МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ "ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"

ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ФУНКЦІЙ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
з курсу "Чисельні методи"
для студентів базового напрямку
6.0802 "Прикладна математика"

Затверджено
на засіданні кафедри
"Прикладна математика"
Протокол № 7 від 22.04.2004 р.

Львів 2004

Інтерполяція функцій: Методичні вказівки з курсу «Чисельні методи» для студентів базового напрямку 6.0802 «Прикладна математика»/ Укл.: М.В.Кутнів, Я.В.Пізюр. – Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2004.- 14 с.

Укладачі Кутнів М.В., канд. фіз-мат. наук, доц.,
Пізюр Я.В., канд. фіз-мат. наук, доц.

Відповідальний за випуск Мединський І.П., канд. фіз-мат. наук, доц.

Рецензенти Гнатів Б.В., канд. фіз-мат. наук, доц.,
Бандирський Б.Й., канд. фіз-мат. наук, доц.

ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ФУНКЦІЙ
§1. Постановка задачі наближення функції

Найпростіша задача наближення функції полягає у наступному. В дискретні моменти часу $x_0, x_1, ..., x_n$ спостерігаються (відомі) значення функції $f(x)$; необхідно знайти її значення при інших x.

Інколи з деяких додаткових міркувань відомо, що функцію, яку потрібно наблизити, доцільно шукати у вигляді

$$f(x) \approx g(x; a_0, a_1, ..., a_n) .$$

Якщо параметри $a_0, a_1, ..., a_n$ визначаються з умов $f(x_i) = g(x_i; a_0, a_1, ..., a_n)$, $i = \overline{0, n}$, де x_i – так звані вузли інтерполяції, то такий спосіб наближення називають інтерполяцією або інтерполюванням.

Нехай y_1 – найменше з чисел x_i – вузлів інтерполяції, а y_2 – найбільше з них. Якщо точка, в якій обчислюється значення $f(x)$ лежить зовні $[y_1, y_2]$, то разом з терміном інтерполяція використовується термін екстраполяція. Якщо вузли інтерполяції вибрано далеко від екстраполяційної точки, то слабо використовується суттєва інформація про поведінку змінної.

Найбільш часто використовується інтерполяція многочленами. Однак, це не єдино можливий тип інтерполяції. Інколи зручно наближати функцію тригонометричними функціями, а також раціональними функціями.

§2. Інтерполяційний многочлен Лагранжа

Серед способів інтерполювання найбільш поширений випадок лінійного інтерполювання, коли наближення шукають у вигляді:

$$g(x, a_0, ..., a_n) = \sum_{i=0}^{n} a_i \varphi_i(x),$$

де $\varphi_i(x)$ – фіксовані функції, значення коефіцієнтів a_i визначаються з умов:

$$f(x_j) = \sum_{i=0}^{n} a_i \varphi_i(x_j), \quad j = \overline{0, n}. \tag{1}$$

Метод розв'язування задачі, при якому коефіцієнти a_i визначаються безпосереднім розв'язування системи (1), називається методом неозначених коефіцієнтів.

Найчастіше на практиці використовується інтерполяція многочленами:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i , \tag{2}$$

тоді $\varphi_i(x) = x^i$, $i = \overline{0, n}$ і система рівнянь (1) має вигляд:

$$\sum_{i=0}^{n} a_i x_j^i = f(x_j), \quad j = \overline{0, n}. \tag{3}$$

Припустимо, що всі x_j різні. Визначник цієї системи є визначником Вандермонда:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \ldots & x_0^n \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \ldots & x_1^n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \ldots & x_n^n \end{vmatrix} \neq 0 .$$

Отже, система завжди має єдиний розв'язок. Таким чином, доведено існування та єдиність інтерполяційного многочлена (2).

Безпосереднє знаходження коефіцієнтів за допомогою розв'язування цієї системи вже при порівняно невеликих n ($n = 20$) призводить до великої обчислювальної похибки.

