelo óleo lubrificante, sendo detectado pela sua radioatividade.

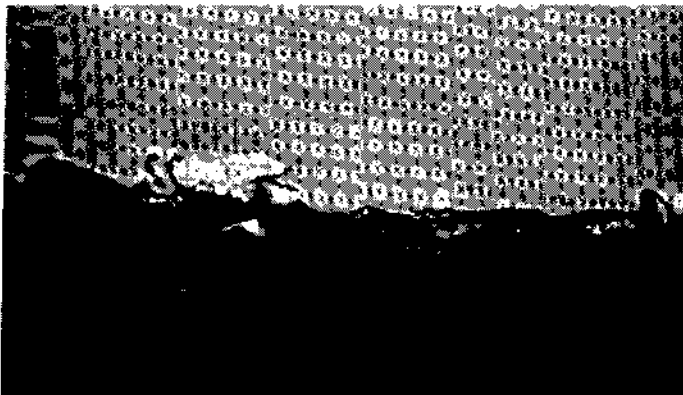


Fig. 6-2 Uma seção ampliada de uma superfície de metal intensamente polida. A altura das irregularidades da superfície é igual a vários milhares de diâmetros atômicos.

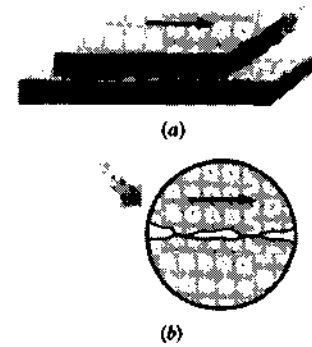


Fig. 6-3 O mecanismo do atrito de deslizamento. (a) Numa visão macroscópica, a superfície superior está deslizando para a direita sobre a inferior. (b) O detalhe mostra os dois pontos onde a fusão ocorre. É necessária uma força para romper estas soldas e manter o movimento.

## 6-2 Propriedades do Atrito

É demonstrado experimentalmente que, quando um corpo é pressionado contra uma superfície (estando ambos secos e não-lubrificadas) e uma força  $\mathbf{F}$  é aplicada na tentativa de fazer o corpo deslizar sobre a superfície, a força de atrito resultante tem três propriedades:

**Propriedade 1.** Se o corpo não se move, então a força de atrito estático  $f_e$  e a componente de  $\mathbf{F}$  paralela à superfície são iguais em módulo e têm sentidos opostos.

**Propriedade 2.** O módulo de  $f_e$  tem o valor máximo  $f_{e,\text{máx}}$  dado por

$$f_{e,\text{máx}} = \mu_e N, \quad (6-1)$$

onde  $\mu_e$  é o **coeficiente de atrito estático** e  $N$  é o módulo da reação normal. Se o módulo da componente de  $\mathbf{F}$  paralela à superfície for maior do que  $f_{e,\text{máx}}$ , então o corpo começará a deslizar sobre a superfície.

**Propriedade 3.** Se o corpo começar a deslizar sobre a superfície, o módulo da força de atrito decrescerá rapidamente para o valor  $f_c$  dado por

$$f_c = \mu_c N, \quad (6-2)$$

onde  $\mu_c$  é o **coeficiente de atrito cinético**. Enquanto o corpo deslizar, o módulo da força de atrito cinético  $f_c$  será dado pela Eq. 6-2.

As Propriedades 1 e 2 foram formuladas em termos de uma única força  $\mathbf{F}$ , mas também são válidas para a força resultante das várias que atuam num corpo. As Eqs. 6-1 e 6-2 não são equações vetoriais; a direção de  $f_e$  ou  $f_c$  é sempre paralela à superfície e o sentido oposto à intenção de movimento; a força  $\mathbf{N}$  é perpendicular à superfície.

Os coeficientes  $\mu_s$  e  $\mu_c$  são adimensionais e devem ser determinados experimentalmente. Já que seus valores dependem do corpo e da superfície, são geralmente referidos com o uso da preposição “entre”, como em “o valor de  $\mu_s$  entre um veículo e o asfalto é 0,5”. Vamos supor, neste livro, que o valor de  $\mu_c$  é independente da velocidade com que o corpo desliza sobre a superfície.

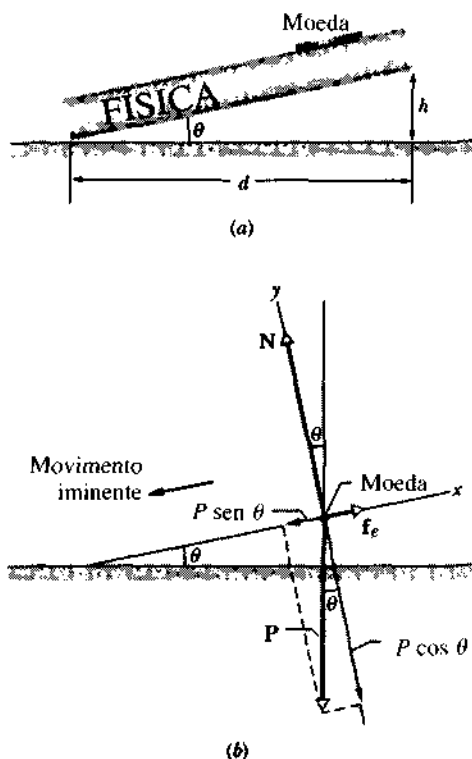
**EXEMPLO 6-1** A Fig. 6-4a mostra uma moeda imóvel sobre um livro que foi inclinado de um ângulo  $\theta$  com a horizontal. Por um processo de tentativa e erro determinamos que a moeda começa a deslizar sobre o livro quando  $\theta$  é igual a  $13^\circ$ . Qual o coeficiente de atrito estático  $\mu_s$  entre a moeda e o livro?

**Solução** A Fig. 6-4b é um diagrama de corpo isolado da moeda quando ela está prestes a deslizar. As forças que atuam sobre a moeda são a normal  $N$ , que aponta para fora do plano do livro, o peso  $P$  da moeda e a força de atrito  $f_s$ , que aponta no sentido de subida do plano, de forma a impedir o movimento de descida da moeda. Como esta está em equilíbrio, a força resultante sobre ela deve ser nula. Da segunda lei de Newton, temos

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{f}_s + \mathbf{P} + \mathbf{N} = 0. \quad (6-3)$$

Para as componentes  $x$ , esta equação vetorial fornece

$$\sum F_x = f_s - P \sin \theta = 0, \text{ ou } f_s = P \sin \theta. \quad (6-4)$$



**Fig. 6-4** Exemplo 6-1. (a) Uma determinada moeda está na iminência de deslizar sobre a capa de um livro. (b) Um diagrama de corpo isolado para a moeda, mostrando as três forças (em escala) que atuam sobre ela. O peso  $P$  está decomposto em suas componentes nos eixos  $x$  e  $y$ , orientados de forma a simplificar o problema.

Para as componentes  $y$ , temos

$$\sum F_y = N - P \cos \theta = 0, \text{ ou } N = P \cos \theta. \quad (6-5)$$

Quando a moeda está na iminência de deslizar, o módulo máximo da força de atrito estático atuando sobre ela é  $\mu_s N$ . Substituindo na Eq. 6-4 e dividindo pela Eq. 6-5, obtemos

$$\frac{f_s}{N} = \frac{\mu_s N}{N} = \frac{P \sin \theta}{P \cos \theta} = \tan \theta,$$

ou

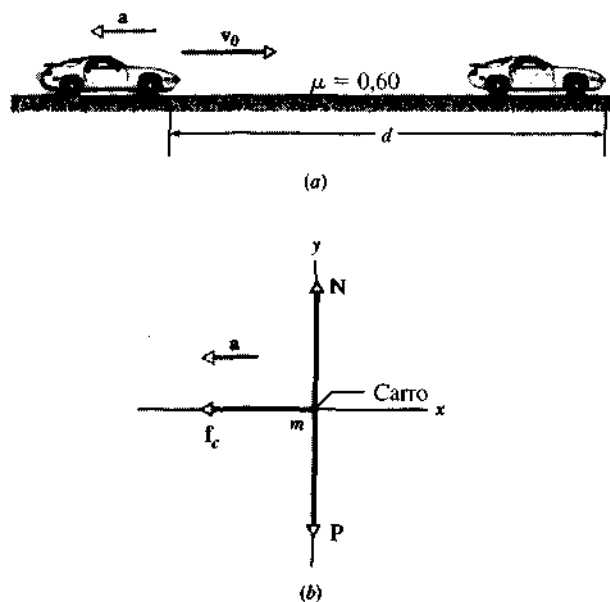
$$\mu_s = \tan \theta = \tan 13^\circ = 0,23. \quad (\text{Resposta}) \quad (6-6)$$

Por que não tentar medir  $\mu_s$  utilizando este livro e a moeda? Podemos dispensar um transferidor. A razão  $h/d$  das duas dimensões mostradas na Fig. 6-4a é a  $\tan \theta$ , e essas dimensões podem ser medidas com uma régua.

**EXEMPLO 6-2** Quando as rodas de um carro são “travadas” (impedidas de rolar) durante uma freada, o carro desliza sobre a pista. Resíduos de pneus e pequenas partes derretidas de asfalto formam as “marcas da derrapagem”, que evidenciam a fusão dos dois materiais durante o deslizamento. A maior marca de derrapagem em uma rodovia pública foi produzida em 1960 por um Jaguar, na Inglaterra — as marcas tinham 290 m de comprimento! Supondo que  $\mu_c = 0,60$ , qual a velocidade escalar do veículo no momento em que as rodas foram bloqueadas?

**Solução** A Fig. 6-5a reproduz a trajetória do carro; a Fig. 6-5b é o diagrama de corpo isolado dele durante a desaceleração, onde estão representados o peso  $P$  do carro, a força normal  $N$  e a força de atrito cinético  $f_c$ , que atuam sobre o carro. Podemos usar a Eq. 2-14,

$$v^2 = v_0^2 + 2a_x(x - x_0).$$



**Fig. 6-5** Exemplo 6-2. (a) Um carro deslizando para a direita e finalmente parando, após um deslocamento  $d$ . (b) Um diagrama de corpo isolado para a desaceleração do carro, os vetores representando as três forças estão em escala. O vetor aceleração aponta para a esquerda, no sentido da força de atrito  $f_c$ .

com  $v = 0$  e  $x - x_0 = d$ , para determinar a velocidade escalar inicial  $v_0$  do carro. Substituindo esses valores e rearrumando, obtemos

$$v_0 = \sqrt{-2a_x d}. \quad (6-7)$$

Para determinar  $a_x$ , aplicamos a segunda lei de Newton em relação ao eixo  $x$ . Se desprezarmos os efeitos da resistência do ar sobre o carro, a única força na direção do eixo  $x$  será  $f_c$ . Então, para o módulo de  $f_c$ , temos

$$f_c = -ma_x, \text{ ou } a_x = -\frac{f_c}{m} = -\frac{\mu_c N}{m}, \quad (6-8)$$

onde  $m$  é a massa do carro, e da Eq. 6-2,  $f_c = \mu_c N$ .

A força normal  $N$  tem módulo  $N = P = mg$ . Substituindo este resultado na Eq. 6-8, obtemos

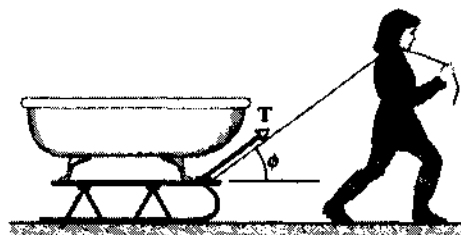
$$a_x = -\frac{\mu_c mg}{m} = -\mu_c g. \quad (6-9)$$

Substituindo a Eq. 6-9 na Eq. 6-7, encontramos

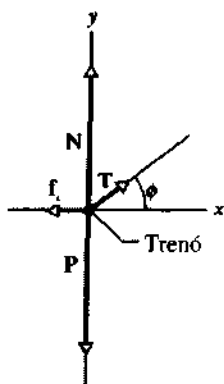
$$v_0 = \sqrt{2\mu_c g d} = \sqrt{(2)(0,60)(9,8 \text{ m/s}^2)(290 \text{ m})} \\ = 58 \text{ m/s} = 210 \text{ km/h} \quad (\text{Resposta})$$

Para resolver este problema, supomos implicitamente que  $v = 0$  no final das marcas de derrapagem. Na verdade, as marcas terminaram apenas porque o Jaguar saiu da estrada depois de 290 m. Logo,  $v_0$  era no mínimo de 210 km/h, possivelmente muito mais.

**EXEMPLO 6-3** Uma mulher puxa um trenó carregado de massa  $m = 75 \text{ kg}$  sobre uma superfície horizontal, com velocidade constante. O coeficiente  $\mu_c$  do atrito cinético entre o trenó e a neve é 0,10 e o ângulo  $\phi$ , na Fig. 6-6, é  $42^\circ$ .



(a)



(b)

**Fig. 6-6** Exemplo 6-3. (a) A mulher aplica uma força  $T$  ao trenó, puxando-o a uma velocidade constante. (b) Um diagrama de corpo isolado para o trenó e sua carga, fora de escala.

a. Qual a tensão  $T$  na corda?

