## ANOVA y test chi-cuadrado

Sesión 4. Curso: "Análisis estadístico aplicado con R Commander"

Carlos Vergara Hernández vergara\_car@gva.es

#### Una breve introducción

En la clase previa se abordaron algunas pruebas básicas de contraste de hipótesis bivariado.

En la clase previa se abordaron algunas pruebas básicas de contraste de hipótesis bivariado.

- Algunas presentan requisitos que los datos deben cumplir.
- Principalmente, los requisitos que nos encontramos con más frecuencia son:
  - normalidad (test de Shapiro-Wilk),
  - homogeneidad de varianzas (test Levene),
  - independencia en las observaciones (test de autocorrelación -p.ej.,Durbin-Watson-).

En la clase previa se abordaron algunas pruebas básicas de contraste de hipótesis bivariado.

- Algunas presentan requisitos que los datos deben cumplir.
- Principalmente, los requisitos que nos encontramos con más frecuencia son:
  - normalidad (test de Shapiro-Wilk),
  - homogeneidad de varianzas (test Levene),
  - independencia en las observaciones (test de autocorrelación -p.ej., Durbin-Watson-).

#### ¿Qué pasa si se incumplen los requisitos?

El resultado será la obtención de estimaciones sesgadas.

En la clase previa se abordaron algunas pruebas básicas de contraste de hipótesis bivariado.

- Algunas presentan requisitos que los datos deben cumplir.
- Principalmente, los requisitos que nos encontramos con más frecuencia son:
  - normalidad (test de Shapiro-Wilk),
  - homogeneidad de varianzas (test Levene),
  - independencia en las observaciones (test de autocorrelación -p.ej., Durbin-Watson-).

#### ¿Qué pasa si se incumplen los requisitos?

El resultado será la obtención de estimaciones sesgadas.

#### Solución

Pruebas no paramétricas (sin –apenas– requisitos), aunque a costa de una menor potencia estadística.

# ¿Qué prueba usar?

Prueba	Tipo respuesta	Variable independiente	Tipo de test
Test t	Númerica independiente	2 categorías	Paramétrico
Test t pareado	Númerica pareada	2 categorías	Paramétrico
Mann-Whitney	Ordinal independiente	2 categorías	No paramétrico
Mann-Whitney pareado	Ordinal pareada	2 categorías	No paramétrico
ANOVA una vía	Númerica independiente	$\geq 2$ categorías	Paramétrico
ANOVA medidas repetidas	Númerica pareada	$\geq 2$ categorías	Paramétrico
Kruskal-Wallis	Ordinal independiente	$\geq 2$ categorías	No paramétrico
Friedman	Ordinal pareada	$\geq 2$ categorías	No paramétrico
Chi-cuadrado	Categórica independiente	$\geq 2$ categorías	Nominal
Test de Fisher	Categórica independiente	$\geq 2$ categorías	Nominal

### Organización de la sesión

En esta sesión se presentarán 6 pruebas diferentes:

- Pruebas paramétricas:
  - ANOVA,

### Organización de la sesión

#### En esta sesión se presentarán 6 pruebas diferentes:

- Pruebas paramétricas:
  - ANOVA,
- Pruebas no paramétricas:
  - test de Mann-Whitney,
  - test de Mann-Whitney pareado,
  - test de Kruskal-Wallis,

### Organización de la sesión

#### En esta sesión se presentarán 6 pruebas diferentes:

- Pruebas paramétricas:
  - ANOVA,
- Pruebas no paramétricas:
  - test de Mann-Whitney,
  - test de Mann-Whitney pareado,
  - test de Kruskal-Wallis,
- Pruebas nominales:
  - test  $\chi^2$ .
  - test de Fisher.

Variable cuantitativa y categórica con 2 categorías

#### Recuerdo

En la clase previa se vio el contraste de dos medias cuando se cumplen los requisitos de normalidad y homogeneidad de varianzas y ahora, empezaremos viendo qué opciones hay cuando alguno se incumple.

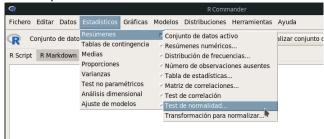
#### Recuerdo

En la clase previa se vio el contraste de dos medias cuando se cumplen los requisitos de normalidad y homogeneidad de varianzas y ahora, empezaremos viendo qué opciones hay cuando alguno se incumple.

