Obtener la masa invariante del bosón Z a partir de la suma de los cuadrivectores de dos muones en colisiones protón-protón

José Ibáñez*

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas,

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México.

20/09/2021

Resumen

En el presente se mostrarán los resultados obtenidos para la masa invariante del bosón **Z** reconstruido a partir de su desintegración en un muón (μ^-) y un antimuón (μ^+) con los datos de $CERNBox$, eventos que involucraron energía (en adelante E) y momento (en adelante p) con sus respectivas componentes (p_x, p_y, p_z). Gracias a la ayuda que nos brindaron las herramientas proporcionadas por la doctora I. Pedraza (Instituto de Física "LRT", BUAP), que fueron $Google$ $Colaboratory$ (en adelante $Colab$) y $GitHub$, de suma importancia para programar los cálculos necesarios y observar las gráficas e histogramas de la masa (en adelante m) y de p.

*jose.ibanez@alumno.buap.mx

1. Introducción

Empezaremos definiendo a la masa invariante como:

$$(mc^2)^2 = E^2 - \parallel p \parallel^2 c^2 \ , \tag{1}$$

donde c es la velocidad de la luz en Unidades de Planck, entonces:

$$c = 1 \ , \tag{2}$$

el momento total del sistema (en adelante $\parallel p \parallel$), está dado por:

$$\begin{aligned} \parallel p \parallel &= \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2} \ , \\ \Longrightarrow \parallel p \parallel^2 &= p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 \ , \end{aligned} \tag{3}$$

por lo que con (2) y (3), (1) puede reescribirse como:

$$\begin{aligned} (mc^2)^2 &= E^2 - (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)c^2 \ , \\ \Longrightarrow mc^2 &= \sqrt{E^2 - (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)} \ . \end{aligned} \tag{4}$$

En una colisión de dos partículas, el cuadrado de la masa invariante está dado por:

$$M^2 = (E_1 + E_2)^2 - \parallel p_1 + p_2 \parallel^2 \ , \tag{5}$$

por lo visto en (4), podemos reescribir (5) como:

$$M_Z = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - [(p_{x1} + p_{x2})^2 + (p_{y1} + p_{y2})^2 + (p_{z1} + p_{z2})^2]} \ , \tag{6}$$

con M_Z como el valor para la masa invariante de **Z**, nuestro objetivo final. Expandimos nuestras ecuaciones con el fin de darle una instrucción clara y sencilla a $Colab$.

2. Programación y cálculos

El archivo que contiene los datos de los eventos a estudiar (eventos_pxpypzE.csv, en adelante archivo de eventos o sólo archivo) lo descargamos de [1] y, en primera instancia, corroboramos que la lectura en $Colab$ de datos sea correcta. Para facilitar esto, hemos subido el archivo a nuestro espacio en $Google\ Drive$ (en adelante $Drive$) y lo hemos leído desde ahí (se añadieron manualmente los nombres a las columnas desde el archivo .csv para una mejor comprensión visual):

```
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import norm
#by:joseiban
events=pd.read_csv('/content/drive/MyDrive/Masa invariante Z/Eventos_pxpypzE.csv')
events.head()
```

	px	py	pz	E
0	-25.4	35.0	86.3	96.6
1	25.4	-35.0	39.9	58.8
2	15.6	-33.5	15.3	40.0
3	-15.6	33.5	102.0	109.0
4	-12.7	16.0	112.0	114.0

Figura 1: Lectura de datos en $Colab$ desde $Drive$.

Le asignamos su respectivo nombre a cada columna (desde el programa):

```
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import norm
#by:joseiban
data=np.genfromtxt("/content/drive/MyDrive/Masa invariante Z/Eventos_pxpypzE.csv", delimiter="," , names=["px","py","pz","E"])
```

Figura 2: Se asigna el significado de las columnas.

2.1. Resolución de problemas

Los datos que contiene nuestro archivo de eventos son 20,000 cuadrivectores de muones $\mu = (p_x, p_y, p_z, E)$, pero estos datos están emparejados muón-antimuón, de modo que tenemos 10,000 parejas de muones.

	A	B	C	D
1	px	py	pz	E
2	-2.54E+01	3.50E+01	8.63E+01	9.66E+01
3	2.54E+01	-3.50E+01	3.99E+01	5.88E+01
4	1.56E+01	-3.35E+01	1.53E+01	4.00E+01
5	-1.56E+01	3.35E+01	1.02E+02	1.09E+02
6	-1.27E+01	1.60E+01	1.12E+02	1.14E+02
7	1.27E+01	-1.60E+01	-1.10E+01	2.32E+01
8	1.32E+01	4.20E+01	-1.92E+01	4.81E+01
9	-1.32E+01	-4.20E+01	-4.24E+01	6.11E+01
10	-3.70E+01	-4.41E+00	7.74E+01	8.59E+01
11	3.70E+01	4.41E+00	1.56E+02	1.61E+02

Figura 3: Datos del archivo de eventos.