**Solução** A Fig. 6-6b é o diagrama de corpo isolado para o trenó. Aplicando a segunda lei de Newton na direção do eixo horizontal, temos

$$T \cos \phi - f_c = ma_x = 0, \quad (6-10)$$

onde  $a_x$  é zero porque a velocidade é constante. Na direção vertical, temos

$$T \sin \phi + N - mg = ma_y = 0, \quad (6-11)$$

em que  $mg$  é o peso do trenó. Da Eq. 6-2,

$$f_c = \mu_c N. \quad (6-12)$$

Essas três equações contêm as incógnitas  $T$ ,  $N$  e  $f_c$ . Eliminando  $N$  e  $f_c$ , poderemos calcular  $T$ .

Começamos adicionando as Eqs. 6-10 e 6-12, o que fornece

$$T \cos \phi = \mu_c N,$$

ou

$$N = \frac{T \cos \phi}{\mu_c}. \quad (6-13)$$

Substituindo esse valor de  $N$  na Eq. 6-11, obtemos para  $T$

$$T = \frac{\mu_c mg}{\cos \phi + \mu_c \sin \phi} \\ = \frac{(0,10)(75 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{\cos 42^\circ + (0,10)(\sin 42^\circ)} \\ = 91 \text{ N}, \quad (\text{Resposta})$$

que é consideravelmente menor do que o peso do trenó.

b. Qual a força normal que a neve exerce verticalmente para cima sobre o trenó?

**Solução** Substituindo  $T$  da Eq. 6-14 na Eq. 6-13, temos

$$N = \frac{\cos \phi}{\cos \phi + \mu \sin \phi} mg \\ = \frac{\cos 42^\circ}{\cos 42^\circ + (0,10)(\sin 42^\circ)} mg \\ = 0,917 mg = 670 \text{ N}. \quad (\text{Resposta})$$

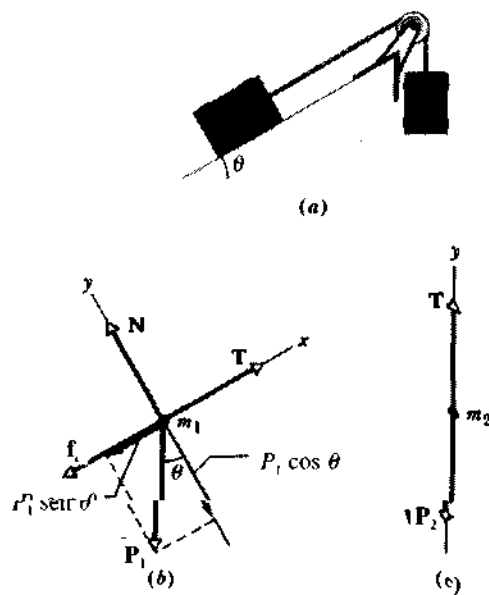
Então, a componente da tração para cima reduz a reação normal para 92% do peso do trenó.

**EXEMPLO 6-4** Na Fig. 6-7a, uma caixa de massa  $m_1 = 14 \text{ kg}$  se move sobre um plano com uma inclinação  $\theta = 30^\circ$  com a horizontal. A caixa está ligada a uma outra de massa  $m_2 = 14 \text{ kg}$ , por uma corda tensionada, de massa desprezível, que desliza sem atrito sobre uma polia de massa também desprezível. A caixa pendurada desce com velocidade constante.

a. Qual o módulo e o sentido da força de atrito entre o plano e  $m_1$ ?

**Solução** O fato de  $m_2$  descer indica que  $m_1$  se move para cima ao longo do plano, logo, a força de atrito cinético  $f_c$  deve apontar para baixo, também ao longo do plano.

Não podemos usar a Eq. 6-2 para calcular o módulo de  $f_c$ , porque não conhecemos o coeficiente de atrito cinético  $\mu_c$  entre  $m_1$  e o plano.



**Fig. 6-7** Exemplo 6-4. (a) A massa  $m_1$  se move para cima no plano, enquanto a massa  $m_2$  desce com uma velocidade constante. (b) Um diagrama de corpo isolado para a massa  $m_1$ . (c) Um diagrama de corpo isolado para a massa  $m_2$ .

Contudo, podemos utilizar as técnicas do Cap. 5. Para começar, vamos desenhar o diagrama de corpo isolado para  $m_1$  e  $m_2$  nas Figs. 6-7b e 6-7c, onde  $T$  é a tensão na corda que puxa a caixa, e os vetores peso são  $P_1 = m_1 g$  e  $P_2 = m_2 g$ .

Decompondo  $P_1$  em suas componentes  $x$  e  $y$  temos, pela aplicação da segunda lei de Newton em relação ao eixo  $x$ , na Fig. 6-7b,

$$\begin{aligned}\sum F_x &= T - f_c - m_1 g \sin \theta = m_1 a_x \\ &= (m_1)(0) = 0,\end{aligned}\quad (6-16)$$

onde  $a_x = 0$ , pois  $m_1$  se move com velocidade constante. Em seguida, aplicamos a segunda lei de Newton para  $m_2$ , em relação ao eixo  $y$  na Fig. 6-7c, considerando que  $m_2$  se move com velocidade constante. Encontramos

$$\sum F_y = T - m_2 g = m_2 a_y = (m_2)(0) = 0,$$

ou

$$T = m_2 g. \quad (6-17)$$

Substituindo  $T$  da Eq. 6-17 na Eq. 6-16 e resolvendo para  $f_c$ , obtemos

$$\begin{aligned}f_c &= m_2 g - m_1 g \sin \theta \\ &= (14 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) - (14 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(\sin 30^\circ) \\ &= 68,6 \text{ N} \approx 69 \text{ N}.\end{aligned}\quad (\text{Resposta})$$

b. Qual o valor de  $\mu_c$ ?

**Solução** Podemos usar a Eq. 6-2 para calcular  $\mu_c$ , mas primeiro temos de saber o módulo da normal  $N$  sobre  $m_1$ . Para calcular  $N$ , aplicamos a segunda lei de Newton para  $m_1$ , sobre o eixo  $y$  na Fig. 6-7b:

$$\sum F_y = N - m_1 g \cos \theta = m_1 a_y = 0,$$

$$N = m_1 g \cos \theta.$$

Da Eq. 6-2 temos

$$\begin{aligned}\mu_c &= \frac{f_c}{N} = \frac{f_c}{m_1 g \cos \theta} \\ &= \frac{68,6 \text{ N}}{(14 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(\cos 30^\circ)} = 0,58.\end{aligned}\quad (\text{Resposta})$$

### 6-3 Força de Viscosidade e Velocidade Limite

Um **fluido** é qualquer substância que pode escoar — em geral, um líquido ou um gás. Quando há uma velocidade relativa entre um corpo e um fluido (ou porque o corpo se move através do fluido ou porque este se move em volta do corpo), este experimenta uma **força de viscosidade**  $\vec{F}_v$ , que se opõe ao movimento relativo e aponta no sentido da corrente do fluido em relação ao corpo.

Vamos estudar apenas os casos em que o fluido é o ar, o corpo é arredondado e volumoso (como uma bola ou um gato caindo), em vez de fino e pontiagudo (como um dardo), e o movimento relativo é rápido o suficiente para causar uma turbulência no ar (em forma de redemoinho) atrás do corpo. Nesses casos, o módulo da força de viscosidade  $\vec{F}_v$  está relacionado à velocidade escalar relativa  $v$  pelo **coeficiente de viscosidade**  $C$ , de acordo com

$$\vec{F}_v = \frac{1}{2} C \rho A v^2, \quad (6-18)$$

onde  $\rho$  é a densidade do ar (massa por volume) e  $A$  é a **área da seção reta efetiva** do corpo (considerada perpendicularmente à velocidade  $v$ ). O coeficiente de viscosidade  $C$  (tipicamente varia de 0,4 a 1,0) na verdade não é constante para um determinado corpo porque, se  $v$  varia significativamente, o valor de  $C$  também varia. Não vamos considerar, aqui, este complicador.

Uma esquiadora, descendo velozmente determinada montanha, sabe bem que a força de viscosidade depende de  $A$  e  $v^2$ . Para atingir grandes velocidades, deve reduzir  $\vec{F}_v$  tanto quanto possível e, por exemplo, esquiatar “agachada” (Fig. 6-8) para reduzir  $A$ .

A Eq. 6-18 indica que, quando um objeto inicialmente em repouso cai através do ar,  $\vec{F}_v$  cresce gradativamente com o aumento da velocidade do corpo, a partir de zero. Como indica a Fig. 6-9, se o corpo cair de uma altura muito grande,  $\vec{F}_v$  acabará por se tornar igual ao peso do corpo  $P (= mg)$  e a força vertical resultante sobre ele será nula. Pela segunda lei de Newton, a aceleração também será nula e, por isso, a velocidade escalar do corpo não aumentará mais. Então, ele cairá com uma **velocidade limite** constante  $v_f$ , fazendo  $\vec{F}_v = mg$  na Eq. 6-18, obtendo

$$\frac{1}{2} C \rho A v_f^2 = mg,$$



Fig. 6-8 Esta esquiadora se agacha para minimizar sua área de seção reta efetiva e, conseqüentemente, a ação da viscosidade do ar sobre ela.

o que dá

$$v_f = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho A}} \quad (6-19)$$

a Tabela 6-1 fornece os valores de  $v_f$  para alguns objetos comuns.

Um gato deve cair cerca de seis andares para atingir a velocidade limite. Até este instante,  $P > \vec{F}_v$ , e o movimento do gato é acelerado para baixo por causa da força resultante no mesmo sentido. Lembre-se do Cap. 2, que dizia ser o nosso corpo um acelerômetro, não um velocímetro. Daí o gato sentir também a aceleração, ficar assustado e manter seus pés por baixo do seu corpo, a cabeça encolhida e a espinha curvada para cima, diminuindo  $A$  e aumentando  $v_f$ , provavelmente se ferindo na queda.

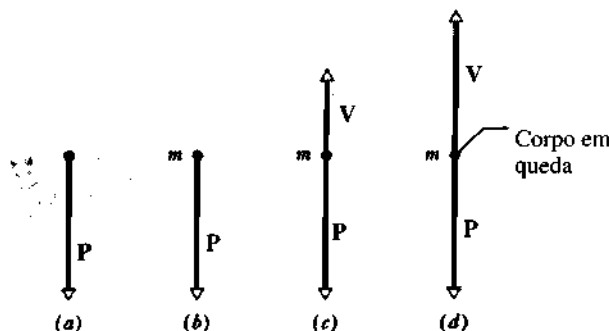


Fig. 6-9 As forças que atuam sobre um corpo caindo no ar: (a) o corpo assim que começou a cair, (b) o diagrama de corpo isolado nesse instante e (c) o diagrama de corpo isolado logo em seguida, depois de aparecer a força de viscosidade. (d) A força de viscosidade aumenta até equilibrar o peso do corpo. Agora, o corpo cai com a sua velocidade limite constante.

Tabela 6-1  
Algumas Velocidades Limites no Ar

Objeto	Velocidade Limite (m/s)	Distância com 95%* (m)
Tiro de 16 lb	145	2.500
Pára-quedista (salto livre — típico)	60	430
Bola de beisebol	42	210
Bola de tênis	31	115
Bola de basquete	20	47
Bola de pingue-pongue	9	10
Gotas de chuva (1,5 mm de raio)	7	6
Pára-quedista (típico)	5	3

\*Esta é a distância que o corpo deve percorrer em queda, a partir do repouso, para atingir 95% da sua velocidade limite.

Fonte: Adaptado de Peter J. Brancazio, *Sport Science*, Simon & Schuster, Nova Iorque, 1984.

Entretanto, quando o gato atinge  $v_f$ , a aceleração é nula, ele fica relaxado, estica as pernas e o pescoço horizontalmente e sua espinha fica reta (parecendo com um esquilo voador). Estas atitudes aumentam  $A$  e  $\vec{F}_v$ , e a velocidade do gato diminui porque agora  $\vec{F}_v > P$  — a força resultante aponta para cima — diminuindo  $v_f$ . Esta diminuição reduz a possibilidade de danos físicos na queda. Um pouco antes do final da queda, quando se aproxima do solo, o gato puxa suas patas traseiras para debaixo do seu corpo, preparando-o para a aterrissagem.

**EXEMPLO 6-5** Um gato caindo atinge uma primeira velocidade limite de 96 km/h, enquanto está encolhido, quando então se estica duplicando  $A$ . Qual a velocidade escalar da queda quando ele atinge uma nova velocidade limite?

**Solução** Sejam  $v_{fi}$  e  $v_{fn}$  as velocidades terminais, e  $A_i$  e  $A_n$  as áreas correspondentes. Usamos então a Eq. 6-19 para estabelecer a razão entre as velocidades:

$$\frac{v_{fn}}{v_{fi}} = \frac{\sqrt{2mg/C\rho A_i}}{\sqrt{2mg/C\rho A_n}} = \sqrt{\frac{A_i}{A_n}} = \sqrt{\frac{A_i}{2A_i}} = \sqrt{0.5} \approx 0.7,$$

isso significa que  $v_{fn} \approx 0.7v_{fi}$ , ou cerca de 67 km/h.

