# CHỦ ĐỀ 4. QUAN HỆ SONG SONG

• **PHẦN 3. TRẢ LỜI NGẮN**

**CÂU HỎI** (vì là ngân hàng được tách ra từ các trường, cho nên có trùng lặp câu hỏi thì do các trường tham khảo nhau)

## Quan hệ song song

**Câu 1.** **(THPT Nông Cống 3 - Thanh Hóa 2025)** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Một đường thẳng $\Delta$ cắt các đường thẳng $AA', BC, C'D'$ lần lượt tại $M, N, P$ sao cho $\overrightarrow{NM} = 3\overrightarrow{NP}$. Tính $\frac{MA}{MA'}$.

**Câu 1.** **(Sở Bắc Ninh 2025)** Cho hình chóp $S.ABC$. Bên trong tam giác $ABC$ lấy một điểm $O$ bất kỳ. Các đường thẳng qua $O$ lần lượt song song với $SA, SB, SC$ và tương ứng cắt các mặt phẳng $(SBC), (SCA), (SAB)$ theo thứ tự tại $A', B', C'$. Biết $SA = 18, SB = 14, SC = 14$. Giá trị lớn nhất của tích $T = 27 \cdot OA' \cdot OB' \cdot OC'$ là bao nhiêu?

**ĐÁP ÁN THAM KHẢO**

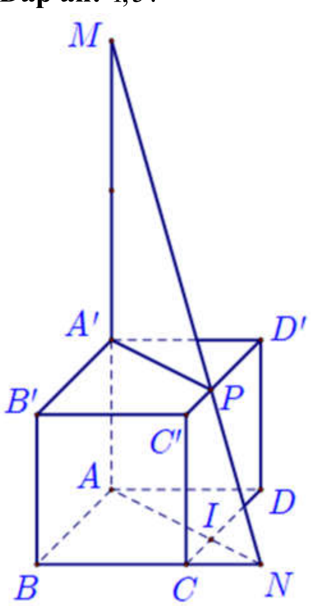
## Quan hệ song song

**Câu 1.** **(THPT Nông Cống 3 - Thanh Hóa 2025)** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Một đường thẳng $\Delta$ cắt các đường thẳng $AA', BC, C'D'$ lần lượt tại $M, N, P$ sao cho $\overrightarrow{NM} = 3\overrightarrow{NP}$. Tính $\frac{MA}{MA'}$.



**Lời giải**

**Đáp án:** $1,5$.




Gọi $(\alpha)$ là mặt phẳng chứa $AA', \Delta$ (vì $AA' \cap \Delta = M$).

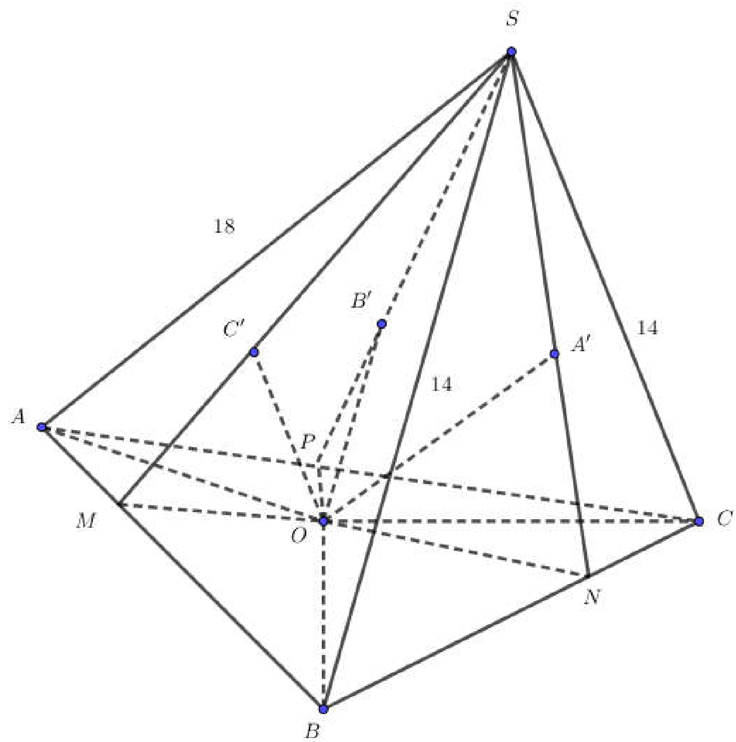
Theo đề bài ta có: $\left.\begin{array}{l} N \in BC \subset (ABCD) \\ P \in C'D' \subset (A'B'C'D') \\ (ABCD) /\!/ (A'B'C'D') \end{array}\right\} \Rightarrow AN /\!/ A'P.$