Будемо шукати явне представлення інтерполяційного многочлена не розв'язуючи систему (3). Задача інтерполювання буде розв'язана, якщо побудувати многочлени $\Phi_i(x), i = \overline{0,n}$ степеня не вище n такі, що:

$$\Phi_i(x_j) = \begin{cases} 0, & i \neq j, \\ 1, & i = j, \end{cases} \qquad i, j = \overline{0,n} .$$

Тоді многочлен

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i)\Phi_i(x) \tag{4}$$

буде шуканим інтерполяційним многочленом. Дійсно,

$$L_n(x_j) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i)\Phi_i(x_j) = f(x_j), \quad j = \overline{0,n} .$$

Крім того, $L_n(x)$ – многочлен степеня n. Многочлени $\Phi_i(x)$ будемо шукати у вигляді:

$$\Phi_i(x) = C_i(x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})\ldots(x - x_n) ,$$

де C_i – неозначені коефіцієнти, які знайдемо з умови $\Phi_i(x_i) = 1$. Тоді

$$C_i = [(x_i - x_0)(x_i - x_1)\ldots(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1})\ldots(x_i - x_n)]^{-1} .$$

Отже,

$$\Phi_i(x) = \prod_{j \neq i} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} .$$

Інтерполяційний многочлен, записаний у вигляді:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \prod_{j \neq i} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

називають інтерполяційним многочленом Лагранжа.

Існують інші форми запису цього ж інтерполяційного многочлена, наприклад, інтерполяційна формула Ньютона, яку ми будемо розглядати далі.

§3. Розділені різниці. Інтерполяційна формула Ньютона

За означенням розділена різниця нульового порядку $f(x_i)$ від функції $f(x)$ по одному вузлу x_i збігається з значенням функції $f(x_i)$. Розділені різниці першого порядку визначаються рівністю:

$$f(x_i;x_j)=\frac{f(x_j)-f(x_i)}{x_j-x_i},$$

різниці другого порядку рівністю:

$$f(x_i;x_j;x_k)=\frac{f(x_j;x_k)-f(x_i;x_j)}{x_k-x_i}$$

і т.д. Розділені різниці k-го порядку $f(x_0;x_1;...;x_k)$ визначаються через різниці $k-1$ порядку за формулою:

$$f(x_0;x_1;...;x_k)=\frac{f(x_1;x_2;...;x_k)-f(x_0;x_1;...;x_{k-1})}{x_k-x_0}.$$

Лема. *Справджується рівність*

$$f(x_0;x_1;...;x_k)=\sum_{j=0}^{k}\frac{f(x_j)}{\prod\limits_{i\neq j}(x_j-x_i)}.$$

Доведення проведемо методом математичної індукції. При $k=0$ ця рівність перетворюється в рівність $f(x_0)=f(x_0)$, при $k=1$

$$f(x_0;x_1)=\frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}=\frac{f(x_0)}{x_0-x_1}+\frac{f(x_1)}{x_1-x_0}.$$

Нехай (6) доведена при $k\le l$. Тоді

$$f(x_0;...;x_{l+1})=\frac{f(x_1;...;x_{l+1})-f(x_0;...;x_l)}{x_{l+1}-x_0}=\frac{1}{x_{l+1}-x_0}\left(\sum_{j=1}^{l+1}\frac{f(x_j)}{\prod\limits_{\substack{i\neq j\\1\le i\le l+1}}(x_j-x_i)}-\sum_{j=0}^{l}\frac{f(x_j)}{\prod\limits_{\substack{i\neq j\\0\le i\le l}}(x_j-x_i)}\right).$$

Якщо $j\neq 0,l+1,$ то коефіцієнт при $f(x_j)$ в правій частині є

$$\frac{1}{x_{l+1}-x_0}\left(\frac{1}{\prod\limits_{\substack{i\neq j\\1\le i\le l+1}}(x_j-x_i)}-\frac{1}{\prod\limits_{\substack{i\neq j\\0\le i\le l}}(x_j-x_i)}\right)=\frac{(x_j-x_0)-(x_j-x_{l+1})}{(x_{l+1}-x_0)\prod\limits_{\substack{i\neq j\\0\le i\le l+1}}(x_j-x_i)}=\frac{1}{\prod\limits_{\substack{i\neq j\\0\le i\le l+1}}(x_j-x_i)}.$$

