Programmering og Problemløsning
Datalogisk Institut, Københavns Universitet
Arbejdsseddel 8 - individuel opgave

Jon Sporring

18. november - 22. november.
Afleveringsfrist: fredag d. 22. november kl. 17:00.

Emnerne for denne arbejdsseddel er:

- højereordens funktioner,
- fejl og undtagelser.

Opgaverne er delt i øve- og afleveringsopgaver. I denne periode skal I arbejde individuelt med jeres afleveringsopgaver. Regler for gruppe- og individuelle afleveringsopgaver er beskrevet i "'Noter, links, software m.m."'→"'Generel information om opgaver"'.

Øveopgaver

I det følgene skal I arbejde med polynomier. Et polynomium af grad n skrives som

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i.$$

8ø0 Skriv en funktion `poly: a:float list -> x:float -> float`, som tager en liste af coefficienter med `a.[i]` $= a_i$ og en x-værdi og returnerer polynomiets værdi. Afprøv funktionen ved at lave tabeller for et lille antal polynomier af forskellig grad med forskellige koefficienter og forskellige værdier for x, og validér den beregnede værdi.

8ø1 Afled en ny funktion `line` fra `poly` således at `line : a0:float -> a1:float -> x:float -> float` beregner værdien for et 1. grads polynomium hvor `a0` $= a_0$ og `a1` $= a_1$. Afprøv funktionen ved at tabellere værdier for `line` med det samme sæt af coefficienter $a_0 \neq 0$ og $a_1 \neq 0$ og et passende antal værdier for x.

8ø2 Benyt Currying af `line` til at lave en funktion `theLine : x:float -> float`, hvor parametrene `a0` og `a1` er sat til det samme som brugt i Opgave 8ø1. Afprøv `theLine` som Opgave 8ø1.

8ø3 Lav en funktion `lineA0 : a0:float -> float` ved brug af `line`, men hvor `a1` og `x` holdes fast. Diskutér om dette kan laves ved Currying uden brug af hjælpefunktioner? Hvis ikke, foreslå en hjælpefunktion, som vil gøre en definition vha. Currying muligt.

8ø4 Skriv en funktion `integrate : n:int -> a:float -> b:float -> (f : float -> float) -> float`, hvis argumenter `n`, `a`, `b`, er som i ligningerne, og `f` er en integrabel 1 dimensionel funktion. Afprøv `integrate` på `theLine` fra Opgave 8ø2 og på `cos` med $a = 0$ og $b = \pi$. Udregn integralerne analytisk og sammenlign med resultatet af `integrate`.

8ø5 Funktionen `integrate` er en approximation, og præcisionen afhænger af n. Undersøg afhængigheden ved at udregne fejlen, dvs. forskellen mellem det analytiske resultat og approximationen for værdier af n. Dertil skal du lave to funktioner `IntegrateLine : n:int -> float` og `integrateCos : n:int -> float` vha. `integrate`, `theLine` og `cos`, hvor værdierne for a og b og f er fastlåste. Afprøv disse funktioner for $n = 1, 10, 100, 1000$. Overvej om der er en tendens i fejlen, og hvad den kan skyldes.

8ø6 Implementer fakultetsfunktionen $n! = \prod_{i=1}^{n} i,\ n > 0$ som `fac : n:int -> int` og kast en `System.ArgumentException` undtagelse, hvis funktionen bliver kaldt med $n < 1$. Kald `fac` med værdierne $n = -4, 0, 1, 4$, og fang evt. untagelser.

8ø7 Tilføj en ny og selvdefineret undtagelse `ArgumentTooBig of string` til `fac`, og kast den med argumentet `"calculation would result in an overflow"`, når n er for stor til `int` typen. Fang undtagelsen og udskriv beskeden sendt med undtagelsen på skærmen.

8ø8 Lav en ny fakultetsfunktion `facFailwith : n:int -> int`, som `fac`, men hvor de 2 undtagelser bliver erstattet med `failwith` med hhv. argument `"argument must be greater than 0"` og `"calculation would result in an overflow"`. Kald `facFailWith` med $n = -4, 0, 1, 4$, fang evt. undtagelser vha. `Failure` mønsteret, og udskriv beskeden sendt med `failwith` undtagelsen.

8ø9 Omskriv fakultetsfunktionen i Opgave 8ø7, som `facOption : n:int -> int option`, således at den returnerer `Some m`, hvis resultatet kan beregnes og `None` ellers. Kald `fac` med værdierne $n = -4, 0, 1, 4$, og skriv resultatet ud vha. en af `printf` funktionerne.

