

Programmering og Problemløsning

Datalogisk Institut, Københavns Universitet

Arbejdsseddel 8 - individuel opgave

Martin Elsman & Jon Sparring

21. november – 28. november.
Afleveringsfrist: onsdag d. 28. november kl. 22:00

I denne periode skal I arbejde individuelt. Regler for individuelle afleveringsopgaver er beskrevet i “Noter, links, software m.m.” → ”Generel information om opgaver”. Formålet er at arbejde med:

- højereordens funktion
- fejl og undtagelser

Opgaverne er delt i øve- og afleveringsopgaver.

Øveopgaver

I det følgende skal I arbejde med polynomier. Et polynomium af grad n skrives som

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \sum_{i=0}^n a_i x^i.$$

8ø.0 Skriv en funktion `poly: a:float list -> x:float -> float`, som tager en liste af coefficienter med `a.[i] = ai` og en x -værdi og returnerer polynomiets værdi. Afprøv funktionen ved at lave tabeller for et lille antal polynomier af forskellig grad, med forskellige koefficienter og forskellige værdier for x og validér den beregnede værdi.

8ø.1 Afled en ny funktion `line` fra `poly` således at `line : a0:float -> a1:float -> x:float -> float` beregner værdien for et 1. grads polynomium hvor $a_0 = a_0$ og $a_1 = a_1$. Afprøv funktionen ved at tabellere værdier for `line` med det samme sæt af coefficienter $a_0 \neq 0$ og $a_1 \neq 0$ og et passende antal værdier for x .

8ø.2 Benyt Currying af `line` til at lave en funktion `theLine : x:float -> float`, hvor parametrene `a0` og `a1` er sat til det samme som brugt i Item 8ø.1. Afprøv `theLine` som Item 8ø.1.

8ø.3 Lav en funktion `lineA0 : a0:float -> float` ved brug af `line`, men hvor `a1` og `x` holdes fast. Diskutér om dette kan laves ved Currying uden brug af hjælpefunktioner? Hvis ikke, foreslå en hjælpefunktion, som vil gøre en definition vha. Currying muligt.

Denne opgave omhandler integration. Integralet af næsten alle integrable funktioner kan appro-
imeres som

$$\int_a^b f(x) dx \simeq \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \Delta x,$$

hvor $x_i = a + i\Delta x$ og $\Delta x = \frac{b-a}{n}$.

8ø.4 Skriv en funktion `integrate : n:int -> a:float -> b:float -> (f : float -> float) -> float`, hvis argumenter `n`, `a`, `b`, er som i ligningerne, og `f` er en integrabel 1 dimensionel funktion. Afprøv `integrate` på `theLine` fra Item 8ø.2 og på `cos` med $a = 0$ og $b = \pi$. Udregn integralerne analytisk og sammenlign med resultatet af `integrate`.

8ø.5 Funktionen `integrate` er en approximation, og præcisionen afhænger af n . Undersøg afhængighe-
den ved at udregne fejlen, dvs. forskellen mellem det analytiske resultat og approximationen
for værdier af n . Dertil skal du lave to funktioner `IntegrateLine : n:int -> float` og
`integrateCos : n:int -> float` vha. `integrate`, `theLine` og `cos`, hvor værdierne for a
og b og f er fastlåste. Afprøv disse funktioner for $n = 1, 10, 100, 1000$. Overvej om der er en
tendens i fejlen, og hvad den kan skyldes.

Denne opgave omhandler undtagelser (exceptions), option typer og Stirlings formel. Stirlings formel
er en approximation til fakultetsfunktionen via

$$\ln n! \simeq n \ln n - n.$$

8ø.6 Implementer fakultetsfunktionen $n! = \prod_{i=1}^n i$, $n > 0$ som `fac : n:int -> int` og kast en
`System.ArgumentException` undtagelse, hvis funktionen bliver kaldt med $n < 1$. Kald `fac`
med værdierne $n = -4, 0, 1, 4$, og fang evt. undtagelser.

8ø.7 Tilføj en ny og selfdefineret undtagelse `ArgumentTooBig of string` til `fac`, og kast den med
argumentet `"calculation would result in an overflow"`, når n er for stor til `int` typen.
Fang undtagelsen og udskriv beskeden sendt med undtagelsen på skærmen.

8ø.8 Lav en ny fakultetsfunktion `facFailwith : n:int -> int`, som `fac`, men hvor de 2 und-
tagelser bliver erstattet med `failwith` med hhv. argument `"argument must be greater
than 0"` og `"calculation would result in an overflow"`. Kald `facFailWith` med
 $n = -4, 0, 1, 4$, fang evt. undtagelser vha. `Failure` mønsteret, og udskriv beskeden sendt med
`failwith` undtagelsen.

