

## BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC BÀI HỌC

### TÍNH ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

#### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 0)$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 2)$ .      D.  $(0; 2)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$	$0$	$-\infty$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 0)$ .      B.  $(4; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 0)$ .      D.  $(-2; -1)$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = -x(2x - 5), \forall x \in \mathbb{R}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $f(-2) < f(-1)$ .      B.  $f(0) > f(2)$ .  
C.  $f(3) > f(5)$ .      D.  $f(3) > f(2)$ .

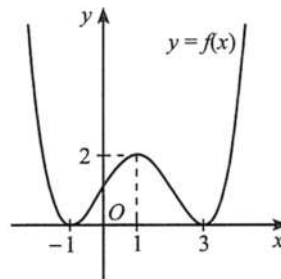
**Câu 4.** Cho hàm số  $y = \frac{x}{x-1}$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .  
B. Hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .  
C. Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .  
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .

**Câu 5.** Trong các hàm số sau, hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  là:

- A.  $y = x - \frac{1}{x}$ .      B.  $y = 2x^3 - x^2 + 5x + 1$ .  
C.  $y = x^4 + 2x^2 - 3$ .      D.  $y = 2x^2 + 3$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như Hình.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 0)$ .      B.  $(3; +\infty)$ .      C.  $(-1; 1)$ .      D.  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$3$	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$+$	$0$	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

- A. 0.      B. 1.      C. 2.      D. 3.

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	2	4	-5	2	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -5$ .  
 B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.  
 C. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$ .  
 D. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 4$ .

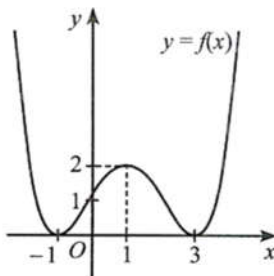
**Câu 9.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x^2 - 1)^2(x - 2), \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = 2x^3 + 3x + 2$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có 3 cực trị. B. Hàm số có 2 cực trị.  
 C. Hàm số có 1 cực trị. D. Hàm số không có cực trị.

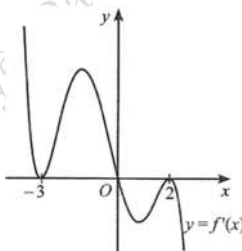
**Câu 11.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như Hình.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là:

- A. 2. B. 1. C. -1. D. 0.

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như Hình.



Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x)$  là:

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

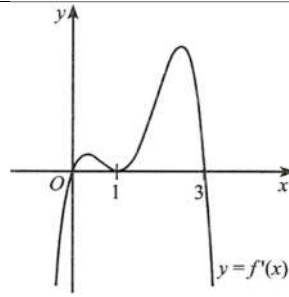
**Câu 1.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$ .

- a)  $y' = 3x^2 - 3$ .  
 b)  $y' = 0$  khi  $x = -1, x = 1$ .  
 c)  $y' > 0$  khi  $x \in (-1; 1)$  và  $y' < 0$  khi  $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ .  
 d) Giá trị cực đại của hàm số là  $f_{CD} = 0$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 5x^2 - 24x - 18$ .

- a) Hàm số có hai cực trị.  
 b) Hàm số đạt cực đại tại  $x = -\frac{4}{3}$ , giá trị cực đại là  $\frac{10}{27}$ .  
 c) Hàm số đồng biến trong khoảng  $(3; +\infty)$ .  
 d) Hàm số đồng biến trong khoảng  $\left(-\frac{4}{3}; 3\right)$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như Hình.



- a)  $f'(x) = 0$  khi  $x = 0, x = 1, x = 3$ .  
b) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .  
c)  $f'(x) > 0$  khi  $x \in (0; 3)$ .  
d) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 3)$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = x \cdot e^x$ .

- a)  $y' = e^x + x \cdot e^x$ .  
b)  $y' = 0$  khi  $x = -1, x = 0$ .  
c)  $y' > 0$  khi  $x \in (-1; +\infty)$  và  $y' < 0$  khi  $x \in (-\infty; -1)$ .  
d) Hàm số đạt cực đại tại  $x = -1$ .

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = x^3 + mx^2 + 3x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 2.** Một chất điểm chuyển động lên, xuống theo phương thẳng đứng. Độ cao  $h(t)$  của chất điểm tại thời điểm  $t$  (giây) được cho bởi công thức

$$h(t) = \frac{1}{3}t^3 - 4t^2 + 12t + 1, \quad 0 \leq t \leq 8.$$

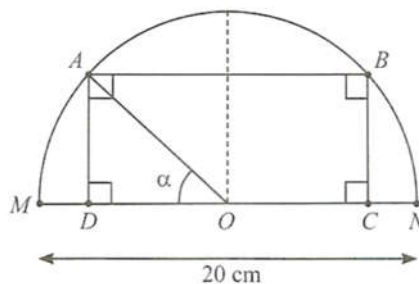
Biết rằng trong khoảng thời gian chất điểm chuyển động đi xuống là  $(a; b)$ . Tính  $b - a$

**Câu 3.** Độ cao (tính bằng mét) của tàu lượn siêu tốc so với mặt đất sau  $t$  (giây) ( $0 \leq t \leq 20$ ) từ lúc bắt đầu được cho bởi công thức

$$h(t) = -\frac{4}{255}t^3 + \frac{49}{85}t^2 - \frac{98}{17}t + 20.$$

Biết rằng trong khoảng thời gian tàu lượn đi lên là  $(a; b)$ . Tính  $a + b$

**Câu 4.** Cho điểm  $A$  di động trên nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $MN = 20 \text{ cm}$ ,  $\widehat{MOA} = \alpha$  với  $0 \leq \alpha \leq \pi$ . Lấy điểm  $B$  thuộc nửa đường tròn và  $C, D$  thuộc đường kính  $MN$  được xác định sao cho  $ABCD$  là hình chữ nhật. Khi  $A$  di động từ trái sang phải, khi đó trong khoảng  $(a; b)$  của  $\alpha$  thì diện tích của hình chữ nhật  $ABCD$  tăng. Tính  $a + b$  (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



**Câu 5.** Người ta thấy rằng trong vòng 3 năm tính từ đầu năm 2020, giá thành  $P$  của một loại sản phẩm vào tháng thứ  $t$  thay đổi theo công thức

$$P(t) = 80t^3 - 3600t^2 + 48000t + 100000 \text{ (đồng)} \text{ với } 0 \leq t \leq 36.$$

Hãy cho biết giá thành đạt cực đại tại tháng thứ mấy?

**Câu 6.** Một cửa hàng ước tính số lượng sản phẩm  $q(0 \leq q \leq 100)$  bán được phụ thuộc vào giá bán  $p$  (tính bằng nghìn đồng) theo công thức  $p + 2q = 300$ . Chi phí cửa hàng cần chi để nhập về  $q$  sản phẩm là  $C(q) = 0,05q^3 - 5,7q^2 + 295q + 300$  (nghìn đồng)  
Hỏi cửa hàng đạt lợi nhuận lớn nhất khi  $q$  bằng bao nhiêu?

### PHIẾU TRẢ LỜI

#### PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

#### PHẦN II

Câu 1		Câu 2	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d) <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

#### PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm
Điểm phần I: ..... đ
Điểm phần II: ..... đ
Điểm phần III: ..... đ
Tổng: ..... đ

## LỜI GIẢI THAM KHẢO

**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 0)$ . B.  $(2; +\infty)$ . C.  $(-\infty; 2)$ . D.  $(0; 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$	$0$		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 0)$ . B.  $(4; +\infty)$ . C.  $(-\infty; 0)$ . D.  $(-2; -1)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = -x(2x - 5), \forall x \in \mathbb{R}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $f(-2) < f(-1)$ . B.  $f(0) > f(2)$ .  
C.  $f(3) > f(5)$ . D.  $f(3) > f(2)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = \frac{x}{x-1}$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .  
B. Hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .  
C. Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .  
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

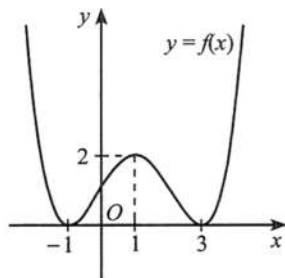
**Câu 5.** Trong các hàm số sau, hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  là:

- A.  $y = x - \frac{1}{x}$ . B.  $y = 2x^3 - x^2 + 5x + 1$ .  
C.  $y = x^4 + 2x^2 - 3$ . D.  $y = 2x^2 + 3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như Hình.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-\infty; 0)$ .

B.  $(3; +\infty)$ .

C.  $(-1; 1)$ .

D.  $(-\infty; -1)$ .

Lời giải

Chọn D

Câu 7. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$3$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Câu 8. Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$2$	$4$	$-5$	$2$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -5$ .

B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$ .

D. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 4$ .

Lời giải

Chọn C

Câu 9. Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x^2 - 1)(x - 2), \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Câu 10. Cho hàm số  $y = 2x^3 + 3x + 2$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có 3 cực trị.

B. Hàm số có 2 cực trị.

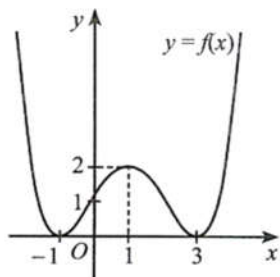
C. Hàm số có 1 cực trị.

D. Hàm số không có cực trị.

Lời giải

Chọn D

Câu 11. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như Hình.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. 2.

B. 1.

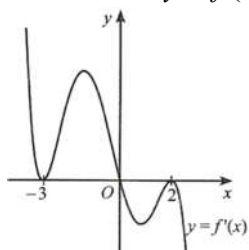
C. -1.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

Câu 12. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như Hình.



Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x)$  là:

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$ .

a)  $y' = 3x^2 - 3$ .

b)  $y' = 0$  khi  $x = -1, x = 1$ .

c)  $y' > 0$  khi  $x \in (-1; 1)$  và  $y' < 0$  khi  $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ .

d) Giá trị cực đại của hàm số là  $f_{CD} = 0$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 5x^2 - 24x - 18$ .

a) Hàm số có hai cực trị.

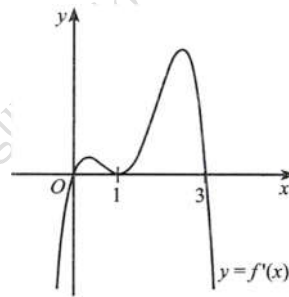
b) Hàm số đạt cực đại tại  $x = -\frac{4}{3}$ , giá trị cực đại là  $\frac{10}{27}$ .

c) Hàm số đồng biến trong khoảng  $(3; +\infty)$ .

d) Hàm số đồng biến trong khoảng  $\left(-\frac{4}{3}; 3\right)$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như Hình.

a)  $f'(x) = 0$  khi  $x = 0, x = 1, x = 3$ .

b) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .

c)  $f'(x) > 0$  khi  $x \in (0; 3)$ .

d) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 3)$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = x \cdot e^x$ .

a)  $y' = e^x + x \cdot e^x$ .

b)  $y' = 0$  khi  $x = -1, x = 0$ .

c)  $y' > 0$  khi  $x \in (-1; +\infty)$  và  $y' < 0$  khi  $x \in (-\infty; -1)$ .

d) Hàm số đạt cực đại tại  $x = -1$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

**Phần 3. Câu trả lời ngắn.**

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.



**Câu 1.** Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = x^3 + mx^2 + 3x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

Trả lời: 7

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$ .

Ta có:  $y' = 3x^2 + 2mx + 3$ .

Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  và  $y' = 0$  chỉ tại hữu hạn điểm trong  $\mathbb{R}$ .

Do  $y'$  là tam thức bậc hai có hệ số  $a = 3 > 0$ , nên điều kiện trên của  $y'$  tương đương với  $\Delta = 4m^2 - 36 \leq 0$  hay  $m \in [-3; 3]$ .

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $m \in [-3; 3]$ .

**Câu 2.** Một chất điểm chuyển động lên, xuống theo phương thẳng đứng. Độ cao  $h(t)$  của chất điểm tại thời điểm  $t$  (giây) được cho bởi công thức

$$h(t) = \frac{1}{3}t^3 - 4t^2 + 12t + 1, 0 \leq t \leq 8.$$

Biết rằng trong khoảng thời gian chất điểm chuyển động đi xuống là  $(a; b)$ . Tính  $b - a$

**Lời giải**

Trả lời: 4

Ta có hàm  $v(t) = h'(t) = t^2 - 8t + 12$ .

Khi đó chất điểm chuyển động đi lên ( $h(t)$  tăng) khi  $t$  trong các khoảng  $(0; 2)$  và  $(6; 8)$ , đi xuống ( $h(t)$  giảm) khi  $t$  trong khoảng  $(2; 6)$ .

Vậy  $b - a = 4$ .

**Câu 3.** Độ cao (tính bằng mét) của tàu lượn siêu tốc so với mặt đất sau  $t$  (giây) ( $0 \leq t \leq 20$ ) từ lúc bắt đầu được cho bởi công thức

$$h(t) = -\frac{4}{255}t^3 + \frac{49}{85}t^2 - \frac{98}{17}t + 20.$$

Biết rằng trong khoảng thời gian tàu lượn đi lên là  $(a; b)$ . Tính  $a + b$

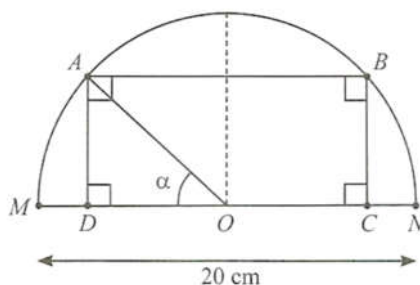
**Lời giải**

Trả lời: 24,5

Tàu lượn đi xuống khi  $t$  trong các khoảng  $(0; 7)$  và  $(17; 20)$ , tàu lượn đi lên khi  $t$  trong khoảng  $(7; 17)$ .

