

## BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC BÀI HỌC

### BIỂU THỨC TỌA ĐỘ VECTO

#### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;3;5), B(0;6;-2), C(5;3;6)$ . Toạ độ trọng tâm của tam giác  $ABC$  là  
 A.  $(2;3;4)$ . B.  $(2;4;3)$ . C.  $(3;4;2)$ . D.  $(3;2;4)$ .
- Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(3;0;-6)$ . Gọi  $B$  là điểm nằm giữa  $O$  và  $A$  sao cho  $OB = \frac{1}{3}OA$ . Toạ độ của điểm  $B$  là  
 A.  $(1;0;-2)$ . B.  $(9;0;-18)$ . C.  $(1;0;2)$ . D.  $(9;0;18)$ .
- Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (1;2;4)$  và  $\vec{b} = (2;1;5)$ . Tích vô hướng  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a}$  bằng  
 A. 54. B. -3. C. -6. D. 45.
- Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2;1;0)$ . Khẳng định nào sau đây là sai?  
 A. Điểm  $M$  nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$ .  
 B. Khoảng cách từ  $M$  đến trục  $Ox$  bằng 1.  
 C. Điểm  $M$  nằm trên trục  $Oz$ .  
 D. Khoảng cách từ  $M$  đến trục  $Oy$  bằng 2.
- Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1;9;m)$  và  $B(2;m;5)$ . Biết rằng  $AB = 7$ , tập các giá trị của  $m$  là  
 A.  $\{3;-11\}$ . B.  $\{-3;11\}$ . C.  $\{3;11\}$ . D.  $\{-3;-11\}$ .
- Câu 6.** Cho hai điểm  $A(2;2;-1)$  và  $B(4;6;-3)$ . Toạ độ trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$  là:  
 A.  $(3;4;-2)$ . B.  $(6;8;-4)$ . C.  $(1;2;-1)$ . D.  $(-1;-2;1)$ .
- Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = (2;-1;4)$ . Độ dài của vectơ  $\vec{u}$  bằng:  
 A.  $\sqrt{5}$ . B. 5. C. 27. D.  $\sqrt{21}$ .
- Câu 8.** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-2;-1;4)$  và  $B(1;-3;-1)$ . Độ dài đoạn thẳng  $AB$  bằng:  
 A.  $\sqrt{26}$ . B.  $\sqrt{22}$ . C.  $\sqrt{38}$ . D.  $\sqrt{34}$ .
- Câu 9.** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (0;2;2)$  và  $\vec{b} = (3;-3;0)$ . Góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng:  
 A.  $60^\circ$ . B.  $120^\circ$ . C.  $150^\circ$ . D.  $30^\circ$ .
- Câu 10.** Cho hai vectơ  $\vec{u} = (3;4;-5), \vec{v} = (5;-7;1)$ . Toạ độ của vectơ  $\vec{u} + \vec{v}$  là:  
 A.  $(8;11;-4)$ . B.  $(-2;11;-6)$ . C.  $(8;-3;-4)$ . D.  $(-8;3;4)$ .
- Câu 11.** Cho hai vectơ  $\vec{u} = (2;-2;1), \vec{v} = (5;-4;-1)$ . Toạ độ của vectơ  $\vec{u} - \vec{v}$  là:  
 A.  $(-3;2;2)$ . B.  $(7;-6;0)$ . C.  $(3;-2;-2)$ . D.  $(-3;-6;0)$ .
- Câu 12.** Cho vectơ  $\vec{u} = (1;2;-3)$ . Toạ độ của vectơ  $-3\vec{u}$  là:  
 A.  $(3;6;-9)$ . B.  $(-3;-6;-9)$ . C.  $(3;6;9)$ . D.  $(-3;-6;9)$ .

#### Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1;-2;3), B(-2;1;2), C(3;-1;2)$ . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:  
 a)  $\overrightarrow{AB} = (-3;3;-1)$ .  
 b)  $\overrightarrow{AC} = (-2;-1;1)$   
 c)  $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$ .

d) Ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.

**Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-4; 7; 5)$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tọa độ của  $\overrightarrow{AB} = (1; -3; 4), \overrightarrow{AC} = (-5; 5; 6)$ .

b)  $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1^2 + (-3)^2 + 4^2} = \sqrt{26}, AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-5)^2 + 5^2 + 6^2} = \sqrt{86}$ .

c)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$ .

d)  $\cos \widehat{BAC} = \frac{11}{52}$ .

**Câu 3.** Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất sao cho trục  $Ox$  hướng về phía tây, trục  $Oy$  hướng về phía nam, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí  $A$  cách mặt đất 10km, cách 300km về phía đông và 200km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Radar ở vị trí có tọa độ  $(0; 0; 0)$ .

b) Vị trí  $A$  có tọa độ  $(300; 200; 10)$ .

c) Khoảng cách từ máy bay đến radar là khoảng 360,69km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) Radar của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí  $A$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (1; -3; 2)$  và  $\vec{b} = (2; 4; m)$ . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a)  $|\vec{a}| = 0$

b)  $\vec{a} + \vec{b} = (3; 1; 7)$  thì  $m = 5$

c)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -8$  thì  $m = 1$

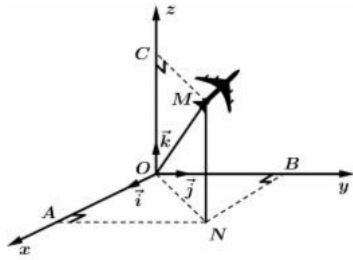
d) Có duy nhất một giá trị  $m$  thỏa mãn  $|\vec{b}| = 6$

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

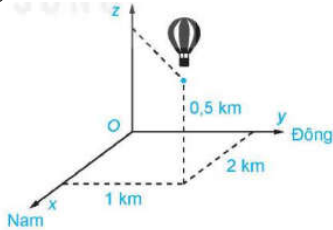
Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(4; 6; -5), B(5; 7; -4), C(5; 6; -4)$  và  $D'(2; 0; 2)$ . Biết điểm  $B'(a; b; c)$ , tính  $3a - b + c$ ?

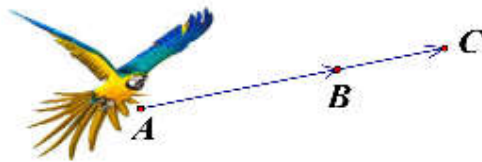
**Câu 2.** Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ  $Oxyz$  được thiết lập như Hình vẽ, cho biết  $M$  là vị trí của máy bay,  $OM = 14; \widehat{NOB} = 32^\circ; \widehat{MOC} = 65^\circ$ . Biết điểm  $M(a; b; c)$ . Tính tổng  $a + 2b + 3c$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



- Câu 3.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho 3 vectơ  $\vec{a} = (-1; 2; 0)$ ,  $\vec{b} = (3; -1; 2)$  và  $\vec{c} = (1; 2; -1)$  và  $\vec{w}$  thỏa mãn  $\vec{a} \cdot \vec{w} = -12$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{w} = 20$ ,  $\vec{c} \cdot \vec{w} = -6$ . Tính  $|\vec{w}|$
- Câu 4.** Cho biết máy bay  $A$  đang bay với vectơ vận tốc  $\vec{a} = (300; 200; 400)$  ( đơn vị: km/h). Máy bay  $B$  bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay  $A$ . Tốc độ của máy bay  $B$  là bao nhiêu km. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.
- Câu 5.** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất  $0,5\text{ km}$ . Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và  $1,5\text{ km}$  về phía tây, đồng thời cách mặt đất  $0,8\text{ km}$ . Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , với gốc  $O$  đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất với trục  $Ox$  hướng về phía nam, trục  $Oy$  hướng về phía đông và trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời (hình vẽ), đơn vị đo lấy theo kilômét. Xác định khoảng cách giữa hai khinh khí cầu theo kilômét (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



- Câu 6.** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị tính bằng mét). Bạn Huyền quan sát và phát hiện một con chim đang bay với tốc độ và hướng không đổi từ điểm  $A(20; 40; 30)$  đến điểm  $B(40; 50; 50)$  trong vòng 4 phút.



Nếu con chim bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 2 phút con chim ở vị trí  $C(a; b; c)$ . Tính tổng  $a + b + c$

## PHIẾU TRẢ LỜI

### PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm
Điểm phần I: ..... đ
Điểm phần II: ..... đ
Điểm phần III: ..... đ
Tổng: ..... đ

### PHẦN II

Câu 1	Câu 2
Đúng Sai	Đúng Sai
a) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
b) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
c) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
d) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>

Câu 3	Câu 4
Đúng Sai	Đúng Sai
a) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
b) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
c) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
d) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>

### PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
, <input type="radio"/>	, <input type="radio"/>	, <input type="radio"/>	, <input type="radio"/>	, <input type="radio"/>	, <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

## LỜI GIẢI THAM KHẢO

**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;3;5)$ ,  $B(0;6;-2)$ ,  $C(5;3;6)$ . Toạ độ trọng tâm của tam giác  $ABC$  là

- A.  $(2;3;4)$ .                      B.  $(2;4;3)$ .                      C.  $(3;4;2)$ .                      D.  $(3;2;4)$ .

**Lời giải**

Chọn B

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(3;0;-6)$ . Gọi  $B$  là điểm nằm giữa  $O$  và  $A$  sao cho  $OB = \frac{1}{3}OA$ . Toạ độ của điểm  $B$  là

- A.  $(1;0;-2)$ .                      B.  $(9;0;-18)$ .                      C.  $(1;0;2)$ .                      D.  $(9;0;18)$ .

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (1;2;4)$  và  $\vec{b} = (2;1;5)$ . Tích vô hướng  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a}$  bằng

- A. 54.                      B. -3.                      C. -6.                      D. 45.

**Lời giải**

Chọn D

Ta có  $\vec{a} + \vec{b} = (3;3;9)$ , suy ra  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a} = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 9 \cdot 4 = 45$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2;1;0)$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Điểm  $M$  nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$ .  
 B. Khoảng cách từ  $M$  đến trục  $Ox$  bằng 1.  
 C. Điểm  $M$  nằm trên trục  $Oz$ .  
 D. Khoảng cách từ  $M$  đến trục  $Oy$  bằng 2.

**Lời giải**

Chọn C

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1;9;m)$  và  $B(2;m;5)$ . Biết rằng  $AB = 7$ , tập các giá trị của  $m$  là

- A.  $\{3;-11\}$ .                      B.  $\{-3;11\}$ .                      C.  $\{3;11\}$ .                      D.  $\{-3;-11\}$ .

**Lời giải**

Chọn C

Ta có  $BA = \sqrt{(-1-2)^2 + (9-m)^2 + (m-5)^2} = \sqrt{2m^2 - 28m + 115} = 7$ , suy ra  $m^2 - 14m + 33 = 0$ .  
 Do đó  $m = 3$  hoặc  $m = 11$ .

**Câu 6.** Cho hai điểm  $A(2;2;-1)$  và  $B(4;6;-3)$ . Toạ độ trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$  là:

- A.  $(3;4;-2)$ .                      B.  $(6;8;-4)$ .                      C.  $(1;2;-1)$ .                      D.  $(-1;-2;1)$ .

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = (2;-1;4)$ . Độ dài của vector  $\vec{u}$  bằng:

- A.  $\sqrt{5}$ .                      B. 5.                      C. 27.                      D.  $\sqrt{21}$ .

**Lời giải**

Chọn D

**Câu 8.** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-2;-1;4)$  và  $B(1;-3;-1)$ . Độ dài đoạn thẳng  $AB$  bằng:

- A.  $\sqrt{26}$ .                      B.  $\sqrt{22}$ .                      C.  $\sqrt{38}$ .                      D.  $\sqrt{34}$ .

**Lời giải**

Chọn C

**Câu 9.** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (0;2;2)$  và  $\vec{b} = (3;-3;0)$ . Góc giữa hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng:

A.  $60^\circ$ .

B.  $120^\circ$ .

C.  $150^\circ$ .

D.  $30^\circ$ .

Lời giải

Chọn B

**Câu 10.** Cho hai vector  $\vec{u} = (3; 4; -5)$ ,  $\vec{v} = (5; -7; 1)$ . Toạ độ của vector  $\vec{u} + \vec{v}$  là:

A.  $(8; 11; -4)$ .

B.  $(-2; 11; -6)$ .

C.  $(8; -3; -4)$ .

D.  $(-8; 3; 4)$ .

Lời giải

Chọn C

**Câu 11.** Cho hai vector  $\vec{u} = (2; -2; 1)$ ,  $\vec{v} = (5; -4; -1)$ . Toạ độ của vector  $\vec{u} - \vec{v}$  là:

A.  $(-3; 2; 2)$ .

B.  $(7; -6; 0)$ .

C.  $(3; -2; -2)$ .

D.  $(-3; -6; 0)$ .

Lời giải

Chọn A

**Câu 12.** Cho vector  $\vec{u} = (1; 2; -3)$ . Toạ độ của vector  $-3\vec{u}$  là:

A.  $(3; 6; -9)$ .

B.  $(-3; -6; -9)$ .

C.  $(3; 6; 9)$ .

D.  $(-3; -6; 9)$ .

Lời giải

Chọn D

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1; -2; 3)$ ,  $B(-2; 1; 2)$ ,  $C(3; -1; 2)$ . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a)  $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; -1)$ .

b)  $\overrightarrow{AC} = (-2; -1; 1)$

c)  $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$ .

d) Ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

**Câu 2.** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$ , cho  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; 3)$ ,  $C(-4; 7; 5)$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Toạ độ của  $\overrightarrow{AB} = (1; -3; 4)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (-5; 5; 6)$ .

b)  $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1^2 + (-3)^2 + 4^2} = \sqrt{26}$ ,  $AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-5)^2 + 5^2 + 6^2} = \sqrt{86}$ .

c)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$ .

d)  $\cos \widehat{BAC} = \frac{11}{52}$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (2 - 1; -1 - 2; 3 - (-1)) = (1; -3; 4)$ ,

$\overrightarrow{AC} = (-4 - 1; 7 - 2; 5 - (-1)) = (-5; 5; 6)$ .