Em abril de 1987, durante um salto, o pára-quedista Gregory Robertson notou que sua companheira, Debbie Williams, havia sido nocauteada numa colisão com um terceiro companheiro, ficando impossibilitada de abrir seu pára-quedas. Robertson, que estava bem acima de Williams naquele momento e ainda não havia aberto seu pára-quedas para um mergulho de 4.117 m, reorientou-se de cabeça para baixo de forma a minimizar  $A$  e aumentar sua velocidade de descida. Atingindo uma  $v_f$  estimada em 322 km/h, alcançou Williams e assumiu, então, a posição conhecida como “grande águia” na horizontal (veja Fig. 6-10), para aumentar  $\vec{F}_v$  e poder agarrá-la. Então, abriu o pára-quedas dela e depois o seu próprio, a apenas 10 s do impacto. Williams sofreu várias lesões internas por causa da aterrissagem descontrolada, mas sobreviveu.

**EXEMPLO 6-6** Uma gota de chuva com raio  $R = 1,5$  mm cai de uma nuvem que está a uma altura  $h = 1.200$  m acima do solo. O coeficiente de viscosidade  $C$  para a gota é 0,60. Suponha que a gota seja esférica



Fig. 6-10 Os pára-quedistas estão na posição “vôo de água” para maximizar a força de viscosidade do ar.

durante a queda. A densidade da água  $\rho_a$  é de  $1.000 \text{ kg/m}^3$ , e a densidade do ar  $\rho_{ar}$  é de  $1,2 \text{ kg/m}^3$ .

a. Qual é a velocidade limite da gota?

**Solução** O volume de uma esfera é  $\frac{4\pi R^3}{3}$  e a sua área efetiva  $A$  é a de um círculo de raio  $R$ . Assim, para a gota, temos

$$m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_w \quad \text{e} \quad A = \pi R^2.$$

Então, da Eq. 6-19, encontramos

$$\begin{aligned} v_f &= \sqrt{\frac{2mg}{C_{\rho_{ar}}A}} = \sqrt{\frac{8\pi R^3 \rho_w g}{3C_{\rho_{ar}}\pi R^2}} = \sqrt{\frac{8R\rho_w g}{3C_{\rho_{ar}}}} \\ &= \sqrt{\frac{(8)(1,5 \times 10^{-3} \text{ m})(1.000 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)}{(3)(0,60)(1,2 \text{ kg/m}^3)}} \\ &= 7,4 \text{ m/s} (= 17 \text{ mi/h}). \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Observe que a altura da nuvem não faz parte do cálculo. As gotas de chuva atingem a velocidade limite logo após alguns metros de queda (veja Tabela 6-1).

b. Qual seria a velocidade imediatamente antes do impacto, se não houvesse a força de viscosidade?

**Solução** Da Eq. 2-21, fazendo  $h = -(y - y_0)$  e  $u_0 = 0$ , temos

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2gh} = \sqrt{(2)(9,8 \text{ m/s}^2)(1.200 \text{ m})} \\ &= 150 \text{ m/s} (= 340 \text{ mi/h}). \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Nessas condições, Shakespeare mal poderia ter escrito, “ela cai do céu como uma chuva suave sobre o chão”.

com velocidade escalar constante  $v$ , e sua aceleração aponta para o centro do círculo. A sua **aceleração centrípeta** tem módulo constante dado pela Eq. 4-22:

$$a = \frac{v^2}{r} \quad (6-20)$$

A aceleração centrípeta é devido a uma **força centrípeta** que atua sobre o corpo, direcionada para o centro do círculo. Esta força tem módulo constante dado pela segunda lei de Newton:

$$F = ma = \frac{mv^2}{r} \quad (6-21)$$

Se essa força não existir, o corpo não se manterá em movimento circular uniforme. Tanto a aceleração quanto a força centrípeta são grandezas vetoriais que têm módulo constante, mas suas direções variam continuamente, de modo a manter o sentido sempre apontando para o centro do círculo.

Se o corpo em movimento circular uniforme é, por exemplo, um disco de borracha girando preso a um cordão, como na Fig. 6-11, a força centrípeta é devido à tensão no cordão. Para a Lua, em seu movimento (aproximadamente) circular uniforme em torno da Terra, a força centrípeta se deve à atração gravitacional da Terra. Logo, a força centrípeta não é um novo tipo de força; pode ser uma força de tensão, uma força gravitacional ou qualquer outra.

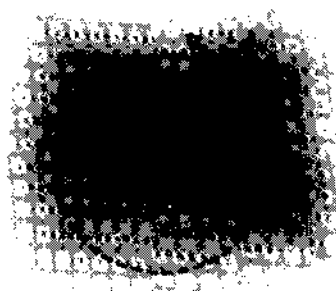
Vamos comparar dois exemplos conhecidos de movimento circular uniforme:

#### 6-4 Movimento Circular Uniforme

Uma partícula está em movimento circular uniforme quando se move num círculo ou num arco circular, de raio  $r$ ,

**1. Um carro fazendo uma curva.** Quando estamos sentados no meio do banco traseiro de um carro, movendo-se





**Fig. 6-11** Um disco de hóquei de massa  $m$  se move com velocidade constante  $v$ , numa trajetória circular sobre uma superfície horizontal sem atrito.  $T$  é a força centrípeta sobre o disco e também a tração da corda.

em alta velocidade por uma rodovia plana, e de repente o motorista dobra à esquerda, descrevendo um arco circular, deslizamos pelo assento em direção à direita e somos pressionados contra a lateral interna do carro. Por que isso ocorre?

No momento em que o carro está percorrendo um arco circular, está em movimento circular uniforme. A força centrípeta responsável pelo movimento é causada pelo atrito dos pneus sobre a estrada. Esta força aponta radialmente para o interior do arco de círculo — abrangendo os quatro pneus — e o seu módulo é dado pela Eq. 6-21.

Durante o movimento circular uniforme, poderíamos continuar sentados no meio do banco traseiro, se a força de atrito entre nós e o assento fosse suficientemente grande. Entretanto, como não é, deslizamos sobre o assento. Visto de um referencial no solo, continuaríamos nos movendo em linha reta, enquanto o assento deslizaria sob o nosso corpo até que a lateral do carro nos alcançasse. A força da lateral sobre nós seria uma força centrípeta e, então, nos tornaríamos solidários com o movimento circular uniforme do carro.

**2. Um corpo em órbita da Terra.** Desta vez somos os passageiros do ônibus espacial *Atlantis*, orbitando a Terra e experimentando a “ausência de peso”. O que acontece neste caso?

A força centrípeta que nos mantém e a espaçonave em movimento circular uniforme é a atração gravitacional da Terra. Esta força é dirigida radialmente para o centro da Terra, com módulo dado pela Eq. 6-21.

Tanto no carro quanto na espaçonave, estamos em movimento circular uniforme submetidos a uma força centrípeta. Contudo, experimentamos sensações bem diferentes em cada situação. No carro, percebemos que estamos sendo comprimidos contra a lateral interna do veículo. Por outro lado, no ônibus espacial em órbita, estamos flutuando com a sensação de que nenhuma força está atuando sobre nós. Por que essa grande diferença?

A diferença deve-se à natureza das duas forças centrípetas. No carro, a força centrípeta é uma *força de contato*, exercida pela lateral interna do carro sobre a parte de seu corpo com que está em contato. No ônibus espacial, a

força centrípeta é uma *força volumétrica*, porque a atração gravitacional da Terra é aplicada sobre todos os átomos, tanto os do nosso corpo como os do ônibus espacial, de modo proporcional à massa de cada átomo. Assim, nenhuma parte de nosso corpo sofre compressão, por isso temos a sensação de nenhuma força atuando sobre nós.

**EXEMPLO 6-7** Igor é o engenheiro de bordo da nave espacial *Vostok II*, orbitando à Terra a uma altitude  $h$  de 520 km, com uma velocidade escalar  $v$  de 7,6 km/s. A massa  $m$  de Igor é de 79 kg.

a. Qual a sua aceleração?

**Solução** Igor está em movimento circular uniforme num círculo de raio  $R_T + h$ , onde  $R_T$  é o raio da Terra. Sua aceleração centrípeta é dada pela Eq. 6-20:

$$\begin{aligned} a &= \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{R_T + h} \\ &= \frac{(7,6 \times 10^3 \text{ m/s})^2}{6,37 \times 10^6 \text{ m} + 0,52 \times 10^6 \text{ m}} \\ &= 8,38 \text{ m/s}^2 \approx 8,4 \text{ m/s}^2, \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

que é o valor da aceleração em queda livre na altitude em que Igor se encontra. Se ele fosse erguido e largado a essa altitude, em vez de ser colocado em órbita, cairia em direção ao centro da Terra com essa aceleração inicial. A diferença entre os dois casos é que, quando ele orbita a Terra, tem sempre um movimento “lateral”: à medida que cai, se move para o lado ao mesmo tempo, de maneira que acaba descrevendo uma trajetória curvilínea em volta da Terra.

b. Qual a força gravitacional (centrípeta) que a Terra exerce sobre Igor?

**Solução** A força centrípeta é

$$\begin{aligned} F &= ma = (79 \text{ kg})(8,38 \text{ m/s}^2) \\ &= 660 \text{ N} \approx 68 \text{ kgf} \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

Se Igor ficasse sobre uma balança no topo de uma torre de altura  $h = 520$  km, a leitura da balança seria de 660 N ou 68 kg f. Em órbita, a leitura da balança (se Igor pudesse “ficar” sobre ela) seria zero, porque tanto ele como a balança estariam em queda livre, logo, seus pés não exerceriam pressão sobre ela.

## RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

### TÁTICA 1: CONSULTAR

No Exemplo 6-7, tínhamos de saber o raio da Terra, que não foi fornecido no enunciado do problema. Precisamos nos familiarizar com as fontes de consulta, começando por este livro. Muitos dados úteis são fornecidos no início do livro, nos diversos apêndices e nas tabelas. O *Handbook of Chemistry and Physics* (*Manual de Química e Física*), publicado anualmente pelo Chemical Rubber Company (CRC), é uma fonte de consulta valiosa.

Para praticar, veja se consegue encontrar a densidade do ferro, a expansão em série de  $e$ , o número de centímetros em uma milha, a distância média de Saturno ao Sol, a massa do próton, a velocidade da luz e o número atômico do samário. Tudo isso pode ser encontrado aqui neste livro.

**EXEMPLO 6-8** Em 1901, num espetáculo circense, Allo Diavolo, o “Destemido”, apresentou-se montando uma bicicleta numa pista em *loop*

no plano vertical (veja Fig. 6-12a). Supondo que o *loop* é um círculo de raio  $R = 2,7 \text{ m}$ , qual a menor velocidade escalar  $v$  que ele deverá ter no topo do *loop*, para permanecer em contato com a pista?

**Solução** A Fig. 6-12b é um diagrama de corpo isolado para Diavolo e sua bicicleta no topo do *loop* (considerados como uma única partícula), onde são mostrados a força normal  $N$  exercida sobre eles pelo *loop*, e seu peso  $P = mg$ . Sua aceleração  $a$  aponta para baixo, dirigida para o centro do *loop* e, de acordo com a Eq. 6-20, tem módulo  $a = v^2/R$ . Aplicando a segunda lei de Newton em relação ao eixo  $y$ , temos

$$\sum F = -N - mg = -ma = -m \frac{v^2}{R}.$$

Se ele está a ponto de perder contato com a pista,  $N = 0$  e temos, então

$$mg = m \frac{v^2}{R}.$$

ou

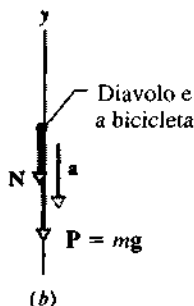
$$v = \sqrt{gR} = \sqrt{(9,8 \text{ m/s}^2)(2,7 \text{ m})} = 5,1 \text{ m/s.} \quad (\text{Resposta})$$

Para evitar a perda de contato, Diavolo certificou-se de ter no topo do *loop* uma velocidade maior, neste caso,  $N > 0$ .

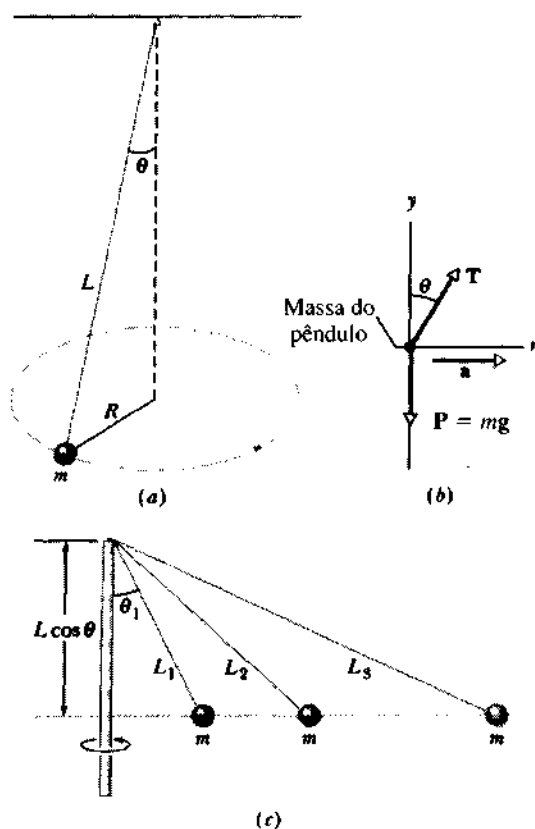
**EXEMPLO 6-9** Um pêndulo cônico está mostrado na Fig. 6-13a. A massa  $m$  de  $1,5 \text{ kg}$  está presa à ponta de um cordão de comprimento  $L = 1,7 \text{ m}$ , medido até o centro da massa, que descreve um círculo horizontal com velocidade escalar constante  $v$ . O cordão faz um



(a)



**Fig. 6-12** Exemplo 6-8. (a) Propaganda e (b) diagrama de corpo isolado para Diavolo.



**Fig. 6-13** Exemplo 6-9. (a) Um pêndulo cônico com sua corda fazendo um ângulo  $\theta$  com a vertical. (b) Um diagrama de corpo isolado para a massa do pêndulo. Os eixos apontam nas direções vertical e radial. A força resultante (e também a aceleração) aponta radialmente em direção ao centro do círculo. (c) Três pêndulos, de diferentes comprimentos, são girados pela rotação de um eixo; suas massas circulam no mesmo plano horizontal, como prevê a Eq. 6-25.

