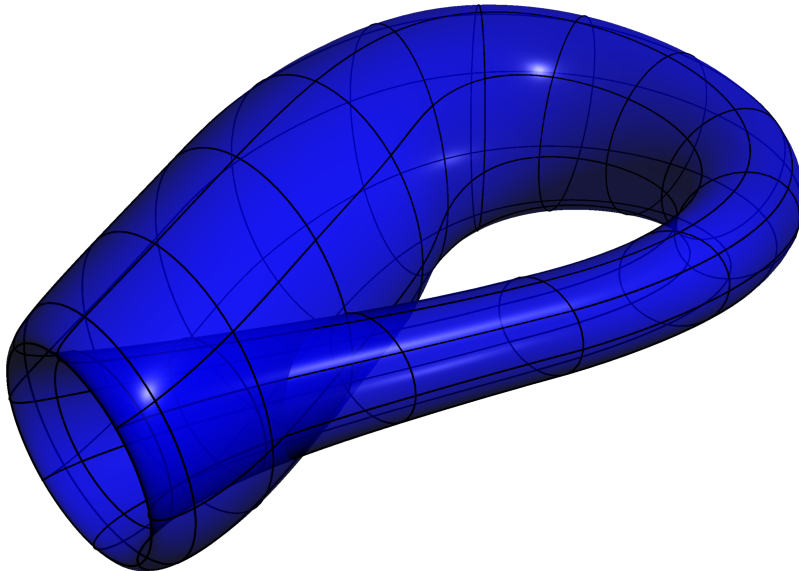


ARTE Y MATEMÁTICAS

ARTE Y MATEMÁTICAS

RICARDO



Departamento de matemática y física, FIMGC USNCH
E-mail: ricardomallqui@gmail.com
URL: www.fractales.com

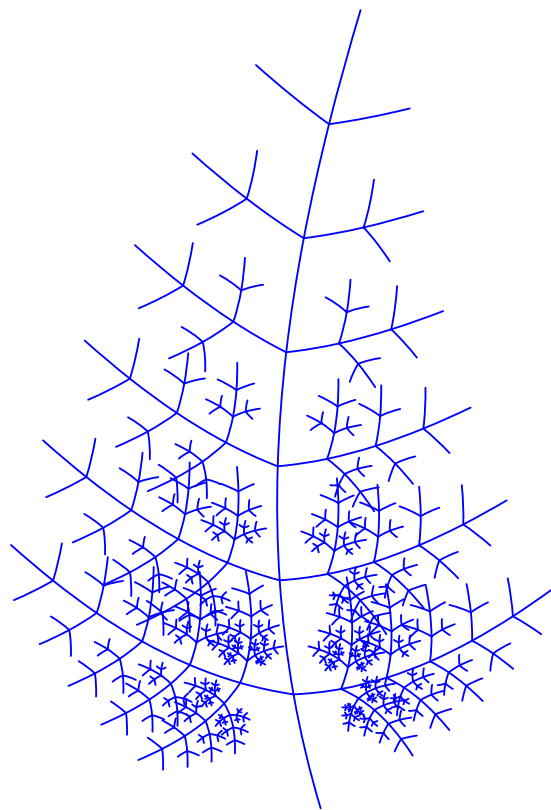
Arte y Matemáticas
Ricardo Michel Mallqui Baños

Un libro basado en código asymptote LaTeX y pstricks

Bibliografía.

Incluye Índice.

1. Geometry, Differential. 2. Curves. 3. Surfaces.



Todos los derechos reservados. Ninguna parte de este libro puede ser reproducido en cualquier forma, o por cualquier medio, sin permiso por escrito del editor.

Departamento de matemática y física, FIMGC USNCH

E-mail: ricardomallqui@gmail.com

URL: www.fractales.com

Índice general

Índice general	I
Lista de figuras	II
Lista de tablas	IV
Presentación	VII
1. Curvas	1
1.1. Tangente en un punto de una curva	1
1.2. La Sección Áurea	3
1.2.1. Análisis de la sección áurea	4
1.2.2. Propiedades del numero ϕ	5
1.3. Rectángulos dinámicos estructurales	9
1.3.1. El cuadrado	12
1.3.2. El rectángulo $\sqrt{2}$	13
1.3.3. El rectángulo $\sqrt{3}$	13
1.3.4. El rectángulo $\sqrt{5}$	14
1.3.5. El rectángulo $\sqrt{\phi}$	15
1.3.6. El rectángulo áureo (ϕ)	15
1.3.7. El triángulo áureo y el pentágono	16
1.3.8. Ejemplos de Composición sobre los Rectángulos Dinámicos	17
Referencias	21
Indices	21
A. Sistemas de coordenadas	I
A.1. Coordenadas cartesianas	I
A.2. Coordenadas esféricas	II
A.3. Coordenadas cilíndricas	III
A.4. Transformación de coordenadas	IV
A.5. Dirección de una línea 2D y 3D	IV
B. Recta y plano	V
B.1. Vector	VI
B.2. Recta	VII
B.3. Plano	VII

C. La forma y elementos	IX
C.1. Centro de masa	IX
C.2. Eje de una forma	IX
C.2.1. Métodos convencionales - Plomada en la pared	IX
C.2.2. Métodos convencionales - Borde de la mesa	IX
C.3. Volumen	IX
C.4. Simplicaciones de la forma	IX
D. Transformaciones	XI
D.1. Transformaciones elementales	XI
D.1.1. Traslacion	XI
D.1.2. Rotation	XI
D.1.3. Simetry	XII
D.1.4. Homotecia	XIII
D.2. Transformaciones topológicas	XIII
D.2.1. Homeomorfismo	XIV
D.2.2. Isometria	XIV
E. Proyecciones	XIX
E.0.1. Ortogonal	XIX
E.0.2. Oblicua	XIX
E.0.3. Estereografica	XXI

Lista de figuras

1.1. Curva 3D con las rectas: tangente normal y binormal (Triedro de Frenet-Serret) además los planos: osculador, rectificante y normal	2
1.2. geometry	2
1.3. Sección áurea de un segmento	3
1.4. La Parabola $x^2 - kx - k^2 = y$ y los puntos S y S'	4
1.5. Construcción del segmento menor BC a partir del segmento mayor AB	8
1.6. Construcción del segmento menor BY a partir del segmento mayor AB , $AY = UB$; $\frac{OA}{AS} = \frac{OS}{OA} = \frac{AU}{UB} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$	9
1.7. $\frac{AB}{YB} = \frac{A''R'}{R'O} = \phi$. Se unió los procedimientos anteriores	9
1.8. $\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{CD} = \frac{AC}{AB} = \phi$	10
1.9. Rectángulos Dinámicos $\sqrt{2}$, ϕ , $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, ...	11
1.10. Tipo de rectángulo	11
1.11. Cuadrado	12
1.12. Un rectángulo arbitrario	12
1.13. Cuadrado	13
1.14. Rectángulo $\sqrt{2}$	14
1.15. Rectángulo $\sqrt{3}$	14
1.16. Rectángulo $\sqrt{5}$	15
1.17. Rectángulo $\sqrt{\phi}$	16
1.18. Rectángulo ϕ	16
1.19. El Pentágono y el Triángulo Áureo y la Relación de sus Lados	17
A.1. Coordenadas cartesianas	I
A.2. Coordenadas esféricas	II
A.3. Coordenadas cilíndricas	III
D.1. Translation	XI
D.2. Rotation	XII
D.3. Simetry	XIII
D.4. Escala - Homotecia	XIV
D.5. linewidth	XV
D.6. Secciones y rebanadas	XVI
D.7. Array	XVII
E.1. Proyección ortogonal	XIX
E.2. Ortogonal	XX
E.3. Oblicua	XX

E.4. Estereografica	XXI
-------------------------------	-----

Lista de tablas

1.1.	Combinaciones de los tres segmentos de la seccion aurea.	5
1.2.	Combinaciones de los tres segmentos de la seccion aurea.	5
1.3.	Convergencia de la sucesión de Fibonacci al número áureo	6
1.4.	A sample long table.	17

Presentación

Matemáticas en el arte plástico nace del intento de poner en orden, la noción intuitiva que se tiene sobre la estructura compositiva en el arte plástico y hacerla un tanto rigurosa en un aspecto lógico de formas, sobre una base estructural geométrica.

El número áureo, es uno de los fractales más interesantes, el objetivo es hacer reconocer, de que modo, este número esta relacionado con los fractales y generalizarlo, a conceptos mucho más elaborados, para poder aplicarlas en el arte plástico. El universo tiene un lenguaje, basado en los números, que la describe casi por completo, lo cual implica que está presente, en todos los fenómenos de la realidad.

Se sabe que a pesar de lo discutible de su conocimiento sobre el número áureo, Platón se ocupa de estudiar el origen y la estructura del cosmos, caso que intentó, usando los cinco sólidos platónicos, Para Platón los sólidos corresponden a una de las partículas que conformaban cada uno de los elementos es decir la tierra lo asocia con el cubo, el fuego con el tetraedro, el aire con el octaedro, el agua con el icosaedro y finalmente el universo, como un todo asociado con el dodecaedro las cuales se tratan en el Capítulo 3.

Se analizo el libro del teólogo y matemático Lucca Paccioli que trata sobre la sección áurea en base al legado dejado por Platón y Euclides, en su libro La Divina Proporción donde describe la construcción de los cinco sólidos platónicos, el nombre Platónico debido la descripción constructiva de estos sólidos por Platón, asociados a la estética, la mística, la cósmica y la teológica, que conmovió a todas las generaciones, desde los pueblos neolíticos hasta nuestros días.

Lucca Pacioli publica su libro La Divina proporción en 1509, donde plantea cinco razones por la que estima apropiado considerar divino al número de oro, primero la unicidad del número de oro, la compara con la unicidad de dios, segundo el hecho de que esté definido con tres segmentos de recta lo relaciona con la trinidad, tercero la inconmensurabilidad del número de oro y la inconmensurabilidad de Dios son equivalentes, cuarto la utosimilitud asociada al número de oro lo compara con la omnipotencia e invariabilidad, finalmente el quinto, de la misma manera en que Dios dio ser al universo a través de la quinta esencia, representada por el dodecaedro, el número de oro, dio ser al dodecaedro.

Pero si bien ejemplos y contraejemplos constituyen una trascendencia importante, en algún proceso, se trato de evitar que el lector, se quede con la idea de que los números están trivialmente en alguna aplicación, por ello se ha procurado presentar de manera ordenada en el cuerpo básico del texto, de manera que exista una secuencia de conceptos implicados unos con otros.

Cinco capítulos son los que forman el libro, el primero sobre la sección áurea,

el segundo sobre formas geométricas en el plano, el tercero sobre los sólidos platónicos, el cuarto sobre los fractales, el quinto sobre los principios de la composición plástica, el sexto sobre superficies esto con el objetivo de establecer algunos términos en la escultura y reconocer sus propiedades para ser aplicada adecuadamente y finalmente un pequeño apéndice.

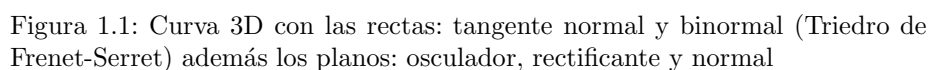
Curvas

Definición 1.1 (Curva) Es una coleccion de puntos en el espacio. En matemática (inicialmente estudiado en geometría elemental y, de forma más rigurosa, en geometría diferencial), la curva (o línea curva) es una línea continua de una dimensión, que varía de dirección paulatinamente. (Hilbert y Cohn-Vossen, 2020). “Geometry and the Imagination”

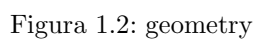
1.1. Tangente en un punto de una curva

Curva 3D con las rectas: tangente normal y binormal además los planos: osculador, rectificante y normal

1



(Gutiérrez, 2015) (Gallego y cols., 2020) Competencia matemática y mediación del aprendizaje, en estudiantes de la escuela de formación profesional de educación primaria, UNSCH - 2015, (Tesis de maestría)



If the optional boolean argument `check` is false, no check will be made that the file exists. If the file does not exist or is not readable, the function `bool error(file)` will return true. The first character of the string comment specifies a comment character. If this character is encountered in a data file, the remainder of the line is ignored. When reading strings, a comment character followed immediately by another comment character is treated as a single literal comment character. If Asymptote is compiled with support for libcurl, name can be a URL.

