



KHÓA HỌC IMO
THẦY ĐỖ VĂN ĐỨC
ĐỀ SỐ 04

BỘ ĐỀ CHÍNH PHỤC MỨC 8 ĐIỂM
NĂM HỌC 2024-2025; MÔN TOÁN
Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Với b, c là hai số thực tùy ý thỏa mãn $3^b \geq 3^c$, khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $b \geq c$. **B.** $b \leq c$. **C.** $b > c$. **D.** $b < c$.
- Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz có tọa độ là
A. $(2; 1; 0)$. **B.** $(0; 0; -1)$. **C.** $(2; 0; 0)$. **D.** $(0; 1; 0)$.
- Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

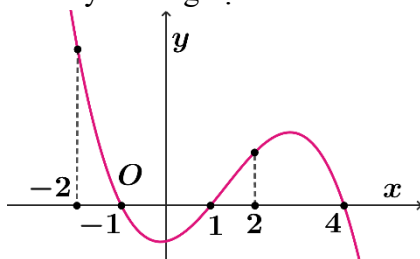
x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		—		—	
$f(x)$	2		$+\infty$		2
			$-\infty$		

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A.** $x = 2$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = 1$.
- Cho $\vec{u} = (1; 1; 1)$ và $\vec{v} = (-1; 1; -1)$. Giá trị của \vec{u}, \vec{v} là
A. -1 . **B.** 1 . **C.** 0 . **D.** 2 .
- Biết $\int_0^1 f(x)dx = -2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 3$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$ bằng
A. -5 . **B.** 5 . **C.** -1 . **D.** 1 .
- Giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$ là
A. $M = -\frac{1}{3}$. **B.** $M = 5$. **C.** $M = \frac{1}{3}$. **D.** $M = -5$.
- Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + x - 1 = 0$ có bán kính bằng
A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** 1 .
- Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1), B(-1; 1; 0), C(1; 3; 2)$. Trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận vector nào dưới đây làm vector chỉ phương?

- A. $(-1;1;0)$. B. $(1;1;0)$. C. $(-1;2;1)$. D. $(-2;2;2)$.

9. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ (với $a \neq 0$) có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



- A. $f(-1) < f(0)$. B. $f(0) > f(1)$. C. $f(1) > f(2)$. D. $f(-2) > f(-1)$.
10. Một tổ có 10 học sinh, trong đó có 6 nam, 4 nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Xác suất để trong 3 học sinh được chọn có đúng 2 nam bằng
- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.
11. Một máy bay vào vị trí cất cánh di chuyển trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 2t$ (m/s) với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết máy bay đạt vận tốc 120 (m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng gần nhất với giá trị nào dưới đây?
- A. 1200m. B. 1100m. C. 430m. D. 330m.
12. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x^2-1} + (x^2 - 1)2026^{x-1} < 1$ là khoảng $(a; b)$. Giá trị của $b - a$ bằng
- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

1. Cho hàm số $f(x) = \log_{0,5}(x^2 - 5x + 4)$
- a) Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $D = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{5-2x}{(x^2 - 5x + 4)\ln 2}$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2,5)$.
- d) Bất phương trình $f(x) > 0$ có đúng 4 nghiệm nguyên.
2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; -1), N(4; 3; 1)$.
- a) Hình chiếu của điểm M trên trục Oy có tọa độ là $(0; -2; 0)$.
- b) Gọi E là điểm đối xứng của điểm M qua điểm N . Tọa độ điểm E là $(5; 8; 3)$.
- c) Cho $P(1; m; n)$. Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $2m + 5n = 20$.



d) Điểm $I(a; b; c)$ nằm trong mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn $T = |2\overrightarrow{IM} - \overrightarrow{IN}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $3a - 2b + c = 20$.

3. Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ", B là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ". Xét tính đúng – sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.

b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là viên bi màu đỏ thì khi đó

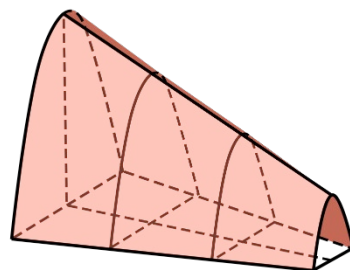
$$P(A|B) = \frac{7}{11}.$$

c) Gọi \bar{B} là "viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là xanh" thì

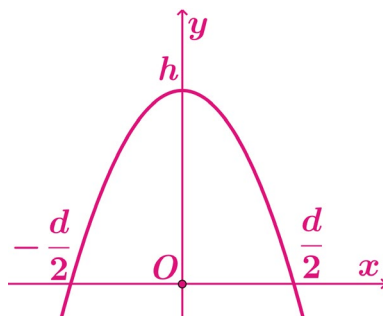
$$P(A|\bar{B}) = \frac{7}{11}.$$

d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A) = \frac{13}{22}$.

4. Một đường hàm mô hình như hình vẽ có chiều dài 5(cm). Khi cắt mô hình này bởi các mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được mặt cắt là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao. Ở đó hình parabol là hình phẳng được giới hạn bởi một đường parabol và đoạn thẳng nối hai điểm thuộc parabol đồng thời vuông góc với trục đối xứng của parabol đó được gọi là đáy, khoảng cách từ đỉnh của parabol xuống đáy gọi là chiều cao. Chiều cao của mỗi mặt cắt hình parabol cho bởi công thức $y = 3 - \frac{2}{5}x$ (cm), với x (cm) là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hàm mô hình đến mặt phẳng chứa mặt cắt.



