结构宏观计量经济模型理论与应用

内容提要

- 结构计量经济学模型
- 动态随机一般均衡模型概述
- DSGE模型
- DSGE模型的Bayesian分析
- Dynare程序集简介

结构计量经济学模型

1953年，耶鲁大学考威尔斯经济研究基金会（the Cowles foundation for Research in Economics）的Hood & Koopmans曾定义“计量经济学（Econometrics）是通过经济理论和统计方法相结合来分析经济数据的经济学分支。”然而，Stanford大学教授Peter & Frank（2003）认为“今天许多经济学家将计量经济学视为主要与统计问题相关、而与经济问题无关的领域，由此就产生了计量经济建模与结构计量经济建模之间的区别。结构计量经济建模方法旨在强调Cowles委员会关于计量经济学的原本。”

事实上，经济学的经验建模研究一般被划分为两个范畴：描述性建模和结构建模（Descriptive and Structural Modeling）。

描述性建模集中于解释（constructing）和概括（summarizing）经济数据，无需经济理论模型的参考即可进行描述研究，它具有悠久和备受重视的传统。并且，经济学中绝大多数**描述研究的目的**是揭示可以激发进一步分析的趋势、模式或联系。

例如，经济学家可以不依赖于关于就业或失业的经济模型而测量劳动力的规模和失业率。Engel的发现“食品支出比率与家庭支出的对数负相关”；Phillips曲线“英国失业率与工资变化负相关”。显然，在随后的数年里，发展了许多经济理论以解释为什么Engel曲线和Phillps曲线是稳定的经济关系。

除此之外，描述研究还关注估计变量x和y的联合总体密度$f(x, y)$，或者由此衍生的目标，诸如：

$f(y|x)$　　给定x时，y的条件密度；

$E(y|x)$　　给定x时，y的条件期望；

$Cov(y|x)$　　给定x时，y的条件协方差；

$Q_\alpha(y|x)$　　给定x时，y的α条件分位数；

$BLP(y|x)$　　给定x时，y的最佳线性预测。

在实践中，为了估计联合总体密度 $f(x, y)$（或者相关的目的），描述性研究往往选择参数型统计分布或者非参数分布，分别使用参数和非参数统计方法估计联合总体密度函数$f(x, y)$的参数或者分布，以揭示x和y之间的相依性。

结构建模着重说明如何在联合分布上施加经济活动约束，以恢复可观测经济数据底层的经济原本。显然，同描述性模型一样，结构计量经济建模也描述经济数据的联合分布$f(x, y)$，但是，**结构计量模型**旨在**从联合分布估计经济参数、恢复经济原本**。因此，恢复底层经济原本的经济学假设和统计学假设是结构模型的两个主要组成部分。并且，为了使结构是现实的，结构必须合理地描述生成数据的经济和制度环境；为了模型是可靠的，模型必须能够基于x和y的所有可能实现估计结构参数。

一般来说，因对经济系统的经济学假设和统计学假设的区别，则建立了不同的结构宏观计量经济模型。

例如，对于封闭的凯恩斯经济系统，线性联立方程模型

$$
\begin{aligned}
&C_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + u_{1t} && u_{1t} \sim i.i.d\left(0,\ \ \sigma_1^2\right) \\
&I_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} + u_{2t} && u_{2t} \sim i.i.d\left(0,\ \ \sigma_2^2\right) \\
&Y_t = C_t + I_t + G_t
\end{aligned}
$$

就是根据**经济学假设**（凯恩斯绝对收入假设、凯恩斯投资函数和国民经济核算定义）和**统计学假设**（消费和投资均存在相互独立的未观测外生冲击）建立的一种结构宏观经济模型。

再如，对于传统凯恩斯主义IS-LM-PC模型（Gali，1992）：

$$
\begin{cases}
y = \alpha + \mu_s - \sigma(i - E\Delta p_{+1}) + \mu_{is} \\
m - p = \phi y - \lambda i + \mu_{md} \\
\Delta m = \mu_{ms} \\
\Delta p = \Delta p_{-1} + \beta(y - \mu_s)
\end{cases}
$$

其中，y、i、m 和 p 分别是实际GDP的对数、名义利率，名义货币存量的对数和价格水平的对数，μ_s、μ_{is}、μ_{md} 和 μ_{ms} 依次是总供给冲击、实际需求（或IS）冲击、货币需求冲击和货币供给冲击。

显然，IS-LM-PC模型的四个方程分别是IS方程、货币需求方程、货币供给方程和菲利普斯曲线（总供给曲线），在宏观经济学中常常依据该模型进行商品市场、货币市场和宏观经济政策动态效应的理论与实证分析。

并且，在理性预期[1]（$E\Delta p_{+1} = \Delta p$）的假设下，如果内生变量 y、i、m 和 p 是$I(1)$过程、外生冲击向量$\left(\mu_s \quad \mu_{ms} \quad \mu_{md} \quad \mu_{is}\right)' \sim iid\left(\mathbf{0},\ \ \Sigma_\mu\right)$，则经差分和变量替换后，IS-LM-PC模型即是一种结构计量模型——SVARMA模型（白仲林&林桐，2014）

$$
\begin{pmatrix} -\phi & \lambda & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\beta\sigma & 1 \\ 1 & 0 & \sigma & 0 \\ \lambda\beta-\phi & 0 & \lambda & 1 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta i \\ \Delta(i-\Delta p) \\ \Delta m - \Delta p \end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \phi & -\lambda & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda\phi & -\lambda^2 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \Delta y_{-1} \\ \Delta i_{-1} \\ \Delta(i-\Delta p)_{-1} \\ (\Delta m - \Delta p)_{-1} \end{pmatrix}
$$

$$
+\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\phi & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\phi\lambda & \lambda^2 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \Delta y_{-2} \\ \Delta i_{-2} \\ \Delta(i-\Delta p)_{-2} \\ (\Delta m - \Delta p)_{-2} \end{pmatrix}
+\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\beta \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ \lambda\beta & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \mu_s \\ \mu_{ms} \\ \mu_{md} \\ \mu_{is} \end{pmatrix}
$$

$$
+\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & \beta \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ -\lambda\beta & -\lambda & \lambda-1 & 0 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \mu_s^{-1} \\ \mu_{ms}^{-1} \\ \mu_{md}^{-1} \\ \mu_{is}^{-1} \end{pmatrix}
+\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & -2\lambda & 0 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \mu_s^{-2} \\ \mu_{ms}^{-2} \\ \mu_{md}^{-2} \\ \mu_{is}^{-2} \end{pmatrix}
$$

$$
+\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \mu_s^{-3} \\ \mu_{ms}^{-3} \\ \mu_{md}^{-3} \\ \mu_{is}^{-3} \end{pmatrix}
$$

②在适应性预期（$E\Delta p_{+1} = f\left(\Delta p\right)$）的假设可以得到类似的结果。

于是，令 $\mu_{t\text{-}i}=\left(\mu_s^{-i} \quad \mu_{ms}^{-i} \quad \mu_{md}^{-i} \quad \mu_{is}^{-i}\right)'$、$Y_{t\text{-}i}=\left(\Delta y_{-i} \quad \Delta i_{-i} \quad \Delta(i-\Delta p)_{-i} \quad (\Delta m-\Delta p)_{-i}\right)'$，则得到 SVARMA 模型

$$A_0 Y_t = A_1 Y_{t-1} + A_2 Y_{t-2} + B_0 \mu_t + B_1 \mu_{t-1} + B_2 \mu_{t-2} + B_3 \mu_{t-3}$$

下面以宏观经济动态随机一般均衡模型为例，介绍建立结构计量模型的一般过程。

动态随机一般均衡模型概述

1、DSGE模型及其建模目的

动态随机一般均衡 (Dynamic stochastic general equilibrium，简称DSGE)模型综合了“动态演化”、“随机冲击”和“一般均衡分析”三种宏观经济学的分析方法。

动态——经济系统各行为主体在进行决策时，不仅要考虑行为的当期影响，还要考虑行为的后续影响。即，各行为主体是在对未来预期的前提下，动态地考虑其行为决策的后果。所以，DSGE 模型揭示和描述了经济系统由非均衡状态向均衡状态的动态调整机制。

随机——在现实经济中有许多的不确定性，所以在DSGE 模型中引入了多种外生随机冲击，并且，DSGE 模型的动态过程是由行为主体的决策和外生随机冲击共同决定的。

一般均衡——DSGE 模型是在一般均衡的框架下考察各行为主体的决策，反映和刻画了经济系统长期均衡状态的特征。

因此，建立**DSGE模型的目的**有如下三个方面：

揭示经济系统在稳态水平的特征，

推断实体经济演化的驱动因素，

反映经济系统由非均衡状态向均衡状态的动态调整机制。

所以，DSGE模型是近30年来在宏观经济研究领域中非常流行的数理经济模型，同时也是建立结构宏观经济计量模型的一个新视角。

2、DSGE模型的特点

由于 DSGE 模型能够通过对经济主体决策行为的关系进行清晰描述，并可以采用适当的微观经济加总技术得到经济总量满足的行为方程，以及对经济的长期均衡状态及短期的动态调整过程进行细致刻画。于是，DSGE模型具有如下的特点：

理论的一致性、模型的整体性、微观与宏观经济分析的完美结合、长期与短期分析的有机整合等特点。

因此，许多学者在该方面已经做出了重要的研究贡献。特别，DSGE 模型为经济波动研究和宏观经济政策分析(宏观经济政策的有效性分析；最优货币、财政政策分析；货币政策传导机制分析等)提供了一个统一的框架，理论界普遍认为DSGE 已成为现代宏观经济学的基础之一(DeJong & Dave，2007)，并且其估计方法也被认为是宏观经济学的主流数量分析工具，Jesús(2009)称之为新宏观计量经济学(New Macroeconometrics)。

3、DSGE模型的应用

在过去的20年里DSGE模型得到了广泛的应用，受到理论与实务界的普遍关注。目前，DSGE模型正在逐渐成为许多研究机构定量分析的一个基准模型，尤其，很多国家的央行都在发展适合

国情的DSGE 模型。

事实上，DSGE模型始创于Kydland和Prescott(1982)，他们基于RBC 理论构建了一个DSGE模型来分析经济波动，得到技术冲击是产出等宏观经济变量波动的主要原因，但是他们假定市场是完全竞争的、价格和工资具有完全的灵活性，这与实际经济环境难以相符，因此受到众多抨击。为此，Yun(1996)在RBC 模型中引入了垄断竞争和价格粘性，在新凯恩斯框架下开创了使用DSGE模型研究经济波动性的先河；随后Gali(1999)又在此基础上引入了技术冲击，更加准确地描述了实际经济的波动性。另外，Gali 和Monacelli(2005)还基于Obstfeld 和Rogoff(1995)关于开放经济的开创性工作，在DSGE 框架中引入名义价格粘性，开启了DSGE 模型对开放经济的研究。

4、DSGE模型的估计方法

在实证分析方法方面，自Kydland 和Prescott(1982)提出DSGE 模型以来，各种计量经济估计方法被用于估计DSGE 模型。例如，Kydland 和Prescott(1982)的参数校准方法、Christiano 和Eichenbaum (1992)的GMM 估计法、Christiano、Eichenbaum 和Evans (2005)的最小距离估计以及Altug (1989)和Kim (2000)等使用的全信息极大似然估计(full-information likelihood-based estimation)方法。近年来Bayesian分析方法已成为DSGE模型的主流估计方法。实际上，DSGE模型的Bayesian估计方法与GMM估计比较，前者使用了DSGE模型的所有信息，而后者仅仅使用了DSGE模型一阶条件的矩方程信息；并且，Bayesian估计方法不仅包含了DSGE模型的极大似然估计；而且，Bayesian估计方法的先验分布为参数估计还提供一些样本外的经验信息。

下面将以Kydland & Prescott(1982)的实际经济周期(RBC)模型和Ireland (2004)的新凯恩斯框架下封闭经济DSGE模型为例，较系统地介绍建立DSGE模型的理论方法和Bayesian分析。并且，将基于Matlab软件的Dynare程序包介绍DSGE模型的模拟分析与Bayesian估计实践。

DSGE 模型

一、实际经济周期(RBC)模型

在完全竞争市场和灵活价格的条件下，Kydland & Prescott(1982)建立了一个简单的实际经济周期(RBC)模型，并基于 RBC 模型揭示了经济周期波动的原因——技术冲击，同时它也是经济增长的驱动力。Kydland & Prescott(1982)建立的 RBC 模型是在新古典增长环境的基础上增加了两个主要的特征：(1)决策者面临对劳动和闲暇的取舍；(2)技术进步演变的不确定性。