El contraste de hipóstesis se plantea sobre las medianas:

$$H_0: Me_1 = Me_2$$

$$H_1: Me_1 \neq Me_2$$





Valorar los requisitos del test t

```
data: valores
W = 0.9448, p-value = 0.2949
-----
p-values adjusted by the Holm method:
  unadjusted adjusted
1 0.41568    0.58984
2 0.29492    0.58984
```

Shapiro-Wilk normality test





```
> leveneTest(valores ~ centro, data = colesterol, center = "median")
Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = "median")
Df F value Pr(>F)
group 1 0.0581 0.8198
38
```

Plantear su alternativa no paramétrica: U de Mann-Whitney



Plantear su alternativa no paramétrica: U de Mann-Whitney



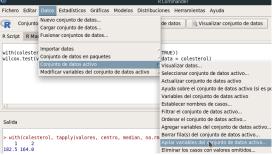
Plantear su alternativa no paramétrica: U de Mann-Whitney

### Test de Mann-Whitney pareado (1/2)

#### Manejo de datos

Para poder trabajar con esta prueba se requiere que los datos estén apilados, lo que implica un pre-procesado de los mismos.

Introducir el formato correcto de los datos

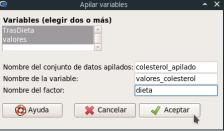


## Test de Mann-Whitney pareado (1/2)

#### Manejo de datos

Para poder trabajar con esta prueba se requiere que los datos estén apilados, lo que implica un pre-procesado de los mismos.

Introducir el formato correcto de los datos

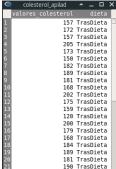


## Test de Mann-Whitney pareado (1/2)

#### Manejo de datos

Para poder trabajar con esta prueba se requiere que los datos estén apilados, lo que implica un pre-procesado de los mismos.

Introducir el formato correcto de los datos



## Test de Mann-Whitney pareado (2/2)

Plantear su alternativa no paramétrica: U de Mann-Whitney con datos pareados



## Test de Mann-Whitney pareado (2/2)

Plantear su alternativa no paramétrica: U de Mann-Whitney con datos pareados



## Test de Mann-Whitney pareado (2/2)

Plantear su alternativa no paramétrica: U de Mann-Whitney con datos pareados

Variable cuantitativa y categórica con  $>2\ {\rm categorias}$ 

## ANOVA de un factor (1/5)

#### Más de dos grupos

Hasta este momento se ha trabajado con variables independientes con únicamente dos categorías (p.ej., 'sí' vs 'no'), pero ahora se introduce una extensión de esos contrastes para variables con dos o más categorías (p.ej., 'No fumador', 'Ex-fumador' y 'Fumador').

# ANOVA de un factor (1/5)

#### Más de dos grupos

Hasta este momento se ha trabajado con variables independientes con únicamente dos categorías (p.ej., 'sí' vs 'no'), pero ahora se introduce una extensión de esos contrastes para variables con dos o más categorías (p.ej., 'No fumador', 'Ex-fumador' y 'Fumador').

- El ANOVA realiza una comparación entre la varianza de la variable dependiente atribuible a la variable independiente, y aquella varianza no explicada (residual), asumiendo además de la independencia en las observaciones:
  - normalidad en la variable dependiente en los distintos grupos (con una n>30 esto se relaja): hay que aplicar el test de Shapiro-Wilk,
  - homogeneidad de las varianzas de la variable dependiente en los grupos: hay que aplicar el test de Levene.

# ANOVA de un factor (2/5)

El contraste de hipóstesis que se plantea es:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_j$$
 
$$H_1: \exists (i,j). \quad \mu_i \neq \mu_j$$

# ANOVA de un factor (2/5)

El contraste de hipóstesis que se plantea es:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_j$$
 
$$H_1: \exists (i,j). \quad \mu_i \neq \mu_j$$

El resultado de aplicar un ANOVA es la clásica tabla de ANOVA con la que todos debéis estar familiarizados:

	gl	Suma de cuadrados	Media de cuadrados	Valor F	Pr(> F)
Variable independiente Residuo	2 6321	366 91816	183.244 14.526	12.615	< 0.001

# ANOVA de un factor: ejemplo (3/5)

#### El problema

En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.

## ANOVA de un factor: ejemplo (3/5)

#### El problema

En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.

Valorar los requisitos del ANOVA



# ANOVA de un factor: ejemplo (3/5)

#### El problema

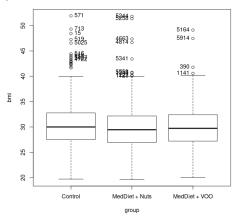
En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.

Valorar los requisitos del ANOVA



#### El problema

En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.



### El problema

En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.