$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1^2 + (-3)^2 + 4^2} = \sqrt{26}$ ,  $AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-5)^2 + 5^2 + 6^2} = \sqrt{86}$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1 \cdot (-5) + (-3) \cdot 5 + 4 \cdot 6 = 4$

$\cos \widehat{BAC} = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{4}{\sqrt{26} \cdot \sqrt{86}} = \frac{2}{\sqrt{559}}$ .

**Câu 3.** Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục toạ độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất sao cho trục  $Ox$  hướng về phía tây, trục  $Oy$  hướng về phía nam, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).





Một máy bay tại vị trí  $A$  cách mặt đất  $10\text{km}$ , cách  $300\text{km}$  về phía đông và  $200\text{km}$  về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Ra đa ở vị trí có tọa độ  $(0; 0; 0)$ .  
 b) Vị trí  $A$  có tọa độ  $(300; 200; 10)$ .  
 c) Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là khoảng  $360,69\text{km}$  (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).  
 d) Ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí  $A$ .

**Lời giải**

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

Theo giả thiết, ra đa ở vị trí có tọa độ  $(0; 0; 0,08)$ ; điểm  $A(-300; -200; 10)$ .

Vậy khoảng cách từ máy bay đến ra đa là:

$$\sqrt{(-300-0)^2 + (-200-0)^2 + (10-0,08)^2} \approx 360,69(\text{km}).$$

Vì  $360,69 < 500$  nên ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu có phát hiện được máy bay tại vị trí  $A$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vector  $\vec{a} = (1; -3; 2)$  và  $\vec{b} = (2; 4; m)$ . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a)  $|\vec{a}| = 0$   
 b)  $\vec{a} + \vec{b} = (3; 1; 7)$  thì  $m = 5$   
 c)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -8$  thì  $m = 1$   
 d) Có duy nhất một giá trị  $m$  thỏa mãn  $|\vec{b}| = 6$

**Lời giải**

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a)  $|\vec{a}| = \sqrt{14}$

b) Ta có  $\vec{a} + \vec{b} = (1+2; -3+4; 2+m) = (3; 1; 2+m) = (3; 1; 7)$ , suy ra  $2+m=7$ , hay  $m=5$ .

c) Ta có  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 + (-3) \cdot 4 + 2m = -10 + 2m = -8$ , suy ra  $2m=2$ , hay  $m=1$ .

d) Ta có  $|\vec{b}| = \sqrt{2^2 + 4^2 + m^2} = \sqrt{20 + m^2} = 6$ , suy ra  $m^2 = 16$ , hay  $m=4$  hoặc  $m=-4$ .

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(4; 6; -5), B(5; 7; -4), C(5; 6; -4)$  và  $D'(2; 0; 2)$ . Biết điểm  $B'(a; b; c)$ , tính  $3a - b + c$ ?

**Lời giải**

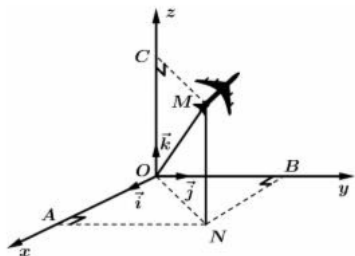
Trả lời: 10

Ta có:  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (1; 1; 1) = (5 - x_D; 6 - y_D; -4 - z_D) \Rightarrow D(4; 5; -5)$ .

Lại có:  $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'} = (-2; -5; 7)$

Suy ra  $B'(3;2;3) \Rightarrow 3a - b + c = 9 - 2 + 3 = 10$ .

- Câu 2.** Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ  $Oxyz$  được thiết lập như Hình vẽ, cho biết  $M$  là vị trí của máy bay,  $OM = 14$ ;  $\widehat{NOB} = 32^\circ$ ;  $\widehat{MOC} = 65^\circ$ . Biết điểm  $M(a;b;c)$ . Tính tổng  $a + 2b + 3c$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



**Lời giải**

**Trả lời: 46**

Xét  $\triangle OMN$  vuông tại  $N$  có  $\cos \widehat{MON} = \frac{ON}{OM} \Rightarrow ON = OM \cdot \cos \widehat{MON} = 14 \cdot \cos 25^\circ \approx 12,69$ .

+) Xét  $\triangle AON$  vuông tại  $A$ , có  $\cos \widehat{AON} = \frac{OA}{ON}$

$\Rightarrow OA = ON \cdot \cos \widehat{AON} = 12,69 \cdot \cos 58^\circ \approx 6,72$ .

+) Xét  $\triangle ONB$  vuông tại  $B$ , có

$\cos \widehat{NOB} = \frac{OB}{ON} \Rightarrow OB = ON \cdot \cos \widehat{NOB} = 12,69 \cdot \cos 32^\circ \approx 10,67$ .

+) Xét  $\triangle OCM$  vuông tại  $C$ , có  $\cos \widehat{MOC} = \frac{OC}{OM} \Rightarrow OC = OM \cdot \cos \widehat{MOC} = 14 \cdot \cos 65^\circ \approx 5,92$ .

vì  $\overrightarrow{OA}$  và  $\vec{i}$  cùng hướng và  $OA = 6,72$  nên  $\overrightarrow{OA} = 6,72\vec{i}$ . vì  $\overrightarrow{OB}$  và  $\vec{j}$  cùng hướng và  $OB = 10,67$  nên  $\overrightarrow{OB} = 10,67\vec{j}$ . Vì  $\overrightarrow{OC}$  và  $\vec{k}$  cùng hướng và  $OC = 5,92$  nên  $\overrightarrow{OC} = 5,92\vec{k}$ . Áp dụng quy tắc hình hộp, ta có:

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 6,72\vec{i} + 10,67\vec{j} + 5,92\vec{k}$

$\Rightarrow M(6,72;10,67;5,92)$

$\Rightarrow a + 2b + 3c = 6,72 + 2 \cdot 10,67 + 3 \cdot 5,92 = 46$ .

- Câu 3.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho 3 vector  $\vec{a} = (-1; 2; 0)$ ,  $\vec{b} = (3; -1; 2)$  và  $\vec{c} = (1; 2; -1)$  và  $\vec{w}$  thỏa mãn  $\vec{a} \cdot \vec{w} = -12$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{w} = 20$ ,  $\vec{c} \cdot \vec{w} = -6$ . Tính  $|\vec{w}|$

**Lời giải**

**Trả lời: 6**

Gọi  $\vec{w} = (a; b; c)$  ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} -a + 2b + 0 \cdot c = -12 \\ 3a - b + 2c = 20 \\ 1 \cdot a + 2b - c = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -4 \\ c = 2 \end{cases}$$

Suy ra  $|\vec{w}| = \sqrt{4^2 + (-4)^2 + 2^2} = 6$

- Câu 4.** Cho biết máy bay  $A$  đang bay với vector vận tốc  $\vec{a} = (300; 200; 400)$  ( đơn vị: km/h). Máy bay  $B$  bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay  $A$ . Tốc độ của máy bay  $B$  là bao nhiêu km. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

**Lời giải**

**Trả lời: 1616**

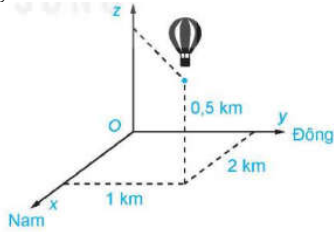
Vì máy bay  $B$  bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay  $A$ .

Suy ra máy bay  $B$  bay với vector vận tốc  $\vec{b} = 3 \cdot \vec{a} = (900; 600; 1200)$  ( Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Suy ra tốc độ của máy bay  $B$  là  $v = |\vec{b}| = \sqrt{900^2 + 600^2 + 1200^2} = 300\sqrt{29} \approx 1616 \text{ km/h}$ .



- Câu 5.** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , với gốc  $O$  đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất với trục  $Ox$  hướng về phía nam, trục  $Oy$  hướng về phía đông và trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời (hình vẽ), đơn vị đo lấy theo kilômét. Xác định khoảng cách giữa hai khinh khí cầu theo kilômét (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



**Lời giải**

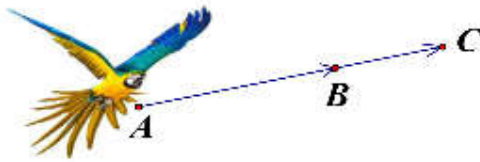
**Trả lời:** 3,92

Gọi  $A$  là tọa độ của khinh khí cầu 1 trong hệ trục tọa độ  $Oxyz \rightarrow A(2;1;0,5)$

Gọi  $B$  là tọa độ của khinh khí cầu 2 trong mặt phẳng  $Oxy \rightarrow B(-1;-1,5;0,8)$

Khoảng cách giữa hai điểm  $AB$  là  $AB = \sqrt{(-1-2)^2 + (-1,5-1)^2 + (0,8-0,5)^2} = 3,92(km)$

- Câu 6.** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị tính bằng mét). Bạn Huyền quan sát và phát hiện một con chim đang bay với tốc độ và hướng không đổi từ điểm  $A(20;40;30)$  đến điểm  $B(40;50;50)$  trong vòng 4 phút.



Nếu con chim bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 2 phút con chim ở vị trí  $C(a;b;c)$ . Tính tổng  $a+b+c$ .

**Lời giải**

**Trả lời:** 165

Vì hướng bay và vận tốc bay của con chim không đổi nên  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$  cùng hướng.

Mặt khác do thời gian bay từ  $A$  đến  $B$  gấp đôi thời gian bay từ  $B$  đến  $C$  nên  $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BC}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 40-20=2(a-40) \\ 50-40=2(b-50) \\ 50-30=2(c-50) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a=100 \\ 2b=110 \\ 2c=120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=50 \\ b=55 \\ c=60 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=165$$

**BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC BÀI HỌC**  
**ÔN TẬP CHƯƠNG BIỂU THỨC TỌA ĐỘ VEC TƠ**

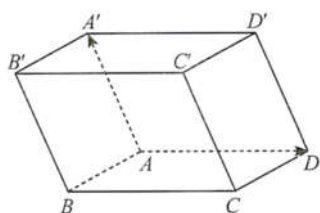
**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.**

*Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.*

**Câu 1.** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Vector  $\overrightarrow{AI}$  cùng hướng với vector nào sau đây?

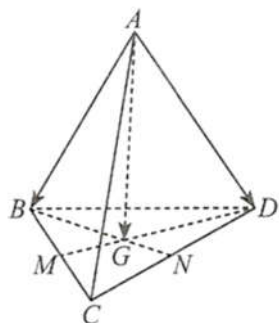
- A.  $\overrightarrow{BI}$ .                      B.  $\overrightarrow{CD}$ .                      C.  $\overrightarrow{CI}$ .                      D.  $\overrightarrow{AB}$ .

**Câu 2.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  (Hình). Khi đó,  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$  bằng



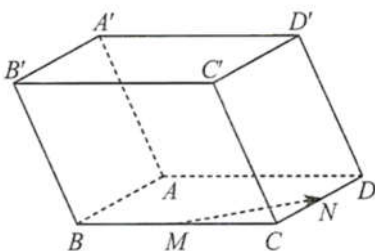
- A.  $\overrightarrow{AD'}$ .                      B.  $\overrightarrow{AB'}$ .                      C.  $\overrightarrow{AC'}$ .                      D.  $\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 3.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  (Hình). Khi đó  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$  bằng



- A.  $6\overrightarrow{AM}$ .                      B.  $3\overrightarrow{AN}$ .                      C.  $3\overrightarrow{AG}$ .                      D.  $6\overrightarrow{AG}$ .

**Câu 4.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $CD$  (Hình 9). Vector nào sau đây bằng  $2\overrightarrow{MN}$  ?



- A.  $\overrightarrow{AD}$ .                      B.  $\overrightarrow{AC'}$ .                      C.  $\overrightarrow{B'D'}$ .                      D.  $\overrightarrow{BC}$ .

**Câu 5.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng 2. Khi đó  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$  bằng

- A. 2.                      B.  $-2\sqrt{3}$ .                      C.  $2\sqrt{3}$ .                      D. -2.

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{a} = (3; -1; 2)$ . Độ dài của vector  $\vec{a}$  bằng

- A.  $\sqrt{6}$ .                      B.  $\sqrt{14}$ .                      C. 2.                      D. 4.

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vector  $\vec{a} = (1; -1; 2), \vec{b} = (2; 3; -3)$ . Tọa độ của vector  $\vec{a} + \vec{b}$  là

- A.  $(-1; 4; -5)$ . B.  $(-1; -4; 5)$ . C.  $(3; 2; -1)$ . D.  $(2; -3; -6)$ .

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{a} = (2; -4; 0)$ . Toạ độ của vector  $3\vec{a}$  là  
A.  $(3; -6; 0)$ . B.  $(5; -1; 3)$ . C.  $(1; -2; 0)$ . D.  $(6; -12; 0)$ .

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vector  $\vec{a}(1; 0; -3), \vec{b}(-1; -2; 0)$ . Vector  $[\vec{b}, \vec{a}]$  có toạ độ  
A.  $(-6; 3; -2)$ . B.  $(6; -3; 2)$ . C.  $(-6; 3; 2)$ . D.  $(6; 3; 2)$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vector  $\vec{a}(6; 0; -3), \vec{b}(-1; -2; 0)$ . Vector  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$  có toạ độ  
A.  $(5; -2; -3)$ . B.  $(-5; 2; 3)$ . C.  $(7; 2; -3)$ . D.  $(-7; -2; 3)$ .

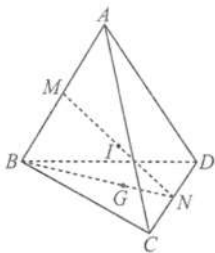
**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vector  $\vec{a} = (2; -3; 1), \vec{b} = (-4; 1; -1)$  và  $\vec{c} = (-2; -7; 1)$ . Biết rằng  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ , với  $x, y$  là các số thực. Khi đó  $x + y$  bằng  
A. 5. B. 1. C. 2. D. 4.

**Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vector  $\vec{a} = (1; -1; 2), \vec{b} = (-3; 2; -2), \vec{c} = (-2; 5; 1)$  và  $\vec{d} = (-2; -3; -1)$ . Biết rằng  $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ , với  $x, y, z$  là các số thực. Khi đó  $x + y + z$  bằng  
A. -3. B. -1. C. 1. D. 3.

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $I$  là trung điểm của  $MN$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  (Hình).



Khi đó:

- a)  $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$ .  
b)  $\vec{AC} + \vec{BD} = 2\vec{MN}$ .  
c)  $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$ .  
d)  $3\vec{AI} - 2\vec{AG} = \vec{0}$ .

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vector  $\vec{a} = (-2; 3; 1), \vec{b} = (1; -1; 2), \vec{c} = (-7; 9; -5)$  và  $\vec{d} = (7; 5; -1)$ .

Khi đó:

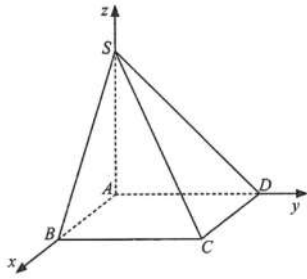
- a)  $2\vec{a} = (-4; 6; 2)$ .  
b)  $\vec{d} = [\vec{a}, \vec{b}]$ .  
c)  $\vec{a} + 2\vec{b} = (0; 1; 5)$ .  
d)  $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ .

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(-1; 1; -2), B(3; -2; -1)$  và  $C(-3; -2; 2)$ .

- a) Toạ độ của vector  $\vec{AB}$  là  $(4; -3; 1)$ .  
b) Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(Oyz)$  bằng 1.  
c) Biết rằng tứ giác  $ABCD$  là hình thang có hai đáy là  $AB, CD$  và  $AB = 2CD$ . Hoành độ của điểm  $D$  là  $x = -1$ .

d) Biết rằng đường thẳng  $BC$  cắt mặt phẳng  $(Oxy)$  tại điểm  $I$ , khi đó  $\frac{IB}{IC} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy (Hình). Cho biết  $A(0;0;0), B(2;0;0), D(0;3;0)$  và  $S(0;0;3)$ .



Khi đó:

a) Tọa độ của điểm  $C$  là  $(2;0;3)$ .

b) Diện tích của tam giác  $SCD$  bằng  $3\sqrt{2}$ .

c) Hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  trên mặt phẳng  $(SCD)$  là  $H\left(0; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .

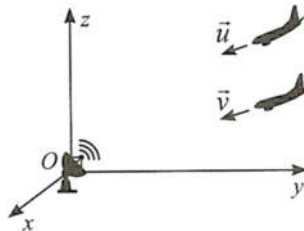
d) Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SBD)$ , ta có  $\sin \alpha > \frac{1}{3}$ .

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

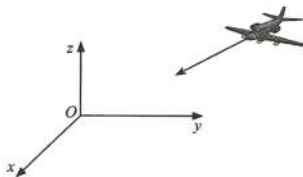
**Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , độ dài của vector  $\vec{a}(2;3;6)$  bằng bao nhiêu?

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$  được thiết lập tại một sân bay, người ta ghi nhận hai máy bay đang bay đến với các vector vận tốc  $\vec{u} = (90; -80; -120), \vec{v} = (60; -50; -60)$ .

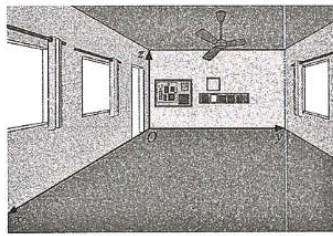


Tính góc giữa hai vector vận tốc nói trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười của độ).

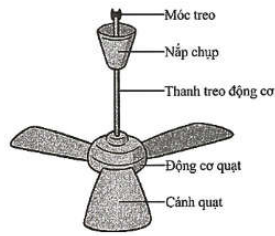
**Câu 3.** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), một chiếc máy bay đang di chuyển với hướng bay không đổi từ điểm  $(-50;30;10)$  đến vị trí hạ cánh là  $(2;3;0)$ . Hỏi đường bay của máy bay hợp với mặt đất một góc bao nhiêu độ? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)



**Câu 4.** Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài  $10\text{ m}$ ; chiều rộng  $7,2\text{ m}$  và chiều cao  $3,3\text{ m}$ . Một chiếc quạt trần được treo trên trần nhà tại vị trí chính giữa trần nhà của phòng học như hình sau.



a)



b)

Xét hệ trục tọa độ  $Oxyz$  có gốc tọa độ  $O$  trùng với một góc phòng và mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sàn như Hình a (đơn vị đo lấy theo mét). Biết rằng thanh treo động cơ của quạt có độ dài  $0,8m$ . Giả sử tọa độ của động cơ chiếc quạt trần là  $I(a;b;c)$ . Khi đó  $a+b+c$  bằng bao nhiêu?

**Câu 5.** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát  $3\text{ km}$  về phía Đông và  $2\text{ km}$  về phía Nam, đồng thời cách mặt đất  $0,5\text{ km}$ ; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát  $1\text{ km}$  về phía Bắc và  $1\text{ km}$  về phía Tây, đồng thời cách mặt đất  $0,3\text{ km}$ . Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

**Câu 6.** Trong không gian với  $Oxyz$ , xét mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(2;0;0), M(1;1;1)$  và cắt các tia  $Oy, Oz$  lần lượt tại hai điểm  $B, C$  ( $B, C$  khác gốc tọa độ  $O$ ). Diện tích tam giác  $ABC$  nhỏ nhất bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

## PHIẾU TRẢ LỜI

## ■ PHẦN I ■

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

## Điểm

Điểm phần I: ..... đ

Điểm phần II: ..... đ

Điểm phần III: ..... đ

Tổng: ..... đ

## ■ PHẦN II ■

Câu 1		Câu 2	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

## ■ PHẦN III ■

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>



## LỜI GIẢI THAM KHẢO

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

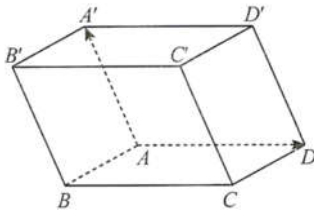
**Câu 1.** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Vector  $\overrightarrow{AI}$  cùng hướng với vector nào sau đây?

- A.  $\overrightarrow{BI}$ .
- B.  $\overrightarrow{CD}$ .
- C.  $\overrightarrow{CI}$ .
- D.  $\overrightarrow{AB}$ .

**Lời giải**

Chọn D

**Câu 2.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  (Hình). Khi đó,  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$  bằng



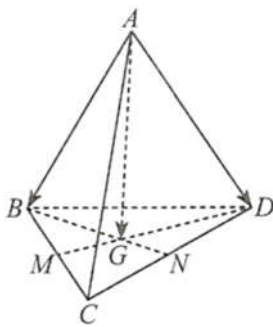
- A.  $\overrightarrow{AD'}$ .
- B.  $\overrightarrow{AB'}$ .
- C.  $\overrightarrow{AC'}$ .
- D.  $\overrightarrow{AC}$ .

**Lời giải**

Chọn A

Do tứ giác  $ADD'A'$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD'}$ .

**Câu 3.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  (Hình). Khi đó  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$  bằng



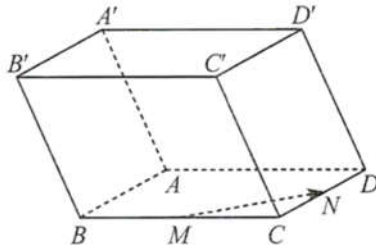
- A.  $6\overrightarrow{AM}$ .
- B.  $3\overrightarrow{AN}$ .
- C.  $3\overrightarrow{AG}$ .
- D.  $6\overrightarrow{AG}$ .

**Lời giải**

Chọn A

Do tứ giác  $ADD'A'$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD'}$ .

**Câu 4.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $CD$  (Hình 9). Vector nào sau đây bằng  $2\overrightarrow{MN}$  ?



- A.  $\overrightarrow{AD}$ .  
 B.  $\overrightarrow{A'C'}$ .  
 C.  $\overrightarrow{B'D'}$ .  
 D.  $\overrightarrow{BC}$ .

**Lời giải**

Chọn C

Ta có  $\overrightarrow{B'D'}$  cùng hướng với  $\overrightarrow{MN}$  và  $B'D' = 2MN$ , suy ra  $\overrightarrow{B'D'} = 2\overrightarrow{MN}$ .

**Câu 5.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng 2. Khi đó  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$  bằng

- A. 2.  
 B.  $-2\sqrt{3}$ .  
 C.  $2\sqrt{3}$ .  
 D. -2.

**Lời giải**

Chọn D

Ta có  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$   
 $= -AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = -2 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = -2$ .

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{a} = (3; -1; 2)$ . Độ dài của vector  $\vec{a}$  bằng

- A.  $\sqrt{6}$ .  
 B.  $\sqrt{14}$ .  
 C. 2.  
 D. 4.

**Lời giải**

Chọn B

Ta có  $|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{14}$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vector  $\vec{a} = (1; -1; 2)$ ,  $\vec{b} = (2; 3; -3)$ . Toạ độ của vector  $\vec{a} + \vec{b}$  là

- A.  $(-1; 4; -5)$ .  
 B.  $(-1; -4; 5)$ .  
 C.  $(3; 2; -1)$ .  
 D.  $(2; -3; -6)$ .

**Lời giải**

Chọn C

Ta có  $\vec{a} + \vec{b} = (1+2; -1+3; 2+(-3)) = (3; 2; -1)$ .

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{a} = (2; -4; 0)$ . Toạ độ của vector  $3\vec{a}$  là

- A.  $(3; -6; 0)$ .  
 B.  $(5; -1; 3)$ .  
 C.  $(1; -2; 0)$ .  
 D.  $(6; -12; 0)$ .

**Lời giải**

Chọn D

Ta có  $3\vec{a} = (3 \cdot 2; 3 \cdot (-4); 3 \cdot 0) = (6; -12; 0)$ .

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vector  $\vec{a}(1; 0; -3), \vec{b}(-1; -2; 0)$ . Vector  $[\vec{b}, \vec{a}]$  có tọa độ

- A.  $(-6; 3; -2)$ .
- B.  $(6; -3; 2)$ .
- C.  $(-6; 3; 2)$ .
- D.  $(6; 3; 2)$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vector  $\vec{a}(6; 0; -3), \vec{b}(-1; -2; 0)$ . Vector  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$  có tọa độ

- A.  $(5; -2; -3)$ .
- B.  $(-5; 2; 3)$ .
- C.  $(7; 2; -3)$ .
- D.  $(-7; -2; 3)$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vector  $\vec{a} = (2; -3; 1), \vec{b} = (-4; 1; -1)$  và  $\vec{c} = (-2; -7; 1)$ . Biết rằng  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ , với  $x, y$  là các số thực. Khi đó  $x + y$  bằng

- A. 5.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 4.

#### Lời giải

Chọn A

Ta có  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b} = (2x - 4y; -3x + y; x - y)$  nên 
$$\begin{cases} 2x - 4y = -2 \\ -3x + y = -7 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow x + y = 5.$$

**Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vector  $\vec{a} = (1; -1; 2), \vec{b} = (-3; 2; -2), \vec{c} = (-2; 5; 1)$  và  $\vec{d} = (-2; -3; -1)$ . Biết rằng  $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ , với  $x, y, z$  là các số thực. Khi đó  $x + y + z$  bằng

- A. -3.
- B. -1.
- C. 1.
- D. 3.

#### Lời giải

Chọn D

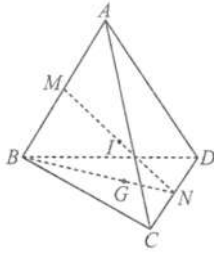
Ta có  $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} = (x - 3y - 2z; -x + 2y + 5z; 2x - 2y + z)$

nên 
$$\begin{cases} x - 3y - 2z = -2 \\ -x + 2y + 5z = -3 \\ 2x - 2y + z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow x + y + z = 3$$

### Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $I$  là trung điểm của  $MN$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  (Hình).

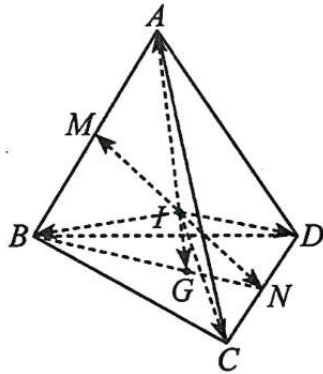


Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .  
 b)  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$ .  
 c)  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$ .  
 d)  $3\overrightarrow{AI} - 2\overrightarrow{AG} = \vec{0}$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a) Đúng.

Do  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  nên  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .

b) Đúng.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} \\ \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM}) + 2\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND}).$$

Vì  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  nên  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}, \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$ .

Do đó  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$ .

c) Đúng.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MA} \\ \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MB} \\ \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IN} + \overrightarrow{NC} \\ \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IN} + \overrightarrow{ND} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = 2(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}) + (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND}) = \vec{0}$$

d) Sai.

Do  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$  nên  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AI}$ .

Mặt khác, vì  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  nên  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$ .

Suy ra  $4\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AG}$ , suy ra  $4\overrightarrow{AI} - 3\overrightarrow{AG} = \vec{0}$ .

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vector

$$\vec{a} = (-2; 3; 1), \vec{b} = (1; -1; 2), \vec{c} = (-7; 9; -5) \text{ và } \vec{d} = (7; 5; -1).$$

Khi đó:

- a)  $2\vec{a} = (-4; 6; 2)$ .  
 b)  $\vec{d} = [\vec{a}, \vec{b}]$ .  
 c)  $\vec{a} + 2\vec{b} = (0; 1; 5)$ .  
 d)  $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng.

Ta có  $2\vec{a} = (2 \cdot (-2); 2 \cdot 3; 2 \cdot 1) = (-4; 6; 2)$ .

b) Đúng.

Ta có  $[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = (7; 5; -1) = \vec{d}$ .

c) Đúng.

