

## ĐỀ KIỂM TRA BÀI HỌC NGUYÊN HÀM

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.**  $\int x^2 dx$  bằng

- A.  $2x + C$ .                      B.  $\frac{1}{3}x^3 + C$ .                      C.  $x^3 + C$ .                      D.  $3x^3 + C$

**Câu 2.** Hàm số nào sau đây **không** là một nguyên hàm của  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  trên  $(0; +\infty)$ ?

A.  $F_1(x) = \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} + 1$ .      B.  $F_3(x) = \frac{3x\sqrt[3]{x}}{4} + 3$ .

C.  $F_4(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + 4$ .      D.  $F_2(x) = \frac{3\sqrt[4]{x^3}}{4} + 2$ .

**Câu 3.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3$  là

- A.  $4x^4 + C$ .                      B.  $3x^2 + C$ .                      C.  $x^4 + C$ .                      D.  $\frac{1}{4}x^4 + C$ .

**Câu 4.**  $\int 4x^3 dx$  bằng

- A.  $4x^4 + C$ .                      B.  $\frac{1}{4}x^4 + C$ .                      C.  $12x^2 + C$ .                      D.  $x^4 + C$ .

**Câu 5.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 7^x$ .

A.  $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$       B.  $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$

C.  $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$       D.  $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$

**Câu 6.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}$ .

A.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$ .                      B.  $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$ .

C.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$ .                      D.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$ .

**Câu 7.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + \sin x$  là

- A.  $x^3 + \cos x + C$ .                      B.  $6x + \cos x + C$ .                      C.  $x^3 - \cos x + C$ .                      D.  $6x - \cos x + C$ .

**Câu 8.** Tìm nguyên  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)$ ?

A.  $F(x) = \frac{x^4}{4} - 6x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 6x + C$ .                      B.  $F(x) = x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + C$ .

C.  $F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 6x + C$ .                      D.  $F(x) = x^3 + 6x^2 + 11x^2 + 6x + C$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $f(x) = e^x + 2x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$ .                      B.  $\int f(x) dx = e^x + C$ .

C.  $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C$ .                      D.  $\int f(x) dx = e^x + 2x^2 + C$ .

**Câu 10.** Hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = \frac{1}{x}$  trên  $(-\infty; 0)$  thỏa mãn  $F(-2) = 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right) \quad \forall x \in (-\infty; 0)$

B.  $F(x) = \ln|x| + C \quad \forall x \in (-\infty; 0)$  với  $C$  là một số thực bất kì.

C.  $F(x) = \ln|x| + \ln 2 \quad \forall x \in (-\infty; 0)$ .

D.  $F(x) = \ln(-x) + C \quad \forall x \in (-\infty; 0)$  với  $C$  là một số thực bất kì.

**Câu 11.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (x+1)(2x-1)$  là

A.  $\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$ .

B.  $\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + C$ .

C.  $\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + C$ .

D.  $\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + C$ .

**Câu 12.**  $\int \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} dx$  bằng

A.  $-4 \cot x + C$ .

B.  $4 \tan x + C$ .

C.  $2 \cot x - 2x + C$ .

D.  $2 \tan x - 2x + C$ .

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Giả sử  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  và  $G(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $g(x)$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a)  $F(x) + G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) + g(x)$ .

b)  $kF(x)$  là một nguyên hàm của  $kf(x)$  (với  $k$  là một hằng số thực khác 0).

c)  $F(x) - G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) - g(x)$ .

d)  $F(x).G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x).g(x)$ .

**Câu 2.** Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a)  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1)$ .

b)  $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C, x \neq 0$ .

c)  $\int e^x dx = e^x + C$ .

d)  $\int \sin x dx = \cos x + C$ .

**Câu 3.** Giả sử  $s(t)$  là phương trình quãng đường chuyển động của một vật theo thời gian  $t$  (giây) và  $v(t)$  là phương trình vận tốc của chuyển động đó theo thời gian  $t$  (giây). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a)  $\int s(t)dt = v(t) + C.$

b)  $\int v(t)dt = s(t) + C.$

c)  $\int s'(t)dt = v(t) + C.$

d)  $\int s'(t)dt = s(t) + C.$

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x) = \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a)  $f(x) = 1 + \sin x.$

b)  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}.$

c)  $\int f(x)dx = \int dx + \int (-\cos x)dx.$

d)  $\int f(x)dx = x + \cos x + C.$

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

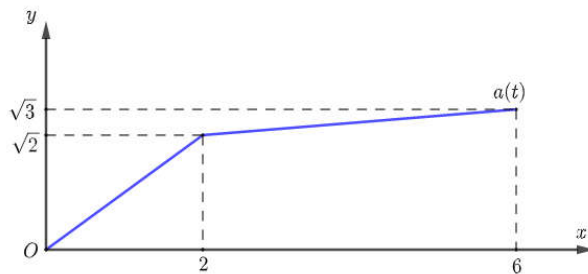
**Câu 1.** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$  và  $F(2) = 2$ . Tính  $F(3)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm cấp hai trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f''(x) = 12x^2 + 6x - 4$ ,  $f(0) = 4$  và  $f(1) = 1$ . Tính  $f(3)$ .

**Câu 3.** Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là  $30m/s$ . Gia tốc trọng trường là  $9,8m/s^2$ . Tìm vận tốc của viên đạn ở thời điểm 2 giây.

**Câu 4.** Giả sử  $\int \frac{1}{\sqrt[n]{x^5}} dx = ax^{\frac{m}{n}} + C$  với  $a$  là hằng số thực,  $n$  là số nguyên dương,  $m$  là số nguyên và ước số chung lớn nhất của  $m$  và  $n$  bằng 1. Giá trị của biểu thức  $S = a + m + n$  là bao nhiêu?

**Câu 5.** Một vật chuyển động với hàm số gia tốc là  $a(t)$ . Biết rằng đồ thị hàm số  $a(t)$  trên đoạn  $[0; 6]$  được cho như hình dưới đây và vận tốc tại thời điểm  $t = 0$  là  $v(0) = 1(m/s)$ .



Tại thời điểm  $t = 6$  giây, vận tốc của vật là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Câu 6.** Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm  $x$  (triệu đồng) ( $x \geq 0$ ). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số  $T'(x) = -20x + 300$ , trong đó  $T'(x)$  tính bằng triệu đồng. Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12000 triệu đồng. Tìm giá trị của  $x$  để người đó có doanh thu là cao nhất?

## PHIẾU TRẢ LỜI

### PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm
Điểm phần I: ..... đ
Điểm phần II: ..... đ
Điểm phần III: ..... đ
Tổng: ..... đ

### PHẦN II

Câu 1	Câu 2
Đúng Sai	Đúng Sai
a) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
b) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
c) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
d) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>

Câu 3	Câu 4
Đúng Sai	Đúng Sai
a) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
b) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
c) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
d) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>

### PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
, <input type="radio"/>	, <input type="radio"/>	, <input type="radio"/>	, <input type="radio"/>	, <input type="radio"/>	, <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

## LỜI GIẢI THAM KHẢO

**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.**  $\int x^2 dx$  bằng

- A.  $2x + C$ .      **B.**  $\frac{1}{3}x^3 + C$ .      C.  $x^3 + C$ .      D.  $3x^3 + C$

**Lời giải**

**Chọn B.**

**Câu 2.** Hàm số nào sau đây **không** là một nguyên hàm của  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  trên  $(0; +\infty)$ ?

- A.  $F_1(x) = \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} + 1$ .      B.  $F_3(x) = \frac{3x\sqrt[3]{x}}{4} + 3$ .  
C.  $F_4(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + 4$ .      **D.**  $F_2(x) = \frac{3\sqrt[4]{x^3}}{4} + 2$ .

**Lời giải**

Với  $x \in (0; +\infty)$ , ta có:  $f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$ .

Suy ra:  $F(x) = \int f(x) dx = \int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3x^{\frac{4}{3}}}{4} + C = \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} + C = \frac{3x\sqrt[3]{x}}{4} + C$ .

**Câu 3.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3$  là

- A.  $4x^4 + C$ .      B.  $3x^2 + C$ .      C.  $x^4 + C$ .      **D.**  $\frac{1}{4}x^4 + C$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$ .

**Câu 4.**  $\int 4x^3 dx$  bằng

- A.  $4x^4 + C$ .      B.  $\frac{1}{4}x^4 + C$ .      C.  $12x^2 + C$ .      **D.**  $x^4 + C$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\int 4x^3 dx = x^4 + C$ .

**Câu 5.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 7^x$ .

- A.  $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$       B.  $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$   
C.  $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$       **D.**  $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$

**Lời giải**

**Chọn A**

Áp dụng công thức  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1)$  ta được đáp án B

**Câu 6.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}$ .

A.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}.$

B.  $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}.$

C.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}.$

D.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}.$

**Lời giải**

Ta có:  $\int \left( x^2 - 3^x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}.$

**Câu 7.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + \sin x$  là

A.  $x^3 + \cos x + C.$

B.  $6x + \cos x + C.$

C.  $x^3 - \cos x + C.$

D.  $6x - \cos x + C.$

**Lời giải**

Ta có  $\int (3x^2 + \sin x) dx = x^3 - \cos x + C.$

**Câu 8.** Tìm nguyên  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)$ ?

A.  $F(x) = \frac{x^4}{4} - 6x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 6x + C.$

B.  $F(x) = x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + C.$

C.  $F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 6x + C.$

D.  $F(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6x + C.$

**Lời giải**

Ta có:  $f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6 \Rightarrow F(x) = \int (x^3 + 6x^2 + 11x + 6) dx = \frac{x^4}{4} + 2x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 6x + C.$

**Câu 9.** Cho hàm số  $f(x) = e^x + 2x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C.$

B.  $\int f(x) dx = e^x + C.$

C.  $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C.$

D.  $\int f(x) dx = e^x + 2x^2 + C.$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\int f(x) dx = \int (e^x + 2x) dx = e^x + x^2 + C.$

**Câu 10.** Hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = \frac{1}{x}$  trên  $(-\infty; 0)$  thỏa mãn  $F(-2) = 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right) \forall x \in (-\infty; 0)$

B.  $F(x) = \ln|x| + C \forall x \in (-\infty; 0)$  với  $C$  là một số thực bất kì.

C.  $F(x) = \ln|x| + \ln 2 \forall x \in (-\infty; 0).$

D.  $F(x) = \ln(-x) + C \forall x \in (-\infty; 0)$  với  $C$  là một số thực bất kì.

**Lời giải**

Ta có  $F(x) = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C = \ln(-x) + C$  với  $\forall x \in (-\infty; 0).$

Lại có  $F(-2) = 0 \Leftrightarrow \ln 2 + C = 0 \Leftrightarrow C = -\ln 2$ . Do đó  $F(x) = \ln(-x) - \ln 2 = \ln\left(\frac{-x}{2}\right)$ .

Vậy  $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right) \quad \forall x \in (-\infty; 0)$ .

**Câu 11.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (x+1)(2x-1)$  là

- A.  $\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$ .
- B.  $\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + C$ .
- C.  $\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + C$ .
- D.  $\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + C$ .

**Lời giải**

Chọn A

$$\int f(x)dx = \int (x+1)(2x-1)dx = \int (2x^2 + x - 1)dx = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + C.$$

**Câu 12.**  $\int \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} dx$  bằng

- A.  $-4 \cot x + C$ .
- B.  $4 \tan x + C$ .
- C.  $2 \cot x - 2x + C$ .
- D.  $2 \tan x - 2x + C$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \int \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} dx = \int \frac{4}{\left(2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}\right)^2} dx = \int \frac{4}{\sin^2 x} dx = -4 \cot x + C.$$

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Giả sử  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  và  $G(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $g(x)$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a)  $F(x) + G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) + g(x)$ .
- b)  $kF(x)$  là một nguyên hàm của  $kf(x)$  (với  $k$  là một hằng số thực khác 0).
- c)  $F(x) - G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) - g(x)$ .
- d)  $F(x).G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x).g(x)$ .

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Mệnh đề a), b, c đúng vì sử dụng tính chất của nguyên hàm.

Mệnh đề d) sai

**Câu 2.** Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a)  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1).$

b)  $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C, x \neq 0.$

c)  $\int e^x dx = e^x + C.$

d)  $\int \sin x dx = \cos x + C.$

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Theo bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp ta có: Mệnh đề a, b, c đúng.