Khi đó  $a + b = 24,5$

**Câu 4.** Cho điểm  $A$  di động trên nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $MN = 20\text{ cm}$ ,  $\widehat{MOA} = \alpha$  với  $0 \leq \alpha \leq \pi$ . Lấy điểm  $B$  thuộc nửa đường tròn và  $C, D$  thuộc đường kính  $MN$  được xác định sao cho  $ABCD$  là hình chữ nhật. Khi  $A$  di động từ trái sang phải, khi đó trong khoảng  $(a; b)$  của  $\alpha$  thì diện tích của hình chữ nhật  $ABCD$  tăng. Tính  $a + b$  (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



**Lời giải**

Trả lời: 1,57

Diện tích của hình chữ nhật là  $y = 200 \sin \alpha \cos \alpha = 100 \sin 2\alpha$ .

Ta có  $y' = 200 \cos \alpha$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$ .



$x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
$y'$	+	0	-
$y$			

Diện tích  $ABCD$  tăng trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ , giảm trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

**Câu 5.** Người ta thấy rằng trong vòng 3 năm tính từ đầu năm 2020, giá thành  $P$  của một loại sản phẩm vào tháng thứ  $t$  thay đổi theo công thức

$$P(t) = 80t^3 - 3600t^2 + 48000t + 100000 \text{ (đồng) với } 0 \leq t \leq 36.$$

Hãy cho biết giá thành đạt cực đại tại tháng thứ mấy?

**Lời giải**

**Trả lời:** 10

Giá thành tăng khi  $t$  trong khoảng  $(0; 10)$  và  $(20; 36)$ , giảm khi  $t$  trong khoảng  $(10; 20)$ .

Giá thành đạt cực đại khi  $t = 10$  tháng và đạt cực tiểu khi  $t = 20$  tháng.

**Câu 6.** Một cửa hàng ước tính số lượng sản phẩm  $q$  ( $0 \leq q \leq 100$ ) bán được phụ thuộc vào giá bán  $p$  (tính bằng nghìn đồng) theo công thức  $p + 2q = 300$ . Chi phí cửa hàng cần chi để nhập về  $q$  sản phẩm là  $C(q) = 0,05q^3 - 5,7q^2 + 295q + 300$  (nghìn đồng)

Hỏi cửa hàng đạt lợi nhuận lớn nhất khi  $q$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

Trả lời: 50

Công thức tính lợi nhuận  $I$  của cửa hàng khi nhập về và bán được  $q$  sản phẩm là

$$\begin{aligned} I &= pq - C = q(300 - 2q) - (0,05q^3 - 5,7q^2 + 295q + 300) \\ &= -0,05q^3 + 3,7q^2 + 5q - 300 \end{aligned}$$

Xét  $I' = -0,15q^2 + 7,4q + 5 = 0 \Leftrightarrow q = -\frac{2}{3}$  (loại) hoặc  $q = 50$ .

$x$	0	50	100	
$I'$		+	0	-
$I$				

The graph shows a profit function  $I(q)$  on the interval  $[0, 100]$ . The x-axis represents quantity  $q$  and the y-axis represents profit  $I$ . The function starts at  $(0, -300)$ , reaches a maximum at  $q=50$ , and ends at  $(100, -300)$ . The first derivative  $I'(q)$  is positive for  $q < 50$ , zero at  $q=50$ , and negative for  $q > 50$ . Arrows point from the x-axis to the curve at the points  $(0, -300)$ ,  $(50, \text{max})$ , and  $(100, -300)$ .

Lợi nhuận tăng khi  $q$  trong khoảng  $(0; 50)$ , giảm khi  $q$  trong khoảng  $(50; 100)$ .

Và khi  $q = 50$  thì cửa hàng đạt lợi nhuận lớn nhất.

**BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC BÀI HỌC**  
**GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ**

**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.**

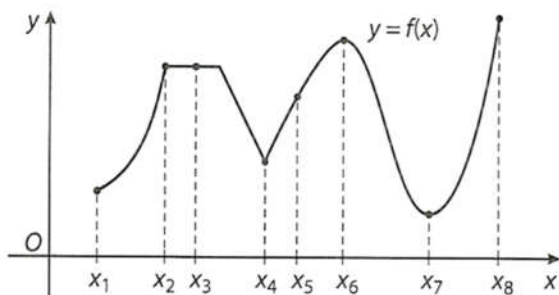
*Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.*

- Câu 1.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 4}$  bằng:  
 A. 2.                                      B. 4.                                      C. 0.                                      D. 1.
- Câu 2.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-2}$  trên nửa khoảng  $[-3; 2)$  bằng:  
 A.  $-\frac{7}{5}$                                       B. 7.                                      C.  $\frac{7}{5}$ .                                      D. -7.
- Câu 3.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$  trên đoạn  $[-2; 0]$  bằng:  
 A. 40.                                      B. 8.                                      C. 33.                                      D. 35.
- Câu 4.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sqrt{5-4x}$  trên đoạn  $[-1; 1]$  bằng:  
 A. 9.                                      B. 3.                                      C. 1.                                      D. 0.
- Câu 5.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{2x+1}{1-x}$  trên đoạn  $[2; 3]$  bằng:  
 A. 0.                                      B. -2.                                      C. 1.                                      D. -5.
- Câu 6.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x^2-3x}{x+1}$  trên đoạn  $[0; 3]$  bằng:  
 A. 0.                                      B. 1.                                      C. 2.                                      D. 3.
- Câu 7.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x + 1 + \frac{1}{x+1}$  trên đoạn  $[1; 2]$  bằng:  
 A. 2.                                      B.  $\frac{5}{2}$ .                                      C.  $\frac{10}{3}$ .                                      D. -2.
- Câu 8.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = x + \sqrt{2} \cos x$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  bằng:  
 A.  $\sqrt{2}$ .                                      B.  $\sqrt{3}$ .                                      C.  $\frac{\pi}{4} + 1$ .                                      D.  $\frac{\pi}{2}$ .
- Câu 9.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = e^{x^3-3x+3}$  trên đoạn  $[0; 2]$  bằng:  
 A.  $e^2$ .                                      B.  $e^3$ .                                      C.  $e^5$ .                                      D.  $e$ .
- Câu 10.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \ln(x^2 + x + 2)$  trên đoạn  $[1; 3]$  bằng:  
 A.  $\ln 14$ .                                      B.  $\ln 12$ .                                      C.  $\ln 4$ .                                      D.  $\ln 10$ .
- Câu 11.** Giá trị nhỏ nhất  $m$ , giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = x\sqrt{4-x^2}$  lần lượt bằng:  
 A.  $m = 0, M = 2$ .                                      B.  $m = -2, M = 2$ .                                      C.  $m = -2, M = 0$ .                                      D.  $m = 0, M = 4$ .
- Câu 12.** Biết giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{(\ln x)^2}{x}$  trên đoạn  $[1; e^3]$  là  $M = \frac{a}{e^b}$ , trong đó  $a, b$  là các số tự nhiên. Khi đó  $a^2 + 2b^3$  bằng:  
 A. 22.                                      B. 24.                                      C. 32.                                      D. 135.

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.**

*Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai*

**Câu 1.** Sử dụng đồ thị hàm số  $y = f(x)$



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm  $x_8$ .
- b) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm  $x_7$ .
- c) Hàm số đạt cực đại tại điểm  $x_6$ .
- d) Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm  $x_4$  và  $x_7$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a)  $\max_{[-4;4]} f(x) = 40$  đạt được khi  $x = -1$ .
- b)  $\min_{[-4;4]} f(x) = 8$  đạt được khi  $x = 3$ .
- c) Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất trên  $\mathbb{R}$ .
- d) Giá trị cực tiểu của  $f(x)$  bằng 8.

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2}$ .
- b)  $x = 1$  là điểm cực tiểu của của hàm số.
- c) Hàm số có hai điểm cực trị.
- d) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng  $-\frac{1}{2}$ .

**Câu 4.** Doanh thu hằng tháng  $R$  của một sản phẩm mới trong một khoảng thời gian dự kiến tuân theo hàm logistic:  $R = R(t) = \frac{20000}{1 + 50e^{-t}} - \frac{20000}{51}, t \geq 0$ , trong đó thời gian  $t$  được tính bằng tháng.

- a) Doanh thu bán hàng hằng tháng luôn tăng theo thời gian.
- b) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng tăng trong khoảng thời gian  $(\ln 50; +\infty)$
- c) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng giảm trong khoảng thời gian  $(0; \ln 50)$
- d) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng đạt mức tối đa tại thời điểm  $t = \ln 50$

**Phần 3. Câu trả lời ngắn.**

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho  $a$  và  $b$  là hai số không âm và có tổng bằng 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $a^4 + b^4$ .

**Câu 2.** Giả sử một chiếc xe tải khi di chuyển với tốc độ  $x$  dặm/giờ sẽ tiêu thụ nhiên liệu ở mức  $\frac{1}{200} \left( \frac{2500}{x} + x \right)$  gallon/dặm. Nếu giá nhiên liệu là 3,6 USD/gallon thì chi phí nhiên liệu  $C$  (tính bằng USD) khi lái xe 200 dặm với tốc độ  $x$  dặm/giờ được cho bởi công thức

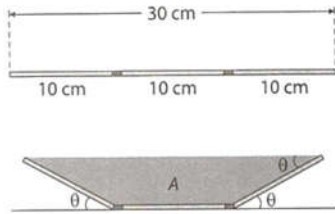
$C = C(x) = 3,6 \cdot \left( \frac{2500}{x} + x \right)$ . Ở đây, dặm và gallon là những đơn vị đo lường phổ biến của Mỹ.

Biết rằng tốc độ (dặm/giờ) của xe tải trên một tuyến đường cao tốc bị hạn chế trong khoảng  $[10; 75]$ . Hỏi lái xe ở tốc độ bao nhiêu dặm/giờ thì chi phí nhiên liệu sẽ ít nhất?

**Câu 3.** Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích  $V$  (lít) của lượng xăng trong bình xăng tính theo thời gian bơm xăng  $t$  (phút) được cho bởi công thức:  $V(t) = 300(t^2 - t^3) + 4$  với  $0 \leq t \leq 0,5$ .

Khi xăng chảy vào bình xăng, gọi  $V'(t)$  là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm  $t$  với  $0 \leq t \leq 0,5$ . Xăng chảy vào bình xăng ở thời điểm nào có tốc độ tăng thể tích là lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

**Câu 4.** Máng xối nước mưa được làm bằng một miếng nhôm rộng 30 cm. Sau khi đánh dấu chiều dài 10 cm từ mỗi cạnh, miếng nhôm được gấp lên một góc  $\theta$  (xem hình vẽ).



Diện tích  $S \text{ (cm}^2\text{)}$  của mặt cắt ngang của máng được biểu thị dưới dạng một hàm số của  $\theta$  như sau:  $S = S(\theta) = 100 \sin \theta (\cos \theta + 1), 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ .

Khi góc  $\theta$  bằng  $\frac{a\pi}{b}$  (trong đó  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản) thì diện tích  $S$  là lớn nhất (góc  $\theta$  này sẽ cho phép nước chảy nhiều nhất qua máng xối). Tính  $a + b$ .

**Câu 5.** Một công ty ước tính rằng tổng lợi nhuận  $P$  (nghìn đồng) cho một sản phẩm có thể được mô hình hoá bằng hàm số  $P(x) = -x^3 + 450x^2 + 52500x$ , trong đó  $x$  là số lượng đơn vị sản phẩm đó được sản xuất và bán ra. Vậy để đạt lợi nhuận lớn nhất thì công ty đó cần sản xuất và bán ra bao nhiêu đơn vị sản phẩm.

**Câu 6.** Lợi nhuận thu được  $P$  của một công ty khi dùng số tiền  $s$  chi cho quảng cáo được cho bởi công thức

$$P = P(s) = -\frac{1}{10}s^3 + 6s^2 + 400, s \geq 0$$

Ở đây các số tiền được tính bằng đơn vị nghìn USD.

Tìm số tiền công ty phải chi cho quảng cáo để mang lại lợi nhuận tối đa.

**PHIẾU TRẢ LỜI**

**PHẦN I**

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm
Điểm phần I: ..... đ
Điểm phần II: ..... đ
Điểm phần III: ..... đ
Tổng: ..... đ

**PHẦN II**

Câu 1	Câu 2
Đúng Sai	Đúng Sai
a) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
b) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
c) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
d) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>

Câu 3	Câu 4
Đúng Sai	Đúng Sai
a) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
b) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
c) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
d) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>

**PHẦN III**

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

**LỜI GIẢI THAM KHẢO****Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 4}$  bằng:

- A. 2. B. 4. C. 0. D. 1.

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 2.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-2}$  trên nửa khoảng  $[-3; 2)$  bằng:

- A.  $-\frac{7}{5}$  B. 7. C.  $\frac{7}{5}$ . D. -7.

**Lời giải**

Chọn C

**Câu 3.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$  trên đoạn  $[-2; 0]$  bằng:

- A. 40. B. 8. C. 33. D. 35.

**Lời giải**

Chọn C

**Câu 4.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sqrt{5-4x}$  trên đoạn  $[-1; 1]$  bằng:

- A. 9. B. 3. C. 1. D. 0.

**Lời giải**

Chọn B

**Câu 5.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{2x+1}{1-x}$  trên đoạn  $[2; 3]$  bằng:

- A. 0. B. -2. C. 1. D. -5.

**Lời giải**

Chọn D

**Câu 6.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x^2-3x}{x+1}$  trên đoạn  $[0; 3]$  bằng:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 7.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x + 1 + \frac{1}{x+1}$  trên đoạn  $[1; 2]$  bằng:

- A. 2. B.  $\frac{5}{2}$ . C.  $\frac{10}{3}$ . D. -2.

**Lời giải**

Chọn B

**Câu 8.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = x + \sqrt{2} \cos x$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  bằng:

- A.  $\sqrt{2}$ . B.  $\sqrt{3}$ . C.  $\frac{\pi}{4} + 1$ . D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Lời giải**

Chọn C

**Câu 9.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = e^{x^3-3x+3}$  trên đoạn  $[0; 2]$  bằng:

- A.  $e^2$ . B.  $e^3$ . C.  $e^5$ . D.  $e$ .