Ta có  $\vec{a} + 2\vec{b} = (-2 + 2 \cdot 1; 3 + 2 \cdot (-1); 1 + 2 \cdot 2) = (0; 1; 5)$ .

d) Sai.

Ta có  $2\vec{a} - 3\vec{b} = (-7; 9; -4) \neq \vec{c}$ .

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(-1; 1; -2)$ ,  $B(3; -2; -1)$  và  $C(-3; -2; 2)$ .

a) Tọa độ của vector  $\overrightarrow{AB}$  là  $(4; -3; 1)$ .

b) Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(Oyz)$  bằng 1.

c) Biết rằng tứ giác  $ABCD$  là hình thang có hai đáy là  $AB, CD$  và  $AB = 2CD$ . Hoành độ của điểm  $D$  là  $x = -1$ .

d) Biết rằng đường thẳng  $BC$  cắt mặt phẳng  $(Oxy)$  tại điểm  $I$ , khi đó  $\frac{IB}{IC} = \frac{1}{2}$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng.

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (3 - (-1); -2 - 1; -1 - (-2)) = (4; -3; 1)$ .

b) Đúng.

Ta có  $d(A, (Oyz)) = |-1| = 1$ .

c) Sai.

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (4; -3; 1)$ .

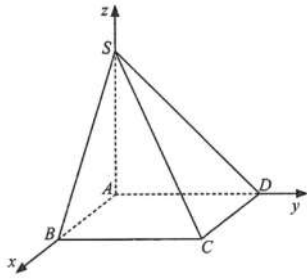
Gọi  $D(x_D; y_D; z_D)$ . Suy ra  $\overrightarrow{DC} = (-3 - x_D; -2 - y_D; 2 - z_D)$ .

$$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2(-3 - x_D) \\ -3 = 2(-2 - y_D) \\ 1 = 2(2 - z_D) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = -5 \\ y_D = -\frac{1}{2} \\ z_D = \frac{3}{2} \end{cases}$$

d) Đúng.

Ta có  $\frac{IB}{IC} = \frac{d(B, (Oxy))}{d(C, (Oxy))} = \frac{|z_B|}{|z_C|} = \frac{|-1|}{|\frac{3}{2}|} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy (Hình). Cho biết  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(2; 0; 0)$ ,  $D(0; 3; 0)$  và  $S(0; 0; 3)$ .



Khi đó:

a) Tọa độ của điểm  $C$  là  $(2; 0; 3)$ .

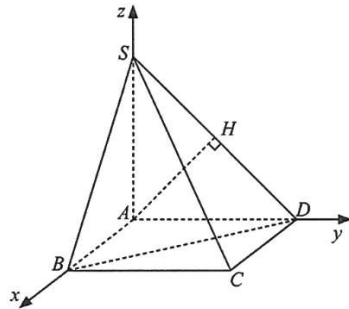
b) Diện tích của tam giác  $SCD$  bằng  $3\sqrt{2}$ .

c) Hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  trên mặt phẳng  $(SCD)$  là  $H\left(0; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .

d) Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SBD)$ , ta có  $\sin \alpha > \frac{1}{3}$ .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



a) Sai.

Do  $C$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  với  $O$  trùng  $A$  và  $B, D$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $C$  trên các trục  $Ox, Oy$  nên  $C(2; 3; 0)$ .

b) Đúng.

Ta có  $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$ .

Suy ra tam giác  $SCD$  vuông tại  $D$ .

Khi đó  $S_{SCD} = \frac{1}{2} CD \cdot SD = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ .

c) Đúng.

Do  $CD \perp (SAD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$ .

Mà  $(SCD) \cap (SAD) = SD$ .

Kẻ  $AH$  vuông góc với  $SD$ , với  $H \in SD$ , ta được hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  trên  $(SCD)$  là trung điểm  $H$  của  $SD$  nên  $H\left(0; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$  (do tam giác  $SAD$  vuông cân tại  $A$ ).

d) Sai.

Ta có  $\overrightarrow{SC} = (2; 3; -3), \overrightarrow{SB} = (2; 0; -3), \overrightarrow{SD} = (0; 3; -3)$ .

Gọi  $\vec{n}$  là một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(SCD)$ . Ta có  $[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SD}] = (9; 6; 6)$  nên ta có thể

chọn  $\vec{n} = \frac{1}{3}[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SD}] = (3; 2; 2)$ .

Suy ra  $\sin \alpha = |\sin(\overrightarrow{SC}, \vec{n})| = \frac{|2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + (-3) \cdot 2|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + (-3)^2} \cdot \sqrt{3^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{6}{\sqrt{22} \cdot \sqrt{17}}$ , suy ra  $\sin \alpha < \frac{1}{3}$ .



### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

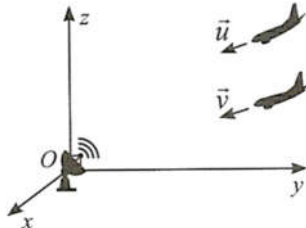
**Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , độ dài của vector  $\vec{a}(2;3;6)$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

**Trả lời:** 7

$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = 7.$$

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$  được thiết lập tại một sân bay, người ta ghi nhận hai máy bay đang bay đến với các vector vận tốc  $\vec{u} = (90; -80; -120)$ ,  $\vec{v} = (60; -50; -60)$ .



Tính góc giữa hai vector vận tốc nói trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười của độ).

**Lời giải**

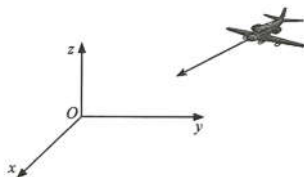
**Trả lời:** 7,5

Ta có:

$$\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{90 \cdot 60 + (-80) \cdot (-50) + (-120) \cdot (-60)}{\sqrt{90^2 + (-80)^2 + (-120)^2} \cdot \sqrt{60^2 + (-50)^2 + (-60)^2}} \approx 0,991.$$

Vậy  $(\vec{u}, \vec{v}) \approx 7,5^\circ$ .

**Câu 3.** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), một chiếc máy bay đang di chuyển với hướng bay không đổi từ điểm  $(-50; 30; 10)$  đến vị trí hạ cánh là  $(2; 3; 0)$ . Hỏi đường bay của máy bay hợp với mặt đất một góc bao nhiêu độ? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)



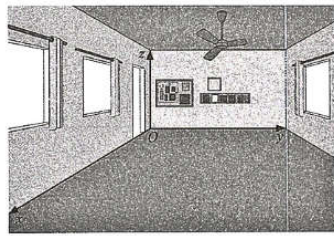
**Lời giải**

**Trả lời:** 9,69

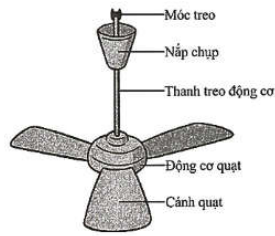
Gọi  $A(-50; 30; 10)$ ,  $B(2; 3; 0)$ . Khi đó  $H(-50; 30; 0)$  là hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  và góc  $\widehat{ABH}$  là góc hợp bởi đường bay với mặt đất.

$$\text{Khi đó } \tan \widehat{ABH} = \frac{AH}{BH} = \frac{10}{\sqrt{(-52)^2 + 27^2}} \Rightarrow \widehat{ABH} \approx 9,69^\circ.$$

**Câu 4.** Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 10 m ; chiều rộng 7,2 m và chiều cao 3,3 m . Một chiếc quạt trần được treo trên trần nhà tại vị trí chính giữa trần nhà của phòng học như hình sau.



a)



b)

Xét hệ trục tọa độ  $Oxyz$  có gốc tọa độ  $O$  trùng với một góc phòng và mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sàn như Hình a (đơn vị đo lấy theo mét). Biết rằng thanh treo động cơ của quạt có độ dài  $0,8m$ . Giả sử tọa độ của động cơ chiếc quạt trần là  $I(a;b;c)$ . Khi đó  $a+b+c$  bằng bao nhiêu?

### Lời giải

**Trả lời:** 11,1

Điểm chính giữa của trần nhà (nơi treo móc treo của chiếc quạt trần) có tọa độ là  $S(5;3,6;3,3)$ .

Do thanh treo động cơ của quạt có độ dài  $0,8m$  nên độ cao của động cơ thấp hơn điểm chính giữa trần nhà là  $0,8m$ . Do đó tọa độ của động cơ là  $I(5;3,6;2,5)$ .

Suy ra  $a+b+c = 5+3,6+2,5 = 11,1$ .

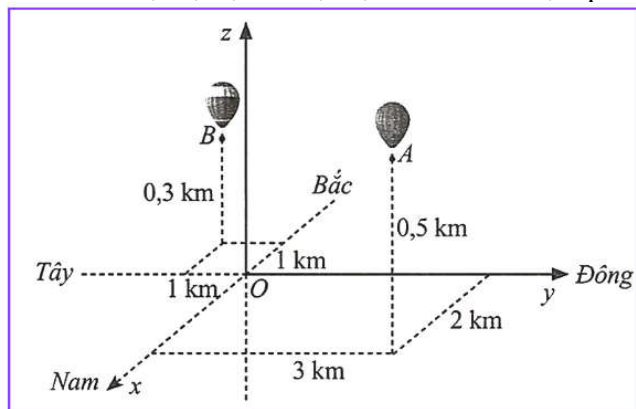
**Câu 5.** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát  $3\text{ km}$  về phía Đông và  $2\text{ km}$  về phía Nam, đồng thời cách mặt đất  $0,5\text{ km}$ ; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát  $1\text{ km}$  về phía Bắc và  $1\text{ km}$  về phía Tây, đồng thời cách mặt đất  $0,3\text{ km}$ . Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

### Lời giải

**Trả lời:** 5,1

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc  $O$  đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất với trục  $Ox$  hướng về phía Nam, trục  $Oy$  hướng về phía Đông và trục  $Oz$  hướng thẳng lên trời (đơn vị đo lấy theo kilômét).

Khi đó  $O(0;0;0)$ ,  $A(2;3;0,5)$ ,  $B(-1;-1;0,3)$  lần lượt là vị trí xuất phát và vị trí của hai khinh khí cầu đối với hệ tọa độ đã chọn tại thời điểm được quan sát.



Gọi  $M$  là vị trí đứng của người quan sát.

Gọi  $B'(-1;-1;-0,3)$  là điểm đối xứng với  $B$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$ .

Ta có  $MA+MB = MA+MB'$ .

Suy ra  $MA+MB$  nhỏ nhất khi  $MA+MB'$  nhỏ nhất, nghĩa là khi và chỉ khi  $A, B', M$  thẳng hàng.

Gọi  $M(x_M; y_M; 0)$ , suy ra

$$\overrightarrow{MA} = (2 - x_M; 3 - y_M; 0, 5), \overrightarrow{MB'} = (-1 - x_M; -1 - y_M; -0, 3).$$

$A, B', M$  thẳng hàng nên  $\overrightarrow{MA}$  và  $\overrightarrow{MB'}$  cùng phương

$$\Rightarrow \frac{-1 - x_M}{2 - x_M} = \frac{-1 - y_M}{3 - y_M} = \frac{-0,3}{0,5} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{8} \\ y_M = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{8}; \frac{1}{2}; 0\right)$$

$$\text{Khi đó } \min(MA + MB) = \min(MA + MB') = AB' \approx 5,1 \text{ km}.$$

**Câu 6.** Trong không gian với  $Oxyz$ , xét mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(2; 0; 0), M(1; 1; 1)$  và cắt các tia  $Oy, Oz$  lần lượt tại hai điểm  $B, C$  ( $B, C$  khác gốc tọa độ  $O$ ). Diện tích tam giác  $ABC$  nhỏ nhất bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

**Lời giải**

**Trả lời:** 9,8

Giả sử mặt phẳng  $(P)$  cắt các tia  $Oy, Oz$  theo thứ tự tại các điểm  $B(0; b; 0), C(0; 0; c)$  với  $b, c > 0$ .

Suy ra phương trình mặt phẳng  $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ .

$$\text{Do } M(1; 1; 1) \in (P) \text{ nên } \frac{1}{2} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 2\sqrt{\frac{1}{bc}} \Rightarrow bc \geq 16.$$

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 c^2 + 4(b^2 + c^2)} \geq \frac{1}{2} \sqrt{b^2 c^2 + 8bc}.$$

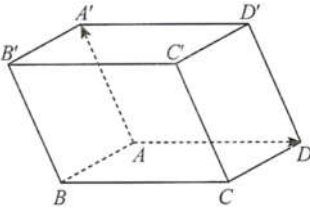
$$\text{Suy ra } S_{ABC} \geq \frac{1}{2} \sqrt{b^2 c^2 + 8bc} \geq 4\sqrt{6}. \text{ Dấu " = " xảy ra khi và chỉ khi } b = c = 4.$$

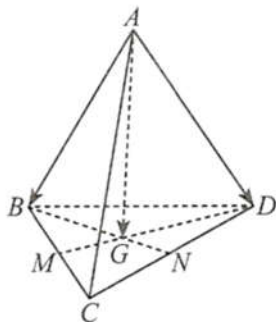
$$\text{Khi đó } \min S_{ABC} = 4\sqrt{6} \approx 9,8.$$

## BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC BÀI HỌC VECTO TRONG KHÔNG GIAN

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

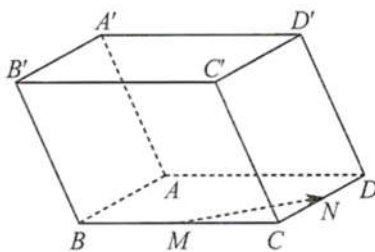
Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Lấy  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Phát biểu nào sau đây là sai?
- $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
  - $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .
  - $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$ .
  - $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$ .
- Câu 2.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AC}$ .
  - $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{AC'}$ .
  - $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{AC}$ .
  - $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{AC}$ .
- Câu 3.** Phát biểu nào sau đây là đúng?
- Với hai vectơ bất kì  $\vec{a}, \vec{b}$  và số thực  $k$ , ta có:  $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ .
  - Với hai vectơ bất kì  $\vec{a}, \vec{b}$  và số thực  $k$ , ta có:  $k(\vec{a} + \vec{b}) = \vec{a}k + \vec{b}k$ .
  - Với hai vectơ bất kì  $\vec{a}, \vec{b}$  và số thực  $k$ , ta có:  $(\vec{a} + \vec{b})k = \vec{a}k + \vec{b}k$ .
  - Với hai vectơ bất kì  $\vec{a}, \vec{b}$  và số thực  $k$ , ta có:  $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + \vec{b}k$ .
- Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}$  bằng:
- $30^\circ$ .
  - $45^\circ$ .
  - $120^\circ$ .
  - $60^\circ$ .
- Câu 5.** Cho hình lập phương  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DA'}$  bằng:
- $30^\circ$ .
  - $45^\circ$ .
  - $120^\circ$ .
  - $60^\circ$ .
- Câu 6.** Trong không gian, cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  tạo với nhau một góc  $60^\circ$  và  $|\vec{a}| = 3\text{cm}$ ,  $|\vec{b}| = 4\text{cm}$ . Khi đó  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  bằng:
- 12.
  - 6.
  - $6\sqrt{3}$ .
  - 6.
- Câu 7.** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Vectơ  $\overrightarrow{AI}$  cùng hướng với vectơ nào sau đây?
- $\overrightarrow{BI}$ .
  - $\overrightarrow{CD}$ .
  - $\overrightarrow{CI}$ .
  - $\overrightarrow{AB}$ .
- Câu 8.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  (Hình). Khi đó,  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$  bằng
- 
- $\overrightarrow{AD'}$ .
  - $\overrightarrow{AB'}$ .
  - $\overrightarrow{AC'}$ .
  - $\overrightarrow{AC}$ .
- Câu 9.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  (Hình). Khi đó  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$  bằng



- A.  $6\overrightarrow{AM}$ . B.  $3\overrightarrow{AN}$ . C.  $3\overrightarrow{AG}$ . D.  $6\overrightarrow{AG}$ .

