

CHỦ ĐỀ 9. KHOẢNG CÁCH TRONG KHÔNG GIAN

• PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

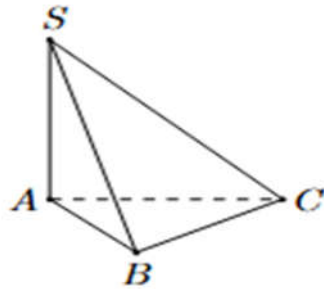
CÂU HỎI (vì là ngân hàng được tách ra từ các trường, cho nên có trùng lặp câu hỏi thì do các trường tham khảo nhau)

Khoảng cách

Câu 1. (THPT Gia Bình - Bắc Ninh 2025) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD = 2a$, $SA = a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

- A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$. D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 2. (THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2025) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = AB = 2a$, tam giác ABC vuông tại B (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng



- A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{2}$. C. a . D. $2a$

Câu 3. (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An 2025) Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng $6cm$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh BC, CD và G trọng tâm của tam giác ABD . Mặt phẳng (GMN) cắt các cạnh AB, AD tại E, F . Độ dài đoạn thẳng EF bằng

- A. $4cm$. B. $3cm$. C. $5cm$. D. $2cm$.

Câu 4. (HSG Hải Phòng 2025) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SAC) bằng

- A. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. B. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. C. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 5. (HSG Vũng Tàu 2025) Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm AB . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SE và BC .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 6. (Cụm trường THPT Bắc Ninh 2025) Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 7. (Chuyên Vinh 2025) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và BB' bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

- Câu 8. (KHTN Hà Nội 2025)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm A' đến đường thẳng BD bằng
- A. $a\sqrt{6}$. B. $2a$. C. $a\sqrt{5}$. D. $2a\sqrt{2}$.
- Câu 9. (Sở Đà Nẵng 2025)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB) bằng
- A. BD . B. SD . C. DA . D. SA .
- Câu 10. (Sở Sơn La 2025)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAD) là độ dài đoạn thẳng nào dưới đây.
- A. BD . B. AB . C. SA . D. AC .
- Câu 11. (THPT Hoàng Hóa 2-Thanh Hóa 2025)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A' đến mp $(ABCD)$ bằng
- A. $\frac{a}{2}$. B. a . C. $2a$. D. $3a$.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

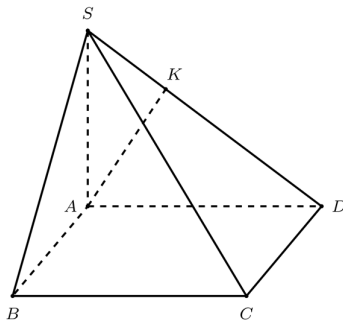
Khoảng cách

- Câu 1. (THPT Gia Bình - Bắc Ninh 2025)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD = 2a$, $SA = a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

- A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$. D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

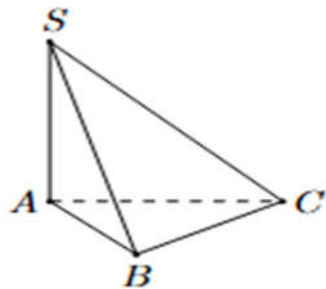


Vẽ $AK \perp SD$ tại K , mà $CD \perp AK$ (do $CD \perp (SAD)$ và $AK \subset (SAD)$)

Từ đó suy ra $d(A; (SCD)) = AK$

$$\text{Xét } \triangle SAD \text{ vuông tại } A \text{ ta có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

- Câu 2. (THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2025)** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = AB = 2a$, tam giác ABC vuông tại B (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $a\sqrt{3}$.

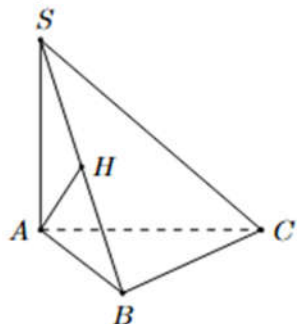
B. $a\sqrt{2}$.

C. a .

D. $2a$

Lời giải

Chọn B



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$, $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

Kẻ $AH \perp SB$ và $AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (SBC)$, suy ra khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng AH .

Xét tam giác SAH , ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow AH = a\sqrt{2}$.