8ø10 Skriv en funktion `logIntOption : n:int -> float option`, som udregner logaritmen af `n`, hvis `n` > 0 og `None` ellers. Afprøv `logIntOption` for værdierne `-10`, `0`, `1`, `10`.

8ø11 Skriv en ny funktion `logFac : int -> float option` vha. `Option.bind` 1 eller flere gange til at sammensætte `logIntOption` og `facOption`, og sammenlign `logFac` med Stirlings approximation `n * (log n) - n` for værdierne $n = 1, 2, 4, 8$.

8ø12 Funktionen `logFac : int -> float option` kan defineres som en enkelt sammensætning af funktionerne `Some` og `Option.bind` en eller flere gange og med `logIntOption` og `facOption` som argument til `Option.bind`. Opskriv 3 udtryk, der bruger hhv. `|>` eller `>>` operatorerne eller ingen af dem.

Afleveringsopgaver

I de følgende opgaver skal vi arbejde med en træstruktur til at beskrive geometriske figurer med farver. For at gøre det muligt at afprøve jeres opgaver skal I gøre brug af det udleverede bibliotek

`img_util.dll`, der blandt andet kan omdanne såkaldte bitmap-arrays til png-filer. Biblioteket er beskrevet i forelæsningerne (i uge 7) og koden for biblioteket ligger sammen med forelæsningsplancherne for uge 6. Her bruger vi funktionerne til at konstruere et bitmap-array samt til at gemme arrayet som en png-fil:

```
// colors
type color = System.Drawing.Color
val fromRgb : int * int * int -> color
// bitmaps
type bitmap = System.Drawing.Bitmap
val mk       : int -> int -> bitmap
val setPixel : color -> int * int -> bitmap -> unit

// save a bitmap as a png file
val toPngFile : string -> bitmap -> unit
```

Funktionen `toPngFile` tager som det første argument navnet på den ønskede png-fil (husk extension). Det andet argument er bitmap-arrayet som ønskes konverteret og gemt. Et bitmap-array kan konstrueres med funktionen `ImgUtil.mk`, der tager som argumenter vidden og højden af billedet i antal pixels, samt funktionen `ImgUtil.setPixel`, der kan bruges til at opdatere bitmap-arrayet før det eksporteres til en png-fil. Funktionen `ImgUtil.setPixel` tager tre argumenter. Det første argument repræsenterer en farve og det andet argument repræsenterer et punkt i bitmap-arrayet (dvs. i billedet). Det tredie argument repræsenterer det bitmap-array, der skal opdateres. En farve kan nu konstrueres med funktionen `ImgUtil.fromRgb` der tager en triple af tre tal mellem 0 og 255 (begge inklusive), der beskriver hhv. den røde, grønne og blå del af farven.

Koordinaterne starter med $(0,0)$ i øverste venstre hjørne og $(w-1,h-1)$ i nederste højre hjørne, hvis bredde og højde er hhv. w og h. Antag for eksempel at programfilen `testPNG.fsx` indeholder følgende F# kode:

```
let bmp = ImgUtil.mk 256 256
do ImgUtil.setPixel (ImgUtil.fromRgb (255,255,0)) (10,10) bmp
do ImgUtil.toPngFile "test.png" bmp
```

Det er nu muligt at generere en png-fil med navn `test.png` ved at køre følgende kommando:

```
fsharpi -r img_util.dll testPNG.fsx
```

Den genererede billedfil `test.png` vil indeholde et sort billede med et pixel af gul farve i punktet (10,10).

Bemærk, at alle programmer, der bruger `ImgUtil` skal køres eller oversættes med `-r img_util.dll` som en del af kommandoen. Bemærk endvidere, at LaTeX kan inkludere png-filer med kommandoen `includegraphics`.

I det følgende vil vi repræsentere geometriske figurer med følgende datastruktur:

```
type point = int * int // a point (x, y) in the plane
type colour = int * int * int  // (red, green, blue), 0..255

type figure =
  | Circle of point * int * colour
```

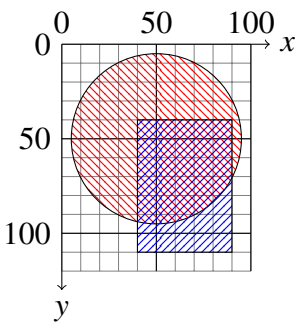
```
    // defined by center, radius, and colour
  | Rectangle of point * point * colour
    // defined by corners bottom-left, top-right, and colour
  | Mix of figure * figure
    // combine figures with mixed colour at overlap
```