8ø.9 Omskriv fakultetsfunktionen i Opgave 8ø.7, som `facOption : n:int -> int option`, således
at den returnerer `Some m`, hvis resultatet kan beregnes og `None` ellers. Kald `fac` med værdierne
 $n = -4, 0, 1, 4$, og skriv resultatet ud vha. en af `printf` funktionerne.

- 8ø.10 Skriv en funktion `logIntOption : n:int -> float option`, som udregner logaritmen af n , hvis $n > 0$ og `None` ellers. Afprøv `logIntOption` for værdierne $-10, 0, 1, 10$.
- 8ø.11 Skriv en ny funktion `logFac : int -> float option` vha. `Option.bind` 1 eller flere gange til at sammensætte `logIntOption` og `facOption`, og sammenlign `logFac` med Stirlings approximation $n * (\log n) - n$ for værdierne $n = 1, 2, 4, 8$.
- 8ø.12 Funktionen `logFac : int -> float option` kan defineres som en enkelt sammensætning af funktionerne `Some` og `Option.bind` en eller flere gange og med `logIntOption` og `facOption` som argument til `Option.bind`. Opskriv 3 udtryk, der bruger hhv. `|>` eller `>>` operatorerne eller ingen af dem.

Afleveringsopgaver

I de følgende opgaver skal vi arbejde med en træstruktur til at beskrive geometriske figurer med farver. For at gøre det muligt at afprøve jeres opgaver skal I gøre brug af det udleverede bibliotek `img_util.dll`, der blandt andet kan omdanne såkaldte bitmap-arrays til png-filer. Biblioteket er beskrevet i forelæsningerne (i uge 6) og koden for biblioteket ligger sammen med forelæsningsplancherne for uge 6. Her bruger vi funktionerne til at konstruere et bitmap-array samt til at gemme arrayet som en png-fil:

```
// colors
type color = System.Drawing.Color
val fromRgb : int * int * int -> color
// bitmaps
type bitmap = System.Drawing.Bitmap
val mk      : int -> int -> bitmap
val setPixel : color -> int * int -> bitmap -> unit

// save a bitmap as a png file
val toPngFile : string -> bitmap -> unit
```

Funktionen `toPngFile` tager som det første argument navnet på den ønskede png-fil (husk extension). Det andet argument er bitmap-arrayet som ønskes konverteret og gemt. Et bitmap-array kan konstrueres med funktionen `ImgUtil.mk`, der tager som argumenter vidden og højden af billedet i antal pixels, samt funktionen `ImgUtil.setPixel`, der kan bruges til at opdatere bitmap-arrayet før det eksporteres til en png-fil. Funktionen `ImgUtil.setPixel` tager tre argumenter. Det første argument repræsenterer en farve og det andet argument repræsenterer et punkt i bitmap-arrayet (dvs. i billedet). Det tredje argument repræsenterer det bitmap-array, der skal opdateres. En farve kan nu konstrueres med funktionen `ImgUtil.fromRgb` der tager en triple af tre tal mellem 0 og 255 (begge inklusive), der beskriver hhv. den røde, grønne og blå del af farven.

Koordinaterne starter med $(0,0)$ i øverste venstre hjørne og $(w-1, h-1)$ i nederste højre hjørne, hvis bredde og højde er hhv. w og h . Antag for eksempel at programfilen `testPNG.fsx` indeholder følgende F# kode:

```
let bmp = ImgUtil.mk 256 256
do ImgUtil.setPixel (ImgUtil.fromRgb (255,255,0)) (10,10) bmp
do ImgUtil.toPngFile "test.png" bmp
```

Det er nu muligt at generere en png-fil med navn `test.png` ved at køre følgende kommando:

```
fsharpi -r img_util.dll testPNG.fsx
```

Den genererede billedfil `test.png` vil indeholde et sort billede med et pixel af gul farve i punktet (10,10).

Bemærk, at alle programmer, der bruger `ImgUtil` skal køres eller oversættes med `-r img_util.dll` som en del af kommandoen. Bemærk endvidere, at \LaTeX kan inkludere png-filer med kommandoen `includegraphics`.