Unless the `-noglobalread` command-line option is specified, one can change the current working directory for read operations to the contents of the string `s` with the function `string cd(string s)`, which returns the new working directory. If string `s` is empty, the path is reset to the value it had at program startup.

When reading pairs, the enclosing parenthesis are optional. Strings are also read by assignment, by reading characters up to but not including a newline. In addition, Asymptote provides the function `string getc(file)` to read the next character (treating the comment character as an ordinary character) and return it as a string.

1.2. La Sección Áurea

Sea el segmento AB dividámoslo de la siguiente manera, tomemos $\frac{AB}{2}$ coloquemos este segmento de manera que sea perpendicular a AB en cualquiera de los extremos en este caso sea B interceptemos la línea AC con el arco BD centrado en C la cual nos da el punto D a partir de este punto tracemos el arco DE centrado en A hallando de este modo el punto E que divide al segmento AB en EXTREMA Y MEDIA RAZÓN o SECCIÓN ÁUREA (Phillips, Norris, y Macnab, 2010) y (Hitt, 1998).

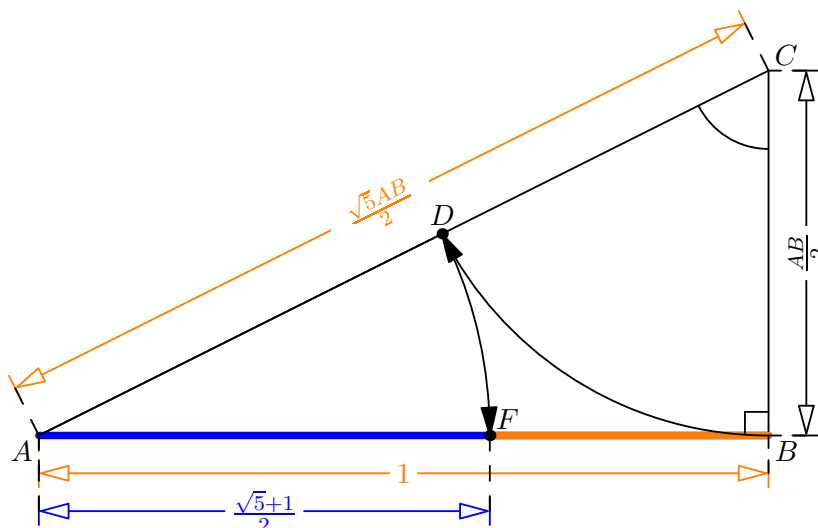


Figura 1.3: Sección áurea de un segmento

Es decir podemos empezar diciendo que $\frac{AB}{AE} = \frac{AE}{EB} = 1,61833.... = \phi$ es

el numero de oro (Surhone, Timpelton, y Marseken, 2010) (Jackson, 2012). “Research Methods and Statistics: A Critical Thinking Approach”

Deduzcamos y averigüemos de donde nace el **número de oro**; empecemos con la frase celebre que dice mucho, lo genera y esta relacionado con este número: ***El todo sobre la parte mayor y la parte mayor sobre la menor*** (Heinz, 1997). (Hilbert y Cohn-Vossen, 2020). “Geometry and the Imagination”

1.2.1. Análisis de la sección áurea

Tomando la figura 1.4 y recordando que si se tiene la ecuacion

$$ax^2 + bx + c = 0$$

la raices que satisfacen esta ecuacion son $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4(a)(c)}}{2a}$

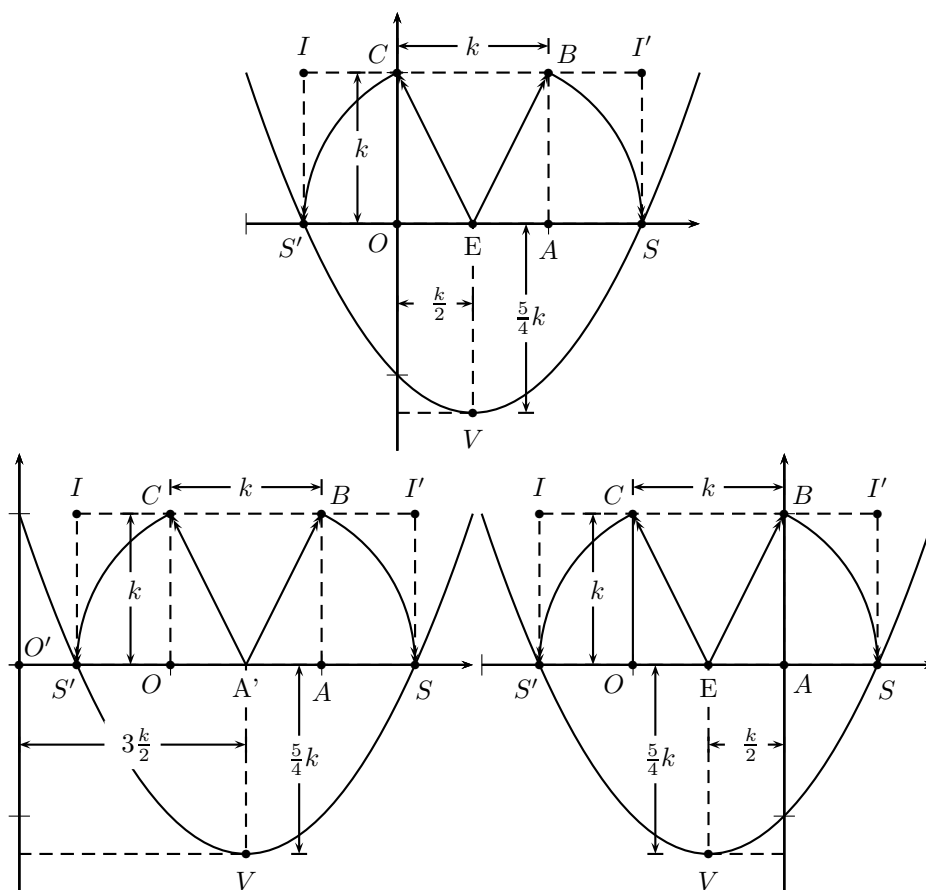


Figura 1.4: La Parabola $x^2 - kx - k^2 = y$ y los puntos S y S'

Cuando todo el segmento permanece constante y el segmento menor es constante para simplificar consideremos esa constante igual 1 luego según la figura se tiene que $\theta = 1$ wwwwww

Cuadro 1.1: Combinaciones de los tres segmentos de la seccion aurea.

Ecuación	Simplicación	Raíces	Raíces simplicación	
			x_1	x_2
$\frac{x}{x-1} = \frac{x-1}{1}$	$x^2 - 3x + 1 = 0$	$x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$	$x_1 = 1,618$	$x_2 = -0,618$
$\frac{x+1}{x} = \frac{x}{1}$	$x^2 - x - 1 = 0$	$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$	$x_1 = 0,618$	$x_2 = -0,618$
$\frac{x+1}{x} = \frac{x}{1}$	$x^2 - x - 1 = 0$	$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$	$x_1 = 2,618$	$x_2 = -0,618$
$\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x}$	$x^2 + x - 1 = 0$	$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$	$x_1 = -0,382$	$x_2 = -0,618$
$\frac{x+1}{x} = \frac{x}{1}$	$x^2 - x - 1 = 0$	$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$	$x_1 = 1,618$	$x_2 = -0,618$
$\frac{x+1}{x} = \frac{x}{1}$	$x^2 - x - 1 = 0$	$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$	$x_1 = 1,618$	$x_2 = -0,618$

Las Ecuaciones coincide dos a dos; si se reemplaza cada una des us raíces sobre sus correspondientes se obtiene $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ en efecto solamente tenemos tres ecuaciones ya que ellos coinciden

Cuadro 1.2: Combinaciones de los tres segmentos de la seccion aurea.

Ecuación	Simplicación	Raíces	Raíces simplicación	
			x_1	x_2
$\frac{x}{x-1} = \frac{x-1}{1}$	$x^2 - 3x + 1 = 0$	$x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$	$x_1 = 2,618$	$x_2 = 0,382$
$\frac{x+1}{x} = \frac{x}{1}$	$x^2 - x - 1 = 0$	$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$	$x_1 = 0,618$	$x_2 = -1,618$
$\frac{x+1}{x} = \frac{x}{1}$	$x^2 - x - 1 = 0$	$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$	$x_1 = 1,618$	$x_2 = -0,618$

1.2.2. Propiedades del numero ϕ

La sección áurea, la proporción geométrica definidas en el capitulo precedente, $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618...$ la raíz positiva de la ecuación $x^2 = x + 1$, tiene una cierto número de propiedades algebraicas y geométricas donde podemos hacer en los remarkable la propiedad algebraica en alguna manera com π (el radio entre alguna circunferencia y su diámetro) y $e = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ donde $n \in \mathbb{N}$ son los numeros trascendentes mas rescatables . Si se sigue nosotros llamamos este numero, radio, o proporción ϕ , y tenemos las siguientes propiedades interesantes:

$$\phi = \frac{2 + \sqrt{5}}{2} = 1,61803398875...$$

(así que $1,618...$ es una aproximación muy cercana)

$$\phi^2 = 2,618... = \frac{\sqrt{5}+3}{2} \text{ y } \frac{1}{\phi} = 0,618... = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

La sección áurea, la proporción geométrica definidas en el capitulo precedente, $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618...$ la raíz positiva de la ecuación $x^2 = x + 1$, tiene una cierto número de propiedades algebraicas y geométricas donde podemos hacer en los

remarkable la propiedad algebraica en alguna manera con π (el radio entre alguna circunferencia y su diámetro) y $e = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ donde $n \in \mathbb{N}$ son los numeros trascendentes mas rescatables . Si se sigue nosotros llamamos este numero, radio, o proporción ϕ , y tenemos las siguientes propiedades interesantes:

Cuadro 1.3: Convergencia de la sucesión de Fibonacci al número áureo

N	F_n	$\frac{F_n}{F_{n-1}}$	$\phi - \frac{F_n}{F_{n-1}}$
1	1		
2	1	1	0.618033988749895
3	2	2	-0.381966011250105
4	3	1.5	0.118033988749895
5	5	1.666666666666667	-0.0486326779167718
6	8	1.6	0.0180339887498948
7	13	1.625	-0.0069660112501051
8	21	1.61538461538462	0.00264937336527948
9	34	1.61904761904762	-0.00101363029772417
10	55	1.61764705882353	0.000386929926365465
11	89	1.61818181818182	-0.000147829431923263
12	144	1.61797752808989	5.6460660007307E-05
13	233	1.61805555555556	-2.15668056606777E-05
14	377	1.61802575107296	8.23767693347577E-06
15	610	1.61803713527851	-3.14652861965747E-06
16	987	1.61803278688525	1.20186464891425E-06
17	1597	1.61803444782168	-4.59071787028975E-07
18	2584	1.61803381340013	1.75349769593325E-07
19	4181	1.61803405572755	-6.69776591966098E-08
20	6765	1.61803396316671	2.55831884565794E-08
21	10946	1.618033985218	-9.77190839357434E-09
22	17711	1.61803398501736	3.73253694618825E-09
23	28657	1.6180339901756	-1.4257022229458E-09
24	46368	1.61803398820533	5.44569944693762E-10
25	75025	1.6180339889579	-2.08007167046276E-10
26	121393	1.61803398867044	7.94517784896698E-11
27	196418	1.61803398878024	-3.03477243335237E-11
28	317811	1.6180339887383	1.15918386001113E-11
29	514229	1.61803398875432	-4.42756942220512E-12
30	832040	1.6180339887482	1.69131375571396E-12
31	1346269	1.61803398875054	-6.45927755726916E-13
32	2178309	1.61803398874965	2.4669155607171E-13
33	3524578	1.61803398874999	-9.41469124882133E-14
34	5702887	1.61803398874986	3.59712259978551E-14
35	9227465	1.61803398874991	-1.37667655053519E-14
36	14930352	1.61803398874989	0
37	24157817	1.6180339887499	0

