

# CHỦ ĐỀ 25. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍNH THỂ TÍCH

## PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

**CÂU HỎI** (vì là ngân hàng được tách ra từ các trường, cho nên có trùng lặp câu hỏi thì do các trường tham khảo nhau)

### Ứng dụng thể tích

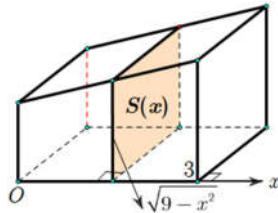
**Câu 1. (Đề Tham Khảo 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn  $[a; b]$ . Xét hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$ . Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục  $Ox$  có thể tích là:

- A.  $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$ .      B.  $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$ .  
 C.  $V = \pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .      D.  $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .

**Câu 2. (THPT Lê Thánh Tông - HCM 2025)** Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{e^x - x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$  xung quanh trục  $Ox$  là

- A.  $\pi \left( e^2 - e - \frac{3}{2} \right)$ .      B.  $e^2 - e - \frac{5}{2}$ .      C.  $\pi \left( e^2 - e - \frac{5}{2} \right)$ .      D.  $e^2 - e - \frac{3}{2}$ .

**Câu 3. (THPT Nguyễn Khuyến - Lê Thánh Tông 2025)** Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ là  $x$ , ( $0 \leq x \leq 3$ ) ta được mặt cắt là một hình vuông có cạnh là  $\sqrt{9 - x^2}$  (được mô hình hóa bởi hình vẽ bên dưới). Thể tích của vật thể đó bằng



- A.  $171\pi$ .      B. 171.      C.  $18\pi$ .      D. 18.

**Câu 4. (Cụm trường Hưng Yên 2025)** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 3$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 5$ . Gọi  $V$  là thể tích

của khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $V = \int_0^5 (x^2 + 3) dx$ .      B.  $V = \pi \int_0^5 (x^2 + 3)^2 dx$ .  
 C.  $V = \int_0^5 (x^2 + 3)^2 dx$ .      D.  $V = \pi \int_0^5 (x^2 + 3) dx$ .

**Câu 5. (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi 2025)** Cho một vật thể trong không gian  $Oxyz$ . Gọi  $B$  là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông

góc với trục  $Ox$  tại các điểm có hoành độ  $x = a; x = b$ . Một mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ là  $x$  cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích là  $S(x)$ . Giả sử  $S(x)$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó thể tích  $V$  của phần vật thể  $B$  tính theo công thức

A.  $V = \pi \int_a^b S(x) dx$ . B.  $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$ . C.  $V = \int_a^b S(x) dx$ . D.  $V = \pi^2 \int_a^b S(x) dx$ .

**Câu 6. (KHTN Hà Nội 2025)** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị  $y = 2x - x^2$  và trục hoành. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho  $(H)$  quay quanh trục hoành bằng

A.  $\frac{16}{15}$ . B.  $\frac{4}{3}$ . C.  $\frac{16\pi}{15}$ . D.  $\frac{4\pi}{3}$ .

**Câu 7. (THPT Đô Lương 1 - Nghệ An 2025)** Cho hàm số  $y = f(x) = 2x^2 + 1$ . Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục  $Ox$  được tính theo công thức:

A.  $\pi \int_a^b (2x^2 + 1) dx$ . B.  $\pi \int_a^b (2x^2 + 1)^2 dx$ .  
C.  $\int_a^b (2x^2 + 1)^2 dx$ . D.  $\int_a^b (2x^2 + 1) dx$ .

**Câu 8. (THPT Lê Thánh Tông - HCM 2025)** Tính thể tích  $V$  của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x = 0, x = 1$ , có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) là một tam giác đều có cạnh bằng  $x$ .

A.  $V = \frac{12\pi}{5}$ . B.  $V = \frac{12}{5}$ . C.  $V = \frac{\sqrt{3}\pi}{12}$ . D.  $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$ .

**Câu 9. (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang 2025)** Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x = 1$  và  $x = 2$ . Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $1 \leq x \leq 2$ ) cắt vật thể đó có diện tích  $S(x) = 2026x$ . Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

A.  $1518\pi$ . B.  $3039$ . C.  $3039\pi$ . D.  $3036$ .

**Câu 10. (Sở Bình Phước 2025)** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 3$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$ . B.  $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$ .  
C.  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ . D.  $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ .

**Câu 11. (Chuyên Lương Thế Vinh - Đồng Nai 2025)** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 2x - x^2$  và trục hoành. Tính thể tích  $V$  của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho  $(H)$  quay xung quanh trục  $Ox$ .

A.  $V = \frac{16}{15}\pi$ . B.  $V = \frac{16}{15}$ . C.  $V = \frac{4}{3}$ . D.  $V = \frac{4}{3}\pi$ .

**Câu 12. (Sở Hậu Giang 2025)** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1$  và  $x = 3$ . Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục  $Ox$  có thể tích là

A.  $V = \frac{406}{15}$ . B.  $V = \frac{406}{15}\pi$ . C.  $V = \frac{22}{3}\pi$ . D.  $V = \frac{512}{15}\pi$ .

**Câu 13. (Sở Hải Phòng 2025)** Công thức tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b (a < b)$ , xung quanh trục  $Ox$  là.

A.  $V = \int_a^b |f(x)| dx$ .      B.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .      C.  $V = \int_a^b f^2(x) dx$ .      D.  $V = \pi \int_a^b f(x) dx$ .

## ĐÁP ÁN THAM KHẢO

### Ứng dụng thể tích

**Câu 1. (Đề Tham Khảo 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn  $[a; b]$ . Xét hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$ . Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục  $Ox$  có thể tích là:

A.  $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$ .      B.  $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$ .  
C.  $V = \pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .      D.  $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .

Lời giải

Chọn D

**Câu 2. (THPT Lê Thánh Tông - HCM 2025)** Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{e^x - x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$  xung quanh trục  $Ox$  là

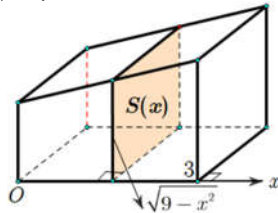
A.  $\pi \left( e^2 - e - \frac{3}{2} \right)$ .      B.  $e^2 - e - \frac{5}{2}$ .      C.  $\pi \left( e^2 - e - \frac{5}{2} \right)$ .      D.  $e^2 - e - \frac{3}{2}$ .

Lời giải

Chọn A

Thể tích vật thể tròn xoay là  $V = \pi \int_1^2 \left( \sqrt{e^x - x} \right)^2 dx = \pi \left( e^2 - e - \frac{3}{2} \right)$ .

**Câu 3. (THPT Nguyễn Khuyến - Lê Thánh Tông 2025)** Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ là  $x$ ,  $(0 \leq x \leq 3)$  ta được mặt cắt là một hình vuông có cạnh là  $\sqrt{9 - x^2}$  (được mô hình hóa bởi hình vẽ bên dưới). Thể tích của vật thể đó bằng



A.  $171\pi$ .      B. 171.      C.  $18\pi$ .      D. 18.

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt cắt hình vuông:  $S = 9 - x^2$

Thể tích của vật:  $V = \int_0^3 (9 - x^2) dx = 18$ .

**Câu 4. (Cụm trường Hưng Yên 2025)** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 3$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 5$ . Gọi  $V$  là thể tích

của khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $V = \int_0^5 (x^2 + 3) dx$ .    B.  $V = \pi \int_0^5 (x^2 + 3)^2 dx$ .  
C.  $V = \int_0^5 (x^2 + 3)^2 dx$ .    D.  $V = \pi \int_0^5 (x^2 + 3) dx$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$  là  $V = \pi \int_0^5 (x^2 + 3)^2 dx$

**Câu 5. (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi 2025)** Cho một vật thể trong không gian  $Oxyz$ . Gọi  $B$  là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông

góc với trục  $Ox$  tại các điểm có hoành độ  $x = a; x = b$ . Một mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ là  $x$  cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích là  $S(x)$ . Giả sử  $S(x)$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó thể tích  $V$  của phần vật thể  $B$  tính theo công thức

A.  $V = \pi \int_a^b S(x) dx$ .    B.  $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$ .    C.  $V = \int_a^b S(x) dx$ .    D.  $V = \pi^2 \int_a^b S(x) dx$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Thể tích vật thể  $B$ :  $V = \int_a^b S(x) dx$ .