**Câu 10.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $CD$  (Hình 9). Vector nào sau đây bằng  $2\overrightarrow{MN}$ ?



- A.  $\overrightarrow{AD}$ . B.  $\overrightarrow{A'C'}$ . C.  $\overrightarrow{B'D'}$ . D.  $\overrightarrow{BC}$ .

**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ . B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$ .  
C.  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$ . D.  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$ .

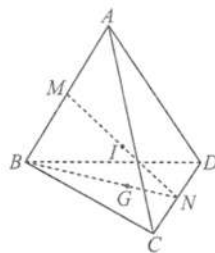
**Câu 12.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng 2. Khi đó  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$  bằng

- A. 2. B.  $-2\sqrt{3}$ . C.  $2\sqrt{3}$ . D. -2.

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

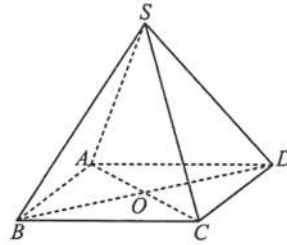
**Câu 1.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $I$  là trung điểm của  $MN$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  (Hình).



Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .  
b)  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$ .  
c)  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$ .  
d)  $3\overrightarrow{AI} - 2\overrightarrow{AG} = \vec{0}$ .

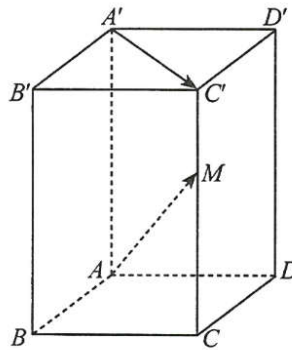
**Câu 2.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$ . Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$  (Hình).



Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$ .
- b)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ .
- c)  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$ .
- d)  $(\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}) \cdot (\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}) = 0$ .

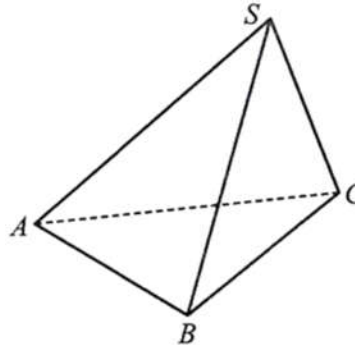
**Câu 3.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có  $AB=1$ ,  $AD=2$ ,  $AA'=3$ . Gọi  $M$  là một điểm trên đoạn  $CC'$  sao cho  $CM = 2MC'$  (Hình).



Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{AA'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CM}$ .
- b)  $\cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{A'C'}) = \frac{2}{3}$ .
- c)  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AA'}$ .
- d)  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{B'D} = 0$ .

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S \cdot ABC$  có  $SA=SB=SC=AB=AC=a$  và  $BC=a\sqrt{2}$  (Hình).



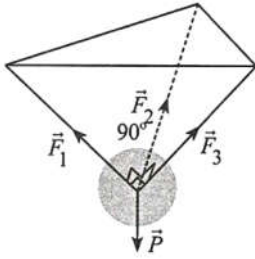
- a) Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  và tam giác  $SAB$  đều.
- b)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$  và  $(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{AB}) = 120^\circ$ .
- c)  $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$ .
- d)  $\cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}$ .



### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Treo một vật nặng có trọng lượng 30 N bởi ba sợi dây giống hệt nhau, các sợi dây đôi một tạo với nhau một góc  $90^\circ$  như Hình. Gọi  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  lần lượt là các lực căng của ba sợi dây nói trên. Độ lớn của lực  $\vec{F}_1$  bằng bao nhiêu Niutơn? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

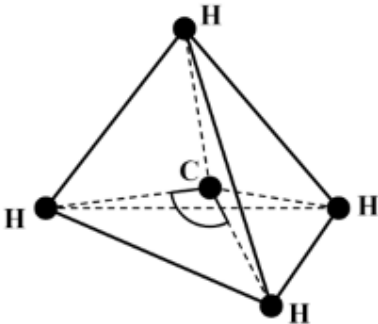


**Câu 2.** Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc  $100^\circ$  và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N. Tính độ lớn của hợp lực (N) của ba lực trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

**Câu 3.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có  $AB=1, AD=AA'=4$ . Độ dài của vectơ  $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC'}$  bằng bao nhiêu?

**Câu 4.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có tất cả các mặt bên là hình thoi cạnh  $2\sqrt{6}$ , các góc  $\widehat{BAA'} = \widehat{BAD} = \widehat{DAA'} = 60^\circ$ . Tính độ dài đường chéo  $AC'$ .

**Câu 5.** Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan  $CH_4$  được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết  $H-C-H$  là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tính số đo góc liên kết này (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



**Câu 6.** Cho tứ diện đều  $O \cdot ABC$  có cạnh bằng 3. Trên đoạn  $OA$  lấy điểm  $M$  sao cho  $\vec{MO} = -2\vec{MA}$  và trên đoạn  $BC$  lấy điểm  $N$  sao cho  $\vec{NB} = -\frac{1}{2}\vec{NC}$ . Tính độ dài vectơ  $\vec{MN}$  (làm tròn đến một chữ số thập phân)

## PHIẾU TRẢ LỜI

## PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

## Điểm

Điểm phần I: ..... đ

Điểm phần II: ..... đ

Điểm phần III: ..... đ

Tổng: ..... đ

## PHẦN II

Câu 1		Câu 2	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

## PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

## LỜI GIẢI THAM KHẢO

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Lấy  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Phát biểu nào sau đây là sai?

- A.  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
- B.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .
- C.  $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$ .
- D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$ .

**Lời giải**

Chọn B

**Câu 2.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AC}$ .
- B.  $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{AC'}$ .
- C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{AC}$ .
- D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{AC}$ .

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 3.** Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Với hai vectơ bất kì  $\vec{a}, \vec{b}$  và số thực  $k$ , ta có:  $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ .
- B. Với hai vectơ bất kì  $\vec{a}, \vec{b}$  và số thực  $k$ , ta có:  $k(\vec{a} + \vec{b}) = \vec{a}k + \vec{b}k$ .
- C. Với hai vectơ bất kì  $\vec{a}, \vec{b}$  và số thực  $k$ , ta có:  $(\vec{a} + \vec{b})k = \vec{a}k + \vec{b}k$ .
- D. Với hai vectơ bất kì  $\vec{a}, \vec{b}$  và số thực  $k$ , ta có:  $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + \vec{b}k$ .

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}$  bằng:

- A.  $30^\circ$ .
- B.  $45^\circ$ .
- C.  $120^\circ$ .
- D.  $60^\circ$ .

**Lời giải**

Chọn D

**Câu 5.** Cho hình lập phương  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DA'}$  bằng:

- A.  $30^\circ$ .
- B.  $45^\circ$ .
- C.  $120^\circ$ .
- D.  $60^\circ$ .

**Lời giải**

Chọn C

**Câu 6.** Trong không gian, cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  tạo với nhau một góc  $60^\circ$  và  $|\vec{a}| = 3\text{ cm}$ ,  $|\vec{b}| = 4\text{ cm}$ . Khi đó  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  bằng:

- A. 12.
- B. 6.
- C.  $6\sqrt{3}$ .
- D. -6.

**Lời giải**

Chọn B

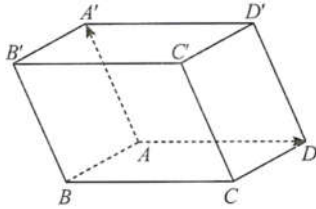
**Câu 7.** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Vector  $\overrightarrow{AI}$  cùng hướng với vector nào sau đây?

- A.  $\overrightarrow{BI}$ .
- B.  $\overrightarrow{CD}$ .
- C.  $\overrightarrow{CI}$ .
- D.  $\overrightarrow{AB}$ .

**Lời giải**

Chọn D

**Câu 8.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  (Hình). Khi đó,  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$  bằng



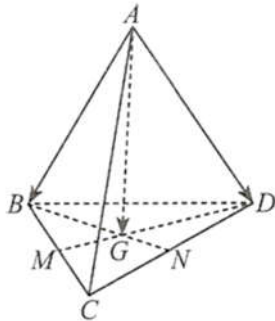
- A.  $\overrightarrow{AD'}$ .
- B.  $\overrightarrow{AB'}$ .
- C.  $\overrightarrow{AC'}$ .
- D.  $\overrightarrow{AC}$ .

**Lời giải**

Chọn A

Do tứ giác  $ADD'A'$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD'}$ .

**Câu 9.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  (Hình). Khi đó  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$  bằng



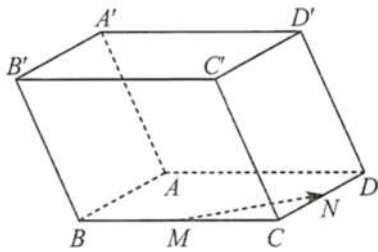
- A.  $6\overrightarrow{AM}$ .
- B.  $3\overrightarrow{AN}$ .
- C.  $3\overrightarrow{AG}$ .
- D.  $6\overrightarrow{AG}$ .

**Lời giải**

Chọn A

Do tứ giác  $ADD'A'$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD'}$ .

**Câu 10.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $CD$  (Hình 9). Vector nào sau đây bằng  $2\overrightarrow{MN}$  ?



- A.  $\overrightarrow{AD}$ .
- B.  $\overrightarrow{AC'}$ .
- C.  $\overrightarrow{B'D'}$ .
- D.  $\overrightarrow{BC}$ .

**Lời giải**

Chọn C

Ta có  $\overrightarrow{B'D'}$  cùng hướng với  $\overrightarrow{MN}$  và  $B'D' = 2MN$ , suy ra  $\overrightarrow{B'D'} = 2\overrightarrow{MN}$ .

**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ .
- B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$ .
- C.  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$ .
- D.  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ .

**Lời giải**

Chọn C

Tứ giác  $ACC'A'$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$ .

**Câu 12.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng 2. Khi đó  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$  bằng

- A. 2.
- B.  $-2\sqrt{3}$ .
- C.  $2\sqrt{3}$ .
- D. -2.

**Lời giải**

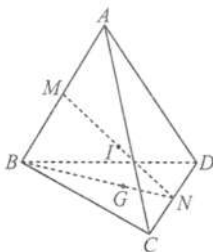
Chọn D

Ta có  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$   
 $= -AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = -2 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = -2$ .

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $I$  là trung điểm của  $MN$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  (Hình).



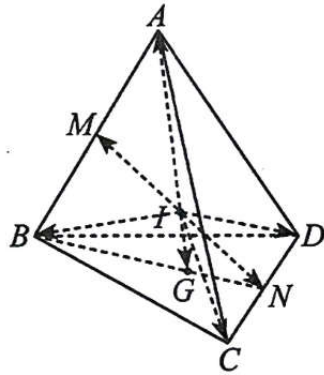
Khi đó:

- a)  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .
- b)  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$ .
- c)  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$ .

d)  $3\overrightarrow{AI} - 2\overrightarrow{AG} = \vec{0}$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a) Đúng.

Do  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  nên  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .

b) Đúng.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} \\ \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM}) + 2\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND}).$$

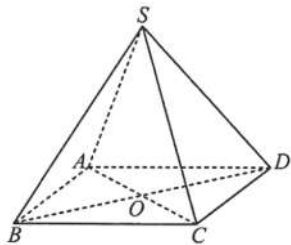
Vì  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  nên  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}, \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$ .Do đó  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$ .

c) Đúng.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MA} \\ \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MB} \\ \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IN} + \overrightarrow{NC} \\ \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IN} + \overrightarrow{ND} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = 2(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}) + (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND}) = \vec{0}$$

d) Sai.

Do  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$  nên  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AI}$ .Mặt khác, vì  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  nên  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$ .Suy ra  $4\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AG}$ , suy ra  $4\overrightarrow{AI} - 3\overrightarrow{AG} = \vec{0}$ .**Câu 2.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$ . Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$  (Hình).

Khi đó:

a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$ .

b)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ .

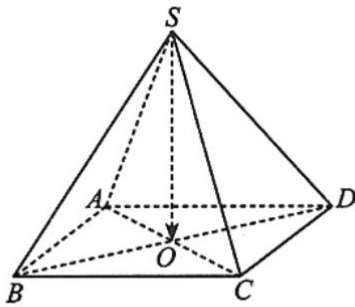
c)  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$ .

d)  $(\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}) \cdot (\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}) = 0$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------





a) Đúng.

Do tứ giác  $ABCD$  là hình vuông nên  $\overline{AB} = \overline{DC}$  nên  $\overline{AB} - \overline{DC} = \vec{0}$ , suy ra  $\overline{AB} + \overline{CD} = \vec{0}$ .

b) Đúng.

Vì tứ giác  $ABCD$  là hình vuông nên  $O$  là trung điểm của  $AC$ , suy ra  $\overline{OA} + \overline{OC} = \vec{0}$ .

c) Sai.

Vì tứ giác  $ABCD$  là hình vuông nên  $O$  là trung điểm của các cạnh  $AC, BD$ .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \overline{SA} + \overline{SC} = 2\overline{SO} \\ \overline{SB} + \overline{SD} = 2\overline{SO} \end{cases} \Rightarrow \overline{SA} + \overline{SB} + \overline{SC} + \overline{SD} = 4\overline{SO}.$$

d) Đúng.

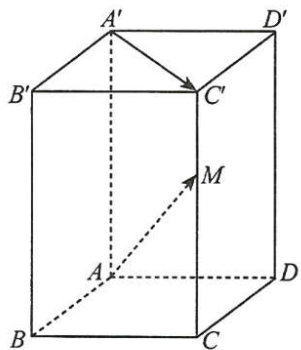
$$\text{Ta có } (\overline{SA} - \overline{SC}) \cdot (\overline{SB} + \overline{SD}) = \overline{CA} \cdot (2\overline{SO}) = 2\overline{CA} \cdot \overline{SO}.$$

Do hình chóp  $S.ABCD$  là hình chóp đều nên  $SO$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ , suy ra

$$\overline{SO} \perp \overline{CA} \Rightarrow \overline{CA} \cdot \overline{SO} = 0.$$

$$\text{Suy ra } (\overline{SA} - \overline{SC}) \cdot (\overline{SB} + \overline{SD}) = 0.$$

**Câu 3.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có  $AB = 1$ ,  $AD = 2$ ,  $AA' = 3$ . Gọi  $M$  là một điểm trên đoạn  $CC'$  sao cho  $CM = 2MC'$  (Hình).



Khi đó:

a)  $\overline{AA'} = \frac{3}{2} \overline{CM}$ .

b)  $\cos(\overline{AM}, \overline{AC'}) = \frac{2}{3}$ .

c)  $\overline{AM} = \overline{AB} + \overline{AD} + \frac{1}{3} \overline{AA'}$ .

d)  $\overline{AM} \cdot \overline{BD} = 0$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

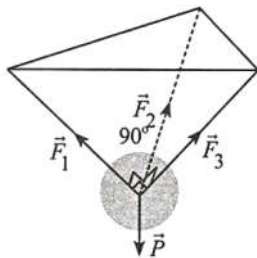


$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} &= (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} \\ &= \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{SA}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{2}. \\ \text{Suy ra } \cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) &= \frac{\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{SC}| \cdot |\overrightarrow{AB}|} = \frac{-\frac{a^2}{2}}{a^2} = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

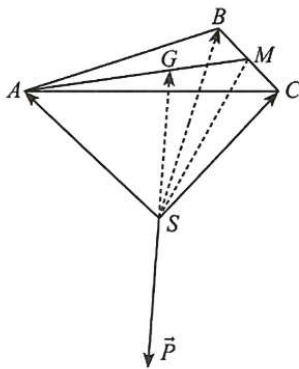
**Câu 1.** Treo một vật nặng có trọng lượng 30 N bởi ba sợi dây giống hệt nhau, các sợi dây đôi một tạo với nhau một góc  $90^\circ$  như Hình. Gọi  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  lần lượt là các lực căng của ba sợi dây nói trên. Độ lớn của lực  $\vec{F}_1$  bằng bao nhiêu Newton? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



#### Lời giải

**Trả lời: 52**

Xét tứ diện đều  $SABC$  có các cạnh  $SA, SB, SC$  biểu diễn độ lớn các lực căng dây và  $SP$  biểu diễn độ lớn của trọng lực tác dụng lên vật nặng  $S$ .



Ta có  $|\vec{F}_1| = SA, |\vec{F}_2| = SB, |\vec{F}_3| = SC, |\vec{P}| = SG$  và  $\overrightarrow{SG} + \overrightarrow{SP} = \vec{0}$ , trong đó  $G$  là trọng tâm của tam giác đều  $ABC$ .

Đặt  $x = SA, x > 0 \Rightarrow AC = x\sqrt{2}$ .

$$\text{Khi đó } AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \left( \frac{AC\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{x\sqrt{6}}{3}.$$

Mặt khác  $SG = SP = 30$  nên xét tam giác  $SAG$  vuông tại  $G$ , ta có

$$SA^2 = SG^2 + AG^2 \Leftrightarrow x^2 = 30^2 + \frac{2x^2}{3} \Leftrightarrow x = 30\sqrt{3} \approx 52(N).$$

**Câu 2.** Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc  $100^\circ$  và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N. Tính độ lớn của hợp lực (N) của ba lực trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

#### Lời giải

**Trả lời: 26**

Hợp lực của hai lực đầu tiên là  $\vec{F}_{12} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

→ Độ lớn hợp lực của hai lực đó là  $|\vec{F}_{12}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(F_1, F_2)} = 25,78(N)$

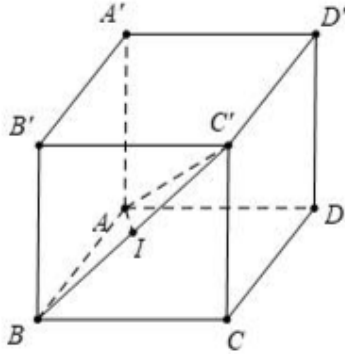
Lực  $\vec{F}_3$  vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho → Vector  $\vec{F}_3$  vuông góc với mọi vector nằm trong mặt phẳng tạo bởi  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$

→  $|\vec{F}| = |\vec{F}_3 + \vec{F}_{12}| = \sqrt{F_3^2 + F_{12}^2 + 2 \cdot F_3 \cdot F_{12} \cdot \cos(F_3, F_{12})} = 26(N)$

**Câu 3.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có  $AB=1, AD=AA'=4$ . Độ dài của vector  $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC'}$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

**Trả lời: 6**



Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC'$  ta có:

$$\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC'} = 2\vec{AI} \Rightarrow |\vec{u}| = |2\vec{AI}| = 2AI$$

$$BC' = \sqrt{BC^2 + CC'^2} = \sqrt{AD^2 + AA'^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow BI = 2\sqrt{2}$$

Ta có  $AB \perp (BCC'B') \Rightarrow AB \perp BC' \Rightarrow \triangle ABI$  vuông tại  $B$

$$\Rightarrow AI = \sqrt{AB^2 + BI^2} = \sqrt{1^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3.$$

Vậy  $|\vec{u}| = 2AI = 6$ .

**Câu 4.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có tất cả các mặt bên là hình thoi cạnh  $2\sqrt{6}$ , các góc  $\widehat{BAA'} = \widehat{BAD} = \widehat{DAA'} = 60^\circ$ . Tính độ dài đường chéo  $AC'$ .

**Lời giải**

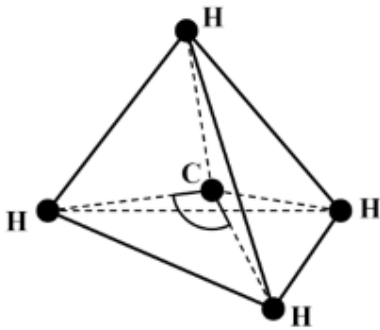
**Trả lời: 12**

Đặt  $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{AD} = \vec{b}, \vec{AA'} = \vec{c}$  thì  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 2\sqrt{6}$  và  $(\vec{a}; \vec{b}) = (\vec{b}; \vec{c}) = (\vec{c}; \vec{a}) = 60^\circ$ . Ta có:

$$\vec{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \Rightarrow AC'^2 = (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{a} \cdot \vec{c} + 2\vec{b} \cdot \vec{c}$$

$$= 3 \cdot (2\sqrt{6})^2 + 3 \cdot (2 \cdot 2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{6} \cdot \cos 60^\circ) = 144 \Rightarrow AC' = 12.$$

**Câu 5.** Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan  $CH_4$  được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết  $H-C-H$  là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tính số đo góc liên kết này (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



### Lời giải

Trả lời: 109

Xét tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm thì  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$  và  $GA = GB = GC = x$

Ta có:  $-\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}$ , bình phương hai vế ta được

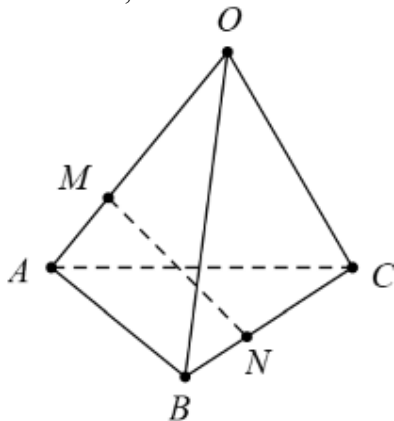
$$GA^2 = GB^2 + GC^2 + GD^2 + 2\overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + 2\overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GD} + 2\overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GD}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 3x^2 + 2x^2 \cos \alpha + 2x^2 \cos \alpha + 2x^2 \cos \alpha \Leftrightarrow -2x^2 = 6x^2 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{-1}{3} \Rightarrow \alpha \approx 109^\circ.$$

**Câu 6.** Cho tứ diện đều  $O \cdot ABC$  có cạnh bằng 3. Trên đoạn  $OA$  lấy điểm  $M$  sao cho  $\overrightarrow{MO} = -2\overrightarrow{MA}$  và trên đoạn  $BC$  lấy điểm  $N$  sao cho  $\overrightarrow{NB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{NC}$ . Tính độ dài vectơ  $\overrightarrow{MN}$  (làm tròn đến một chữ số thập phân)

### Lời giải

Trả lời: 2,2



Đặt  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$  thì  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$  và  $(\vec{a}; \vec{b}) = (\vec{b}; \vec{c}) = (\vec{c}; \vec{a}) = 60^\circ$ .

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{ON} = \frac{-2}{3}\vec{a} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BN} = \frac{-2}{3}\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{-2}{3}\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{3}(\vec{c} - \vec{b})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{-2}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} \Rightarrow MN^2 = \frac{4}{9}|\vec{a}|^2 + \frac{4}{9}|\vec{b}|^2 + \frac{1}{9}|\vec{c}|^2 - \frac{8}{9}\vec{a} \cdot \vec{b} - \frac{4}{9}\vec{a} \cdot \vec{c} + \frac{4}{9}\vec{b} \cdot \vec{c}$$

$$\Rightarrow MN^2 = 4 + 4 + 1 - \frac{8}{9} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} - \frac{4}{9} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{4}{9} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 5 \Rightarrow MN = \sqrt{5} \approx 2,2.$$

## BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC BÀI HỌC HỆ TRỤC TỌA ĐỘ - TỌA ĐỘ VECTƠ

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; -2; 1)$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ là  
 A.  $(2; 0; 1)$ .                      B.  $(2; -2; 0)$ .                      C.  $(0; -2; 1)$ .                      D.  $(0; 0; 1)$ .
- Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(3; 2; 1)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là:  
 A.  $(0; 2; 1)$ .                      B.  $(3; 0; 0)$ .                      C.  $(0; 0; 1)$ .                      D.  $(0; 2; 0)$ .
- Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-1; 5; 3)$ . Tọa độ của vector  $\overrightarrow{OA}$  là:  
 A.  $(-1; 5; 3)$ .                      B.  $(1; -5; -3)$ .                      C.  $(0; 5; 3)$ .                      D.  $(-1; 5; 0)$ .
- Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{u} = (1; -2; 4)$  và điểm  $A$ . Biết  $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$ . Tọa độ của điểm  $A$  là:  
 A.  $(1; 2; 4)$ .                      B.  $(1; -2; 4)$ .                      C.  $(-1; 2; -4)$ .                      D.  $(-1; -2; -4)$ .
- Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{u} = -3\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$ . Tọa độ của vector  $\vec{u}$  là:  
 A.  $(3; -1; 5)$ .                      B.  $(-3; 1; 5)$ .                      C.  $(-5; 1; -3)$ .                      D.  $(-3; 1; -5)$ .
- Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; -1; 4)$  và  $B(1; -3; -1)$ . Tọa độ của vector  $\overrightarrow{AB}$  là:  
 A.  $(-3; 2; 5)$ .                      B.  $(3; -2; -3)$ .                      C.  $(3; -2; -5)$ .                      D.  $(-3; -4; 3)$ .
- Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{u} = (1; 2; 3)$  và điểm  $A(-1; -1; 1)$ . Tọa độ điểm  $C$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AC} = \vec{u}$  là:  
 A.  $(0; 1; 4)$ .                      B.  $(-2; -3; -2)$ .                      C.  $(2; 3; 2)$ .                      D.  $(0; -1; -4)$ .
- Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0; 1; -1)$ ,  $B(2; 3; 2)$ . Vector  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là  
 A.  $(2; 2; 3)$ .                      B.  $(1; 2; 3)$ .                      C.  $(3; 5; 1)$ .                      D.  $(3; 4; 1)$ .
- Câu 9.** Trong không gian với trục hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Tọa độ của vector  $\vec{a}$  là:  
 A.  $\vec{a}(-1; 2; -3)$ .                      B.  $\vec{a}(2; -3; -1)$ .                      C.  $\vec{a}(-3; 2; -1)$ .                      D.  $\vec{a}(2; -1; -3)$ .
- Câu 10.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có chiều cao bằng 5 và độ dài cạnh đáy bằng 4. Lập hệ tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với tâm của hình vuông  $ABCD$ , tia  $Ox$  chứa  $A$ , tia  $Oy$  chứa  $B$  và tia  $Oz$  chứa  $S$ . Tọa độ của đỉnh  $S$  là:  
 A.  $(2; 2; 3)$ .                      B.  $(1; 2; 3)$ .                      C.  $(5; 0; 0)$ .                      D.  $(0; 0; 5)$ .
- Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình lăng trụ tam giác  $OAB.O'A'B'$  có  $A(1; 1; 7)$ ,  $B(2; 4; 7)$  và điểm  $O'$  thuộc tia  $Ox$  sao cho  $OO' = 3$ . Tìm tọa độ  $A'$   
 A.  $(2; 1; 3)$ .                      B.  $(4; 1; 7)$ .                      C.  $(5; 4; 1)$ .                      D.  $(1; 0; 5)$ .
- Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đỉnh  $A$  trùng với gốc  $O$  và các đỉnh  $D, B, A'$  có tọa độ lần lượt là  $(3; 0; 0), (0; -1; 0), (0; 0; -2)$ . Xác định tọa độ của  $C'$   
 A.  $(3; 0; 0)$ .                      B.  $(0; -1; 0)$ .                      C.  $(3; -1; 0)$ .                      D.  $(3; -1; -2)$ .