1 经济环境

在一个分散的经济中，只存在一种单一产品，这种产品既可以用于消费，也可以作为投资品进行投资。经济中存在无数的个人，每个人具有无限生命，它们通过向劳动力市场和资本市场分别提供劳动和资本获得收入，并通过最大化其一生效用水平来决定其消费和储蓄(投资)行为。

假设个人决策行为以家庭为单位。家庭作为一个整体通过提供劳动获得工资收入、通过向资本市场提供资本和投资(或债务)获得利息收入(或者支付利息)，同时用这些收入进行家庭消费和储蓄/投资活动，使家庭效用最大化。

假设每个家庭是同质的，于是可以通过分析代表性家庭来研究总体经济活动。家庭决策者在 0 时刻所考虑的家庭效用水平是家庭所有成员在当前和未来所有时刻效用水平的贴现和，即

$$U(0)=E_0\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u(c_t,l_t) \tag{9.2.1}$$

其中，E_0 是基于 0 时期可获得信息的条件期望算子。

首先，假设家庭的时间贴现率为 $\beta\in(0,1)$，c_t 和 l_t 分别表示在 t 时期家庭所选择的消费水平和闲暇水平；$u(\cdot)$ 表示个人瞬时(单期)效用函数，它是一个边际效用为正数且递减的凹函数，即满足

$$u(\cdot,\cdot)>0,u_1>0,u_{11}<0,u_2>0,u_{22}<0$$

还假设效用函数满足稻田条件（横截性条件）：

$$\lim_{x_i\to 0}u_i(x_1,x_2)=+\infty,\lim_{x_i\to+\infty}u_i(x_1,x_2)=0,i=1,2$$

并且，家庭配备了可以用于生产单一产品 y_t 的生产技术，生产技术可表示为：

$$y_t=z_t f(k_t,n_t) \tag{9.2.2}$$

其中 k_t 和 n_t 分别表示家庭向资本市场提供的物质资本存量和当期家庭向劳动力市场提供的劳动数量，z_t 表示随机的全要素生产效率，即生产率冲击或技术冲击。

另外，不失一般性地假设 $f(\cdot,\cdot)$ 是规模报酬不变、边际生产力递减、每种生产要素都必不可少、在区间 $[0,\infty)$ 上二阶连续可微、满足稻田条件的严格凹函数，即

$$\begin{aligned}&f(\lambda' c,\lambda' l)=\lambda' f(c,l),\forall\lambda'>0\\&f_1>0,f_{11}<0,f_2>0,f_{22}<0\\&f(0,n)=f(k,0)=0,\lim_{x_i\to 0}f_i(x_1,x_2)=+\infty,\lim_{x_i\to+\infty}f_i(x_1,x_2)=0,i=1,2\end{aligned}$$

此外，t 时期的产出既可用于消费，也可用于投资：

$$y_t=c_t+i_t \tag{9.2.3}$$

其中 i_t 表示 t 时期的投资。

在每个时期，将家庭可利用的时间正规化为 1，即在每个时期家庭有 1 单位时间可以分配到劳动和闲暇中，即

$$1=n_t+l_t \tag{9.2.4}$$

最后，资本积累过程为：

$$k_{t+1} = i_t + (1-\delta) k_t \tag{9.2.5}$$

其中$\delta \in (0,1)$表示折旧率。

根据以上假设，家庭的决策问题表现为在给定初始物质资本k_0和初始技术水平z_0的情况下，在满足约束条件式(9.2.2)-(9.2.5)的条件下，最大化(9.2.1)式中的效用$U(0)$。因此，家庭的决策行为可概括为如下的优化问题：

$$\begin{aligned} &\max_{c_t, l_t} U(0) = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, l_t) \\ &s.t. \;\; y_t = z_t f(k_t, n_t) \\ &\qquad 1 = n_t + l_t \\ &\qquad y_t = c_t + i_t \\ &\qquad k_{t+1} = i_t + (1-\delta) k_t \end{aligned} \tag{9.2.6}$$

在上述家庭决策问题的设定中，隐含两方面的取舍，一是消费/储蓄的取舍，由(9.2.3)式可知，当期更高的消费意味着当期更少的投资（储蓄），进而由(9.2.5)式可知，这意味着当期有更少的资本用于生产；二是劳动/闲暇的取舍，由(9.2.4)式可知，当期更多的闲暇意味着当期更少的劳动，进而意味着当期更少的产出。

根据以上对瞬时效用函数以及生产函数的假定条件，可设定为如下的具体形式。瞬时效用函数是常相对风险规避(CRRA)形式：

$$u(c_t, l_t) = \begin{cases} \left(\dfrac{c_t^{\varphi} l_t^{1-\varphi}}{1-\phi} \right)^{1-\phi} & \phi \neq 1 \\ \log(c_t) & \phi = 1 \end{cases} \tag{9.2.7}$$

其中，参数$\phi > 0$决定了两个特性：（1）它表示家庭相对风险规避系数；（2）它决定了瞬时替代弹性$1/\phi$. 并且，在决定瞬时效用时，$\varphi \in (0,1)$表示了消费相对于闲暇的重要性。

其次，生产函数是柯布—道格拉斯形式：

$$y_t = z_t k_t^{\alpha} n_t^{1-\alpha} \tag{9.2.8}$$

其中$\alpha \in (0,1)$表示产出中的资本份额，$1-\alpha$表示产出中的劳动份额。

最后，假设技术冲击的对数服从一阶自回归过程：

$$\begin{aligned} &\log(z_t) = (1-\rho_z)\log(\overline{z}) + \rho_z \log(z_{t-1}) + \varepsilon_{zt} \\ &\varepsilon_{zt} \sim IIDN\left(0, \sigma_{\varepsilon_z}^2\right), \rho_z \in (-1,1) \end{aligned} \tag{9.2.9}$$

显然，在上述框架中，通过技术冲击z_t引入了唯一的不确定性，使经济系统的可观测

变量具备了随机波动性。

利用上述给出的瞬时效用函数以及生产函数的具体形式，采用 Lagrange 乘数法求解家庭决策行为的优化问题，得出如下两个一阶条件：

$$\left(\frac{1-\varphi}{\varphi}\right)\frac{c_t}{l_t}=(1-\alpha)z_t\left(\frac{k_t}{n_t}\right)^{\alpha} \tag{9.2.10}$$

$$c_t^{\varphi(1-\phi)-1}l_t^{(1-\varphi)(1-\phi)}=\beta E_t\left\{c_{t+1}^{\varphi(1-\phi)-1}l_{t+1}^{(1-\varphi)(1-\phi)}\left[\alpha z_{t+1}\left(\frac{n_{t+1}}{k_{t+1}}\right)^{1-\alpha}+(1-\delta)\right]\right\} \tag{9.2.11}$$

2、非线性经济系统

（1）非线性经济系统

将最优化问题的一阶条件、家庭的约束条件以及随机扰动的设定过程组合起来，则构成如下的非线性随机差分方程组模型：

$$\left(\frac{1-\varphi}{\varphi}\right)\frac{c_t}{l_t}=(1-\alpha)z_t\left(\frac{k_t}{n_t}\right)^{\alpha}$$

$$c_t^{k}l_t^{\lambda}=\beta E_t\left\{c_{t+1}^{k}l_{t+1}^{\lambda}\left[\alpha z_{t+1}\left(\frac{n_{t+1}}{k_{t+1}}\right)^{1-\alpha}+(1-\delta)\right]\right\}$$

$$y_t=z_tk_t^{\alpha}n_t^{1-\alpha}$$

$$y_t=c_t+i_t$$

$$k_{t+1}=i_t+(1-\delta)k_t$$

$$1=n_t+l_t$$

$$\log(z_t)=(1-\rho_z)\log(\overline{z})+\rho_z\log(z_{t-1})+\varepsilon_{zt}$$

其中

$$k=\varphi(1-\phi)-1$$

$$\lambda=(1-\varphi)(1-\phi)$$

（2）确定经济系统的稳态水平

DSGE 模型的重要作用之一是揭示经济系统在稳态水平的特征。在 DSGE 模型分析中，关注的经济稳态特征包括两方面：

（i）实体经济稳态的特征

①确定实体经济变量稳态的决定因素，是实体经济因素（如技术进步的变化率），还是非实体经济因素（如货币变化）；

②说明实体经济稳态关于货币在长期是否为中性的，即实体经济稳态是否受价格水平的影响。如果实体经济的稳态不受名义变量水平变化的影响，则称实体经济的行为方程关于价

格具有静态齐次性（static homogeneity）；

③讨论实体经济稳态关于货币在长期是否具有超中性，即实体经济稳态是否受通胀率的影响。如果实体经济的稳态不受名义变量增长率变化的影响，则称实体经济的行为方程关于价格具有动态齐次性（dynamic homogeneity）。

如果满足这些齐次性质，实体经济的稳态主要由实体经济因素而非货币因素确定，即经济系统在长期呈现新古典经济特征。

（ii）名义变量稳态的特征

在经济系统中，名义变量的稳态由设定的名义锚（nominal anchor）来确定，名义锚即为名义变量的长期目标值（如通胀率或物价水平的目标值），经常使用的名义锚是货币政策规则。

根据稳态时变量的取值与所在时期无关，如令 $c_t = c_{t+1} = \bar{c}$，则对非线性系统中的所有变量均作如此变换，并且假设技术冲击 z_t 的稳态值 $\bar{z} = 1$，则 RBC 模型中变量 $\{y_t, c_t, i_t, n_t, l_t, k_t\}$ 的稳态值可以通过求解下面的方程组确定：

$$\frac{\bar{y}}{\bar{n}} = \eta \tag{9.2.12}$$

$$\frac{\bar{c}}{\bar{n}} = \eta - \delta\theta \tag{9.2.13}$$

$$\frac{\bar{i}}{\bar{n}} = \delta\theta \tag{9.2.14}$$

$$\bar{n} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)\left(\frac{1-\phi}{\phi}\right)\left(1 - \delta\theta^{1-\alpha}\right)} \tag{9.2.15}$$

$$\bar{l} = 1 - \bar{n} \tag{9.2.16}$$

$$\frac{\bar{k}}{\bar{n}} = \theta \tag{9.2.17}$$

其中

$$\theta = \left(\frac{\alpha}{1/\beta - 1 + \delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$\eta = \theta^{\alpha}$$

由此可见，RBC 模型反映的经济系统具有货币中性特征，即在长期呈现新古典经济特征。

3、非线性经济系统的线性化

通常采用的线性化方法有两种：一种是泰勒级数的高阶逼近法；另一种是对数线性逼近法。对数逼近法是对模型中的变量在稳态值处进行对数线性逼近，即对每个变量用其偏离

稳态的对数值近似。例如，记$\tilde{c}_t = \log\left(\frac{c_t}{\overline{c}}\right)$，则$c_t = \overline{c}e^{\tilde{c}_t} \approx \overline{c}\left(1+\tilde{c}_t\right)$

经过对数线性化（Uhlig，1997）近似后，并利用期望误差消除模型中的期望算子$E_t\left(\cdot\right)$，即，对于变量$\tilde{x}_{t+1}$，

$$E_t\left(\tilde{x}_{t+1}\right) = \tilde{x}_{t+1} + \eta_{x,t+1}，\ \eta_{x,t+1} \sim IIDN(0, \sigma^2_{\eta_x})$$

从而，与非线性化系统相对应的线性化方程组如下：

$$\tilde{c}_t - \tilde{l}_t - \tilde{z}_t - \alpha\tilde{k}_t + \alpha\tilde{n}_t = 0 \qquad (9.2.18)$$

$$k\tilde{c}_t + \lambda\tilde{l}_t - k\tilde{c}_{t+1} - \lambda\tilde{l}_{t+1} - g_1\tilde{z}_{t+1} - \left(1-\alpha\right)g_1\tilde{n}_{t+1} + \left(1-\alpha\right)g_1\tilde{k}_{t+1} = 0 \qquad (9.2.19)$$

$$\tilde{y}_t - \tilde{z}_t - \alpha\tilde{k}_t - \left(1-\alpha\right)\tilde{n}_t = 0 \qquad (9.2.20)$$

$$\tilde{y}_t - g_2\tilde{c}_t - \left(1-g_2\right)\tilde{i}_t = 0 \qquad (9.2.21)$$

$$\tilde{k}_{t+1} - \delta\tilde{i}_t - \left(1-\delta\right)\tilde{k}_t = 0 \qquad (9.2.22)$$

$$-\tilde{n}_t - g_3\tilde{l}_t = 0 \qquad (9.2.23)$$

$$\tilde{z}_t - \rho_z\tilde{z}_{t-1} - \varepsilon_{zt} = 0 \qquad (9.2.24)$$

其中

$$g_1 = 1-\beta+\delta\beta$$
$$g_2 = \frac{1-\beta+\delta\beta-\alpha\delta\beta}{1-\beta+\delta\beta}$$
$$g_3 = \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)\left(\frac{1-\varphi}{\varphi}\right)\left(1-\delta\theta^{1-\alpha}\right)$$