Nuestro objetivo ahora es colocar sobre la misma fila a los dos muones. Note que los muones están emparejados en el archivo de modo $(n, n+1)$, con n el número de fila excluyendo al 1 y, a su vez, $n = 2m$ con $m \in \mathbb{N}$, de modo que si los colocamos sobre el mismo renglón, el primer cuadrivector contendrá a todas las filas pares y el segundo cuadrivector a las filas impares. Haremos uso de un software de estadística llamado $Minitab$ para hacer la idea anterior más visible (no se hace directamente en el archivo .cvs porque, al estar en Excell, este realiza automáticamente las operaciones y primero queremos verlas como texto):

	px1	py1	pz1	E1	px2	py2	pz2	E2
1	=A2	=B2	=C2	=D2	=A3	=B3	=C3	=D3
2	=A4	=B4	=C4	=D4	=A5	=B5	=C5	=D5
3	=A6	=B6	=C6	=D6	=A7	=B7	=C7	=D7
4	=A8	=B8	=C8	=D8	=A9	=B9	=C9	=D9
5	=A10	=B10	=C10	=D10	=A11	=B11	=C11	=D11
6	=A12	=B12	=C12	=D12	=A13	=B13	=C13	=D13
7	=A14	=B14	=C14	=D14	=A15	=B15	=C15	=D15
8	=A16	=B16	=C16	=D16	=A17	=B17	=C17	=D17
9	=A18	=B18	=C18	=D18	=A19	=B19	=C19	=D19
10	=A20	=B20	=C20	=D20	=A21	=B21	=C21	=D21

Figura 4: Basta con hacer manualmente sólo las primeras 2 filas, después $Minitab$ rellena hasta la fila 10,000 de forma automática.

Una vez obtenidas estas operaciones, las podemos extrapolar a nuestro archivo de Excell sin problemas:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	px	py	pz	E	px1	py1	pz1	E1	px2	py2	pz2	E2
2	-2.54E+01	3.50E+01	8.63E+01	9.66E+01	=A2	=B2	=C2	=D2	=A3	=B3	=C3	=D3
3	2.54E+01	-3.50E+01	3.99E+01	5.88E+01	=A4	=B4	=C4	=D4	=A5	=B5	=C5	=D5
4	1.56E+01	-3.35E+01	1.53E+01	4.00E+01	=A6	=B6	=C6	=D6	=A7	=B7	=C7	=D7
5	-1.56E+01	3.35E+01	1.02E+02	1.09E+02	=A8	=B8	=C8	=D8	=A9	=B9	=C9	=D9
6	-1.27E+01	1.60E+01	1.12E+02	1.14E+02	=A10	=B10	=C10	=D10	=A11	=B11	=C11	=D11
7	1.27E+01	-1.60E+01	-1.10E+01	2.32E+01	=A12	=B12	=C12	=D12	=A13	=B13	=C13	=D13
8	1.32E+01	4.20E+01	-1.92E+01	4.81E+01	=A14	=B14	=C14	=D14	=A15	=B15	=C15	=D15
9	-1.32E+01	-4.20E+01	-4.24E+01	6.11E+01	=A16	=B16	=C16	=D16	=A17	=B17	=C17	=D17
10	-3.70E+01	-4.41E+00	7.74E+01	8.59E+01	=A18	=B18	=C18	=D18	=A19	=B19	=C19	=D19
11	3.70E+01	4.41E+00	1.56E+02	1.61E+02	=A20	=B20	=C20	=D20	=A21	=B21	=C21	=D21

Figura 5: Se muestran coloreados para notar los distintos cuadrivectores.

Una vez que damos "enter" al programa obtenemos:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	px	py	pz	E	px1	py1	pz1	E1	px2	py2	pz2	E2
2	-2.54E+01	3.50E+01	8.63E+01	9.66E+01	-25.4	35	86.3	96.6	25.4	-35	39.9	58.8
3	2.54E+01	-3.50E+01	3.99E+01	5.88E+01	15.6	-33.5	15.3	40	-15.6	33.5	102	109
4	1.56E+01	-3.35E+01	1.53E+01	4.00E+01	-12.7	16	112	114	12.7	-16	-11	23.2
5	-1.56E+01	3.35E+01	1.02E+02	1.09E+02	13.2	42	-19.2	48.1	-13.2	-42	-42.4	61.1
6	-1.27E+01	1.60E+01	1.12E+02	1.14E+02	-37	-4.41	77.4	85.9	37	4.41	156	161
7	1.27E+01	-1.60E+01	-1.10E+01	2.32E+01	-15.5	-36.3	166	171	15.5	36.3	469	471
8	1.32E+01	4.20E+01	-1.92E+01	4.81E+01	23	-28.6	-80.3	88.3	-23	28.6	-380	382
9	-1.32E+01	-4.20E+01	-4.24E+01	6.11E+01	-26.5	-31	-2.8	40.9	26.5	31	-34.9	53.7
10	-3.70E+01	-4.41E+00	7.74E+01	8.59E+01	37.3	-25.7	387	389	-37.3	25.7	549	551
11	3.70E+01	4.41E+00	1.56E+02	1.61E+02	24.2	11.2	168	170	-24.2	-11.2	1640	1650

Figura 6: Es notorio el emparejamiento de muones.

