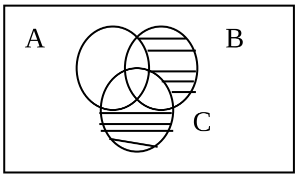
一、填空　20%　（每小题 2 分）

1．设 $A=\{x\mid (x\in N)且(x<5)\},B=\{x\mid x\in E^{+}且x<7\}$（N：自然数集，$E^+$ 正偶数）则

$A\cup B=$ ________________________ 。

2．A，B，C 表示三个集合，文图中阴影部分的集合表达式为

____________________________ 。



3．设 P，Q 的真值为 0，R，S 的真值为 1，则

$\neg(P\vee(Q\rightarrow(R\wedge\neg P)))\rightarrow(R\vee\neg S)$ 的真值= __________________ 。

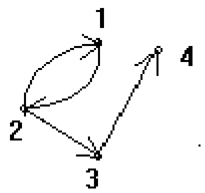
4．公式 $(P\wedge R)\vee(S\wedge R)\vee\neg P$ 的主合取范式为

____ 。

5．若解释 I 的论域 D 仅包含一个元素，则 $\exists xP(x)\rightarrow\forall xP(x)$ 在 I 下真值为

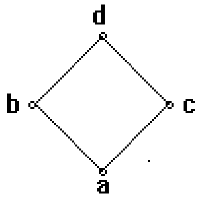
__________________________________ 。

6．设 A={1，2，3，4}，A 上关系图为

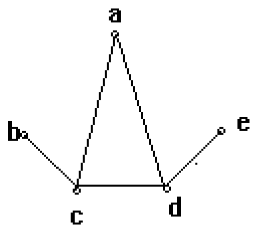


则 $R^2=$ ____ 。

7．设 A={a，b，c，d}，其上偏序关系 R 的哈斯图为



则 R= ____ 。

8．图 

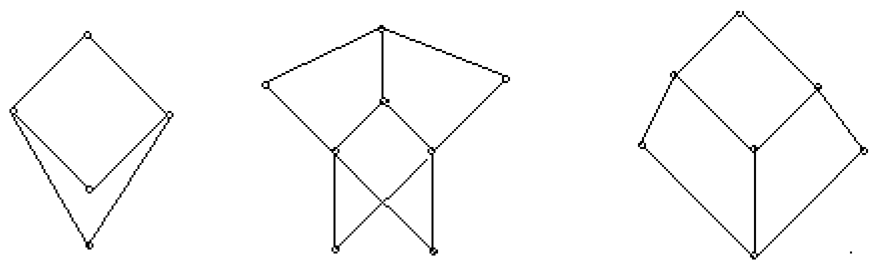
的补图为 ________________________________ 。

9．设 A={a，b，c，d} ，A 上二元运算如下：

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

那么代数系统<A，*>的幺元是 ________，有逆元的元素为________________，它们的逆元分别为 ______________________________ 。

10．下图所示的偏序集中，是格的为 __________________________ 。



(a) (b) (c)