- Se sabe que la ecuacion $\phi^2 - \phi - 1 = 0$ se satisface luego podemos operar de infinitas maneras esta ecuación trasmutando, dividiendo y multiplicando

términos

$$\begin{aligned}
 \phi^2 &= \phi + 1 = \phi + 1 \\
 \phi^3 &= \phi^2 + \phi = \phi + 1 + \phi = 2\phi + 1 \\
 \phi^4 &= \phi^3 + \phi^2 = 2\phi + 1 + \phi + 1 = 3\phi + 2 \\
 &\dots = \dots \\
 \phi^n &= \phi^{n-1} + \phi^{n-2} = i\phi + j \\
 \phi^{n+1} &= \phi^n + \phi^{n-1} = m\phi + n \\
 \phi^{n+2} &= \phi^{n+1} + \phi^n = (i+m)\phi + (j+n)
 \end{aligned}$$

Esto también es válido para exponentes negativos $\phi = 1 + \frac{1}{\phi} = \phi^0 + \phi^{-1}$, luego

- Las series

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\phi^2} &= \phi^{-2} = \phi^{-3} + \phi^{-4} = \frac{1}{\phi^3} + \frac{1}{\phi^4} \\
 \frac{1}{\phi^3} &= \phi^{-3} = \phi^{-4} + \phi^{-5} = \frac{1}{\phi^4} + \frac{1}{\phi^5} \\
 &\dots = \dots \\
 \frac{1}{\phi^n} &= \phi^{-n} = \phi^{-(n+1)} + \phi^{-(n+2)} = \frac{1}{\phi^{(n+1)}} + \frac{1}{\phi^{(n+2)}}
 \end{aligned}$$

- $2 = \phi + \frac{1}{\phi^2}$ pues de $\phi^3 = \phi^2 + \phi = (\phi + 1) + \phi = 2\phi + 1$ porque $\phi^2 = \phi + 1$ luego $\phi^3 = 2\phi + 1 \iff 2 = \phi^2 - \frac{1}{\phi} = \phi + 1 - \frac{1}{\phi} = \phi + \frac{\phi(\phi-1)}{\phi^2} = \phi + \frac{1}{\phi^2}$
- $\phi = \frac{1}{\phi-1}$ en efecto de $\phi^2 - \phi - 1 = 0$ al factorizar ϕ y despejar 1 se obtiene $\phi(\phi-1) = 1$ (recuerde que $\phi \neq 0 \implies \phi-1 \neq 0$) ambos miembros de la igualdad y despejar ϕ es decir $\phi = \frac{1}{\phi-1}$
- La sucesión

$$\phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$$

Pues $\phi = \phi^0 + \phi^{-1} = 1 + \frac{1}{\phi}$ por la ecuación obtenida anteriormente, es decir al reemplazar $\phi = 1 + \frac{1}{\phi}$ en el denominador del lado derecho de ésta ecuación se obtiene $\phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\phi}}$ luego al iterar llegamos al resultado deseado

la progresión geométrica de la serie

$$1, \phi, \phi^2, \phi^3, \dots, \phi^n, \dots$$

cada termino es la suma de los numeros anteriores; esta promediad viene al mismo tiempo aditivo y geométrico es característica de esta serie y es una razón

para su rol en la evolución de los organismos, especialmente en la botánica. en la progresión diminuta

$$1, \frac{1}{\phi}, \frac{1}{\phi^2}, \frac{1}{\phi^3}, \dots, \frac{1}{\phi^m}$$

tenemos $\frac{1}{\phi^m} = \frac{1}{\phi^{m+1}} - \frac{1}{\phi^{m+2}}$ (cada termino es la suma de los dos siguientes unos) y

$$\phi = \frac{1}{\phi} + \frac{1}{\phi} + \frac{1}{\phi} + \dots + \frac{1}{\phi} + \dots$$

donde m se genera indefinidamente. La construcción rigurosa del radio o proporción de ϕ es muy simple, porque de su valor $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. La Figura 1.5 muestra como, empezando de un segmento mayor AB , para construir el segmento menor BC tal que $\frac{AB}{BC} = \phi$, y como inversamente, empezando de un segmento completo AC , para colocar el punto B dividiendo su en el dos segmentos AB y BC relativo por la sección áurea (otro construcción en la figura 3). Este mas lógico asimétricas division de una linea, o de un superficie, es también el mas satisfactorio para los ojos; este tiene un significado

El principio aplica siempre e un de un designio la presencia de una proporción característica de un cadena de un proporción relacionada (esto es una noción impropio donde sera ilustrado después) produce la recurrencia de forma similar, pesero la sugestión subconsciente mencionada anteriormente especialmente asociada con la Sección Áurea porque de la propiedad de algún a progresión geométrica de radio ϕ o $\frac{1}{\phi}$ es decir

$$a, a\phi, a\phi^2, a\phi^3, \dots, a\phi^n, \dots$$

ó

$$a, \frac{a}{\phi}, \frac{a}{\phi^2}, \frac{a}{\phi^3}, \dots, \frac{a}{\phi^n}, \dots$$

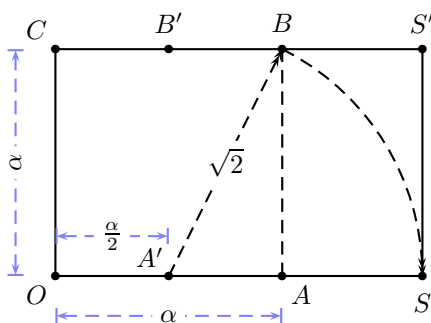


Figura 1.5: Construcción del segmento menor BC a partir del segmento mayor AB

Concentrándonos en el triángulo $A'BA$, al rotar esta figura obtenemos la siguiente y se observa que $AA' = \frac{AB}{2}$ este método de obtener la sección áurea se vio al principio es decir el punto Y es la sección áurea con respecto a la linea AB como lo es el punto A con respecto a la linea OS

En la figura 1.8 se prueba que $\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{CD} = \frac{AC}{AB} = \phi$

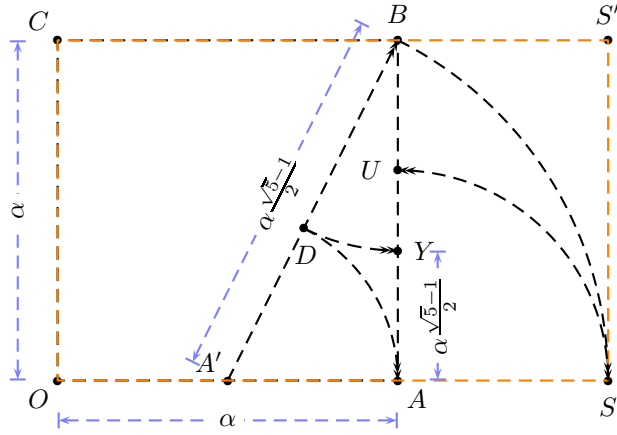


Figura 1.6: Construcción del segmento menor BY a partir del segmento mayor AB , $AY = UB$; $\frac{OA}{AS} = \frac{OS}{OA} = \frac{AU}{UB} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

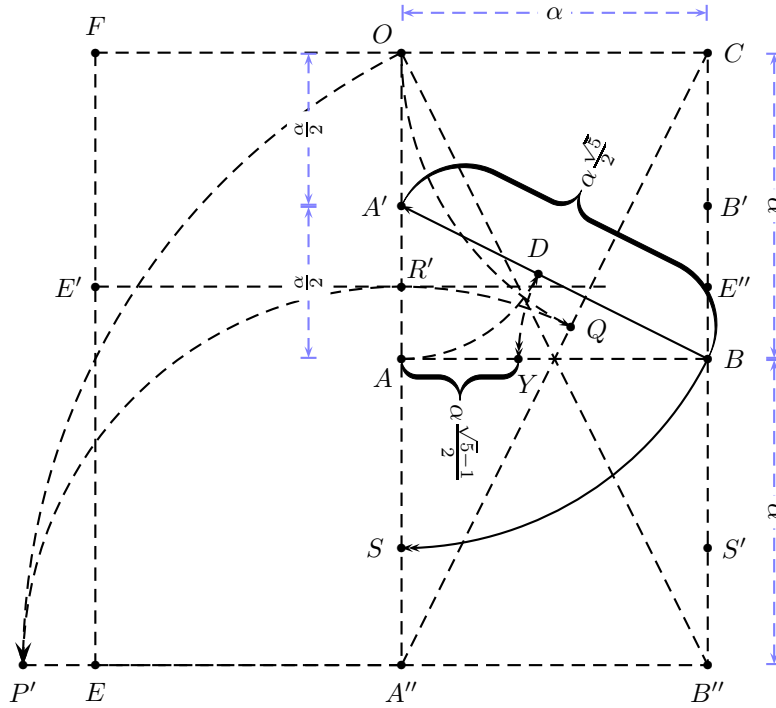


Figura 1.7: $\frac{AB}{YB} = \frac{A''R'}{R'O} = \phi$. Se unió los procedimientos anteriores

1.3. Rectángulos dinámicos estructurales

Los rectángulos dinámicos se caracterizan por tener proporciones no racionales es decir irracionales en la Figura 1.9 observamos que los rectángulo

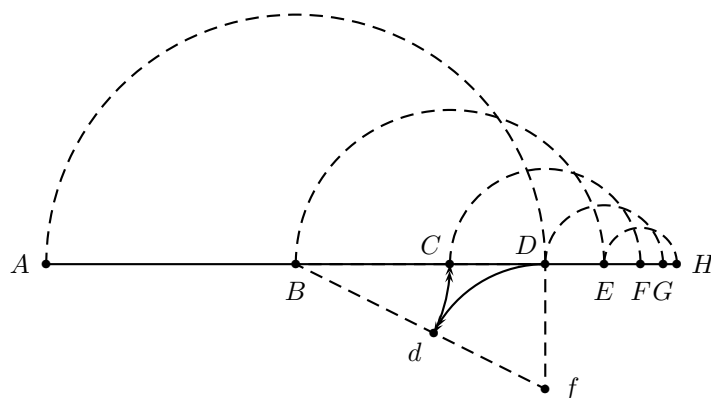


Figura 1.8: $\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{CD} = \frac{AC}{AB} = \phi$

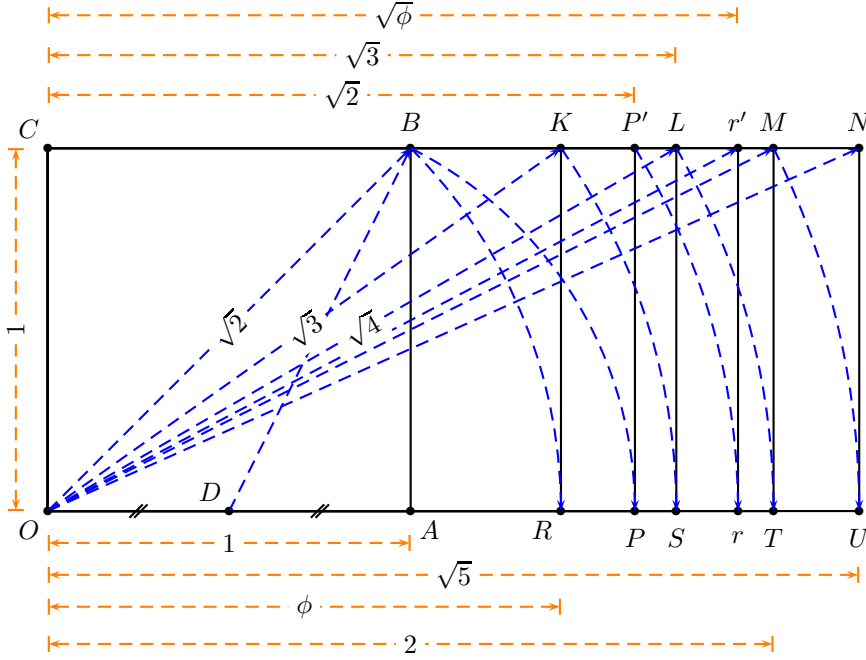
$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots$ son dinámicos, excepto el $\sqrt{4} = 2$ que es un número racional también se observa que a partir de un cuadrado Figura 1.9 se pueden construir sucesivamente estos rectángulo en algunos casos obviamente mediante este proceso se podrán hallar rectángulos no dinámicos.

