Programmering og Problemløsning
Datalogisk Institut, Københavns Universitet
Arbejdsseddel 8 - individuel opgave

Martin Elsman, Ken Friis Larsen og Jon Sporring

16. november - 21. november.
Afleveringsfrist: lørdag d. 21. november kl. 22:00.

Some introductory text ...

Emnerne for denne arbejdsseddel er:

- højereordens funktioner.

Opgaverne er opdelt i øve- og afleveringsopgaver. I denne periode skal I arbejde individuelt med jeres afleveringsopgaver. Regler for gruppe- og individuelle afleveringsopgaver er beskrevet i "'Noter, links, software m.m."'→"'Generel information om opgaver"'.

Øveopgaver

I det følgene skal I arbejde med polynomier. Et polynomium af grad n skrives som

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i.$$

8ø0 Skriv en funktion `poly: float list -> float -> float`, der tager som argumenter (1) en liste `a` af coefficienter med `a.[i]` $= a_i$ og (2) en x-værdi for derefter at returnere polynomiets værdi. Afprøv funktionen ved at lave tabeller for et lille antal polynomier af forskellig grad med forskellige koefficienter og forskellige værdier for x, og validér den beregnede værdi.

8ø1 Afled en ny funktion `line : float -> float -> float -> float` fra `poly` således at `line a0 a1 x` beregner værdien for et 1. grads polynomium hvor `a0` $= a_0$, `a1` $= a_1$ og `x` $= x$. Afprøv funktionen ved at tabellere værdier for `line` med det samme sæt af coefficienter $a_0 \neq 0$ og $a_1 \neq 0$ og et passende antal værdier for x.

8ø2 Benyt Currying af `line` til at lave en funktion `theLine : float -> float`, hvor parametrene `a0` og `a1` er sat til det samme som brugt i Opgave 8ø1. Afprøv `theLine` tilsvarende som `line` afprøves i Opgave 8ø1.

8ø3 Lav en funktion `lineA0 : float -> float` ved brug af `line`, men hvor `a1` og `x` holdes fast (funktionen `lineA0` tager således kun en a_0 værdi som argument). Diskutér om funktionen kan implementeres ved Currying uden brug af hjælpefunktioner? Hvis ikke, foreslå en hjælpefunktion, som vil gøre en definition vha. Currying mulig.

De følgende opgaver omhandler integration. Integralet af næsten alle integrable funktioner kan approximeres som

$$\int_a^b f(x)\,dx \simeq \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)\Delta x,$$

hvor $x_i = a + i\Delta x$ og $\Delta x = \frac{b-a}{n}$.

8ø4 Skriv en funktion `integrate : n:int -> a:float -> b:float -> (f : float -> float) -> float`, hvis argumenter `n`, `a`, `b`, er som i ligningerne, og `f` er en integrabel 1 dimensionel funktion. Afprøv `integrate` på `theLine` fra Opgave 8ø2 og på `cos` med $a = 0$ og $b = \pi$. Udregn integralerne analytisk og sammenlign med resultatet af `integrate`.

8ø5 Funktionen `integrate` er en approximation, og præcisionen afhænger af n. Undersøg afhængigheden ved at udregne fejlen, dvs. forskellen mellem det analytiske resultat og approximationen for værdier af n. Dertil skal du lave to funktioner `IntegrateLine : n:int -> float` og `integrateCos : n:int -> float` vha. `integrate`, `theLine` og `cos`, hvor værdierne for a og b og f er fastlåste. Afprøv disse funktioner for $n = 1, 10, 100, 1000$. Overvej om der er en tendens i fejlen, og hvad den kan skyldes.

Afleveringsopgaver

I de følgende opgaver skal vi arbejde med en træstruktur til at beskrive geometriske figurer med farver. For at gøre det muligt at afprøve jeres opgaver skal I gøre brug af det udleverede bibliotek `img_util.dll`, der blandt andet kan omdanne såkaldte canvas-objekter til png-filer. Biblioteket er beskrevet i forelæsningerne (i kursusuge 7) og koden for biblioteket ligger sammen med forelæsningsplancherne for kursusuge 6 og er også tilgængeligt via github på `https://github.com/diku-dk/img-util-fs`.