Câu 3. (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An 2025) Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 6cm . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của

cạnh BC, CD và G trọng tâm của tam giác ABD . Mặt phẳng (GMN) cắt các cạnh AB, AD tại E, F . Độ dài đoạn thẳng EF bằng

A. 4cm .

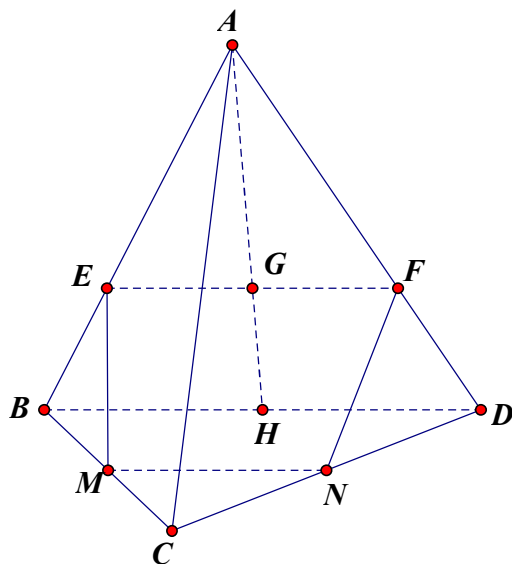
B. 3cm .

C. 5cm .

D. 2cm .

Lời giải

Chọn A



Ta có MN là đường trung bình của tam giác BCD nên $MN \parallel BD$.

Suy ra $BD \parallel (GMN)$, $BD \subset (ABD)$

G là điểm chung của hai mặt phẳng (GMN) và (ABD)

Do đó giao tuyến của (GMN) , (ABD) là đường thẳng d đi qua điểm G và $\parallel BD$.

Khi đó E là giao điểm của đường thẳng d và AB .

F là giao điểm của đường thẳng d và AD .

Xét tam giác ABD có $EF \parallel BD$ nên $\frac{EF}{BD} = \frac{AG}{AH} = \frac{2}{3}$

Vậy $EF = 4cm$.

Câu 4. (HSG Hải Phòng 2025) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$.

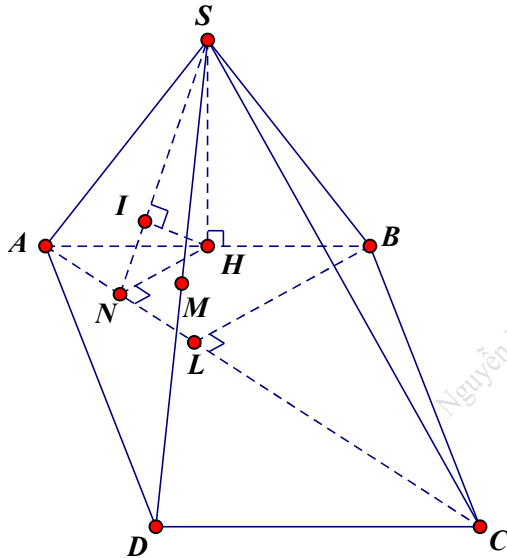
B. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của đoạn AB .

Do tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$. Suy ra $SH \perp (ABCD)$

Ta có $d(M, (SAC)) = \frac{1}{2}d(D, (SAC)) = \frac{1}{2}d(B, (SAC)) = d(H, (SAC))$

Gọi L là chân đường cao kẻ từ đỉnh B của tam giác ABC .

Gọi N là chân đường cao kẻ từ đỉnh H của tam giác AHC .

Suy ra $HN = \frac{1}{2}BL$

Ta có $AC \perp HN$ và $AC \perp SH$ nên $AC \perp (SHN)$. Suy ra $(SAC) \perp (SHN)$

$(SAC) \cap (SHN) = SN$

Gọi I là chân đường cao kẻ từ đỉnh H của tam giác SHN .

HI vuông góc với giao tuyến SN nên $HI \perp (SAC)$

Do đó $d(H, (SAC)) = HI$

Xét tam giác vuông ABC , có $\frac{1}{BL^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow BL = \frac{2a}{\sqrt{5}} \Rightarrow HN = \frac{a}{\sqrt{5}}$

Tam giác SAB đều cạnh a nên $SH = a \frac{\sqrt{3}}{2}$

Xét tam giác vuông SHN , có $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HN^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{5}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{19}{3a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{57}}{19}$

Vậy $d(M, (SAC)) = d(H, (SAC)) = HI = \frac{\sqrt{57}a}{19}$

Câu 5. (HSG Vũng Tàu 2025) Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm AB . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SE và BC .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

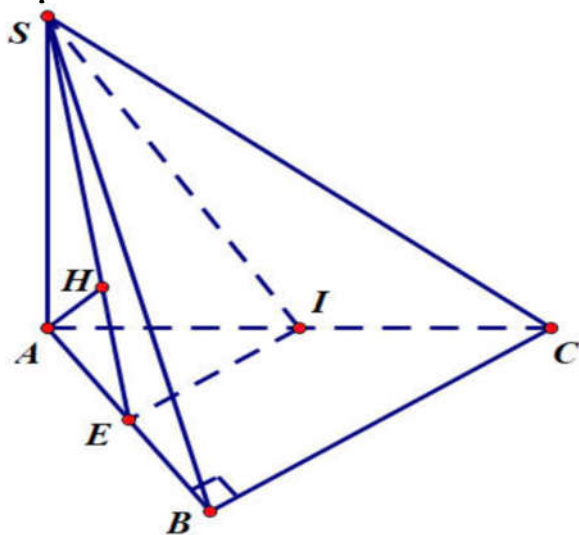
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ đường thẳng $EI // BC$.