Mệnh đề d sai vì  $\int \sin x dx = -\cos x + C.$

**Câu 3.** Giả sử  $s(t)$  là phương trình quãng đường chuyển động của một vật theo thời gian  $t$  (giây) và  $v(t)$  là phương trình vận tốc của chuyển động đó theo thời gian  $t$  (giây). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a)  $\int s(t) dt = v(t) + C.$

b)  $\int v(t) dt = s(t) + C.$

c)  $\int s'(t) dt = v(t) + C.$

d)  $\int s'(t) dt = s(t) + C.$

**Lời giải**

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Vì  $s(t), v(t)$  lần lượt là phương trình quãng đường và phương trình vận tốc của chuyển động đó theo thời gian  $t$  (giây) nên ta có  $s'(t) = v(t).$

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x) = \left( \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a)  $f(x) = 1 + \sin x.$

b)  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}.$

c)  $\int f(x) dx = \int dx + \int (-\cos x) dx.$

d)  $\int f(x) dx = x + \cos x + C.$

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có:  $f(x) = \left( \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2 = 1 + 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 1 + \sin x.$

Nhận thấy,  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}.$

Ta có:  $\int f(x) dx = \int dx + \int \sin x dx = x - \cos x + C.$

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$  và  $F(2) = 2$ . Tính  $F(3)$ .

**Lời giải**

Trả lời: 12



Ta có  $F(x) = \int f(x)dx = \int (3x^2 - 4x + 1)dx = x^3 - 2x^2 + x + C$ . Mà  $F(2) = 2$  nên suy ra  $C = 0$ .

Vậy hàm số  $F(x) = x^3 - 2x^2 + x$ . Suy ra  $F(3) = 12$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm cấp hai trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f''(x) = 12x^2 + 6x - 4$ ,  $f(0) = 4$  và  $f(1) = 1$ . Tính  $f(3)$ .

**Lời giải**

**Trả lời:** 85

Ta có  $f'(x) = \int f''(x)dx = \int (12x^2 + 6x - 4)dx = 4x^3 + 3x^2 - 4x + C_1$ .

$\Rightarrow f(x) = \int f'(x)dx = \int (4x^3 + 3x^2 - 4x + C_1)dx = x^4 + x^3 - 2x^2 + C_1x + C_2$ .

Theo giả thiết, ta có  $\begin{cases} f(0) = 4 \\ f(1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_2 = 4 \\ 1 + 1 - 2 + C_1 + 4 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_2 = 4 \\ C_1 = -3 \end{cases}$

$\Rightarrow f(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 - 3x + 4$

$\Rightarrow f(3) = 85$

**Câu 3.** Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là  $30m/s$ . Gia tốc trọng trường là  $9,8m/s^2$ . Tìm vận tốc của viên đạn ở thời điểm 2 giây.

**Lời giải**

**Trả lời:** 10,4

Ta có:  $v(t) = 30 - 9,8t (t \geq 0)$ .

Vậy vận tốc của viên đạn ở thời điểm 2 giây là  $v(2) = 10,4(m/s)$ .

**Câu 4.** Giả sử  $\int \frac{1}{\sqrt[n]{x^5}} dx = ax^{\frac{m}{n}} + C$  với  $a$  là hằng số thực,  $n$  là số nguyên dương,  $m$  là số nguyên và ước số chung lớn nhất của  $m$  và  $n$  bằng 1. Giá trị của biểu thức  $S = a + m + n$  là bao nhiêu?

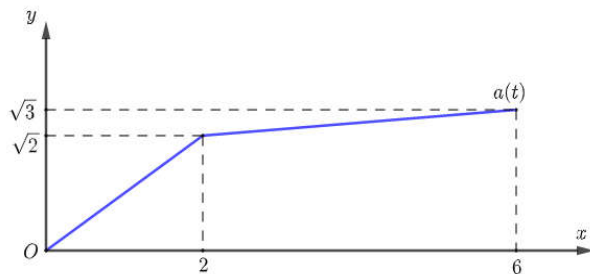
**Lời giải**

**Trả lời:** -0,5

$\int \frac{1}{\sqrt[n]{x^5}} dx = \int \frac{1}{x^{\frac{5}{n}}} dx = \int x^{-\frac{5}{n}} dx = \frac{x^{-\frac{5}{n}+1}}{-\frac{5}{n}+1} + C = \frac{-3}{2} \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} + C = \frac{-3}{2} x^{-\frac{2}{3}} + C$

$a + m + n = \frac{-3}{2} - 2 + 3 = -0,5$

**Câu 5.** Một vật chuyển động với hàm số gia tốc là  $a(t)$ . Biết rằng đồ thị hàm số  $a(t)$  trên đoạn  $[0; 6]$  được cho như hình dưới đây và vận tốc tại thời điểm  $t = 0$  là  $v(0) = 1(m/s)$ .



Tại thời điểm  $t = 6$  giây, vận tốc của vật là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Lời giải**

**Trả lời:** 8,7

$$\text{Từ đồ thị ta có } a(t) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2}t & , 0 \leq t \leq 2 \\ \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}t + \frac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2} & , 2 \leq t \leq 6 \end{cases}.$$

$$\text{Mà } v(0)=1 \text{ (m/s) nên } v(t) = \int a(t)dt = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{4}t^2 + 1 & , 0 \leq t \leq 2 \\ \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{8}t^2 + \frac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}t + C & , 2 \leq t \leq 6 \end{cases}.$$

Vì vận tốc là hàm số liên tục nên

$$\lim_{t \rightarrow 2^-} v(t) = \lim_{x \rightarrow 2^+} v(t) \Leftrightarrow \sqrt{2} + 1 = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{3} + C \Leftrightarrow C = \frac{\sqrt{3}-3\sqrt{2}+2}{2}.$$

$$\text{Do đó } v(6) = 1 + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} \approx 8,7 \text{ (m/s)}.$$

**Câu 6.** Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm  $x$  (triệu đồng) ( $x \geq 0$ ). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số  $T'(x) = -20x + 300$ , trong đó  $T'(x)$  tính bằng triệu đồng. Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12000 triệu đồng. Tìm giá trị của  $x$  để người đó có doanh thu là cao nhất?

**Lời giải**

**Trả lời: 15**

$$\text{Ta có: } T(x) = \int T'(x)dx = \int (-20x + 300)dx = -10x^2 + 300x + C, C \in \mathbb{R}.$$

Khi người đó tăng giá cho thuê mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12000 triệu đồng. Nên ứng với  $x=10$  ta có  $T(10)=12000$  suy ra

$$12000 = -10.10^2 + 300.10 + C \Rightarrow C = 10000.$$

Vậy  $T(x) = -10x^2 + 300x + 10000$ . Ta có  $T(x)$  là một hàm số bậc hai với hệ số  $a < 0$  và đồ thị hàm số có đỉnh là  $I(15; 12250)$ .

Vậy doanh thu cao nhất mà người đó có thể thu về là 12250 triệu đồng và khi đó mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

## BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC BÀI HỌC TÍCH PHÂN

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.** Cho  $f(x)$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Giả sử  $F(x), G(x)$  là các nguyên hàm của  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

A.  $F(a) - F(b) = G(a) - G(b)$ .

B.  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ .

C.  $\int_a^b f(x)dx = f(b) - f(a)$ .

D.  $\int_a^b f(x)dx = G(b) - G(a)$ .

**Câu 2.** Phát biểu nào sau đây là đúng?

A.  $\int_a^b x^\alpha dx = b^{\alpha+1} - a^{\alpha+1}$ .

B.  $\int_a^b x^\alpha dx = \alpha(b^{\alpha-1} - a^{\alpha-1})$ .

C.  $\int_a^b x^\alpha dx = \frac{b^{\alpha+1} - a^{\alpha+1}}{\alpha+1} (\alpha \neq -1)$ .

D.  $\int_a^b x^\alpha dx = \frac{b^{\alpha+1} - a^{\alpha+1}}{\alpha} (\alpha \neq 0)$ .

**Câu 3.** Phát biểu nào sau đây là đúng?

A.  $\int_a^b \sin x dx = \sin a - \sin b$ .

B.  $\int_a^b \sin x dx = \sin b - \sin a$ .

C.  $\int_a^b \sin x dx = \cos a - \cos b$ .

D.  $\int_a^b \sin x dx = \cos b - \cos a$ .

**Câu 4.** Phát biểu nào sau đây là đúng? Biết  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$  liên tục trên  $[a; b]$ .

A.  $\int_a^b \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot a - \cot b$ .

B.  $\int_a^b \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot b - \cot a$ .

C.  $\int_a^b \frac{1}{\sin^2 x} dx = \tan a - \tan b$ .

D.  $\int_a^b \frac{1}{\sin^2 x} dx = \tan b - \tan a$ .

**Câu 5.** Phát biểu nào sau đây là đúng?

A.  $\int_a^b e^x dx = e^{b+1} - e^{a+1}.$

B.  $\int_a^b e^x dx = e^{a+1} - e^{b+1}.$

C.  $\int_a^b e^x dx = e^b - e^a.$

D.  $\int_a^b e^x dx = e^a - e^b.$

**Câu 6.** Tích phân  $\int_a^b \frac{1}{x} dx$  bằng:

A.  $\ln b - \ln a.$

B.  $|\ln b| - |\ln a|.$

C.  $\ln |b| - \ln |a|.$

D.  $\ln |a| - \ln |b|.$

**Câu 7.** Tích phân  $\int_1^2 \frac{-3}{x^3} dx$  có giá trị bằng:

A.  $\frac{9}{8}.$

B.  $-\frac{45}{64}.$

C.  $\frac{15}{8}.$

D.  $-\frac{9}{8}.$

**Câu 8.** Tích phân  $\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$  có giá trị bằng:

A.  $2 - \sqrt{2}.$

B.  $2 + \sqrt{2}.$

C.  $\frac{-\sqrt{2} + 8}{20}.$

D.  $\frac{-\sqrt{2} - 8}{20}.$

**Câu 9.** Nếu  $\int_0^1 f(x) dx = 4$  thì  $\int_0^1 2f(x) dx$  bằng:

A. 16.

B. 4.

C. 2.

D. 8.

**Câu 10.** Nếu  $\int_1^2 f(x) dx = -2$  và  $\int_2^3 f(x) dx = 1$  thì  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng:

A. -3.

B. -1.

C. 1.

D. 3.

- Câu 11.** Cho  $\int_2^3 f(x)dx = 3$  và  $\int_2^3 g(x)dx = 1$ . Khi đó  $\int_2^3 [f(x) + g(x)]dx$  bằng:
- A. 4.  
B. 2.  
C. -2.  
D. 3.

- Câu 12.** Giá trị của  $\int_1^4 (|x-2| + |x-3|)dx$  bằng
- A. 3.                      B. 6.                      C. 5.                      D. 7.

### Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Trong mỗi ý a), b), c), d), chọn phương án: đúng (Đ) hoặc sai (S). Cho  $f(x)$  là hàm số có đạo hàm cấp hai liên tục trên đoạn  $[a; b]$ .

- a)  $\int_a^b f''(x)dx = f'(b) - f'(a)$ .  
b)  $\int_a^b f''(x)dx = f(b) - f(a)$ .  
c)  $\int_a^b f''(x)dx = f'(a) - f'(b)$ .  
d)  $\int_a^b f''(x)dx = f(a) - f(b)$ .

- Câu 2.** Giả sử  $f$  là hàm số liên tục trên khoảng  $K$  và  $a, b, c$  là ba số bất kỳ trên khoảng  $K$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a)  $\int_a^a f(x)dx = 1$ .  
b)  $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ .  
c)  $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx, c \in (a; b)$ .  
d)  $\int_a^b xf(x)dx = x \int_a^b f(x)dx$ .

- Câu 3.** Kết quả của tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x)dx$  được viết ở dạng  $\pi \left( \frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) - 1$   $a, b \in \mathbb{Z}$ . Các mệnh

đề sau đúng hay sai ?

- a)  $a + 2b = 8$ .  
b)  $a + b = 5$ .  
c)  $2a - 3b = 2$ .  
d)  $a - b = 2$ .

- Câu 4.** Cho  $f(x), g(x)$  là hai hàm số liên tục trên đoạn  $[-1; 1]$  và  $f(x)$  là hàm số chẵn,  $g(x)$  là hàm số lẻ. Biết  $\int_0^1 f(x)dx = 5; \int_0^1 g(x)dx = 7$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a)  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 10.$

b)  $\int_{-1}^1 [f(x) + g(x)] dx = 10.$

c)  $\int_{-1}^1 [f(x) - g(x)] dx = 10.$

d)  $\int_{-1}^1 g(x) dx = 14.$

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

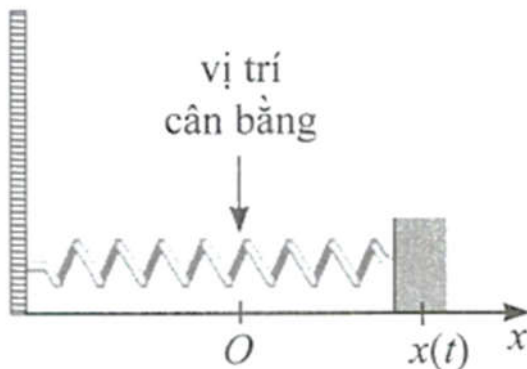
**Câu 1.** Cho  $\int_{-1}^2 g(x) dx = 6$ ,  $G(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $g(x)$  trên đoạn  $[-1; 2]$  và  $G(-1) = 8$ .

