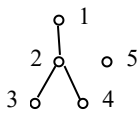


# 《离散数学》练习题

## ——集合与关系

### 一、填空题

1. 设  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ , 则幂集  $P(A) =$ \_\_\_\_\_。  
笛卡尔积  $A \times A =$ \_\_\_\_\_。
2. 设  $A = \{x \mid x \text{ 是单词 "MATHEMATICS" 中的字母}\}$ ,  $A$  的基数  $|A| =$ \_\_\_\_\_。
3. 设  $A$ 、 $B$  是集合。 $|A|=m, |B|=n, m \leq n$ 。则  $A$  到  $B$  不同的二元关系有\_\_\_\_\_个； $A$  到  $B$  不同的映射有\_\_\_\_\_个； $A$  到  $B$  不同的单射有\_\_\_\_\_个； $A$  到  $B$  不同的双射有\_\_\_\_\_个。
4. 集合  $A = \{1, 2, 3\}$  上的关系  $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$ , 则定义域  $\text{Dom} R =$ \_\_\_\_\_。且  $R$  具有\_\_\_\_\_性。
5. 设  $f$  和  $g$  均是实数集合上的函数, 且  $f(x) = x^2 - 2, g(n) = 2x + 1$ , 则复合函数  $f \circ g =$ \_\_\_\_\_；取  $A = \{-1, 0, 1\}$ , 则  $f(A) =$ \_\_\_\_\_；取  $B = [0, 1]$ , 则  $f(B) =$ \_\_\_\_\_； $f$  的性质是\_\_\_\_\_映射； $g$  的性质是\_\_\_\_\_映射。
6. 设  $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 4, 5 \rangle\}$  和  $S = \{\langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 5, 1 \rangle\}$   $R \circ S =$ \_\_\_\_\_。
7.  $R$  被称为是集合  $A$  上的一个偏序关系, 如果  $R$  满足\_\_\_\_\_性、\_\_\_\_\_性和\_\_\_\_\_性。
8. 集合  $A = \{1, 2, 3\}$  的划分为  $\{\{1, 2\}, \{3\}\}$ , 则其对应的等价关系  $R =$ \_\_\_\_\_。
9. 集合  $A = \{1, 2, 3\}$  上既是等价关系又是偏序关系的是\_\_\_\_\_。



10. 偏序关系  $R$  的哈斯图: , 则  $R =$ \_\_\_\_\_。
11.  $|A|=3$ , 则  $A$  上可定义\_\_\_\_\_个等价关系, \_\_\_\_\_个偏序关系。

### 二、单项选择题

1. 设  $A = \{\emptyset, \{1, 2\}\}$ , 下列各式中错误的是 ( )。  
A:  $\emptyset \subseteq A$ ; B:  $\emptyset \in A$ ; C:  $\{1, 2\} \subset A$ ; D:  $\{\{1, 2\}\} \subset A$
2. 设  $A$ 、 $B$ 、 $C$  为任意集合,  $\emptyset$  是空集,  $E$  是全集, 下列命题中正确的是 ( )。  
A: 若  $A - B = A$ , 则  $B = \emptyset$ ; B: 若  $A - B = \emptyset$ , 则  $A = B$ ;  
C: 若  $\neg A \cup B = E$ , 则  $A \subseteq B$ ; D: 若  $A \cup B = A \cup C$ , 则  $B = C$ 。
3. 设集合  $A = \{a, b, c\}$  上有下列关系, 则其中既不对称又不反对称的是 ( )。  
A:  $\{\langle a, b \rangle, \langle a, a \rangle, \langle c, b \rangle\}$ ; B:  $\emptyset$   
C:  $\{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, a \rangle\}$ ; D:  $\{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle\}$
4. 设集合  $A = \{a, b, c\}$  中有下列关系, 则其中不具有传递性的是 ( )。  
A:  $\{\langle a, b \rangle, \langle a, a \rangle\}$ ; B:  $\{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle c, a \rangle, \langle c, b \rangle\}$ ;  
C:  $\{\}$ ; D:  $\{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, c \rangle\}$