**Lời giải**

Chọn C

**Câu 10.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \ln(x^2 + x + 2)$  trên đoạn  $[1; 3]$  bằng:

- A.  $\ln 14$ . B.  $\ln 12$ . C.  $\ln 4$ . D.  $\ln 10$ .

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 11.** Giá trị nhỏ nhất  $m$ , giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = x\sqrt{4-x^2}$  lần lượt bằng:

- A.  $m=0, M=2$ . B.  $m=-2, M=2$ . C.  $m=-2, M=0$ . D.  $m=0, M=4$ .

**Lời giải**

Chọn B

**Câu 12.** Biết giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{(\ln x)^2}{x}$  trên đoạn  $[1; e^3]$  là  $M = \frac{a}{e^b}$ , trong đó  $a, b$  là các số tự nhiên. Khi đó  $a^2 + 2b^3$  bằng:

- A. 22. B. 24. C. 32. D. 135.

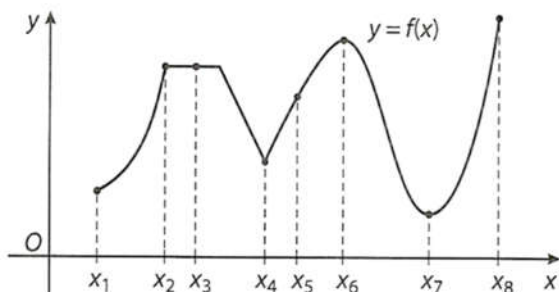
**Lời giải**

Chọn C

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Sử dụng đồ thị hàm số  $y = f(x)$



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm  $x_8$ .  
b) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm  $x_7$ .  
c) Hàm số đạt cực đại tại điểm  $x_6$ .  
d) Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm  $x_4$  và  $x_7$ .

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm  $x_8$ .

Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm  $x_7$ .

Hàm số đạt cực đại tại điểm  $x_6$ .

Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm  $x_4$  và  $x_7$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a)  $\max_{[-4;4]} f(x) = 40$  đạt được khi  $x = -1$ .  
b)  $\min_{[-4;4]} f(x) = 8$  đạt được khi  $x = 3$ .  
c) Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất trên  $\mathbb{R}$ .  
d) Giá trị cực tiểu của  $f(x)$  bằng 8.

**Lời giải**

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35. y' = f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:



$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$40$	$8$	$+\infty$	

- a) Đúng.  $\max_{[-4;4]} f(x) = 40$  đạt được khi  $x = -1$ .  
 b) Sai.  $\min_{[-4;4]} f(x) = -41$  đạt được khi  $x = -4$ .  
 c) Đúng. Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất trên  $\mathbb{R}$ .  
 d) Đúng. Giá trị cực tiểu của  $f(x)$  bằng 8.

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2}$ .  
 b)  $x = 1$  là điểm cực tiểu của của hàm số.  
 c) Hàm số có hai điểm cực trị.  
 d) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng  $-\frac{1}{2}$ .

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

$$f'(x) = \frac{x^2 + 1 - x \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}.$$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$0$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$0$	

**Câu 4.** Doanh thu hằng tháng  $R$  của một sản phẩm mới trong một khoảng thời gian dự kiến tuân theo hàm logistic:  $R = R(t) = \frac{20000}{1 + 50e^{-t}} - \frac{20000}{51}, t \geq 0$ , trong đó thời gian  $t$  được tính bằng tháng.

- a) Doanh thu bán hàng hằng tháng luôn tăng theo thời gian.  
 b) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng tăng trong khoảng thời gian  $(\ln 50; +\infty)$   
 c) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng giảm trong khoảng thời gian  $(0; \ln 50)$   
 d) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng đạt mức tối đa tại thời điểm  $t = \ln 50$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Tập xác định của hàm số  $R(t)$  là  $[0; +\infty)$ .

$$\text{Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng là } R'(t) = \frac{-20000 \cdot (-50e^{-t})}{(1 + 50e^{-t})^2} = \frac{1000000e^{-t}}{(1 + 50e^{-t})^2}.$$

Ta có:  $R'(t) > 0, \forall t \in [0; +\infty)$ . Do đó  $R(t)$  là hàm số đồng biến trên nửa khoảng  $[0; +\infty)$ , tức là doanh thu bán hàng hằng tháng luôn tăng theo thời gian.

**b) c)** Tập xác định của hàm số  $R'(t)$  là  $[0; +\infty)$ .

Ta có:

$$R''(t) = \frac{-1000000e^{-t}(1+50e^{-t})^2 - 1000000e^{-t} \cdot 2(1+50e^{-t})(-50e^{-t})}{(1+50e^{-t})^4}$$

$$= \frac{1000000e^{-t}(50e^{-t}-1)}{(1+50e^{-t})^3}.$$

Ta có:  $R''(t) = 0 \Leftrightarrow t = \ln 50$ .

Lập bảng biến thiên:

$t$	0	$\ln 50$	$+\infty$
$R''(t)$	+	0	-
$R'(t)$	$\frac{1\,000\,000}{2\,601}$	5 000	0

Vậy tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng tăng trong khoảng  $(0; \ln 50)$  và giảm trong khoảng  $(\ln 50; +\infty)$ .

**d)** Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng đạt mức tối đa tại thời điểm  $t = \ln 50 \approx 4$  tháng.

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho  $a$  và  $b$  là hai số không âm và có tổng bằng 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $a^4 + b^4$ .

**Lời giải**

Trả lời: 32

Ta có  $b = 4 - a$  và  $0 \leq a \leq 4$ .

Đặt  $f(a) = a^4 + b^4 = a^4 + (4 - a)^4$ ;

$f'(a) = 4a^3 - 4(4 - a)^3 = 0 \Leftrightarrow a^3 = (4 - a)^3 \Leftrightarrow a = 2$ .

So sánh  $f(0), f(2), f(4)$  ta có  $\min_{[0;4]} f(a) = f(2) = 32$ .

**Câu 2.** Giả sử một chiếc xe tải khi di chuyển với tốc độ  $x$  dặm/giờ sẽ tiêu thụ nhiên liệu ở mức  $\frac{1}{200} \left( \frac{2500}{x} + x \right)$  gallon/dặm. Nếu giá nhiên liệu là 3,6 USD/gallon thì chi phí nhiên liệu  $C$  (tính bằng USD) khi lái xe 200 dặm với tốc độ  $x$  dặm/giờ được cho bởi công thức

$C = C(x) = 3,6 \cdot \left( \frac{2500}{x} + x \right)$ . Ở đây, dặm và gallon là những đơn vị đo lường phổ biến của Mỹ.

Biết rằng tốc độ (dặm/giờ) của xe tải trên một tuyến đường cao tốc bị hạn chế trong khoảng  $[10; 75]$ . Hỏi lái xe ở tốc độ bao nhiêu dặm/giờ thì chi phí nhiên liệu sẽ ít nhất?

**Lời giải**

Trả lời: 50

Ta có:  $C'(x) = 3,6 \left( -\frac{2500}{x^2} + 1 \right)$ ;  $C'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 50$  (do  $x \in [10; 75]$ ). Mặt khác,

$C(10) = 936$ ;  $C(50) = 360$ ;  $C(75) = 390$ . Vậy xe tải đi với tốc độ 50 dặm/giờ thì chi phí nhiên liệu sẽ ít nhất.

**Câu 3.** Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích  $V$  (lít) của lượng xăng trong bình xăng tính theo thời gian bơm xăng  $t$  (phút) được cho bởi công thức:  $V(t) = 300(t^2 - t^3) + 4$  với  $0 \leq t \leq 0,5$ .

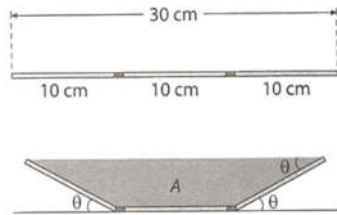
Khi xăng chảy vào bình xăng, gọi  $V'(t)$  là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm  $t$  với  $0 \leq t \leq 0,5$ . Xăng chảy vào bình xăng ở thời điểm nào có tốc độ tăng thể tích là lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

## Lời giải

Trả lời: 0,33

Ta có:  $V'(t) = 300(2t - 3t^2)$  với  $0 \leq t \leq 0,5$ .

$$V''(t) = 300(2 - 6t), \text{ có } V''(t) = 0 \text{ khi } t = \frac{1}{3}.$$

Lại có  $V'\left(\frac{1}{3}\right) = 100, V'(0) = 0, V'(0,5) = 75$ . Vậy  $\max_{[0;0,5]} V'(t) = 100$  tại  $t = \frac{1}{3}$  hay khi xăngchảy vào bình xăng thì ở thời điểm  $t = \frac{1}{3}$  phút có tốc độ tăng thể tích là lớn nhất.**Câu 4.** Máng xối nước mưa được làm bằng một miếng nhôm rộng 30 cm. Sau khi đánh dấu chiều dài 10 cm từ mỗi cạnh, miếng nhôm được gấp lên một góc  $\theta$  (xem hình vẽ).Diện tích  $S(\text{cm}^2)$  của mặt cắt ngang của máng được biểu thị dưới dạng một hàm số của  $\theta$  như

$$\text{sau: } S = S(\theta) = 100 \sin \theta (\cos \theta + 1), 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}.$$

Khi góc  $\theta$  bằng  $\frac{a\pi}{b}$  (trong đó  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản) thì diện tích  $S$  là lớn nhất (góc  $\theta$  này sẽ cho phép nước chảy nhiều nhất qua máng xối). Tính  $a + b$ .

## Lời giải

Trả lời: 4

$$\text{Ta có: } S(\theta) = 100 \sin \theta \cos \theta + 100 \sin \theta = 50 \sin 2\theta + 100 \sin \theta, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Suy ra, } S'(\theta) = 100 \cos 2\theta + 100 \cos \theta = 100(\cos 2\theta + \cos \theta).$$

$$\text{Do đó trên đoạn } \left[0; \frac{\pi}{2}\right], S'(\theta) = 0 \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{3}.$$

$$\text{Mặt khác, ta có: } S(0) = 0; S\left(\frac{\pi}{2}\right) = 100; S\left(\frac{\pi}{3}\right) = 75\sqrt{3}.$$

Vậy để diện tích  $S$  của mặt cắt ngang của máng lớn nhất thì góc uốn  $\theta$  phải bằng  $\frac{\pi}{3}$ .**Câu 5.** Một công ty ước tính rằng tổng lợi nhuận  $P$  (nghìn đồng) cho một sản phẩm có thể được mô hình hoá bằng hàm số  $P(x) = -x^3 + 450x^2 + 52500x$ , trong đó  $x$  là số lượng đơn vị sản phẩm đó được sản xuất và bán ra. Vậy để đạt lợi nhuận lớn nhất thì công ty đó cần sản xuất và bán ra bao nhiêu đơn vị sản phẩm.

## Lời giải

Trả lời: 350

$$\text{Xét hàm số } P(x) = -x^3 + 450x^2 + 52500x, x \geq 0.$$

$$\text{Ta có: } P'(x) = -3x^2 + 900x + 52500; P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 350 \text{ (do } x \geq 0 \text{)};$$

$$P(0) = 0; P(350) = 30625000 \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} P(x) = -\infty.$$

Bảng biến thiên của hàm số:

$x$	0	350	$+\infty$
$P'$		+	-
$P$	0	30 625 000	$-\infty$

Do đó,  $\max_{[0;+\infty)} P(x) = P(350) = 30625000$ .

Vậy để đạt lợi nhuận lớn nhất thì công ty đó cần sản xuất và bán ra 350 đơn vị sản phẩm.

**Câu 6.** Lợi nhuận thu được  $P$  của một công ty khi dùng số tiền  $s$  chỉ cho quảng cáo được cho bởi công thức

$$P = P(s) = -\frac{1}{10}s^3 + 6s^2 + 400, s \geq 0$$

Ở đây các số tiền được tính bằng đơn vị nghìn USD.

Tìm số tiền công ty phải chi cho quảng cáo để mang lại lợi nhuận tối đa.

**Lời giải**

**Trả lời:** 40

Ta có:  $P' = -\frac{3}{10}s^2 + 12s$ ;  $P' = 0 \Leftrightarrow s = 0$  hoặc  $s = 40$ .

Lập bảng biến thiên hàm số:

$s$	0	40	$+\infty$
$P'$	+	0	-
$P$	400	3 600	$-\infty$

Vậy để mang lại lợi nhuận tối đa, số tiền công ty phải chi cho quảng cáo là 40 nghìn USD.

## BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC BÀI HỌC ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+1}{x-2}$  là đường thẳng:

- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = -\frac{1}{3}$ .                      C.  $y = 3$ .                      D.  $y = \frac{1}{3}$ .

**Câu 2.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{5x-2}{x+3}$  là đường thẳng:

- A.  $x = -3$ .                      B.  $x = 5$ .                      C.  $y = -3$ .                      D.  $y = 5$ .

**Câu 3.** Đồ thị hàm số nào sau đây nhận đường thẳng  $x = -1$  làm tiệm cận đứng?

- A.  $y = \frac{3x-1}{x+1}$ .                      B.  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .                      C.  $y = \frac{-x+1}{x-2}$ .                      D.  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .

**Câu 4.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = 2x - 1 - \frac{2}{x+1}$  là đường thẳng:

- A.  $y = 2x$ .                      B.  $y = x + 1$ .                      C.  $y = 2x - 1$ .                      D.  $y = -2x + 1$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	—		—
$f(x)$	2	$+\infty$	2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng:

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = 2$ .                      C.  $y = 1$ .                      D.  $y = 2$ .

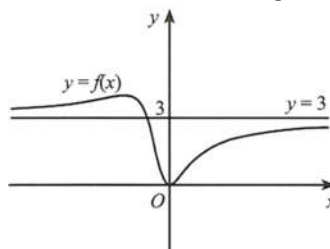
**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	0	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ -1 $\searrow$	$-\infty$	$+\infty$	$\nearrow$ 3 $\searrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -2$  và không có tiệm cận ngang.  
 B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -2$  và tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 3$ .  
 C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = -2$ .  
 D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -2$  và tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 3$ .