Tính  $G(2)$ .

**Câu 2.** Cho  $\int_{-1}^3 f(x) dx = 2$ ,  $\int_2^3 f(x) dx = -5$ . Tính tích phân  $\int_{-1}^2 f(x) dx$ .

**Câu 3.** Một ô tô đang chạy với vận tốc  $18m/s$  thì người lái ô tô đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -6t + 18(m/s)$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được quãng đường bằng bao nhiêu mét?

**Câu 4.** Một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương ngang trên mặt phẳng không ma sát như Hình, có vận tốc tức thời cho bởi  $v(t) = 2 \cos t$ , trong đó  $t$  tính bằng giây và  $v(t)$  tính bằng  $cm/s$ . Tại thời điểm  $t = 0$ , con lắc đó ở vị trí cân bằng.



Tính quãng đường mà con lắc lò xo di chuyển được sau 1 giây kể từ vị trí cân bằng theo đơn vị centimet (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Câu 5.** Mật độ khối lượng của một thanh kim loại có chiều dài 4 mét được cho bởi công thức  $\rho(x) = 1000 + x - \sqrt{x} (kg/m^3)$ , trong đó  $x$  là khoảng cách bằng mét tính từ một đầu của thanh.

Mật độ khối lượng trung bình trên toàn bộ chiều dài của thanh là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

**Câu 6.** Tìm chi phí trung bình trên mỗi đơn vị sản phẩm trong khoảng thời gian hai năm nếu chi phí cho mỗi đơn vị được tính bởi  $c(t) = 0,005t^2 + 0,02t + 12,5$  với  $0 \leq t \leq 24$ , tính theo tháng.

## PHIẾU TRẢ LỜI

## ■ PHẦN I ■

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

## Điểm

Điểm phần I: ..... đ

Điểm phần II: ..... đ

Điểm phần III: ..... đ

Tổng: ..... đ

## ■ PHẦN II ■

Câu 1		Câu 2	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

## ■ PHẦN III ■

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

## LỜI GIẢI THAM KHẢO

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.** Cho  $f(x)$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Giả sử  $F(x), G(x)$  là các nguyên hàm của  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

A.  $F(a) - F(b) = G(a) - G(b)$ .

B.  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ .

C.  $\int_a^b f(x)dx = f(b) - f(a)$ .

D.  $\int_a^b f(x)dx = G(b) - G(a)$ .

Lời giải

Chọn C

**Câu 2.** Phát biểu nào sau đây là đúng?

A.  $\int_a^b x^\alpha dx = b^{\alpha+1} - a^{\alpha+1}$ .

B.  $\int_a^b x^\alpha dx = \alpha(b^{\alpha-1} - a^{\alpha-1})$ .

C.  $\int_a^b x^\alpha dx = \frac{b^{\alpha+1} - a^{\alpha+1}}{\alpha+1} (\alpha \neq -1)$ .

D.  $\int_a^b x^\alpha dx = \frac{b^{\alpha+1} - a^{\alpha+1}}{\alpha} (\alpha \neq 0)$ .

Lời giải

Chọn C

**Câu 3.** Phát biểu nào sau đây là đúng?

A.  $\int_a^b \sin x dx = \sin a - \sin b$ .

B.  $\int_a^b \sin x dx = \sin b - \sin a$ .

C.  $\int_a^b \sin x dx = \cos a - \cos b$ .

D.  $\int_a^b \sin x dx = \cos b - \cos a$ .

Lời giải

Chọn C

**Câu 4.** Phát biểu nào sau đây là đúng? Biết  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$  liên tục trên  $[a; b]$ .

A.  $\int_a^b \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot a - \cot b$ .

B.  $\int_a^b \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot b - \cot a$ .



$$\text{C. } \int_a^b \frac{1}{\sin^2 x} dx = \tan a - \tan b.$$

$$\text{D. } \int_a^b \frac{1}{\sin^2 x} dx = \tan b - \tan a.$$

Lời giải

Chọn A

Câu 5. Phát biểu nào sau đây là đúng?

$$\text{A. } \int_a^b e^x dx = e^{b+1} - e^{a+1}.$$

$$\text{B. } \int_a^b e^x dx = e^{a+1} - e^{b+1}.$$

$$\text{C. } \int_a^b e^x dx = e^b - e^a.$$

$$\text{D. } \int_a^b e^x dx = e^a - e^b.$$

Lời giải

Chọn C

Câu 6. Tích phân  $\int_a^b \frac{1}{x} dx$  bằng:

$$\text{A. } \ln b - \ln a.$$

$$\text{B. } |\ln b| - |\ln a|.$$

$$\text{C. } \ln |b| - \ln |a|.$$

$$\text{D. } \ln |a| - \ln |b|.$$

Lời giải

Chọn C

Câu 7. Tích phân  $\int_1^2 \frac{-3}{x^3} dx$  có giá trị bằng:

$$\text{A. } \frac{9}{8}.$$

$$\text{B. } -\frac{45}{64}.$$

$$\text{C. } \frac{15}{8}.$$

$$\text{D. } -\frac{9}{8}.$$

Lời giải

Chọn D

Câu 8. Tích phân  $\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$  có giá trị bằng:

$$\text{A. } 2 - \sqrt{2}.$$

$$\text{B. } 2 + \sqrt{2}.$$

$$\text{C. } \frac{-\sqrt{2} + 8}{20}.$$

$$\text{D. } \frac{-\sqrt{2} - 8}{20}.$$

Lời giải

**Chọn A**

- Câu 9.** Nếu  $\int_0^1 f(x)dx = 4$  thì  $\int_0^1 2f(x)dx$  bằng:
- A. 16.  
B. 4.  
C. 2.  
D. 8.

**Lời giải**

**Chọn D**

- Câu 10.** Nếu  $\int_1^2 f(x)dx = -2$  và  $\int_2^3 f(x)dx = 1$  thì  $\int_1^3 f(x)dx$  bằng:
- A. -3.  
B. -1.  
C. 1.  
D. 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

- Câu 11.** Cho  $\int_2^3 f(x)dx = 3$  và  $\int_2^3 g(x)dx = 1$ . Khi đó  $\int_2^3 [f(x) + g(x)]dx$  bằng:
- A. 4.  
B. 2.  
C. -2.  
D. 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

- Câu 12.** Giá trị của  $\int_1^4 (|x-2| + |x-3|)dx$  bằng
- A. 3.                      B. 6.                      C. 5.                      D. 7.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\begin{aligned} \int_1^4 (|x-2| + |x-3|)dx &= \int_1^2 (5-2x)dx + \int_2^3 dx + \int_3^4 (2x-5)dx = (5x-x^2)\Big|_1^2 + x\Big|_2^3 + (x^2-5x)\Big|_3^4 \\ &= (6-4) + (3-2) + (-4+6) = 5. \end{aligned}$$

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Trong mỗi ý a), b), c), d), chọn phương án: đúng (Đ) hoặc sai (S). Cho  $f(x)$  là hàm số có đạo hàm cấp hai liên tục trên đoạn  $[a; b]$ .

- a)  $\int_a^b f''(x)dx = f'(b) - f'(a)$ .  
b)  $\int_a^b f''(x)dx = f(b) - f(a)$ .  
c)  $\int_a^b f''(x)dx = f'(a) - f'(b)$ .  
d)  $\int_a^b f''(x)dx = f(a) - f(b)$ .

**Lời giải**

a) Đ, b) S, c) S, d) S.

**Câu 2.** Giả sử  $f$  là hàm số liên tục trên khoảng  $K$  và  $a, b, c$  là ba số bất kỳ trên khoảng  $K$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a)  $\int_a^a f(x) dx = 1$ .

b)  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ .

c)  $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx, c \in (a; b)$ .

d)  $\int_a^b xf(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$ .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai Ta có:  $\int_a^a f(x) dx = F(a) - F(a) = 0$ .

d) Sai

**Câu 3.** Kết quả của tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x) dx$  được viết ở dạng  $\pi \left( \frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) - 1$   $a, b \in \mathbb{Z}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai ?

a)  $a + 2b = 8$ .

b)  $a + b = 5$ .

c)  $2a - 3b = 2$ .

d)  $a - b = 2$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x) dx = \left( x^2 - x + \cos x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{2} - 1 = \pi \left( \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right) - 1.$$

Vậy  $a = 4, b = 2$ . Suy ra  $a + b = 6$ .

**Câu 4.** Cho  $f(x), g(x)$  là hai hàm số liên tục trên đoạn  $[-1; 1]$  và  $f(x)$  là hàm số chẵn,  $g(x)$  là hàm số lẻ. Biết  $\int_0^1 f(x) dx = 5; \int_0^1 g(x) dx = 7$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a)  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 10$ .

b)  $\int_{-1}^1 [f(x) + g(x)] dx = 10$ .

c)  $\int_{-1}^1 [f(x) - g(x)] dx = 10$ .

d)  $\int_{-1}^1 g(x) dx = 14$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Vì  $f(x)$  là hàm số chẵn nên  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx = 2.5 = 10$ .

Vì  $g(x)$  là hàm số lẻ nên  $\int_{-1}^1 g(x) dx = 0$ .

$$\Rightarrow \int_{-1}^1 [f(x) + g(x)] dx = 10 \text{ và } \int_{-1}^1 [f(x) - g(x)] dx = 10.$$

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho  $\int_{-1}^2 g(x) dx = 6$ ,  $G(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $g(x)$  trên đoạn  $[-1; 2]$  và  $G(-1) = 8$ .

Tính  $G(2)$ .

**Lời giải**

**Trả lời: 14**

Vì  $G(x)$  là một nguyên hàm của  $g(x)$  nên ta có  $\int_{-1}^2 g(x) dx = G(2) - G(-1)$  hay  $6 = G(2) - 8$ .

Suy ra  $G(2) = 14$ .  $6 = G(2) - 8$ . Suy ra  $G(2) = 14$ .

**Câu 2.** Cho  $\int_{-1}^3 f(x) dx = 2$ ,  $\int_2^3 f(x) dx = -5$ . Tính tích phân  $\int_{-1}^2 f(x) dx$ .

**Lời giải**

**Trả lời: 7**

Ta có:  $\int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx$  hay  $2 = \int_{-1}^2 f(x) dx + (-5)$ . Suy ra  $\int_{-1}^2 f(x) dx = 7$

**Câu 3.** Một ô tô đang chạy với vận tốc  $18m/s$  thì người lái ô tô đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -6t + 18(m/s)$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô đi được quãng đường bằng bao nhiêu mét?

**Lời giải**

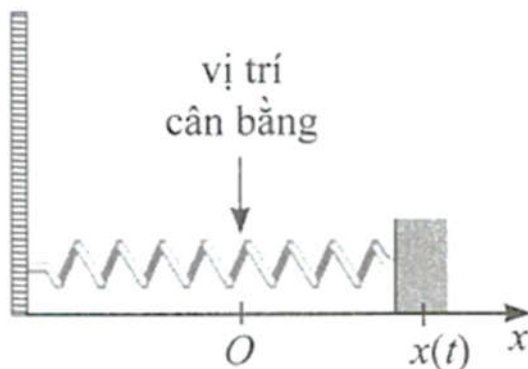
**Trả lời: 27**

Xe ô tô dừng hẳn khi  $v(t) = 0$ , tức là  $-6t + 18 = 0$  hay  $t = 3(s)$ .

Quãng đường mà ô tô đi được từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là:

$$\int_0^3 (-6t + 18) dt = \left( -3t^2 + 18t \right) \Big|_0^3 = 27(m).$$

**Câu 4.** Một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương ngang trên mặt phẳng không ma sát như Hình, có vận tốc tức thời cho bởi  $v(t) = 2 \cos t$ , trong đó  $t$  tính bằng giây và  $v(t)$  tính bằng  $cm/s$ . Tại thời điểm  $t = 0$ , con lắc đó ở vị trí cân bằng.