ângulo  $\theta = 37^\circ$  com a vertical. Como a massa descreve um círculo, o cordão varre a superfície de um cone. Determine o período do pêndulo, isto é, o tempo  $\tau$  para a massa completar uma volta no círculo.

**Solução** Na Fig. 6-13b, o diagrama de corpo isolado mostra as forças que atuam na massa: a tensão  $T$  da corda e o peso  $P (= mg)$  da massa. Fazemos a origem dos eixos coincidir com o centro da massa, conforme mostrado na figura. Em vez do eixo  $x$  tradicional (que é estacionário), vamos utilizar o eixo radial  $r$ , que sempre aponta da massa para o centro do círculo. As componentes de  $T$  em  $y$  e  $r$  são  $T \cos \theta$  e  $T \sin \theta$ , respectivamente. Como  $a_y = 0$ , a segunda lei de Newton dá

$$T \cos \theta - mg = ma_y = 0, \quad \text{ou} \quad T \cos \theta = mg. \quad (6-22)$$

Deve haver uma força resultante no eixo  $r$  responsável pela aceleração centrípeta da massa. A única componente de força naquela direção é  $T \sin \theta$ . Então, aplicando a segunda lei de Newton ao eixo  $r$ , temos

$$T \sin \theta = ma_r = \frac{mv^2}{R}, \quad (6-23)$$

onde  $R$  é o raio da trajetória circular. Dividindo a Eq. 6-23 pela Eq. 6-22 e resolvendo para  $v$ , vamos obter

$$v = \sqrt{\frac{gR \sin \theta}{\cos \theta}}.$$

Podemos substituir  $2\pi R/\tau$  (a distância ao longo do círculo dividida pelo tempo de uma revolução) para a velocidade escalar  $v$  da massa. Fazendo isso e resolvendo para  $\tau$ , temos

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{R \cos \theta}{g \sin \theta}}. \quad (6-24)$$

Entretanto, da Fig. 6-13a vemos que  $R = L \sin \theta$ . Fazendo esta substituição na Eq. 6-24, vem

$$\begin{aligned} \tau &= 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \theta}{g}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{(1.7 \text{ m})(\cos 37^\circ)}{9.8 \text{ m/s}^2}} = 2.3 \text{ s.} \quad (\text{Resposta}) \end{aligned} \quad (6-25)$$

Da Eq. 6-25 vemos que o período  $\tau$  não depende da massa e sim de  $L \cos \theta$ , a distância vertical da massa a seu ponto de sustentação. Assim, conforme mostrado na Fig. 6-13c, se diversos pêndulos cônicos, de diferentes comprimentos, estão girando em relação ao mesmo ponto de sustentação, com o mesmo período, suas massas estarão no mesmo plano horizontal.

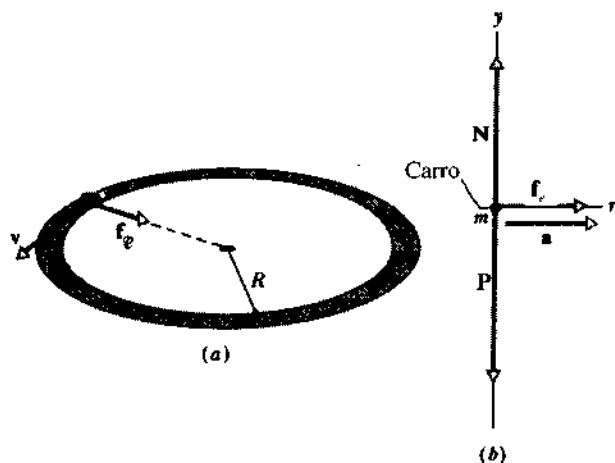
**EXEMPLO 6-10** A Fig. 6-14a representa um carro de massa  $m = 1.600$  kg se movendo com velocidade escalar constante  $v = 20$  m/s sobre uma rodovia circular plana de raio  $R = 190$  m. Qual o valor mínimo de  $\mu_c$  entre os pneus do carro e a rodovia, para evitar a derrapagem do carro?

**Solução** A força radial de atrito  $f_r$ , exercida pela rodovia sobre os pneus, é a força centrípeta responsável pelo movimento do carro em círculo. (Embora o carro esteja em movimento, não desliza radialmente. Então, a força de atrito é  $f_r$  e não  $f_s$ .)

O diagrama de corpo isolado, na Fig. 6-14b, mostra as forças que atuam sobre o carro:  $f_r$ ,  $N$ , e  $P = mg$ . Como o carro não tem aceleração vertical,  $a_y = 0$ , e a segunda lei de Newton nos leva ao resultado conhecido  $N = P = mg$ .

Entretanto, no sentido radial deve haver uma força resultante  $\Sigma F_r$  responsável pela aceleração centrípeta  $a_r$  do carro. Pela segunda lei de Newton,  $\Sigma F_r = ma_r$ . Como a aceleração centrípeta é  $v^2/R$  e a única força radial existente é  $f_r$ , temos

$$f_r = \frac{mv^2}{R}. \quad (6-26)$$



**Fig. 6-14** Exemplo 6-10. (a) Um carro se move sobre uma pista plana circular com velocidade constante. A força centrípeta necessária é a força de atrito  $f_r$ . (b) Um diagrama de corpo isolado para o carro (fora de escala).

Prosseguindo, vamos relembrar que um corpo está no limiar da derrapagem quando  $f_r$  atinge o seu valor máximo  $\mu_c N$ . Como o problema se refere a esta situação crítica, fazemos  $f_r = \mu_c N$  na Eq. 6-26 e depois substituímos  $mg$  por  $N$ . Vamos obter

$$\mu_c mg = \frac{mv^2}{R},$$

ou

$$\mu_c = \frac{v^2}{gR} \quad (6-27)$$

$$= \frac{(20 \text{ m/s})^2}{(9.8 \text{ m/s}^2)(190 \text{ m})} = 0.21. \quad (\text{Resposta})$$

Se  $\mu_c \geq 0.21$ , o carro será mantido em movimento circular por  $f_r$ . Mas se  $\mu_c < 0.21$ , o carro derrapará radialmente para fora do círculo.

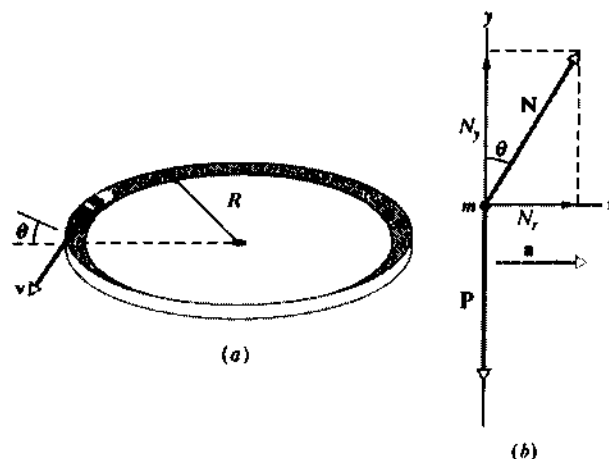
Observe dois aspectos interessantes na Eq. 6-27. Primeiro, o valor de  $\mu_c$  depende do quadrado de  $v$ . O que significa que é necessário muito mais atrito à medida que a velocidade escalar aumenta. Você pode ter notado este efeito ao fazer uma curva plana em velocidade e sentir, de repente, os pneus deslizarem. Segundo, a massa  $m$  não aparece na Eq. 6-27. Isto significa que a Eq. 6-27 é válida independentemente da massa do veículo, que pode ser um carrinho, uma bicicleta ou um caminhão.

**EXEMPLO 6-11** Não se pode contar sempre com o atrito ao fazer uma curva com um carro, principalmente se a estrada estiver molhada. Por isso, as auto-estradas são inclinadas nas curvas. Então, no Exemplo 6-10, suponha que o carro de massa  $m$  faça a curva de raio  $R = 190$  m, agora inclinada, com velocidade escalar constante  $v = 20$  m/s (veja Fig. 6-15a). Para que ângulo de inclinação  $\theta$  o atrito seria desnecessário?

**Solução** A aceleração e a força centrípeta são as mesmas do problema anterior. O efeito da inclinação é desviar a força normal  $N$  em direção ao centro da curva, de modo que a sua componente radial  $N_r$  seja a força centrípeta necessária.

Como não há aceleração na direção vertical,

$$N_y = N \cos \theta = P = mg. \quad (6-28)$$



**Fig. 6-15** Exemplo 6-11. (a) Um carro se movendo com velocidade constante sobre uma pista circular inclinada. A força centrípeta é a componente radial da força normal. O ângulo de inclinação foi exagerado para maior clareza. (b) Um diagrama de corpo isolado para o carro. A força resultante (e logo, a aceleração) aponta para o centro.

Na direção radial, a única força componente é  $N_r$  (supondo-se ser a força de atrito desnecessária). Então, pela Eq. 6-21,

$$N_r = N \sin \theta = \frac{mv^2}{R}. \quad (6-29)$$

Dividindo a Eq. 6-29 pela Eq. 6-28, temos

$$\tan \theta = \frac{v^2}{gR}.$$

Logo,

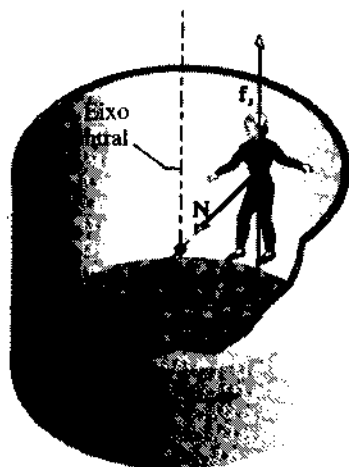
$$\theta = \tan^{-1} \frac{v^2}{gR} \quad (6-30)$$

$$= \tan^{-1} \frac{(20 \text{ m/s})^2}{(9,8 \text{ m/s}^2)(190 \text{ m})} = 12^\circ. \quad (\text{Resposta})$$

Das Eqs. 6-27 e 6-30, concluímos que o coeficiente de atrito crítico para uma rodovia não-inclinada é a tangente do ângulo de inclinação da rodovia inclinada. De um modo ou de outro, a rodovia tem de possibilitar o aparecimento de uma determinada força centrípeta — ou pelo atrito ou pela inclinação.

**EXEMPLO 6-12** Até mesmo alguém que já tenha experimentado a sensação de girar num rotor (essencialmente um grande cilindro oco que gira rapidamente ao redor de um eixo central) empalidece cada vez que entra num (Fig. 6-16). Certa mulher entra no cilindro por uma porta lateral, antes de começar a girar: fica em pé sobre o piso e se apóia na parede do cilindro, que está coberta por uma lona. A porta é fechada e o cilindro começa a girar; a mulher, a parede e o piso girando solidariamente. Quando a velocidade do conjunto atinge um valor predeterminado, o piso desce, repentina e assustadoramente. A mulher não cai, ao contrário, permanece pregada à parede, como se alguma coisa invisível estivesse pressionando seu corpo. Depois, o piso é novamente levantado até os seus pés, o cilindro diminui a velocidade e a mulher cai alguns centímetros e começa a caminhar pelo piso. (Algumas pessoas consideram isso bem divertido.)

Suponha que o coeficiente de atrito estático  $\mu$ , entre a roupa da mulher e a lona é 0,40 e que o raio  $R$  do cilindro é de 2,1 m.



**Fig. 6-16** Exemplo 6-12. Um rotor de um parque de diversões. A força centrípeta é a força normal com que a parede nos empurra para o centro do cilindro.

a. Qual a velocidade escalar mínima  $v$  do cilindro para que a mulher não caia quando o piso descer?

**Solução** A mulher não cairá pela ação do seu peso  $P$ , porque o módulo de  $P$  e a força de atrito  $f$ , exercida sobre ela pela parede, são iguais. Na velocidade mínima necessária, ela está no limiar do deslizamento, significando que  $f$  atingiu o seu valor máximo  $\mu_r N$ . Assim, nessa situação crítica,

$$\mu_r N = mg, \quad (6-31)$$

onde  $m$  é a massa da mulher.