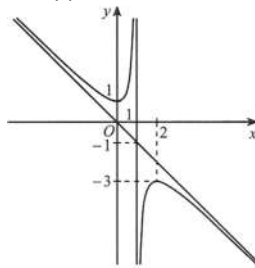
**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị có đường tiệm cận ngang như Hình.



Hàm số  $y = f(x)$  có thể là hàm số nào trong các hàm số sau?

- A.  $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + x + 1}$ .                      B.  $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + x + 1}$ .                      C.  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + x + 1}$ .                      D.  $f(x) = \frac{x^2}{3x^2 + x + 1}$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  và có đồ thị như Hình.



Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

- A. Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$  và tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = -x$ .
- B. Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$  và tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = x$ .
- C. Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$  và tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = x$ .
- D. Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$  và tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = -2x$ .

**Câu 9.** Giao điểm  $I$  của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{-5x+3}{x}$  là:

- A.  $I(1; -5)$ .
- B.  $I(0; -5)$ .
- C.  $I(0; 5)$ .
- D.  $I(1; 5)$ .

**Câu 10.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x}{x^2 - 4}$  là:

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 0.

**Câu 11.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$  là:

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 0.

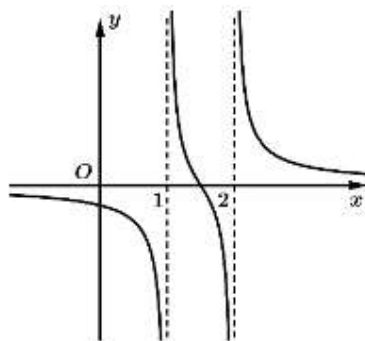
**Câu 12.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = -x + 3 - \frac{5}{2x+1}$  là:

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x-3}{5x^2-15x+10}$  có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Đồ thị hàm số  $f(x)$  có ba đường tiệm cận.
- b) Đường thẳng  $x = 1, x = 2$  là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- c) Đường thẳng  $x = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- d) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{3x-2}{2x-3}$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
- b) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $y = \frac{3}{2}$ .
- c) Hàm số đã cho có một điểm cực trị.

- d) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $x = \frac{3}{2}$ .
- Câu 3.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - 3}{-x - 1}$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau
- a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$ .
  - b) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = -1$ .
  - c) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = -x$ .
  - d) Giao điểm  $I$  của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là  $I(-1; 1)$ .
- Câu 4.** Tổng chi phí để sản xuất  $x$  sản phẩm của một xí nghiệp được tính theo công thức  $T = 20x + 100000$  (nghìn đồng). Ta tìm được công thức tính chi phí trung bình  $C(x)$  của 1 sản phẩm khi sản xuất được  $x$  sản phẩm. Khi đó
- a)  $C(x) = \frac{20x + 100000}{x}$  (nghìn đồng).
  - b) Xem  $y = C(x)$  là một hàm số xác định trên khoảng  $(0; +\infty)$ , hãy tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó là  $y = 20$
  - c) Hàm số  $y = C(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .
  - d) Khi  $x$  càng lớn thì chi phí để tạo ra 1 sản phẩm sẽ giảm gần đến mức 100000 nghìn đồng

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x - 10}{x - 2}$ . Đồ thị hàm số  $f(x)$  có mấy tiệm cận đứng?
- Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$y'$	+		+
$y$	$-1$	$+\infty$	$1$

Có bao nhiêu tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = g(x) = \frac{1}{2 + f(x)}$ .

- Câu 3.** Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  có đồ thị  $(C)$ .  
Tính tích khoảng cách từ một điểm tùy ý thuộc  $(C)$  đến hai đường tiệm cận của nó.
- Câu 4.** Gọi  $I$  là giao điểm giữa tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+3}{x-2}$ . Cho điểm  $K(3; 5)$ , tính hệ số góc của đường thẳng qua  $I$  và  $K$ .
- Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x+2}{x-3}$  có đồ thị  $(C)$ . Gọi tổng khoảng cách từ một điểm  $(x; y) \in (C)$ , với  $x > 3$ , tới hai đường tiệm cận của  $(C)$  là  $g(x)$ . Hỏi đồ thị hàm số  $y = g(x)$  có bao nhiêu tiệm cận?
- Câu 6.** Hằng tháng, một công ty chuyên sản xuất mặt hàng A phải trả chi phí cố định là 50 triệu đồng (để thuê mặt bằng và lương nhân viên) và chi phí cho nguyên liệu là  $10000x$  (đồng) với  $x$  là số lượng sản phẩm A được nhập về.  
Viết được công thức tính chi phí trung bình  $\bar{C}(x)$  mà công ty cần chi để sản xuất một sản phẩm. Hỏi đồ thị hàm số  $\bar{C}(x)$  có bao nhiêu đường tiệm cận?



PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm
Điểm phần I: ..... đ
Điểm phần II: ..... đ
Điểm phần III: ..... đ
Tổng: ..... đ

PHẦN II

Câu 1	Câu 2
Đúng Sai	Đúng Sai
a) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
b) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
c) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
d) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>

Câu 3	Câu 4
Đúng Sai	Đúng Sai
a) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
b) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
c) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
d) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
, <input type="radio"/>	, <input type="radio"/>	, <input type="radio"/>	, <input type="radio"/>	, <input type="radio"/>	, <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

## LỜI GIẢI THAM KHẢO

**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+1}{x-2}$  là đường thẳng:

- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = -\frac{1}{3}$ .                      C.  $y = 3$ .                      D.  $y = \frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 2.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{5x-2}{x+3}$  là đường thẳng:

- A.  $x = -3$ .                      B.  $x = 5$ .                      C.  $y = -3$ .                      D.  $y = 5$ .

**Lời giải**

Chọn D

**Câu 3.** Đồ thị hàm số nào sau đây nhận đường thẳng  $x = -1$  làm tiệm cận đứng?

- A.  $y = \frac{3x-1}{x+1}$ .                      B.  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .                      C.  $y = \frac{-x+1}{x-2}$ .                      D.  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 4.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = 2x - 1 - \frac{2}{x+1}$  là đường thẳng:

- A.  $y = 2x$ .                      B.  $y = x + 1$ .                      C.  $y = 2x - 1$ .                      D.  $y = -2x + 1$ .

**Lời giải**

Chọn C

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	2		$+\infty$
			2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng:

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = 2$ .                      C.  $y = 1$ .                      D.  $y = 2$ .

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	0	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ -1 $\searrow$ $+\infty$		$+\infty$ $\searrow$ 3 $\nearrow$ $+\infty$		

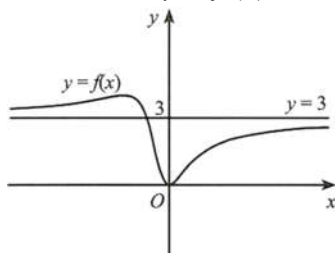
Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -2$  và không có tiệm cận ngang.  
 B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -2$  và tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 3$ .  
 C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = -2$ .  
 D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -2$  và tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 3$ .

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị có đường tiệm cận ngang như Hình.



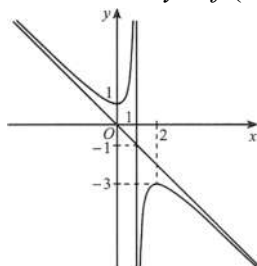
Hàm số  $y = f(x)$  có thể là hàm số nào trong các hàm số sau?

- A.  $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + x + 1}$ . B.  $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + x + 1}$ . C.  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + x + 1}$ . D.  $f(x) = \frac{x^2}{3x^2 + x + 1}$ .

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  và có đồ thị như Hình.



Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

- A. Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$  và tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = -x$ .  
 B. Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$  và tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = x$ .  
 C. Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$  và tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = x$ .  
 D. Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$  và tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = -2x$ .

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 9.** Giao điểm  $I$  của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{-5x + 3}{x}$  là:

- A.  $I(1; -5)$ . B.  $I(0; -5)$ . C.  $I(0; 5)$ . D.  $I(1; 5)$ .

**Lời giải**

Chọn B

**Câu 10.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x}{x^2 - 4}$  là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

**Lời giải**

Chọn C

**Câu 11.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$  là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 12.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = -x + 3 - \frac{5}{2x + 1}$  là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

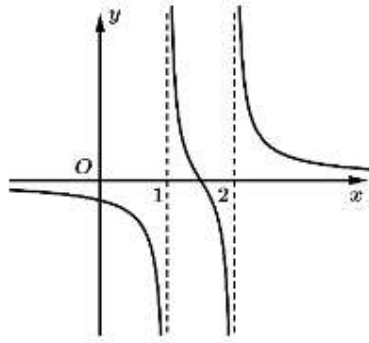
**Lời giải**

Chọn B

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x-3}{5x^2-15x+10}$  có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Đồ thị hàm số  $f(x)$  có ba đường tiệm cận.
- b) Đường thẳng  $x=1, x=2$  là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- c) Đường thẳng  $x=0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- d) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng. Đồ thị hàm số  $f(x)$  có 3 đường tiệm cận.

$x=1; x=2$  là 2 đường tiệm cận đứng.

$y=0$  là đường tiệm cận ngang.

b) Đúng. Đường thẳng  $x=1; x=2$  là 2 đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

c) Sai. Đường thẳng  $y=0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

d) Sai. Hàm số đã cho không có cực trị.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{3x-2}{2x-3}$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
- b) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $y = \frac{3}{2}$ .
- c) Hàm số đã cho có một điểm cực trị.
- d) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $x = \frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Sai
--------	--------	--------	--------

TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ . Ta có:  $y = \frac{3x-2}{2x-3} \Rightarrow y' = \frac{-5}{(2x-3)^2} < 0, \forall x \in D$ .

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$y'$	-		-
$y$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$\frac{3}{2}$

a) Sai. Hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

b) Sai. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $x = \frac{3}{2}$ .

c) Sai. Hàm số đã cho không có điểm cực trị.

d) Sai. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $y = \frac{3}{2}$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2-3}{-x-1}$ .

- a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$ .

- b) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = -1$ .  
 c) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = -x$ .  
 d) Giao điểm  $I$  của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là  $I(-1;1)$ .

**Lời giải**

a) Đ, b) S, c) S, d) S.

**Câu 4.** Tổng chi phí để sản xuất  $x$  sản phẩm của một xí nghiệp được tính theo công thức  $T = 20x + 100000$  (nghìn đồng). Ta tìm được công thức tính chi phí trung bình  $C(x)$  của 1 sản phẩm khi sản xuất được  $x$  sản phẩm. Khi đó

a)  $C(x) = \frac{20x + 100000}{x}$  (nghìn đồng).

b) Xem  $y = C(x)$  là một hàm số xác định trên khoảng  $(0; +\infty)$ , hãy tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó là  $y = 20$

c) Hàm số  $y = C(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

d) Khi  $x$  càng lớn thì chi phí để tạo ra 1 sản phẩm sẽ giảm gần đến mức 100000 nghìn đồng

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a)  $C(x) = \frac{20x + 100000}{x}$  (nghìn đồng).

b) Tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 20$ .

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

d) Do đường thẳng  $y = 20$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = C(x)$  nên khi  $x$  càng lớn thì chi phí để tạo ra 1 sản phẩm sẽ giảm gần đến mức 20 nghìn đồng và không thể giảm hơn 20 nghìn đồng cho dù số sản phẩm sản xuất được có thể lớn vô cùng.

**Phần 3. Câu trả lời ngắn.**

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x - 10}{x - 2}$ . Đồ thị hàm số  $f(x)$  có mấy tiệm cận đứng?

**Lời giải**

**Trả lời: 0**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+5)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+5) = 7$ . Hơn nữa, hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại mọi điểm  $x \neq 2$ . Do đó, đồ thị hàm  $f(x)$  không có tiệm cận đứng.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		$1$		$+\infty$
$y'$		+		+	
$y$		$-1$		$+\infty$	
					$1$

Có bao nhiêu tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = g(x) = \frac{1}{2 + f(x)}$ .

**Lời giải**

**Trả lời: 2**

Từ bảng biến thiên, ta thấy  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ . Do đó  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \frac{1}{3}$ .

Vậy đồ thị hàm số  $g(x)$  có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng  $y = 1$  và  $y = \frac{1}{3}$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  có đồ thị  $(C)$ .

Tính tích khoảng cách từ một điểm tùy ý thuộc  $(C)$  đến hai đường tiệm cận của nó.

**Lời giải****Trả lời: 2**

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x=1$ , tiệm cận ngang là đường thẳng  $y=1$ . Khoảng cách từ điểm  $M=(x,y) \in (C)$  đến tiệm cận đứng là  $d_1=|x-1|$ , khoảng cách từ  $M$  đến tiệm cận ngang là  $d_2=\left|\frac{x+1}{x-1}-1\right|=\frac{2}{|x-1|}$ . Vậy tích các khoảng cách này là  $d_1d_2=2$ .

- Câu 4.** Gọi  $I$  là giao điểm giữa tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y=\frac{2x+3}{x-2}$ . Cho điểm  $K(3;5)$ , tính hệ số góc của đường thẳng qua  $I$  và  $K$ .

**Lời giải****Trả lời: 3**

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x=2$ , tiệm cận ngang là đường thẳng  $y=2$ . Vậy ta có  $I(2;2)$ . Đường thẳng đi qua  $I(2;2)$  và  $K(3;5)$  có hệ số góc là  $a=\frac{5-2}{3-2}=3$ .

- Câu 5.** Cho hàm số  $y=f(x)=\frac{x+2}{x-3}$  có đồ thị  $(C)$ . Gọi tổng khoảng cách từ một điểm  $(x;y) \in (C)$ , với  $x>3$ , tới hai đường tiệm cận của  $(C)$  là  $g(x)$ . Hỏi đồ thị hàm số  $y=g(x)$  có bao nhiêu đường tiệm cận.