Tính quãng đường mà con lắc lò xo di chuyển được sau 1 giây kể từ vị trí cân bằng theo đơn vị centimet (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

**Trả lời: 1,68**

Quãng đường mà con lắc di chuyển sau 1 giây kể từ vị trí cân bằng là:

$$S = \int_0^1 v(t) dt = \int_0^1 2 \cos t dt = 2 \sin t \Big|_0^1 = 2 \sin 1 \approx 1,68 (cm).$$

- Câu 5.** Mật độ khối lượng của một thanh kim loại có chiều dài 4 mét được cho bởi công thức  $\rho(x) = 1000 + x - \sqrt{x} \text{ (kg/m}^3\text{)}$ , trong đó  $x$  là khoảng cách bằng mét tính từ một đầu của thanh. Mật độ khối lượng trung bình trên toàn bộ chiều dài của thanh là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

**Lời giải**

**Trả lời: 1001**

Mật độ khối lượng trung bình trên toàn bộ chiều dài của thanh là

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \int_0^4 \rho(x) dx &= \frac{1}{4} \int_0^4 (1000 + x - \sqrt{x}) dx \\ &= \frac{1}{4} \left( 1000x + \frac{x^2}{2} - \frac{2x\sqrt{x}}{3} \right) \Big|_0^4 = \frac{3002}{3} \approx 1001 \text{ (kg/m}^3\text{)}. \end{aligned}$$

- Câu 6.** Tìm chi phí trung bình trên mỗi đơn vị sản phẩm trong khoảng thời gian hai năm nếu chi phí cho mỗi đơn vị được tính bởi  $c(t) = 0,005t^2 + 0,02t + 12,5$  với  $0 \leq t \leq 24$ , tính theo tháng.

**Lời giải**

**Trả lời: 13,7**

Chi phí trung bình trên mỗi đơn vị sản phẩm trong khoảng thời gian hai năm là

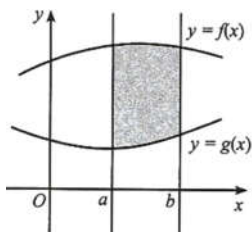
$$\begin{aligned} \frac{1}{24} \int_0^{24} c(t) dt &= \frac{1}{24} \int_0^{24} (0,005t^2 + 0,02t + 12,5) dt \\ &= \frac{1}{24} \left( 0,005 \frac{t^3}{3} + 0,01t^2 + 12,5t \right) \Big|_0^{24} = 13,7 \end{aligned}$$

## BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC BÀI HỌC ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.** Cho các hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và có đồ thị như Hình.



Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  là:

A.  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

B.  $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx.$

C.  $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

D.  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(x) \leq 0, \forall x \in [a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính bằng công thức

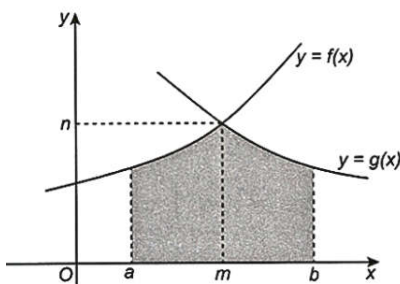
A.  $S = \int_a^b f(x) dx.$

B.  $S = -\int_a^b f(x) dx.$

C.  $S = \pi \int_a^b f(x) dx.$

D.  $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

**Câu 3.** Cho  $S$  là diện tích phần hình phẳng được tô màu như Hình.



Khi đó biểu thức tính diện tích  $S$  là

A.  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

B.  $S = \int_a^m |f(x) - g(x)| dx + \int_m^b |g(x) - f(x)| dx.$

C.  $S = \int_a^m |f(x)| dx + \int_m^b |g(x)| dx.$

D.  $S = \int_a^m |g(x)| dx + \int_m^b |f(x)| dx.$

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị cắt trục  $Ox$  tại đúng ba điểm phân biệt  $a, b, c (a < c < b)$ . Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục  $Ox$  tương ứng với  $x \in [a; c]$ ,  $S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục  $Ox$  tương ứng với  $x \in [c; b]$ . Nếu

$f(x) \leq 0, \forall x \in [a; c], f(x) \leq 0, \forall x \in [c; b]$  thì giá trị của  $\int_a^b f(x) dx$  bằng

A.  $S_1 + S_2$ .

B.  $S_1 - S_2$ .

C.  $-S_1 + S_2$ .

D.  $-S_1 - S_2$ .

**Câu 5.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng  $x=0, x=\pi$ , đồ thị hàm số  $y=\cos x$  và trục  $Ox$  là:

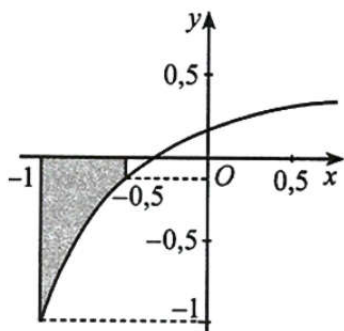
A.  $S = \int_0^{\pi} \cos x dx$ .

B.  $S = \int_0^{\pi} \cos^2 x dx$ .

C.  $S = \int_0^{\pi} |\cos x| dx$ .

D.  $S = \pi \int_0^{\pi} |\cos x| dx$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $y=f(x)$  có đồ thị như Hình. Gọi  $S$  là phần diện tích hình phẳng được tô màu. Phát biểu nào sau đây là đúng?



A.  $S = \int_{-1}^{-0.5} f(x) dx$ .

B.  $S = -\int_{-1}^0 f(x) dx$ .

C.  $S = -\left| \int_{-1}^{-0.5} f(x) dx \right|$ .

D.  $S = -\int_{-1}^{-0.5} f(x) dx$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $y=f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y=f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x=a, x=b(a < b)$ . Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành là:

A.  $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .

B.  $V = 2\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .

C.  $V = \pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .

D.  $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$ .

**Câu 8.** Gọi  $H$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y=\frac{1}{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x=1, x=4$ . Thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng  $H$  quay quanh trục  $Ox$  là:

A.  $V = \pi \int_1^4 \frac{1}{x} dx$ .

B.  $V = \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$ .

C.  $V = \pi \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$ .

D.  $V = \pi^2 \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$ .

**Câu 9.** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y=-\sin x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x=0, x=\pi$ . Thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng  $D$  quay xung quanh trục  $Ox$  là:

A.  $V = \pi \int_0^{\pi} |\sin x| dx$

B.  $V = \pi \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$ .

C.  $V = \pi \left| \int_0^{\pi} (-\sin x) dx \right|$ .

D.  $V = \pi^2 \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$ .

**Câu 10.** Gọi  $H$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y=\sqrt{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x=1, x=2$ . Thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng  $H$  quay xung quanh trục  $Ox$  là:

A.  $V = \pi \int_1^2 \sqrt{x} dx$ .      B.  $V = \pi^2 \int_0^{\pi} x dx$ .      C.  $V = \pi^2 \int_1^2 \sqrt{x} dx$ .      D.  $V = \pi \int_1^2 x dx$ .

**Câu 11.** Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$  quay quanh trục  $Ox$  được khối tròn xoay có thể tích tính theo công thức là:

A.  $\int_0^2 x dx$ .      B.  $\pi \int_0^2 x^2 dx$ .      C.  $\int_0^2 x^2 dx$ .      D.  $\pi \int_0^2 x dx$ .

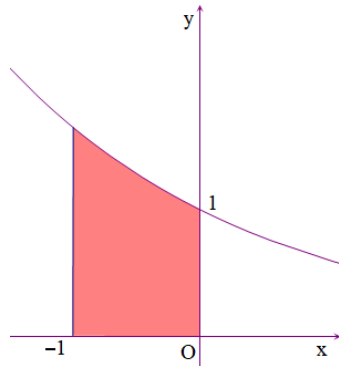
**Câu 12.** Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x + 1$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1, x = 2$  quanh trục hoành là

A.  $V = \int_{-1}^2 (x+1)^2 dx$ .      B.  $V = \pi \int_{-1}^2 (x+1)^2 dx$ .      C.  $V = \int_{-1}^2 |x+1| dx$ .      D.  $V = \pi \int_{-1}^2 |x+1| dx$ .

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Cho đồ thị hàm số  $y = e^{-\frac{x}{2}}$  và hình phẳng được tô màu như Hình.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hình phẳng đã cho được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = e^{-\frac{x}{2}}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1, x = 0$ .

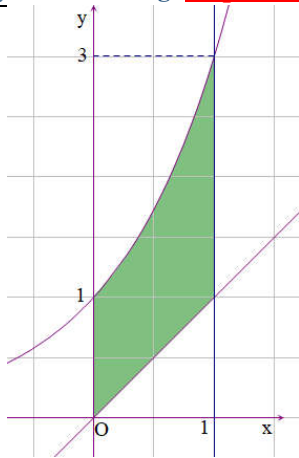
b) Diện tích hình phẳng đó được tính theo công thức  $S = \int_{-1}^0 \left| e^{-\frac{x}{2}} \right| dx$ .

c) Diện tích hình phẳng đó bằng  $\int_{-1}^0 \left( e^{-\frac{1}{2}} \right)^x dx$

d) Diện tích hình phẳng đó bằng  $-2 \left( 1 - e^{\frac{1}{2}} \right)$

**Câu 2.** Cho các đồ thị hàm số  $y = 3^x, y = x$  và hình phẳng được tô màu như Hình.





Các mệnh đề sau đúng hay sai?

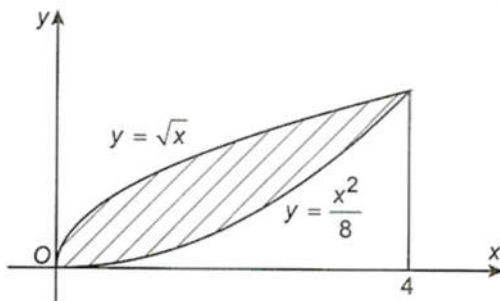
a) Hình phẳng đã cho được giới hạn bởi các đồ thị hàm số  $y = 3^x$ ,  $y = x$  và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 1$ .

b) Diện tích hình phẳng đó được tính theo công thức  $S = \int_0^1 |3^x - x| dx$

c) Diện tích hình phẳng đó bằng  $\int_0^1 (x - 3^x) dx$  (vì  $3^x > x$ ,  $\forall x \in [0; 1]$ ).

d) Diện tích hình phẳng đó bằng  $\frac{2}{\ln 3} - \frac{1}{2}$ .

**Câu 3.** Xét hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \frac{x^2}{8}$ ,  $x = 0$ ,  $x = 4$ .



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Diện tích hình phẳng là  $\frac{8}{3}$ .

b) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 4$  quanh trục  $Ox$  là  $V_1 = 8\pi$

c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \frac{x^2}{8}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$  quanh trục  $Ox$  là  $V_2 = \frac{16\pi}{5}$

d) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng xung quanh trục  $Ox$  là  $V = \frac{24\pi}{5}$

**Câu 4.** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{x+1}{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 2$ ,  $x = 6$ . Khi đó:

a) Diện tích hình phẳng  $(H)$  là  $S = 4 + \ln 3$ .

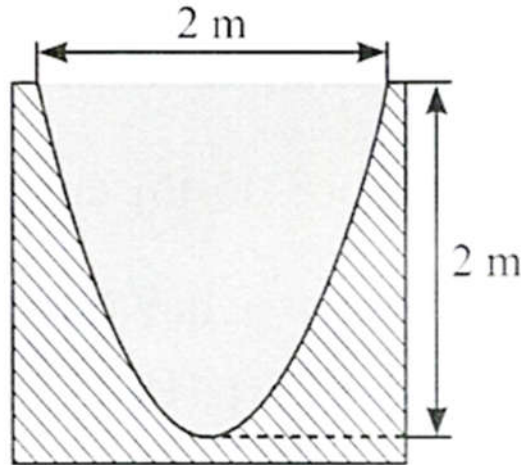
b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) - 1$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 2$ ;  $x = 6$  là  $S = 2 \ln 3$ .

- c) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục  $Ox$  là  $V = \frac{(13+6\ln 3)\pi}{3}$ .
- d) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và các đường thẳng  $y = 1, x = 2, x = 6$  quanh trục  $Ox$  là  $V = \frac{1+6\ln 3}{3}$ .

