Ricardo Michel MALLQUI BAÑOS

Matemáticas básicas

Universidad Nacional San Cristobal de Huamanga

Fisart.cf

Agradecimento a los estudiantes de la ESFAPA FGPA

A la UNSCH

Índice general

Índice de cuadros

Índice de figuras

Resumen

www.

Introducción

www.

1

Logica

www.

2

Conjuntos

Definición 2.1 (Conjunto)**.** Es una coleccion de elementos con caractersiticas similares

Definición 2.2 (Determinacion de conjuntos)**.** Por extensión y comprensión

Cornutos universal, vacio, unitario

$$\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$$

$$\phi = \{x/x \neq x\}$$

$$A = \{a\}$$

2.1. Función proposicional y cuantificadores

2.1.1. Función proposicional

Definición 2.3 (Función proposicional)**.**

Sea x una variable $P(x)$ un *enunciado*, $P(x)$ es una ***función proposicional*** si al sustituir la variable con una constante este se convierte en una *proposición*.

Por ejemplo $P(x)$: x es un numero par

Al conjunto de todos lo valores de x se denomina *domino de la variable*

2.1.2. Cuantificadores

Definición 2.4 (Cuantificador existencial)**.**

$$\exists$$

Es una generalización de la disyunción Inclusiva. Por ello, es verdadero cuando al menos un valor de x perteneciente al Dominio de A, es Verdadero. Se denota; $\exists x/P(x)$ Se lee: “Existe al menos un x”, “Algunos x”,"Hay x“,”Existe un x", etc.

Definición 2.5 (Cuantificador universal)**.**

$$\forall$$

Es una generalización de la *conjunción*. Debido a esto es verdadero cuando todos los valores de x que pertenecen al Dominio de A son Verdaderos. Se denota: $\forall x; p(x)$ Se lee: “Para Todo x”, “Para cada x”, “Todos (as) las x”, “Todo x”.

Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y la función proposicional $3x - 2 < 12$ entonces las proposiciones

1. $\forall x \in A : 3x - 1 < 14$
2. $\exists\ x \in A : 3x - 2 < 12$

son falsa y verdadera respectivamente

Definición 2.6 (Proposición universal)**.**

Una *proposición universal* es aquella que está provista de un *cuantificador universal*, y tiene la forma:

$$\forall x \in A : p(x)$$

Definición 2.7 (Proposición existencial)**.**

Una *proposición existencial* es aquella que está provista de un *cuantificador existencial*, y tiene la forma:

$$\exists x \in A : p(x)$$

2.1.3. Negación de las proposiciones universal y existencial

Cambiando el cuantificador universal por el cuantificador existencial, o viceversa, es decir

$$\sim [\exists x \in A; P(x)] \equiv \forall x \in A; \sim P(x)$$

$$\sim [\forall x \in A; P(x)] \equiv \exists\ x \in A; \sim P(x)$$

La negación del ***cuantificador universal*** es equivalente a la *afirmación de un cuantificador existencial* respecto de la ***función proposicional negada.***

La negación de un ***cuantificador existencial*** es equivalente a la *afirmación de un cuantificador universal* respecto de la ***función proposicional negada***.

Ejemplo 2.1.

Dada la proposición: “Si todos los números primos son impares, los números positivos son mayores que -1”

- Expresarla simbólicamente
- Negar oracionalmente la proposición

Solución.

Sea $p(x)$: números primos son impares y $q(x)$: números positivos mayores que -1

- $\forall x : [p(x) \rightarrow q(x)]$
- Negando el item anterior

$$\begin{aligned}\sim \{\forall x : [p(x) \rightarrow q(x)]\} &\equiv \sim \{\forall x : p(x) \rightarrow \forall x : q(x)\} \\ &= \sim \{\sim [\forall x : p(x)] \vee \forall x : q(x)\} \\ &\equiv \forall x : p(x) \wedge \exists\ x : \sim q(x)\end{aligned}$$

que se lee: “Todos los números primos son impares y algunos números no son mayores que -1”

Ejemplo 2.2.

Dado el conjunto $A = \{x \in \mathbb{N} : -14 < x < 27\}$. Hallar el valor de verdad de

$$s = [(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim q \wedge \sim r)] \leftrightarrow (\sim p \vee r)$$

si $p = (\forall x \in A, \exists y \in A, \forall z \in A)[x^2 - z^2 > y^2]$, $q = (\exists y \in A, \forall z \in A, \exists x \in A)[2x - 4y < -z]$ y $r = (\forall z \in A, \exists x \in A, \forall y \in A)[3x^2 - z^2 > y]$

Solución.

$A = \{1, 2, 3, \ldots, 26\}$ luego el valor de V$(p) = F$, V$(q) = V$ y V$(r) = V$ pues

- Si $y = 1$ entonces $x^2 - z^2 > y^2 \equiv x^2 > 1 + z^2$ lo cual no es valido $\forall x, z \in A$ entonces V$(p) = F$
- Si $y = 25 \in A$ y $x = 1 \in A$ entonces $2x - 4y < -z \equiv 2 + z < 100$ lo cual es valido $\forall z \in A$ entonces V$(q) = V$

- Si $x = 26 \in A$ entonces $3x^2 - z^2 > y \equiv 3(26)^2 > z^2 + y$ lo cual es valido $\forall z, y \in A$ entonces $\mathrm{V}(r) = V$

por lo tanto

$$\begin{aligned}\mathrm{V}(s) &= \mathrm{V}[(\sim p \wedge \sim q) \Longrightarrow (\sim q \wedge \sim r)] \Longleftrightarrow (\sim p \vee r)\\ &= [(V \wedge F) \Longrightarrow (F \wedge F)] \Longleftrightarrow (V \vee V)\\ &= [F \Longrightarrow F] \Longleftrightarrow V\\ &= V\end{aligned}$$

Ejercicio 2.1.

Dada la proposición: "Obtendré un puntaje aprobatorio si y solo si estudio concienzudamente el curso"

- Expresarla simbólicamente
- Negar oracionalmente la proposición

Ejercicio 2.2.

Dado el conjunto $G = \{x \in \mathbb{Z}^+ : -14 < 2x < 20\}$. Hallar el valor de verdad de

$$s = (p \wedge \sim q) \to [(\sim q \wedge \sim r) \leftrightarrow (\sim p \vee r)]$$

si $p = (\forall x \in A, z \in \mathbb{N}_{\not{}})[xz \in \mathbb{Z}]$, $q = (\forall z \in A, \exists x \in A)[x \neq y]$ y $r = (\forall z \in A, \forall y \in A)[yx^2 > 500]$

2.2. Operaciones entre conjuntos

2.3. Relaciones entre Conjuntos: Conjuntos Iguales. Conjuntos equivalentes

2.4. Representación Gráfica de los Conjuntos

Diagrama de euler

2.5. Unión de Conjuntos

2.6. Intersección de Conjuntos. Propiedades

2.7. Distributivas de la Unión e Intersección

2.8. Leyes de Absorción

2.9. Diferencia de Conjuntos.

2.10. Complemento de un Conjunto. Propiedades

2.11. Diferencia Simétrica.

2.12. Número de elementos de un Conjunto. Propiedades

3

Funciones y relaciones

4

Numeros reales

5

Funciones exponenciales logarítmicas

6

Inducción matemática

7

Suceciones

8

Números complejos

9

Polinomios

Temas de reforzamiento o conocimientos preliminares que son necesarias para entender el contenido.

A

Trasformaciones