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A'(1;0;1), B'(2;1;2), D'(1;-1;1), C(4;5;-5)$ . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Tọa độ của vector  $\overrightarrow{A'D'}$  là  $(0;-1;0)$ .
- b) Gọi tọa độ của điểm  $B$  là  $(x_B; y_B; z_B)$ , ta có tọa độ của vector  $\overrightarrow{BC}$  là  $(x_B - 4; y_B - 5; z_B + 5)$ .
- c) Trong hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ , ta có:  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'D'}$ .
- d) Tọa độ điểm  $B$  là  $(4;4;-5)$ .

**Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCD$  có ba đỉnh  $A(1;2;3), B(5;0;-1)$  và  $C(4;3;6)$ .

- a) Tọa độ của vector  $\overrightarrow{AB}$  là  $(4;-2;-4)$ .
- b) Gọi tọa độ của điểm  $D$  là  $(x_D; y_D; z_D)$ , ta có tọa độ của vector  $\overrightarrow{CD}$  là  $(x_D - 4; y_D - 3; z_D - 6)$ .
- c) Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành khi và chỉ khi  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .
- d) Tọa độ của điểm  $D$  là  $(8;1;2)$ .

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(4;6;-5), B(5;7;-4), C(5;6;-4), D'(2;0;2)$ . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$ .
- b) Tọa độ của điểm  $D$  là  $(4;5;-5)$ .
- c)  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'}$
- d) Tọa độ của điểm  $C'$  là  $(1;3;1)$

**Câu 4.** Cho điểm  $M(3;-1;2)$ . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Tọa độ điểm  $M'(-3;1;-2)$  là điểm đối xứng của điểm  $M$  qua gốc tọa độ  $O$
- b) Tọa độ điểm  $O'(6;-2;4)$  là điểm đối xứng của điểm  $O$  qua điểm  $M$ .
- c) Khoảng cách từ  $M$  đến gốc tọa độ bằng  $MO = 14$
- d) Khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(Oxz)$  bằng 2

## Phần 3. Câu trả lời ngắn.

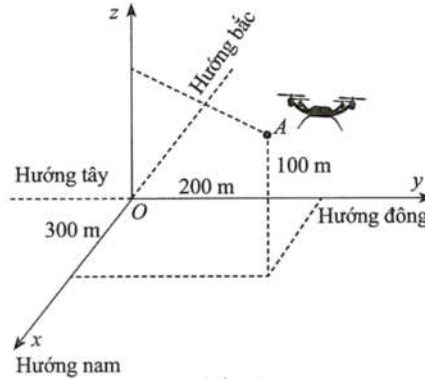
Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho ba điểm  $A(1;1;1), B(-1;1;0)$  và  $C(3;1;-1)$ . Gọi  $M(a;b;c)$  là điểm thuộc mặt phẳng  $(Oxz)$  và cách đều ba điểm  $A, B, C$ . Tính tổng  $6a + b + 6c$

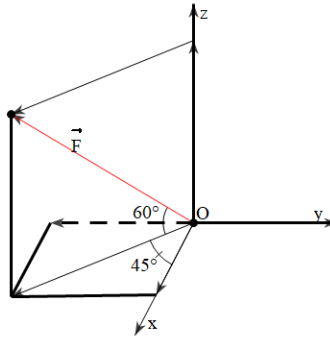
**Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(4;6;-5), B(5;7;-4), C(5;6;-4)$  và  $D'(2;0;2)$ . Biết điểm  $B'(a;b;c)$ , tính  $3a - b + c$  ?

**Câu 3.** Trong quá trình cất cánh của một máy bay không người lái: Ban đầu máy bay ở vị trí  $A$ , máy bay cách vị trí điều khiển 300 m về phía nam và 200 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 100 m (Hình 10). Một phút sau, máy bay ở vị trí  $B$  cách vị trí điều khiển 1200 m về phía nam và 2100 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 250 m. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc  $O$  trùng với vị trí điều khiển, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất, trục  $Ox$  có hướng trùng với hướng nam, trục  $Oy$  có hướng trùng với hướng đông, trục  $Oz$  vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên trục tương ứng với 1 m.

Ta xác định được tọa độ vectơ dịch chuyển  $\overrightarrow{AB}$  của máy bay không người lái đó là  $(a;b;c)$ . Tính  $a+b+c$

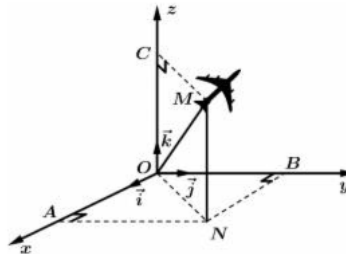


**Câu 4.** Người ta kéo vật nặng bằng một lực  $\vec{F}$  có cường độ 100 N (Hình).



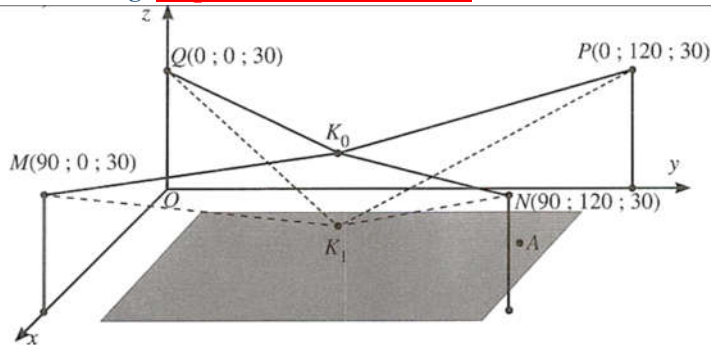
Biểu diễn tọa độ vectơ  $\vec{F}$  trong hệ tọa độ đã cho trong hình ta được  $\vec{F} = (x;y;z)$ , khi đó  $x + y + z\sqrt{3}$  bằng bao nhiêu?

**Câu 5.** Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ  $Oxyz$  được thiết lập như Hình vẽ, cho biết  $M$  là vị trí của máy bay,  $OM = 14$ ;  $\widehat{NOB} = 32^\circ$ ;  $\widehat{MOC} = 65^\circ$ . Biết điểm  $M(a;b;c)$ . Tính tổng  $a + 2b + 3c$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



**Câu 6.** Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm  $M(90;0;30)$ ,  $N(90;120;30)$ ,  $P(0;120;30)$ ,  $Q(0;0;30)$  (Hình).





Giả sử  $K_0$  là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và  $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$ . Để theo dõi quả bóng đến vị trí  $A$ , camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm  $K_1$  có cao độ bằng 19. Tìm tọa độ của vector  $\overrightarrow{K_0K_1}$  là  $(a; b; c)$ . Tính  $a + b - c$

### PHIẾU TRẢ LỜI

#### PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

#### PHẦN II

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
Đúng Sai	Đúng Sai	Đúng Sai	Đúng Sai
a) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	a) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
b) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	b) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
c) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	c) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
d) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	d) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>

#### PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>

Điểm
Điểm phần I: ..... đ
Điểm phần II: ..... đ
Điểm phần III: ..... đ
Tổng: ..... đ

## LỜI GIẢI THAM KHẢO

**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; -2; 1)$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ là

- A.  $(2; 0; 1)$ .                      **B.**  $(2; -2; 0)$ .                      C.  $(0; -2; 1)$ .                      D.  $(0; 0; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có hình chiếu của điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  là điểm  $M'(x_0; y_0; 0)$ .

Do đó hình chiếu của điểm  $M(2; -2; 1)$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  là điểm  $M'(2; -2; 0)$ .

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(3; 2; 1)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là:

- A.  $(0; 2; 1)$ .                      **B.**  $(3; 0; 0)$ .                      C.  $(0; 0; 1)$ .                      D.  $(0; 2; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-1; 5; 3)$ . Tọa độ của vector  $\overrightarrow{OA}$  là:

- A.  $(-1; 5; 3)$ .  
B.  $(1; -5; -3)$ .  
C.  $(0; 5; 3)$ .  
D.  $(-1; 5; 0)$ .

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{u} = (1; -2; 4)$  và điểm  $A$ . Biết  $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$ . Tọa độ của điểm  $A$  là:

- A.  $(1; 2; 4)$ .  
B.  $(1; -2; 4)$ .  
C.  $(-1; 2; -4)$ .  
D.  $(-1; -2; -4)$ .

**Lời giải**

Chọn B

**Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{u} = -3\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$ . Tọa độ của vector  $\vec{u}$  là:

- A.  $(3; -1; 5)$ .  
B.  $(-3; 1; 5)$ .  
C.  $(-5; 1; -3)$ .  
D.  $(-3; 1; -5)$ .

**Lời giải**

Chọn D

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; -1; 4)$  và  $B(1; -3; -1)$ . Tọa độ của vector  $\overrightarrow{AB}$  là:

- A.  $(-3; 2; 5)$ .  
B.  $(3; -2; -3)$ .

C.  $(3; -2; -5)$ .

D.  $(-3; -4; 3)$ .

**Lời giải**

Chọn C

**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{u} = (1; 2; 3)$  và điểm  $A(-1; -1; 1)$ . Tọa độ điểm  $C$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AC} = \vec{u}$  là:

A.  $(0; 1; 4)$ .

B.  $(-2; -3; -2)$ .

C.  $(2; 3; 2)$ .

D.  $(0; -1; -4)$ .

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0; 1; -1)$ ,  $B(2; 3; 2)$ . Vector  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là  
A.  $(2; 2; 3)$ .                      B.  $(1; 2; 3)$ .                      C.  $(3; 5; 1)$ .                      D.  $(3; 4; 1)$ .

**Lời giải**

Hai điểm  $A(0; 1; -1)$ ,  $B(2; 3; 2)$ . Vector  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là  $(2; 2; 3)$ .

**Câu 9.** Trong không gian với trục hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Tọa độ của vector  $\vec{a}$  là:  
A.  $\vec{a}(-1; 2; -3)$ .                      B.  $\vec{a}(2; -3; -1)$ .                      C.  $\vec{a}(-3; 2; -1)$ .                      D.  $\vec{a}(2; -1; -3)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

+) Ta có  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{a}(x; y; z)$  nên  $\vec{a}(-1; 2; -3)$ . Do đó Chọn A

**Câu 10.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có chiều cao bằng 5 và độ dài cạnh đáy bằng 4. Lập hệ tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với tâm của hình vuông  $ABCD$ , tia  $Ox$  chứa  $A$ , tia  $Oy$  chứa  $B$  và tia  $Oz$  chứa  $S$ . Tọa độ của đỉnh  $S$  là:

A.  $(2; 2; 3)$ .

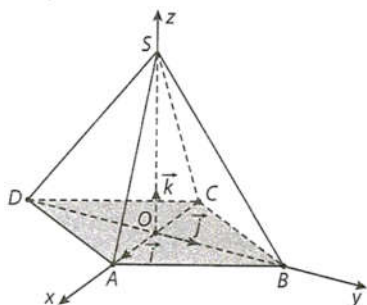
B.  $(1; 2; 3)$ .

C.  $(5; 0; 0)$ .

D.  $(0; 0; 5)$ .

**Lời giải**

Chọn D



Ta có  $SO$  là đường cao của hình chóp, suy ra  $SO = 5$ . Vì điểm  $S$  thuộc tia  $Oz$  nên  $\overrightarrow{OS}$  cùng hướng với  $\vec{k}$ , do đó  $\overrightarrow{OS} = 5\vec{k}$ . Suy ra  $S(0; 0; 5)$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình lăng trụ tam giác  $OAB.O'A'B'$  có  $A(1; 1; 7)$ ,  $B(2; 4; 7)$  và điểm  $O'$  thuộc tia  $Ox$  sao cho  $OO' = 3$ . Tìm tọa độ  $A'$

A.  $(2; 1; 3)$ .

B.  $(4; 1; 7)$ .

C.  $(5; 4; 1)$ .

D.  $(1; 0; 5)$ .

**Lời giải**

Từ giả thiết ta có  $\overrightarrow{OO'} = 3\vec{i}$ , suy ra  $\overrightarrow{OO'} = (3; 0; 0)$ . Suy ra  $O'(3; 0; 0)$ . Vì tứ giác  $OAA'O'$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{OO'} = (3; 0; 0)$ . Vì toạ độ của  $A$  là  $(1; 1; 7)$  nên toạ độ của  $A'$  là  $(3+1; 0+1; 0+7)$ , tức là  $A'(4; 1; 7)$ .

**Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đỉnh  $A$  trùng với gốc  $O$  và các đỉnh  $D, B, A'$  có toạ độ lần lượt là  $(3; 0; 0), (0; -1; 0), (0; 0; -2)$ . Xác định toạ độ của  $C'$

- A.  $(3; 0; 0)$ .      B.  $(0; -1; 0)$ .      C.  $(3; -1; 0)$ .      **D.  $(3; -1; -2)$ .**

**Lời giải**

Từ giả thiết suy ra các đỉnh  $D, B, A'$  lần lượt thuộc các trục  $Ox, Oy, Oz$ . Ta có  $D(3; 0; 0)$  và  $B(0; -1; 0)$ , suy ra  $C(3; -1; 0)$ . Lại có  $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'} = (0; 0; -2)$ , suy ra  $C'(3; -1; -2)$ .