I det følgende vil vi repræsentere geometriske figurer med følgende datastruktur:

```
type point = int * int // a point (x, y) in the plane
type colour = int * int * int // (red, green, blue), 0..255

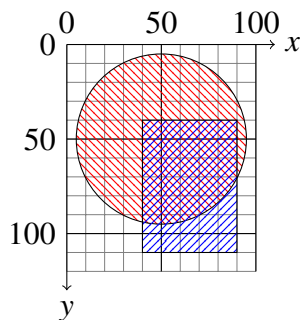
type figure =
| Circle of point * int * colour
  // defined by center, radius, and colour
| Rectangle of point * point * colour
  // defined by corners bottom-left, top-right, and colour
| Mix of figure * figure
  // combine figures with mixed colour at overlap
```

For eksempel kan man lave følgende funktion til at finde farven af en figur i et punkt. Hvis punktet ikke ligger i figuren, returneres `None`, og hvis punktet ligger i figuren, returneres `Some c`, hvor `c` er farven.

```
// finds colour of figure at point
let rec colourAt (x,y) figure =
  match figure with
  | Circle ((cx,cy), r, col) ->
    if (x-cx)*(x-cx)+(y-cy)*(y-cy) <= r*r
      // uses Pythagoras' formular to determine
      // distance to center
    then Some col else None
  | Rectangle ((x0,y0), (x1,y1), col) ->
    if x0<=x && x <= x1 && y0 <= y && y <= y1
      // within corners
    then Some col else None
  | Mix (f1, f2) ->
    match (colourAt (x,y) f1, colourAt (x,y) f2) with
    | (None, c) -> c // no overlap
    | (c, None) -> c // no overlap
    | (Some (r1,g1,b1), Some (r2,g2,b2)) ->
      // average color
      Some ((r1+r2)/2, (g1+g2)/2, (b1+b2)/2)
```

Bemærk, at punkter på cirkelns omkreds og rektanglens kanter er med i figuren. Farver blandes ved at lægge dem sammen og dele med to, altså finde gennemsnitsfarven.

- 8i.1 Lav en figur `figTest` : `figure`, der består af en rød cirkel med centrum i (50,50) og radius 45, samt en blå rektangel med hjørnerne (40,40) og (90,110), som illustreret i tegningen nedenfor (hvor vi dog har brugt skravering i stedet for udfyldende farver.)



- 8i.2 Brug `ImgUtil`-funktionerne og `colourAt` til at lave en funktion

```
makePicture : string -> figure -> int -> int
             -> unit
```

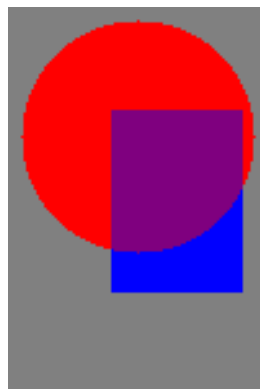
sådan at kaldet `makePicture filnavn figur b h` laver en billedfil ved navn `filnavn.png` med et billede af `figur` med bredde `b` og højde `h`.

På punkter, der ingen farve har (jvf. `colourAt`), skal farven være grå (som defineres med RGB-værdien (128,128,128)).

Du kan bruge denne funktion til at afprøve dine opgaver.

- 8i.3 Lav med `makePicture` en billedfil med navnet `figTest.png` og størrelse 100×150 (bredde 100, højde 150), der viser figuren `figTest` fra Opgave 8i.1.

Resultatet skulle gerne ligne figuren nedenfor.



- 8i.4 Lav en funktion `checkFigure` : `figure` -> `bool`, der undersøger, om en figur er korrekt: At radiusen i cirkler er ikke-negativ, at øverste venstre hjørne i en rektangel faktisk er ovenover og til venstre for det nederste højre hjørne (bredde og højde kan dog godt være 0), og at farvekomponenterne ligger mellem 0 og 255.

Vink: Lav en hjælpefunktion `checkColour` : `colour` -> `bool`.

- 8i.5 Lav en funktion `move` : `figure` -> `int * int` -> `figure`, der givet en figur og en vektor flytter figuren langs vektoren.

Ved at foretage kaldet

```
makePicture "moveTest" (move figTest (-20,20)) 100 150
```

shulle der gerne laves en billedfil `moveTest.png` med indholdet vist nedenfor.



8i.6 Lav en funktion `boundingBox : figure -> point * point`, der givet en figur finder hjørnerne (top-venstre og bund-højre) for den mindste akserette rektangel, der indeholder hele figuren.

`boundingBox figTest` skulle gerne give `((5, 5), (95, 110))`.

Afleveringsopgaven skal afleveres som et antal `fsx` tekstfiler navngivet efter opgaven, som f.eks. `8i0.fsx`. Funktioner skal dokumenteres ifølge dokumentationsstandard, og udover selve programteksten skal besvarelserne indtastes som kommentarer i de `fsx`-filer, de hører til. Det hele skal samles i en zip fil og uploades på Absalon.