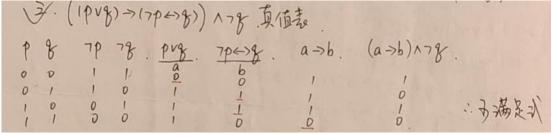
《离散数学》练习题

1. 设 p: 我上课; q: 我玩游戏。则"我不会上课玩游戏。"符号化为 \neg ($p \land q$)。

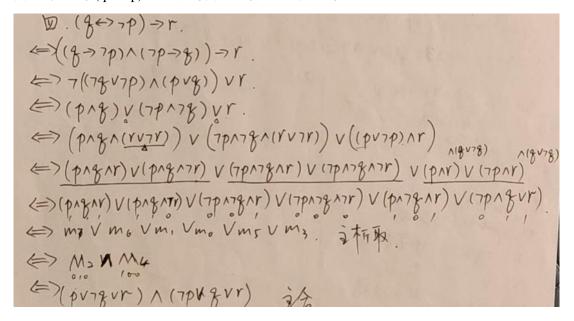
一、填空题

2. 命题"如果地球倒转,则我们能回到唐朝。"的真值为_____。 3. 设 F(x): x 是狗; G(x): x 是宠物。则"有的狗是宠物,但不是所有的狗都是宠物。"的符 号化为_ $\exists x(F(x) \land G(x)) \land \neg \forall x(F(x) \rightarrow G(x))$ 。 4. A 是含 p、q、r、s 四个命题变元的公式, 其极小项 $m_6 = \neg p \land q \land r \land \neg s$; 极大项 $M_7 = p \lor \neg q \lor \neg r \lor \neg s$ 。若 A 是可满足式,则其主析取范式中所含极小项的个数为__[1,16]__; 其主合取范式中所含极大项的个数为__[0,15]__。 5. 公式 $\forall x \exists y (F(x) \land G(x,y)) \rightarrow \forall y F(y)$ 中,量词 $\forall x$ 的辖域是 $\exists y (F(x) \land G(x,y))$,此公式的类 型为_永真式____(永真式,永假式,非永真可满足式)。 6. 公式 $A=\neg (p \land r) \lor (q \land \neg r)$ 的对偶式 $A^*=\underline{\neg (p \lor r)} \land (q \lor \neg r)$ 7. 推理规则 A, $\neg A \lor B \Rightarrow B$ 称为 析取三段论 规则。 8. $\forall x \ F(x,y) \land \exists x \ G(x)$ 的前東范式为 $\forall x \ \exists z \ (F(x,y) \land \exists x \ G(z))$ 。 二、单项选择题 1. 下列语句中不是命题的是(A: 2050年人类将移居火星。 B: x=5 C: 明天考试。 D: 我不会开车。 2. 设 p: 我过了英语四级。q: 我考研。r: 我找工作。命题"如果我过了英语四级, 我就考研, 否则,我去找工作。"的形式化表达为()。 $A\hbox{:} \ (p \rightarrow q) \ \lor \ (\neg p \rightarrow r)\hbox{;} \quad B\hbox{:} \ (p \rightarrow q) \ \land \ (\neg p \rightarrow r)\hbox{;} \quad C\hbox{:} \ p \rightarrow \ (q \lor r)\hbox{;} \quad D\hbox{:} \ (p \rightarrow q) \ \nabla \ (\neg p \rightarrow r)\hbox{,}$ 3. 下列公式中,是关于 p、q、r 的主析取范式的公式是 ()。 A: $(p \land \neg q \land r) \lor (\neg p \land \neg r);$ B: $p \land \neg q \land \neg r$; C: $p \lor \neg q \lor \neg r$; D: $(p \land \neg q \land r) \lor (r \land q \land \neg p)$ 4. 设 p: 我做完作业。q: 我睡觉。则下列语句中能形式化为 p→q 的语句是()。 B: 只要做完作业,我就睡觉。 A: 只有做完作业,我才睡觉。 C: 我不睡觉,除非我做完作业了。 D: 除非我做完作业了,否则我不睡觉。 5. 下列公式中有三个是等值的,与其他公式不等值的是()。 A: $\neg (p \leftrightarrow q)$; B: $(p \lor q) \land \neg (p \land q)$; C: $(\neg p \land q) \lor (p \land \neg q)$; $D: \neg (p \rightarrow q) \land \neg (q \rightarrow p).$ 6. 下面联结词集合中不是全功能集的是()。 $A\colon \ \{\neg, \land\}; \qquad \qquad B\colon \ \{\neg, \lor\}; \qquad \qquad C\colon \ \{\ \neg, \to\}; \qquad \qquad D\colon \ \{\land, \lor\}_\circ$ 7. 由 n 个命题变元组成的不等值的公式的个数为(A: 2n B: 2^n C: n^2 D: 2^{2^n} 8. B是与 x 无关的公式,下列命题中真值为 0 的是()。 $A \colon \ \forall x \ (F \ (x) \land B) \Leftrightarrow \forall x \ F \ (x) \land B ; \qquad \qquad B \colon \ \exists x \ (F \ (x) \land B) \Leftrightarrow \exists x \ F \ (x) \land B \ ;$ C: $\exists x \ (B \to F(x)) \Leftrightarrow B \to \exists x F(x)$; D: $\forall x \ (F(x) \to B) \Leftrightarrow \forall x F(x) \to B$. 9. 取个体域为整数集合, • 是普通乘法,则下列公式中为假命题的是(A: $\forall x \exists y (x \cdot y = 1);$ B: $\exists x \forall y (x \cdot y = y);$ C: $\forall x \exists y (x \cdot y = x);$ D: $\exists x \forall y (x \cdot y = 0)$.

```
10. \forall x(F(x,y) \land G(y,z)) \rightarrow F(x,y)是()。
                        B: 闭式; C: 一阶逻辑公式 D: 前束范式。
    A: 命题公式:
                                          )
  11. 下面一阶公式是前束范式的是(
    A: \forall x \exists y \forall z \ (F(x,y) \rightarrow G(z))
                                     B: \neg \forall x \exists y F(x,y)
   C: \forall x \exists y \forall x (F(x,y) \land H(x,y))
                                         D: \forall x(F(x,y) \land G(y,z)) \rightarrow F(x,y)
  12. 令 F(x): x 是火车。G(x): x 是轮船。H(x, y): x 比 y 跑得快。可将命题"所有的火车
      都比某些轮船跑的快"符号化为( )。
                                         B: \forall x (F(x) \land \exists y (G(y) \rightarrow H(x,y)));
    A: \forall x (F(x) \rightarrow \exists y (G(y) \rightarrow H(x,y)));
    C: \forall x (F(x) \rightarrow \exists y (G(y) \land H(x,y))); D: \forall x (F(x) \land \exists y (G(y) \land H(x,y)))_{\circ}
  13. 在公式\forallxF(x,y) →\existsyG(x,y)中,变元 x 是(
    A: 自由变元
                                           B: 约束变元
    C: 既是自由变元,又是约束变元;
                                          D: 既不是自由变元,又不是约束变元。
  14. \forall x \ (F(x) \ \lor G(x)) \ () \ \forall x \ F(x) \ \lor \forall x \ G(x)
    A: = ; \qquad B: \Rightarrow ;
                                       C: \Leftarrow ;
  15. 下列式子中,不是推理规则的是(
    A: (A \rightarrow B), \neg B \models \neg A; B: (A \leftrightarrow B) \land (B \leftrightarrow C) \models (A \leftrightarrow C)
    C: A, B \vDash (A \land B);
                                      D: A \models (A \lor B)
  16. 皇帝不是穷人,在守财奴之中也有穷人,所以,有一些并不是
      填在_____上的正确答案是( )。
    A: 皇帝, 皇帝 B: 守财奴, 守财奴
                                                   C: 守财奴, 皇帝
                                                                         D: 皇帝, 守财奴
答案: 1-5: BBBBD 6-10: DDDAC 11-15: ACCCB
三、 画出公式 ((p \lor q) \rightarrow (\neg p \leftrightarrow q)) \land \neg q 的真值表,并说明公式的类型。
```