并且，对上述线性化方程组进行简单的变换，使得其中的变量只包含t期和$t+1$期的，则可得对数线性化的 RBC 模型：

$$\tilde{c}_t - \tilde{l}_t - \tilde{z}_t - \alpha\tilde{k}_t + \alpha\tilde{n}_t = 0 \qquad (9.2.25)$$

$$k\tilde{c}_t + \lambda\tilde{l}_t - k\tilde{c}_{t+1} - \lambda\tilde{l}_{t+1} - g_1\tilde{z}_{t+1} - \left(1-\alpha\right)g_1\tilde{n}_{t+1} + \left(1-\alpha\right)g_1\tilde{k}_{t+1} + \eta_{t+1} = 0 \qquad (9.2.26)$$

$$\tilde{y}_t - \tilde{z}_t - \alpha\tilde{k}_t - \left(1-\alpha\right)\tilde{n}_t = 0 \qquad (9.2.27)$$

$$\tilde{y}_{t+1} - g_2\tilde{c}_{t+1} - \left(1-g_2\right)\tilde{i}_{t+1} = 0 \qquad (9.2.28)$$

$$\tilde{k}_{t+1} - \delta\tilde{i}_t - \left(1-\delta\right)\tilde{k}_t = 0 \qquad (9.2.29)$$

$$-\tilde{n}_{t+1}-g_3\tilde{l}_{t+1}=0 \tag{9.2.30}$$

$$\tilde{z}_{t+1}-\rho_z\tilde{z}_t-\varepsilon_{zt+1}=0 \tag{9.2.31}$$

于是，记 $x_t=\left(\tilde{y}_t,\tilde{c}_t,\tilde{i}_t,\tilde{n}_t,\tilde{l}_t,\tilde{k}_t,\tilde{z}_t\right)'$ 时，对数线性化的 RBC 模型(9.2.25)- (9.2.31)可表示为线性系统

$$Ax_{t+1}=Bx_t+C\varepsilon_{t+1}+D\eta_{t+1} \qquad （9.2.31'）$$

其中，$C=\left(0,0,0,0,0,0,1\right)'$，$D=\left(0,1,0,0,0,0,0\right)'$.

二、新凯恩斯 DSGE 模型

在 RBC 模型中，Kydland & Prescott(1982)将经济波动解释为对技术进步演化过程中随机冲击的最优反应。然而，Summers(1986)指出市场不完善性、价格调整成本、以及其他潜在影响经济波动的名义和实际的摩擦也是导致经济周期波动的其他来源。Ireland (2004)对 RBC 模型的经济环境进行了补充，在封闭经济中建立了一个新凯恩斯框架下的 DSGE 模型。该模型分析了需求冲击、成本推断冲击、央行货币政策冲击和技术进步冲击对产出增长、通货膨胀和产出缺口波动的影响。

1、经济环境

经济中包含的经济主体有：家庭，企业和中央银行。

（1）家庭

与 RBC 模型一样，在这里假定经济中的家庭是同质的，并且，Ireland(2004)假定实际货币余额也能够带来正的直接效用，因此，代表性家庭的目标是最大化其跨期效用函数，即

$$\max U\left(0\right)=E_0\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u_t\ ,$$

其中 $\beta\in\left(0,1\right)$ 是贴现因子，效用函数 $u_t=u\left(c_t,n_t,m_t\right)$ 是消费、劳动(闲暇)和实际货币余额的函数，并且，Ireland(2004)设定的具体效用函数为：

$$u\left(c_t,m_t,n_t\right)=a_t\log c_t+\log\frac{m_t}{p_t}-\frac{n_t^{\xi}}{\xi} \tag{9.2.32}$$

其中 $\xi\geq 1$。

显然，效用与消费和实际货币余额有正向关系，而与劳动供给具有反向关系，即持有的实际货币余额和闲暇越多，效用就越大。而且，家庭的消费决策还受外生需求冲击 a_t 的影响。

另外，家庭以债券 b_t 和货币 m_t 的形式持有其金融资产，债券的期限是一期，且到期时

的名义利率为 r_t；当期的收入和金融资产一部分用于消费支出，另一部分以货币形式持有，剩下的用来购买债券。所以，家庭接受的流动性预算约束为：

$$p_t c_t + \frac{b_t}{r_t} + m_t = m_{t-1} + b_{t-1} + \tau_t + w_t n_t + d_t \tag{9.2.33}$$

其中，b_{t-1} 为家庭所持债券在 t 期所获收益的实际价值，b_t / r_t 为家庭在 $t+1$ 期所持债券收益折现到 t 期的实际价值。

由此可见，家庭可以通过三种途径来获得经济收入，①从中央银行获得转移支付 τ_t；②通过劳动获得的工资收入 $w_t n_t$；③家庭拥有一家中间产品企业，家庭从该企业所获得的股利 d_t。

因此，代表性家庭决策行为的最优化问题可表述为：

$$\begin{aligned} &\max_{c_t, m_t, b_t, n_t,} U = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[a_t \log c_t + \log \frac{m_t}{p_t} - \frac{n_t^{\xi}}{\xi} \right] \\ &s.t. \quad p_t c_t + \frac{b_t}{r_t} + m_t = m_{t-1} + b_{t-1} + \tau_t + w_t n_t + d_t \end{aligned} \tag{9.2.34}$$

求解上述最优化问题，即构造 Lagrange 函数：

$$L = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ a_t \log c_t + \log \frac{m_t}{p_t} - \frac{n_t^{\xi}}{\xi} - \lambda_t \left(p_t c_t + \frac{b_t}{r_t} + m_t - m_{t-1} - b_{t-1} - \tau_t - w_t n_t - d_t \right) \right\}$$

分别求关于消费、劳动、债券持有量和现金持有量的偏导，化简后可得到代表性家庭决策行为的一阶条件：

$$\left(\frac{w_t}{p_t}\right)\left(\frac{a_t}{c_t}\right) = n_t^{\xi-1} \tag{9.2.35}$$

$$\beta E_t \left\{ \left(\frac{1}{p_{t+1}}\right)\left(\frac{a_{t+1}}{c_{t+1}}\right) \right\} = \left(\frac{1}{r_t p_t}\right)\left(\frac{a_t}{c_t}\right) \tag{9.2.36}$$

$$\left(\frac{1}{m_t}\right) + \beta E_t \left\{ \left(\frac{1}{p_{t+1}}\right)\left(\frac{a_{t+1}}{c_{t+1}}\right) \right\} = \left(\frac{1}{p_t}\right)\left(\frac{a_t}{c_t}\right) \tag{9.2.37}$$

（2）企业

生产部门分为两类，最终产品生产企业和中间产品生产企业，前者使用中间产品来生产完全同质的最终产品，产品的无差别性决定了最终产品市场是完全竞争的；中间产品生产企业则使用家庭提供的劳动和资本按照不变替代弹性（CES）技术生产具有差异性的中间产品，因而中间产品市场是垄断竞争的。根据 Calvo(1983)加总技术，中间产品生产企业在决定价格时面临着价格粘性。显然，价格粘性的存在体现了新凯恩斯主义模型的特点。

(i) 最终产品生产企业

完全竞争的最终产品生产企业利用连续统多的中间投入品 y_{it} 进行生产（$i\in(0,1)$），并且假设最终产品企业的生产技术是规模报酬不变，CES 生产函数为：

$$y_t=\left\{\int_0^1 y_{it}^{\frac{\theta_t-1}{\theta_t}}di\right\}^{\frac{\theta_t}{\theta_t-1}} \tag{9.2.38}$$

另外，最终产品生产企业的目标是利润最大化：

$$\max_{y_{it}}\Pi_t^F=p_t y_t-\int_0^1 p_{it}y_{it}di \tag{9.2.39}$$

其中 p_{it} 代表中间产品 y_{it} 的价格。求解该最优化问题

$$L=E_t\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left\{p_t\left\{\int_0^1 y_{it}^{\frac{\theta_t-1}{\theta_t}}di\right\}^{\frac{\theta_t}{\theta_t-1}}-\int_0^1 p_{it}y_{it}di\right\}$$

由 FOC 条件，可得到中间产品 y_{it} 的需求函数：

$$y_{it}=y_t\left\{\frac{p_{it}}{p_t}\right\}^{-\theta_t} \tag{9.2.40}$$

其中参数 θ_t 为第 i 种中间产品的价格高出边际成本的涨幅，θ_t 的随机性表明，这种经济环境中存在成本推动型冲击。p_t 为最终产品的价格，最终产品市场的完全竞争性意味着总价格水平 p_t 满足：

$$p_t=\left\{\int_0^1 p_{it}^{1-\theta_t}di\right\}^{\frac{1}{1-\theta_t}} \tag{9.2.41}$$

(ii) 中间产品生产企业

假设生产最终产品需要连续统多的中间产品，区间 $[0,\ 1]$ 上的每一点代表一种特殊中间产品，每种中间产品由唯一的中间产品厂商生产，由于产品之间存在差异性，所以不是完全可替代的，意味着中间产品厂商存在一定程度的垄断性，即中间产品厂商是垄断竞争的。假设中间产品厂商有自主定价权，但价格调整具有粘性，即中间产品厂商将面临调整价格的成本。

假设中间产品厂商以一定的成本价格（工资）只利用家庭提供的劳动来进行生产，生产函数如下：

$$y_{it}=z_t n_{it} \tag{9.2.42}$$

其中n_{it}代表垄断竞争的中间产品厂商i在t期投入的劳动量，z_t代表垄断竞争的中间产品厂商在t期的生产率冲击，从而$z_t n_{it}$代表垄断竞争的中间产品厂商i在t期投入的有效劳动量。

生产过程中，中间产品厂商i以工资w_t雇用劳动，所以总的名义工资为$w_t n_{it}$；并且，假设中间产品厂商调整价格的实际成本为

$$\chi\left(p_{it},p_{it-1}\right)=\frac{\phi}{2}\left[\frac{p_{it}}{\bar{\pi}p_{it-1}}-1\right]^2 y_t,\quad \phi>0 \tag{9.2.43}$$

其中参数$\bar{\pi}$为中央银行设定的目标通货膨胀率，ϕ表示价格粘性程度。

于是，中间产品厂商i所获得的实际股利（即实际利润）为

$$\frac{d_t}{p_t}=\left\{\frac{p_{it}y_{it}-w_t n_{it}}{p_t}-\chi\left(p_{it},p_{it-1}\right)\right\} \tag{9.2.44}$$

由于每个中间产品厂商的产品是对称性地进入最终产品厂商的生产函数，因此可以集中分析代表性中间产品厂商。该厂商由代表性家庭所拥有，并通过调整其产品的价格来实现利润最大化：

$$\max_{p_{it}}\Pi_{it}^{I}=E_0\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left(\frac{a_t}{c_t}\right)\left(\frac{d_t}{p_t}\right) \tag{9.2.45}$$

$$s.t.\quad y_{it}=z_t n_{it}$$

$$y_{it}=y_t\left\{\frac{p_{it}}{p_t}\right\}^{-\theta_t} \tag{9.2.46}$$

其中，a_t/c_t是在t期利润增加一单位代表性家庭的边际效用。

因此，中间产品厂商利润最大化的 Lagrange 函数

$$L=E_t\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left\{\left(\frac{a_t}{c_t}\right)\left[\left(\frac{p_{it}}{p_t}\right)^{1-\theta_t}y_t-\frac{w_t y_t}{z_t p_t}\left(\frac{p_{it}}{p_t}\right)^{-\theta_t}-\frac{\phi}{2}\left(\frac{p_{it}}{\bar{\pi}p_{it-1}}-1\right)^2 y_t\right]\right\}$$

于是，厂商i利润最大化的一阶条件为：

$$\begin{aligned}(\theta_t-1)\left(\frac{p_{it}}{p_t}\right)^{-\theta_t}\frac{y_t}{p_t}=\theta_t\left(\frac{p_{it}}{p_t}\right)^{-\theta_t-1}\frac{w_t}{p_t}\frac{y_t}{z_t}\frac{1}{p_t}-\left\{\phi\left[\frac{p_{it}}{\bar{\pi}p_{it-1}}-1\right]\frac{y_t}{\bar{\pi}p_{it-1}}-\right.\\ \left.\beta\phi E_t\left(\frac{a_{t+1}}{a_t}\frac{c_t}{c_{t+1}}\left(\frac{p_{it+1}}{\bar{\pi}p_{it}}-1\right)\frac{y_{t+1}p_{it+1}}{\bar{\pi}p_{it}^2}\right)\right\}\end{aligned} \tag{9.2.47}$$