Her bruger vi funktionerne til at tegne på et canvas samt til at gemme canvas-objektet som en png-fil:[1]

```
// colors
type color
val fromRgb : int * int * int -> color

// canvas
type canvas
val mk       : int -> int -> canvas
val setPixel : color -> int * int -> canvas -> unit
```

[1] Bemærk at interfacet ikke definerer de konkrete repræsentationstyper for typerne `color` og `canvas`. Disse typer er holdt *abstrakte*, hvilket vil sige at deres repræsentationer ikke kan ses af brugeren af modulet.

```
// save a canvas as a png file
val toPngFile : string -> canvas -> unit
```

Funktionen `toPngFile` tager som det første argument navnet på den ønskede png-fil (husk extension). Det andet argument er canvas-objektet som ønskes konverteret og gemt. Et canvas-objekt kan konstrueres med funktionen `ImgUtil.mk`, der tager som argumenter vidden og højden af billedet i antal pixels, samt funktionen `ImgUtil.setPixel`, der kan bruges til at opdatere canvas-objektet før det eksporteres til en png-fil. Funktionen `ImgUtil.setPixel` tager tre argumenter. Det første argument repræsenterer en farve og det andet argument repræsenterer et punkt i canvas-objektet (dvs. i billedet). Det tredie argument repræsenterer det canvas-objekt, der skal opdateres. En farve kan nu konstrueres med funktionen `ImgUtil.fromRgb` der tager en triple af tre tal mellem 0 og 255 (begge inklusive), der beskriver hhv. den røde, grønne og blå del af farven.

Koordinatsystemet har nulpunkt $(0,0)$ i øverste venstre hjørne og, såfremt vidden og højden af koordinatsystemet er henholdsvis w og h, optræder punktet $(w-1,h-1)$ i nederste højre hjørne. Antag for eksempel at programfilen `testPNG.fsx` indeholder følgende F# kode:

```
let C = ImgUtil.mk 256 256
do ImgUtil.setPixel (ImgUtil.fromRgb (255,0,0)) (10,10) C
do ImgUtil.toPngFile "test.png" C
```

Det er nu muligt at generere en png-fil med navn `test.png` ved at køre følgende kommando:

```
fsharpi -r img_util.dll testPNG.fsx
```

Den genererede billedfil `test.png` vil indeholde et hvidt billede med et pixel af rød farve i punktet (10,10).

Bemærk, at alle programmer, der bruger `ImgUtil` skal køres eller oversættes med `-r img_util.dll` som en del af kommandoen. Bemærk endvidere, at LaTeX kan inkludere png-filer med kommandoen `includegraphics`.

I det følgende vil vi repræsentere geometriske figurer med følgende datastruktur:

```
type point = int * int // a point (x, y) in the plane
type color = ImgUtil.color

type figure =
  | Circle of point * int * color
     // defined by center, radius, and color
  | Rectangle of point * point * color
     // defined by corners top-left, bottom-right, and color
  | Mix of figure * figure
     // combine figures with mixed color at overlap
```

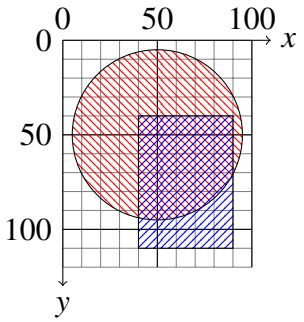
Man kan, for eksempel, lave følgende funktion til at finde farven af en figur i et punkt. Hvis punktet ikke ligger i figuren, returneres `None`, og hvis punktet ligger i figuren, returneres `Some` c, hvor c er farven.

```
// finds color of figure at point
let rec colorAt (x,y) figure =
```

```
match figure with
| Circle ((cx,cy), r, col) ->
    if (x-cx)*(x-cx)+(y-cy)*(y-cy) <= r*r
      // uses Pythagoras' equation to determine
      // distance to center
    then Some col else None
| Rectangle ((x0,y0), (x1,y1), col) ->
   if x0<=x && x <= x1 && y0 <= y && y <= y1
      // within corners
   then Some col else None
| Mix (f1, f2) ->
    match (colorAt (x,y) f1, colorAt (x,y) f2) with
    | (None, c) -> c  // no overlap
    | (c, None) -> c  // no overlap
    | (Some c1, Some c2) ->
    let (a1,r1,g1,b1) = ImgUtil.fromColor c1
    let (a2,r2,g2,b2) = ImgUtil.fromColor c2
    in Some(ImgUtil.fromArgb((a1+a2)/2, (r1+r2)/2,   // calculate
                             (g1+g2)/2, (b1+b2)/2))  // average
 color
```