La principal aplicación esta siempre en el diseño y la presencia en el arte plástico es una característica proporcionado por la geometría derivada de la sección áurea o de una cadena de proporciones relacionadas (este es una noción importante donde será ilustrado después), donde se produce la recurrencia de formas similares, pero la sugestión mencionad arriba es especialmente asociada con la Sección Áurea porque ella posee propiedades muy interesantes con la infinita variedad de progresión geométrica de radio La principal aplicación esta siempre en el diseño y la presencia en el arte plástico es una característica proporcionado por la geometría derivada de la sección áurea o de una cadena de proporciones relacionadas (este es una noción importante donde será ilustrado después), donde se produce la recurrencia de formas similares, pero la sugestión mencionad arriba es especialmente asociada con la Sección Áurea porque ella posee propiedades muy interesantes con la infinita variedad de progresión geométrica de radio ϕ

Como el rectángulo $ARKC$ denotado por $\sqrt{2}$, $ASLC$ denotado por $\sqrt{3}$, $OTMC$ denotado por $\sqrt{4} = 2$ que no es un rectángulo dinámico, $AUNC$ denotado por $\sqrt{5}$ y los rectángulos relacionado con el numero de oro $ACPP'$ denotado por ϕ construido con la ayuda del punto medio D del segmento OA finalmente el rectángulo $Orr'C$ denotado por $\sqrt{\phi}$ son los rectángulos más interesantes para la distribución de los elementos en el espacio bidimensional.

Se descompondrá armónicamente cada uno de estos rectángulos, saber el procedimiento es muy útil para los artistas plásticos sobre para los pintores en sus diversas composiciones bidimensionales, para aquellos que tienen noción tridimensional se trataran de solidos en el siguiente capitulo.

Comentario 1.1 *un rectángulo esta bien representado por su diagonal y la pendiente de esta en un sistema de ejes coordenados usual. Pues si tratamos de averiguar el tipo de rectángulo lo que se hace es verificar la razón de la longitud de su lado mayor y al longitud de su lado menor es decir, la pendiente de la*

Figura 1.9: Rectángulos Dinámicos $\sqrt{2}$, ϕ , $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, ...

diagonal con respecto a un sistema de ejes coordenados donde el eje las x coincide con el lado mayor es decir en la Figura 1.10 la pendiente de la diagonal AC es $\tan \alpha = \frac{CB}{AB}$.

Por ejemplo en la Figura 1.11 el rectángulo $A'B'C'D'$ tiene las mismas proporciones que $ABCD$ pues la pendiente de $A'C'$ es la misma que la pendiente de AC , este principio nos ayudara a demostrar algunas propiedades de los rectángulos dinámicos.

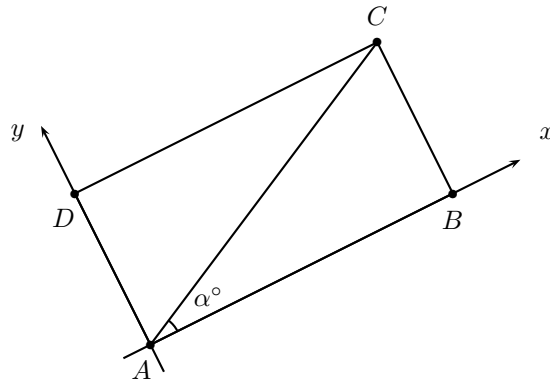


Figura 1.10: Tipo de rectángulo

Comentario 1.2 A partir de ahora se se usará la notación $ABCD \sim r, r \in \mathbb{I}$ donde $ABCD$ es un rectángulo y " \sim " significa "similar semejante", muy útil

para denotar que dos rectángulos tiene las mismas proporciones o la misma razón entre las longitudes de sus lados por ejemplo en la Figura 1.11 $A'B'C'D' \sim \frac{B'C'}{A'B'} = k; k \in \mathbb{I}$ o en la Figura 1.13 se tiene que $OABC \sim \frac{AB}{OA} = 1$.

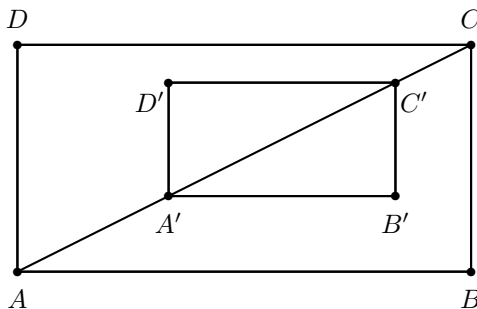


Figura 1.11: Cuadrado

Comentario 1.3 El siguiente criterio mostrada en la Figura 1.12 se toma el $M = \frac{BC}{2}$ se traza el arco CB centrada en M luego P es la intersección de la diagonal del rectángulo ABCD con éste arco, finalmente Q es la intersección del lado DC con la línea BP. Se usara este principio para resumir las demostraciones de las propiedades de los rectángulos dinámicos, se tiene que $ABCD \sim P'BCQ$ pues en $AC \perp BQ$ esto es $\angle BAC = \angle CBQ$, luego según el Comentario 1.1 se tiene que $ABCD \sim P'BCQ$ y también se tiene que $\frac{AB}{CB} = \frac{BC}{QC} \iff QC = \frac{BC^2}{AB}$ si $BC = 1$ se tiene que $QC = \frac{1}{AB}$ por lo que si AB es de la forma $\sqrt{\beta}$ se tiene que $QC = \frac{1}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\beta}}{\beta}$ es decir $QC = \frac{AB}{\beta}$, como un ejemplo particular se tiene que si $AB = \sqrt{6} \implies QC = \frac{AB}{6}$.

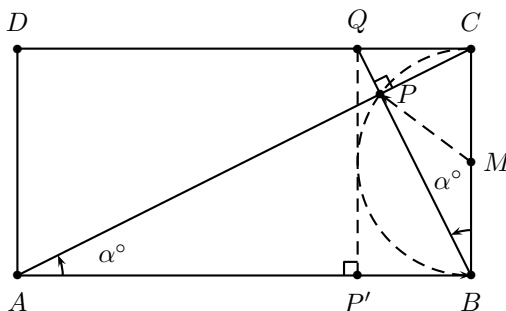


Figura 1.12: Un rectángulo arbitrario

1.3.1. El cuadrado

Para poder particionarlo es necesario hallar la sección áurea en uno de los lados por ejemplo P con el método ya aprendido, a partir de allí se generan infinidad de posibilidades por ejemplo una de ellas es la que se muestra en la figura siguiente. aunque el cuadrado es considerado menos apto para las compo-

siciones con un poco de subdivisiones armónicas se pueden obtener una buena composición

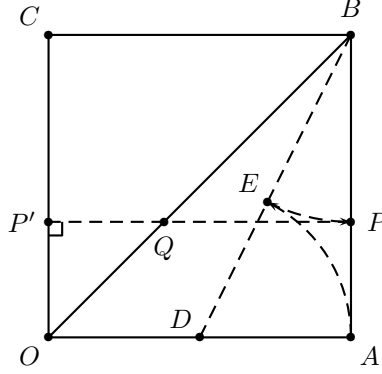


Figura 1.13: Cuadrado

EL cuadrado suele ser uno de los formatos menos eficientes debido a su alta simetría pero con particiones adecuadas sobre su superficie se puede lograr grandes objetivos

1.3.2. El rectángulo $\sqrt{2}$

Siendo M' y M puntos medios de DC y AB se observa la propiedad de $DM \perp AC$ pues la pendiente de la recta DM es $-\frac{2}{\sqrt{2}}$ y la pendiente de la recta AC es $\frac{\sqrt{2}}{2}$ lo cual al multiplicar estas pendientes resulta -1 .

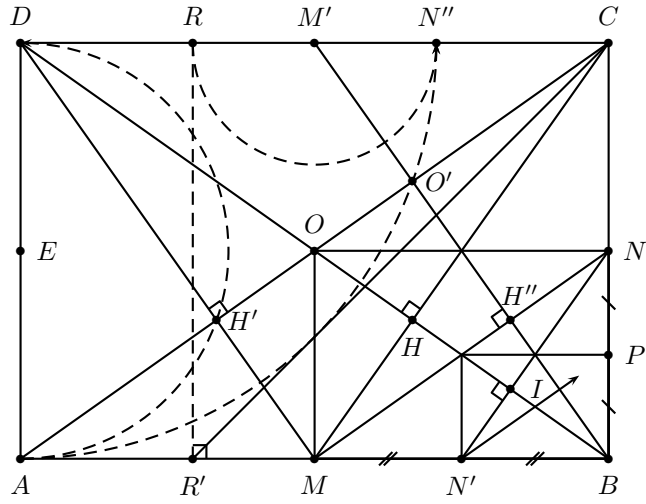
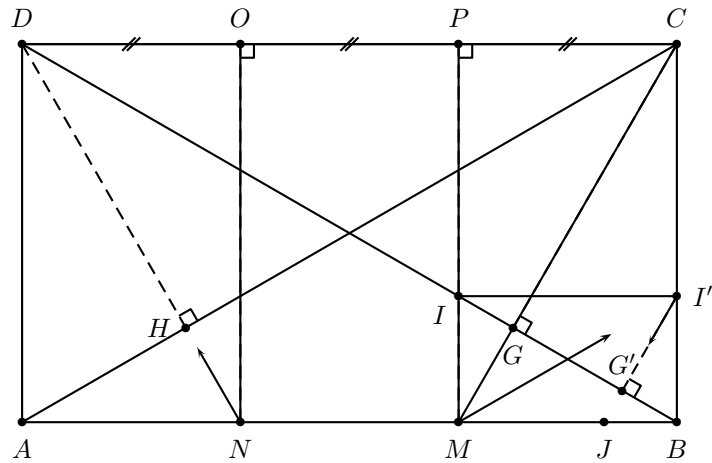
Otra característica es que $ONMB$ es otro rectángulo $\sqrt{2}$ con el lado mayor $ON = MB$ pues $OM = \frac{\sqrt{2}}{2}$ y $NB = \frac{1}{2}$ entonces $\frac{AM}{NB} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$, en este rectángulo también se observa que $MH \perp HB$ pues MC lo secciona a ON en dos segmentos iguales $OP = PN$ lo cual usando el mismo criterio para el caso anterior se verifica que $MH \perp HB$, $HH'' \perp H''B$ y $N'N \perp HB$ porque estos puntos se obtiene con el mismo procedimiento.

Finalmente se pueden obtener de manera indefinida rectángulos $\sqrt{2}$ tales como $OMNB$, $HPBN'$, etc. los cuales convergen hacia el vértice B . También se los puede hacer converger hacia los demás vértices A , D y C del mismo modo en el rectángulo $MONB$ se puede iterar los procedimientos anteriores hacia el infinito.

1.3.3. El rectángulo $\sqrt{3}$

La propiedad de este triángulo es que si lo dividimos en tres franjas verticales iguales tales como $ANOD$, $ONMP$ y $PMBC$ obtenemos otros triángulos semejantes al primero $\sqrt{3}$, como en el caso anterior se usó las pendientes para averiguar si es correcto poner los ángulos rectos donde lo están, luego es posible iterar esta operación al infinito sobre cada uno de los tres rectángulos obtenidos anteriormente para obtener otros con la misma propiedad pero en escala menor.

pues $ANOD$, $AN = \frac{\sqrt{3}}{3}$ y $ON = 1$ luego $\frac{ON}{AN} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3}$, esto es válido

Figura 1.14: Rectángulo $\sqrt{2}$ Figura 1.15: Rectángulo $\sqrt{3}$

para $ONMP$, $PMBC$ pues $ON = PM = CB$ y $AN = NM = MB$. Para verificar que $DH \perp AC$ se tiene

1.3.4. El rectángulo $\sqrt{5}$

En este rectángulo se incluye los rectángulos ϕ y $\sqrt{5}$ como se muestra en la figura el rectángulo $A'BCD'$ y $AB'C'D$ son rectángulos ϕ

Se empieza construyendo un cuadrado $A'B'C'D'$ al tomemos uno de sus lados $A'B'$ divisiéndolo en dos segmentos iguales $A'M = MB'$ el arco generado por MC' interseca a la proyección de lado $A'B'$ en los dos puntos A y B observe que se utilizo el mismo procedimiento para obtener el rectángulo áureo pero en

este caso se obtiene dos rectángulos áureos intersecando que comparten el mismo cuadrado, observe que $A'C \perp BC'$ entonces el arco CB pasa por la intersección de estas líneas, la diagonal AC pasa por la intersección de los arcos AB y CB