5. 设  $A, B$  均是有穷集合, 则是由  $A$  到  $B$  存在单射的必要条件是 ( )。
- A:  $|A| \leq |B|$ ;    B:  $|A| \geq |B|$ ;    C:  $|A| = |B|$ ;    D:  $|A|$  与  $|B|$  无关。
6. 设  $A, B$  均是有穷集合, 则  $|A| \geq |B|$  是由  $A$  到  $B$  存在满射的 ( )
- A: 充分条件    B: 必要条件    C: 充要条件    D: 既非充分也非必要条件
7. 设  $A = \{a, b, c\}$ , 则下列集合族中是集合  $A$  的划分的是 ( )
- A:  $\{\{b, c\}, \{c\}\}$     B:  $\{\emptyset, \{b\}, \{a, c\}\}$     C:  $\{\{a, b\}, c\}$     D:  $\{\{a\}, \{b, c\}\}$
8. 下列关系中能构成函数的是 ( )。
- A:  $\{\langle x, y \rangle \mid x, y \in \mathbb{N}, x+y=10\}$ ;    B:  $\{\langle x, y \rangle \mid x, y \in \mathbb{Z}, |x|=y\}$ ;  
 C:  $\{\langle x, y \rangle \mid x, y \in \mathbb{Z}, x=|y|\}$ ;    D:  $\{\langle x, y \rangle \mid x, y \in \mathbb{Z}, |x|=|y|\}$ 。
9. 设  $\mathbb{N}$  为自然数集, 函数  $F: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ,  $F(n) = \langle n, 2n \rangle$  是 ( )
- A: 是满射, 不是单射    B: 是单射, 不是满射    C: 双射    D: 是非单非满映射
10.  $R = \{\langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 4, 3 \rangle\}$ , 则**不会**在  $t(R)$  中出现的元素是 ( )
- A:  $\langle 1, 2 \rangle$     B:  $\langle 1, 1 \rangle$     C:  $\langle 1, 3 \rangle$     D:  $\langle 1, 4 \rangle$

三、给定自然数子集  $A = \{1, 2, 7, 8\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 < 50\}$ ,  $C = \{x \mid x \text{ 可被 } 3 \text{ 整除}, 1 \leq x \leq 30\}$ , 列举  $B$  和  $C$ , 并求  $B - (A \cup C)$ ,  $A \oplus B$

四、设二元关系  $R = \{\langle a, b \rangle, \langle \{a\}, b \rangle, \langle \{\emptyset\}, \{\emptyset\} \rangle, \langle \emptyset, \{\emptyset\} \rangle\}$ , 求  $R^{-1}$  和  $R \circ R$

五、设  $R$  是集合  $A = \{a, b, c, d\}$  上的二元关系,  $R = \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, d \rangle, \langle d, d \rangle, \langle d, e \rangle\}$  分别画出:  $R$ 、 $r(R)$ 、 $s(R)$ 、 $t(R)$  的关系图。

六、 $A = \{a, b\}$  列出  $A$  到  $A$  的所有不同映射, 并指出哪个是双射。

七、 $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 12, 24\}$ ,  $A$  上的关系  $R$  为整除。

- (1) 画出此偏序集的哈斯图。
- (2) 指出此偏序集的最大元, 最小元, 极大元, 极小元
- (3) 指出子集  $\{4, 6\}$  的上界、上确界, 下界、下确界。

八、证明题

- (1) 设  $A, B, C$  是三个集合, 证明  $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$
- (2)  $R, S$  均是集合  $A$  上的二元关系, 证明:  $\text{Ran}(R \cap S) \subseteq \text{Ran}(R) \cap \text{Ran}(S)$
- (3) 设  $R$  是集合  $X$  中的等价关系, 试证明:  $R \circ R$  亦为等价关系。