**Lời giải****Trả lời: 2**

Đồ thị hàm số  $f(x)$  có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x=3$ , tiệm cận ngang là đường thẳng  $y=1$ . Khoảng cách từ điểm  $M=(x;y) \in (C), x>3$ , đến tiệm cận đứng là  $d_1=x-3$ . Khoảng cách từ  $M$  đến tiệm cận ngang là  $d_2=\frac{x+2}{x-3}-1=\frac{5}{x-3}$ . Vậy  $g(x)=d_1+d_2=x-3+\frac{5}{x-3}$ . Đồ thị hàm số  $y=g(x), x>3$ , có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x=3$ , tiệm cận xiên là đường thẳng  $y=x-3$ .

- Câu 6.** Hằng tháng, một công ty chuyên sản xuất mặt hàng A phải trả chi phí cố định là 50 triệu đồng (để thuê mặt bằng và lương nhân viên) và chi phí cho nguyên liệu là  $10000x$  (đồng) với  $x$  là số lượng sản phẩm A được nhập về.

Viết được công thức tính chi phí trung bình  $\bar{C}(x)$  mà công ty cần chi để sản xuất một sản phẩm. Hỏi đồ thị hàm số  $\bar{C}(x)$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

**Lời giải****Trả lời: 2**

Công thức tính chi phí trung bình  $\bar{C}(x)=\frac{50000000}{x}+10000$ .

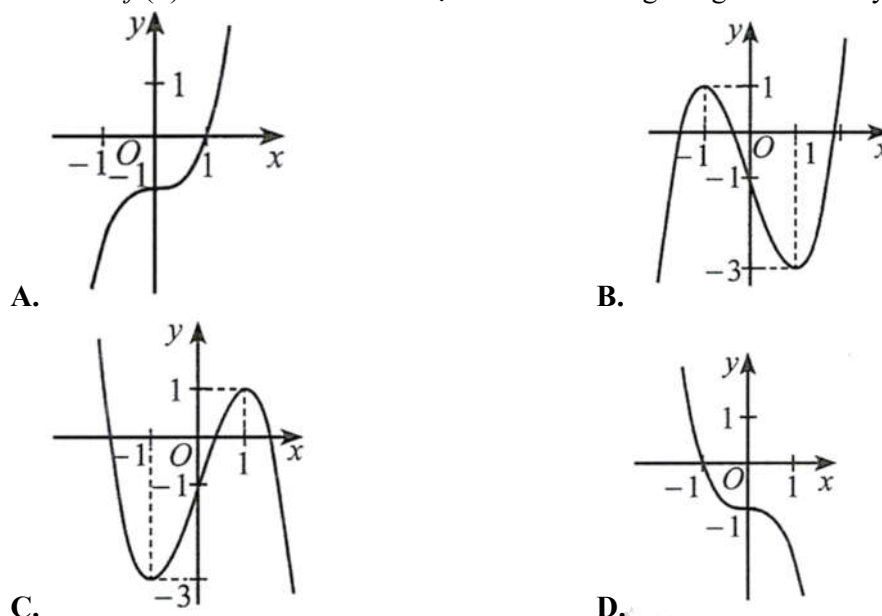
Tiệm cận đứng:  $x=0$ , tiệm cận ngang  $y=10000$ .

**BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC BÀI HỌC**  
**KHẢO SÁT HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM GIẢI TOÁN THỰC TẾ**

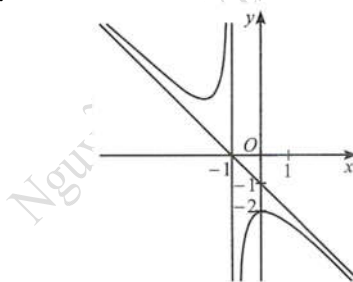
**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.** Hàm số  $f(x) = x^3 - 3x - 1$  có đồ thị là hình nào trong những hình sau đây?

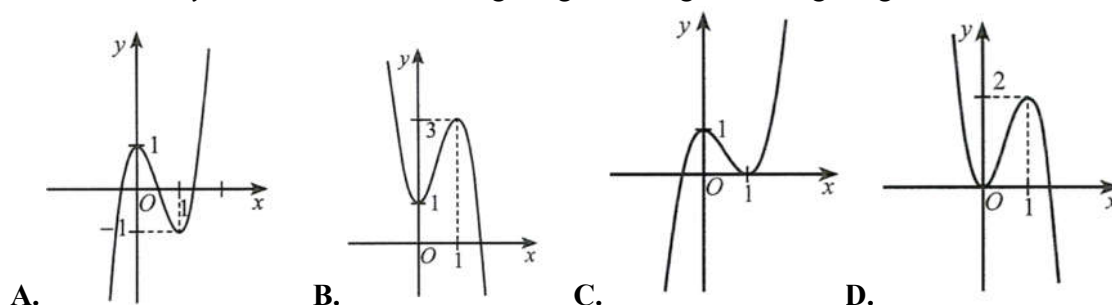


**Câu 2.** Đường cong ở Hình là đồ thị của hàm số:



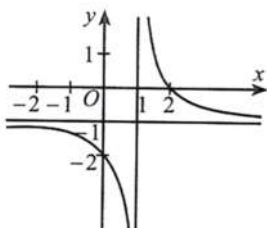
A.  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{-x - 1}$     B.  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$     C.  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$     D.  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$

**Câu 3.** Đồ thị hàm số  $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$  là đường cong nào trong các đường cong sau?

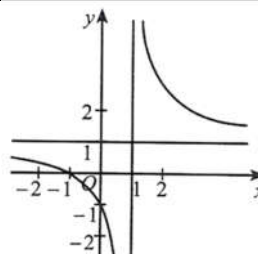


**Câu 4.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{2x}{x+1}$  là đường cong nào trong các đường cong sau?

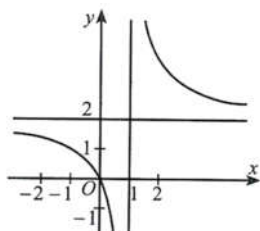




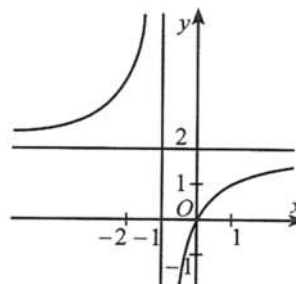
A.



B.

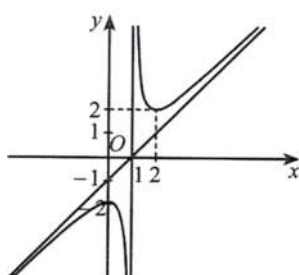


C.

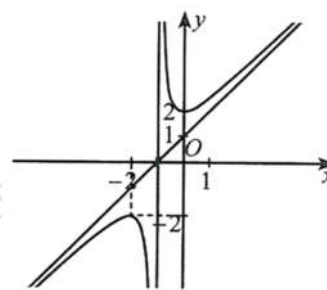


D.

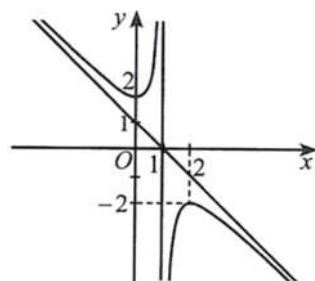
**Câu 5.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$  là đường cong nào trong các đường cong sau?



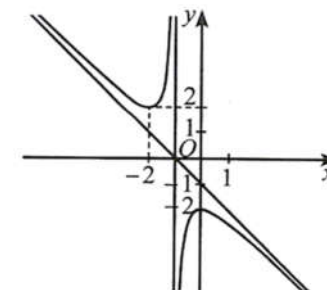
A.



B.

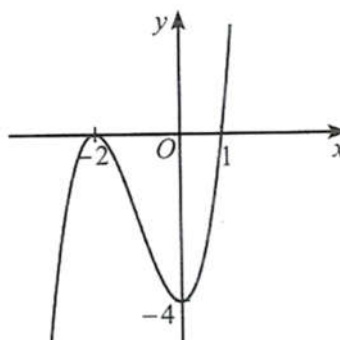


C.



D.

**Câu 6.** Đường cong ở Hình là đồ thị của hàm số:



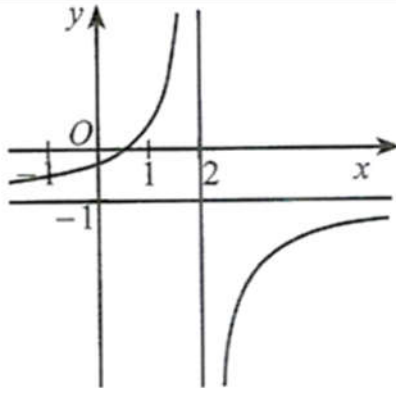
A.  $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 - 4$

B.  $y = x^3 - 3x^2 - 4$

C.  $y = x^3 + 3x^2 - 4$

D.  $y = -x^3 - 3x^2 + 4$

**Câu 7.** Đường cong ở Hình là đồ thị của hàm số:



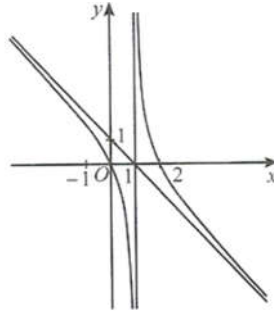
A.  $y = \frac{1-2x}{2x-4}$

B.  $y = \frac{1-x}{x-2}$

C.  $y = \frac{1-x}{2-x}$

D.  $y = \frac{1-2x}{x-1}$

**Câu 8.** Đường cong ở Hình là đồ thị của hàm số:



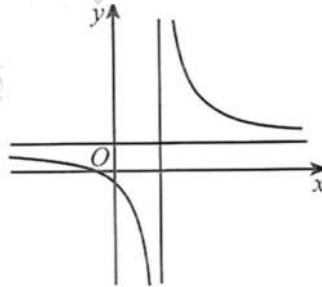
A.  $y = \frac{x^2 - 2x}{x-1}$

B.  $y = \frac{x^2 + 2x}{-x+1}$

C.  $y = \frac{-x^2 + 2x}{2x-2}$

D.  $y = \frac{-x^2 + 2x}{x-1}$

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $a > 0$  có đồ thị là đường cong ở Hình. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



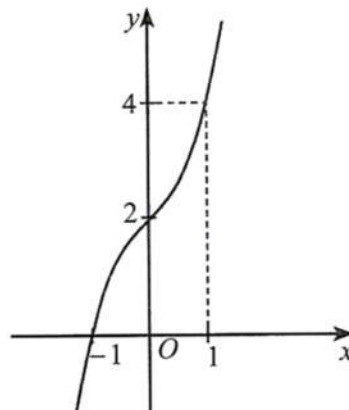
A.  $b > 0, c < 0, d < 0$ .

B.  $b > 0, c > 0, d < 0$ .

C.  $b < 0, c > 0, d < 0$ .

D.  $b < 0, c < 0, d < 0$ .

**Câu 10.** Đường cong ở Hình là đồ thị của hàm số:



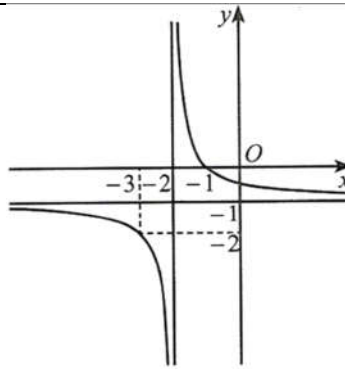
A.  $y = 2x^3 + 2$ .

B.  $y = x^3 - x^2 + 2$ .

C.  $y = -x^3 + 3x + 2$ .

D.  $y = x^3 + x + 2$ .

**Câu 11.** Đường cong ở Hình là đồ thị của hàm số:



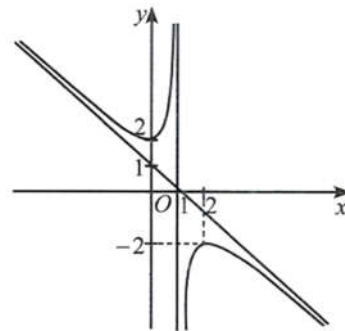
A.  $y = \frac{-2x+1}{x+1}$ .

B.  $y = \frac{x+1}{-x-2}$ .

C.  $y = \frac{-x+1}{x+2}$ .

D.  $y = \frac{x-2}{x+2}$ .

**Câu 12.** Đường cong ở Hình là đồ thị của hàm số:



A.  $y = \frac{x^2+2x-2}{x-1}$ .

B.  $y = \frac{-x^2+2x+2}{x+1}$ .

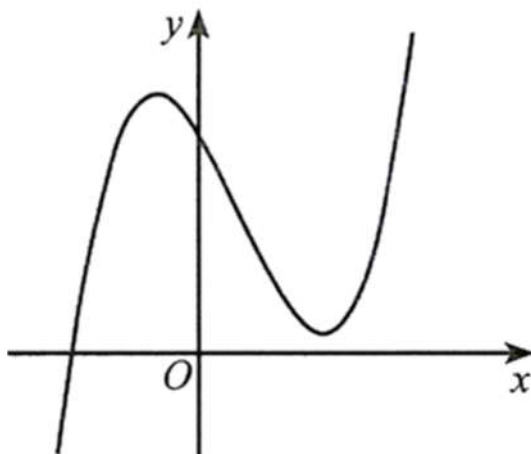
C.  $y = \frac{-x^2+2x-2}{x-1}$ .

D.  $y = \frac{-x^2+x-2}{x-1}$ .

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$  có đồ thị là đường cong ở Hình.



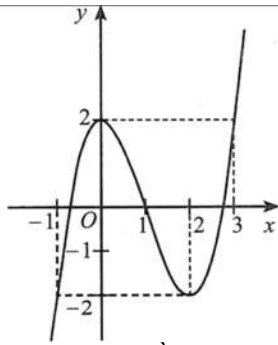
a)  $a > 0$ .

b) Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương.

c) Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm cùng phía với trục tung.

d)  $b < 0$ .