显然，(9.2.47)式左边反映了厂商提高价格的边际产出，右边反映了相应的边际成本。

特别，在完全价格弹性$\left(\phi=0\right)$的情况下，式(9.2.47)中没有动态部分，价格设定规则简

化为：

$$p_{it}=\frac{\theta_t}{1-\theta_t}\frac{w_t}{z_t}$$

其中 $\frac{\theta_t}{1-\theta_t}$ 是价格高出边际成本 w_t/z_t 的标准涨幅。

在“粘性价格”$(\phi>0)$ 的情况下，提高价格导致边际成本有两部分的增加：价格调整的直接成本，以及价格调整（根据家庭在面临这一变化时的边际效用调整）的预期贴现成本。

（3）中央银行

中央银行根据泰勒法则(Taylor Rule)选择名义利率。本部分就是通过分析以上市场行为，构造约束条件，并采用 Lagrange 乘数法得到一阶条件，从而构造出具有粘性价格的 DSGE 模型。

中央银行根据泰勒规则(Taylor Rule)选择名义利率，从而 Ireland(2004)引入了外生的货币政策冲击。这里将泰勒规则表示成所有变量偏离稳态值的对数形式，即：

$$\tilde{r}_t=\rho_r\tilde{r}_{t-1}+\rho_\pi\tilde{\pi}_t+\rho_g\tilde{g}_t+\rho_o\tilde{o}_t+\varepsilon_{rt}\text{，}\ \varepsilon_{rt}\sim IIDN(0,\sigma_{\varepsilon_r}^2) \tag{9.2.48}$$

其中 $\tilde{\pi}_t$ 为总通货膨胀率，$\tilde{g}_t$ 为产出的总增长率，$\tilde{o}_t$ 为产出缺口。参数 $\rho_i,i=r,\pi,g,o$ 表示相应的弹性。显然，把 $\tilde{r}_{t-1}$ 纳入泰勒规则表示货币政策根据需求和技术冲击进行渐进调整。

产出缺口是实际产出 y_t 与产能(Capacity Output) $\hat{y}_t$ 之比，产能被定义为“有效”产出水平，它等于社会计划者所选择的产出水平，即“有效”产出水平由最优化问题：

$$\max_{\hat{y}_t,n_{it}}U^s=E_0\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left\{a_t\log\hat{y}_t-\frac{1}{\xi}\left(\int_0^1 n_{it}di\right)^{\xi}\right\} \tag{9.2.49}$$

$$s.t.\quad \hat{y}_t=z_t\left(\int_0^1 n_{it}^{\frac{\theta_t-1}{\theta_t}}di\right)^{\frac{\theta_t}{\theta_t-1}} \tag{9.2.50}$$

决定。

该最优化问题的解为：

$$\hat{y}_t=a_t^{\frac{1}{\xi}}z_t \tag{9.2.51}$$

（4）随机设定

除了(9.2.48)式中的货币政策冲击 ε_{rt} 外，模型还存在需求冲击 a_t、技术冲击 z_t 和成本推动冲击 θ_t。除 $\varepsilon_{rt}\sim IIDN(0,\sigma_{\varepsilon_r}^2)$ 外，后三种的变化如下：

$$\log(a_t)=(1-\rho_a)\log(\bar{a})+\rho_a\log(a_{t-1})+\varepsilon_{at}\text{，}\ \varepsilon_{at}\sim IIDN(0,\sigma_{\varepsilon_a}^2) \tag{9.2.52}$$

$$\log(z_t) = \log(\bar{z}) + \log(z_{t-1}) + \varepsilon_{zt}, \quad \varepsilon_{zt} \sim IIDN(0, \sigma_{\varepsilon_z}^2) \tag{9.2.53}$$

$$\log(\theta_t) = (1-\rho_\theta)\log(\bar{\theta}) + \rho_\theta \log(\theta_{t-1}) + \varepsilon_{\theta t}, \quad \varepsilon_{\theta t} \sim IIDN(0, \sigma_{\varepsilon_\theta}^2) \tag{9.2.54}$$

其中$|\rho_i|<1$，$i=a,\theta$；并且$\bar{a}>1$，$\bar{z}>1$，$\bar{\theta}>1$。注意到，技术冲击是非平稳的，它的对数是一个随机游走过程。这就导致模型中内生变量产生类似的行为。这里通过z_t来标准化模型中的其它变量，进而使模型平稳化。对于z_t本身，通过差分可以导出其平稳性。

模型还需要通过另外两步才能完成。第一步在中间产品企业中按对称性进行统一，假设中间产品厂商的数量标准化为 1，对称性意味着：

$$y_{it} = y_t, n_{it} = n_t, p_{it} = p_t, d_{it} = d_t \tag{9.2.55}$$

第二步要求货币和债券市场出清：

$$m_t = m_{t-1} + \tau_t \tag{9.2.56}$$

$$b_t = b_{t-1} = 0 \tag{9.2.57}$$

2、非线性化系统

以模型目前的形式，共存在 12 个方程，家庭的一阶条件和预算约束、总生产函数、中间产品厂商支付给家庭的实际股利、中间产品厂商的一阶条件、结构冲击的随机设定以及产能的表达式。按照 Ireland (2004)的实证方法，重点是将这些方程线性化进而简化为由 IS 曲线、菲利普斯曲线、泰勒规则、三个外生冲击设定以及产出增长率和产出缺口的定义方程，由这 8 个方程所构成的方程组。

设通过z_t标准化的变量依次为

$$\ddot{y}_t = \frac{y_t}{z_t}, \ddot{c}_t = \frac{c_t}{z_t}, \ddot{\hat{y}}_t = \frac{\hat{y}_t}{z_t}, \pi_t = \frac{p_t}{p_{t-1}}$$

$$\ddot{d}_t = \frac{(d_t/p_t)}{z_t}, \ddot{w}_t = \frac{(w_t/p_t)}{z_t}, \ddot{m}_t = \frac{(m_t/p_t)}{z_t}, \ddot{z}_t = \frac{z_t}{z_{t-1}}$$

并根据标准化变量简化模型。

首先，由式(9.2.44)的实际股利表达式，可得均衡时家庭的预算约束为：

$$\ddot{y}_t = \ddot{c}_t + \frac{\phi}{2}\left(\frac{\pi_t}{\pi} - 1\right)^2 \ddot{y}_t \tag{9.2.58}$$

其次，在式(9.2.36)中，家庭的一阶条件可标准化为：

$$\frac{a_t}{\ddot{c}_t} = \beta r_t E_t\left\{\frac{a_{t+1}}{\ddot{c}_{t+1}} \times \frac{1}{\ddot{z}_{t+1}} \times \frac{1}{\pi_{t+1}}\right\} \tag{9.2.59}$$

然后，合并家庭的其他一阶条件、式(9.2.44)的实际股利和总生产函数，可消除方程组中的工资、货币、劳动、股利和产能。

另外，再将产出缺口的表达式引入方程组：

$$o_t \equiv \frac{y_t}{\hat{y}_t} = \frac{\ddot{y}_t}{a_t^{\frac{1}{\xi}}} \tag{9.2.60}$$

最后，由标准化中间产品产生的一阶条件和随机冲击的设定，可以得到下面的非线性系统：

$$\ddot{y}_t = \ddot{c}_t + \frac{\phi}{2}\left(\frac{\pi_t}{\overline{\pi}} - 1\right)^2 \ddot{y}_t \tag{9.2.61}$$

$$\frac{a_t}{\ddot{c}_t} = \beta r_t E_t \left\{ \frac{a_{t+1}}{\ddot{c}_{t+1}} \times \frac{1}{\ddot{z}_{t+1}} \times \frac{1}{\pi_{t+1}} \right\} \tag{9.2.62}$$

$$1-\theta_t + \theta_t \frac{\ddot{c}_t}{a_t} \ddot{y}_t^{\xi-1} - \phi\left(\frac{\pi_t}{\overline{\pi}} - 1\right)\frac{\pi_t}{\overline{\pi}} + \beta\phi E_t \left\{ \frac{\ddot{c}_t a_{t+1}}{\ddot{c}_{t+1} a_t} \left(\frac{\pi_{t+1}}{\bar{\pi}} - 1\right) \frac{\pi_{t+1}}{\bar{\pi}} \frac{\ddot{y}_{t+1}}{\ddot{y}_t} \right\} = 0 \tag{9.2.63}$$

$$g_t = \frac{\ddot{z}_t \ddot{y}_t}{\ddot{y}_{t-1}} \tag{9.2.64}$$

$$o_t = \frac{y_t}{\hat{y}_t} = \frac{\ddot{y}_t}{a_t^{\frac{1}{\xi}}} \tag{9.2.65}$$

$$\log(a_t) = (1-\rho_a)\log(\overline{a}) + \rho_a \log(a_{t-1}) + \varepsilon_{at} \tag{9.2.66}$$

$$\log(\ddot{z}_t) = \log(\overline{z}) + \varepsilon_{zt} \tag{9.2.67}$$

$$\log(\theta_t) = (1-\rho_\theta)\log(\overline{\theta}) + \rho_\theta \log(\theta_{t-1}) + \varepsilon_{\theta t} \tag{9.2.68}$$

再加上泰勒规则，就得到需要线性化的 DSGE 模型。

3、对数线性化

（1）内生变量的稳态

利用上述方程组计算内生变量的稳态值：

$$\overline{r} = \frac{\overline{z}}{\beta}\overline{\pi} \tag{9.2.69}$$

$$\overline{c} = \overline{y} = \left(\overline{a}\,\frac{\overline{\theta}-1}{\overline{\theta}}\right)^{\frac{1}{\xi}} \tag{9.2.70}$$

$$\overline{o} = \left(\frac{\overline{\theta}-1}{\overline{\theta}}\right)^{\frac{1}{\xi}} \tag{9.2.71}$$

（2）DSGE 模型对数线性化

将式(9.2.61)- (9.2.68)在稳态值处进行对数线性逼近，即每个方程中的变量均替换为其偏离稳态的对数形式，如$\tilde{c}_t = \log\left(\frac{c_t}{c}\right)$。经对数线性化处理，得到非线性系统的线性化方程组为：

$$\tilde{y}_t = \tilde{c}_t \tag{9.2.72}$$

$$0 = \tilde{r}_t - E_t\left(\tilde{\pi}_{t+1}\right) - E_t\left(\tilde{y}_{t+1}\right) + \tilde{y}_t - \tilde{a}_t + E_t\left(\tilde{a}_{t+1}\right) \tag{9.2.73}$$

$$\tilde{\pi}_t = \beta E_t\left(\tilde{\pi}_{t+1}\right) + \varphi\tilde{o}_t - \tilde{e}_t \tag{9.2.74}$$

$$\tilde{g}_t - \tilde{z}_t - \tilde{y}_t + \tilde{y}_{t-1} = 0 \tag{9.2.75}$$

$$\tilde{o}_t - \tilde{y}_t + \frac{1}{\xi}\tilde{a}_t = 0 \tag{9.2.76}$$

$$\tilde{a}_t = \rho_a\tilde{a}_{t-1} + \varepsilon_{at} \tag{9.2.77}$$

$$\tilde{e}_t = \rho_e\tilde{e}_{t-1} + \varepsilon_{et} \tag{9.2.78}$$

$$\tilde{z}_t = \varepsilon_{zt} \tag{9.2.79}$$

其中

$$\tilde{e}_t = \frac{1}{\phi}\tilde{\theta}_t$$

$$\varepsilon_{et} \sim IIDN(0, \sigma_{\varepsilon_e}^2)$$

$$\varphi = \frac{\xi\left(\bar{\theta} - 1\right)}{\phi}$$

并对线性化的方程组进行如下处理：

首先，根据(9.2.72)式，把其余方程中的$\tilde{c}_t$用$\tilde{y}_t$代替；

其次，将(9.2.76)式中的$\tilde{y}_t$代入(9.2.73)式中，可以得到：

$$\tilde{o}_t = E_t\tilde{o}_{t+1} - \left(\tilde{r}_t - E_t\tilde{\pi}_{t+1}\right) + \left(1 - \xi^{-1}\right)\left(1 - \rho_a\right)\tilde{a}_t \tag{9.2.80}$$