**Câu 6. (KHTN Hà Nội 2025)** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị  $y = 2x - x^2$  và trục hoành. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho  $(H)$  quay quanh trục hoành bằng

A.  $\frac{16}{15}$ .    B.  $\frac{4}{3}$ .    C.  $\frac{16\pi}{15}$ .    D.  $\frac{4\pi}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị  $y = 2x - x^2$  và trục hoành là

$$2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho  $(H)$  quay quanh trục hoành là

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{16\pi}{15}.$$

**Câu 7. (THPT Đô Lương 1 - Nghệ An 2025)** Cho hàm số  $y = f(x) = 2x^2 + 1$ . Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục  $Ox$  được tính theo công thức:

A.  $\pi \int_a^b (2x^2 + 1) dx$ .    B.  $\pi \int_a^b (2x^2 + 1)^2 dx$ .  
C.  $\int_a^b (2x^2 + 1)^2 dx$ .    D.  $\int_a^b (2x^2 + 1) dx$ .

Lời giải

Chọn B

**Câu 8. (THPT Lê Thánh Tông - HCM 2025)** Tính thể tích  $V$  của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x=0, x=1$ , có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x(0 \leq x \leq 1)$  là một tam giác đều có cạnh bằng  $x$ .

A.  $V = \frac{12\pi}{5}$ .      B.  $V = \frac{12}{5}$ .      C.  $V = \frac{\sqrt{3}\pi}{12}$ .      D.  $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$ .

Lời giải

Chọn D

Diện tích thiết diện:  $S(x) = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$ .

Thể tích của vật thể:  $V = \int_0^1 S(x) dx = \int_0^1 \frac{x^2\sqrt{3}}{4} dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \int_0^1 x^2 dx = \frac{\sqrt{3}}{12} (x^3) \Big|_0^1 = \frac{\sqrt{3}}{12}$ .

**Câu 9. (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang 2025)** Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x=1$  và  $x=2$ . Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x(1 \leq x \leq 2)$  cắt vật thể đó có diện tích  $S(x) = 2026x$ . Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

A.  $1518\pi$ .      B.  $3039$ .      C.  $3039\pi$ .      D.  $3036$ .

Lời giải

Chọn B

Ta có  $V = \int_1^2 S(x) dx = \int_1^2 2026x dx = 3039$ .

**Câu 10. (Sở Bình Phước 2025)** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 3, y = 0, x = 0, x = 2$ . Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$ .      B.  $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$ .  
C.  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ .      D.  $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ .

Lời giải

$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx \Rightarrow V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ .

Chọn C.

**Câu 11. (Chuyên Lương Thế Vinh - Đồng Nai 2025)** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 2x - x^2$  và trục hoành. Tính thể tích  $V$  của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho  $(H)$  quay xung quanh trục  $Ox$ .

A.  $V = \frac{16}{15}\pi$ .      B.  $V = \frac{16}{15}$ .      C.  $V = \frac{4}{3}$ .      D.  $V = \frac{4}{3}\pi$ .

Lời giải

Ta có  $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ .

Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho  $(H)$  quay xung quanh trục  $Ox$  là

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{16}{15} \pi$$

**Chọn A**

**Câu 12. (Sở Hậu Giang 2025)** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1$  và  $x = 3$ . Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục  $Ox$  có thể tích là

A.  $V = \frac{406}{15}$ .      B.  $V = \frac{406}{15} \pi$ .      C.  $V = \frac{22}{3} \pi$ .      D.  $V = \frac{512}{15} \pi$ .

**Lời giải**

Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục  $Ox$  có thể tích là

$$V = \pi \int_1^3 (x^2 - 4x)^2 dx = \frac{406}{15} \pi$$

**Câu 13. (Sở Hải Phòng 2025)** Công thức tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b (a < b)$ , xung quanh trục  $Ox$  là.

A.  $V = \int_a^b |f(x)| dx$ .      B.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .      C.  $V = \int_a^b f^2(x) dx$ .      D.  $V = \pi \int_a^b f(x) dx$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Nguyễn Bảo Vương