**Câu 2.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị là đường cong như Hình.



Căn cứ vào đồ thị hàm số:

a) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(2; +\infty)$ ; nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

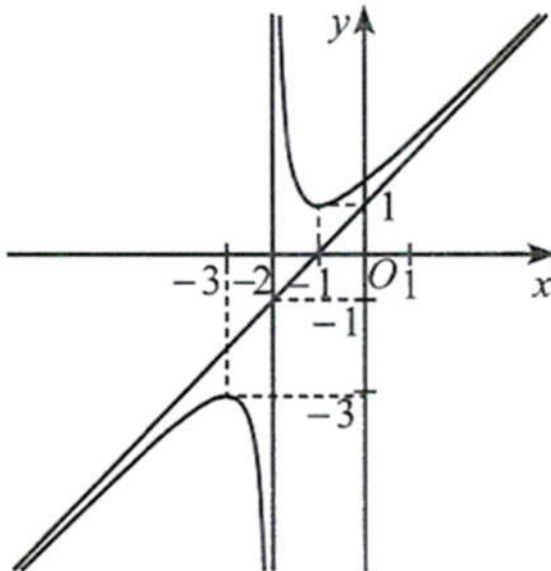
Điểm cực đại:  $x = 0$ , điểm cực tiểu:  $x = 2$ .

b) Trên đoạn  $[-1; 2]$ , hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 tại  $x = 0$ , đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2 tại  $x = -1, x = 2$ .

c) Đường thẳng  $y = 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại ba điểm.

d) Công thức xác định hàm số  $f(x)$  là  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  (với  $a, m \neq 0$ ) có đồ thị là đường cong như Hình



Căn cứ vào đồ thị hàm số:

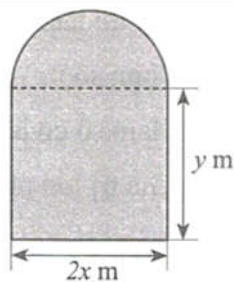
a) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -3)$  và  $(-1; +\infty)$ , nghịch biến trên các khoảng  $(-3; -2)$  và  $(-2; -1)$ . Điểm cực đại:  $x = -3$ , điểm cực tiểu:  $x = -1$ .

b) Tiệm cận đứng:  $x = -2$ , tiệm cận xiên:  $y = x + 1$ .

c) Phương trình  $f(x) = 3$  có ba nghiệm phân biệt.

d) Công thức xác định hàm số  $y = f(x)$ , biết  $m = 1$  là  $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$

**Câu 4.** Người ta dùng một thanh thép có chiều dài 4 m để uốn thành khung viền của một cửa sổ có dạng một hình chữ nhật ghép với nửa hình tròn có các kích thước được cho trên Hình.

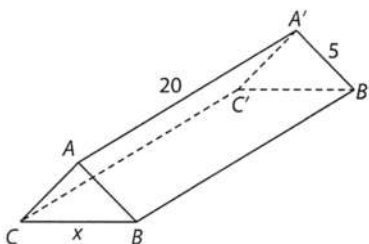


- a) Có thể biểu thị  $y$  theo công thức  $y = 2 - \frac{(\pi - 2)x}{2}$ .
- b) Diện tích của cửa sổ được tính bởi công thức  $S(x) = 4x - 2x^2 - \frac{\pi x^2}{2} (m^2)$
- c) Diện tích của cửa sổ lớn nhất khi  $x = \frac{4}{\pi + 2} (m)$ .
- d) Giá trị lớn nhất của diện tích cửa sổ là  $\frac{8}{\pi + 4} (m^2)$ .

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

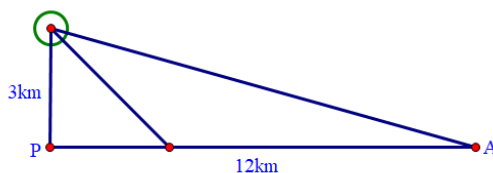
Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Một hành lang giữa hai nhà có hình dạng của một lăng trụ đứng (xem hình bên). Hai mặt bên  $ABB'A'$  và  $ACC'A'$  là hai tấm kính hình chữ nhật dài 20 m, rộng 5 m. Gọi  $x(m)$  là độ dài của cạnh  $BC$ .



Hình lăng trụ có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu? (đơn vị  $m^3$ )

- Câu 2.** Một xưởng mộc dùng gỗ gụ để sản xuất 5 chiếc bàn mỗi ngày. Chi phí cho mỗi lần vận chuyển nguyên liệu là 5000 USD, chi phí để lưu trữ một đơn vị nguyên liệu là 10 USD mỗi ngày, trong đó một đơn vị là lượng nguyên liệu cần thiết để sản xuất 1 chiếc bàn. Hỏi mỗi lần xưởng mộc nên đặt mua bao nhiêu đơn vị nguyên liệu để chi phí trung bình hàng ngày (bao gồm chi phí vận chuyển và chi phí lưu trữ) trong chu kỳ sản xuất giữa các lần giao hàng là ít nhất?
- Câu 3.** Bác Hưng có một hàng rào thép dài 240 m và muốn rào cánh đồng thành một thửa ruộng hình chữ nhật giáp một con sông thẳng. Bác không cần rào phía cạnh con sông. Hỏi thửa ruộng có diện tích lớn nhất là bao nhiêu? (đơn vị  $m^2$ )
- Câu 4.** Doanh số bán hệ thống âm thanh nổi mới trong một khoảng thời gian dự kiến sẽ tuân theo đường cong logistic  $R = R(x) = \frac{5000}{1 + 5e^{-x}}$ ,  $x \geq 0$ , trong đó thời gian  $x$  được tính bằng năm. Hỏi tốc độ bán hàng đạt tối đa vào năm thứ mấy?
- Câu 5.** Một hòn đảo nhỏ cách điểm  $P$  trên bờ biển khoảng 3 km, một thị trấn ở điểm  $A$  cách điểm  $P$  là 12 km (xem hình vẽ). Nếu một người trên đảo chèo thuyền với vận tốc  $2,5 km/h$  và đi bộ với vận tốc  $4 km/h$  thì thuyền nên neo đậu trên đoạn  $PA$  ở vị trí cách thị trấn bao nhiêu km để người đó đến thị trấn trong thời gian ngắn nhất?



(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

**Câu 6.** Một công ty ước tính rằng chi phí  $C$  (USD) để sản xuất  $x$  đơn vị sản phẩm có thể được mô hình hoá bằng công thức  $C = 800 + 0,04x + 0,0002x^2$ .

Hỏi công ty đó sản xuất bao nhiêu đơn vị sản phẩm sao cho chi phí trung bình  $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$  cho mỗi đơn vị hàng hoá là nhỏ nhất.

### PHIẾU TRẢ LỜI

■ PHÂN I ■															
A	B	C	D	A	B	C	D	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <div style="text-align: center; border-bottom: 1px solid black; margin-bottom: 10px;"><b>Điểm</b></div> <p>Điểm phần I: ..... đ</p> <p>Điểm phần II: ..... đ</p> <p>Điểm phần III: ..... đ</p> <p>Tổng: ..... đ</p> </div>							
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>								
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>								
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>												
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>												
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>												
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>												
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>												
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>												
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>												
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>												

■ PHÂN II ■											
Câu 1	Đúng	Sai	Câu 2	Đúng	Sai	Câu 3	Đúng	Sai	Câu 4	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

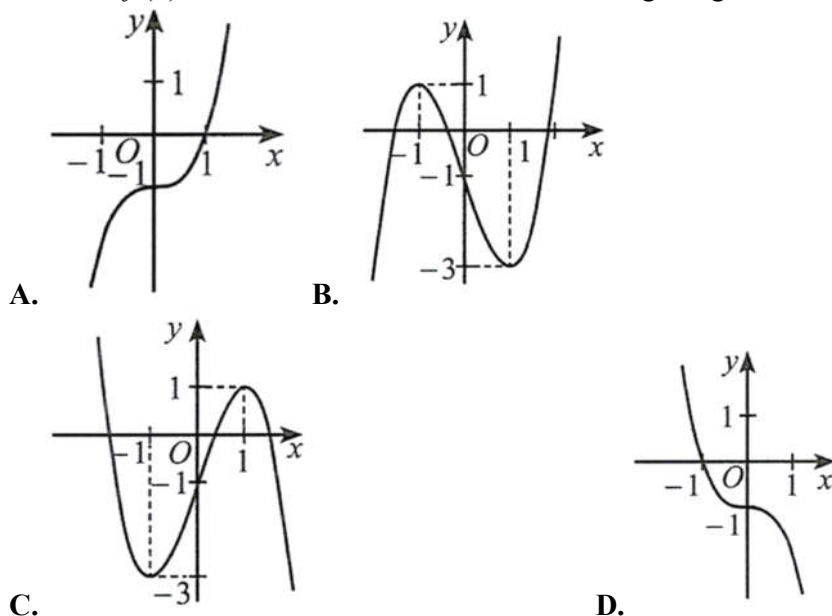
■ PHÂN III ■																							
Câu 1				Câu 2				Câu 3				Câu 4				Câu 5				Câu 6			
[ ][ ][ ][ ]				[ ][ ][ ][ ]				[ ][ ][ ][ ]				[ ][ ][ ][ ]				[ ][ ][ ][ ]				[ ][ ][ ][ ]			
-	<input type="radio"/>			-	<input type="radio"/>			-	<input type="radio"/>			-	<input type="radio"/>			-	<input type="radio"/>			-	<input type="radio"/>		
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

## LỜI GIẢI THAM KHẢO

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.** Hàm số  $f(x) = x^3 - 3x - 1$  có đồ thị là hình nào trong những hình sau đây?

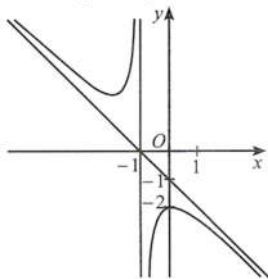


**Lời giải**

Do hệ số  $a = 1 > 0$  nên đồ thị hàm số có thể là phương án A hoặc B.

Mặt khác  $y' = 3x^2 - 3, y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x = -1, x = 1$  nên đồ thị hàm số có hai điểm cực trị. Vậy phương án đúng là **B**.

**Câu 2.** Đường cong ở Hình là đồ thị của hàm số:



- A.  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{-x - 1}$   
 B.  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$   
 C.  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$   
 D.  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$

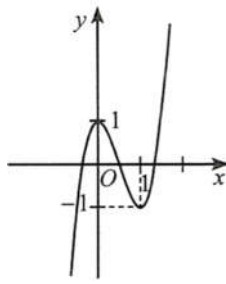
**Lời giải**

Dựa vào đồ thị hàm số ở Hình, ta có:

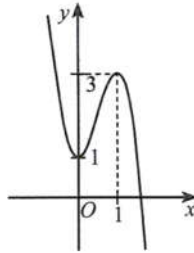
- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$  nên ta loại phương án C.
- Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng đi xuống nên  $a, m$  trái dấu. Vậy phương án đúng là A.

**Câu 3.** Đồ thị hàm số  $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$  là đường cong nào trong các đường cong sau?

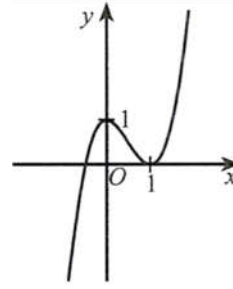




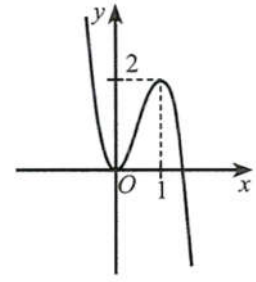
A.



B.



C.

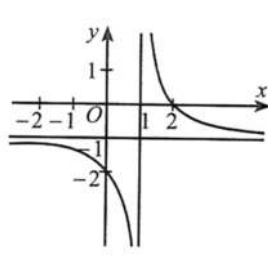


D.

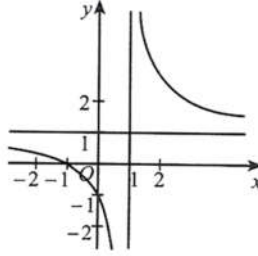
Lời giải

Chọn A

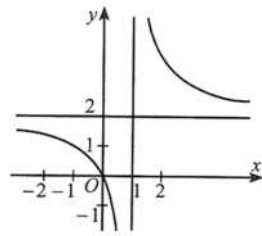
**Câu 4.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{2x}{x+1}$  là đường cong nào trong các đường cong sau?



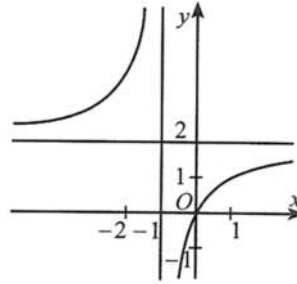
A.



B.



C.

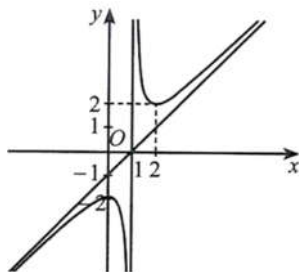


D.

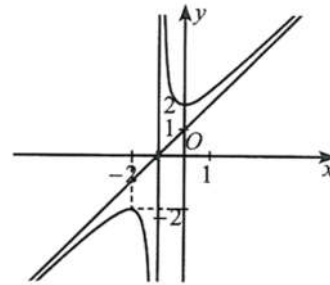
Lời giải

Chọn D

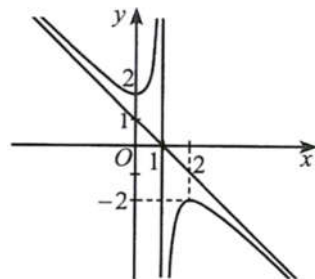
**Câu 5.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1}$  là đường cong nào trong các đường cong sau?



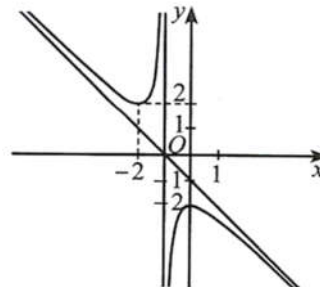
A.



