

Câu 1. Tìm định thức của các ma trận sau

a) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 8 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} -2 & 7 & 6 \\ 5 & 1 & -2 \\ 3 & 8 & 4 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

Câu 2. Xác định xem các tập vector sau có tạo thành cơ sở của \mathbb{R}^3

a) $(1, 2, -1), (1, 0, 2), (2, 1, 1)$

b) $(-1, 3, 2), (-3, 1, 3), (2, 10, 2)$

c) $(1, 2, 1), (2, 9, 0), (3, 3, 4)$

Câu 3. Xác định xem các vector sau có tạo thành một cơ sở của \mathbb{R}^4

$$(1, 1, 0, 0), (1, 0, 1, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 1, 0, 1)$$

Câu 4. Cho B, C là các cơ sở với

$$B = \{u_1 = (2, 1, 1), u_2 = (2, -1, 1), u_3 = (1, 2, 1)\} \quad \text{và} \quad C = \{v_1 = (3, 1, -5), v_2 = (1, 1, -3), v_3 = (-1, 0, 2)\}$$

a) Tìm ma trận chuyển cơ sở từ B sang C.

b) Tìm tọa độ của vector $w = (-5, 8, -5)$ trong cơ sở B, $[w]_B$.

c) Tìm tọa độ của vector w trong cơ sở C, $[w]_C$.

Câu 5. Gọi S là cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 và B là cơ sở với $B = \{u_1 = (1, 2, 1), u_2 = (2, 5, 0), u_3 = (3, 3, 8)\}$.

a) Tìm ma trận chuyển cơ sở từ B sang S.

b) Tìm ma trận chuyển cơ sở từ S sang B.

c) Cho $w = (5, -3, 1)$, tìm tọa độ của w trong cơ sở B, $[w]_B$. Sau đó dùng kết quả vừa có để tính $[w]_S$.

d) Cho $w = (3, -5, 0)$, tìm tọa độ của w trong cơ sở B, $[w]_B$. Sau đó dùng kết quả vừa có để tính $[w]_S$.

Câu 6. Dùng giải thuật Gram-Schmidt trực chuẩn hóa các vector sau:

- a) $u_1 = (1,1,1), u_2 = (0,1,1), u_3 = (0,0,1)$
- b) $u_1 = (1,1,1), u_2 = (-1,1,0), u_3 = (1,2,1)$
- c) $u_1 = (1,0,0), u_2 = (3,7,-2), u_3 = (0,4,1)$
- d) $u_1 = (0,2,1,0), u_2 = (1,-1,0,0), u_3 = (1,2,0,-1), u_4 = (1,0,0,1)$

Câu 7. Tìm trị riêng và vector riêng của các ma trận sau

a) $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 9 & 2 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 5 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -3 & -5 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

f) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

g) $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -4 \\ -2 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

h) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

i) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$

j) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$