二、选择 20% （每小题 2 分）

1、下列是真命题的有（　　　）

A. $\{a\} \subseteq \{\{a\}\}$；　　　　B. $\{\{\Phi\}\} \in \{\Phi, \{\Phi\}\}$；

C. $\Phi \in \{\{\Phi\}, \Phi\}$；　　　　D. $\{\Phi\} \in \{\{\Phi\}\}$。

2、下列集合中相等的有（　　　）

A．{4，3}$\cup\Phi$；B．{Φ，3，4}；C．{4，Φ，3，3}；D． {3，4}。

3、设 A={1，2，3}，则 A 上的二元关系有（　　）个。

A. 2^3； B. 3^2 ； C. $2^{3\times3}$； D. $3^{2\times2}$。

4、设 R，S 是集合 A 上的关系，则下列说法正确的是（ ）

A．若 R，S 是自反的， 则 $R\circ S$ 是自反的；

B．若 R，S 是反自反的， 则 $R\circ S$ 是反自反的；

C．若 R，S 是对称的， 则 $R\circ S$ 是对称的；

D．若 R，S 是传递的， 则 $R\circ S$ 是传递的。

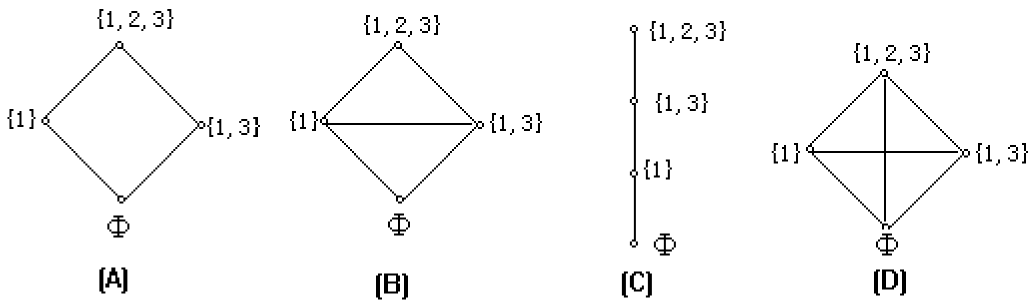
5、设 A={1，2，3，4}，P（A）（A 的幂集）上规定二元系如下

$R=\{<s,t>|\, s,t\in p(A)\wedge(|s|=|t|\}$ 则 P（A）/ R=（ ）

A．A ；B．P(A) ；C．{{{1}}，{{1，2}}，{{1，2，3}}，{{1，2，3，4}}}；

D．{{Φ}，{2}，{2，3}，{{2，3，4}}，{A}}

6、设 A={Φ，{1}，{1，3}，{1，2，3}}则 A 上包含关系“$\subseteq$”的哈斯图为（ ）



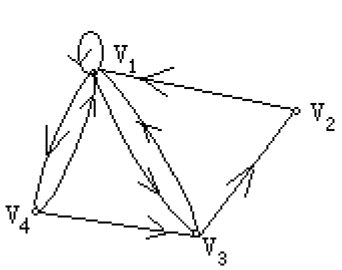
7、下列函数是双射的为（ ）

A．$f:I\rightarrow E$， $f(x)=2x$ ； B．$f:N\rightarrow N\times N$， $f(n)=<n, n+1>$ ；

C．$f:R\rightarrow I$， $f(x)=[x]$ ； D．$f:I\rightarrow N$, $f(x) = |x|$ 。

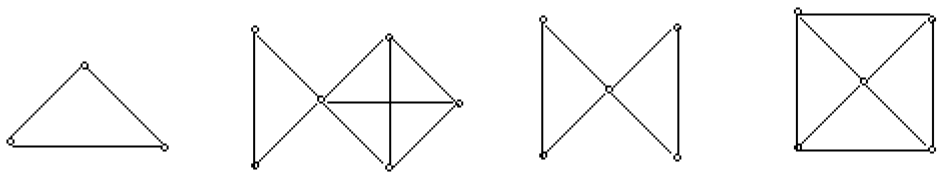
（注：I—整数集，E—偶数集， N—自然数集，R—实数集）

8、图 中 从 v_1 到 v_3 长度为 3 的通路有（ ）条。



A. 0； B. 1； C. 2； D. 3。

9、下图中既不是 Eular 图，也不是 Hamilton 图的图是（ ）



[A] [B] [C] [D]

10、在一棵树中有 7 片树叶，3 个 3 度结点，其余都是 4 度结点则该树有（　　）个 4 度结点。

A．1； B．2；　C．3；　D．4 。

三、证明 26%

1 、R 是集合 X 上的一个自反关系，求证：R 是对称和传递的，当且仅当 < a, b> 和<a , c>在 R 中有<.b , c>在 R 中。（8 分）

2 、f 和 g 都是群<G_1 ,★>到< $G_{2,}$ *>的同态映射，证明<C , ★>是<G_1, ★>的一个子群。其中 C=$\{x \mid x \in G_1 且 f(x)=g(x)\}$　(8 分)