A força normal  $N$  é, em geral, perpendicular à superfície contra a qual o corpo (aqui, o da mulher) está pressionado; no entanto, observe que neste caso ela aponta para o eixo central do cilindro. Esta força é a força centrípeta responsável pela aceleração centrípeta  $a$ , que mantém a mulher em movimento circular. Assim, pela Eq. 6-21,

$$N = m \frac{v^2}{R}. \quad (6-32)$$

Substituindo esse valor de  $N$  na Eq. 6-31 e resolvendo para  $v$ , temos

$$v = \sqrt{\frac{gR}{\mu_e}} = \sqrt{\frac{(9,8 \text{ m/s}^2)(2,1 \text{ m})}{0,40}} = 7,17 \text{ m/s} \approx 7,2 \text{ m/s}. \quad (\text{Resposta})$$

Observe que o resultado independe da massa da mulher; isto é válido para qualquer pessoa dentro do cilindro, quer seja criança ou adulto.

b. Se a massa da mulher for de 49 kg, qual o módulo da força centrípeta que atuará sobre ela?

**Solução** De acordo com a Eq. 6-32,

$$N = m \frac{v^2}{R} = (49 \text{ kg}) \frac{(7,17 \text{ m/s})^2}{2,1 \text{ m}} \approx 1.200 \text{ N}. \quad (\text{Resposta})$$

Embora essa força seja orientada diretamente para o eixo central, a mulher tem uma estranha sensação de que a força que a mantém presa contra a parede é direcionada radialmente para fora. Esta sensação da mulher é devido ao fato dela estar num referencial não-inercial (ela e o referencial estão em movimento acelerado). Forças medidas em relação a esse referencial podem ser ilusórias. Esta ilusão faz parte da atração do rotor.

## 6-5 As Forças da Natureza\*

Usamos a letra  $F$  como um símbolo genérico para a força. Também usamos outros símbolos:  $P$  para o peso de um corpo,  $T$  para a força que tensiona uma corda,  $f$  para a força de atrito,  $N$  para a força normal e  $F_v$  para a força de viscosidade exercida, por exemplo, pelo ar sobre

\* Veja P. C. W. Davies, *The Forces of Nature*, 2.ª ed., Cambridge University Press, Nova Iorque, 1986, para uma leitura mais completa.

**Tabela 6-2**  
**A Busca da Superforça — Um Informe**

<i>Data</i>	<i>Pesquisador</i>	<i>Realização</i>
1687	Newton	Mostrou que as mesmas leis são aplicáveis tanto a corpos astronômicos como objetos na Terra. Unificação da mecânica celeste e da terrestre.
1820	Oersted	Mostrou, através de experiências notáveis, que a eletricidade e o magnetismo estão intimamente ligados.
1830s	Faraday	
1873	Maxwell	Unificação da eletricidade, do magnetismo e da ótica em uma única disciplina, o eletromagnetismo.
1979	Glashow Salam Weinberg	Receberam o prêmio Nobel por mostrar que a força fraca e a força eletromagnética podiam ser vistas como diferentes tipos de uma <i>força eletrofraca</i> única. Isso reduz de quatro para três o número de forças fundamentais.
1984	Rubbia van der Meer	Receberam o prêmio Nobel pela verificação experimental da teoria da força eletrofraca.

#### Trabalhos em Andamento

*Teorias da grande unificação:* Estas teorias, chamadas GUT (do inglês Grand unification theories), procuram unificar a força eletrofraca e a forte.  
*Teorias supersimétricas:* Estas teorias procuram unificar todas as forças, inclusive a força gravitacional, numa única estrutura.  
*Teorias das supercordas:* Estas teorias tentam interpretar as partículas pontiformes, como os elétrons, que são incrivelmente minúsculas, como linhas formando circuitos fechados. Parecem necessitar dimensões extras, além das quatro dimensões do espaço-tempo, já conhecidas.

um pára-quedista em salto livre. Basicamente, todas essas forças se resumem em dois tipos: (1) a **força gravitacional**, da qual o peso é o nosso único exemplo, e (2) a **força eletromagnética**, que inclui — sem exceção — todas as outras. A força que prende um balão eletricamente carregado a uma parede e a que faz um ímã atrair um prego são outros exemplos de força eletromagnética. De fato, junto com a gravitacional, *todas* as que experimentamos na vida diária, quando examinadas mais detalhadamente, sejam de tração ou de compressão, são forças eletromagnéticas. Isto é, todas essas forças, inclusive o atrito, a normal, a atração, a viscosidade e a tensão envolvem basicamente forças eletromagnéticas exercidas por um átomo sobre outro. A tensão numa corda esticada, por exemplo, é mantida apenas porque os átomos da corda atraem-se mutuamente.

Há outras forças fundamentais conhecidas que atuam a curtas distâncias, mas que não podem ser experimentadas diretamente através dos nossos sentidos. São a **força fraca**, que está presente em certos tipos de decaimento radioativo, e a **força forte**, que mantém os prótons e nêutrons

juntos e faz o papel da “cola” que mantém o núcleo atômico agregado.

Há muito tempo, os físicos acreditam que a natureza é basicamente simples e que o número de forças fundamentais pode ser reduzido. Einstein passou a maior parte de sua vida tentando interpretar essas forças como diferentes aspectos de uma única *superforça*. Não conseguiu, mas nos anos 1960 e 1970 outros físicos mostraram que a força fraca e a eletromagnética são diferentes aspectos de uma única **força eletrofraca**. A procura por outras unificações continua atual na vanguarda da física. A Tabela 6-2 relaciona o progresso que tem sido obtido para essa **unificação** (como é denominado esse objetivo), e faz algumas tentativas de previsão.

As forças e as partículas da natureza estão intimamente ligadas com a origem e o desenvolvimento do universo. Se conseguirmos construir uma teoria unificada das forças, poderá ser possível responder a perguntas do tipo: “Como o universo evoluiu até o estágio atual?” e “Como será o universo no futuro?” No Cap. 49 (Vol. 4) desta obra, examinaremos essas questões.

## RESUMO

### Atrito

Quando uma força  $F$  tenta fazer um corpo deslizar sobre uma superfície, esta exerce sobre o corpo uma **força de atrito**, que é paralela à superfície e tem sentido contrário ao deslizamento. Isto é devido à adesão do corpo à superfície.

Se o corpo não desliza, a força de atrito é uma **força de atrito estático**  $f_s$ . Se há deslizamento, a força de atrito é uma **força de atrito cinético**  $f_c$ .

### Propriedades do Atrito

**Propriedade 1.** Se o corpo não se move, então a força de atrito estático  $f_s$  e a componente de  $F$  paralela à superfície têm o mesmo módulo e sentidos opostos.

**Propriedade 2.** O módulo de  $f_s$  tem um valor máximo  $f_{s,\max}$ , dado por

$$f_{s,\max} = \mu_s N, \quad (6-1)$$

onde  $\mu_s$  é o **coeficiente de atrito estático** e  $N$  é o módulo da força normal. Se a componente de  $F$  paralela à superfície for maior do que  $f_{s,\max}$ , então o corpo começa a deslizar sobre a superfície.

**Propriedade 3.** Se o corpo começa a deslizar sobre a superfície, o módulo da força de atrito diminui rapidamente para um valor  $f_c$ , dado por

$$f_c = \mu_c N, \quad (6-2)$$

onde  $\mu$  é o **coeficiente de atrito cinético**. Depois, durante o deslizamento, o módulo da força de atrito cinético  $f_c$  é dado pela Eq. 6-2.

#### Força de Viscosidade

Quando existe uma velocidade relativa entre um corpo e o ar, aquele experimenta uma **força de viscosidade**  $\vec{F}_v$  que se opõe ao movimento relativo e aponta no sentido do fluxo de ar em relação ao corpo. O módulo de  $\vec{F}_v$  está relacionado com a velocidade escalar relativa  $v$  pelo **coeficiente de viscosidade**  $C$ , determinado experimentalmente, de acordo com

$$F_v = \frac{1}{2} C \rho A v^2, \quad (6-18)$$

onde  $\rho$  é a densidade do ar (massa por volume) e  $A$  é a **área da seção reta efetiva** do corpo (a área de uma seção reta considerada perpendicularmente à velocidade  $v$ ).

#### Velocidade Limite

Quando um objeto arredondado cai de uma altura significativa através do ar, o módulo da força de viscosidade e o peso do objeto são iguais. Então, o corpo cai com uma **velocidade limite** constante  $v_l$  dada por

$$v_l = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho A}}, \quad (6-19)$$

onde  $m$  é a massa do corpo.

#### Movimento Circular Uniforme

Se uma partícula se move sobre um círculo ou um arco circular com raio  $r$  e velocidade escalar constante  $v$ , dizemos que ela está em movimento circular uniforme. A partícula está sob o efeito de uma aceleração centrípeta com módulo dado por

$$a = \frac{v^2}{r}, \quad (6-20)$$

e que se deve a uma força centrípeta com módulo dado por

$$F = m \frac{v^2}{r}, \quad (6-21)$$

onde  $m$  é a massa da partícula. Os vetores  $a$  e  $F$  apontam para o centro de curvatura da trajetória da partícula.

#### Forças Fundamentais

As várias espécies de forças podem ser reduzidas a três tipos fundamentais: gravitacional, eletrofraca (uma combinação das forças elétrica e magnética com a fraca) e forte. Apenas as forças gravitacional, elétrica e magnética são evidentes no cotidiano. Os físicos desejam reduzir a lista de três forças fundamentais a uma única, a **superforça**, que reuniria todas as outras.\*

\* Até agora isto não foi conseguido. (N. do R.)

## QUESTIONÁRIO

- Há um limite além do qual um maior polimento das superfícies aumenta a resistência de atrito, em vez de diminuir. Explique por quê.
- O coeficiente de atrito estático pode ter um valor maior do que 1? E o de atrito cinético?
- Um caixote mais pesado que você está em repouso sobre uma superfície irregular. O coeficiente de atrito estático entre ambos é idêntico ao da sola dos seus sapatos sobre a mesma superfície. Você consegue empurrar o caixote sobre ela?
- Como uma pessoa que está em repouso sobre um lago congelado, com superfície completamente isenta de atrito, pode alcançar uma das margens? Poderia fazer isso caminhando, rolando, agitando seus braços ou saltando sobre seus pés? Em primeiro lugar, como uma pessoa poderia chegar a essa localização?
- Por que os pneus agarram melhor numa estrada plana do que numa subida ou descida?
- Qual a finalidade das superfícies curvas, chamadas aerofólios, colocadas na traseira dos carros de corrida? São projetadas de forma que o fluxo de ar que passa por elas exerça, naquele ponto, uma força para baixo.
- Que gotas de chuva, se for o caso, caem mais rápido: as pequenas ou as grandes?
- A velocidade limite de uma bola de beisebol é 153 km/h. Entretanto, a medida da velocidade escalar na batida, em geral, é maior do que essa marca, superando algumas vezes 161 km/h. Como isso é possível?
- Uma tora está flutuando rio abaixo. Como poderíamos calcular a força de viscosidade atuando sobre ela?
- O que acontece com uma bola que é lançada para baixo, através do ar, com o dobro de sua velocidade limite: acelera, desacelera ou continua a se mover com a mesma velocidade inicial?
- Considere uma bola atirada verticalmente para cima. Levando em conta a resistência do ar, o tempo de subida é maior ou menor do que o de queda? Por quê? Trace um gráfico qualitativo da velocidade escalar  $v$  da bola versus o tempo  $t$ .
- Por que as ferrovias e as auto-estradas são inclinadas nas curvas?
- Você está voando num avião a uma altitude constante e deseja fazer uma volta de 90°. Por que inclina o avião?
- O que acontece ao período  $T$  e à velocidade escalar  $u$  quando  $\theta = 90^\circ$ , no pêndulo cônico do Exemplo 6-9? Por que este ângulo é fisicamente inatingível? Discuta o caso para  $\theta = 0^\circ$ .
- Certa moeda é colocada sobre o prato de um toca-discos. O motor começa a funcionar, mas antes da velocidade final de rotação ser alcançada, a moeda escapa do prato. Explique por quê.
- Um carro está se movendo com velocidade escalar constante por uma rodovia que lembra a montanha russa de um parque de diversões. Compare a força que o carro exerce sobre uma seção horizontal da rodovia, com a que exerce sobre ela no alto de um morro e no fundo de um vale. Explique.
- Um passageiro, sentado no banco da frente de um carro, percebe estar deslizando em direção à porta, enquanto o motorista faz uma curva repentina para a esquerda. Descreva as forças sobre o passageiro e o carro, nesse instante, para o movimento visto de um referencial (a) fixo na Terra e (b) fixo no carro.

## EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

## Seção 6-2 Propriedades do Atrito

**1E.** Um armário de quarto com massa de 45 kg, incluindo gavetas e roupas, está em repouso sobre o assoalho. (a) Se o coeficiente de atrito estático entre o móvel e o chão for 0,45, qual a menor força horizontal que uma pessoa deverá aplicar sobre o armário para colocá-lo em movimento? (b) Se as gavetas e as roupas, que têm 17 kg de massa, forem removidas antes do armário ser empurrado, qual a nova força mínima?

**2E.** Um jogador com massa  $m = 79$  kg escorrega no campo e seu movimento é retardado por uma força de atrito  $f = 470$  N. Qual o coeficiente de atrito cinético  $\mu_k$  entre o jogador e o campo?