Do đó $BC // (SEI)$

Nên $d(SE; BC) = d(BC; SEI) = d(B; SEI)$.

Vì E là trung điểm AB nên $d(B; SEI) = d(A; SEI)$.

Kẻ $AH \perp SE$ và $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$.

Mà $BC // EI$ nên $BC \perp AH$. Do đó $AH \perp (SEI)$.

$$d(B; SEI) = d(A; SEI) = \sqrt{\frac{SA^2 \cdot AE^2}{SA^2 + AE^2}} = \sqrt{\frac{2a^2 \cdot \frac{a^2}{4}}{2a^2 + \frac{a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 6. (Cụm trường THPT Bắc Ninh 2025) Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

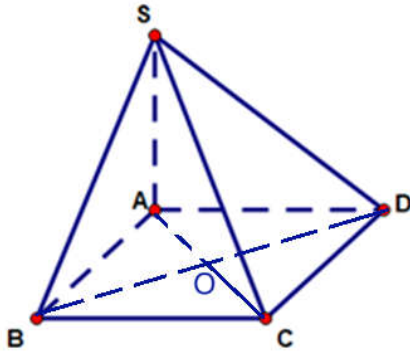
B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $O = AC \cap BD$.

Ta có $\left. \begin{array}{l} BO \perp AC \\ BO \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BO \perp (SAC)$.

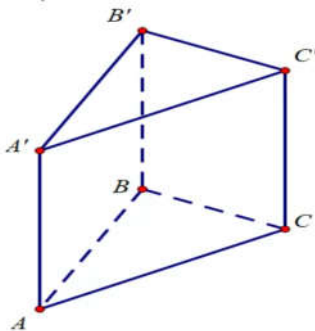
$$\Rightarrow d(B; (SAC)) = BO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Câu 7. (Chuyên Vinh 2025) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và BB' bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



$d(AC', BB') = d(BB', (ACC')) = d(B, (ACC')) = BH$, với BH là đường cao xuất phát từ đỉnh B của tam giác đều ABC .

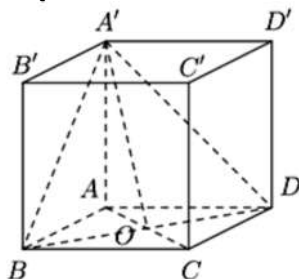
Do đó khoảng cách đó bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 8. (KHTN Hà Nội 2025) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm A' đến đường thẳng BD bằng

- A. $a\sqrt{6}$. B. $2a$. C. $a\sqrt{5}$. D. $2a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Theo tính chất hình lập phương ta có $A'B = A'D = BD = 2a\sqrt{2}$. Suy ra $\triangle A'BD$ đều.

Gọi O là trung điểm BD suy ra $A'O \perp BD$.

$$\text{Ta có } A'O = \frac{BD\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{6}.$$

Câu 9. (Sở Đà Nẵng 2025) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$.

Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. BD . B. SD . C. DA . D. SA .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \begin{cases} DA \perp AB \\ DA \perp SA \end{cases} \Rightarrow DA \perp (SAB) \text{ nên } d(D, (SAB)) = DA.$$

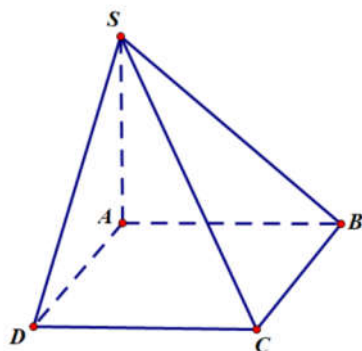
Câu 10. (Sở Sơn La 2025) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật. Khoảng cách từ điểm B

đến mặt phẳng (SAD) là độ dài đoạn thẳng nào dưới đây.

- A. BD . B. AB . C. SA . D. AC .

Lời giải

Chọn B



Ta có $AB \perp AD$ do $ABCD$ là hình chữ nhật.

$SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp AB$

Suy ra $AB \perp (SAD)$

Do đó $d(B, (SAD)) = AB$

Câu 11. (THPT Hoàng Hóa 2-Thành Hóa 2025) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A' đến mp $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. a . C. $2a$. D. $3a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $A'A \perp (ABCD)$ nên khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $A'A = a$.