

El problema de la radiación de cuerpo negro esta descrito por la ley de Planck que es

$$B_\nu(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T} - 1\right)}. \quad (1)$$

1. Para 5 valores diferentes de temperatura, determine la frecuencia a la cual se presenta la máxima emisividad.

**Tip:** Optimización / Métodos basados en gradiente.

2. Suponga, que las frecuencias de máxima emisividad cumplen una relación lineal con respecto a la temperatura. Usando el método de mínimos cuadrados, determine los coeficientes del polinomio lineal que determina esta relación. Compare el resultado con la ley de desplazamiento de Wien.

**Tip:** Regresiones lineales / Solución iterativa de sistemas de ecuaciones lineales.

3. Obtenga la aproximación de Rayleigh Jeans para bajas frecuencias  $\nu \rightarrow 0$ .

**Tip:** Usando 3 valores de  $\nu$ , incluyendo  $\nu = 0$ , anteriores a la frecuencia máxima a una temperatura fija, aplique interpolación de Newton (equivalente a la expansión de series de Taylor) o diferencia central en reemplazo de la derivada para la serie de Taylor.

4. Obtenga numéricamente la constante de Stefan-Boltzmann,  $\sigma$ .

**Tip:** Para los 5 valores de temperatura usados, integrar ley de Planck sobre todas las frecuencias y angulo solido que determina una semiesfera. Esta consideración lleva al problema

$$j^* = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} d\nu = \sigma T^4.$$

Tras un cambio de variable, es posible resolver el problema equivalente

$$j^* = \left( \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{u^3}{\exp(u) - 1} du \right) T^4 = \sigma T^4.$$

5. Aproxime la constante de Stefan-Boltzmann partiendo de una interpolación de la la ley de Planck, con las mismas temperaturas y tomando 5 frecuencias para su interpolación (incluir  $\nu = 0$  y  $\nu = \nu_{max}$ , una frecuencia entre estas dos, y dos frecuencias posteriores a la frecuencia del máximo). Compare resultados con interpolación por *splines* cúbicos y otra técnica de interpolación, y el resultado del numeral anterior.

Información adicional:

- Radiación de cuerpo negro.
- Ley de Stefan-Boltzmann.
- Ley de Rayleigh Jeans.
- Ley de Wien.