**3E.** Um trabalhador empurra um caixote de 35 kg com uma força horizontal de 110 N. O coeficiente de atrito estático entre o caixote e o chão é 0,37. (a) Qual a força de atrito exercida pelo chão sobre o caixote? (b) Qual o valor máximo  $f_{s,\max}$  da força de atrito estático nessas circunstâncias? (c) O caixote se moverá? (d) Suponha, então, que um segundo trabalhador puxe o caixote para cima para facilitar o movimento. Qual a menor força que deve aplicar ao caixote, para permitir que a força de 110 N do primeiro trabalhador movimente o caixote? (e) Se, em vez disso, o segundo trabalhador puxar o caixote horizontalmente, qual a menor força que precisará aplicar para conseguir mover o caixote?

**4E.** O coeficiente de atrito estático entre o teflon e a gema de um ovo é cerca de 0,04. Qual o menor ângulo, em relação à horizontal, que fará a gema deslizar pelo fundo de uma frigideira revestida de teflon?

**5E.** Uma força de 100 N, fazendo um ângulo  $\theta$  acima da horizontal, é aplicada a uma cadeira de 25 kg colocada sobre o chão. (a) Calcule o módulo da força normal que o chão exerce sobre a cadeira e a componente horizontal da força aplicada, para cada um dos seguintes ângulos  $\theta$ : (i)  $0^\circ$ , (ii)  $30,0^\circ$ , (iii)  $60,0^\circ$ . (b) Considere que o coeficiente de atrito estático entre o chão e a cadeira é 0,420 e determine, para cada um desses valores de  $\theta$ , se a cadeira desliza ou permanece parada.

**6E.** Em Nevada e no sul da Califórnia, as pedras deixam marcas de trilha no chão duro do deserto como se tivessem se deslocado (Fig. 6-17). Foram anos de curiosidade acerca do movimento invisível que formava as trilhas. Finalmente, na década de 70 a resposta surgiu: quando uma tempestade ocasional atinge o deserto, uma fina camada de lama pode se formar sobre o chão ainda firme, reduzindo consideravelmente o coeficiente de atrito entre as pedras e o chão. Se a tempestade for acompanhada por um vento forte, ele empurra as pedras, deixando trilhas que mais tarde são endurecidas pelo

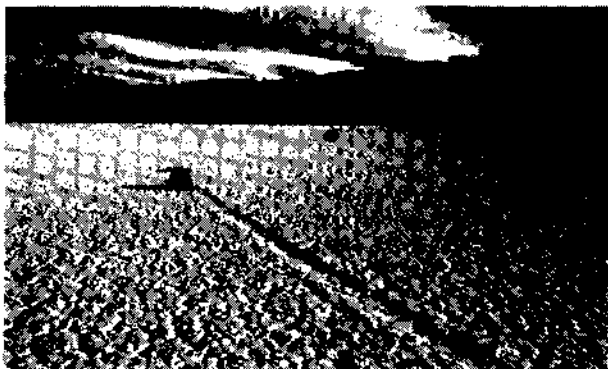


Fig. 6-17 Exercício 6. A trilha deixada por uma pedra.

calor do Sol. Suponha que a massa de uma pedra seja 300 kg (mais ou menos a massa da maior pedra que formou uma trilha) e o coeficiente de atrito estático seja reduzido para 0,15. Qual o módulo da força da rajada horizontal de vento necessária para mover a pedra?

**7E.** Qual a maior aceleração que pode ser produzida por um corredor, se o coeficiente de atrito estático entre os seus sapatos e o chão é 0,95? (Apenas um pé fica em contato com o chão durante a aceleração.)

**8E.** Uma pessoa empurra horizontalmente uma caixa de 55 kg, para movê-la sobre o chão, com uma força de 220 N. O coeficiente de atrito cinético é 0,35. (a) Qual o módulo da força de atrito? (b) Qual a aceleração da caixa?

**9E.** Um tronco com peso de 220 N está colocado sobre o chão. O coeficiente de atrito estático entre o tronco e o chão é 0,41, enquanto o de atrito cinético é 0,32. (a) Qual o módulo da força horizontal mínima que uma pessoa deve aplicar para empurrar o tronco e começar a movê-lo? (b) Uma vez em movimento, qual o módulo da força horizontal que deve ser aplicada pela pessoa, para manter o tronco em movimento com velocidade constante? (c) Se a pessoa continuasse a empurrar com a mesma força utilizada para iniciar o movimento, qual seria a aceleração do tronco?

**10E.** Um arquivo com um peso de 556 N está parado sobre o chão. O coeficiente de atrito estático entre ele e o chão é 0,68, e o de atrito cinético é 0,56. Em quatro diferentes tentativas para movê-lo, foi empurrado com forças horizontais de (a) 222 N, (b) 334 N, (c) 445 N e (d) 556 N. Determine, para cada tentativa, se o arquivo se move e calcule o módulo da força de atrito do chão sobre ele. O arquivo está sempre parado antes de cada tentativa.

**11E.** Uma força horizontal  $F$  de 12 N comprime um bloco pesando 5,0 N contra uma parede vertical (Fig. 6-18). O coeficiente de atrito estático entre a parede e o bloco é 0,60, e o coeficiente de atrito cinético é 0,40. Suponha que inicialmente o bloco não esteja em movimento. (a) O bloco se moverá? (b) Qual a força exercida pela parede sobre o bloco, em notação de vetores unitários?

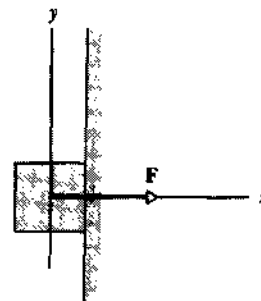


Fig. 6-18 Exercício 11.

**12E.** Uma alpinista de 49 kg está escalando uma "chaminé" entre duas lajes de rocha, como mostrado na Fig. 6-19. O coeficiente de atrito estático entre seus sapatos e a rocha é 1,2; entre suas costas e a rocha é 0,80. Ela reduziu sua compressão sobre a rocha até o limiar de deslizamento de seus pés e suas costas. (a) Com que força ela comprime a rocha? (b) Que fração de seu peso é equilibrada, pela força de atrito em seus sapatos?



Fig. 6-19 Exercício 12.

**13E.** Uma casa é construída em cima de uma montanha com  $45^\circ$  de inclinação, aproximadamente (Fig. 6-20). Um estudo de engenharia indica que o ângulo de inclinação deve ser reduzido porque as camadas superiores do solo, ao longo da inclinação, podem deslizar sobre as camadas inferiores. Se o coeficiente de atrito estático entre duas dessas camadas é 0,5, qual o menor ângulo de redução  $\phi$  da atual inclinação, de forma a evitar um deslizamento?

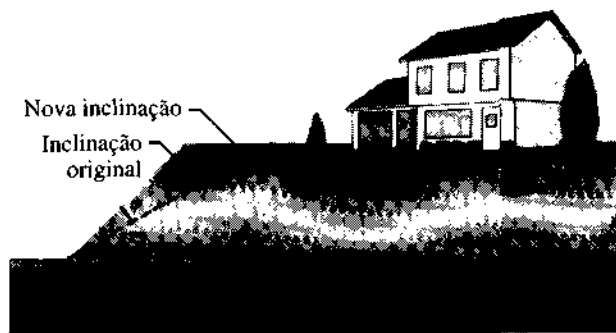


Fig. 6-20 Exercício 13.

**14E.** O coeficiente de atrito cinético na Fig. 6-21 é 0,20. Qual a aceleração do bloco se (a) deslizar para baixo no plano inclinado e (b) se for dado um empurrão para cima, fazendo-o deslizar sobre o plano inclinado?

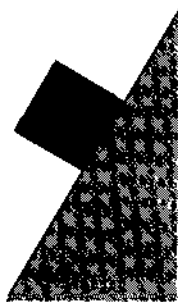


Fig. 6-21 Exercício 14.

**15E.** Um disco de hóquei de 110 g desliza cerca de 15 m sobre o gelo antes de parar. (a) Para uma velocidade escalar inicial de 6,0 m/s, qual é o módulo da força de atrito sobre o disco durante o deslizamento? (b) Qual o coeficiente de atrito entre o disco e o gelo?

**16P.** Um aluno deseja determinar os coeficientes de atrito estático e cinético entre uma caixa e uma prancha. Ele coloca a caixa sobre a prancha e lentamente vai levantando uma das extremidades. Quando o ângulo de inclinação faz  $30^\circ$  com a horizontal, ela começa a deslizar, descendo pela prancha cerca de 2,5 m em 4,0 s. Quais os coeficientes de atrito determinados?

**17P.** Um trabalhador deseja empilhar um monte de areia, em forma de cone, dentro de uma área circular. O raio do círculo é  $R$  e nenhuma areia vaza para fora do círculo (Fig. 6-22). Se  $\mu_s$  é o coeficiente de atrito estático entre a camada de areia da superfície inclinada e a camada logo abaixo (sobre a qual ela pode deslizar), mostre que o maior volume de areia que pode ser empilhado dessa forma é  $\pi\mu_s R^3/3$ . (O volume de um cone é  $Ah/3$ , onde  $A$  é a área da base e  $h$  a altura do cone.)

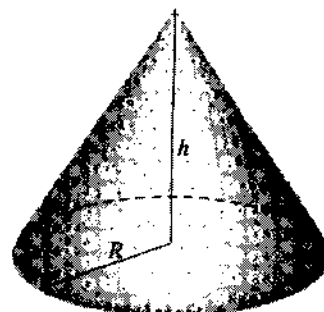


Fig. 6-22 Problema 17.

**18P.** Um esqui em repouso sobre a neve ficará preso a ela. Entretanto, quando começa a se mover, a fricção provoca um aquecimento que derrete parcialmente a neve, reduzindo o coeficiente de atrito e facilitando o deslizamento. A graxa usada no esqui tem a finalidade de repelir a água, reduzindo o atrito entre a parte metálica e a camada de água resultante do derretimento da neve. Uma revista informou que um novo tipo de esqui, feito de um material plástico desenvolvido para repelir a água, foi utilizado por um esquiador numa inclinação suave de 200 m, nos Alpes, o que permitiu reduzir seu tempo de descida de 61 para 42 s. (a) Determine os módulos das acelerações médias para cada par de esquis. (b) Suponha que a inclinação é de  $3,0^\circ$ , calcule o coeficiente de atrito cinético para cada caso.

**19P.** Um bloco de aço de 11 kg está em repouso sobre uma mesa horizontal. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a mesa é 0,52. (a) Qual o módulo da força horizontal que iniciará o movimento do bloco? (b) Qual o módulo de uma força aplicada num ângulo de  $60^\circ$  acima da horizontal que iniciará o seu movimento? (c) Se a força for aplicada num ângulo de  $60^\circ$  abaixo da horizontal, qual o maior módulo que ela pode assumir sem movimentá-lo?

**20P.** Um vagão aberto de trem está carregado com caixas que têm um coeficiente de atrito estático de 0,25 com o assoalho do vagão. Se o trem se move a 48 km/h, qual a menor distância em que pode ser parado, com uma desaceleração constante, sem provocar o deslizamento das caixas?

**21P.** Um bloco desliza para baixo com velocidade constante sobre um plano com inclinação  $\theta$ . Em seguida, é lançado para cima sobre o mesmo plano com uma velocidade escalar inicial  $v_0$ . (a) Que altura do plano alcança antes de parar? (b) Ele deslizará para baixo novamente? Justifique sua resposta.



**22P.** Uma caixa de 68 kg é puxada pelo chão por uma corda que faz um ângulo de  $15^\circ$  acima da horizontal. (a) Se o coeficiente de atrito estático é 0,50, qual a tensão mínima necessária para iniciar o movimento da caixa? (b) Se  $\mu_k = 0,35$ , qual a sua aceleração inicial?

**23P.** Um porco desliza para baixo, num plano inclinado de  $35^\circ$  (Fig. 6-23), no dobro do tempo que levaria deslizando no mesmo plano sem atrito. Qual o coeficiente de atrito cinético entre ele e o plano?



Fig. 6-23 Problema 23.

**24P.** Na Fig. 6-24, A e B são blocos com pesos de 44 N e 22 N, respectivamente. (a) Determine o menor peso (bloco C) que deve ser colocado sobre o bloco A para impedi-lo de deslizar, sabendo que  $\mu_s$  entre A e a mesa é 0,20. (b) Se o bloco C for repentinamente retirado, qual será a aceleração do bloco A, sabendo que  $\mu_k$  entre A e a mesa é 0,15?

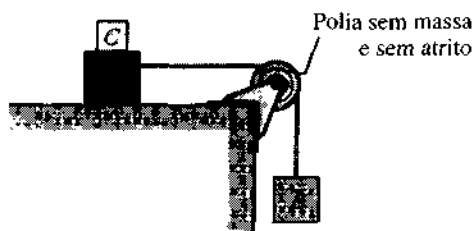


Fig. 6-24 Problema 24.

**25P.** Um bloco de 3,5 kg é empurrado sobre um piso horizontal por uma força  $F = 15$  N, que faz um ângulo  $\theta = 40^\circ$  com a horizontal (Fig. 6-25). O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o chão é 0,25. Calcule (a) a força de atrito exercida sobre o bloco e (b) a aceleração do bloco.

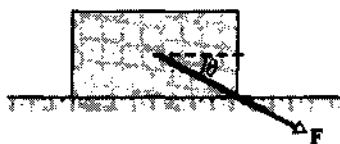


Fig. 6-25 Problema 25.