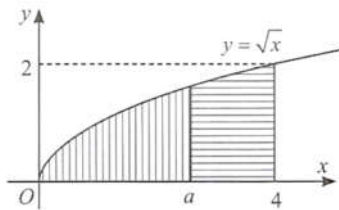
### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Mặt cắt ngang của lòng máng dẫn nước là hình phẳng giới hạn bởi một parabol và đường thẳng nằm ngang như Hình (phần được tô màu xám). Tính diện tích của mặt cắt ngang đó. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

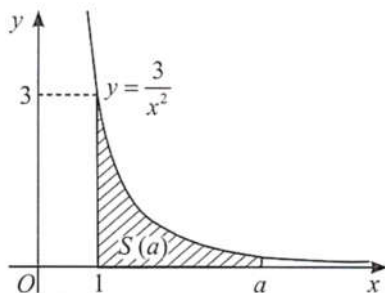


**Câu 2.** Cho  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = \sqrt{x}$ , trục hoành và đường thẳng  $x = 4$ . Đường thẳng  $x = a$  ( $0 < a < 4$ ) chia  $D$  thành hai phần có diện tích bằng nhau (hình)

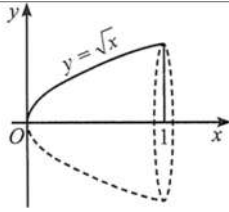


Tính giá trị của  $a$ . (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

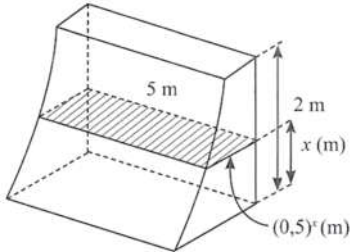
**Câu 3.** Kí hiệu  $S(a)$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = \frac{3}{x^2}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = a$  với  $a > 1$  (Hình). Tính giới hạn  $\lim_{a \rightarrow +\infty} S(a)$



**Câu 4.** Cho khối tròn xoay như Hình. Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành bởi hình phẳng cho ở Hình khi quay quanh trục  $Ox$  (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần mười).

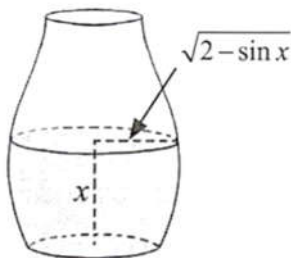


**Câu 5.** Một khối bê tông cao 2 m được đặt trên mặt đất phẳng. Nếu cắt khối bê tông này bằng mặt phẳng nằm ngang, cách mặt đất  $x(m)$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) thì được mặt cắt là hình chữ nhật có chiều dài 5 m, chiều rộng  $(0,5)^x(m)$  (Hình).



Tính thể tích của khối bê tông (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của mét khối).

**Câu 6.** Một bình chứa nước dạng như hình có chiều cao là  $\frac{3\pi}{2}$  dm. Nếu lượng nước trong bình có chiều cao là  $x$  (dm) thì mặt nước là hình tròn có bán kính  $\sqrt{2 - \sin x}$  (dm) với  $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$



Tính dung tích của bình (kết quả làm tròn đến hàng phần mười của đêximét khối).

## PHIẾU TRẢ LỜI

## ■ PHẦN I ■

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

## Điểm

Điểm phần I: ..... đ

Điểm phần II: ..... đ

Điểm phần III: ..... đ

Tổng: ..... đ

## ■ PHẦN II ■

Câu 1		Câu 2	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

## ■ PHẦN III ■

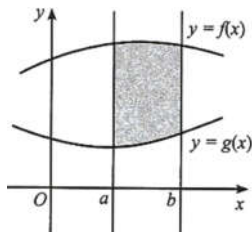
Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

## LỜI GIẢI THAM KHẢO

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.** Cho các hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và có đồ thị như Hình.



Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  là:

A.  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

B.  $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$ .

C.  $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ .

D.  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(x) \leq 0, \forall x \in [a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính bằng công thức

A.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .

B.  $S = -\int_a^b f(x) dx$ .

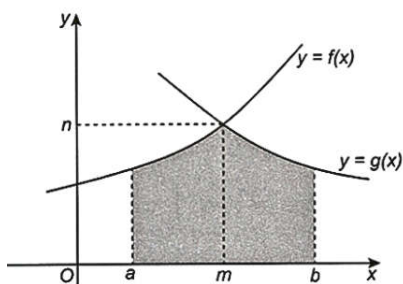
C.  $S = \pi \int_a^b f(x) dx$ .

D.  $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 3.** Cho  $S$  là diện tích phần hình phẳng được tô màu như Hình.



Khi đó biểu thức tính diện tích  $S$  là

A.  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

B.  $S = \int_a^m |f(x) - g(x)| dx + \int_m^b |g(x) - f(x)| dx$ .

C.  $S = \int_a^m |f(x)| dx + \int_m^b |g(x)| dx$ .

D.  $S = \int_a^m |g(x)| dx + \int_m^b |f(x)| dx$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị cắt trục  $Ox$  tại đúng ba điểm phân biệt  $a, b, c (a < c < b)$ . Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục  $Ox$  tương ứng với

$x \in [a; c], S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục  $Ox$  tương ứng với  $x \in [c; b]$ . Nếu

$f(x) \leq 0, \forall x \in [a; c], f(x) \leq 0, \forall x \in [c; b]$  thì giá trị của  $\int_a^b f(x) dx$  bằng

A.  $S_1 + S_2$ .

B.  $S_1 - S_2$ .

C.  $-S_1 + S_2$ .

D.  $-S_1 - S_2$ .

**Lời giải**

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = -S_1 - S_2. \text{ Chọn D}$$

**Câu 5.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng  $x=0, x=\pi$ , đồ thị hàm số  $y=\cos x$  và trục  $Ox$  là:

A.  $S = \int_0^\pi \cos x dx$ .

B.  $S = \int_0^\pi \cos^2 x dx$ .

C.  $S = \int_0^\pi |\cos x| dx$ .

D.  $S = \pi \int_0^\pi |\cos x| dx$ .

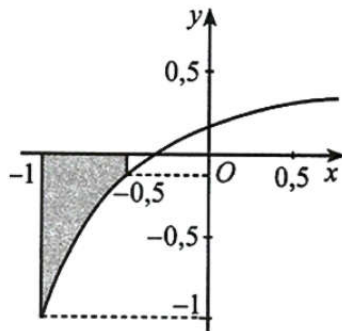
**Lời giải**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng  $x=a, x=b$  và các đồ thị hàm số

$$y=f(x), y=g(x) \text{ là } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx. \text{ Khi đó, theo đề bài ta có } S = \int_0^\pi |\cos x| dx.$$

**Chọn C**

**Câu 6.** Cho hàm số  $y=f(x)$  có đồ thị như Hình. Gọi  $S$  là phần diện tích hình phẳng được tô màu. Phát biểu nào sau đây là đúng?



A.  $S = \int_{-1}^{-0.5} f(x) dx$ .

B.  $S = -\int_{-1}^{-0.5} f(x) dx$ .

C.  $S = -\left| \int_{-1}^{-0.5} f(x) dx \right|$ .

D.  $S = -\int_{-1}^{-0.5} f(x) dx$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 7.** Cho hàm số  $y=f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y=f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x=a, x=b (a < b)$ . Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành là:

$$\text{A. } V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx. \quad \text{B. } V = 2\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx. \quad \text{C. } V = \pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx. \quad \text{D. } V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$$

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 8.** Gọi  $H$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = 4$ . Thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng  $H$  quay quanh trục  $Ox$  là:

A.  $V = \pi \int_1^4 \frac{1}{x} dx$ .      B.  $V = \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$ .      C.  $V = \pi \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$ .      D.  $V = \pi^2 \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 9.** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = -\sin x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = \pi$ . Thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng  $D$  quay xung quanh trục  $Ox$  là:

A.  $V = \pi \int_0^\pi |\sin x| dx$       B.  $V = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$ .      C.  $V = \pi \left| \int_0^\pi (-\sin x) dx \right|$ .      D.  $V = \pi^2 \int_0^\pi \sin^2 x dx$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 10.** Gọi  $H$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = 2$ . Thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng  $H$  quay xung quanh trục  $Ox$  là:

A.  $V = \pi \int_1^2 \sqrt{x} dx$ .      B.  $V = \pi^2 \int_0^\pi x dx$ .      C.  $V = \pi^2 \int_1^2 \sqrt{x} dx$ .      D.  $V = \pi \int_1^2 x dx$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 11.** Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$  quay quanh trục  $Ox$  được khối tròn xoay có thể tích tính theo công thức là:

A.  $\int_0^2 x dx$ .      B.  $\pi \int_0^2 x^2 dx$ .      C.  $\int_0^2 x^2 dx$ .      D.  $\pi \int_0^2 x dx$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 12.** Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x + 1$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1, x = 2$  quanh trục hoành là

A.  $V = \int_{-1}^2 (x+1)^2 dx$ .      B.  $V = \pi \int_{-1}^2 (x+1)^2 dx$ .      C.  $V = \int_{-1}^2 |x+1| dx$ .      D.  $V = \pi \int_{-1}^2 |x+1| dx$ .

**Lời giải**

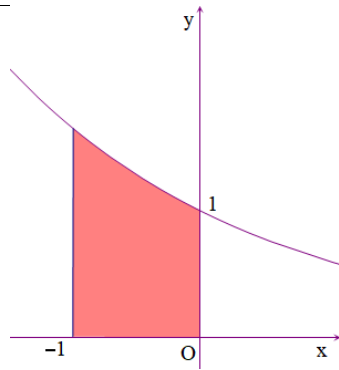
**Chọn B**

Câu hỏi nhận biết ứng dụng tích phân tính thể tích khối tròn xoay.

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Cho đồ thị hàm số  $y = e^{\frac{x}{2}}$  và hình phẳng được tô màu như Hình.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hình phẳng đã cho được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = e^{-\frac{x}{2}}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1$ ,  $x = 0$ .

b) Diện tích hình phẳng đó được tính theo công thức  $S = \int_{-1}^0 \left| e^{-\frac{x}{2}} \right| dx$ .

c) Diện tích hình phẳng đó bằng  $\int_{-1}^0 \left( e^{-\frac{1}{2}} \right)^x dx$

d) Diện tích hình phẳng đó bằng  $-2 \left( 1 - e^{\frac{1}{2}} \right)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

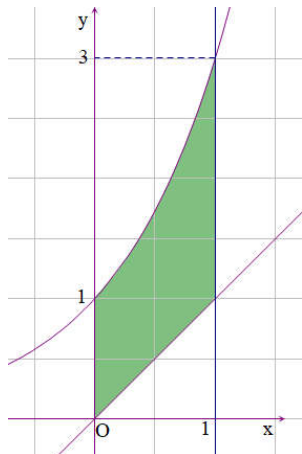
a) Hình phẳng đã cho được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = e^{-\frac{x}{2}}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1$ ,  $x = 0$ .

b) Diện tích hình phẳng đó được tính theo công thức  $S = \int_{-1}^0 \left| e^{-\frac{x}{2}} \right| dx = \int_{-1}^0 e^{-\frac{x}{2}} dx$ .

c) Diện tích hình phẳng đó là:

$$S = \int_{-1}^0 e^{-\frac{x}{2}} dx = \int_{-1}^0 \left( e^{-\frac{1}{2}} \right)^x dx = \frac{\left( e^{-\frac{1}{2}} \right)^x}{\ln e^{-\frac{1}{2}}} \Bigg|_{-1}^0 = -2 \left( 1 - e^{\frac{1}{2}} \right)$$

**Câu 2.** Cho các đồ thị hàm số  $y = 3^x$ ,  $y = x$  và hình phẳng được tô màu như Hình.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hình phẳng đã cho được giới hạn bởi các đồ thị hàm số  $y = 3^x$ ,  $y = x$  và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 1$ .



- b) Diện tích hình phẳng đó được tính theo công thức  $S = \int_0^1 |3^x - x| dx$
- c) Diện tích hình phẳng đó bằng  $\int_0^1 (x - 3^x) dx$  (vì  $3^x > x, \forall x \in [0; 1]$ ).
- d) Diện tích hình phẳng đó bằng  $\frac{2}{\ln 3} - \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

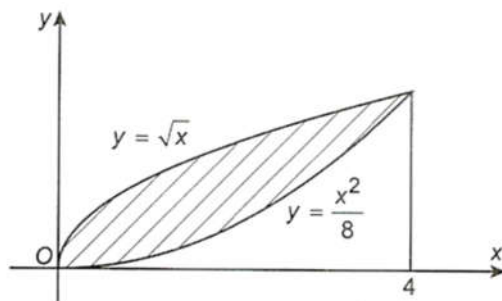
a) Hình phẳng đã cho được giới hạn bởi các đồ thị hàm số  $y = 3^x, y = x$  và hai đường thẳng  $x = 0, x = 1$ .

b) c) Diện tích hình phẳng đó được tính theo công thức

$$S = \int_0^1 |3^x - x| dx = \int_0^1 (3^x - x) dx \text{ (vì } 3^x > x, \forall x \in [0; 1] \text{)}.$$

d) Diện tích hình phẳng đó là:  $S = \int_0^1 (3^x - x) dx = \left( \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{\ln 3} - \frac{1}{2}$ .