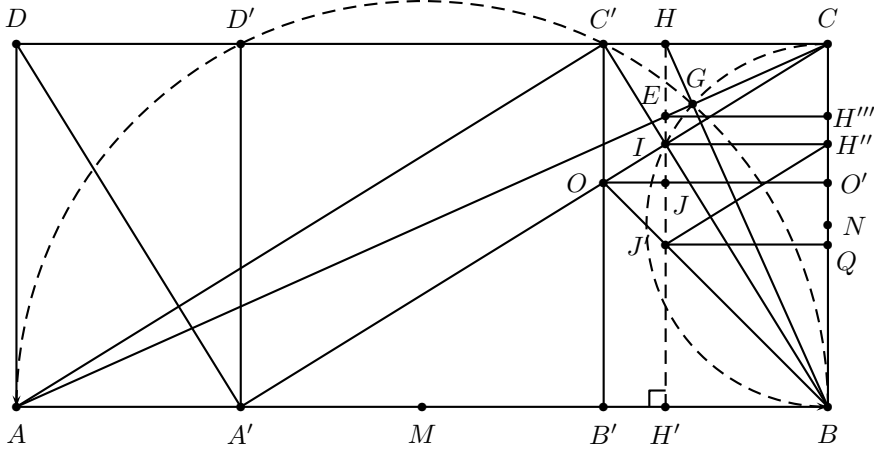


Figura 1.16: Rectángulo $\sqrt{5}$

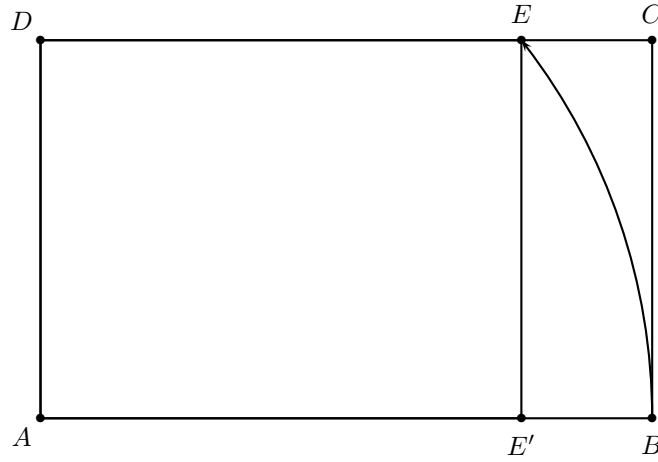
se obtiene G intersecar el arco BC con la diagonal AC , H al intersecar el lado DC con la proyección de BG finalmente H' e I al proyectar H perpendicularmente sobre el lado AB ; sabe que el rectángulo $OO'CC'$ es un rectángulo ϕ por lo tanto $IH''CC'$ lo es, pues la diagonal IC coincide con la del rectángulo $OO'CC'$ (Se demostró al principio de este capítulo que un rectángulo está definido por el valor de la pendiente de su diagonal) se verifica que $HC = \frac{1}{5}DC$ entonces $H'BCH$ es un rectángulo $\sqrt{5}$, entonces como $H'BQJ' = 1$, y $IH''CH = \phi$ se deduce que $J'QH''I = \phi$. También $EH'''CC'$ es un $\sqrt{5}$ pues comparten la diagonal del generador $ABCD$, BJ' es un cuadrado pues comparten la diagonal del cuadrado $B'BO'O$

1.3.5. El rectángulo $\sqrt{\phi}$

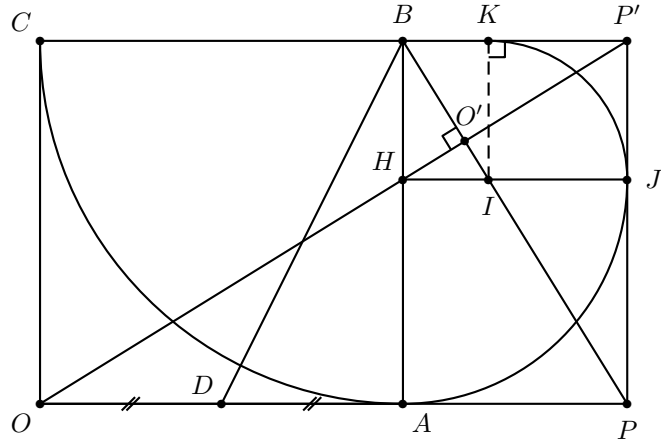
El rectángulo $\sqrt{\phi} AE'ED$ se obtiene a partir de un rectángulo áureo Φ como se muestra en la figura el rectángulo Φ , $ABCD$ se obtiene al trazar el arco BE interceptando la línea AC en E , proyectando perpendicularmente este punto sobre la línea AB se obtiene el cuarto vértice E' del rectángulo $\sqrt{\phi}$ pues como se puede verificar se tiene que $AE'^2 = \phi^2 - 1 = 2\phi + 1 - 1 = \phi \iff AE' = \sqrt{\phi}$

1.3.6. El rectángulo áureo (ϕ)

El rectángulo de la siguiente figura tiene la única propiedad que si nosotros construimos un cuadrado sobre su lado pequeño (el menor término del radio ϕ), el rectángulo pequeño $aBCd$ formado a lado de este cuadrado el rectángulo original también es rectángulo ϕ , similar al primero. Esta operación puede ser repetido indefinidamente, ente, resultando así que los cuadrado pequeños, y pequeños y pequeños rectángulos áureos (la superficie del cuadrado y la superficie de los

Figura 1.17: Rectángulo $\sqrt{\phi}$

rectángulos formado geométricamente por medio de un radio decreciente de radio $\frac{1}{\phi^2}$), como en la Figura ... Aun aun que actualmente dibujando el cuadrado, esta operación y la proporción continua característica de la serie de los segmentos y superficies correlacionadas son subsecuentemente subconscientes al ojo ; lo importante de esta operación sugerente en la simple caso de una línea recta en dos segmentos de acuerdo a la sección áurea

Figura 1.18: Rectángulo ϕ

1.3.7. El triángulo áureo y el pentágono

Es fácil verificar los ángulos mostrados en la figura pues los ángulos interiores de un pentágono son como $EDC = 180^\circ - \frac{360^\circ}{5} = 108$ luego el ángulo $DEC = DCE = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$ ya que $I'D = I'E$ se deduce que el ángulo $DI'I'' = 72^\circ$.

Se prueba fácilmente que $\frac{a}{b} = \phi$ pues usando la ley de los senos en el triángulo ADB se tiene que:

$$\frac{a}{\sin 72} = \frac{b}{\sin 36} \iff \frac{a}{b} = \frac{\sin 72}{\sin 36} = \frac{0,95105651629515357211 \dots}{0,5877852522924731291 \dots} = \phi.$$

Lo mismo ocurre con $\frac{DI'}{I'I} = \phi$ pues solo basta probar que los segmentos $I'I$ y $I'I''$ son iguales en efecto pues $I'I''$ es el lado del pentágono que se genera con la diagonales del pentágono $ABCDE$

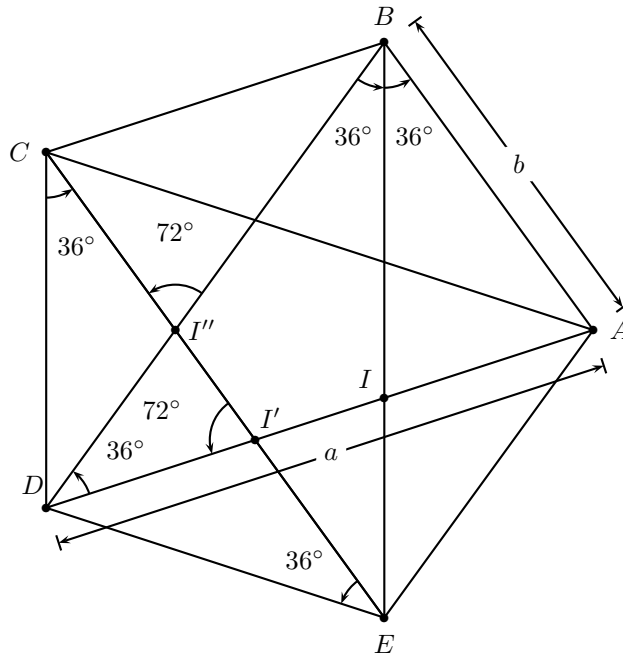


Figura 1.19: El Pentágono y el Triángulo Áureo y la Relación de sus Lados

1.3.8. Ejemplos de Composición sobre los Rectángulos Dinámicos

Cuadro 1.4: A sample long table.

First column	Second column	Third column
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
One	abcdef ghijklmn	123.456778
Continued on next page		

[illegible]Continued on next page [www.ck12.org](#)

Cuadro 1.4 – continued from previous page

[illegible]

Referencias

- Gallego, J. C., Cid, C. D. V., Brito, J. G., y Rojas, A. V. (2020). Introducción a las técnicas de investigación social. (Google-Books-ID: 3HGUDAAAQBAJ)
- Gutiérrez, S. J. (2015). *Competencia matemática y mediación del aprendizaje, en estudiantes de la escuela de formación profesional de educación primaria, unsch - 2015*, (tesis de maestría). UNSCH, Ayacucho. Descargado de <http://repositorio.unsch.edu.pe/handle/UNSCH/1357>
- Heinz, R. F. (1997). *Sculpture contemporaine* (2.^a ed.). Huyguens, Paris: Albin Michael, 22.
- Hilbert, D., y Cohn-Vossen, S. (2020). *Geometry and the imagination*. American Mathematical Society. Descargado de <https://books.google.com.pe/books?id=5y1tzgEACAAJ>
- Hitt, F. (1998). Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y curriculum. *Educación matemática*, 10(02), 23–45.
- Jackson, S. (2012). *Research methods and statistics: A critical thinking approach*. Cengage Learning. Descargado de https://books.google.com.pe/books?id=YXHuw__aIIgYC
- Phillips, L., Norris, S., y Macnab, J. (2010). *Visualization in mathematics, reading and science education*. Springer Netherlands.
- Surhone, L. M., Timplendon, M., y Marseken, S. (2010). *Shapiro-wilk test*. VDM Publishing.

Índice alfabético

constante, 4

ecuaciones, 5

www, 1, 2

Apéndice A

Sistemas de coordenadas

A.1. Coordenadas cartesianas

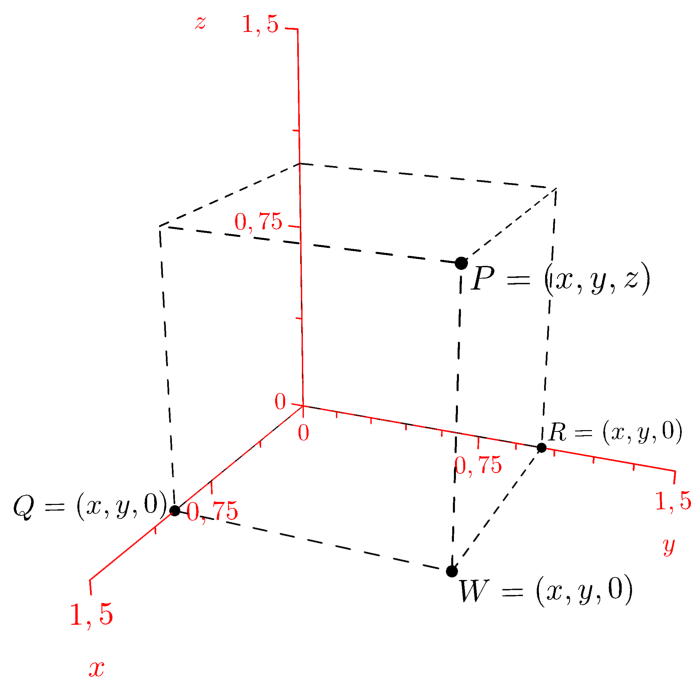


Figura A.1: Coordenadas cartesianas

Un sistema de coordenadas cartesianas está formado por dos rectas perpendiculares graduadas a las que llamamos ejes de coordenadas. Se suele nombrar como X el eje horizontal e Y al eje vertical. Estos dos ejes se cortan en un punto al que se le denomina origen de coordenadas, O.