Ahora, guardamos nuestros cuadrivectores resultantes, llamados $\mu_1 = (p_x 1, p_y 1, p_z 1, E1)$ y $\mu_2 = (p_x 2, p_y 2, p_z 2, E2)$, en un archivo .cvs aparte, al cual denotaremos por "2 Muon" y subiremos a $Drive$ para lectura en $Colab$ como se vio en la Introducción.

3. Graficar la masa invariante de la suma de los cuadrivectores de los dos muones

Cargamos nuestro nuevo archivo para lectura en $Colab$:

```python
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import norm
#by:joseiban
events=pd.read_csv('/content/drive/MyDrive/Masa invariante Z/2 Muon.csv')
events.head()
```

	px1	py1	pz1	E1	px2	py2	pz2	E2
0	-25.4	35.00	86.3	96.6	25.4	-35.00	39.9	58.8
1	15.6	-33.50	15.3	40.0	-15.6	33.50	102.0	109.0
2	-12.7	16.00	112.0	114.0	12.7	-16.00	-11.0	23.2
3	13.2	42.00	-19.2	48.1	-13.2	-42.00	-42.4	61.1
4	-37.0	-4.41	77.4	85.9	37.0	4.41	156.0	161.0

Figura 7

De igual manera, le asignamos el nombre correspondiente a cada columna:

```python
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import norm
#by:joseiban
data=np.genfromtxt("/content/drive/MyDrive/Masa invariante Z/2 Muon.csv", delimiter="," , names=["px1","py1","pz1","E1","px2","py2","pz2","E2"])
```

Figura 8

Generamos una gráfica con los datos de la masa invariante vista en (6):

```python
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import norm
#by:joseiban
data=np.genfromtxt("/content/drive/MyDrive/Masa invariante Z/2 Muon.csv", delimiter="," , names=["px1","py1","pz1","E1","px2","py2","pz2","E2"])
plt.plot(np.sqrt((data['E1']+data['E2'])**2-((data['px1']+data['px2'])**2+(data['py1']+data['py2'])**2+(data['pz1']+data['pz2'])**2)))
```

```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7f2675ff4050>]
```

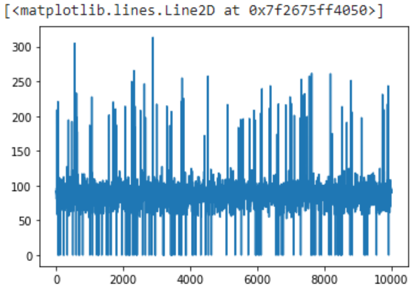

Figura 9

Con ayuda de un histograma para estos mismos datos, vemos dónde están mayormente distribuidos los datos para la masa:

```
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import norm
#by:joseiban
data=np.genfromtxt("/content/drive/MyDrive/Masa invariante Z/2 Muon.csv", delimiter="," , names=["px1","py1","pz1","E1","px2","py2","pz2","E2"])
plt.hist(np.sqrt((data['E1']+data['E2'])**2-((data['px1']+data['px2'])**2+(data['py1']+data['py2'])**2+(data['pz1']+data['pz2'])**2)),bins=[60,70,80,
```

```
(array([ 233.,  478., 2999., 5635.,  331.,   70.,   25.]),
 array([ 60,  70,  80,  90, 100, 110, 120, 130]),
 <a list of 7 Patch objects>)
```

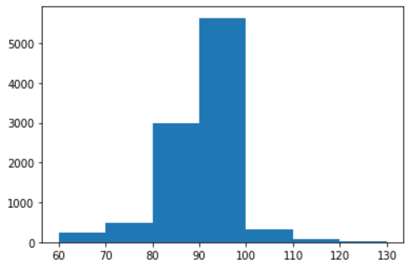

Figura 10

Con esta última figura observamos un pico en el valor de las masas al rededor de 90 y 100 (GeV). Con tan sólo 20,000 eventos nos encontramos bastante cerca del valor para la masa del bosón **Z** actualmente medida, que es de 91.2 GeV.

Todos estos resultados se exportaron a $GitHub$ y pueden ser revisados en [2].

Referencias

[1] CERN. *CERNBox - The CERN Cloud Storage*. URL: `https://cernbox.cern.ch/index.php/s/uY1NdxJmpUMgqgC`. (accedido: 20.09.2021).

[2] José Á. Ibáñez. *Masa_invariante_Z_(corregido).ipynb*. URL: `https://github.com/fisicadeparticulas/20210915_procesamientodearchivoslhe-joseiban/blob/main/Masa_invariante_Z_(corregido).ipynb`. (accedido: 20.09.2021).