**Câu 3.** Xét hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}, y = \frac{x^2}{8}, x = 0, x = 4$ .



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Diện tích hình phẳng là  $\frac{8}{3}$ .
- b) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}, y = 0, x = 0, x = 4$  quanh trục  $Ox$  là  $V_1 = 8\pi$
- c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \frac{x^2}{8}, y = 0, x = 0, x = 2$  quanh trục  $Ox$  là  $V_2 = \frac{16\pi}{5}$
- d) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng xung quanh trục  $Ox$  là  $V = \frac{24\pi}{5}$

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Nhận xét: Đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$  nằm phía trên đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2}{8}$  so với trục hoành, với  $x \in [0; 4]$ .

Diện tích cần tính là  $S = \int_0^4 \left| \sqrt{x} - \frac{x^2}{8} \right| dx = \int_0^4 \left( \sqrt{x} - \frac{x^2}{8} \right) dx = \left( \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{24} \right) \Big|_0^4 = \frac{8}{3}$ .

b) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường

$$y = \sqrt{x}, y = 0, x = 0, x = 4 \text{ quanh trục } Ox \text{ là } V_1 = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 x dx = 8\pi$$

c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường

$$y = \frac{x^2}{8}, y = 0, x = 0, x = 2 \text{ quanh trục } Ox \text{ là } V_2 = \pi \int_0^2 \left(\frac{x^2}{8}\right)^2 dx = \pi \int_0^2 \frac{x^4}{64} dx = \pi \frac{x^5}{320} \Big|_0^2 = \frac{16\pi}{5}$$

d) Thể tích cần tính là  $V = V_1 - V_2 = \frac{24\pi}{5}$

**Câu 4.** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{x+1}{x}$ , trục hoành và hai đường

thẳng  $x = 2, x = 6$ . Khi đó:

a) Diện tích hình phẳng (H) là  $S = 4 + \ln 3$ .

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) - 1$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 2; x = 6$  là  $S = 2 \ln 3$ .

c) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục  $Ox$  là  $V = \frac{(13 + 6 \ln 3)\pi}{3}$ .

d) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và các đường thẳng  $y = 1, x = 2, x = 6$  quanh trục  $Ox$  là  $V = \frac{1 + 6 \ln 3}{3}$ .

#### Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

$$S = \int_2^6 \left| \frac{x+1}{x} \right| dx = \int_2^6 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) dx = (x + \ln x) \Big|_2^6 = (6 + \ln 6) - (2 + \ln 2) = 4 + \ln 3.$$

b) Sai.

$$S = \int_2^6 |f(x) - 1| dx = \int_2^6 \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_2^6 = \ln 6 - \ln 2 = \ln 3.$$

c) Đúng.

$$V = \pi \int_2^6 f^2(x) dx = \pi \int_2^6 \left( 1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx = \pi \left( x + 2 \ln x - \frac{1}{x} \right) \Big|_2^6 = \pi \left( 2 \ln 3 + \frac{13}{3} \right) = \frac{(13 + 6 \ln 3)\pi}{3}$$

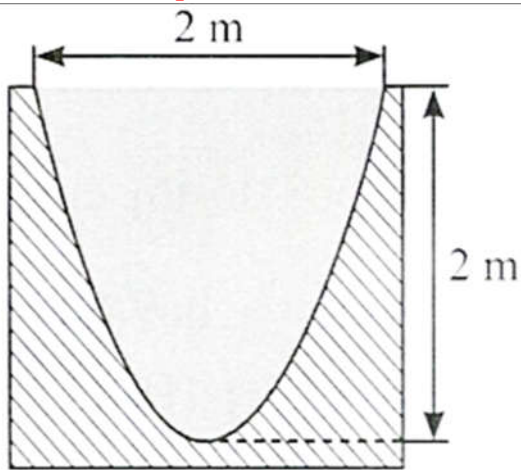
d) Sai.

$$V = \pi \int_2^6 [f^2(x) - 1] dx = \pi \int_2^6 \left( \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx = \pi \left( 2 \ln x - \frac{1}{x} \right) \Big|_2^6 = \pi \left( 2 \ln 3 + \frac{1}{3} \right) = \frac{(1 + 6 \ln 3)\pi}{3}$$

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

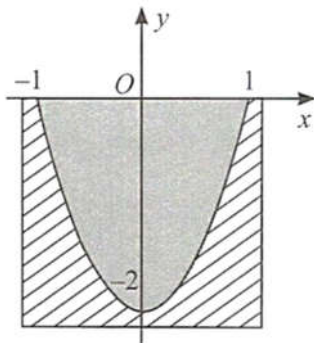
**Câu 1.** Mặt cắt ngang của lòng máng dẫn nước là hình phẳng giới hạn bởi một parabol và đường thẳng nằm ngang như Hình (phần được tô màu xám). Tính diện tích của mặt cắt ngang đó. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



**Lời giải**

**Trả lời: 2,67**

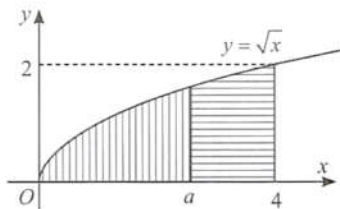
Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  có trục hoành nằm dọc theo cạnh trên của mặt cắt ngang, trục tung đi qua đỉnh của parabol như hình bên. Khi đó, đường parabol có phương trình dạng  $y = ax^2 - 2$  ( $a > 0$ ).



Theo giả thiết, ta có  $y(1) = 0 \Leftrightarrow a - 2 = 0 \Leftrightarrow a = 2$ . Suy ra phương trình của parabol là

$$y = 2x^2 - 2. \text{ Diện tích của phần lòng máng là } S = \int_{-1}^1 (2 - 2x^2) dx = \left( 2x - \frac{2x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{8}{3} (m^2)$$

**Câu 2.** Cho  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = \sqrt{x}$ , trục hoành và đường thẳng  $x = 4$ . Đường thẳng  $x = a$  ( $0 < a < 4$ ) chia  $D$  thành hai phần có diện tích bằng nhau (hình)



Tính giá trị của  $a$ . (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

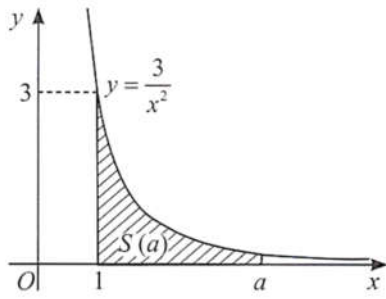
**Trả lời: 2,52**

$$S = \int_0^4 \sqrt{x} dx = \int_0^4 x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} \Big|_0^4 = \frac{16}{3}$$

$$S_1 = \int_0^a \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} \Big|_0^a = \frac{2}{3} \sqrt{a^3}.$$

$$S_1 = \frac{S}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{3} \sqrt{a^3} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \sqrt{a^3} = 4 \Leftrightarrow a^3 = 16 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{16} \approx 2,52$$

**Câu 3.** Kí hiệu  $S(a)$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = \frac{3}{x^2}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = a$  với  $a > 1$  (Hình). Tính giới hạn  $\lim_{a \rightarrow +\infty} S(a)$



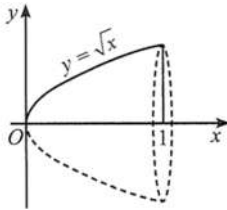
**Lời giải**

**Trả lời: 3**

$$S(a) = \int_1^a \frac{3}{x^2} dx = 3 \int_1^a x^{-2} dx = \frac{-3}{x} \Big|_1^a = 3 \left( 1 - \frac{1}{a} \right).$$

$$\lim_{a \rightarrow +\infty} S(a) = \lim_{a \rightarrow +\infty} 3 \left( 1 - \frac{1}{a} \right) = 3 \left( 1 - \lim_{a \rightarrow +\infty} \frac{1}{a} \right) = 3(1 - 0) = 3.$$

**Câu 4.** Cho khối tròn xoay như Hình. Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành bởi hình phẳng cho ở Hình khi quay quanh trục  $Ox$  (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần mười).



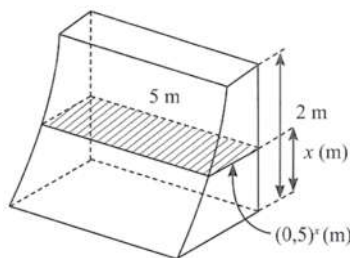
**Lời giải**

**Trả lời: 1,6**

Hình phẳng đã cho được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 1$ , khi quay hình phẳng đó quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay như Hình. Thể tích

$$\text{khối tròn xoay đó là: } V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^1 x dx = \pi \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2} \approx 1,6.$$

**Câu 5.** Một khối bê tông cao 2 m được đặt trên mặt đất phẳng. Nếu cắt khối bê tông này bằng mặt phẳng nằm ngang, cách mặt đất  $x(m)$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) thì được mặt cắt là hình chữ nhật có chiều dài 5 m, chiều rộng  $(0,5)^x(m)$  (Hình).

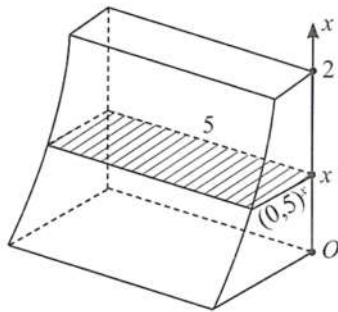


Tính thể tích của khối bê tông (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của mét khối).

**Lời giải**

**Trả lời: 5,41**

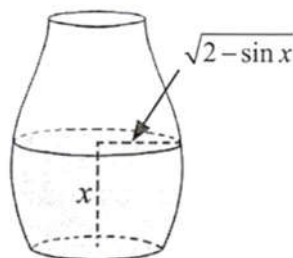
Chọn trục  $Ox$  thẳng đứng, gốc  $O$  nằm trên mặt đáy của khối bê tông, chiều dương hướng lên trên (Hình).



Khi đó, khối bê tông nằm trong khoảng không gian giữa hai mặt phẳng vuông góc với  $Ox$  lần lượt tại các điểm  $x=0$  và  $x=2$ . Mặt phẳng vuông góc với  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x(0 \leq x \leq 2)$  cắt khối bê tông theo mặt cắt có diện tích là  $S(x) = 5 \cdot (0,5)^x (m^2)$ . Do đó, thể tích của khối bê tông là

$$V = \int_0^2 S(x) dx = \int_0^2 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x dx = \frac{5}{\ln \frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \Big|_0^2 = -\frac{5}{\ln 2} \left(\frac{1}{4} - 1\right) = \frac{15}{4 \ln 2} \approx 5,41 (m^3).$$

**Câu 6.** Một bình chứa nước dạng như hình có chiều cao là  $\frac{3\pi}{2}$  dm. Nếu lượng nước trong bình có chiều cao là  $x$  (dm) thì mặt nước là hình tròn có bán kính  $\sqrt{2 - \sin x}$  (dm) với  $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$



Tính dung tích của bình (kết quả làm tròn đến hàng phần mười của đêximét khối).

**Lời giải**

**Trả lời: 26,5**

Diện tích của mặt nước hình tròn bán kính  $R = \sqrt{2 - \sin x} (dm)$  là

$$S(x) = \pi R^2 = \pi(2 - \sin x) (dm^2).$$

Dung tích của bình là

$$\begin{aligned} V &= \int_0^{\frac{3\pi}{2}} S(x) dx = \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \pi(2 - \sin x) dx \\ &= \pi(2x + \cos x) \Big|_0^{\frac{3\pi}{2}} = \pi(3\pi - 1) \approx 26,5 (dm^3). \end{aligned}$$

**BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC BÀI HỌC**  
**ÔN TẬP CHƯƠNG NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN - ỨNG DỤNG**

**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.**

*Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.*

**Câu 1.**  $\int x^2 dx$  bằng

A.  $2x + C$ .

B.  $\frac{1}{3}x^3 + C$ .

C.  $x^3 + C$ .

D.  $3x^3 + C$ .

**Câu 2.**  $\int (x^2 + 3x^3)dx$  có dạng  $\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$ , trong đó  $a, b$  là hai số nguyên.

Giá trị  $a + b$  bằng

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 6.