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A'(1; 0; 1), B'(2; 1; 2), D'(1; -1; 1), C(4; 5; -5)$ . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Toạ độ của vector  $\overrightarrow{A'D'}$  là  $(0; -1; 0)$ .  
b) Gọi toạ độ của điểm  $B$  là  $(x_B; y_B; z_B)$ , ta có toạ độ của vector  $\overrightarrow{BC}$  là  $(x_B - 4; y_B - 5; z_B + 5)$ .  
c) Trong hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ , ta có:  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'D'}$ .  
**d) Toạ độ điểm  $B$  là  $(4; 4; -5)$ .**

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có:  $\overrightarrow{A'D'} = (1-1; -1-0; 1-1) = (0; -1; 0)$ .

Gọi toạ độ của điểm  $B$  là  $(x_B; y_B; z_B)$ , ta có:  $\overrightarrow{BC} = (4-x_B; 5-y_B; -5-z_B)$ .

Trong hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ , ta có:  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'D'}$ .

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 4-x_B=0 \\ 5-y_B=-1 \\ -5-z_B=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B=4 \\ y_B=6 \\ z_B=-5 \end{cases}$$

Vậy toạ độ của điểm  $B(4; 6; -5)$ .

**Câu 2.** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCD$  có ba đỉnh  $A(1; 2; 3), B(5; 0; -1)$  và  $C(4; 3; 6)$ .

- a) Toạ độ của vector  $\overrightarrow{AB}$  là  $(4; -2; -4)$ .  
b) Gọi toạ độ của điểm  $D$  là  $(x_D; y_D; z_D)$ , ta có toạ độ của vector  $\overrightarrow{CD}$  là  $(x_D - 4; y_D - 3; z_D - 6)$ .  
c) Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành khi và chỉ khi  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .  
**d) Toạ độ của điểm  $D$  là  $(8; 1; 2)$ .**

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (5-1; 0-2; -1-3) = (4; -2; -4)$ .

Gọi toạ độ của điểm  $D$  là  $(x_D; y_D; z_D)$ , ta có:  $\overrightarrow{CD} = (x_D - 4; y_D - 3; z_D - 6)$ .

Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x_D = 4 \\ 3 - y_D = -2 \\ 6 - z_D = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 5 \\ z_D = 10. \end{cases}$$

Vậy tọa độ của điểm  $D(0;5;10)$ .

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có  $A(4;6;-5), B(5;7;-4), C(5;6;-4), D'(2;0;2)$ . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$ .
- b) Tọa độ của điểm  $D$  là  $(4;5;-5)$ .
- c)  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'}$
- d) Tọa độ của điểm  $C'$  là  $(1;3;1)$

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$ .

b) Gọi tọa độ của điểm  $D$  là  $(x_D; y_D; z_D)$ , ta có:  $\overrightarrow{DC} = (5 - x_D; 6 - y_D; -4 - z_D)$ . Trong hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ , ta có:  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 5 - x_D = 1 \\ 6 - y_D = 1 \\ -4 - z_D = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 5 \\ z_D = -5. \end{cases}$$

Vậy tọa độ của điểm  $D(4;5;-5)$ .

c) d) Tương tự, từ các đẳng thức vector  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'}$ , ta suy ra được tọa độ của các điểm còn lại  $A'(2;1;2), B'(3;2;3)$  và  $C'(3;1;3)$ .

**Câu 4.** Cho điểm  $M(3;-1;2)$ . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Tọa độ điểm  $M'(-3;1;-2)$  là điểm đối xứng của điểm  $M$  qua gốc tọa độ  $O$
- b) Tọa độ điểm  $O'(6;-2;4)$  là điểm đối xứng của điểm  $O$  qua điểm  $M$ .
- c) Khoảng cách từ  $M$  đến gốc tọa độ bằng  $MO = 14$
- d) Khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(Oxz)$  bằng 2

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a)  $M'(-3;1;-2)$ .

b)  $O'(6;-2;4)$ .

c)  $MO = \sqrt{14}$

d) Khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(Oxz)$  bằng 1.

**Phần 3. Câu trả lời ngắn.**

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho ba điểm  $A(1;1;1), B(-1;1;0)$  và  $C(3;1;-1)$ . Gọi  $M(a;b;c)$  là điểm thuộc mặt phẳng  $(Oxz)$  và cách đều ba điểm  $A, B, C$ . Tính tổng  $6a + b + 6c$

**Lời giải**

Trả lời: -2

Vì  $M(a;b;c) \in (Oxz)$  nên  $b = 0$ .

$$M \text{ cách đều ba điểm } A, B, C \Leftrightarrow \begin{cases} MA = MB \\ MA = MC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MA^2 = MB^2 \\ MA^2 = MC^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1-a)^2 + (1-0)^2 + (1-c)^2 = (-1-a)^2 + (1-0)^2 + (0-c)^2 \\ (1-a)^2 + (1-0)^2 + (1-c)^2 = (3-a)^2 + (1-0)^2 + (-1-c)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{5}{6}; c = -\frac{7}{6}.$$

Suy ra  $6a + b + 6c = -2$ .

**Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(4;6;-5), B(5;7;-4), C(5;6;-4)$  và  $D'(2;0;2)$ . Biết điểm  $B'(a;b;c)$ , tính  $3a - b + c$  ?

**Lời giải**

**Trả lời:** 10

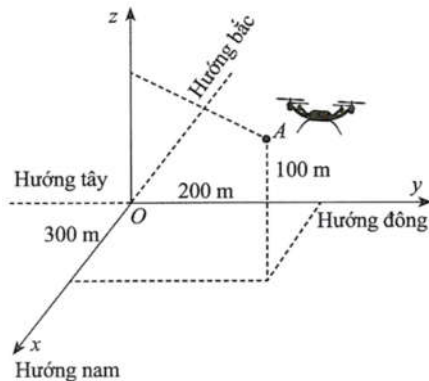
Ta có:  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (1;1;1) = (5-x_D; 6-y_D; -4-z_D) \Rightarrow D(4;5;-5)$ .

Lại có:  $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'} = (-2; -5; 7)$

Suy ra  $B'(3;2;3) \Rightarrow 3a - b + c = 9 - 2 + 3 = 10$ .

**Câu 3.** Trong quá trình cất cánh của một máy bay không người lái: Ban đầu máy bay ở vị trí  $A$ , máy bay cách vị trí điều khiển 300 m về phía nam và 200 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 100 m (Hình 10). Một phút sau, máy bay ở vị trí  $B$  cách vị trí điều khiển 1200 m về phía nam và 2100 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 250 m.

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc  $O$  trùng với vị trí điều khiển, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất, trục  $Ox$  có hướng trùng với hướng nam, trục  $Oy$  có hướng trùng với hướng đông, trục  $Oz$  vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên trục tương ứng với 1 m. Ta xác định được tọa độ vector dịch chuyển  $\overrightarrow{AB}$  của máy bay không người lái đó là  $(a;b;c)$ . Tính  $a + b + c$



**Lời giải**

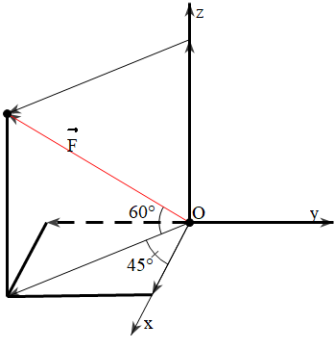
**Trả lời:** 2950

Từ giả thiết ta có tọa độ của điểm  $A$  là  $A(300;200;100)$ , tọa độ của điểm  $B$  là  $B(1200;2100;250)$ . Do đó, ta có:

$\overrightarrow{AB} = (1200 - 300; 2100 - 200; 250 - 100)$  hay  $\overrightarrow{AB} = (900;1900;150)$ .

Vậy  $a + b + c = 2950$

**Câu 4.** Người ta kéo vật nặng bằng một lực  $\vec{F}$  có cường độ 100 N (Hình).



Biểu diễn tọa độ vectơ  $\vec{F}$  trong hệ tọa độ đã cho trong hình ta được  $\vec{F} = (x; y; z)$ , khi đó  $x + y + z\sqrt{3}$  bằng bao nhiêu?

## Lời giải

**Trả lời: 150**

$$\vec{F} = (x; y; z), \text{ ta có:}$$

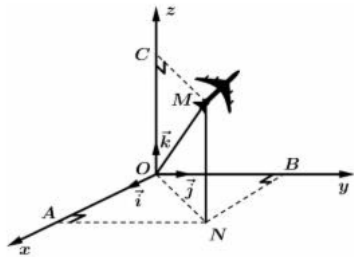
$$x = 100 \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ = 25\sqrt{2};$$

$$y = -100 \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ = -25\sqrt{2};$$

$$z = 100 \cdot \sin 60^\circ = 50\sqrt{3}.$$

Vậy  $\vec{F} = (25\sqrt{2}; -25\sqrt{2}; 50\sqrt{3})$  hay  $x + y + z\sqrt{3} = 150$

**Câu 5.** Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ toạ độ  $Oxyz$  được thiết lập như Hình vẽ, cho biết  $M$  là vị trí của máy bay,  $OM = 14$ ;  $\widehat{NOB} = 32^\circ$ ;  $\widehat{MOC} = 65^\circ$ . Biết điểm  $M(a; b; c)$ . Tính tổng  $a + 2b + 3c$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



## Lời giải

**Trả lời: 46**

Xét  $\triangle OMN$  vuông tại  $N$  có  $\cos \widehat{MON} = \frac{ON}{OM} \Rightarrow ON = OM \cdot \cos \widehat{MON} = 14 \cdot \cos 25^\circ \approx 12,69$ .

+) Xét  $\Delta AON$  vuông tại  $A$ , có  $\cos \widehat{AON} = \frac{OA}{ON}$

$$\Rightarrow OA = ON \cdot \cos \widehat{AON} = 12,69 \cdot \cos 58^\circ \approx 6,72.$$

+) Xét  $\Delta ONB$  vuông tại  $B$ , có

$$\cos \widehat{NOB} = \frac{OB}{ON} \Rightarrow OB = ON \cdot \cos \widehat{NOB} = 12,69 \cdot \cos 32^\circ \approx 10,76.$$

+) Xét  $\triangle OCM$  vuông tại  $C$ , có  $\cos \widehat{MOC} = \frac{OC}{OM} \Rightarrow OC = OM \cdot \cos \widehat{MOC} = 14 \cdot \cos 65^\circ \approx 5,92$ .

vì  $\overrightarrow{OA}$  và  $\vec{i}$  cùng hướng và  $OA=6,72$  nên  $\overrightarrow{OA}=6,72\vec{i}$ . vì  $\overrightarrow{OB}$  và  $\vec{j}$  cùng hướng và  $OB=10,67$  nên  $\overrightarrow{OB}=10,67\vec{j}$ . Vì  $\overrightarrow{OC}$  và  $\vec{k}$  cùng hướng và  $OC=5,92$  nên  $\overrightarrow{OC}=5,92\vec{k}$ . Áp dụng quy tắc hình hộp, ta có:

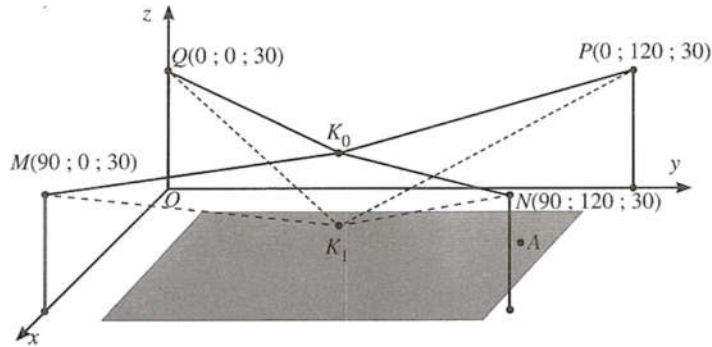
$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 6,72\vec{i} + 10,67\vec{j} + 5,92\vec{k}$$

$$\Rightarrow M(6, 72; 10, 67; 5, 92)$$

$$\Rightarrow a + 2b + 3c = 6,72 + 2 \cdot 10,67 + 3 \cdot 5,92 = 46.$$



**Câu 6.** Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm  $M(90; 0; 30)$ ,  $N(90; 120; 30)$ ,  $P(0; 120; 30)$ ,  $Q(0; 0; 30)$  (Hình).



Giả sử  $K_0$  là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và  $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$ . Để theo dõi quả bóng đến vị trí  $A$ , camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm  $K_1$  có cao độ bằng 19. Tìm tọa độ của vector  $\overrightarrow{K_0K_1}$  là  $(a; b; c)$ . Tính  $a + b - c$

**Lời giải**

**Trả lời: 6**

Gọi  $I(x_I; y_I; z_I)$  là tâm của hình chữ nhật  $MNPQ$ .

Ta có  $\overrightarrow{MI} = (x_I - 90; y_I - 0; z_I - 30)$ ,  $\overrightarrow{IP} = (0 - x_I; 120 - y_I; 30 - z_I)$ .

$I$  là trung điểm của  $MP$  khi và chỉ khi  $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{IP} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I - 90 = 0 - x_I \\ y_I - 0 = 120 - y_I \\ z_I - 30 = 30 - z_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 45 \\ y_I = 60 \\ z_I = 30 \end{cases}$

Vậy tọa độ điểm  $I(45; 60; 30)$ .

Các điểm  $I, K_0, K_1$  nằm trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng  $(Oxy)$ . Mà  $K_0$  có cao độ bằng 25 nên  $K_0(45; 60; 25)$ ;  $K_1$  có cao độ bằng 19 nên  $K_1(45; 60; 19)$ . Suy ra  $\overrightarrow{K_0K_1} = (0; 0; -6)$ .