然后，将泰勒规则加入到线性化方程组中，得到最终的线性化方程组：

$$\tilde{o}_t = E_t\tilde{o}_{t+1} - \left(\tilde{r}_t - E_t\tilde{\pi}_{t+1}\right) + \left(1 - \xi^{-1}\right)\left(1 - \rho_a\right)\tilde{a}_t$$

$$\tilde{\pi}_t = \beta E_t\left(\tilde{\pi}_{t+1}\right) + \varphi\tilde{o}_t - \tilde{e}_t$$

$$\tilde{g}_t - \tilde{z}_t - \tilde{y}_t + \tilde{y}_{t-1} = 0$$

$$\tilde{r}_t = \rho_r \tilde{r}_{t-1} + \rho_\pi \tilde{\pi}_t + \rho_g \tilde{g}_t + \rho_o \tilde{o}_t + \varepsilon_{rt}$$

$$\tilde{o}_t - \tilde{y}_t + \frac{1}{\xi}\tilde{a}_t = 0$$

$$\tilde{a}_t = \rho_a \tilde{a}_{t-1} + \varepsilon_{at}$$

$$\tilde{\theta}_t = \rho_\theta \tilde{\theta}_{t-1} + \varepsilon_{\theta t}$$

$$\tilde{z}_t = \varepsilon_{zt}$$

最后，再对上述线性化方程组进行简单变换，使其只包含t期和$t+1$期的变量，并利用期望误差消除模型中的期望算子$E_t(\cdot)$，即：

$$E_t(\tilde{\pi}_{t+1}) = \tilde{\pi}_{t+1} + \eta_{\pi t+1}，\quad \eta_{\pi t+1} \sim IIDN(0, \sigma^2_{\eta_\pi})$$

$$E_t(\tilde{o}_{t+1}) = \tilde{o}_{t+1} + \eta_{ot+1}，\quad \eta_{ot+1} \sim IIDN(0, \sigma^2_{\eta_o})$$

最终得到：

$$\tilde{o}_t - \tilde{o}_{t+1} + (\tilde{r}_t - \tilde{\pi}_{t+1}) - (1-\xi^{-1})(1-\rho_a)\tilde{a}_t - \eta_{ot+1} - \eta_{\pi t+1} = 0 \tag{9.2.81}$$

$$\tilde{\pi}_t - \beta\tilde{\pi}_{t+1} - \varphi\tilde{o}_t + \tilde{e}_t - \eta_{\pi t+1} = 0 \tag{9.2.82}$$

$$\tilde{g}_{t+1} - \tilde{y}_{t+1} + \tilde{y}_t - \varepsilon_{zt+1} = 0 \tag{9.2.83}$$

$$\tilde{o}_{t+1} - \tilde{y}_{t+1} + \frac{1}{\xi}\tilde{a}_{t+1} = 0 \tag{9.2.84}$$

$$\tilde{r}_{t+1} - \rho_r \tilde{r}_t - \rho_\pi \tilde{\pi}_{t+1} - \rho_g \tilde{g}_{t+1} - \rho_o \tilde{o}_{t+1} - \varepsilon_{rt+1} = 0 \tag{9.2.85}$$

$$\tilde{a}_{t+1} - \rho_a \tilde{a}_t - \varepsilon_{at+1} = 0 \tag{9.2.86}$$

$$\tilde{e}_{t+1} - \rho_e \tilde{e}_t - \varepsilon_{et+1} = 0 \tag{9.2.87}$$

其中，式(9.2.81)为 IS 曲线，式(9.2.82)为菲利普斯曲线，式(9.2.85)为泰勒规则，式(9.2.83)和(9.2.84)分别为产出增长率和产出缺口的定义方程，式(9.2.86)和(9.2.87)是结构冲击的随机设定。

类似地，记结构冲击向量和期望误差向量分别为$u_t = (\varepsilon_{rt}, \varepsilon_{at}, \varepsilon_{et}, \varepsilon_{zt})'$和

$\eta_t = (\eta_{ot}, \eta_{\pi t})'$，记$x_t = (\tilde{o}_t, \tilde{o}_{t-1}, \tilde{\pi}_t, \tilde{\pi}_{t-1}, \tilde{y}_t, \tilde{r}_t, \tilde{g}_t, \tilde{a}_t, \tilde{e}_t, \tilde{z}_t)'$时，对数线性化模型(9.2.81)-

(9.2.87)可表示为线性系统

$$Ax_{t+1} = Bx_t + Cu_{t+1} + D\eta_{t+1} \tag{9.2.88}$$

DSGE 模型的 Bayesian 分析

自Kydland和Prescott（1982）提出DSGE模型以来，各种计量经济估计方法被用于估计DSGE模型。例如，Kydland和Prescott（1982）的参数校准方法、Christiano和 Eichenbaum (1992)的GMM估计法、Christiano、Eichenbaum和Evans (2005)的最小距离估计以及Altug (1989)、Kim (2000)和Ireland(2000)等使用的全信息极大似然估计（FIMLE，full-information likelihood-based estimation）方法。Altug (1989)和Bencivenga (1992)利用经典最优化方法给出了RBC模型线性近似解所表示的有约束VARMA模型（vector autoregressive-moving average model）的全信息极大似然估计，考虑到VARMA模型的滞后多项式是DSGE模型参数的非线性函数，估计时施加了一些识别约束条件。Christiano和Eichenbaum (1992)以RBC模型的稳态条件和相关的冲击过程选择矩方程提出了模型部分参数的GMM估计，由于RBC模型的参数多于矩方程个数，GMM估计只能识别部分参数。Hall (1996)和Fernández-Villaverde, et al (2009)指出无论FIML估计还是GMM估计为了识别模型参数都需要从经济理论出发施加一些一阶矩的条件，这样容易导致正确DSGE模型的误设，即为了实现DSGE模型的频率估计而产生模型误设。为此，Smith (1993)和 Gourieroux, et al (1993)指出使用间接推断(indirect inference, II)方法估计DSGE模型。并且，Dridi, et al (2007)进一步完善了DSGE模型II估计的理论方法。然而，使用II方法时，DSGE模型误设程度的检验和度量DSGE模型与数据的匹配性依赖于抽样理论。

自Landon & Lane(1998)提出DSGE模型的Bayesian分析方法以来，由于DSGE模型的似然函数是参数非线性的，后验分布的复杂性使得无法解析求解。因此，一般使用模拟算法逼近后验分布，而且因后验分布模拟算法的区别已提出了DSGE模型不同的Bayesian估计方法。DeJong et al (2000)提出了估计随机增长模型的重要抽样算法、Otrok (2001)、Smets & Wouter (2003, 2007)、Del Negro & Schorfheide (2004)和 Del Negro et al (2007)分别针对不同的DSGE模型给出了相应的Metropolis-Hasting抽样的MCMC算法；Adolfson et al (2007)、Lubik & Schorfheide (2007)、Kano (2009)、Justiniano & Preston (2010)、Rabanal & Tuesta (2010)和Guerrón-Quintana (2010)使用Metropolis-Hasting抽样的MCMC算法给出了开放经济DSGE模型的Bayesian估计方法。事实上，伴随着MCMC模拟器的计算能力增长，Bayesian方法能够估计和评价中大型规模的DSGE模型，近年来Bayesian分析方法已成为DSGE模型的主流估计方法。

对于DSGE模型，Bayesian分析方法的一般分析过程如下：

（1）将对数线性化的 DSGE 模型（线性系统）表示成状态空间模型；

（2）固定（校准）不可识别的参数，设定结构参数的先验分布；

（3）使用从先验分布和计算数据似然的Kalman滤波器抽样，数值计算后验密度；

（4）使用Metropolis算法从参数后验联合分布抽取一个序列，检验模拟分布收敛于后验分布；

（5）使用（4）中的模拟样本构造统计量，评价模型、检查分析结果对先验选择的敏感性。

下面将分别介绍上述各步骤。

一、DSGE 模型的状态空间模型表示

对于DSGE模型的线性系统表示，例如，对于

$$\mathbf{A}x_{t+1}=\mathbf{B}x_t+\mathbf{C}u_{t+1}+\mathbf{D}\eta_{t+1} \qquad (9.2.88)$$

由于存在内生决定的期望误差向量η_{t+1}，所以，为了将可观测变量$\{x_{t+s}\}_{s=1}^{\infty}$表示为外生结构冲击向量系统$\{u_{t+s}\}_{s=1}^{\infty}$和状态向量初始条件的函数，就必须求解内生决定的期望误差向量η_{t+1}，即，将内生的期望误差向量η_{t+1}表示成外生结构冲击向量系统的线性组合。

Blanchard & Kahn(1980)、Uhlig(1999)、Klein(2000)和Sims(2002)分别提出了求解DSGE模型的方法，这里主要介绍Sims (2002)求解线性理性预期的方法。

1、QZ分解

对于DSGE模型的线性系统（9.2.88），将矩阵**A**和**B**分别分解为酉矩阵**Q**和**Z**与上三角矩阵***Λ***和***Ω***的乘积，即

$$\mathbf{A}=\mathbf{Q}'\Lambda\mathbf{Z}',\quad \mathbf{B}=\mathbf{Q}'\Omega\mathbf{Z}'$$

其中，如果酉矩阵**Q**和**Z**包含复数，其转置运算表示复数元素求共轭运算后再转置。

尽管矩阵的**QZ**分解不是唯一的，但是，上三角矩阵**Ω**和**Λ**的对角线元素之比序列$\{\psi_i=\omega_{ii}/\lambda_{ii}\}$是唯一的。并且，依据**A**和**B**的广义特征值分别在**Λ**和**Ω**中按从左至右（绝对值）增加的顺序可唯一地确定（**Q**，**Z**，**Λ**，**Ω**），即对**Q**、**Z**、**Λ**和**Ω**设置了识别约束条件。

2、线性理性预期模型求解

用酉矩阵**Q**左乘式（9.2.88），并记$z_{t+1}=\mathbf{Z}'x_{t+1}$，得到

$$\Lambda z_t=\Omega z_{t-1}+\mathbf{QC}u_t+\mathbf{QD}\eta_t \qquad (9.3.1)$$

设$\bar{x}$是x_t中各变量的最大增长率，它也可能由经济问题的横截性条件确定。显然，如果增长率超过$\bar{x}$，系统就是扩散的。为此，存在整数k，对于$i>k$，$|\psi_i|=|\omega_{ii}/\lambda_{ii}|\geq\bar{x}$；对于$i\leq k$，$|\psi_i|<\bar{x}$，将（9.3.1）分解为非扩散的和扩散的两个块

$$\begin{pmatrix}\Lambda_{11} & \Lambda_{12}\\ 0 & \Lambda_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}z_{1t}\\ z_{2t}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\Omega_{11} & \Omega_{12}\\ 0 & \Omega_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}z_{1,t-1}\\ z_{2,t-1}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}Q_1\\ Q_2\end{pmatrix}[Cu_t+D\eta_t] \qquad (9.3.2)$$

并记，$w_{1t}=Q_1[Cu_t+D\eta_t]$、$w_{2t}=Q_2[Cu_t+D\eta_t]$，则（9.3.1）的扩散块为

$$\Lambda_{22}z_{2t}=\Omega_{22}z_{2,t-1}+w_{2t}$$

即

$$z_{2t}=Mz_{2,t+1}-\Omega_{22}^{-1}w_{2,t+1}$$

其中，$M=\Omega_{22}^{-1}\Lambda_{22}$.