**Câu 3.** Phát biểu nào sau đây là đúng?

A.  $\int_a^b \cos x dx = \sin a - \sin b$ .

B.  $\int_a^b \cos x dx = \sin b - \sin a$ .

C.  $\int_a^b \cos x dx = \cos a - \cos b$ .

D.  $\int_a^b \cos x dx = \cos b - \cos a$ .

**Câu 4.** Cho  $m$  thỏa mãn  $m > 0, m \neq 1$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?

A.  $\int_a^b m^x dx = m^b - m^a$ .

B.  $\int_a^b m^x dx = m^a - m^b$ .

C.  $\int_a^b m^x dx = \frac{m^b}{\ln m} - \frac{m^a}{\ln m}$ .

D.  $\int_a^b m dx = \frac{m^a}{\ln m} - \frac{m^b}{\ln m}$ .

**Câu 5.** Cho  $\int_0^2 f(x)dx = 3$  và  $\int_2^5 f(x)dx = 7$ . Giá trị của  $\int_0^5 f(x)dx$  là

A. 10.

B. 4.

C. -4.

D. 3.

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_0^4 f(x)dx = 4$ . Giá trị của tích phân  $\int_0^4 2f(x)dx$  là

A. 2.

- B. 4.
- C. 8.
- D. 16.

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ ,  $f(0)=1$  và  $\int_0^2 f'(x)dx = 4$ . Khi đó giá trị của  $f(2)$  bằng

- A. 5.
- B. -3.
- C. 6.
- D. 8.

**Câu 8.** Giá trị trung bình của hàm  $f(x)$  trên đoạn  $[a;b]$  được tính theo công thức  $m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$ .

Khi đó, giá trị trung bình của hàm  $f(x) = x^2 + 2x$  trên đoạn  $[0;3]$  là

- A.  $\frac{8}{3}$ .
- B. 18.
- C. 6.
- D. 5.

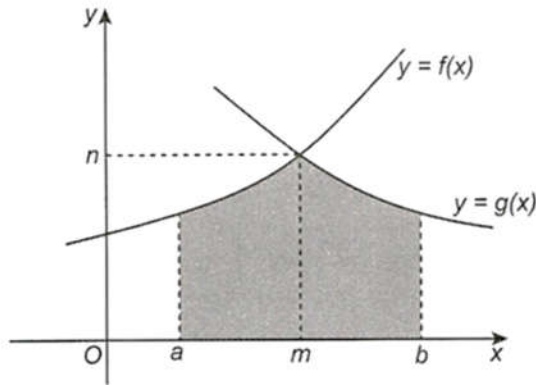
**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a;b]$  và  $f(x) \leq 0, \forall x \in [a;b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính bằng công thức

- A.  $S = \int_a^b f(x)dx$ .
- B.  $S = -\int_a^b f(x)dx$ .
- C.  $S = \pi \int_a^b f(x)dx$
- D.  $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .

**Câu 10.** Một đất nước tiêu thụ dầu theo tốc độ xác định bởi  $r(t) = 20 \cdot e^{0,2t}$  tỉ thùng mỗi năm, trong đó  $t$  là thời gian tính theo năm,  $0 \leq t \leq 10$ . Trong khoảng 10 năm kể trên, nước đó đã tiêu thụ lượng dầu là

- A.  $r(10)$ .
- B.  $r(10) - r(0)$ .
- C.  $\int_0^{10} r'(t)dt$ .
- D.  $\int_0^{10} r(t)dt$ .

**Câu 11.** Cho  $S$  là diện tích phần hình phẳng được tô màu như Hình.



Khi đó biểu thức tính diện tích  $S$  là

- A.  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .
- B.  $S = \int_a^m |f(x) - g(x)| dx + \int_m^b |g(x) - f(x)| dx$ .
- C.  $S = \int_a^m |f(x)| dx + \int_m^b |g(x)| dx$ .
- D.  $S = \int_a^m |g(x)| dx + \int_m^b |f(x)| dx$ .

- Câu 12.** Khi nghiên cứu một quần thể vi khuẩn, người ta nhận thấy quần thể vi khuẩn đó ở ngày thứ  $t$  có số lượng  $N(t)$  con. Biết rằng tốc độ phát triển của quần thể đó là  $N'(t) = \frac{8000}{t}$  và sau ngày thứ nhất ( $t=1$ ) có 250000 con. Sau 6 ngày ( $t=6$ ), số lượng của quần thể vi khuẩn là
- A. 353584 con.  
 B. 234167 con.  
 C. 288959 con.  
 D. 264334 con.

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

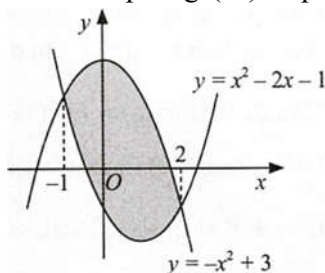
Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = -4x + 3$ . Khi đó:
- a) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thì  $F'(2) = -5$ .  
 b)  $F(x) = -2x^2 + 3x$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ .  
 c) Nếu  $G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  và  $G(1) = 2$  thì  $G(2) = -1$ .  
 d) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thì  $F(-x)$  là một nguyên hàm của  $f(-x)$ .
- Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$  có đạo hàm  $f'(x)$ . Khi đó:
- a)  $\int_{-1}^2 f'(x) dx = 3$ .  
 b)  $\int_0^1 f(x) dx = 7$   
 c)  $\int_0^2 3f(x) dx = 42$   
 d)  $\int_0^1 xf(x) dx = \frac{31}{12}$ .



- Câu 3.** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{x+1}{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 2, x = 6$ . Khi đó:
- Diện tích hình phẳng  $(H)$  là  $S = 4 + \ln 3$ .
  - Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) - 1$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 2; x = 6$  là  $S = 2 \ln 3$ .
  - Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  quanh trục  $Ox$  là  $V = \frac{(13 + 6 \ln 3)\pi}{3}$ .
  - Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và các đường thẳng  $y = 1, x = 2, x = 6$  quanh trục  $Ox$  là  $V = \frac{1 + 6 \ln 3}{3}$ .

- Câu 4.** Cho hình phẳng  $(H)$  là phần tô đậm trong hình.



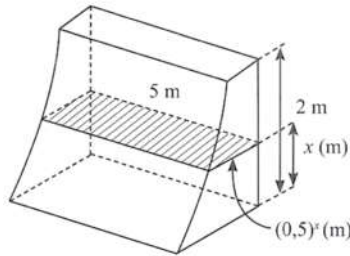
Khi đó:

- Hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đồ thị hàm số  $y = x^2 - 2x - 1, y = -x^2 + 3$  và hai đường thẳng  $x = -1, x = 2$ .
- Diện tích hình phẳng  $(H)$  là  $S = \int_{-1}^2 \left| (-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1) \right| dx$ .
- Diện tích hình phẳng  $(H)$  là  $S = 2 \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx$ .
- Nếu  $\ln S = a \ln b$  (với  $a, b$  là các số nguyên tố và  $S$  là diện tích hình phẳng  $(H)$ ) thì  $a^2 + b^2 = 29$ .

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1.** Biết hàm số  $F(x) = \frac{2x^2 - 3x + 6}{x}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2}$  (với  $a, b, c$  là các số thực). Khi đó giá trị  $a + b - c$  bằng
- Câu 2.** Biết rằng đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  đi qua điểm  $(-1; 3)$  và tiếp tuyến của đồ thị này tại mỗi điểm  $(x; f(x))$  có hệ số góc là  $3x^2 - 4x + 1$ . Tìm  $f(2)$ .
- Câu 3.** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 3x^2 + 1$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$ .
- Câu 4.** Một khối bê tông cao 2 m được đặt trên mặt đất phẳng. Nếu cắt khối bê tông này bằng mặt phẳng nằm ngang, cách mặt đất  $x(m) (0 \leq x \leq 2)$  thì được mặt cắt là hình chữ nhật có chiều dài 5 m, chiều rộng  $(0,5)^x(m)$  (Hình).



Tính thể tích của khối bê tông (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của mét khối).

**Câu 5.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để  $\int_0^3 (10x - 2m)dx > 0$  ?

**Câu 6.** Một ô tô đồ chơi trượt xuống dốc và dừng sau 5 giây, vận tốc của ô tô đồ chơi từ thời điểm  $t = 0$  giây đến  $t = 5$  giây được cho bởi công thức

$$v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 0,1t^3 (m/s)$$

Tính quãng đường ô tô đồ chơi đi đến khi dừng lại (làm tròn kết quả theo đơn vị mét đến chữ số thập phân thứ hai).

### PHIẾU TRẢ LỜI

#### PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

#### Điểm

Điểm phần I: ..... đ

Điểm phần II: ..... đ

Điểm phần III: ..... đ

Tổng: ..... đ

#### PHẦN II

Câu 1	Câu 2
Đúng Sai	Đúng Sai
a) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
b) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
c) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
d) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>

Câu 3	Câu 4
Đúng Sai	Đúng Sai
a) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
b) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
c) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
d) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>

#### PHẦN III

Câu 1
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>

Câu 2
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>

Câu 3
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>

Câu 4
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>

Câu 5
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>

Câu 6
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>
<input type="text"/>

## LỜI GIẢI THAM KHẢO

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.**  $\int x^2 dx$  bằng

- A.  $2x + C$ .
- B.  $\frac{1}{3}x^3 + C$ .
- C.  $x^3 + C$ .
- D.  $3x^3 + C$ .

Lời giải

Chọn B

**Câu 2.**  $\int (x^2 + 3x^3) dx$  có dạng  $\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{4}x^4 + C$ , trong đó  $a, b$  là hai số nguyên.

Giá trị  $a + b$  bằng

- A. 4.
- B. 2.
- C. 5.
- D. 6.

Lời giải

Chọn A

**Câu 3.** Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.  $\int_a^b \cos x dx = \sin a - \sin b$ .
- B.  $\int_a^b \cos x dx = \sin b - \sin a$ .
- C.  $\int_a^b \cos x dx = \cos a - \cos b$ .
- D.  $\int_a^b \cos x dx = \cos b - \cos a$ .

Lời giải

Chọn B

**Câu 4.** Cho  $m$  thỏa mãn  $m > 0, m \neq 1$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.  $\int_a^b m^x dx = m^b - m^a$ .
- B.  $\int_a^b m^x dx = m^a - m^b$ .
- C.  $\int_a^b m^x dx = \frac{m^b}{\ln m} - \frac{m^a}{\ln m}$ .
- D.  $\int_a^b m dx = \frac{m^a}{\ln m} - \frac{m^b}{\ln m}$ .

Lời giải

Chọn C

**Câu 5.** Cho  $\int_0^2 f(x) dx = 3$  và  $\int_2^5 f(x) dx = 7$ . Giá trị của  $\int_0^5 f(x) dx$  là

- A. 10.

- B. 4.  
C. -4.  
D. 3.

Lời giải

Chọn A

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_0^4 f(x)dx = 4$ . Giá trị của tích phân  $\int_0^4 2f(x)dx$  là

- A. 2.  
B. 4.  
C. 8.  
D. 16.

Lời giải

Chọn C

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ ,  $f(0) = 1$  và  $\int_0^2 f'(x)dx = 4$ . Khi đó giá trị của  $f(2)$  bằng

- A. 5.  
B. -3.  
C. 6.  
D. 8.

Lời giải

Chọn A

Ta biết rằng  $\int_0^2 f'(x)dx = f(2) - f(0)$  nên  $f(2) = 4 + 1 = 5$ .

**Câu 8.** Giá trị trung bình của hàm  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$  được tính theo công thức  $m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$ .

Khi đó, giá trị trung bình của hàm  $f(x) = x^2 + 2x$  trên đoạn  $[0; 3]$  là

- A.  $\frac{8}{3}$ .  
B. 18.  
C. 6.  
D. 5.

Lời giải

Chọn C

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $f(x) \leq 0, \forall x \in [a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính bằng công thức

- A.  $S = \int_a^b f(x)dx$ .  
B.  $S = -\int_a^b f(x)dx$ .  
C.  $S = \pi \int_a^b f(x)dx$   
D.  $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .

Lời giải

Chọn B

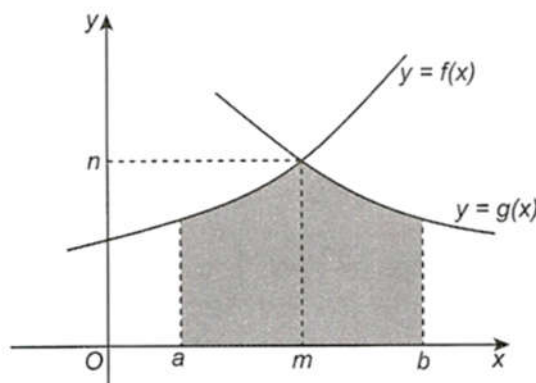
**Câu 10.** Một đất nước tiêu thụ dầu theo tốc độ xác định bởi  $r(t) = 20 \cdot e^{0,2t}$  tỉ thùng mỗi năm, trong đó  $t$  là thời gian tính theo năm,  $0 \leq t \leq 10$ . Trong khoảng 10 năm kể trên, nước đó đã tiêu thụ lượng dầu là

- A.  $r(10)$ .
- B.  $r(10) - r(0)$ .
- C.  $\int_0^{10} r'(t) dt$ .
- D.  $\int_0^{10} r(t) dt$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 11.** Cho  $S$  là diện tích phần hình phẳng được tô màu như Hình.