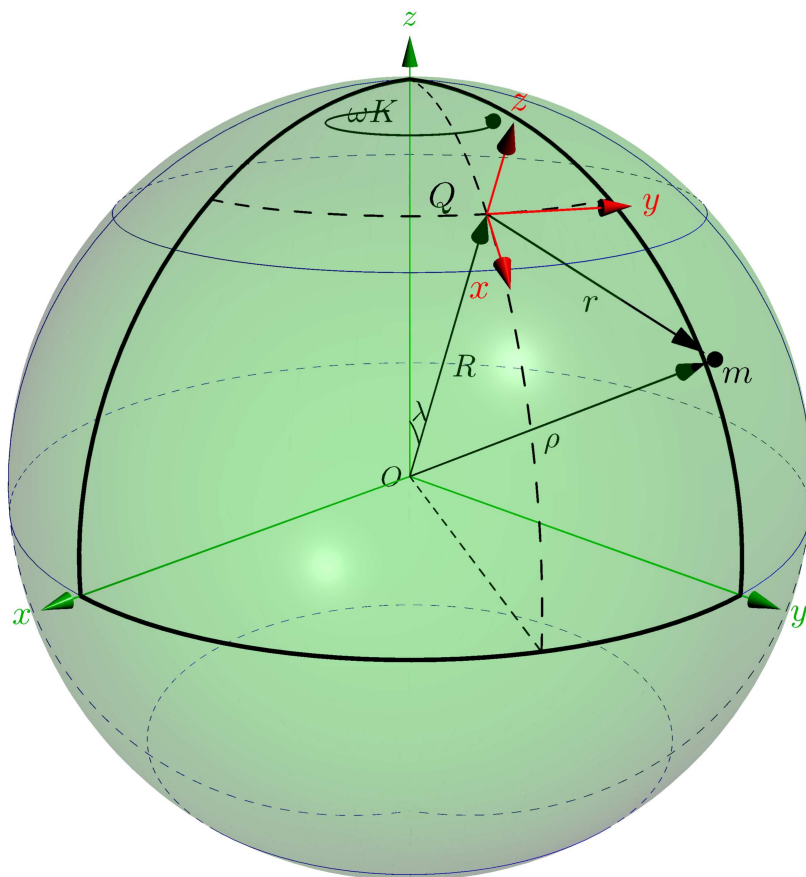


Figura A.2: Coordenadas esféricas

A.2. Coordenadas esféricas

El sistema de coordenadas esféricas se basa en la misma idea que las coordenadas polares y se utiliza para determinar la posición espacial de un punto mediante una distancia y dos ángulos. En consecuencia, un punto P queda representado por un conjunto de tres magnitudes: el radio r , el ángulo polar o colatitud θ y el azimutal φ .

Algunos autores utilizan la latitud, en lugar de colatitud, en cuyo caso su margen es de -90 a 90 (de $-\pi/2$ a $\pi/2$ radianes), siendo el cero el plano XY . También puede variar la medida del azimutal, según se mida el ángulo en sentido reloj o contrarreloj, y de 0 a 360 (0 a 2π en radianes) o de -180 a $+180$ ($-\pi$ a $+\pi$).

La mayoría de los físicos, ingenieros y matemáticos no norteamericanos escriben:

1. φ , el azimutal : de 0 a 360
2. θ , la colatitud : de 0 a 180

Esta es la convención que se sigue en este artículo. En el sistema internacional,

los rangos de variación de las tres coordenadas son: $0 \leq r < \infty$ $0 \leq \theta \leq \pi$ $0 \leq \varphi < 2\pi$

La coordenada radial es siempre positiva. Si reduciendo el valor de r llega a alcanzarse el valor 0, a partir de ahí, r ; vuelve a aumentar, pero θ pasa a valer $\pi - \theta$ y φ aumenta o disminuye en π radianes.

A.3. Coordenadas cilíndricas

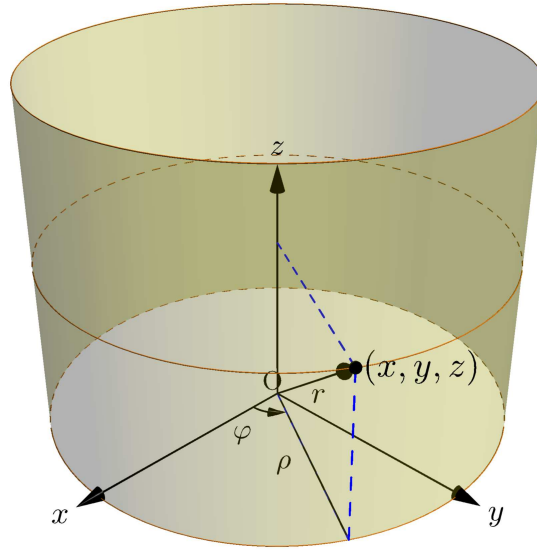


Figura A.3: Coordenadas cilíndricas

El sistema de coordenadas cilíndricas es muy conveniente en aquellos casos en que se tratan problemas que tienen simetría de tipo cilíndrico o azimutal. Se trata de una versión en tres dimensiones de las coordenadas polares de la geometría analítica plana.

Un punto P en coordenadas cilíndricas se representa por (ρ, φ, z) donde:

1. ρ : Coordenada radial, definida como la distancia del punto P al eje z , o bien la longitud de la proyección del radiovector sobre el plano XY
2. φ : Coordenada azimutal, definida como el ángulo que forma con el eje X la proyección del radiovector sobre el plano XY .
3. z : Coordenada vertical o altura, definida como la distancia, con signo, desde el punto P al plano XY .

Los rangos de variación de las tres coordenadas son $0 \leq \rho < \infty, 0 \leq \varphi < 2\pi, -\infty < z < \infty$.

La coordenada azimutal φ se hace variar en ocasiones desde $-\phi$ a π . La coordenada radial es siempre positiva. Si reduciendo el valor de ρ llega a alcanzarse el valor 0, a partir de ahí, ρ vuelve a aumentar, pero φ aumenta o disminuye en π radianes.

Teniendo en cuenta la definición del ángulo φ , obtenemos las siguientes relaciones entre las coordenadas cilíndricas y las cartesianas: $x = \rho \cos \varphi, y = \rho \sin \varphi, z = z$

A.4. Transformacion de coordenadas

A.5. Dirección de una linea 2D y 3D

Analogue of spherical coordinates in n -dimensions

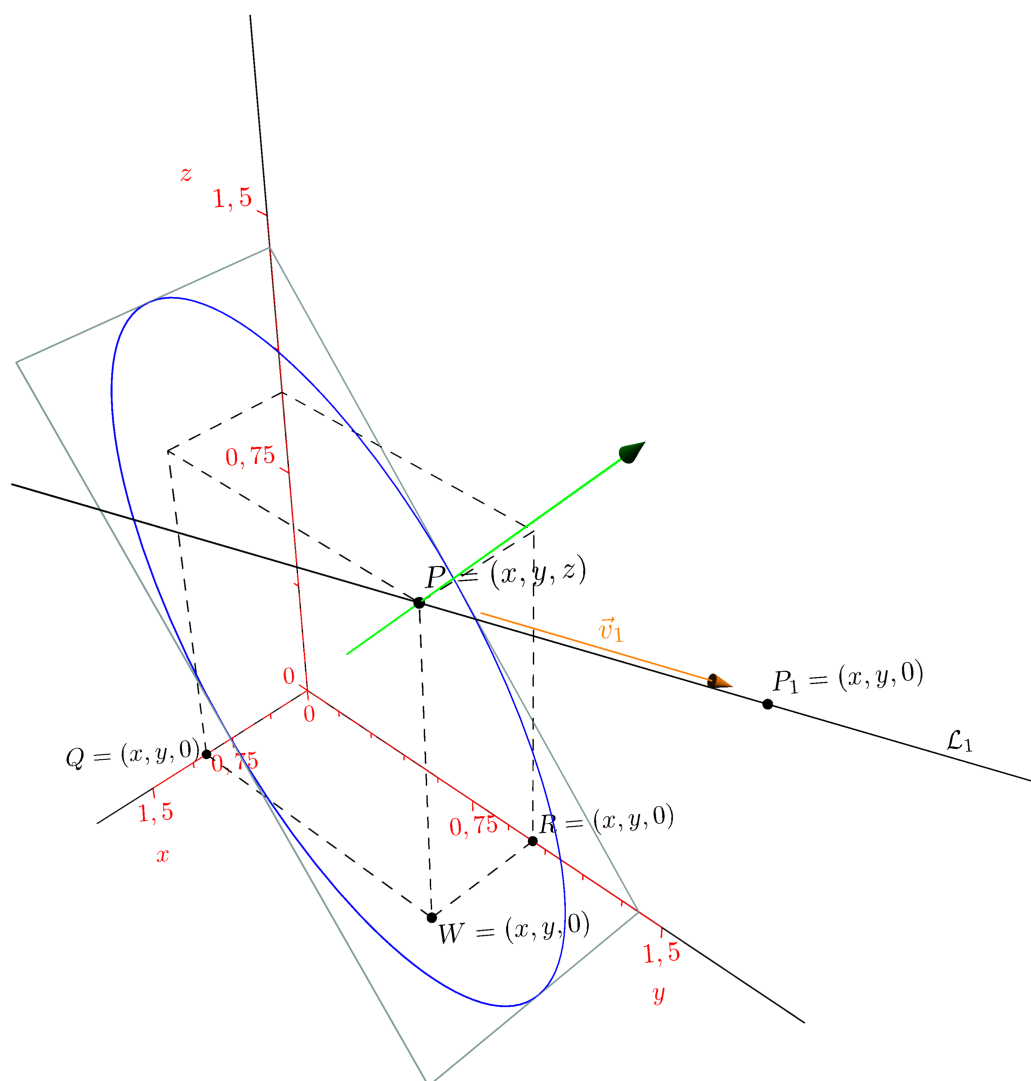
1. Recta en dos bidimensiones two dimensions, you can use polar coordinates:
2. Recta en 3 bidimensiones, you can use spherical coordinates:
3. Recta en n bidimensiones, you can use hyperspherical coordinates.

But basically, in any n -dimensional space, you'll have one length coordinate and $(n-1)$ angle coordinates.

Apéndice B

Recta y plano

B.1. Vector



B.2. Recta

B.3. Plano

Apéndice C

La forma y elementos

C.1. Centro de masa

Los centros de gravedad y masa de un cuerpo representan las ubicaciones del peso y la masa concentrados (es decir, el peso total y la masa total), que equivalen al peso y la masa originales distribuidos de un cuerpo. Ahora, se da otro paso para definir el centro geométrico (o baricentro) de un cuerpo denotado por C . Utilizamos G para el centro de gravedad y C_m para el centro de masa. El centroide de un cuerpo (un volumen, una superficie o una línea) representa la ubicación promedio de los puntos que constituyen el cuerpo. Comenzamos con la definición del centroide de un volumen. Luego, definimos los centroides de superficies y líneas. Tenga en cuenta que las superficies pueden ser bidimensionales (planas) o tridimensionales (curvadas), y las líneas también pueden ser bidimensionales (rectas) o tridimensionales (curvadas).