由于 $\lim_{t\to\infty}M^t z_{2t}=0$，所以，

$$z_{2t}=-\sum_{i=0}^{\infty}M^i\Omega_{22}^{-1}w_{2,t+1+i}=-\sum_{i=0}^{\infty}M^i\Omega_{22}^{-1}Q_2[Cu_{t+1+i}+D\eta_{t+1+i}] \qquad (9.3.3)$$

即，z_{2t}是未来结构冲击和期望误差的函数。因为

$$E_t(u_{t+s})=0,\quad E_t(\eta_{t+s})=0\quad,\ s>0 \qquad (9.3.4)$$

在t期，对（9.3.3）求期望，由于左侧

$$E_t(z_{2t})=z_{2t} \qquad (9.3.5)$$

于是，

$$\begin{aligned}&\sum_{i=0}^{\infty}(\Omega_{22}^{-1}\Lambda_{22})^i\Omega_{22}^{-1}Q_2[Cu_{t+1+i}+D\eta_{t+1+i}]\\&=E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\Omega_{22}^{-1}\Lambda_{22})^i\Omega_{22}^{-1}Q_2[Cu_{t+1+i}+D\eta_{t+1+i}]\end{aligned} \qquad (9.3.6)$$

实际上，式（9.3.6）为其右侧和期望误差施加了某些约束，并且，由式（9.3.4）得到

$$\sum_{i=0}^{\infty}(\Omega_{22}^{-1}\Lambda_{22})^i\Omega_{22}^{-1}Q_2[Cu_{t+1+i}+D\eta_{t+1+i}]=0$$

在已知t+1期信息的条件下，求条件期望、消除未来的冲击项，并改为t期，得到

$$Q_2D\eta_t=-Q_2Cu_t \qquad (9.3.7)$$

即$Q_2D\eta_t$是外生结构冲击的线性组合。

因此，Sims（2002）从式（9.3.7）得到，DSGE模型的线性系统（9.2.88）存在解的充分必要条件是Q_2C的空间被包含在Q_2D的空间。

于是，假设线性系统（9.2.88）的解存在，由式（9.3.1）和（9.3.7）可得到关于变量z_t的稳定（stable）系统。但是，由于式（9.3.1）中的非扩散块

$$\begin{pmatrix}\Lambda_{11} & \Lambda_{12}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}z_{1t}\\ z_{2t}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\Omega_{11} & \Omega_{12}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}z_{1,t-1}\\ z_{2,t-1}\end{pmatrix}+Q_1[Cu_t+D\eta_t]$$

包含内生期望误差项$Q_1D\eta_t$，如果从$Q_2D\eta_t$不能充分确定$Q_1D\eta_t$，则DSGE模型系统的解

不唯一。显然，行空间Q_1包含在Q_2的行空间是式（9.3.1）存在唯一解的充分必要条件，即存在矩阵Φ，使得

$$Q_1 D = \Phi Q_2 D$$

用矩阵$\begin{pmatrix} I & -\Phi \end{pmatrix}$左乘（9.3.2）

$$\begin{pmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ 0 & \Lambda_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} z_{1t} \\ z_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ 0 & \Omega_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} z_{1,t-1} \\ z_{2,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix}\left[Cu_t + D\eta_t\right]$$

即可得到

$$\begin{pmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} - \Phi\Lambda_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} z_{1t} \\ z_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} - \Phi\Omega_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} z_{1,t-1} \\ z_{2,t-1} \end{pmatrix} + \left(Q_1 - Q_2\Phi\right)Cu_t \tag{9.3.8}$$

于是，对于原变量x_t，DSGE模型可表示为

$$x_t = \Theta_0 x_{t-1} + \Theta_1 u_t \tag{9.3.9}$$

其中，$H = Z\begin{pmatrix} \Lambda_{11}^{-1} & \Lambda_{11}^{-1}\left(\Lambda_{12} - \Phi\Lambda_{22}\right) \\ 0 & I \end{pmatrix}$，$\Theta_0 = Z\Lambda_{11}^{-1}\left[\Omega_{11}\left(\Omega_{12} - \Phi\Omega_{22}\right)\right]Z'$ ，

$$\Theta_1 = H\begin{pmatrix} Q_1 - \Phi Q_2 \\ 0 \end{pmatrix}D$$

3、DSGE模型的状态空间表示

（1）状态空间模型

一般的状态空间模型包含可观测的变量y_t和不可观测的状态变量s_t，并且分别满足状态转移模型

$$s_t = A_t\left(s_{t-1}\right) + u_t\text{，}\quad u_t \sim \left(0,\quad \Sigma_t^u\right)\text{序列无关}$$

和测量模型

$$y_t = B_t\left(s_t\right) + u_t^m\text{，}\quad u_t^m \sim \left(0,\quad \Sigma_t^m\right)\text{序列无关}$$

其中，允许$A_t(\cdot)$和$B_t(\cdot)$是状态变量s_t的时变函数，并且设定了状态变量初始值s_0、u_t和u_t^m的分布。

特别，如果$A_t(\cdot)$和$B_t(\cdot)$是线性变换，s_0、u_t和u_t^m均服从正态分布，则被称为线性正态状态空间模型。

（2）DSGE模型的状态空间模型表示

对于DSGE模型，将式（9.3.9）设定为状态空间模型，即，状态转移模型和测量模型分别设定为

$$s_t = \Theta_0 s_{t-1} + \Theta_1 u_t \tag{9.3.10}$$

和

$$y_t = Gx_t + Bs_t + Hu_t^m \tag{9.3.11}$$

其中，x_t 是外生变量或前定变量向量。

假设状态冲击和测量方程的误差服从联合正态分布，即，

$$\begin{pmatrix} u_t \\ u_t^m \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \Sigma_u & 0 \\ 0 & \Sigma_m \end{pmatrix} \right)$$

并且，对于所有t和i，$\begin{pmatrix} u_t \\ u_t^m \end{pmatrix}$和$\begin{pmatrix} u_{t-i} \\ u_{t-i}^m \end{pmatrix}$相互独立；初始状态 $s_0 \sim N\left(\bar{s}_0, \ \bar{\Sigma}_0\right)$，对于所有$t$，

$E_t\left(u_t s_0^{'}\right) = 0$，$E_t\left(u_t^m s_0^{'}\right) = 0$.

对于一般的状态空间模型，外生或前定变量既可以包含在观测模型，也可以存在于状态转移模型。本章为了便于处理，设定所有的外生或前定变量仅仅包含于观测模型。例如，前定变量包括技术的长期增长率、稳态的通胀水平和稳态的名义利率等等。在DSGE模型中，u_t^m 被解释为理论模型的变量与实际统计部门所使用总量变量之间的差异，设定测量误差项 u_t^m 的目的是为了得到预测 y_t 时具有非奇异的预测协方差矩阵，否则，预测协方差矩阵的奇异性会妨碍状态空间模型的极大似然估计。一般地，如果 u_t 中的冲击个数少于 y_t 中的时间序列个数，DSGE模型导致 y_t 的协方差矩阵是降秩的（rank-deficient）。所以，添加测量误差 u_t^m 或者反映了测量模型中数据质量的不确定性，或者，增加了理论DSGE模型的随机性以解决奇异性问题。本章参照Smets & Wouters(2003)的方法，假设结构冲击个数至少和可观测变量个数一样多。

二、DSGE 模型的 Bayesian 分析

1、先验分布

在Bayesian分析中，参数的先验分布是对似然函数的加权，它概括了观测数据中未包含的信息。所以，Bayesian分析方法有助于解决极大似然估计中普遍存在的如下三方面问题。（1）结构参数的极大似然估计经常与样本外信息不一致；（2）DSGE模型的似然函数在参数区域内具有多峰性，该特征与微观证据相左；（3）似然函数在参数空间的一些维度上是平缓的，先验分布增加了似然函数的曲率（弯曲程度），改变了后验分布的形态，有助于数值优化计算。

在DSGE模型应用中，参数估计包含一些参数的校准（calibration）和其它参数的Bayesian推断。实际上，参数校准是一种特殊的Bayesian分析方法，它可被视为是参数先验密度为集中于某单一数值上退化分布的Bayesian推断，这时，似然对后验分布没有贡献、参数的后验密度与先验密度一致。

对于非校准参数，通常根据微观经济证据选择以结构参数校准值为中心的非退化先验分布；而且，因为宏观经济理论很少给出关于结构冲击波动性的信息，这些参数的先验分布应使得模型能够大致反映数据的波动性。先验分布的标准差一般反映了研究者主观先验的不确定性，可设定先验标准差使得覆盖现有估计范围。并且，为了避免对数据施加太多的结构，也可以选择固定范围上的发散先验（diffuse prior）。另外，先验分布的选择应简化Bayesian计算。

Canova（2005）认为，在DSGE模型的Bayesian分析中，对于有界正参数，例如，结构冲击的标准差参数，设定先验分布为Gamma分布或逆Gamma分布；对于介于0到1之间的参数，例如，冲击持久性参数、Calvo粘性参数、指示（indexation）参数和偏好持久性参数，设定先验分布为Beta分布；对于其余参数，设定先验分布为正态分布。

2、似然函数的计算

对于DSGE模型的状态空间模型表示（9.3.10）-（9.3.11），下面介绍其似然函数的Kalman滤波计算。

（1）状态空间模型似然函数的Kalman滤波计算

因为状态空间模型存在不可观测的状态变量s_t，即模型包含隐变量，于是，对于可观测变量之集$Y_i=\left\{y_j\right\}_{j=1}^{i}$和给定的$t$，状态变量$s_t$存在三种估计问题；如果$t=i$，称为滤波问题；如果$t>i$，称为预测问题；如果$t<i$，则称为平滑问题。并且，对于每个函数$s_t\left(Y_i\right)$，状态向量的三种最优估计均按照均方误最小化的准则使得函数$\hat{s}_t\left(Y_i\right)$满足

$$E\left[\left(s_t-s_t\left(Y_i\right)\right)\left(s_t-s_t\left(Y_i\right)\right)^{'}\right]\geq E\left[\left(s_t-\hat{s}_t\left(Y_i\right)\right)\left(s_t-\hat{s}_t\left(Y_i\right)\right)^{'}\right] \qquad (9.3.12)$$

即式（9.3.12）的左侧与右侧之差是半正定的。

于是，在条件Y_i下，状态向量的最优估计是

$$\hat{s}_t\left(Y_i\right)=E\left(s_t\,|\,Y_i\right)=\int s_t p\left(s_t\,|\,Y_i\right)ds_t \qquad (9.3.13)$$

由此可见，为了得到状态变量s_t的最优滤波估计$\hat{s}_t\left(Y_t\right)$、预测估计$\hat{s}_t\left(Y_{t-1}\right)$和平滑估计$\hat{s}_t\left(Y_T\right)$，必须寻找对应的条件滤波密度$p\left(s_t\,|\,Y_t\right)$、条件预测密度$p\left(s_t\,|\,Y_{t-1}\right)$和条件平滑密度$p\left(s_t\,|\,Y_T\right)$；然后，根据式（9.3.13）计算条件期望。类似地，为了计算可观测向量y_t的向前一步最优预测$\hat{y}_t\left(Y_{t-1}\right)=E\left(y_t\,|\,Y_{t-1}\right)$，也必须寻找条件密度$p\left(y_t\,|\,Y_{t-1}\right)$。

一般地，可按照如下的迭代过程构造所需要的条件密度。

（i）设置初始滤波密度 $p(s_0 | Y_0) = p(s_0)$；

（ii）已知滤波密度 $p(s_{t-1} | Y_{t-1})$ 后，根据

$$p(s_t | Y_{t-1}) = \int p(s_t | s_{t-1}) p(s_{t-1} | Y_{t-1}) ds_{t-1} \tag{9.3.14}$$

计算状态向量的预测密度；

（iii）计算观测向量的预测密度

$$p(y_t | Y_{t-1}) = \int p(y_t | s_t) p(s_t | Y_{t-1}) ds_t \tag{9.3.15}$$

（iv）计算状态向量的滤波密度

$$p(s_t | Y_t) = \frac{p(y_t | s_t) p(s_t | Y_{t-1})}{p(y_t | Y_{t-1})} \tag{9.3.16}$$

（v）重复步骤（ii）-（iv）直到 $t = T$.

另外，为了计算平滑估计 $E(s_t | Y_T)$，需要向后递归地计算条件平滑密度

$$p(s_t | Y_T) = p(s_t | Y_t) \int \frac{p(s_{t+1} | Y_T) p(s_{t+1} | s_t)}{p(s_{t+1} | Y_t)} ds_{t+1} \tag{9.3.17}$$

对于状态空间模型可观测向量的样本 $\{y_1, y_2, \cdots, y_T\}$，则似然函数为

$$p(y_1, y_2, \cdots, y_T) = \prod_{t=1}^{T} p(y_t | Y_{t-1}) \tag{9.3.18}$$

其中，条件预测密度 $p(y_t | Y_{t-1})$ 由式（9.3.14）-（9.3.16）计算。

于是，对于状态空间模型的参数向量 $\boldsymbol{\theta}$，可以利用上述迭代过程计算对数似然函数

$$\ln L(y_T | \boldsymbol{\theta}) = \sum_{t=1}^{T} \ln p(y_t | Y_{t-1}, \boldsymbol{\theta}) \tag{9.3.19}$$

这里须注意的是式（9.3.14）-（9.3.18）中的密度也是关于参数向量 $\boldsymbol{\theta}$ 的条件密度。

（2）DSGE模型似然函数的Kalman滤波计算

对于状态空间模型（9.3.10）和（9.3.11），Kalman滤波算法如下：

（i）选择初始条件

如果 Θ_0 的所有特征值的绝对值小于1，设初始条件是过程的无条件均值和协方差矩阵，

即 $s_{1|0} = E(s_1)$、$P_{1|0} = \Theta_0 P_{1|0} \Theta_0' + \Theta_1 \Sigma_u \Theta_1'$，或者，$vec(P_{1|0}) = \left(I - (\Theta_0 \otimes \Theta_0')^{-1}\right) vec(\Theta_1 \Sigma_u \Theta_1')$；

如果 Θ_0 存在绝对值大于1的特征值，初始条件不能从无条件分布抽取，一般需要依据推

测（$s_{1|0}=0$、$P_{1|0}=\kappa I$，κ充分大）开始迭代过程。

（ii） 使用到t-1期的信息预测 y_t

$$E\left(y_{t|t-1}\right)=Bs_{t|t-1} \tag{9.3.23}$$

构造预测均方误

$$\begin{aligned} E\left(y_t-y_{t|t-1}\right)\left(y_t-y_{t|t-1}\right)' &= EB'\left(s_t-s_{t|t-1}\right)\left(s_t-s_{t|t-1}\right)'B+H\Sigma_m H' \\ &= B'P_{t|t-1}B+H\Sigma_m H' \\ &= F_{t|t-1} \end{aligned} \tag{9.3.24}$$

（iii）观测 y_t 后更新状态方程估计

$$s_{t|t}=s_{t|t-1}+P_{t|t-1}BF_{t|t-1}^{-1}\left(y_t-Bs_{t|t-1}\right) \tag{9.3.25}$$

$$P_{t|t}=P_{t|t-1}-P_{t|t-1}B'F_{t|t-1}^{-1}BP_{t|t-1} \tag{9.3.26}$$

（iv）预测下一期状态随机变量

$$s_{t+1|t}=\Theta_0 s_{t|t}=\Theta_0 s_{t|t-1}+K_t v_t \tag{9.3.27}$$

$$P_{t+1|t}=\Theta_0 P_{t|t}\Theta_0'+\Theta_1\Sigma_u\Theta_1' \tag{9.3.28}$$

其中，$K_t=\Theta_0 P_{t|t-1}BF_{t|t-1}^{-1}$是Kalman增益（gain），$v_t=y_t-\hat{y}_{t|t-1}=y_t-Bs_{t|t-1}$是向前一步的预测误差；

(v) 重复（ii）-（iv）直到$t=T$.