- a) Nếu một hình parabol có đáy bằng d và chiều cao bằng h như hình vẽ thì phương trình của parabol là $y = -\frac{4h}{d^2}x^2 + h$.



- b) Diện tích của lớn của đường hàm mô hình bằng $12(\text{cm}^2)$.

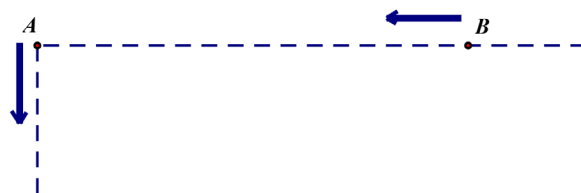
- c) Chiều cao cửa nhỏ của đường hầm mô hình bằng 2(cm).
 d) Nếu người ta làm một khối có kích thước như mô hình đường hầm ở trên bằng nguyên liệu có giá 5,4 triệu đồng cho mỗi cm^3 thì số tiền cần bỏ ra để mua nguyên liệu là 156 triệu đồng.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $AB = 3a$. Lấy điểm E sao cho $3\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB}$. Biết SAE, SAC là các tam giác cân tại S , góc tạo bởi mặt bên (SAB) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Nếu $a = \sqrt{3}$ cm thì thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu cm^3 ?

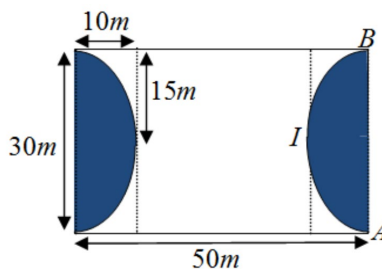
➡ Đáp số:

2. Hai con tàu đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lí. Tàu thứ nhất từ vị trí ban đầu A chạy theo hướng Nam với vận tốc 6 hải lí/giờ, còn tàu thứ hai từ vị trí ban đầu B chạy theo hướng về vị trí ban đầu của tàu thứ nhất với vận tốc 7 hải lí/giờ (được mô tả như hình vẽ bên dưới). Khoảng cách ngắn nhất giữa hai con tàu là bao nhiêu hải lí? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



➡ Đáp số:

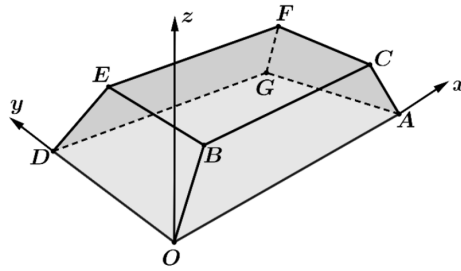
3. Ông An xây dựng một sân bóng đá mini hình chữ nhật có chiều rộng 30 m và chiều dài 50 m. Để giảm bớt kinh phí cho việc trồng cỏ nhân tạo, ông An chia sân bóng ra làm hai phần (tô màu và không tô màu) như hình vẽ.



- Phần tô màu gồm hai miền có diện tích bằng nhau và đường cong AIB là một parabol có đỉnh là I .
- Phần tô màu được trồng cỏ nhân tạo với giá 130 nghìn đồng/ m^2 và phần còn lại được trồng cỏ nhân tạo với giá 90 nghìn đồng/ m^2 . Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền (triệu đồng) để trồng cỏ nhân tạo cho sân bóng?

➡ Đáp số:

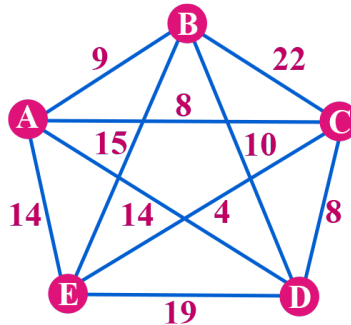
4. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).



Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100$ m, chiều rộng $OD = 60$ m và tọa độ điểm $B(10; 10; 8)$. Giả sử phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ có dạng $ax + y + cz + d = 0$. Tính giá trị biểu thức $a + c + d$.

➡ Đáp số:

5. Có một người giao hàng cần đi giao hàng tại 5 địa điểm, khoảng cách giữa các địa điểm được tính bằng km như hình vẽ. Anh ta xuất phát từ một địa điểm nào đó, đi qua các địa điểm khác để giao hàng và trở về địa điểm ban đầu. Mỗi địa điểm chỉ đến một lần. Hỏi tổng quãng đường người giao hàng có thể đi ngắn nhất là bao nhiêu?



➡ Đáp số:

6. Một nhà máy có 3 phân xưởng cùng sản xuất ra một loại sản phẩm. Sản phẩm của phân xưởng I chiếm 40% sản lượng của nhà máy. Tương tự, sản phẩm của phân xưởng II và phân xưởng III chiếm 30% sản lượng của nhà máy. Tỷ lệ chính phẩm của từng phân xưởng lần lượt là 94%, 96% và 95%. Tìm tỉ lệ chính phẩm chung của toàn nhà máy (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

➡ Đáp số:

--- Hết ---