Для $j=0$ значення $f(x_0)$ входить лише в один доданок в правій частині, а коефійієнт при ньому має вигляд

$$-\frac{1}{(x_{l+1}-x_0)\prod\limits_{\substack{i\neq 0\\0\le i\le l}}(x_0-x_i)}=\frac{1}{\prod\limits_{\substack{i\neq 0\\0\le i\le l+1}}(x_0-x_i)},$$

а коефіцієнт при $f(x_{l+1})$ є

$$\frac{1}{(x_{l+1}-x_0)\prod\limits_{\substack{i\neq l+1\\1\le i\le l+1}}(x_{l+1}-x_i)}=\frac{1}{\prod\limits_{\substack{i\neq l+1\\0\le i\le l+1}}(x_{l+1}-x_i)}.$$

Розділена різниця є симетричною функцією своїх аргументів $x_0, x_1, ..., x_k$, тобто не змінюється при будь-якому їх переставлянні.

Якщо функція задана в точках $x_0, x_1, ..., x_n$, то таблицю

$$
\begin{array}{lllll}
f(x_0) & & & & \\
 & f(x_0;x_1) & & & \\
f(x_1) & & f(x_0;x_1;x_2) & & \\
 & f(x_1;x_2) & & \dots & \\
f(x_2) & & \dots & & f(x_0;x_1;\dots;x_n) \\
 & \dots & & \dots & \\
\dots & & f(x_{n-2};x_{n-1};x_n) & & \\
 & f(x_{n-1};x_n) & & & \\
f(x_n) & & & &
\end{array}
$$

називають таблицею розділених різниць.

Нехай $P_n(x)$ многочлен *n*-го степеня. Різниця $P_n(x) - P_n(x_0)$ перетворюється в нуль при $x = x_0$, а тому ділиться на $x - x_0$. Отже, перша розділена різниця многочлена n-го степеня

$$P_n(x;x_0) = \frac{P_n(x_0) - P_n(x)}{x_0 - x}$$

є многочленом степеня $n-1$ відносно x. Розглянемо розділену різницю

$$P_n(x;x_0;x_1) = \frac{P_n(x_0;x_1) - P_n(x;x_0)}{x - x_1}.$$

Чисельник цього дробу перетворюється в нуль при $x = x_1$. Отже, друга розділена різниця є многочленом степеня $n-2$. Продовжуючи ці міркування, дійдемо висновку, що $P_n(x, x_0, ..., x_{n-1})$ є многочленом нульового степеня, тобто константою, а розділені різниці вищого порядку ніж n, дорівнюють нулю.

З означення розділених різниць випливає

$$P_n(x) = P_n(x_0) + (x - x_0)P_n(x;x_0),$$

$$P_n(x;x_0) = P_n(x_0;x_1) + (x - x_1)P_n(x;x_0;x_1),$$

$$P_n(x;x_0;x_1) = P_n(x_0;x_1;x_2) + (x - x_2)P_n(x;x_0;x_1;x_2),$$

....

$$P_n(x;x_0;x_1;...;x_{n-1}) = P_n(x_0;x_1;...;x_n) + (x - x_n)P_n(x;x_0;x_1;...;x_n) =$$
$$= P_n(x_0;x_1;...;x_n).$$

Звідси для $P_n(x)$ дістаємо формулу:

$$P_n(x) = P_n(x_0) + (x - x_0)P_n(x_0;x_1) + (x - x_0)(x - x_1)P_n(x_0;x_1;x_2) + ...$$
$$+ (x - x_0)(x - x_1)...(x - x_{n-1})P_n(x_0;x_1;...;x_n).$$