#### El problema

En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.

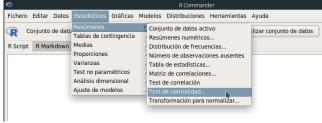


### El problema

En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.

### El problema

En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.



### El problema

En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.

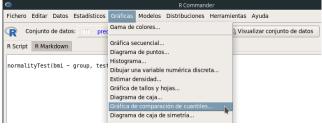


### El problema

En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.

#### El problema

En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.



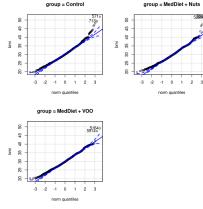
### El problema

En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.



#### El problema

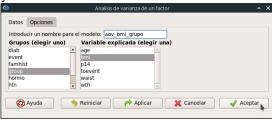
En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.



Ejecución y resultados



② Ejecución y resultados



② Ejecución y resultados



#### Ejecución y resultados

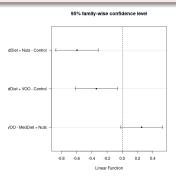
② Ejecución y resultados

### ¿Y ahora qué?

### ¿Y ahora qué?

### ¿Y ahora qué?

### ¿Y ahora qué?



 Al igual que ocurría con el test t, es bastante habitual incumplir el requisito de homogeneidad de varianzas entre grupos o disponer de una n pequeña, en cuyo caso habrá que optar por la alternativa no-paramétrica: el test de Kruskal-Wallis.

 Al igual que ocurría con el test t, es bastante habitual incumplir el requisito de homogeneidad de varianzas entre grupos o disponer de una n pequeña, en cuyo caso habrá que optar por la alternativa no-paramétrica: el test de Kruskal-Wallis.

El contraste de hipóstesis se plantea sobre las medianas:

$$H_0: Me_1 = Me_2 = \cdots = Me_j$$
 
$$H_1: \exists (i,j). Me_i \neq Me_j$$

#### El problema

En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.

#### El problema

En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.

Plantear alternativa no paramétrica: Kruskal-Wallis



#### El problema

En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.

Plantear alternativa no paramétrica: Kruskal-Wallis



#### El problema

En la base de datos 'predimed' se quiere estudiar la posible diferencia entre los grupos de intervención (3 categorías) respecto a su IMC.

Plantear alternativa no paramétrica: Kruskal-Wallis

La posibilidad de ejecutar comparaciones múltiples dos a dos tras efectuar el test de Kruskal-Wallis todavía no está disponible en R Commander. Para ello se requiere del siguiente código:

```
install.packages("rcompanion")
rcompanion::pairwiseMedianTest(bmi ~ group, data = predimed)
```

La posibilidad de ejecutar comparaciones múltiples dos a dos tras efectuar el test de Kruskal-Wallis todavía no está disponible en R Commander. Para ello se requiere del siguiente código:

```
install.packages("rcompanion")
rcompanion::pairwiseMedianTest(bmi ~ group, data = predimed)
with(predimed, tapply(bmi, group, median, na.rm = TRUE))
kruskal.test(bmi ~ group, data = predimed)
linstall.packages("rcompanion")
library(rcompanion")
pairwiseMedianTest(bmi ~ group, data = predimed, method = "fdr")
```

La posibilidad de ejecutar comparaciones múltiples dos a dos tras efectuar el test de Kruskal-Wallis todavía no está disponible en R Commander. Para ello se requiere del siguiente código:

Asociación de dos variables categóricas ( $\geq 2$  categorías)

Cuando tenemos dos variables categóricas pero alguna o ambas tengan más de dos categorías, es posible utilizar el test  $\chi^2$ . En base a una tabla de frecuencias, se comparan las frecuencias observadas con las esperadas en cada celda:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Cuando tenemos dos variables categóricas pero alguna o ambas tengan más de dos categorías, es posible utilizar el test  $\chi^2$ . En base a una tabla de frecuencias, se comparan las frecuencias observadas con las esperadas en cada celda:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

- El contraste de hipóstesis se plantea como:
  - $\bullet$   $H_0$ : independencia entre variables
  - $H_1$ : dependencia entre variables

Cuando tenemos dos variables categóricas pero alguna o ambas tengan más de dos categorías, es posible utilizar el test  $\chi^2$ . En base a una tabla de frecuencias, se comparan las frecuencias observadas con las esperadas en cada celda:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

- El contraste de hipóstesis se plantea como:
  - $H_0$ : independencia entre variables
  - ullet  $H_1:$  dependencia entre variables
- Tiene como requisitos que la proporción de celdas con menos de 5 casos sea menor 0.2.