Áp dụng định lí Ta-let vào tam giác $MAN$: $\overrightarrow{NM} = 3\overrightarrow{NP} \Rightarrow \frac{MN}{MP} = \frac{3}{2} = \frac{MA}{MA'} = 1,5.$

**Câu 1.** **(Sở Bắc Ninh 2025)** Cho hình chóp $S.ABC$. Bên trong tam giác $ABC$ lấy một điểm $O$ bất kỳ. Các đường thẳng qua $O$ lần lượt song song với $SA, SB, SC$ và tương ứng cắt các mặt phẳng $(SBC),(SCA)$, $(SAB)$ theo thứ tự tại $A', B', C'$. Biết $SA = 18, SB = 14, SC = 14$. Giá trị lớn nhất của tích $T = 27 \cdot OA' \cdot OB' \cdot OC'$ là bao nhiêu?

**Lời giải**

**Đáp án: 3528**




Gọi $M, N, P$ lần lượt là giao điểm của $CO$ và $AB$; $AO$ và $BC$; $BO$ và $AC$. Ta có

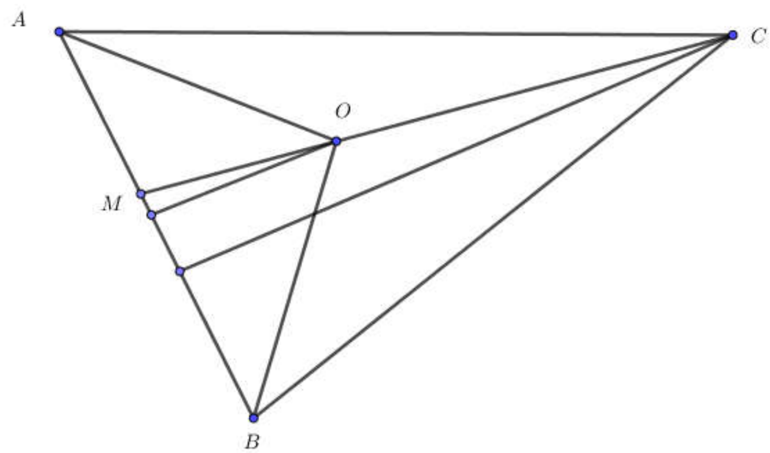
$$OA' = \frac{ON}{AN}.SA$$

$$OB' = \frac{OP}{BP}.SB$$

$$OC' = \frac{OM}{CM}.SC$$

Do đó $T = 27 \cdot \frac{ON}{AN}.SA.\frac{OP}{BP}.SB.\frac{OM}{CM}.SC$, vì vậy ta chỉ cần tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{ON}{AN}.\frac{OP}{BP}.\frac{OM}{CM}$.

Ta có




$\frac{ON}{AN}=\frac{S_{OBC}}{S_{ABC}};\frac{OP}{BP}=\frac{S_{OAC}}{S_{ABC}};\frac{OM}{CM}=\frac{S_{OAB}}{S_{ABC}}$.

Cho nên

$1=\frac{S_{OBC}}{S_{ABC}}+\frac{S_{OAC}}{S_{ABC}}+\frac{S_{OAB}}{S_{ABC}}=\frac{ON}{AN}+\frac{OP}{BP}+\frac{OM}{CM}$.

Khi đó áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có

$1=\frac{ON}{AN}+\frac{OP}{BP}+\frac{OM}{CM}\ge 3\sqrt[3]{\frac{ON}{AN}.\frac{OP}{BP}.\frac{OM}{CM}}$ hay $\frac{ON}{AN}.\frac{OP}{BP}.\frac{OM}{CM}\le\frac{1}{27}$.

Từ đó suy ra $T=27\cdot\frac{ON}{AN}.SA.\frac{OP}{BP}.SB.\frac{OM}{CM}.SC\le SA.SA.SC=14.14.18=3528$.

Đẳng thức xảy ra khi O là trọng tâm tam giác ABC.