3 、G=<V, E>　(|V| = v，|E|=e) 是每一个面至少由 k（k≥3）条边围成的连通平面图，则 $e \le \dfrac{k(v-2)}{k-2}$，　由此证明彼得森图（Peterson）图是非平面图。（11 分）

四、逻辑推演 16%

用 CP 规则证明下题（每小题 8 分）

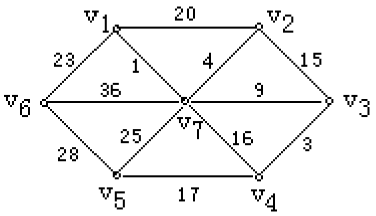
1、 $A \vee B \to C \wedge D, D \vee E \to F \Rightarrow A \to F$

2、 $\forall x(P(x) \to Q(x)) \Rightarrow \forall xP(x) \to \forall xQ(x)$

五、计算 18%

1、设集合 A={a，b，c，d}上的关系 R={<a , b > ,< b , a > ,< b, c > , < c , d >}用矩阵运算求出 R 的传递闭包 t (R)。　　　（9 分）

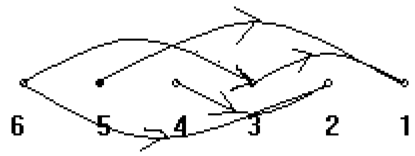
2、如下图所示的赋权图表示某七个城市 $v_1, v_2, \Lambda\ , v_7$ 及预先算出它们之间的一些直接通信线路造价，试给出一个设计方案，使得各城市之间能够通信而且总造价最小。　　（9 分）



一、 **填空 20%（每空 2 分）**

1、2(x+1)；2、$\{<a,a>,<a,b>,<a,c>,<c,c>,<b,a>,<c,a>\}$；3、$\{<2,1>,<3,1>,<5,1>,<4,2>,<6,2>,<6,3>\}$；

4、



反对称性、反自反性；4、$\{\Phi,\{\{\Phi,2\}\},\{\{2\}\},\{\{\Phi,2\},\{2\}\}\}$；5、1；

6、$(P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee R)$；7、任意 x，如果 x 是素数则存在一个 y，y 是奇数且 y 整除 x ；8、$\forall x \forall y \forall z \exists u (\neg P(x,z) \vee \neg P(y,z) \vee Q(x,y,u))$ 。

二、 **选择 20%（每小题 2 分）**

题目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	C	C	C	A	B	D	A	D	C

三、 **证明 16%(每小题 8 分)**

1、

① A	P（附加前提）
② $A \vee B$	T①I
③ $A \vee B \rightarrow C \wedge D$	P

④$C \wedge D$　　　　　　　T②③I

⑤D　　　　　　　T④I

⑥$D \vee E$　　　　　　　T⑤I

⑦$D \vee E \to F$　　　　　　　P

⑧F　　　　　　　T⑥⑦I

⑨$A \to F$　　　　　　　CP

2、

$\Theta\ \forall x P(x) \vee \exists x Q(x) \Leftrightarrow \neg(\forall x) P(x) \to \exists x Q(x)$

本题可证　$\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \neg(\forall x P(x) \to \exists x Q(x)$

①　$\neg(\forall x P(x))$　　　　　　　P（附加前提）

②$\exists x(\neg P(x))$　　　　　　　T①E

③$\neg P(a)$　　　　　　　ES②

④$\forall x(P(x) \vee Q(x))$　　　　　　　P

⑤$P(a) \vee Q(a)$　　　　　　　US④

⑥$Q(a)$　　　　　　　T③⑤I

⑦$\exists x Q(x)$　　　　　　　EG⑥

⑧$\neg(\forall x P(x) \to \exists x Q(x)$　　　　　　　CP

四、**14%**

1、　证明：

（1）　自反性：$\forall < x, y > \in X$，　由于$x + y = x + y$

$\therefore\ \ << x, y >, < x, y >> \in R \quad \Lambda\ R$自反

（2）　对称性：$\forall < x_1, y_1 > \in X$ ，$\forall < x_2, y_2 > \in X$

当$<< x_1, y_1 >, < x_2, y_2 >> \in R$时　即$x_1 + y_2 = x_2 + y_1$也即$x_2 + y_1 = x_1 + y_2$