**26P.** Na Fig. 6-26, um trabalhador cuidadoso aplica uma força  $F$  ao longo do cabo de um esfregão. O cabo faz um ângulo  $\theta$  com a vertical, sendo  $\mu_s$  e  $\mu_k$  os respectivos coeficientes de atrito estático e cinético entre o esfregão e o chão. Despreze a massa do cabo e suponha que toda massa  $m$  esteja no esfregão. (a) Qual o valor de  $F$ , se o esfregão se move pelo chão com velocidade constante? (b) Mostre que, se  $\theta$  é menor do que um determinado valor  $\theta_0$ , então  $F$  (ainda aplicada ao longo do cabo) é incapaz de mover o esfregão. Determine  $\theta_0$ .



Fig. 6-26 Problema 26.

**27P.** Uma força horizontal de 50 N é aplicada a um bloco de 5,0 kg que está sobre um plano inclinado (Fig. 6-27). O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano é 0,30. O de atrito estático não é fornecido (mas você pode saber algo a respeito dele). (a) Qual a aceleração do bloco ao se mover para cima, no plano? (b) Mantendo a força horizontal aplicada, que altura o bloco atingirá no plano inclinado, se a velocidade inicial de subida for 4,0 m/s? (c) O que acontece ao bloco depois que alcança o ponto mais alto? Justifique a sua resposta.

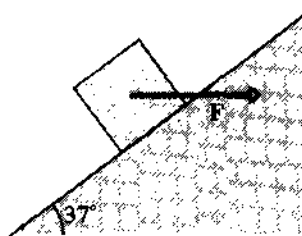


Fig. 6-27 Problema 27.

**28P.** A Fig. 6-28 mostra a seção reta de uma rodovia que corta a vertente de uma montanha. A linha cheia AA' representa a base de um plano ao longo do qual um deslizamento é possível. O bloco B, logo acima da estrada, está separado do alto da montanha por uma grande fenda (chamada *junta*), de forma que apenas a força de atrito entre ele e a base do plano evita o deslizamento. A massa do bloco é  $1,8 \times 10^3$  kg, o ângulo de inclinação  $\theta$  do plano de deslizamento é  $24^\circ$ , e o coeficiente de atrito estático entre o bloco e esse plano é 0,63. (a) Mostre que o bloco não deslizará. (b) A água que se infiltra na fenda congela e, ao se expandir, exerce sobre o bloco uma força  $F$  paralela a AA'. Que valor mínimo de  $F$  iniciará um deslizamento?

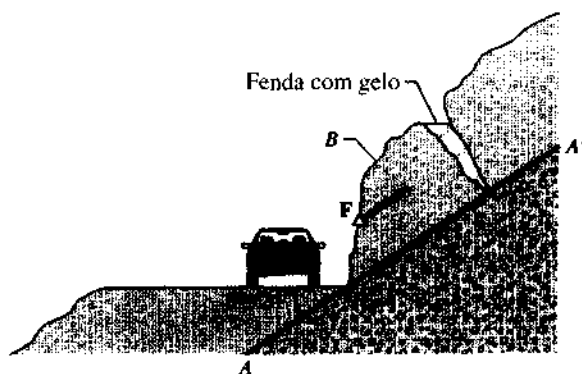


Fig. 6-28 Problema 28.

**29P.** Um bloco pesando 80 N está em repouso sobre um plano, com uma inclinação de  $20^\circ$  em relação à horizontal (Fig. 6-29). O coeficiente de atrito estático é 0,25 e o de atrito cinético é 0,15. (a) Qual a menor força  $F$ , paralela ao plano, que evitará o deslizamento do bloco para baixo? (b) Qual o módulo mínimo de  $F$  que iniciará o movimento do bloco para cima? Qual o valor de  $F$  necessário para fazer o bloco subir o plano com velocidade constante?



Fig. 6-29 Problema 29.

**30P.** O bloco  $B$  da Fig. 6-30 pesa 711 N. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a superfície horizontal é 0,25. Determine qual o peso máximo do bloco  $A$  para o qual o sistema ainda permanece equilibrado.

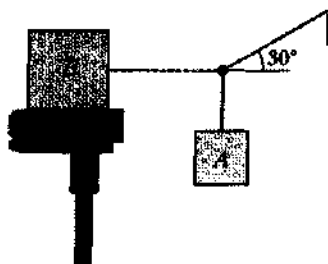


Fig. 6-30 Problema 30.

**31P.** O corpo  $B$  na Fig. 6-31 pesa 102 N e o corpo  $A$  pesa 32 N. Os coeficientes de atrito entre  $B$  e o plano inclinado são  $\mu_s = 0,56$  e  $\mu_k = 0,25$ . Determine a aceleração do sistema se (a)  $B$  estiver inicialmente em repouso, (b)  $B$  estiver se movendo para cima no plano inclinado e (c)  $B$  estiver se movendo para baixo.

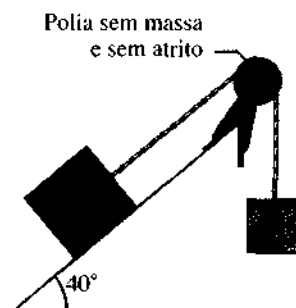


Fig. 6-31 Problema 31.

**32P.** Dois blocos são ligados através de uma polia, conforme mostrado na Fig. 6-32. A massa do bloco  $A$  é de 10 kg e o coeficiente de atrito cinético é 0,20. O bloco  $A$  desliza para baixo sobre o plano com velocidade constante. Qual a massa de  $B$ ?



Fig. 6-32 Problema 32.

**33P.** O bloco  $m_1$  na Fig. 6-33 tem massa de 4,0 kg e  $m_2$ , de 2,0 kg. O coeficiente de atrito entre  $m_2$  e o plano horizontal é 0,50. No plano inclinado não há atrito. Determine (a) a tensão na corda e (b) a aceleração dos blocos.

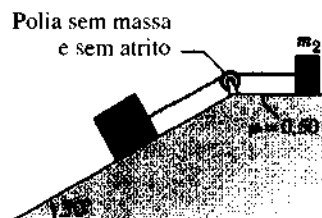


Fig. 6-33 Problema 33.

**34P.** Dois blocos pesando 3,6 kg e 7,2 kg estão ligados por uma corda de massa desprezível e deslizam para baixo sobre um plano inclinado a  $30^\circ$ . O coeficiente de atrito cinético entre o bloco de 3,6 kg e o plano é 0,10; entre o de 7,2 kg e o plano é 0,20. Supondo que o bloco de 3,6 kg esteja na frente, determine (a) a aceleração dos blocos e (b) a tensão na corda. (c) Descreva o movimento, se os blocos forem invertidos.

**35P.** Duas massas,  $m_1 = 1,65$  kg e  $m_2 = 3,30$  kg, deslizam para baixo sobre um plano inclinado, conectadas por um bastão de massa desprezível (veja Fig. 6-34), com  $m_1$  seguindo  $m_2$ . O ângulo de inclinação é  $\theta = 30^\circ$ . O coeficiente de atrito cinético entre  $m_1$  e o plano é  $\mu_1 = 0,226$ ; e entre  $m_2$  e o plano é  $\mu_2 = 0,113$ . Calcule (a) a tensão no bastão e (b) a

aceleração conjunta das duas massas. (c) Como ficariam as respostas de (a) e (b) se as massas  $m_1$  e  $m_2$  fossem invertidas?

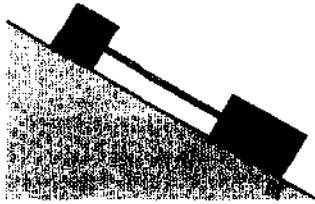


Fig. 6-34 Problema 35.

**36P.** Um bloco de 4,0 kg é colocado em cima de um outro de 5,0 kg. Para fazer o bloco de cima deslizar sobre o de baixo, que é mantido fixo, uma força horizontal de pelo menos 12 N deve ser aplicada ao de cima. O conjunto de blocos é colocado agora sobre uma mesa horizontal sem atrito (veja Fig. 6-35). Determine (a) a força horizontal  $F$  máxima aplicada ao bloco inferior para que ainda se movimentem juntos e (b) a aceleração resultante dos blocos.



Fig. 6-35 Problema 36.

**37P.** Uma tábua de 40 kg está em repouso sobre um assoalho sem atrito, e um bloco de 10 kg está colocado em cima da tábua (veja Fig. 6-36). O coeficiente de atrito estático  $\mu_e$  entre o bloco e a tábua é 0,60, enquanto o de atrito cinético  $\mu_c$  é 0,40. O bloco de 10 kg é puxado por uma força horizontal de 100 N. Quais as acelerações resultantes (a) do bloco e (b) da tábua?



Fig. 6-36 Problema 37.

**38P.** A Fig. 6-37 mostra dois blocos em contato ( $m = 16$  kg e  $M = 88$  kg) que não estão fixados um ao outro. O coeficiente de atrito estático entre eles é  $\mu_e = 0,38$ , mas na superfície embaixo de  $M$  não há atrito. Qual a menor força horizontal  $F$  necessária para manter  $m$  em contato com  $M$ ?



Fig. 6-37 Problema 38.

**39P.** Uma caixa desliza para baixo através de uma calha de perfil de  $90^\circ$ , que está inclinada, conforme mostra a Fig. 6-38. O coeficiente de atrito cinético entre elas é  $\mu_c$ . Qual a aceleração da caixa em função de  $\mu_c$ ,  $\theta$  e  $g$ ?

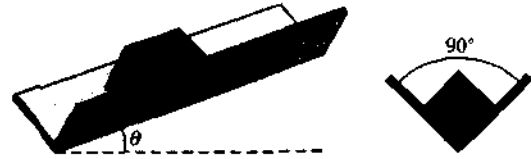


Fig. 6-38 Problema 39.

**40P.** Uma locomotiva movimenta 25 vagões sobre uma ferrovia plana. Cada vagão tem massa de 50 t métricas e está submetido a uma força de atrito  $f = 250v$ , onde  $v$  é a velocidade escalar em metros por segundo e  $f$  é a força em newtons. No instante em que a velocidade escalar do trem é de 30 km/h, a aceleração é de  $0,20 \text{ m/s}^2$ . (a) Qual a tensão no engate entre o primeiro vagão e a locomotiva? (b) Se esta tensão for a força máxima que a locomotiva pode exercer sobre os vagões, qual a inclinação mais íngreme em que a locomotiva conseguirá puxar o trem a 30 km/h?

**41P.** Uma caixa de areia, inicialmente em repouso, é puxada pelo chão por uma corda onde a tensão não pode ultrapassar 1.100 N. O coeficiente de atrito estático entre o chão e a caixa é 0,35. (a) Qual deverá ser o ângulo da corda em relação à horizontal, de forma a permitir puxar a maior quantidade de areia possível, e (b) qual o peso da caixa de areia nessa situação?

**42P\*.** Um barco de 1.000 kg está navegando a 90 km/h, quando seu motor é desligado. A força de atrito  $f$ , entre o barco e a água é proporcional à velocidade escalar  $v$  do barco:  $f_c = 70v$ , onde  $v$  está em metros por segundo e  $f_c$  em newtons. Determine o tempo necessário para o barco chegar à velocidade de 45 km/h.

### Seção 6-3 Força de Viscosidade e a Velocidade Limite

**43E.** Calcule a força de viscosidade sobre um míssil de 53 cm de diâmetro, viajando na velocidade de cruzeiro de 250 m/s, a baixa altitude, onde a densidade do ar é de  $1,2 \text{ kg/m}^3$ . Suponha  $C = 0,75$ .

**44E.** A velocidade limite de um pára-quedista na chamada posição de água é de 160 km/h. No mergulho de cabeça, a velocidade limite é de 310 km/h. Supondo que  $C$  seja o mesmo para as duas posições, determine a razão da seção reta efetiva da área  $A$  na posição mais lenta em relação àquela da posição mais rápida.

**45E.** Calcule a razão entre a força de viscosidade sobre um jato de passageiro à velocidade de 1.000 km/h, a uma altitude de 10 km, e sobre um turbojato de transporte com a metade da velocidade, voando na metade da altura do jato. A densidade do ar a 10 km de altitude é de  $0,38 \text{ kg/m}^3$  e a 5 km é de  $0,67 \text{ kg/m}^3$ . Suponha que os aviões tenham a mesma área de seção reta e o mesmo coeficiente de viscosidade  $C$ .

**46P.** Utilizando os dados da Tabela 6-1, determine o diâmetro de uma bala de 16 lb. Suponha  $C = 0,49$ .

### Seção 6-4 Movimento Circular Uniforme

**47E.** Se o coeficiente de atrito estático dos pneus numa rodovia é 0,25, com que velocidade máxima um carro pode fazer uma curva plana de 47,5 m de raio, sem derrapar?

**48E.** Durante uma corrida olímpica de trenó duplo, uma equipe européia faz uma curva de 7,6 m de raio a uma velocidade de 97 km/h. A

quantos  $g$ 's (aceleração gravitacional) os corredores são submetidos, durante a curva?

**49E.** Qual deverá ser o menor raio de uma curva não-inclinada que um ciclista poderá fazer à velocidade de 29 km/h, se o coeficiente de atrito entre os pneus e a pista for 0,32?

**50E.** Um carro pesando 10,7 kN e se movendo a 13,4 m/s tenta fazer uma curva não-inclinada de raio igual a 61,0 m. (a) Qual a força de atrito necessária para mantê-lo nessa trajetória circular? (b) Se o coeficiente de atrito estático entre os pneus e a estrada for 0,35, a tentativa de fazer a curva será bem-sucedida?