在正态性假设（9.3.20）-（9.3.22）下，条件分布$p\left(y_t\,|\,Y_{t-1}\right)$是具有均值$y_{t|t-1}$和协方差矩阵$F_{t|t-1}$的n维正态分布，其条件密度函数为

$$p\left(y_t\,|\,Y_{t-1},\boldsymbol{\theta}\right)=\left[\left(2\pi\right)^{n/2}\sqrt{\left|F_{t|t-1}\right|}\right]^{-1}\exp\left\{-1/2\left(y_t-\hat{y}_{t|t-1}\right)'F_{t|t-1}^{-1}\left(y_t-\hat{y}_{t|t-1}\right)\right\} \tag{9.3.29}$$

因此，对数似然函数是

$$\begin{aligned} \ln L\left(Y_T\,|\,\boldsymbol{\theta}\right) &= \ln p\left(y_1,\cdots,y_T\,|\,\boldsymbol{\theta}\right) \\ &= -\frac{Tn}{2}\ln\left(2\pi\right)-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\ln\left|F_{t|t-1}\right|-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}v_t'F_{t|t-1}^{-1}v_t \end{aligned} \tag{9.3.30}$$

从上述Kalman滤波算法可知，协方差矩阵序列$\left\{P_{t|t-1}\right\}_{t=1}^{T}$、$\left\{P_{t|t}\right\}_{t=1}^{T}$和$\left\{F_{t|t-1}\right\}_{t=1}^{T}$依赖于状态空间模型的系数矩阵$\Theta_0$、$\Theta_1$、$B$和$H$，以及初始条件（i），但是，与观测值$Y_T$无关。

于是，根据Hamilton (1994)可以证明，如果矩阵Θ_0的特征根在单位圆之内，$\Theta_1\Sigma_u\Theta_1^{'}$和$H\Sigma_m H^{'}$是半正定的，并且之一是严格正定的，则当$T\to\infty$时，序列$\left\{P_{t|t-1}\right\}_{t=1}^{T}$收敛于唯一的稳态矩阵$P$.

事实上，将式（9.3.24）和（9.3.26）代入（9.3.28），得到矩阵差分方程：

$$P_{t+1|t}=\Theta_0\left[P_{t|t-1}-P_{t|t-1}B^{'}\left(B^{'}P_{t|t-1}B+H\Sigma_m H^{'}\right)^{-1}BP_{t|t-1}\right]\Theta_0^{'}+\Theta_1\Sigma_u\Theta_1^{'} \qquad (9.3.31)$$

并据此得到稳态矩阵P的数值解。

同时，由式(9.3.24)和(9.3.26)可得，序列$\left\{P_{t|t-1}\right\}_{t=1}^{T}$收敛性蕴含了序列$\left\{F_{t|t-1}\right\}_{t=1}^{T}$和$\left\{K_t\right\}_{t=1}^{T}$的收敛性，因此，显著降低了数值计算时间。

另外，当状态空间模型（9.3.10）和（9.3.11）的误差项服从非正态分布时，上述Kalman滤波估计方法即为拟极大似然估计（quasi-maximum likelihood estimation）。并且，在适当的条件下，拟极大似然估计依然是一致的渐近正态估计。

3、后验分布的数值计算

在 DSGE 模型存在唯一稳定解的假设下，可以使用 RWM 算法（Random Walk Metropolis algorithm）直接实现状态空间模型（9.3.10）和（9.3.11）的后验分布数值计算。下面首先介绍最大化对数后验核函数的数值优化算法——RWM 算法。

RWM算法：

（i）数值求解参数向量对数后验核函数的最大化值，即，计算参数向量的后验众数（posterior mode）$\tilde{\boldsymbol{\theta}}$；

（ii）$\boldsymbol{\Sigma}_{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}^{-1}$是对数后验核函数在后验众数处Hessian矩阵的逆；

（iii）从多元正态分布$N\left(\tilde{\boldsymbol{\theta}},\ \boldsymbol{\Sigma}_{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}^{-1}\right)$抽取样本$\boldsymbol{\theta}^0$；

（iv）对于$k=1,2$，…，N_{sim}，从多元正态分布$N\left(\boldsymbol{\theta}^{k-1},\ c\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\theta}}^{-1}\right)$抽取样本$\boldsymbol{\theta}^{ac}$，其中，c 是改善算法效率的规模因子；

（v）依概率$\min\left\{1,\ r\left(\boldsymbol{\theta}^{k-1},\boldsymbol{\theta}^{ac}\mid Y_T\right)\right\}$更新$\boldsymbol{\theta}^{k-1}$，即$\boldsymbol{\theta}^k=\boldsymbol{\theta}^{ac}$；或者，依概率$1-\min\left\{1,\ r\left(\boldsymbol{\theta}^{k-1},\boldsymbol{\theta}^{ac}\mid Y_T\right)\right\}$保留$\boldsymbol{\theta}^{k-1}$，即$\boldsymbol{\theta}^k=\boldsymbol{\theta}^{k-1}$；其中，

$$r\left(\boldsymbol{\theta}^{k-1},\boldsymbol{\theta}^{ac}\mid Y_T\right)=\frac{\exp\left(\ln L\left(Y_T\mid\boldsymbol{\theta}^{ac}\right)+\sum_{i=1}^{N}\ln p\left(\boldsymbol{\theta}_i^{ac}\right)\right)}{\exp\left(\ln L\left(Y_T\mid\boldsymbol{\theta}^{k-1}\right)+\sum_{i=1}^{N}\ln p\left(\boldsymbol{\theta}_i^{k-1}\right)\right)}$$

在使用RWM算法时，因为被接受的抽样序列$\left\{\boldsymbol{\theta}^k\right\}_{k=0}^{N_{sim}}$是序列相关的，所以可适当选择抽

样次数N_{sim}和规模因子c以保证序列$\left\{\boldsymbol{\theta}^k\right\}_{k=N_{burn_in}}^{N_{sim}}$收敛于后验分布，即截取前$N_{burn_in}$个样本。

另外，为了避免局部最优问题，应从参数空间的不同区域开始MCMC计算，或者，简单地进行并行后验模拟，并利用Gelman-Rubin诊断统计量诊断MCMC链的收敛性。如果MCMC链收敛，则可以利用$\frac{1}{N_{sim}}\sum_{k=1}^{N_{sim}} h\left(\boldsymbol{\theta}^k\right)$近似参数函数$h\left(\boldsymbol{\theta}\right)$的后验期望。特别，在DSGE模型的分析中，常常需要计算参数后验均值和参数90%的置信区间、脉冲响应函数的置信区间和变量二阶矩等等的近似值。

4、DSGE模型的识别

众所周知，有价值的计量经济学简化型模型必须具有从观测样本推断经济理论模型结构参数的能力，即计量模型是可识别的。但是，下面四种情形可能影响计量模型的识别。

（1）观测等价

如果对于不同的结构模型M_1和M_2，以及估计（简化型）模型的损失函数$L\left(\boldsymbol{\theta},\quad M\right)$，

$$\min_{\boldsymbol{\theta}} L\left(\boldsymbol{\theta},\quad M_1\right)=\min_{\boldsymbol{\xi}} L\left(\boldsymbol{\xi},\quad M_2\right)$$

则称计量模型存在观测等价（observational equivalence）问题，其中，$\boldsymbol{\theta}$和$\boldsymbol{\xi}$分别是结构模型M_1和M_2的结构参数。

显然，当计量模型存在观测等价时，结构参数与简化型参数之间的映射不是一一对应的，损失函数不能区别具有不同经济意义的结构模型。

（2）部分识别

如果结构模型M的参数向量$\boldsymbol{\theta}=\left(\boldsymbol{\theta}_1^{'},\quad \boldsymbol{\theta}_2^{'}\right)^{'}$，并且

$$\min_{\boldsymbol{\theta}} L\left(\boldsymbol{\theta},\quad M\right)=\min_{\boldsymbol{\theta}_1} L\left(\boldsymbol{\theta}_1,\boldsymbol{\theta}_2,\quad M\right),$$

则称计量模型存在识别不充分（under-identification）问题，或者，部分识别（partial identification）问题。例如，DSGE模型的对数线性化解中未包含所有结构参数时，即一些结构参数独立于损失函数的情况。

（3）有限信息识别

假设$\boldsymbol{M}$是结构模型中各方程的向量，$\boldsymbol{S}$是选择矩阵，即一些主对角元素为1、其它元素均为0的方阵，如果

$$\min_{\boldsymbol{\theta}} L\left(\boldsymbol{\theta},\quad \boldsymbol{M}\right)=\min_{\boldsymbol{\theta}} L\left(\boldsymbol{\theta},\quad \boldsymbol{SM}\right)$$

则称模型存在有限信息识别（limited information identification）问题。

显然，即使所有参数独立地进入损失函数、损失函数具有唯一最小（大）值，也可能因为只有部分模型起作用，使得存在有限信息识别问题。

（4）弱识别

对于任意的$\varepsilon>0$，如果在损失函数最小值$\tilde{\boldsymbol{\theta}}$处存在邻域$\boldsymbol{\Theta}^*$，使得对于$\boldsymbol{\theta}\in\boldsymbol{\Theta}^*$，

$\left|L\left(\tilde{\boldsymbol{\theta}},\quad M\right)-L\left(\boldsymbol{\theta},\quad M\right)\right|<\varepsilon$，则称模型是弱识别（weak identification）的。

可见，弱识别是因为损失函数的曲率（curvature）不足而导致的结构参数不可识别。例如，损失函数在最小值的某邻域内是非对称的，并且在一部分参数空间中欠弯曲。

由于总体经济结构模型与可观测时间序列的非一致性，在DSGE模型的估计中，上述各种模型识别问题均有可能发生。而且，因为时间序列的退势和季节调整仅包含少量有关确定性稳态的信息，使DSGE模型的一些结构参数不可识别。尽管，在小规模的模型中，识别问题一般可以通过对单个方程的检查而解决，但是，对于大规模模型，事先不可能确定参数的识别性。另外，因为从结构参数向量到状态空间表示的映射可能是非线性的，DSGE模型中的识别问题更难发现。特别，似然函数的数值计算也妨碍了对模型识别的检验。

近年来，人们发现了一些检查识别问题的数值过程。例如，对于极大似然估计，识别问题（尤其是弱识别问题）可以通过检查在最大值处的 Hessian 矩阵，或者在最大值的局部邻域中讨论数据似然函数的分析性质。对于 Bayesian 分析方法，设置平坦弱信息先验分布可弯曲后验密度曲面，从而，促进数值最大化和 MCMC 方法的使用。并且，Canova & Sala (2009)发现，对于有识别问题的参数，先验分布越扩散，其后验也越扩散。显然，这是一种检查模型识别问题的简单 Bayesian 分析方法。另外，对于 DSGE 模型识别感兴趣的读者，可参考文献 Consolo et al. (2009)、Komunjer & Ng(2011)和 Iskrev (2010)等，他们分别提出了基于 FAVAR (factor augmented vector autoregression)模型的统计识别方法、对数线性化 DSGE 模型的局部识别方法以及识别的秩条件。