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\int_V \bar{x} dV}{\int_V dV} = \frac{\int_V \bar{x} dV}{V} \\ \bar{y} &= \frac{\int_V \bar{y} dV}{\int_V dV} = \frac{\int_V \bar{y} dV}{V} \\ \bar{z} &= \frac{\int_V \bar{z} dV}{\int_V dV} = \frac{\int_V \bar{z} dV}{V}\end{aligned}$$

C.2. Eje de una forma

C.2.1. Métodos convencionales - Plomada en la pared

C.2.2. Métodos convencionales - Borde de la mesa

C.3. Volumen

C.4. Simplificaciones de la forma

Apéndice D

Transformaciones

D.1. Transformaciones elementales

D.1.1. Traslacion

Las traslaciones pueden entenderse como movimientos directos sin cambios de orientación, es decir, mantienen la forma y el tamaño de las figuras u objetos trasladados, a las cuales deslizan según el vector. Dado el carácter de isometría para cualquier punto X y H se cumple la siguiente identidad entre distancias:

Las traslaciones pueden entenderse como movimientos directos sin cambios de orientación, es decir, mantienen la forma y el tamaño de las figuras u objetos trasladados, a las cuales deslizan según el vector. Dado el carácter de isometría para cualquier punto X y H se cumple la siguiente identidad entre distancias:

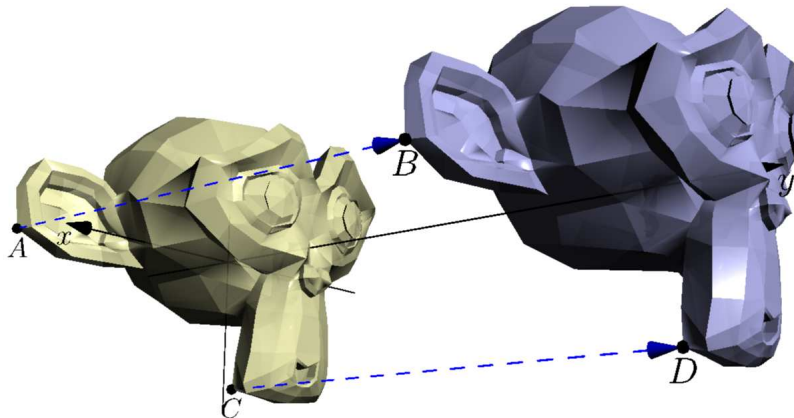


Figura D.1: Traslacion

D.1.2. Rotation

Las traslaciones pueden entenderse como movimientos directos sin cambios de orientación, es decir, mantienen la forma y el tamaño de las figuras u objetos

trasladados, a las cuales deslizan según el vector. Dado el carácter de isometría para cualquier punto X y H se cumple la siguiente identidad entre distancias:

Las traslaciones pueden entenderse como movimientos directos sin cambios de orientación, es decir, mantienen la forma y el tamaño de las figuras u objetos trasladados, a las cuales deslizan según el vector. Dado el carácter de isometría para cualquier punto X y H se cumple la siguiente identidad entre distancias:

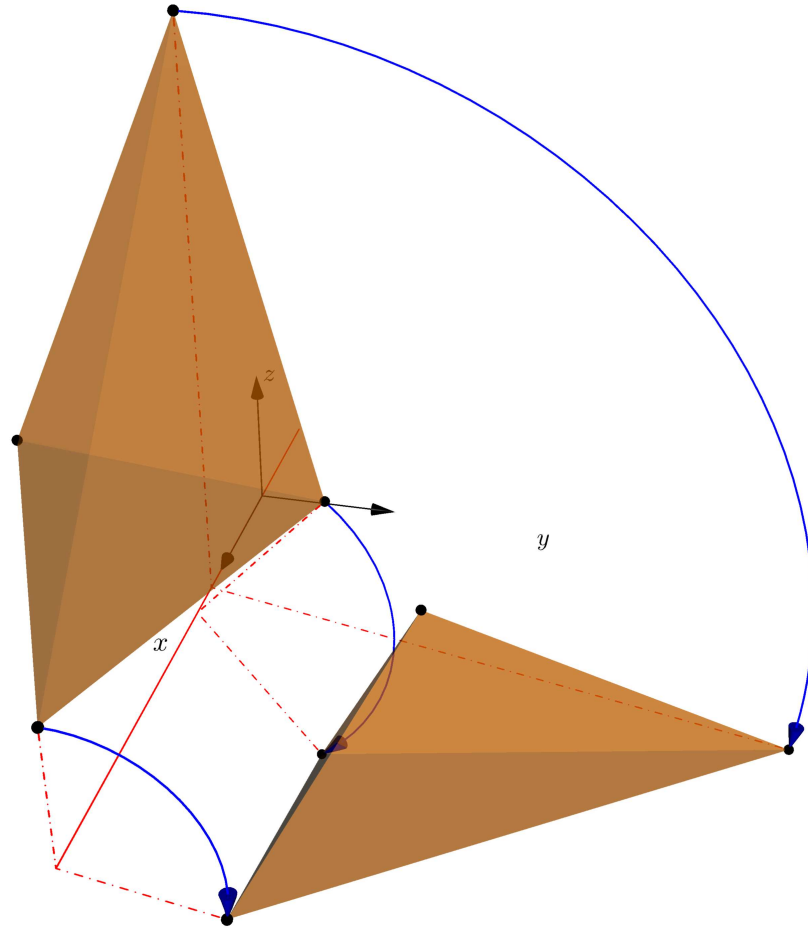


Figura D.2: Rotation

D.1.3. Simetry

Las traslaciones pueden entenderse como movimientos directos sin cambios de orientación, es decir, mantienen la forma y el tamaño de las figuras u objetos trasladados, a las cuales deslizan según el vector. Dado el carácter de isometría para cualquier punto X y H se cumple la siguiente identidad entre distancias:

Las traslaciones pueden entenderse como movimientos directos sin cambios de orientación, es decir, mantienen la forma y el tamaño de las figuras u objetos trasladados, a las cuales deslizan según el vector. Dado el carácter de isometría para cualquier punto X y H se cumple la siguiente identidad entre distancias:

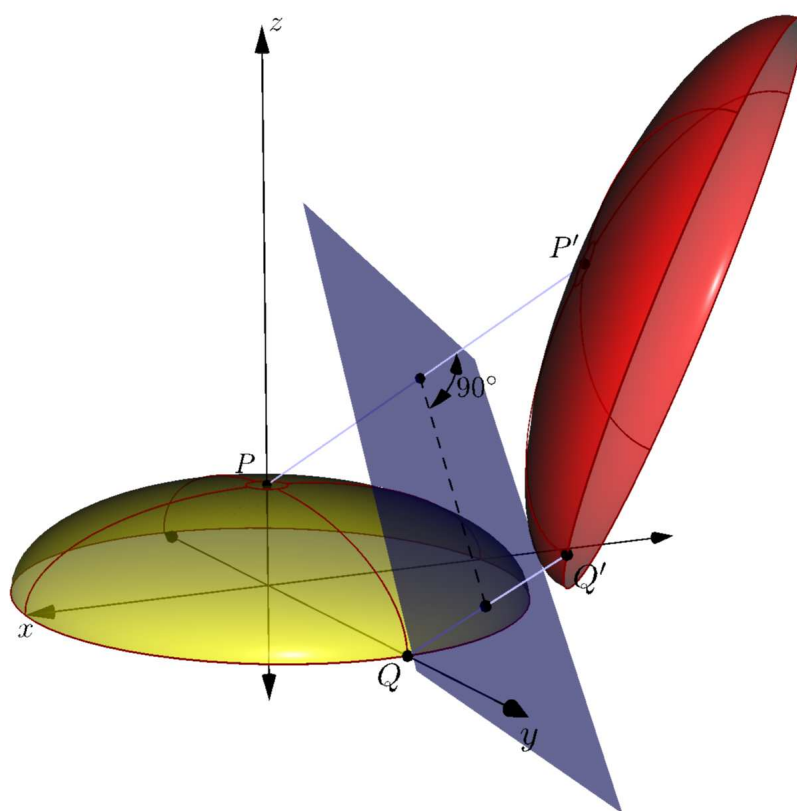


Figura D.3: Simetry

D.1.4. Homotecia

Las traslaciones pueden entenderse como movimientos directos sin cambios de orientación, es decir, mantienen la forma y el tamaño de las figuras u objetos trasladados, a las cuales deslizan según el vector. Dado el carácter de isometría para cualquier punto X y H se cumple la siguiente identidad entre distancias:

Las traslaciones pueden entenderse como movimientos directos sin cambios de orientación, es decir, mantienen la forma y el tamaño de las figuras u objetos trasladados, a las cuales deslizan según el vector. Dado el carácter de isometría para cualquier punto X y H se cumple la siguiente identidad entre distancias:

D.2. Transformaciones topológicas

Coloquialmente, se presenta a la topología como la geometría de la página de goma (chicle). Esto hace referencia a que, en la geometría euclídea, dos objetos serán equivalentes mientras podamos transformar uno en otro mediante isometrías (rotaciones, traslaciones, reflexiones, etc.), es decir, mediante transformaciones que conservan las medidas de ángulo, área, longitud, volumen y otras.

En topología, dos objetos son equivalentes en un sentido mucho más am-

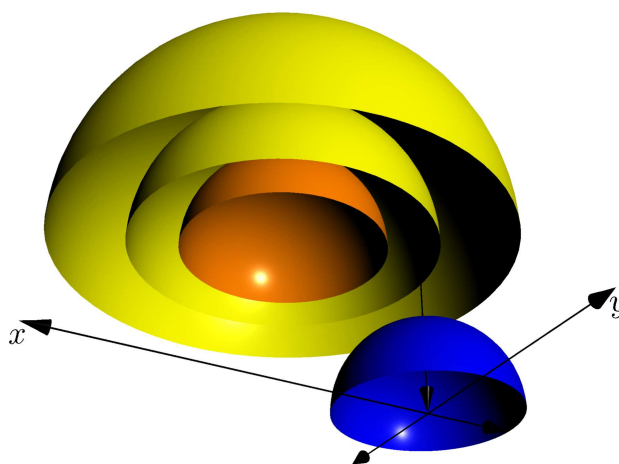


Figura D.4: Escala - Homotecia

plio. Han de tener el mismo número de trozos, huecos, intersecciones, etc. En topología está permitido doblar, estirar, encoger, retorcer, etc., los objetos, pero siempre que se haga sin romper ni separar lo que estaba unido, ni pegar lo que estaba separado. Por ejemplo, un triángulo es topológicamente lo mismo que una circunferencia, ya que podemos transformar uno en otra de forma continua, sin romper ni pegar. Pero una circunferencia no es lo mismo que un segmento, ya que habría que partirla (o pegarla) por algún punto.

Esta es la razón de que se la llame la geometría de la página de goma, porque es como si estuviéramos estudiando geometría sobre un papel de goma que pudiera contraerse, estirarse, etc.

Una taza transformándose en una rosquilla (toro). Un chiste habitual entre los topólogos (los matemáticos que se dedican a la topología) es que un topólogo es una persona incapaz de distinguir una taza de una rosquilla. Pero esta visión, aunque muy intuitiva e ingeniosa, es sesgada y parcial. Por un lado, puede llevar a pensar que la topología trata solo de objetos y conceptos geométricos, siendo más bien al contrario, es la geometría la que trata con un cierto tipo de objetos topológicos. Por otro lado, en muchos casos es imposible dar una imagen o interpretación intuitiva de problemas topológicos o incluso de algunos conceptos. Es frecuente entre los estudiantes primerizos escuchar que no entienden la topología y que no les gusta esa rama; generalmente se debe a que se mantienen en esta actitud gráfica. Por último, la topología se nutre también en buena medida de conceptos cuya inspiración se encuentra en el análisis matemático. Se puede decir que casi la totalidad de los conceptos e ideas de esta rama son conceptos e ideas topológicas.