For eksempel kan man lave følgende funktion til at finde farven af en figur i et punkt. Hvis punktet ikke ligger i figuren, returneres `None`, og hvis punktet ligger i figuren, returneres `Some` c, hvor c er farven.

```
// finds colour of figure at point
let rec colourAt (x,y) figure =
  match figure with
  | Circle ((cx,cy), r, col) ->
      if (x-cx)*(x-cx)+(y-cy)*(y-cy) <= r*r
        // uses Pythagoras' equation to determine
        // distance to center
      then Some col else None
  | Rectangle ((x0,y0), (x1,y1), col) ->
     if x0<=x && x <= x1 && y0 <= y && y <= y1
        // within corners
     then Some col else None
  | Mix (f1, f2) ->
      match (colourAt (x,y) f1, colourAt (x,y) f2) with
      | (None, c) -> c  // no overlap
      | (c, None) -> c  // no overlap
      | (Some (r1,g1,b1), Some (r2,g2,b2)) ->
         // average color
         Some ((r1+r2)/2, (g1+g2)/2, (b1+b2)/2)
```

Bemærk, at punkter på cirklens omkreds og rektanglens kanter er med i figuren. Farver blandes ved at lægge dem sammen og dele med to, altså finde gennemsnitsfarven.

8i0 Lav en figur `figTest : figure`, der består af en rød cirkel med centrum i (50,50) og radius 45, samt en blå rektangel med hjørnerne (40,40) og (90,110), som illustreret i tegningen nedenfor (hvor vi dog har brugt skravering i stedet for udfyldende farver.)



8i1 Brug `ImgUtil`-funktionerne og `colourAt` til at lave en funktion

```
makePicture : string -> figure -> int -> int
           -> unit
```

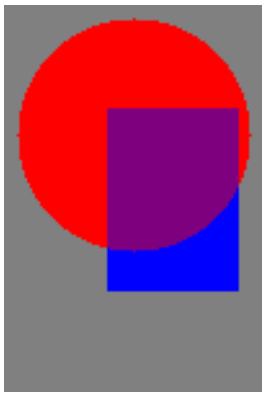
sådan at kaldet `makePicture` *`filnavn figur b h`* laver en billedfil ved navn *`filnavn`*`.png` med et billede af *`figur`* med bredde *`b`* og højde *`h`*.

På punkter, der ingen farve har (jvf. `colourAt`), skal farven være grå (som defineres med RGB-værdien (128,128,128)).

Du kan bruge denne funktion til at afprøve dine opgaver.

8i2 Lav med `makePicture` en billedfil med navnet `figTest.png` og størrelse 100×150 (bredde 100, højde 150), der viser figuren `figTest` fra Opgave 8i0.

Resultatet skulle gerne ligne figuren nedenfor.



8i3 Lav en funktion `checkFigure : figure -> bool`, der undersøger, om en figur er korrekt: At radiusen i cirkler er ikke-negativ, at øverste venstre hjørne i en rektangel faktisk er ovenover og til venstre for det nederste højre hjørne (bredde og højde kan dog godt være 0), og at farvekompenterne ligger mellem 0 og 255.

Vink: Lav en hjælpefunktion `checkColour : colour -> bool`.

8i4 Lav en funktion `move : figure -> int * int -> figure`, der givet en figur og en vektor flytter figuren langs vektoren.

Ved at foretage kaldet

```
makePicture "moveTest" (move figTest (-20,20)) 100 150
```

shulle der gerne laves en billedfil `moveTest.png` med indholdet vist nedenfor.

8i5 Lav en funktion `boundingBox : figure -> point * point`, der givet en figur finder hjørnerne (top-venstre og bund-højre) for den mindste akserette rektangel, der indeholder hele figuren.

`boundingBox figTest` skulle gerne give `((5, 5), (95, 110))`.

Afleveringen skal bestå af

- en zip-fil

Zip-filen skal indeholde en `src` mappe og filen `README.txt`. Mappen skal indeholde fsharp koden, der skal være en fsharp tekstfil per fsharp-opgave, og de skal navngives `8i0.fsx` osv. De skal kunne oversættes med fsharpc, og de oversattte filer skal kunne køres med mono. Funktioner skal dokumenteres ifølge dokumentationsstandarden, og udover selve programteksten skal besvarelserne indtastes som kommentarer i de fsx-filer, de hører til. Filen `README.txt` skal ganske kort beskrive, hvordan koden køres.

God fornøjelse.