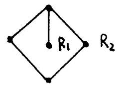
《离散数学》练习题

——图论

一 、填空题

1. 一个简单连通无向图有 n 个节点，它的边数至少有____________条。
2. 画出完全二分图 $K_{3,4}$ 图_______，该图共有多少条边_______。
3. n 阶无向完全图中每个顶点的度为__________,边数为_____________ 。
4. 一棵根树中，有且只有一个结点的入度为__________，其余所有结点的入度均为__________。入度为 0 的结点称为_______________，出度为 0 的结点称为_______________。
5. 画出完全图 K_5_______________ 。
6. 如平面图  有 2 个面 R1 和 R2，其中 deg(R1)=________________。
7. G 的邻接矩阵中元素 $a_{34}^{2}=5$ 的含义是______________________
8. 树 T 中任两个结点间恰有____________条路径。
9. 无向完全图 G 中有 28 条边，则结点数是__________。
10. 不含____________和___________的图称为简单图。
11. 树是不包含__________的___________图。
12. n 阶无向图 G 有生成树的充分必要条件是 G 是一个___________图。
13. 有向图 D=<V,E>的邻接矩阵为 $A=\begin{pmatrix}0&1&0&1\\1&0&1&1\\1&1&0&0\\1&0&0&1\end{pmatrix}$ ，则 $d^{-}(v_1)$=_______；D 的度数列为 _________；

请画出 D 的图形：____________；D 是 _________图（强连通、单连通、弱连通）。

14. 图 G 是有 6 个顶点的连通图，总度数为 20，则从 G 中删去_____________边后使之变成树。
15. 一个连通平面图 G 有 10 条边，G 中度为 1 的顶点有 2 个，其余是度为 6 的顶点，则 G 中共有个顶点，__________个面。
16. G 是平面图当且仅当 G 中_______与______或_______同胚的子图

二、 单项选择题

1. 下列四组数据中，不能成为任何 4 阶无向图的度数序列的为 （　　 ）。

   A：1,1,1,2　　　B：1,1,1,3　　　C：2,2,2,2　　　D：1,2,2,3
2. 下面数列中能成为 5 阶简单无向图的度数列为（　　　）。

   A：1,1,2,2,3　　　B：1,3,4,4,5　　　C：0,1,3,3,3　　　D：1,1,2,2,2
3. A(G)是有向图 G 的邻接矩阵，则其第 i 行元素之和表示（　　 ）。

   A：$d^{+}(v_i)$　　　B：$d^{-}(v_i)$　　　C：$d(v_i)$　　　D：A,B,C 均不对
4. 图 G_1 与 G_2 同构，则下列命题不成立的是（　　　）

   A：G_1 与 G_2 点数相同　B：G_1 与 G_2 边数相同　C：G_1 与 G_2 度数列相同　D：A,B,C 均不对
5. G 是一个有 n 个点、m 条边、r 个面的连通平面图，则下面等式中被称为欧拉公式的是（　　　　）。

   A：r-m+n = 2　　B： m-n+r = 2　C：m+n-r = 2　　D：r-m-n = 2
6. 下面给出的符号串集合中，构不成前缀码的是（　　　）。

   A：{a，ba，bba，bbbb}　　　　B：{b，c，aa，ac，aba，abc，abb}

   C：{a，ba，bba，bbba}　　　　D：{b，c，aa，ab，aba，abc，abb}
7. 无向树 T 有一个 4 度点，两个 3 度点和一个 2 度点，则 T 的树叶数为（　）。

   A： 4　　　B： 6　　　C： 7　　　D： 9
8. 完全二分图 $K_{4,6}$ 一定是（　　　）。

   A：欧拉图　　B：哈密顿图　　C：平面图　　D：树

9．如果无向完全图K_n既是欧拉图又是哈密顿图和平面图，则 n=（　　）。

A：　2　　B：　3　　C：　4　　D：　5

10. 在有 3 个结点的图中,奇结点的个数为(　　)。

A: 0　　B: 1　　C: 1 或 3　　D:　0 或 2

11. 设图 G=<V,E>的结点集为 V={v_1, v_2, v_3},边集为 E={(v_1, v_2),(v_1, v_3)}.则 G 的点割集是(　　)。