D.2.1. Homeomorfismo

D.2.2. Isometria

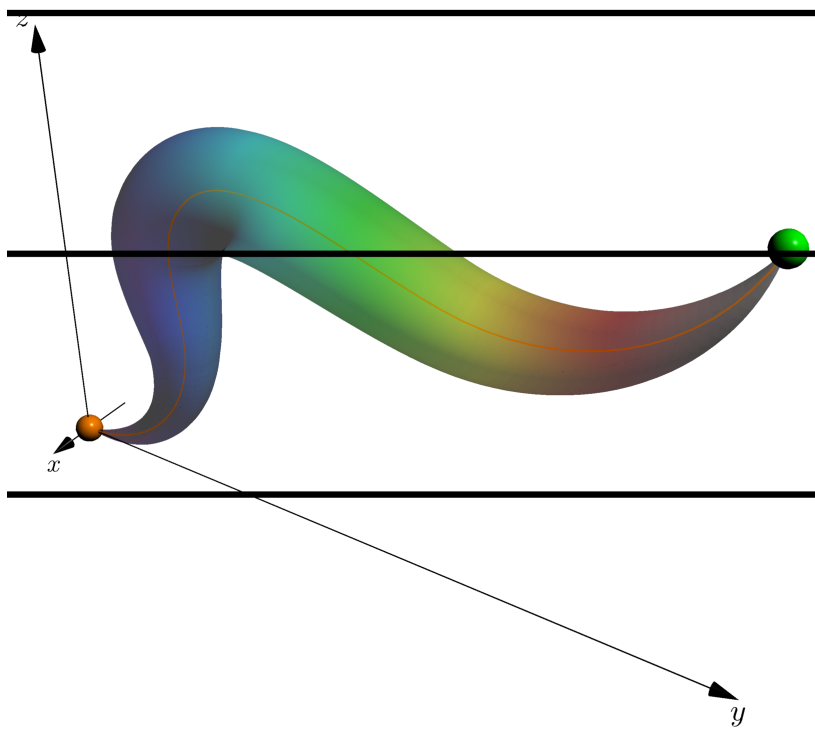


Figura D.5: linewidth

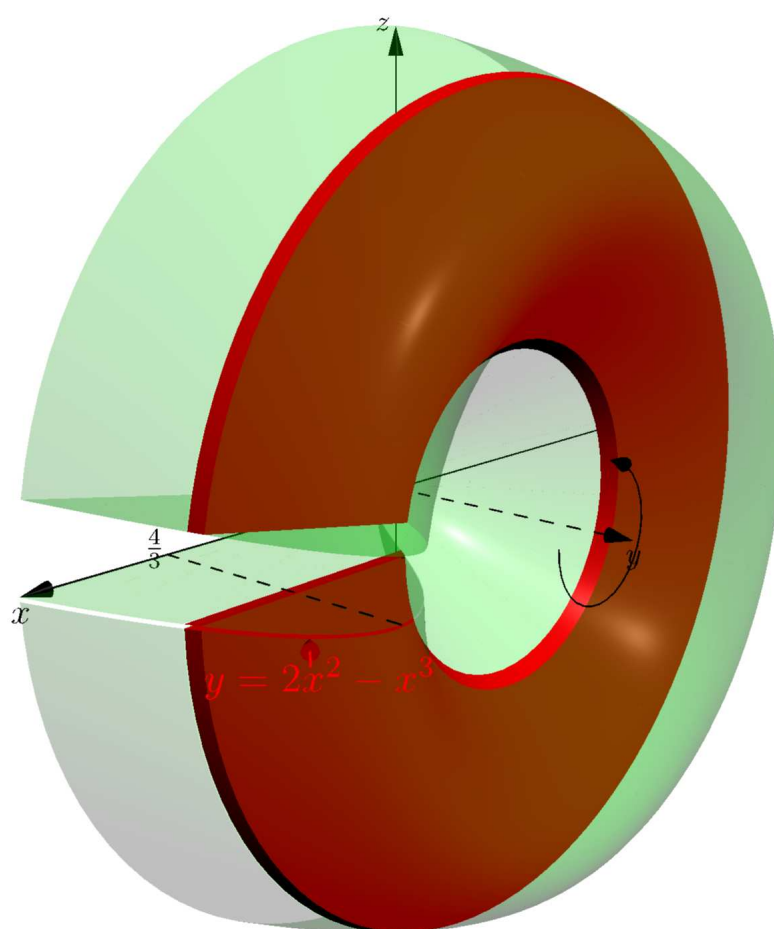


Figura D.6: Secciones y rebanadas

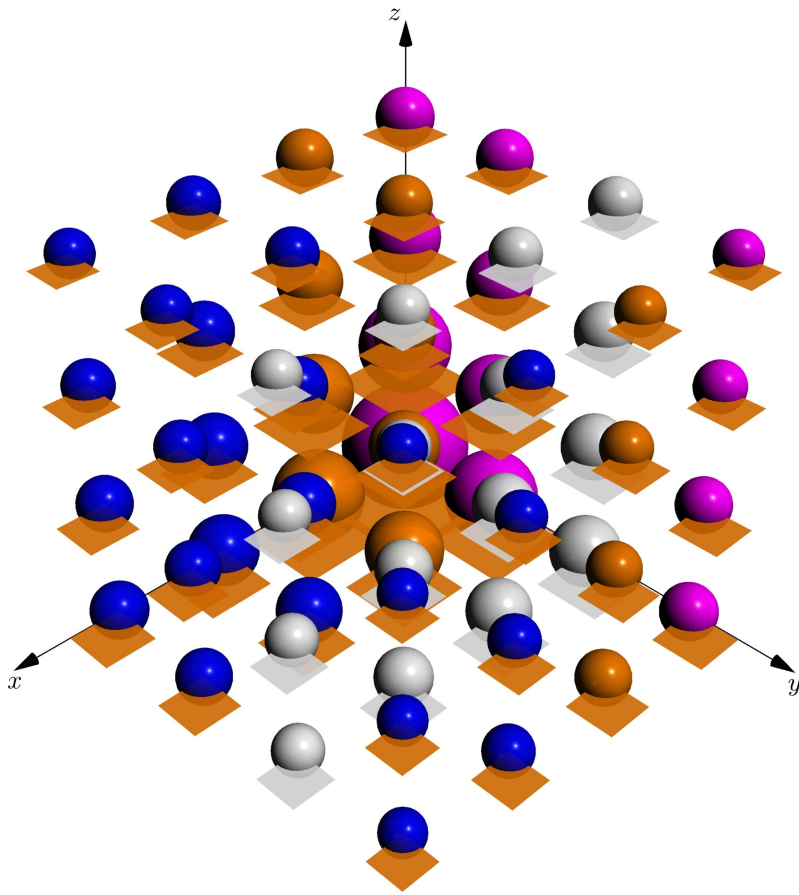


Figura D.7: Array

Apéndice E

Proyecciones

E.0.1. Ortogonal

En geometría euclidiana, la proyección ortogonal es aquella cuyas rectas proyectantes auxiliares son perpendiculares al plano de proyección (o a la recta de proyección), estableciéndose una relación entre todos los puntos del elemento proyectante con los proyectados

El concepto de proyección ortogonal se generaliza a espacios euclidianos de dimensión arbitraria, inclusive de dimensión infinita. Esta generalización tiene un papel importante en muchas ramas de matemática y física.

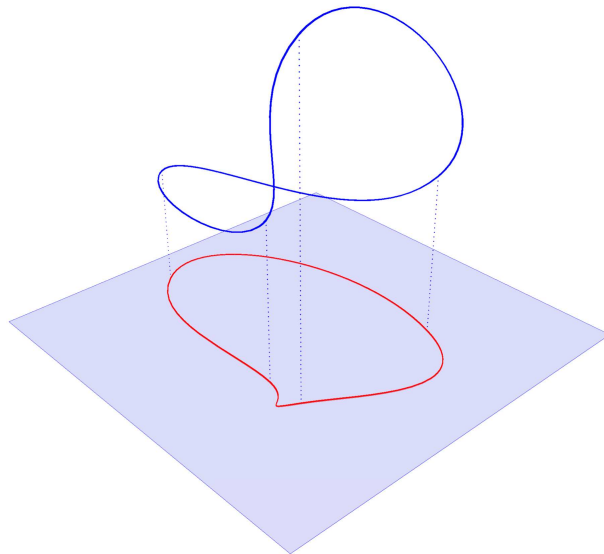


Figura E.1: Proyección ortogonal

E.0.2. Oblicua

El concepto de proyección ortogonal se generaliza a espacios euclidianos de dimensión arbitraria, inclusive de dimensión infinita. Esta generalización tiene

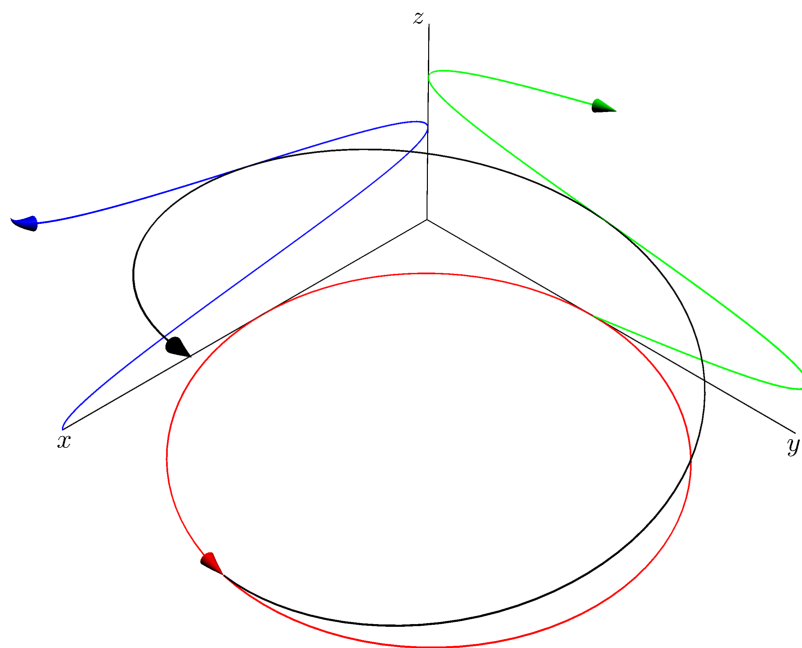


Figura E.2: Ortogonal

un papel importante en muchas ramas de matemática y física.

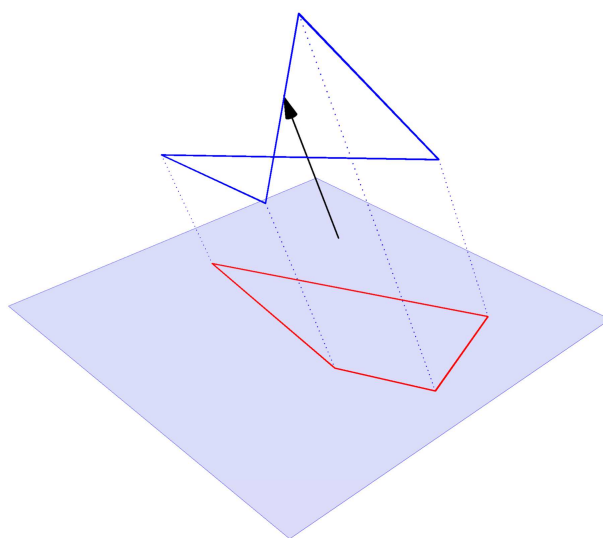


Figura E.3: Oblicua

E.0.3. Estereografica

La proyección estereográfica es un sistema de representación gráfico en el cual se proyecta la superficie de una esfera sobre un plano mediante un conjunto de rectas que pasan por un punto, o foco. El plano de proyección es tangente a la esfera, o paralelo a este, y el foco es el punto de la esfera diametralmente opuesto al punto de tangencia del plano con la esfera.

La superficie que puede representar es mayor que un hemisferio. El rasgo más característico es que la escala aumenta a medida que nos alejamos del centro.

En su proyección polar los meridianos son líneas rectas, y los paralelos son círculos concéntricos. En la proyección ecuatorial solo son líneas rectas el ecuador y el meridiano central.

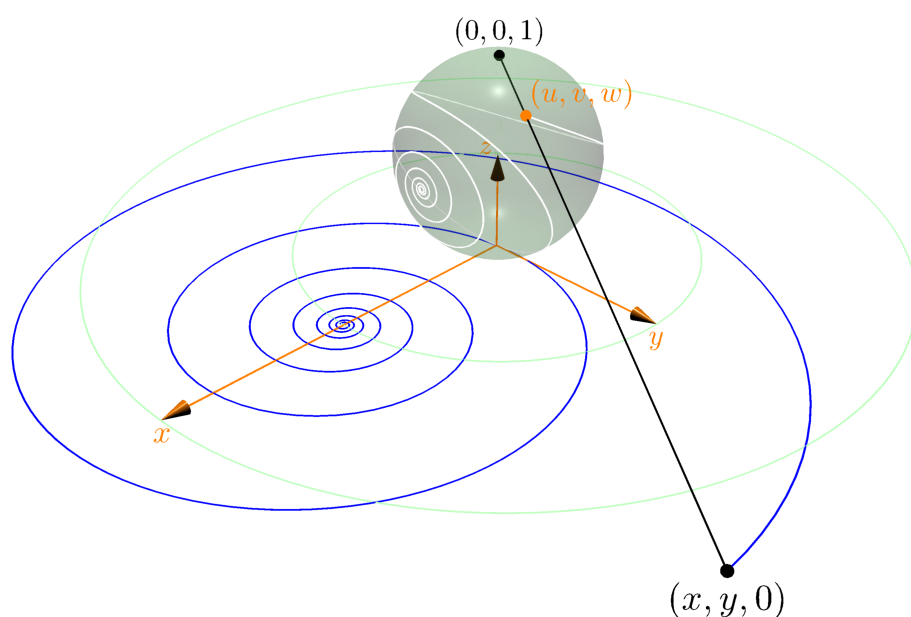


Figura E.4: Estereografica