#### El problema

Se dispone de una base de datos en la que se quiere estudiar la posible asociación entre tabaquismo (4 categorías) y mortalidad (2 categorías) en 2000 personas.

#### El problema

Se dispone de una base de datos en la que se quiere estudiar la posible asociación entre tabaquismo (4 categorías) y mortalidad (2 categorías) en 2000 personas.



#### El problema

Se dispone de una base de datos en la que se quiere estudiar la posible asociación entre tabaquismo (4 categorías) y mortalidad (2 categorías) en 2000 personas.



#### El problema

Se dispone de una base de datos en la que se quiere estudiar la posible asociación entre tabaquismo (4 categorías) y mortalidad (2 categorías) en 2000 personas.



### El problema

Se dispone de una base de datos en la que se quiere estudiar la posible asociación entre tabaquismo (4 categorías) y mortalidad (2 categorías) en 2000 personas.

```
Frequency table:
    tabaquismo
muerte No fumador < 10 cig/día 10-20 cig/día > 20 cig/día
    No 687 145 336 113
    Sí 360 72 179 92
```

#### El problema

Se dispone de una base de datos en la que se quiere estudiar la posible asociación entre tabaquismo (4 categorías) y mortalidad (2 categorías) en 2000 personas.

```
Expected counts:
    tabaquismo
muerte No fumador < 10 cig/día 10-20 cig/día > 20 cig/día
    No 676.0116 140.10938 332.5176 132.36139
    Sí 370.9884 76.89062 182.4824 72.63861
```

### El problema

Se dispone de una base de datos en la que se quiere estudiar la posible asociación entre tabaquismo (4 categorías) y mortalidad (2 categorías) en 2000 personas.

```
Pearson's Chi-squared test
data: .Table
X-squared = 9.0816, df = 3, p-value = 0.02823
```

Cuando no se cumple el requisito de la prueba  $\chi^2$  se puede recurrir a correcciones de la misma, estudios de simulación o al test de Fisher (que es lo que aquí se muestra).

Cuando no se cumple el requisito de la prueba  $\chi^2$  se puede recurrir a correcciones de la misma, estudios de simulación o al test de Fisher (que es lo que aquí se muestra).

#### El problema

Imaginemos que disponemos de la misma base de datos que en el problema previo, pero esta es una selección aleatoria de la anterior con solo 100 personas.



Cuando no se cumple el requisito de la prueba  $\chi^2$  se puede recurrir a correcciones de la misma, estudios de simulación o al test de Fisher (que es lo que aquí se muestra).

#### El problema

Imaginemos que disponemos de la misma base de datos que en el problema previo, pero esta es una selección aleatoria de la anterior con solo 100 personas.

```
tabaquismo
muerte No fumador < 10 cig/día 10-20 cig/día > 20 cig/día
No 39 6 12 9
Sí 18 4 10 2
```

Cuando no se cumple el requisito de la prueba  $\chi^2$  se puede recurrir a correcciones de la misma, estudios de simulación o al test de Fisher (que es lo que aquí se muestra).

#### El problema

Imaginemos que disponemos de la misma base de datos que en el problema previo, pero esta es una selección aleatoria de la anterior con solo 100 personas.

```
Expected counts:
    tabaquismo
muerte No fumador < 10 cig/día 10-20 cig/día > 20 cig/día
    No 37.62 6.6 14.52 7.26
    Sí 19.38 3.4 7.48 3.74
```

Cuando no se cumple el requisito de la prueba  $\chi^2$  se puede recurrir a correcciones de la misma, estudios de simulación o al test de Fisher (que es lo que aquí se muestra).

#### El problema

Imaginemos que disponemos de la misma base de datos que en el problema previo, pero esta es una selección aleatoria de la anterior con solo 100 personas.

```
Pearson's Chi-squared test
```

```
data: .Table
X-squared = 2.8222, df = 3, p-value = 0.4199
```

Cuando no se cumple el requisito de la prueba  $\chi^2$  se puede recurrir a correcciones de la misma, estudios de simulación o al test de Fisher (que es lo que aquí se muestra).

#### El problema

data:

Imaginemos que disponemos de la misma base de datos que en el problema previo, pero esta es una selección aleatoria de la anterior con solo 100 personas.

• Valorar los requisitos de la prueba  $\chi^2$  y plantear su alternativa no paramétrica: test de Fisher

> Fisher's Exact Test for Count Data .Table p-value = 0.439alternative hypothesis: two.sided