

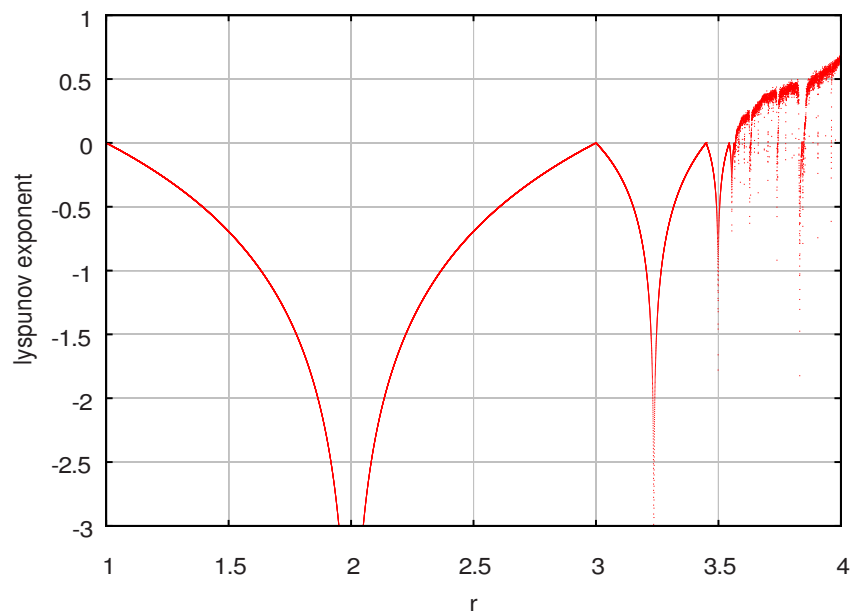
複雑系科学演習 (4) (2007/05/23)

ロジスティック写像：リアプノフ指数

ロジスティック写像では、周期倍分岐でわかるように解の個数が倍増していく。その解の個数が倍増していったときに、それが周期解であるかカオスであるかを判定することは難しい。そこで、得られた解がカオスであるかどうかを定量評価する必要がある。その指標のひとつにリアプノフ指数がある。リアプノフ指数はごく微小の値の違いが時間経過とともにどの程度の速度で離れていくかもしくは接近していくかを評価した値である。そのリアプノフ指数は以下の式で求めることができる。式の導出は補助資料を参照してほしい。

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \ln |x'_{n+1}|$$

リアプノフ指数の r 依存性を調べてグラフ化すると以下ようになる。



リアプノフ指数が正のときには、微小のずれが指数関数的に増大していくことを示している。だから、カオスはリアプノフ指数が正の値の r で生じていると判断できる。

課題

リアプノフ指数の r 依存性を示したグラフを描け。また、3 周期の窓の領域でのリアプノフ指数の r 依存性を示したグラフを描け。