故$<< x_2, y_2 >, < x_1, y_1 >> \in R \quad \Lambda\ R$有对称性

（3） 传递性：$\forall <x_1,y_1>\in X$ ，$\forall <x_2,y_2>\in X$ $\forall <x_3,y_3>\in X$

当 $<<x_1,y_1>,<x_2,y_2>>\in R$ 且 $<<x_2,y_2>,<x_3,y_3>>\in R$ 时

即 $\begin{cases} x_1+y_2=x_2+y_1 & (1) \\ x_2+y_3=x_3+y_2 & (2) \end{cases}$

$(1)+(2)$ $x_1+y_2+x_2+y_3=x_2+y_1+x_3+y_2$

即 $x_1+y_3=x_3+y_1$

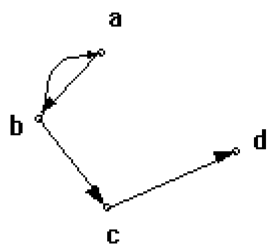
故 $<<x_1,y_1>,<x_3,y_3>>\in R$ Λ R有传递性

由（1）（2）（3）知：R 是 X 上的先等价关系。

2、X/R=$\{[<1,2>]_R\}$

五、 10%

1、$M_R=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$； 关系图



2、$M_{R^2}=M_R \circ M_R=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$M_{R^3}=M_{R^2}\circ M_R=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{R^4}=M_{R^3}\circ M_R=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}=M_{R^2} \quad M_{R^5}=M_{R^3}\ ,M_{R^6}=M_{R^4}\ ,\Lambda$$

$$M_{t(R)}=M_R+M_{R^2}+M_{R^3}+M_{R^4}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\therefore$ t (R)={<a , a> , <a , b> , < a , c> , <a , d > , <b , a > , < b ,b > , < b , c . > , < b , d > , < c , d > }。

六、 20%

1、（1） $f \cap g = \{< x, y >| x \in domf \wedge x \in domg \wedge y = f(x) \wedge y = g(x)\}$

$= \{< x, y >| x \in domf \cap domg \wedge y = f(x) = g(x)\}$

令$h = f \cap g$

$\therefore domf \cap g = domh = \{x \mid x \in domf \cap domg, f(x) = g(x)\}$

（2）$h = \{< x, y >| x \in domf \cap domg \wedge y = h(x) = f(x) = g(x)\}$

对$x \in domh$　若有y_1, y_2使得

$y_1 = h(x) = f(x) = g(x)$，　$y_2 = h(x) = f(x) = g(x)$

由于f(或g)是函数,有$y_1 = y_2$ 即$\forall x \in domh$ 有唯一y使得$y = h(x)$

$\therefore f \cap g$也是函数 。

2、证明：

"$\Rightarrow$"若f 有一左逆g ,则对 $\forall t \in T$　$g \circ f(t) = t$

故 $g \circ f$是入射 ,所以 f 是入射 。

"$\Leftarrow$" f 是入射,　$f: T \to S$定义如下:

$\forall s \in f(T)$,由 f 入射,　$\exists ! t \in T$,使$f(t) = s$

此时令$g(s) = t$, 若$s \notin f(T)$　令$g(s) = c \in T$

则对$\forall s \in S$, $g(s)$只有一个值 t 或 c且若$f(t) = s$

则　$g \circ f(t) = g(s) = t$,　故g 是f 的左逆元

即若f入射,必能构造函数g,　使g为f左逆函数 。