Якщо $L_n(x)$ інтерполяційний многочлен для функції $f(x)$, то його значення у вузлах $x_0, x_1, ..., x_n$ збігається із значенням функції $f(x)$, а отже, збігаються і розділені різниці, тому інтерполяційний многочлен для функції $f(x)$ можна записати у вигляді:

$$L_n(x) = f(x_0) + (x - x_0)f(x_0;x_1) + (x - x_0)(x - x_1)f(x_0;x_1;x_2) + ...$$
$$+ (x - x_0)(x - x_1)...(x - x_{n-1})f(x_0;x_1;...;x_n). \quad (1)$$

Такий запис інтерполяційного многочлена називають інтерполяційним многочленом у формі Ньютона, а формулу (1) – інтерполяційною формулою Ньютона.

Якщо відомі розділені різниці (таблиця розділених різниць), то многочлен Ньютона зручно обчислювати за схемою Горнера:

$$L_n(x) = f(x_0) + (x - x_0)(f(x_0; x_1) + (x - x_1)(f(x_0; x_1; x_2) + \ldots \\ + (x - x_{n-1}) f(x_0; x_1; \ldots; x_n))\ldots). \quad (2)$$

Неважко помітити, що коли покласти $b_0 = 0, b_k = (x - x_{n-k+1})b_{k-1} + f(x_0;\ldots;x_{n-k+1}),\ \ k = \overline{1, n+1}$, то $L_n(x) = b_{n+1}$. Це рекурентне співвідношення легко програмується. Обчислення $L_n(x)$ для кожного x за схемою (2) потребує n множень і $2n$ додавань та віднімань у той час, коли для обчислення значення многочлена Лагранжа, потрібна кількість арифметичних дій порядку $O(n^2)$. Однак, запис інтерполяційного многочлена у формі Лагранжа, як правило, призводить до меншої величини обчислювальної похибки.

Для спрощення обчислень інтерполяційного многочлена зручно використовувати так звану схему Ейткена. Нехай $L_{(k,k+1,\ldots,l)}(x)$ – інтерполяційний многочлен степеня $l - k$ з вузлами інтерполяції $x_k, x_{k+1}, \ldots, x_l$, зокрема $L_{(k)}(x_k) = f(x_k)$. Справджується рівність:

$$L_{(k,k+1,\ldots l+1)}(x) = L_{(k+1,\ldots,l+1)}(x) + \frac{(L_{(k+1,\ldots,l+1)}(x) - L_{(k,\ldots,l)}(x))(x - x_{l+1})}{x_{l+1} - x_k}. \quad (3)$$

Дійсно, права частина (3) є многочленом степеня $l - k + 1$ і збігається з $f(x)$ в точках $x_k, \ldots, x_{l+1}$. Схема Ейткена обчислення значення $L_{(0,1,\ldots,n)}(x)$ полягає в послідовному обчисленні за формулою (3) елементів таблиці значень інтерполяційних многочленів

$$\begin{array}{ccccc}
L_{(0)}(x) & & & & \\
 & L_{(0,1)}(x) & & & \\
L_{(1)}(x) & & L_{(0,1,2)}(x) & & \\
 & L_{(1,2)}(x) & & \ldots & \\
L_{(2)}(x) & & \ldots & & L_{(0,1,\ldots,n)}(x). \\
 & \ldots & & \ldots & \\
\ldots & & L_{(n-2,n-1,n)}(x) & & \\
 & L_{(n-1,n)}(x) & & & \\
L_{(n)}(x) & & & &
\end{array}$$

Нехай вузли x_i розташовані на одинакових віддалях: $x_i = x_0 + ih$, де h – величина кроку таблиці. Тоді використовують скінченні різниці, які визначаються так:

1) скінченні різниці першого порядку $\Delta f_i = \nabla f_{i+1} = f(x_{i+1}) - f(x_i), i = \overline{0, n-1}$, Δf_i – різниця вперед, а ∇f_{i+1} – різниця назад;

2) скінченні різниці k – го порядку $\Delta^k f_i = \Delta^{k-1} f_{i+1} - \Delta^{k-1} f_i, \nabla^k f_i = \nabla^{k-1} f_i - \nabla^{k-1} f_{i-1}$.