**51E.** Uma curva circular de uma auto-estrada é projetada para velocidades de 60 km/h. (a) Se o raio da curva é de 150 m, qual deve ser o ângulo de inclinação da rodovia? (b) Se a curva não fosse inclinada, qual deveria ser o coeficiente de atrito mínimo entre os pneus e a estrada para permitir o tráfego a essa velocidade, sem derrapagem?

**52E.** Uma curva inclinada de uma auto-estrada circular é projetada para um tráfego de 60 km/h. O raio da curva é de 200 m. O tráfego está fluindo a 40 km/h, sob uma tempestade. Qual o coeficiente de atrito mínimo, entre os pneus e a rodovia, que permitirá aos carros realizar a curva sem sair da estrada?

**53E.** Uma criança coloca uma cesta de piquenique na parte externa de um carrossel que tem 4,6 m de raio e faz uma volta a cada 30 s. (a) Qual a velocidade de um ponto sobre a borda do carrossel? (b) Qual deve ser o coeficiente de atrito estático entre a cesta e o carrossel, para que a cesta permaneça sobre este?

**54E.** Um pêndulo cônico é formado por massa de 50 g presa a um cordão de 1,2 m. A massa gira formando um círculo horizontal de 25 cm de raio. (a) Qual é a sua velocidade? (b) Qual a sua aceleração? (c) Qual a tensão no cordão?

**55E.** No modelo de Bohr do átomo de hidrogênio, o elétron descreve uma órbita circular em torno do núcleo. Se o raio é  $5,3 \times 10^{-11}$  m e o elétron circula  $6,6 \times 10^{15}$  vezes por segundo, determine (a) a velocidade do elétron, (b) a aceleração do elétron (módulo e sentido) e (c) a força centrípeta que atua sobre ele. (Esta força é resultante da atração entre o núcleo, positivamente carregado, e o elétron, negativamente carregado.) A massa do elétron é  $9,11 \times 10^{-31}$  kg.

**56E.** A massa  $m$  está sobre uma mesa, sem atrito, presa a um peso de massa  $M$ , pendurado por uma corda que passa através de um furo no centro da mesa (veja Fig. 6-39). Determine a velocidade escalar com que  $m$  deve se mover para  $M$  permanecer em repouso.

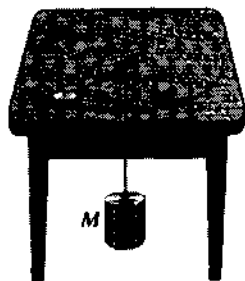


Fig. 6-39 Exercício 56.

**57E.** Um dublê dirige um carro sobre o alto de uma montanha, cuja seção reta é aproximadamente um círculo de 250 m de raio, conforme a Fig. 6-40. Qual a maior velocidade em que pode dirigir o carro sem sair da estrada, no alto da montanha?

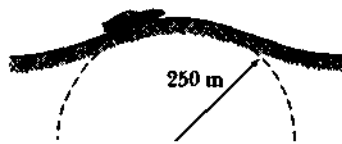


Fig. 6-40 Exercício 57.

**58P.** Uma pequena moeda é colocada sobre certa mesa horizontal plana que gira. A mesa faz três revoluções em 3,14 s. (a) Qual a velocidade da moeda que está a 5,0 cm do centro e não desliza? (b) Qual a aceleração da moeda (módulo e sentido)? (c) Qual a intensidade da força de atrito que age sobre a moeda, se a sua massa é de 2,0 g? (d) Qual o coeficiente de atrito estático entre a moeda e a mesa, se aquela desliza para fora, quando é colocada a mais de 10 cm do centro da mesa?

**59P.** Um pequeno objeto é colocado a 10 cm do centro de um prato de toca-discos. Observamos que permanece sobre o prato na rotação de  $33\frac{1}{2}$  rev/min (revoluções por minuto), mas desliza para fora quando a rotação é de 45 rev/min. Qual o limite de variação do coeficiente de atrito estático entre o objeto e a superfície do toca-discos?

**60P.** Um ciclista percorre um círculo de 25,0 m de raio a uma velocidade escalar constante de 9,00 m/s. A massa do conjunto ciclista-bicicleta é de 85,0 kg. Calcule as intensidades (a) da força de atrito exercida pela pista sobre a bicicleta e (b) a força total exercida pela pista.

**61P.** Um carro está fazendo uma curva plana de raio  $R = 220$  m, com uma velocidade  $v = 94,0$  km/h, projetada para a curva. Que força de atrito um passageiro com massa  $m = 85,0$  kg exerce sobre a almofada do assento?

**62P.** Um estudante de 68 kg, numa roda-gigante com velocidade constante, tem um peso aparente de 56 kg no ponto mais alto. (a) Qual o seu peso aparente no ponto mais baixo? (b) E no ponto mais alto, se a velocidade da roda-gigante dobrar?

**63P.** Uma pedra presa à ponta de uma corda gira em um círculo vertical de raio  $R$ . Determine a velocidade crítica abaixo da qual a corda pode afrouxar no ponto mais alto.

**64P.** Uma determinada corda pode suportar uma tensão máxima de 4,0 kgf sem romper. Uma criança amarra uma pedra de 371 g a uma das pontas da corda e segura a outra extremidade, girando a pedra num círculo vertical de 0,9 m de raio e aumentando lentamente a velocidade até a corda arrebentar. (a) Em que ponto da trajetória a pedra está, quando a corda arrebenta? (b) Qual a velocidade da pedra, quando a corda arrebenta?

**65P.** Um avião está voando num círculo horizontal com uma velocidade de 480 km/h. Se as asas do avião estão inclinadas  $40^\circ$  sobre a horizontal, qual o raio do círculo que o avião faz? Veja a Fig. 6-41. Suponha que a força necessária seja obtida da "sustentação aerodinâmica", que é perpendicular à superfície das asas.

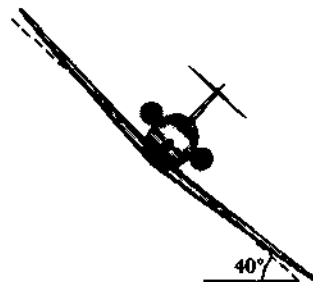


Fig. 6-41 Problema 65.

**66P.** Uma gaivota está subindo em uma trajetória circular. Seu ângulo de inclinação (em relação à horizontal) é aproximadamente  $25^\circ$  e ela leva 13 s para completar um círculo. (a) Com que velocidade a gaivota está voando? (b) Qual o raio do círculo?

**67P.** Um aeromodelo de 0,75 kg de massa está preso na ponta de uma corda de 30 m, voando a uma altura de 18 m, num círculo horizontal com velocidade constante. A outra ponta da corda está presa ao solo. O avião faz 4,4 voltas por minuto e mantém suas asas na horizontal, para que o ar o empurre verticalmente para cima. (a) Qual é a aceleração do avião? (b) Qual a tensão na corda? (c) Qual a força total para cima (empuxo) sobre as asas?

**68P.** Um velho bonde faz uma curva não-inclinada. Se o raio da curva é de 9,0 m e a velocidade do bonde é de 16 km/h, que ângulo as correias de mão verticais, penduradas livremente, farão com a vertical?

**69P.** Admita que a massa do quilograma padrão pesasse exatamente 9,80 N ao nível do mar, no equador da Terra, se esta não girasse. Mas como gira, essa massa se moverá num círculo de  $6,40 \times 10^6$  m (raio da Terra), com uma velocidade constante de 465 m/s. (a) Determine a força centrípeta necessária para manter a massa padrão se movendo em sua trajetória circular. (b) Determine a força exercida pela massa padrão sobre uma balança de mola de onde ela pende, ao nível do equador (essa força é seu "peso aparente").

**70P.** A Fig. 6-42 mostra uma bola de 1,34 kg presa a um eixo girante vertical por duas cordas de massa desprezível. As cordas estão

esticadas e formam os lados de um triângulo equilátero. A tensão na corda superior é de 35 N. (a) Desenhe o diagrama de corpo isolado para a bola. (b) Qual a tensão na corda inferior? (c) Qual a força resultante sobre a bola, no instante mostrado na figura? (d) Qual a velocidade da bola?

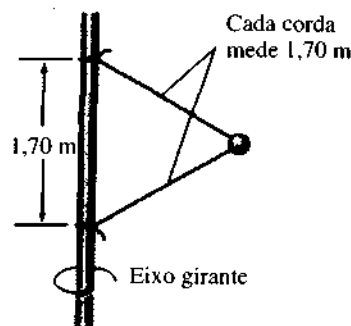


Fig. 6-42 Problema 70.

**71P.** Por causa da rotação da Terra, um fio de prumo não aponta exatamente para o centro dela, desviando-se ligeiramente. Calcule este desvio (a) na latitude  $40^\circ$ , (b) nos pólos e (c) no equador.

## PROBLEMAS ADICIONAIS

**72.** Uma força  $P$ , paralela a uma superfície inclinada  $15^\circ$  acima da horizontal, age sobre um bloco de 45 N, como mostra a Fig. 6-43. Os coeficientes de atrito entre o bloco e a superfície são  $\mu_s = 0,50$  e  $\mu_k = 0,34$ . Se o bloco inicialmente está em repouso, determine o módulo e o sentido da força de atrito que atua nele, para as seguintes intensidades de  $P$  (a) 5,0 N, (b) 8,0 N e (c) 15 N.



Fig. 6-43 Problema 72.

**73.** Uma força  $P$  de 80 N é usada para empurrar um bloco de 5,0 kg através do teto de uma sala, conforme mostrado na Fig. 6-44. Se o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície é 0,40, qual é a aceleração do bloco?



Fig. 6-44 Problema 73.

**74.** Uma das atrações de um parque de diversões consiste em um carro que se move num círculo vertical, preso na ponta de uma haste rígida, de massa desprezível. O peso do conjunto carro-motorista é de 5,0 kN e o raio do círculo é de 10 m. Quais serão o módulo e o sentido da força

da haste sobre o carro no alto do círculo, se a sua velocidade ali for de (a) 5,0 m/s e (b) 12 m/s?

**75.** Dois blocos são acelerados em uma superfície horizontal por uma força paralela a essa superfície, aplicada sobre um dos blocos, como mostra a Fig. 6-45. A força de atrito no bloco menor é de 2,0 N e no bloco maior, de 4,0 N. Se o módulo de  $F$  é de 12 N, qual a força exercida pelo bloco menor sobre o maior?

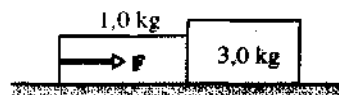


Fig. 6-45 Problema 75.

**76.** Um bloco de 2,5 kg está inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal. Uma força horizontal de 6,0 N e uma vertical  $P$  são aplicadas a ele, como mostra a Fig. 6-46. Os coeficientes de atrito entre o bloco e a superfície são  $\mu_s = 0,40$  e  $\mu_k = 0,25$ . Determine o módulo e o sentido da força de atrito que agirão sobre o bloco, se o módulo de  $P$  for de (a) 8,0 N, (b) 10 N e (c) 12 N.

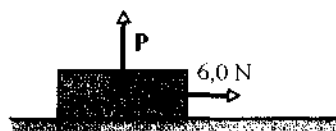


Fig. 6-46 Problema 76.

77. Enquanto um bloco de 40 N desliza para baixo sobre um plano com inclinação de  $25^\circ$  em relação à horizontal, sua aceleração é de  $0,80 \text{ m/s}^2$ , no sentido de subida do plano. Qual o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano?

78. Um esquiador de 45 kg esquia, sem atrito, sobre uma montanha circular de 15 m de raio e depois desce para um vale circular de 25 m de profundidade, conforme a Fig. 6-47. No alto da montanha, o chão exerce sobre o esquiador uma força para cima de 320 N e, no fundo do vale,

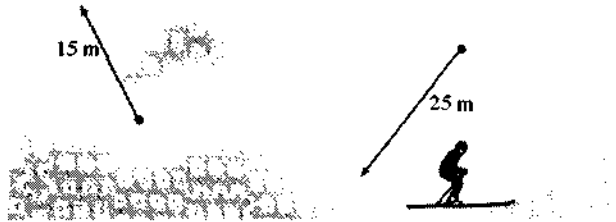


Fig. 6-47 Problema 78.

uma força para cima de 1,1 kN. Qual a velocidade escalar do esquiador (a) no alto da montanha e (b) no fundo do vale?

79. Os três blocos, na Fig. 6-48, partem do repouso e aceleram a uma taxa de  $1,5 \text{ m/s}^2$ . Se  $M = 2,0 \text{ kg}$ , qual a força de atrito sobre o bloco que desliza na horizontal?

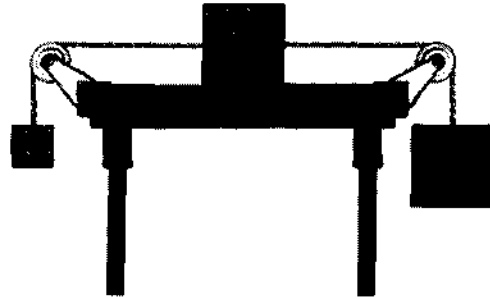


Fig. 6-48 Problema 79.