Dynare 程序集简介

Dynare是由Julliard 和Griffoli的研究团队开发的一个估计与模拟理性预期模型的Matlab程序包，其运行环境为Windows、Mac OS和Linux，并且计算机系统必须安装有Matlab 7.0 以上版本。

Dynare能够完成下列工作：

- 计算DSGE模型的稳态；
- 计算确定性模型的解；
- 计算线性、非线性随机模型解的一阶、二阶近似；
- 使用MH抽样算法模拟后验分布；
- 使用Bayesian后验分布（后验众数）估计模型的参数；
- 计算后验分布的各种统计量；
- 计算不可观测变量的值；
- 计算预测和置信区间；
- 约束下的最优政策；
- 模拟分析，包括脉冲响应分析。

一、初始化

从网址http://www.dynare.org/download免费下载Dynare程序包后，安装于文件夹“…\dynare_new\4.1.0\matlab”。

在初始运行Dynare程序包之前，需要在Matlab的访问路径中设置Dynare的文件夹，步骤如下：

（i）在Matlab主菜单的“File”菜单中选择“set path …”；

（ii）在Set Path窗口点击“Add Folder …”；

（iii）在“浏览文件夹”窗口选择文件夹“…\dynare_new\4.1.0\matlab”。

完成初始设置后，即可在Matlab的命令窗口使用命令：

Dynare dsge_file

以程序工作方式运行Dynare程序包，建立DSGE模型。其中，dsge_file是Dynare程序“dsge_file.mod”。

运行后，依次产生了三个Matlab的M文件，文件dsge_file.m是模型的Matlab主程序、dsge_file_static.m是静态模型的Matlab程序、dsge_file_dynamic.m是动态模型的Matlab程序。

二、Dynare 程序

在Matlab中利用“m-file editor”建立dynare程序，并以“.mod”扩展名保存该文件，而不能使用“.m”扩展名。一般的Dynare程序由如下部分组成。

1、声明模型变量和参数

在Dynare程序中，依次按照内生变量、外生变量和模型参数的顺序声明变量和参数。

(1) 使用命令

var　内生变量名1　内生变量名2 ...;

声明内生变量（除外生冲击之外的变量）。

(2) 使用命令

varexo　外生冲击变量名1　外生冲击变量名2 ...;

设定外生冲击变量（DSGE模型中的外生冲击）。

(3) 使用命令

parameters　参数1　参数2 ...;

设定模型参数。

(4) 按照

参数1=？;

参数2=？;

......;

的形式校准部分参数（尤其是稳态模型中的参数）。

例如：

var y i k a c;

```
varexo e;
parameters alpha beta delta rho sigma sigmae;
alpha = 0.33;
beta = 0.99;
delta = 0.025;
rho = 0.95;
sigma = 2;
sigmae = 0.01;
```

2、设定模型

设定DSGE模型的过程如下：

```
model;
   FOC;
   约束方程;
   恒等式;
   ......
end;
```

为了让Dynare进行对数线性化，在模型设定时，变量x表示已经取了自然对数后的变量；对于未取自然对数的水平变量，在模型中用exp(x) 表示对应的水平变量。并且，变量x的前定变量和当期的前瞻预期分别用x(-1)和x(+1)表示。另外，对于超出一期的前定变量或前瞻预期变量，可以定义辅助状态变量（auxiliary state variables）将它们表示为只含一期的前定变量或前瞻预期变量。

例如：

```
model;
exp(c)^(-sigma) = beta*(exp(c(+1))^(-sigma))*(alpha*exp(a(+1))
                  *(exp(k))^(alpha-1) + (1-delta));
exp(y) = exp(a)*exp(k(-1))^(alpha);
exp(k) = exp(a)*exp(k(-1))^(alpha) - exp(c) + (1-delta)*exp(k(-1));
a = rho*a(-1) + e;
exp(i) = exp(y) - exp(c);
end;
```

3 稳态和初始值

为了数值搜索各变量的稳态水平和计算变量的脉冲响应函数，Dynare要求设定各变量的初始值。

命令格式：

```
initval;
    变量1=？；
    变量2=？；
```

......;

end;"

设定初值时，应注意各变量是水平变量，还是自然对数化变量。

例如，

```
initval;
    k = log(29);
    y = log(3);
    a = 0;
    c = log(2.5);
    i = log(1.5);
end;
```

4、指定可观测变量

在Dynare估计之前，须使用命令：

Varobs var1，var2，…，varn;

指定所有可观测的变量。

5、定义系统的随机冲击

使用命令：

```
shocks;
    var e = sigmae^2;
end;
```

定义系统的随机冲击，并且设定各种外生随机冲击的方差。

6、计算稳态

执行命令“steady;”数值计算内生变量的稳态水平。

7、设定参数的先验分布

在进行Bayesian分析时，必须为待估计参数设置先验分布，Dynare中设定先验分布的命令是：

```
estimated_params;
PARAMETER_NAME, PRIOR_SHAPE, PRIOR_MEAN,
PRIOR_STANDARD_ERROR [, PRIOR_3rd_PARAMETER]
[,PRIOR_4th_PARAMETER] ;
end;
```

另外，Dynare中可以选择的先验分布及其参数如下表所示：

PRIOR_SHAPE	对应的分布	取值范围

NORMAL_PDF	$N(\mu, \sigma^2)$	R
GAMMA_PDF	$G_2(\mu, \sigma, p_3)$	$[p_3, +\infty)$
BETA_PDF	$B(\mu, \sigma, p_3, p_4)$	$[p_3, p_4]$
INV_GAMMA_PDF	$IG_1(\mu, \sigma)$	R+
UNIFORM_PDF	$U(p_3, p_4)$	$[p_3, p_4]$

其中，μ是先验均值，σ 是先验标准差，p_3 是第三个先验参数（缺省值为0）；p_4是第四个先验参数（缺省值为1）。

例如，如果参数α的先验分布设定为对于[0，1]区间上的均匀分布，Dynare的设置命令为：

```
alpha, uniform_pdf, , , 0,1;
```

实际上，在选择先验分布时，可以从如下几方面考虑：

（1）参数的取值范围、是否有界；如果先验设置了零概率的区域，后验分布也必然是零概率分布；

（2）参数分布是否对称；

（3）使用参数变换，尽可能使变换后的参数具有标准的参数先验分布。

例如，

```
model;
sig = 1/bet;
c = sig*c(+1)*mpk;
end;
estimated_params;
bet,normal_pdf,1,0.05;
end;
```

8、DSGE模型的Bayesian分析

在Dynare中，DSGE模型的Bayesian分析命令为：

```
estimation(options);
```

例如，

```
estimation(data_file=simuldataRBC,nobs=200,first_obs=500,mh_replic=2000,mh_nblocks=2,mh_drop=0.45,mh_jscale=0.8, mode_compute=4);
```

estimation命令的选项“options”比较复杂，详细选择请读者访问网站“http://www.dynare.org/documentation-and-support/manual”阅读Dynare的参考手册（Reference Manual），这里只介绍一些最基本的选项。

(1) 数据文件

data_file = FILENAME

数据文件可以是Matlab的m-文件和mat-文件，或者是Excel的xls-文件；数据文件中各列的变量名必须与指定可观测变量命令中变量序列的变量名相一致，顺序允许不同。

（2）观测样本数

nobs = INTEGER

指定了估计时所使用的样本个数，缺省该选项时为数据文件中的所有样本。

（3）样本开始位置

当使用循环或子样本时，使用选项

first_obs = INTEGER

确定从第“INTEGER”个样本开始，缺省该选项时为INTEGER=1。

（4）零均值化（demean）

当使用选项

prefilter = 1

时，须对样本数据进行零均值化处理。例如，如果模型变量是稳态偏差时，样本数据需进行零均值化处理。prefilter = 0为该选项缺省的，即不进行零均值化处理。

(5) 图形选项

选项

Nograph

控制了输出结果中是否输出图形。

（6）置信水平

选项

conf_sig = INTEGER/DOUBLE

设置了参数置信区间的置信水平，缺省该选项时为0.90.

(7) 设置Metropolis-Hasting抽样次数

选项

mh_replic = INTEGER

设置了Metropolis-Hasting抽样的重复次数，一般应大于1200，缺省该选项时为2000.

（8）设置平行链数

为了推断Metropolis-Hasting抽样的收敛性和后验分布的有效性，使用选项

mh_nblocks = INTEGER

设置Metropolis-Hasting抽样的平行链数，缺省该选项时为2.

（9）舍弃的模拟样本比例

选项

mh_drop = DOUBLE

设置了舍弃Metropolis-Hasting链中前部分样本的百分比，缺省该选项时为0.5.

（10）设置接受率

选项

mh_jscale = DOUBLE

设置了Metropolis-Hasting抽样算法的接受率，缺省该选项时为0.2。文献中通常设置为0.2-0.4。

事实上，如果接受率太高，Metropolis-Hastings抽样不会从包络分布的尾部抽样；否则，Metropolis-Hastings抽样将集中于参数范围的某个子区域内。

（11）设置最优化算法

选项

Mode_compute=INTEGER

设置了计算后验众数的最优化算法

0：不计算众数，必须设定mode_file；

1：使用Matlab的 fmincon 函数计算；

2：Lester Ingber的自适应模拟退火（Adaptive Simulated Annealing）方法；

3：使用Matlab的 fminunc 函数计算；

4（缺省）：使用Sim的csminwel.

(12) 收敛诊断

选择选项

Nodiagnostic

表示不计算也不显示Metropolis-Hastings抽样的收敛性诊断结果，缺省时计算并显示诊断结果。

（13）后验脉冲响应函数

选项

bayesian_irf

为后验脉冲响应函数计算触发器。

（14）设置预测期数

选项

forecast = INTEGER

设置了样本外预测的期数

9、DSGE模型的计算与输出

在Dynare中，执行命令“stoch_simul;”完成DSGE模型的计算，并输出DSGE模型的解、政策函数、脉冲响应函数和无条件二阶矩。该命令有许多的选项。

（1）缺省命令

缺省命令

stoch_simul;

设置的输出内容包含：

- 内生变量的稳态值；
- 模型描述（变量个数）；
- 冲击的协方差矩阵；
- 政策和状态空间模型表示的转移函数；
- 理论相关系数矩阵；
- 前5阶的理论自协方差；
- 脉冲响应。

另外，在缺省时，Dynare对理论模型的近似使用了关于稳态值的2阶逼近。

（2）stoch_simul命令选项

命令

stoch_simul(options);

包含的常用选项有：

- 滤波选项

hp_filter = integer

对原始数据进行HP滤波，输出滤波后数据的理论矩（方差、协方差、自相关），integer是HP滤波的惩罚参数（即，1600）；但是，对于模拟数据，只计算模拟数据的矩，不进行HP滤波。例如，“stoch_simul(hp_filter=1600);”

- 脉冲响应函数阶数选项

irf = integer

设置了脉冲响应函数的阶数，缺省值为40. 例如，输出20期的脉冲响应函数，可设置阶数为："stoch_simul(irf = 20);"

- 对数近似阶数选项

Dynare进行对数近似时，选项

order = 1

设定为一阶Taylor近似，即对数线性化；

order = 2

设定为二阶Taylor近似。

- 模拟次数选项

选项

periods = integer

提供了各变量矩的估计，如果选项periods不等于零，将依据模拟数据计算这些矩，但是Dynare省略了前100个模拟数据，因此，periods必须大于100。

例如，“stoch_simul(periods=300);”将产生变量的300个模拟数据，并依据后200模拟数据计算变量的矩。

- 省略观测值个数选项

选项

drop = integer

设定了从模拟数据中省略掉的观测值个数。

- 种子数选项

选项

simul_seed = integer

设置了随机数生成器的种子数。

- 显示控制选项

选项nocorr、nofunctions和nomoments表示在命令窗口中不显示相关矩阵、模型解的状态空间模型系数和矩估计；特别，选项noprint指出不显示任何计算结果。

例如，命令“stoch_simul(nofunctions,hp_filter=1600,order=1,irf=20);”禁止显示政策函数，提供了HP滤波后数据的矩，使用对数线性化近似理论模型，画20期的脉冲响应函数。

另外，Dynare将变量x对冲击e的脉冲响应函数存储在变量“x_e”中。

对于对数线性化模型的状态空间表示

$$\boldsymbol{X}_t = \mathbf{C}\boldsymbol{s}_{t\text{-}1} + \mathbf{D}\boldsymbol{e}_t$$

其中，$\boldsymbol{s}$是状态向量，$\boldsymbol{X}$是所有变量的向量，则Dynare命令“oo_.dr.ghu”将取回矩阵**D**、命令“oo_.dr.ghx”将取回矩阵**C**、命令“oo_.dr.ys”将取回政策函数的稳态值。