Очевидно, що

$$\Delta^k f_i = \nabla^k f_{i+k} = k! h^k f(x_i;\ldots;x_{i+k}).$$

У формулі (1) зробимо заміну $x = x_0 + sh$ і перейдемо від розділених різниць до скінченних, тоді одержимо:

$$L_n(x_0 + sh) = f_0 + \frac{s}{1!}\Delta f_0 + \frac{s(s-1)}{2!}\Delta^2 f_0 + \ldots + \frac{s(s-1)\ldots(s-n+1)}{n!}\Delta^n f_0. \quad (4)$$

Формулу (4) називають інтерполяційною формулою Ньютона для інтерполювання вперед. Її зручно використовувати при інтерполюванні на початку таблиці.

Якщо у формулі (1) інтерполяційні вузли перенумерувати у порядку $x_n, x_{n-1}, \ldots, x_0$ і зробити заміну $x = x_n + sh$, то одержимо інтерполяційний многочлен

$$L_n(x_n + sh) = f_n + \frac{s}{1!}\nabla f_n + \frac{s(s+1)}{2!}\nabla^2 f_n + \ldots + \frac{s(s+1)\ldots(s+n-1)}{n!}\nabla^n f_n, \quad (5)$$

який називається інтерполяційним многочленом Ньютона для інтерполювання назад і використовується при інтерполюванні в кінці таблиці.

Приклад 1. Побудувати інтерполяційний многочлен Ньютона для функції заданої таблицею

x	0	1	2	3	5
$f(x)$	1	0	2	1	4

Розв'язання. Побудуємо таблицю розділених різниць

$$\begin{array}{cccccc}
0 & 1 & & & & \\
 & & -1 & & & \\
1 & 0 & & 3/2 & & \\
 & & 2 & & -1 & \\
2 & 2 & & -3/2 & & 19/60\,. \\
 & & -1 & & 7/12 & \\
3 & 1 & & 5/6 & & \\
 & & 3/2 & & & \\
5 & 4 & & & &
\end{array}$$

Отже, інтерполяційний многочлен Ньютона буде мати вигляд

$$L_4(x) = 1 - x + \frac{3}{2}x(x-1) - x(x-1)(x-2) + \frac{19}{60}x(x-1)(x-2)(x-3)\,.$$

§4. Оцінка залишкового члена інтерполяційного многочлена

Проведемо дослідження похибки, яка виникає при заміні функції інтерполяційним многочленом. Нехай функція $f(x)$ визначена в $n+1$ вузлі інтерполяції $x_i \in [a,b],\, i = \overline{0,n}$, а $L_n(x)$ – інтерполяційний многочлен. Залишковий член (похибка) інтерполяційного многочлена має вигляд:

$$R_n(x) = f(x) - L_n(x)\,.$$

Очевидно, що у вузлах інтерполяції цей залишковий член дорівнює нулю. Припустимо, що функція $f(x)$ має $n+1$ неперервну похідну на відрізку $[a,b]$, тобто $f(x) \in C^{(n+1)}[a,b]$. Введемо допоміжну функцію

$$\varphi(t) = f(t) - L_n(t) - K\omega_{n+1}(t)\,,$$

де $\omega_{n+1}(t) = (t - x_0)...(t - x_n)$, K –константа. Зауважимо, що $\varphi(t) \in C^{(n+1)}[a,b]$, $\varphi(x_i) = 0$, $i = \overline{0,n}$. Виберемо сталу K з умови $\varphi(x) = 0$, де x – точка, в якій оцінюється похибка. Для цього достатньо покласти