Bemærk, at punkter på cirklens omkreds og rektanglens kanter er med i figuren. Farver blandes ved at lægge dem sammen og dele med to, altså finde gennemsnitsfarven.

8i0 Lav en figur `figTest : figure`, der består af en rød cirkel med centrum i (50,50) og radius 45, samt en blå rektangel med hjørnerne (40,40) og (90,110), som illustreret i tegningen nedenfor (hvor vi dog har brugt skravering i stedet for udfyldende farver.)



8i1 Brug `ImgUtil`-funktionerne og `colorAt` til at lave en funktion

`makePicture : string -> figure -> int -> int -> unit`

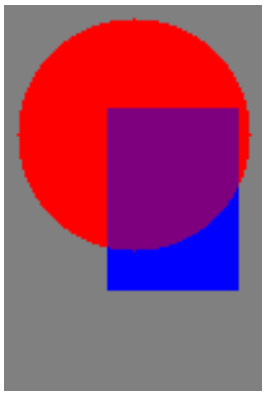
sådan at kaldet `makePicture` *`filnavn figur b h`* laver en billedfil ved navn *`filnavn`*`.png` med et billede af *`figur`* med bredde *`b`* og højde *`h`*.

På punkter, der ingen farve har (jvf. `colorAt`), skal farven være grå (som defineres med RGB-værdien (128,128,128)).

Du kan bruge denne funktion til at afprøve dine opgaver.

8i2 Brug funktionen `makePicture` til at konstruere en billedfil med navnet `figTest.png` og størrelse 100×150 (bredde 100, højde 150), der viser figuren `figTest` fra Opgave 8i0.

Resultatet skulle gerne ligne figuren nedenfor.



8i3 Lav en funktion `checkFigure : figure -> bool`, der undersøger, om en figur er korrekt: At radiusen i cirkler er ikke-negativ og at øverste venstre hjørne i en rektangel faktisk er ovenover og til venstre for det nederste højre hjørne (bredde og højde kan dog godt være 0).

8i4 Lav en funktion `move : figure -> int * int -> figure`, der givet en figur og en vektor flytter figuren langs vektoren.

Ved at foretage kaldet

```
makePicture "moveTest" (move figTest (-20,20)) 100 150
```

skulle der gerne laves en billedfil `moveTest.png` med indholdet vist nedenfor.

8i5 Lav en funktion `boundingBox : figure -> point * point`, der givet en figur finder hjørnerne (top-venstre og bund-højre) for den mindste akserette rektangel, der indeholder hele figuren.

Funktionskaldet `boundingBox figTest` skulle gerne give resultatet `((5, 5), (95, 110))`.

Krav til afleveringen

Afleveringen skal bestå af

- en zip-fil

Zip-filen skal indeholde en `src` mappe og filen `README.txt`. Mappen skal indeholde fsharp koden, der skal være en fsharp tekstfil per fsharp-opgave, og de skal navngives `8i0.fsx` osv. De skal kunne oversættes med fsharpc, og de oversatte filer skal kunne køres med mono. Funktioner skal

dokumenteres ifølge dokumentationsstandarden, og udover selve programteksten skal besvarelserne indtastes som kommentarer i de fsx-filer, de hører til. Filen `README.txt` skal ganske kort beskrive, hvordan koden køres.

God fornøjelse.