A：{v_1}　　B：{v_2}　　C：{v_3}　　D：{v_2, v_3}

12. 若图 G 有一条路经过图中每个结点恰好一次,则 G 是(　　)。

A：半欧拉图　　B：欧拉图　　C：半汉密尔顿图　　D：汉密尔顿图

13．非平凡树 T 中至少有（　　）片树叶。

A：3　　B：4　　C：2　　D：1

14．4 阶有向图 D 的邻接矩阵，$A^4=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$下面说法不正确的是（　　）。

A：V1 到 V2 的长度为 4 的通路有 2 条。　B：V1 到 V2 的长度为 2 的通路有 4 条。

C：V1 到 V1 的长度为 4 的回路有 2 条。　D：长度为 4 的通路总数有 13 条。

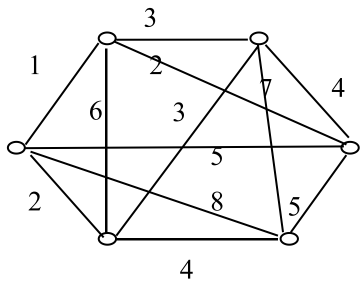
15．n 阶有向图 G=<V,E>是强连通图，当且仅当（　　）。

A：G 中至少有一条通路　　B：G 中有通过每个顶点至少一次的通路

C：G 中至少有一条回路　　D：G 中有通过每个顶点至少一次的回路

三、 解答题

1. 带权图 G 如下图所示，



（1）　画出带权图的最小生成树 T,并求 T 的树权 W(T).

（2）　G 是否是欧拉图，哈密顿图，二分图？说明理由。

（3）　G 是否是平面图？如是请画出它的对偶图。如不是请说明理由。

（4）　求出 G 关于 T 的基本回路系统；

（5）　求出 G 关于 T 的基本割集系统。

（6）　求最大度$\Delta(G)$、最小度δ（G)、 点连通度$\kappa(G)$、边连通度$\lambda(G)$

2．画一棵叶带权为 2,2,3,3,4,5,6,9 的最优二叉树，给出相应的最佳二元前缀码；计算树权 W(T)。

3. 给定算式（a+b×c）÷d−e，试用根树表示之，并求各字母对应的二元前缀码。

4．分别画出符合下面（(1)-(4)）条件的无向简单图；并回答问题（5)、(6)。

（1）奇数个点，偶数条边，是欧拉图，但不是哈密顿图。

（2）偶数个点，奇数条边，是哈密顿图，但不是欧拉图。

（3）奇数个点，奇数条边，既非欧拉图，又非哈密顿图。

（4）偶数个点，偶数条边，既是欧拉图，又是哈密顿图。

（5）若无向图 G 是欧拉图，G 中是否存在割边？

（6）若 G 有割点，无向图 G 是否会是哈密顿图？

四、 证明题

1．设图 G 有 n 个顶点，n+1 条边，证明 G 中至少有一个顶点的度数大于等于 3。

2． G 是 n 阶无向简单图，n ＞ 2 为奇数，则 G 与$\overline{G}$所含的奇度数顶点数相等。

3． G 是无向简单连通图，若顶点数 ＞ 2，有且仅有 1 个 1 度点，则 G 中必含有回路。

4．证明：如果图中恰有两个奇度数顶点，则这两个点必连通。

5．n（n≥3）阶无向简单图 G 与它的补图$\overline{G}$至少有一个是连通图。

6．如果正则简单图 G 和补图$\overline{G}$都是连通图，则 G 和补图$\overline{G}$中至少有一个是欧拉图。

7．设 G 是连通的（n，m）平面图且每个面的次数至少为ℓ（ℓ≥3），则　$m \le \frac{\ell}{\ell-2}$（n−2)。