B.



C.

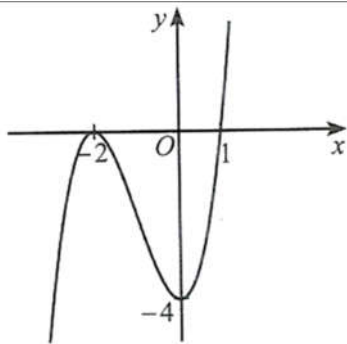


D.

Lời giải

Chọn B

**Câu 6.** Đường cong ở Hình là đồ thị của hàm số:

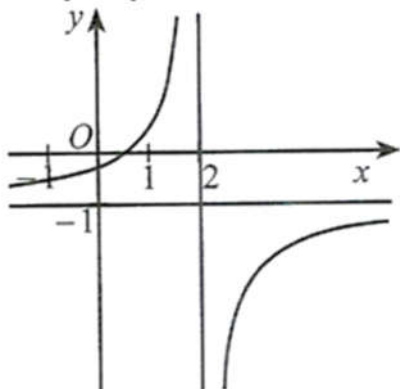


- A.  $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 - 4$       B.  $y = x^3 - 3x^2 - 4$ .  
C.  $y = x^3 + 3x^2 - 4$ .      D.  $y = -x^3 - 3x^2 + 4$ .

**Lời giải**

Chọn C

**Câu 7.** Đường cong ở Hình là đồ thị của hàm số:

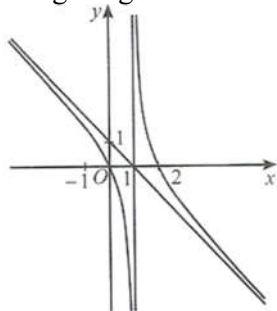


- A.  $y = \frac{1-2x}{2x-4}$       B.  $y = \frac{1-x}{x-2}$       C.  $y = \frac{1-x}{2-x}$       D.  $y = \frac{1-2x}{x-1}$

**Lời giải**

Chọn A

**Câu 8.** Đường cong ở Hình là đồ thị của hàm số:

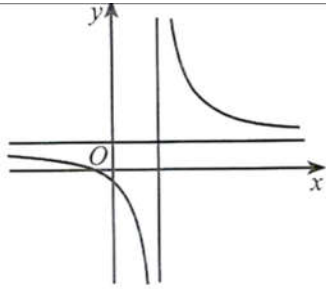


- A.  $y = \frac{x^2-2x}{x-1}$       B.  $y = \frac{x^2+2x}{-x+1}$       C.  $y = \frac{-x^2+2x}{2x-2}$       D.  $y = \frac{-x^2+2x}{x-1}$

**Lời giải**

Chọn D

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $a > 0$  có đồ thị là đường cong ở Hình. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

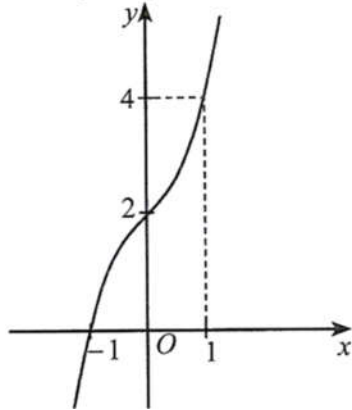


- A.  $b > 0, c < 0, d < 0$ .    B.  $b > 0, c > 0, d < 0$ .  
 C.  $b < 0, c > 0, d < 0$ .    D.  $b < 0, c < 0, d < 0$ .

**Lời giải**

Chọn B

**Câu 10.** Đường cong ở Hình là đồ thị của hàm số:

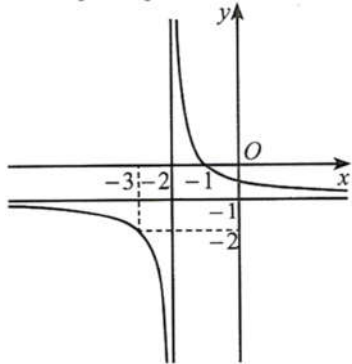


- A.  $y = 2x^3 + 2$ .    B.  $y = x^3 - x^2 + 2$ .  
 C.  $y = -x^3 + 3x + 2$ .    D.  $y = x^3 + x + 2$ .

**Lời giải**

Chọn D

**Câu 11.** Đường cong ở Hình là đồ thị của hàm số:

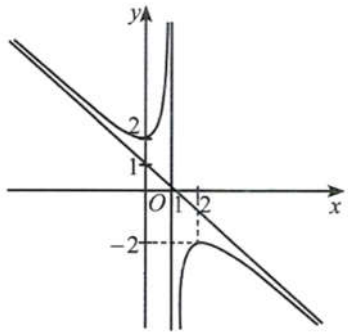


- A.  $y = \frac{-2x+1}{x+1}$ .    B.  $y = \frac{x+1}{-x-2}$ .    C.  $y = \frac{-x+1}{x+2}$ .    D.  $y = \frac{x-2}{x+2}$ .

**Lời giải**

Chọn B

**Câu 12.** Đường cong ở Hình là đồ thị của hàm số:



- A.  $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$       B.  $y = \frac{-x^2 + 2x + 2}{x + 1}$   
 C.  $y = \frac{-x^2 + 2x - 2}{x - 1}$       D.  $y = \frac{-x^2 + x - 2}{x - 1}$

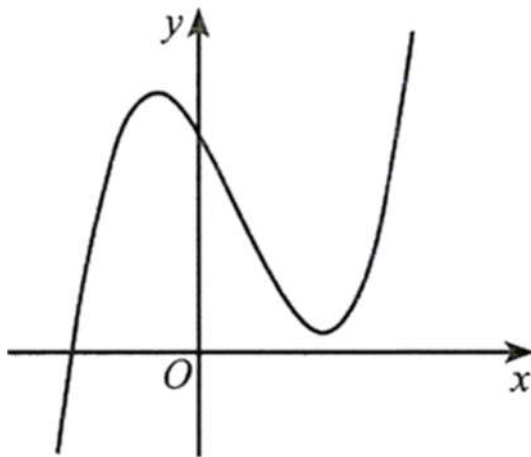
Lời giải

Chọn C

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$  có đồ thị là đường cong ở Hình.



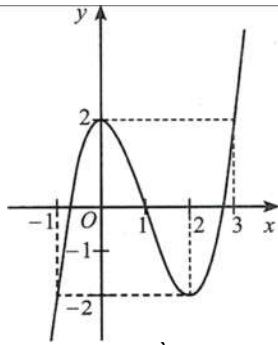
- a)  $a > 0$ .  
 b) Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương.  
 c) Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm cùng phía với trục tung.  
 d)  $b < 0$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

- Căn cứ hình dáng của đồ thị hàm số, ta có:  $a > 0$ .
- Đồ thị cắt trục tung tại điểm  $(0; d)$  nằm phía trên trục hoành nên điểm đó có tung độ dương.
- Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm ở hai phía trục tung.
- Trung điểm của đoạn nối hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  nằm bên phải trục tung nên tổng hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  dương hay  $\frac{-2b}{3a}$  dương. Mà  $a > 0$  nên  $b < 0$ .

**Câu 2.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị là đường cong như Hình.



Căn cứ vào đồ thị hàm số:

a) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(2; +\infty)$ ; nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

Điểm cực đại:  $x = 0$ , điểm cực tiểu:  $x = 2$ .

b) Trên đoạn  $[-1; 2]$ , hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 tại  $x = 0$ , đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2 tại  $x = -1, x = 2$ .

c) Đường thẳng  $y = 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại ba điểm.

d) Công thức xác định hàm số  $f(x)$  là  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(2; +\infty)$ ; nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

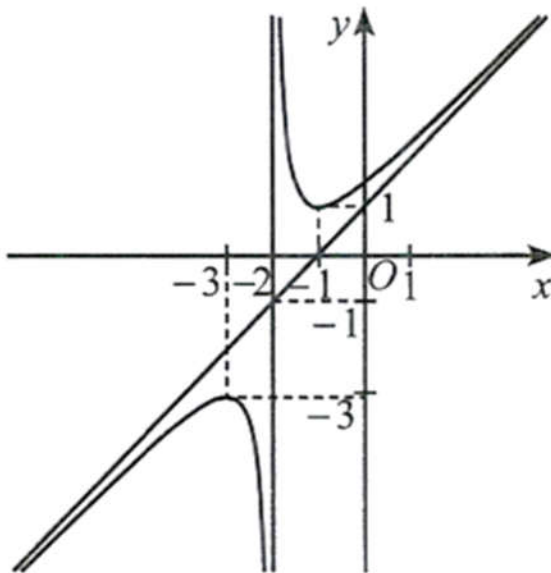
Điểm cực đại:  $x = 0$ , điểm cực tiểu:  $x = 2$ .

b) Trên đoạn  $[-1; 2]$ , hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 tại  $x = 0$ , đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2 tại  $x = -1, x = 2$ .

c) Đường thẳng  $y = 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại ba điểm.

d)  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  (với  $a, m \neq 0$ ) có đồ thị là đường cong như Hình



Căn cứ vào đồ thị hàm số:

a) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -3)$  và  $(-1; +\infty)$ , nghịch biến trên các khoảng  $(-3; -2)$  và  $(-2; -1)$ . Điểm cực đại:  $x = -3$ , điểm cực tiểu:  $x = -1$ .

b) Tiệm cận đứng:  $x = -2$ , tiệm cận xiên:  $y = x + 1$ .

c) Phương trình  $f(x) = 3$  có ba nghiệm phân biệt.

d) Công thức xác định hàm số  $y = f(x)$ , biết  $m = 1$  là  $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -3)$  và  $(-1; +\infty)$ , nghịch biến trên các khoảng  $(-3; -2)$  và  $(-2; -1)$ .

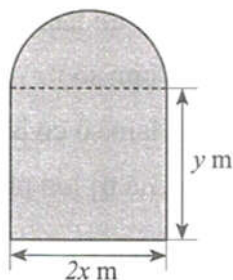
Điểm cực đại:  $x = -3$ , điểm cực tiểu:  $x = -1$ .

b) Tiệm cận đứng:  $x = -2$ , tiệm cận xiên:  $y = x + 1$ .

c) Số nghiệm của phương trình  $f(x) = 3$  là số giao điểm của đồ thị hàm số  $f(x)$  và đường thẳng  $y = 3$ . Căn cứ vào đồ thị hàm số, phương trình  $f(x) = 3$  có hai nghiệm phân biệt.

d)  $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ .

**Câu 4.** Người ta dùng một thanh thép có chiều dài 4 m để uốn thành khung viền của một cửa sổ có dạng một hình chữ nhật ghép với nửa hình tròn có các kích thước được cho trên Hình.



a) Có thể biểu thị  $y$  theo công thức  $y = 2 - \frac{(\pi - 2)x}{2}$ .

b) Diện tích của cửa sổ được tính bởi công thức  $S(x) = 4x - 2x^2 - \frac{\pi x^2}{2} (m^2)$

c) Diện tích của cửa sổ lớn nhất khi  $x = \frac{4}{\pi + 2} (m)$ .

d) Giá trị lớn nhất của diện tích cửa sổ là  $\frac{8}{\pi + 4} (m^2)$ .

**Lời giải**

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Ta có  $2x + 2y + \pi x = 4$ , suy ra  $y = 2 - \frac{(\pi + 2)x}{2}$ .

$$S(x) = 2xy + \frac{\pi x^2}{2} = 2x \left( 2 - x - \frac{\pi x}{2} \right) + \frac{\pi x^2}{2} = 4x - 2x^2 - \frac{\pi x^2}{2} (m^2).$$

Ta có  $x > 0$  và  $y > 0$ , suy ra  $0 < x < \frac{4}{\pi + 2}$ .

$$S'(x) = 4 - 4x - \pi x; S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{\pi + 4}.$$

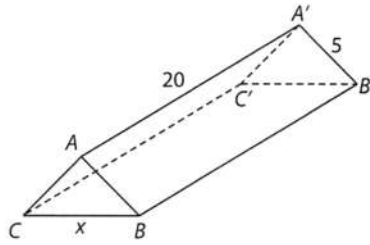
Bảng biến thiên:

$x$	0	$\frac{4}{\pi + 4}$	$\frac{4}{\pi + 2}$
$S'(x)$	+	0	-
$S(x)$	0	$\frac{8}{\pi + 4}$	$\frac{8\pi}{(\pi + 2)^2}$

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Một hành lang giữa hai nhà có hình dạng của một lăng trụ đứng (xem hình bên). Hai mặt bên  $ABB'A'$  và  $ACC'A'$  là hai tấm kính hình chữ nhật dài 20 m, rộng 5 m. Gọi  $x(m)$  là độ dài của cạnh  $BC$ .

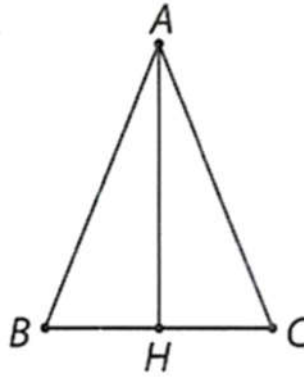


Hình lăng trụ có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu? (đơn vị  $m^3$ )

**Lời giải**

**Trả lời:** 250

Chiều cao của tam giác  $ABC$  là  $AH = \sqrt{25 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{100 - x^2}$ .



Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{2}\sqrt{100 - x^2} = \frac{1}{4}x\sqrt{100 - x^2}$ .

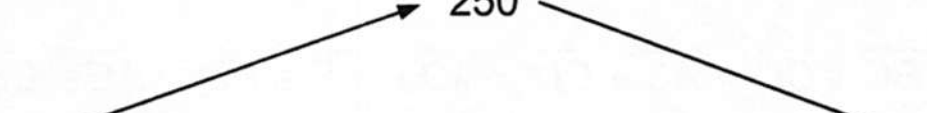
Thể tích khối lăng trụ là  $V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = 5x\sqrt{100 - x^2} \text{ (m}^3\text{)}, 0 < x < 10$ .