Khi đó biểu thức tính diện tích  $S$  là

- A.  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .
- B.  $S = \int_a^m |f(x) - g(x)| dx + \int_m^b |g(x) - f(x)| dx$ .
- C.  $S = \int_a^m |f(x)| dx + \int_m^b |g(x)| dx$ .
- D.  $S = \int_a^m |g(x)| dx + \int_m^b |f(x)| dx$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 12.** Khi nghiên cứu một quần thể vi khuẩn, người ta nhận thấy quần thể vi khuẩn đó ở ngày thứ  $t$  có số lượng  $N(t)$  con. Biết rằng tốc độ phát triển của quần thể đó là  $N'(t) = \frac{8000}{t}$  và sau ngày thứ nhất ( $t = 1$ ) có 250000 con. Sau 6 ngày ( $t = 6$ ), số lượng của quần thể vi khuẩn là

- A. 353584 con.
- B. 234167 con.
- C. 288959 con.
- D. 264334 con.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } N(t) = \int N'(t) dt = \int \frac{8000}{t} dt = 8000 \int \frac{1}{t} dt = 8000 \cdot \ln |t| + C.$$

Ngày thứ nhất, số lượng vi khuẩn là 250000 con, nên  $N(1) = 250000$ , tức là  $C = 250000$ .

Số lượng vi khuẩn sau 6 ngày là

$$N(6) = 8000 \cdot \ln |6| + 250000 \approx 264334 \text{ (con).}$$

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = -4x + 3$ . Khi đó:

- a) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thì  $F'(2) = -5$ .
- b)  $F(x) = -2x^2 + 3x$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ .
- c) Nếu  $G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  và  $G(1) = 2$  thì  $G(2) = -1$ .
- d) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thì  $F(-x)$  là một nguyên hàm của  $f(-x)$ .

**Lời giải**

a) Đúng.

$$F'(x) = f(x) \text{ suy ra } F'(2) = f(2) = -4 \cdot 2 + 3 = -5.$$

b) Đúng.

$$F'(x) = (-2x^2 + 3x)' = -4x + 3 = f(x).$$

c) Đúng.

$$G(x) = \int f(x)dx = \int (-4x + 3)dx = -2x^2 + 3x + C \quad G(1) = 2 \quad \text{suy ra} \quad C = 1, \quad \text{suy ra}$$

$$G(x) = -2x^2 + 3x + 1.$$

$$\text{Vậy } G(2) = -1.$$

d) Sai.

$$\int f(-x)dx = \int (4x + 3)dx = 2x^2 + 3x + C.$$

$$\text{Mà } F(x) = \int f(x)dx = -2x^2 + 3x + C, \text{ suy ra } F(-x) = -2x^2 - 3x + C \neq f(x).$$

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$  có đạo hàm  $f'(x)$ . Khi đó:

a)  $\int_{-1}^2 f'(x)dx = 3.$

b)  $\int_0^1 f(x)dx = 7$

c)  $\int_0^2 3f(x)dx = 42$

d)  $\int_0^1 xf(x)dx = \frac{31}{12}.$

**Lời giải**

a) Đúng.

$$\int_{-1}^2 f'(x)dx = f(x) \Big|_{-1}^2 = f(2) - f(-1) = 13 - 10 = 3.$$

b) Sai.

$$\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (3x^2 - 2x + 5)dx = \left( x^3 - x^2 + 5x \right) \Big|_0^1 = 5$$

c) Đúng.

$$\int_0^2 3f(x)dx = 3 \int_0^2 (3x^2 - 2x + 5)dx = 3 \left( x^3 - x^2 + 5x \right) \Big|_0^2 = 42.$$

d) Đúng.

$$\int_0^1 xf(x)dx = \int_0^1 (3x^3 - 2x^2 + 5x)dx = \left( \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 \right) \Big|_0^1 = \frac{31}{12}$$

- Câu 3.** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{x+1}{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 2, x = 6$ . Khi đó:
- Diện tích hình phẳng  $(H)$  là  $S = 4 + \ln 3$ .
  - Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) - 1$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 2; x = 6$  là  $S = 2 \ln 3$ .
  - Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  quanh trục  $Ox$  là  $V = \frac{(13 + 6 \ln 3)\pi}{3}$ .
  - Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và các đường thẳng  $y = 1, x = 2, x = 6$  quanh trục  $Ox$  là  $V = \frac{1 + 6 \ln 3}{3}$ .

**Lời giải**

a) Đúng.

$$S = \int_2^6 \left| \frac{x+1}{x} \right| dx = \int_2^6 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) dx = (x + \ln x) \Big|_2^6 = (6 + \ln 6) - (2 + \ln 2) = 4 + \ln 3.$$

b) Sai.

$$S = \int_2^6 |f(x) - 1| dx = \int_2^6 \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_2^6 = \ln 6 - \ln 2 = \ln 3.$$

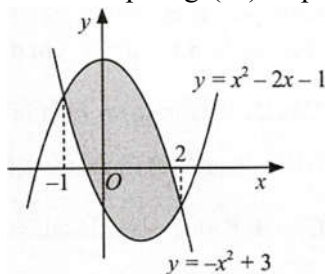
c) Đúng.

$$V = \pi \int_2^6 f^2(x) dx = \pi \int_2^6 \left( 1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx = \pi \left( x + 2 \ln x - \frac{1}{x} \right) \Big|_2^6 = \pi \left( 2 \ln 3 + \frac{13}{3} \right) = \frac{(13 + 6 \ln 3)\pi}{3}$$

d) Sai.

$$V = \pi \int_2^6 [f^2(x) - 1] dx = \pi \int_2^6 \left( \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx = \pi \left( 2 \ln x - \frac{1}{x} \right) \Big|_2^6 = \pi \left( 2 \ln 3 + \frac{1}{3} \right) = \frac{(1 + 6 \ln 3)\pi}{3}$$

- Câu 4.** Cho hình phẳng  $(H)$  là phần tô đậm trong hình.



Khi đó:

- Hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đồ thị hàm số  $y = x^2 - 2x - 1, y = -x^2 + 3$  và hai đường thẳng  $x = -1, x = 2$ .
- Diện tích hình phẳng  $(H)$  là  $S = \int_{-1}^2 \left| (-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1) \right| dx$ .
- Diện tích hình phẳng  $(H)$  là  $S = 2 \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx$ .
- Nếu  $\ln S = a \ln b$  (với  $a, b$  là các số nguyên tố và  $S$  là diện tích hình phẳng  $(H)$ ) thì  $a^2 + b^2 = 29$ .

**Lời giải**

a) Đúng.

b) Đúng.

c) Sai.

$$S = \int_{-1}^2 \left| (-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1) \right| dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx = -2 \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx.$$

d) Sai.

$$S = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx = \left( -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 4x \right) \Big|_{-1}^2 = 9, \text{ suy ra } \ln S = 2 \ln 3$$

$$\text{Vậy } a^2 + b^2 = 13.$$

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Biết hàm số  $F(x) = \frac{2x^2 - 3x + 6}{x}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2}$  (với  $a, b, c$  là các số thực). Khi đó giá trị  $a + b - c$  bằng

**Lời giải**

**Trả lời: 8**

$$\text{Ta có } F'(x) = \left( 2x - 3 + \frac{6}{x} \right)' = 2 - \frac{6}{x^2} = \frac{2x^2 - 6}{x^2} \text{ và } F'(x) = f(x), \text{ suy ra } a = 2; b = 0; c = -6.$$

$$\text{Do đó } a + b - c = 8.$$

**Câu 2.** Biết rằng đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  đi qua điểm  $(-1; 3)$  và tiếp tuyến của đồ thị này tại mỗi điểm  $(x; f(x))$  có hệ số góc là  $3x^2 - 4x + 1$ . Tìm  $f(2)$ .

**Lời giải**

**Trả lời: 9**

$$\text{Theo giả thiết, ta có } f(-1) = 3 \text{ và } f'(x) = 3x^2 - 4x + 1.$$

$$\begin{aligned} \text{Từ đó, } f(2) &= f(-1) + \int_{-1}^2 f'(x) dx = 3 + \int_{-1}^2 (3x^2 - 4x + 1) dx \\ &= 3 + \left( x^3 - 2x^2 + x \right) \Big|_{-1}^2 = 3 + 6 = 9. \end{aligned}$$

**Câu 3.** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 3x^2 + 1$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$ .

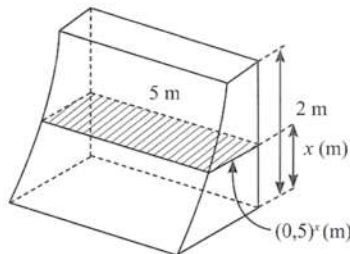
**Lời giải**

**Trả lời: 10**

$$\text{Diện tích } S \text{ của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số } y = 3x^2 + 1, \text{ trục hoành và hai đường thẳng } x = 0, x = 2 \text{ là } S = \int_0^2 (3x^2 + 1) dx = \left( x^3 + x \right) \Big|_0^2 = 10$$

$$\text{Vậy diện tích hình phẳng cần tính là } S = 10.$$

**Câu 4.** Một khối bê tông cao 2 m được đặt trên mặt đất phẳng. Nếu cắt khối bê tông này bằng mặt phẳng nằm ngang, cách mặt đất  $x(m)$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) thì được mặt cắt là hình chữ nhật có chiều dài 5 m, chiều rộng  $(0,5)^x(m)$  (Hình).



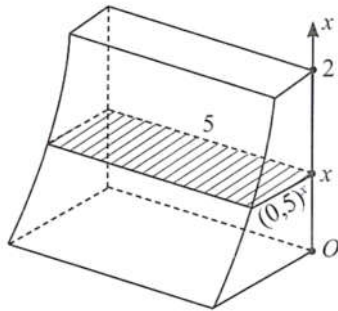
Tính thể tích của khối bê tông (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của mét khối).

**Giải**

**Trả lời: 5,41**



Chọn trục  $Ox$  thẳng đứng, gốc  $O$  nằm trên mặt đáy của khối bê tông, chiều dương hướng lên trên (Hình).



Khi đó, khối bê tông nằm trong khoảng không gian giữa hai mặt phẳng vuông góc với  $Ox$  lần lượt tại các điểm  $x=0$  và  $x=2$ . Mặt phẳng vuông góc với  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x(0 \leq x \leq 2)$  cắt khối bê tông theo mặt cắt có diện tích là  $S(x) = 5 \cdot (0,5)^x (m^2)$ . Do đó, thể tích của khối bê tông là

$$V = \int_0^2 S(x) dx = \int_0^2 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x dx = \frac{5}{\ln \frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \Big|_0^2 = -\frac{5}{\ln 2} \left(\frac{1}{4} - 1\right) = \frac{15}{4 \ln 2} \approx 5,41 (m^3).$$

**Câu 5.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để  $\int_0^3 (10x - 2m) dx > 0$  ?

**Lời giải**

**Trả lời: 7**

$$\text{Ta có } \int_0^3 (10x - 2m) dx = \left(5x^2 - 2mx\right) \Big|_0^3 = 45 - 6m > 0.$$

Từ đó suy ra  $m < \frac{45}{6} = 7,5$ . Vậy  $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ . Có 7 giá trị nguyên dương  $m$  thỏa mãn yêu cầu đề bài.

**Câu 6.** Một ô tô đồ chơi trượt xuống dốc và dừng sau 5 giây, vận tốc của ô tô đồ chơi từ thời điểm  $t=0$  giây đến  $t=5$  giây được cho bởi công thức

$$v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 0,1t^3 (m/s)$$

Tính quãng đường ô tô đồ chơi đi đến khi dừng lại (làm tròn kết quả theo đơn vị mét đến chữ số thập phân thứ hai).

**Lời giải**

**Trả lời: 5,21**

Quãng đường ô tô đồ chơi đi đến khi dừng lại là

$$\begin{aligned} S(t) &= \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 \left(\frac{1}{2}t^2 - 0,1t^3\right) dt \\ &= \left(\frac{t^3}{6} - \frac{0,1t^4}{4}\right) \Big|_0^5 = \frac{5^3}{6} - \frac{0,1 \cdot 5^4}{4} \approx 5,21(m). \end{aligned}$$