$$K = \frac{f(x) - L_n(x)}{\omega_{n+1}(x)}\,.$$

При такому виборі K функція $\varphi(t)$ перетворюється в нуль в $n+2$-х точках $x_0,...,x_n,x$. На основі теореми Ролля її похідна має не менше $n+1$ коренів. Послідовно застосовуючи цю теорему до похідних вищого порядку функції $\varphi(x)$ одержимо, що $\varphi''(x)$ має не менше n коренів і.т.д., а функція $\varphi^{(n+1)}(x)$ має принаймні один корінь, тобто $\varphi^{(n+1)}(\xi) = 0$, де $\xi \in [a,b]$. Оскільки $\varphi^{(n+1)}(t) = f^{(n+1)}(t) - K(n+1)!$, то з умови $\varphi^{(n+1)}(\xi) = 0$ будемо мати:

$$K = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}\,.$$

Отже, співвідношення $\varphi(x)=0$ можна записати у вигляді

$$R_n(x) = f(x) - L_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)\omega_{n+1}(x)}{(n+1)!}, \quad \xi \in [a,b]. \tag{1}$$

Покладаючи

$$M_{n+1} = \sup_{x\in[a,b]} \left| f^{(n+1)}(x) \right|,$$

дістанемо оцінку залишкового члена

$$\left|R_n\right| \le \frac{M_{n+1}}{(n+1)!}\left|\omega_{n+1}(x)\right|.$$

Зауваження. Оскільки інтерполяційні многочлени Лагранжа і Ньютона відрізняються тільки формою запису, то формула (1) справджується як для інтерполяційного многочлена у формі Лагранжа так і у формі Ньютона.

Приклад 2. За таблицею значень функції $f(x)=\frac{1}{x}$, в точках 2,70, 2,72, 2,74 користуючись лінійною інтерполяцією, знайти наближене значення $f(2{,}718)$ та оцінити залишковий член.

Розв'язання. Побудуємо таблицю розділених різниць

x_i	$f(x_i)$	$f(x_i;x_j)$
2,70	0,3704	
2,72	0,3676	-0,14
2,74	0,3650	-0,13

Інтерполяційний многочлен Ньютона 1-го степеня (лінійна інтерполяція) має вигляд: $L_1(x) = f(x_0) + (x-x_0)f(x_0;x_1) = 0{,}3704 - 0{,}14(x-2{,}7)$. Тоді $f(2{,}718) \approx 0{,}3679$. Для залишкового члена лінійної інтерполяції справджується оцінка

$$R_1(x) = \frac{M_2}{2!}\left|(x-x_0)(x-x_1)\right|, \quad M_2 = \max_{x_0\le x\le x_1}\left|f''(x)\right|.$$

Враховуючи, що $f''(x)=\frac{2}{x^3}$, $\max\limits_{2{,}70\le x\le 2{,}72}\left|f''(x)\right| = \frac{2}{(2{,}7)^3}$ будемо мати

$$\left|R_1(2.718)\right| < \frac{\left|2.718-2.70\right|\cdot\left|2.718-2.72\right|}{(2.7)^3} < 0.2\cdot 10^{-4}.$$

Приклад 3. З якою точністю можна обчислити $\sin 20°$ за відомими значеннями $\{\sin 0°; \sin 30°; \sin 45°\}$, використовуючи інтерполяцію: а) лінійну; б) квадратичну.

Розв'язання. Оскільки $f(x)=\sin x$, $f'(x)=\cos x$, $f''(x)=\sin x$, $\max\limits_{x\in[0°;30°]}\left|f''(x)\right| = \frac{1}{2}$,

$x_0 = 0, x_1 = \frac{\pi}{6}$, то для залишкового члена лінійної інтерполяції справджується оцінка

$$\left|R_1\left(\frac{\pi}{9}\right)\right| \le \frac{1}{2\cdot 2}\left|\left(\frac{\pi}{9}-0\right)\left(\frac{\pi}{9}-\frac{\pi}{6}\right)\right| \approx 0{,}015.$$