四、求公式 $(q\leftrightarrow \neg p)\to r$ 的主析取范式和主合取范式。



p	q	r	¬р	$q \leftrightarrow p$	$(q \leftrightarrow -p) \rightarrow r$
0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1

由真值表求主析取范式和主合取范式,结果和等值演算应该是一样的。两种方法二选一。

五、设个体域 $D=\{a,b\}$, $A=\forall x$ $(F(x)\to\exists xG(x,y))$ 求 A 的不带量词的等价式。 $((F(a) \land F(b))\to (G(a,y) \lor G(b,y))$

注: 自由变量不带入, 所以 y 不变

六、 求公式 $p∨(q\leftrightarrow ¬r)$ 的仅含联结词¬、∧ 的等值式。

七、 求公式 $\neg \forall x(F(x) \rightarrow \exists x G(x,y)) \lor \exists x H(x,y)$ 的前東范式。

t.
$$\gamma \forall x (F(x) \rightarrow 3 \times G(x,y)) \vee 3 \times H(x,y)$$
. p_{56} . 化酶来記れ
 $\Leftrightarrow \gamma \forall x (F(x) \vee 3 \not{=} G(\vec{s},y)) \vee 3 \not{=} H(t,y)$. $\gamma \in \vec{*}$ (F(x) $\wedge \gamma = 2 \not{=} G(\vec{s},y) \vee 3 \not{=} H(t,y)$)
 $\Leftrightarrow \exists x (F(x) \wedge \forall z \gamma G(\vec{s},y) \vee 3 \not{=} H(t,y)$
 $\Leftrightarrow \exists x \forall z \not{=} f(x) \wedge \gamma G(\vec{s},y) \vee 3 \not{=} H(t,y)$
 $\Leftrightarrow \exists x \forall z \not{=} t ((F(x) \wedge \gamma G(\vec{s},y)) \vee 3 \not{=} H(t,y))$

八、下面推理有错误,请重新书写出全部正确的推理过程和有效结论。

- (1) $\forall x F(x) \land \neg \forall x G(x)$
- 前提引入

 $(2) \forall xF(x)$

(1) 化简

(3) F(t)

(2) UI 规则

 $(4) \neg \forall xG(x)$

(1) 化简

 $(5) \neg G(t)$

(4) III 40

(5) ¬G(t)

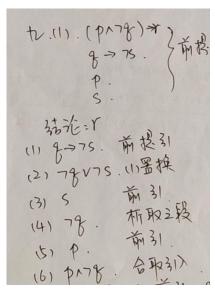
(4) UI 规则

(6) $F(t) \wedge \neg G(t)$

- (2)(5) 合取引入
- (7) $\forall x (F(x) \land \neg G(x))$
- (6) UG 规则

九、先符号化下面的推理,再用构造证明法证明之:

(1) 如果天气很热并且他不去上课,他必去游泳;如果他去上课,他不会穿拖鞋;今天天气很热;他穿着拖鞋;所以,他去游泳。



コ (カヘフタ) ラア・前引、(8)ア、假言推理

(2) 有些学生相信所有的老师,任何一个学生都不相信骗子。所以,老师都不是骗子。

```
治 F(x): 水道道, G(x): x是を1中、H(x): x色弱る.
 P(x·1): 2相信打
 3x (Fix) Ady (Gy) -> P(x,y))
Vx (Fix) > Vy (Hig) > > Pix, y))
结论: サス(GU) > フH(ス))
11) ヨな(F(x) ハ by (G(x) > P(x,y))) 前提引入
(2) F(a) ハby (G(y) > P(a,y)). のFI.
B) 4x(F(x) -> ヤy(H(y) -> ア(x,y)) 前提引入
(4) F(a) -> by (H(y) -> > P(a,y)). @ FI.
                              回代简.
(t) F(a)
                            (4).(5)假言推理。
(6) by (Hiy) ->> P(a,y)).
17) by(Giy) > P(a.y1). (2) 化简.
8) G(t) -> P(a,t).
9) Hlt) >> > plait)
                              (6) UI.
                             19是换
10) P(a,t) >> 7H(t)
                             图(10)假刻路论
11, G(t) > 7H(t)
```