У випадку квадратичної інтерполяції (інтерполяції многочленом 2-го степеня) з урахуванням $f'''(x)=\cos x$, $\max\limits_{x\in[0°;45°]}\left|\cos x\right| = 1$, одержимо

$$\left|R_2\left(\frac{\pi}{9}\right)\right| \le \frac{1}{6}\left|\left(\frac{\pi}{9}-0\right)\left(\frac{\pi}{9}-\frac{\pi}{6}\right)\left(\frac{\pi}{9}-\frac{\pi}{4}\right)\right| \approx 0{,}004.$$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бабенко К.И. Основы численного анализа. – М.: Наука, 1986.
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.. Численные методы. – М.:Наука, 1987.
3. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений: В 2 т. М.: ГИФМЛ, 1962.
4. Гаврилюк І.П., Макаров В.Л. Методи обчислень. – К.:Вища школа, 1995, ч.1,
5. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы. – М.: Наука, 1976-1977, Т.1, Т.2.
6. Ляшко И.И., Макаров В.Л., Скоробогатько А.А. Методы вычислений. – К.: Вища школа, 1977.
7. Самарский А.А. Введение в численные методы. - М.:Наука, 1982.
8. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.:Наука, 1986.

Лабораторна робота №1
Тема: Інтерполяція функцій

Для функції, заданої таблично, побудувати інтерполяційний многочлен Ньютона через розділені різниці (3.2) і обчислити її значення у точках x', x'', x'''.

Варіанти завдань для лабораторної роботи:

Функція А

x	$f(x)$	x	$f(x)$
0,0	0,00000	0,5	0,47942
0,1	0,09983	0,6	0,56464
0,2	0,19866	0,7	0,64421
0,3	0,29552	0,8	0,71735
0,4	0,38941	0,9	0,78332

Точки інтерполяції

№	x'	x''	x'''
1	0,052	0,303	0,891
2	0,445	0,778	0,801
3	0,115	0,256	0,669
4	0,224	0,575	0,832
5	0,033	0,555	0,782
6	0,226	0,431	0,669
7	0,114	0,357	0,802
8	0,335	0,551	0,844
9	0,011	0,449	0,723
10	0,225	0,578	0,805

Функція В

x	$f(x)$	x	$f(x)$
0,0	2,00000	0,5	1,07073
0,1	1,95533	0,6	0,77279
0,2	1,82533	0,7	0,49515
0,3	1,62160	0,8	0,26260
0,4	1,36235	0,9	0,09592

Точки інтерполяції

№	x'	x''	x'''
1	0,122	0,554	0,812
2	0,054	0,335	0,774
3	0,221	0,408	0,681
4	0,084	0,178	0,455
5	0,351	0,485	0,804
6	0,108	0,337	0,687
7	0,224	0,447	0,771
8	0,066	0,368	0,623
9	0,311	0,587	0,776
10	0,188	0,258	0,691

Функція C

x	$f(x)$	x	$f(x)$
0,0	0,00000	0,5	1,71828
0,1	0,22140	0,6	2,32011
0,2	0,49182	0,7	3,05519
0,3	0,82211	0,8	3,95303
0,4	1,22554	0,9	5,04964

Точки інтерполяції

№	x'	x''	x'''
1	0,221	0,428	0,681
2	0,128	0,258	0,691
3	0,224	0,447	0,771
4	0,172	0,534	0,832
5	0,331	0,537	0,716
6	0,012	0,551	0,808
7	0,284	0,454	0,633
8	0,087	0,441	0,777
9	0,405	0,661	0,822
10	0,216	0,486	0,714

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ФУНКЦІЙ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

з курсу “Чисельні методи”
для студентів базового напрямку
6.0802 “Прикладна математика”

Укладачі Кутнів Мирослав Володимирович
Пізюр Ярополк Володимирович

Редактор

Комп’ютерне складання

Підписано до друку
Формат 70 х $100^1/_{16}$. Папір офсетний.
Друк на різографі. Умовн. друк. арк. Обл.-вид. арк.
Наклад прим. Зам.

Поліграфічний центр
Видавництва Національного університету “Львівська політехніка”
вул. Ф Кодесси, 2, 79000, Львів