Xét hàm số thể tích  $f(x) = 5x\sqrt{100 - x^2}$  trên khoảng  $(0; 10)$ .

Ta có  $f'(x) = 5\sqrt{100 - x^2} + 5x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{100 - x^2}} = \frac{500 - 10x^2}{\sqrt{100 - x^2}}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5\sqrt{2} (x > 0)$ .

Bảng biến thiên:

$x$	0	$5\sqrt{2}$	10
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Vậy hình lăng trụ có thể tích lớn nhất khi  $x = 5\sqrt{2}(m)$ .

$\max_{(0;10)} V = V(5\sqrt{2}) = 250 \text{ (m}^3\text{)}$

**Câu 2.** Một xưởng mộc dùng gỗ gụ để sản xuất 5 chiếc bàn mỗi ngày. Chi phí cho mỗi lần vận chuyển nguyên liệu là 5000 USD, chi phí để lưu trữ một đơn vị nguyên liệu là 10 USD mỗi ngày, trong đó một đơn vị là lượng nguyên liệu cần thiết để sản xuất 1 chiếc bàn. Hỏi mỗi lần xưởng mộc



nên đặt mua bao nhiêu đơn vị nguyên liệu để chi phí trung bình hằng ngày (bao gồm chi phí vận chuyển và chi phí lưu trữ) trong chu kì sản xuất giữa các lần giao hàng là ít nhất?

**Lời giải**

**Trả lời:** 70

Giả sử nguyên liệu được giao sau mỗi  $x$  ngày ( $x > 0$ ). Để đảm bảo đủ nguyên liệu cho mỗi chu kì sản xuất, xưởng mộc phải đặt  $5x$  đơn vị nguyên liệu cho mỗi lần giao hàng.

Trong mỗi ngày của chu kì sản xuất, lượng nguyên liệu cần được lưu trữ trung bình là  $\frac{5x}{2}$  đơn vị nguyên liệu. Do đó, chi phí để lưu trữ nguyên liệu trong  $x$  ngày của chu kì sản xuất là  $10 \cdot \frac{5x}{2} \cdot x = 25x^2$  (USD).

Từ đây, chi phí cần bỏ ra cho mỗi chu kì sản xuất là  $C(x) = 5000 + 25x^2$ . Do đó, ta có hàm chi phí trung bình hằng ngày trong một chu kì sản xuất là  $c(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{5000}{x} + 25x$

Ta có:  $c'(x) = -\frac{5000}{x^2} + 25$ ;  $c'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10\sqrt{2} \approx 14,14$ .

Lập bảng biến thiên:

$x$	0	$10\sqrt{2}$	$+\infty$
$c'$		-	+
$c$	$+\infty$	$500\sqrt{2}$	$+\infty$

Vậy để chi phí trung bình hằng ngày trong một chu kì sản xuất là ít nhất thì xưởng mộc nên đặt giao nguyên liệu sau mỗi 14 ngày và mỗi lần giao  $5 \cdot 14 = 70$  đơn vị nguyên liệu.

**Câu 3.**

Bác Hưng có một hàng rào thép dài 240 m và muốn rào cánh đồng thành một thửa ruộng hình chữ nhật giáp một con sông thẳng. Bác không cần rào phía cạnh con sông. Hỏi thửa ruộng có diện tích lớn nhất là bao nhiêu? (đơn vị  $m^2$ )

**Lời giải**

**Trả lời:** 3600

Gọi  $x, y(m)$  lần lượt là chiều dài hai cạnh của thửa ruộng hình chữ nhật. Giả sử cạnh giáp sông của thửa ruộng có độ dài là  $y(m)$ .

Khi đó, theo đề bài ta có:  $2x + y = 240$  hay  $y = 240 - 2x$ .

Do đó:  $0 < x < 120; y > 0$ .

Diện tích của thửa ruộng là

$$S = xy = x(240 - 2x) = 240x - 2x^2, 0 < x < 120.$$

Ta có:  $S' = 240 - 4x; S' = 0 \Leftrightarrow x = 60$  (vì  $0 < x < 120$ ).

Khi đó  $y = 240 - 2 \cdot 60 = 120$ .

Lập bảng biến thiên:

$x$	0	60	120
$S'$		+	-
$S$	0	7 200	0

Vậy thửa ruộng có diện tích lớn nhất là  $S = 60 \cdot 120 = 7200 (m^2)$  (khi cạnh giáp sông và cạnh đối diện có độ dài 120 m, hai cạnh kia có độ dài 60 m).

- Chú ý. Nếu phải rào cả bốn cạnh của thửa ruộng thì dễ thấy thửa ruộng có diện tích lớn nhất khi nó là hình vuông, tức là bốn cạnh đều dài 60 m, và khi đó diện tích lớn nhất là  $3600m^2$ .
- Câu 4.** Doanh số bán hệ thống âm thanh nổi mới trong một khoảng thời gian dự kiến sẽ tuân theo đường cong logistic  $R = R(x) = \frac{5000}{1+5e^{-x}}, x \geq 0$ , trong đó thời gian  $x$  được tính bằng năm. Hỏi tốc độ bán hàng đạt tối đa vào năm thứ mấy?

**Lời giải**

**Trả lời: 2**

Hàm biểu thị tốc độ bán hàng là  $R'(x) = \frac{25000e^{-x}}{(1+5e^{-x})^2}, x \geq 0$ . Ta có:

$$\begin{aligned} R''(x) &= \frac{-25000e^{-x}(1+5e^{-x})^2 + 25000e^{-x} \cdot 2(1+5e^{-x}) \cdot 5e^{-x}}{(1+5e^{-x})^4} \\ &= \frac{25000e^{-x}(5e^{-x} - 1)}{(1+5e^{-x})^3} \end{aligned}$$

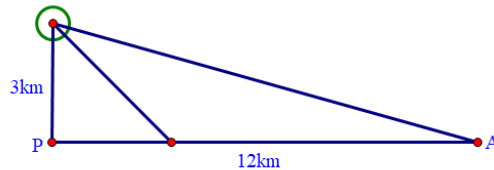
$$R''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \ln 5 \approx 1,61$$

Lập bảng biến thiên:

$x$	0	$\ln 5$	$+\infty$
$R''$		+	0
$R'$	$\frac{6250}{9}$	1 250	0

Từ bảng biến thiên, ta thấy tốc độ bán hàng đạt tối đa vào thời điểm năm thứ hai.

- Câu 5.** Một hòn đảo nhỏ cách điểm  $P$  trên bờ biển khoảng 3 km, một thị trấn ở điểm  $A$  cách điểm  $P$  là 12 km (xem hình vẽ). Nếu một người trên đảo chèo thuyền với vận tốc  $2,5 \text{ km/h}$  và đi bộ với vận tốc  $4 \text{ km/h}$  thì thuyền nên neo đậu trên đoạn  $PA$  ở vị trí cách thị trấn bao nhiêu km để người đó đến thị trấn trong thời gian ngắn nhất?



(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

**Lời giải**

**Trả lời: 11,7**

Gọi khoảng cách từ thị trấn đến chỗ neo thuyền là  $x(\text{km})$ , khi đó  $0 \leq x \leq 12$ . Từ đề bài, ta có khoảng cách từ hòn đảo đến nơi neo thuyền là  $(12-x)^2 + 9(\text{km})$ .

Thời gian để người đó từ hòn đảo đến thị trấn là  $T = \frac{(12-x)^2 + 9}{2,5} + \frac{x}{4}$  (giờ).

Ta có:  $T' = -\frac{2(12-x)}{2,5} + \frac{1}{4}; T' = 0 \Leftrightarrow x = 11,6875$ .

Mặt khác,  $T(0) = 61,2; T(11,6875) \approx 6,56; T(12) = 6,6$ .

Vậy, người đó cần neo thuyền tại vị trí cách thị trấn  $11,7 \text{ km}$  để thời gian đi lại là ngắn nhất.

**Câu 6.** Một công ty ước tính rằng chi phí  $C$  (USD) để sản xuất  $x$  đơn vị sản phẩm có thể được mô hình hoá bằng công thức  $C = 800 + 0,04x + 0,0002x^2$ .

Hỏi công ty đó sản xuất bao nhiêu đơn vị sản phẩm sao cho chi phí trung bình  $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$  cho mỗi đơn vị hàng hoá là nhỏ nhất.

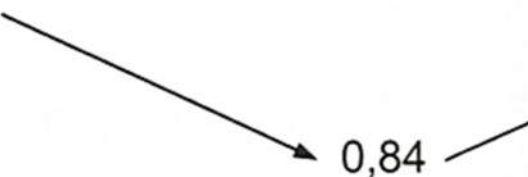
**Lời giải**

**Trả lời:** 2000

Ta có:  $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{800}{x} + 0,04 + 0,0002x$ .

Suy ra,  $\bar{C}'(x) = -\frac{800}{x^2} + 0,0002 = \frac{0,0002x^2 - 800}{x^2}$ ;  $\bar{C}'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2000$  (do  $x > 0$ ).

Bảng biến thiên của hàm số:

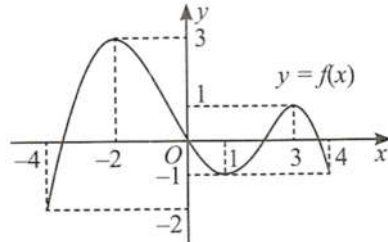
$x$	0	2 000		$+\infty$
$\bar{C}'$		-	0	+
$\bar{C}$	$+\infty$			$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra với mức sản xuất là 2000 thì chi phí trung bình cho mỗi đơn vị hàng hoá là nhỏ nhất.

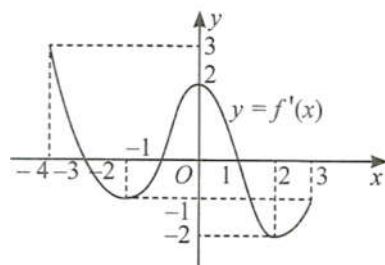
**BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC BÀI HỌC**  
**ÔN TẬP CHƯƠNG KHẢO SÁT HÀM SỐ**

**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.  
 Quan sát Hình và trả lời các câu hỏi từ 1 đến 3.

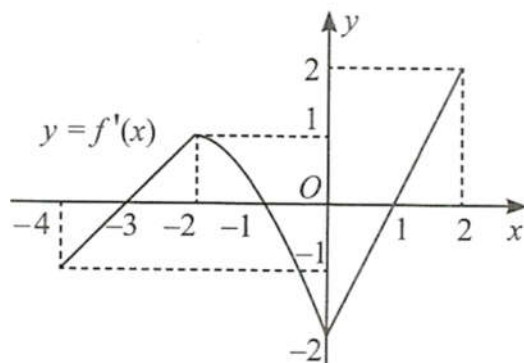


- Câu 1.** Hàm số  $y = f(x)$  trong Hình nghịch biến trên khoảng nào?  
**A.**  $(-2; 1)$ . **B.**  $(-4; -2)$ . **C.**  $(-1; 3)$ . **D.**  $(1; 3)$ .
- Câu 2.** Hàm số  $y = f(x)$  trong Hình có bao nhiêu điểm cực trị?  
**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.
- Câu 3.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0; 4]$  trong Hình là:  
**A.** -1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 1.
- Câu 4.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$ . Khi đó  
**A.** Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(3; +\infty)$ .  
**B.** Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-1; 2)$  và  $(2; 3)$ .  
**C.** Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 2)$ .  
**D.** Hàm số đồng biến trên  $(2; +\infty)$ .
- Câu 5.** Cho hàm số  $y = x^3 + 4x^2 - 3x + 4$ . Khi đó  
**A.** Hàm số đạt cực đại tại  $x = \frac{1}{3}$ , giá trị cực đại là  $\frac{94}{27}$ .  
**B.** Hàm số đạt cực đại tại  $x = -3$ , giá trị cực đại là 22.  
**C.** Hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$ , giá trị cực đại là 4.  
**D.** Hàm số không có cực đại.
- Câu 6.** Đồ thị đạo hàm  $f'(x)$  của hàm số  $y = f(x)$  được cho trong Hình.



Điểm cực tiểu của hàm số  $y = f(x)$  là

- A.**  $x = -3$ . **B.**  $x = -1$ . **C.**  $x = 0$ . **D.**  $x = 1$ .
- Câu 7.** Đồ thị đạo hàm  $f'(x)$  của hàm số  $y = f(x)$  được cho trong Hình.



Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên các khoảng

- A.  $(-4; -2)$  và  $(-2; 2)$     B.  $(-2; 0)$     C.  $(-4; -3)$  và  $(-1; 1)$     D.  $(-3; -1)$  và  $(1; 2)$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = x^3 - 12x + 6$ . Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[-3; 3]$  là

- A. 6.    B. 15.    C. 17.    D. 22.

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 6}{x + 1}$ .

- A. Đồ thị hàm số có một tiệm cận xiên là  $y = x - 3$ .  
 B. Đồ thị hàm số có một tiệm cận xiên là  $y = x + 3$ .  
 C. Đồ thị hàm số có một tiệm cận xiên là  $y = x + 1$ .  
 D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

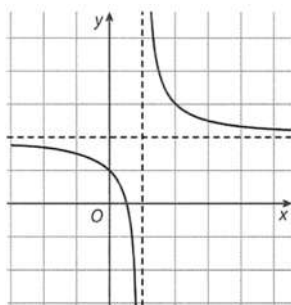
**Câu 10.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{-4x + 3}{2x + 2}$  có tâm đối xứng là điểm:

- A.  $(-1; -2)$ .    B.  $(-2; -1)$ .    C.  $(-1; -1)$ .    D.  $(-2; -2)$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x - 1)^2(x + 2)^4$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0.    B. 1.    C. 2.    D. 3.

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A.  $bc < ad < 0$ .    B.  $ad < 0 < bc$ .    C.  $0 < ad < bc$ .    D.  $ad < bc < 0$ .

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 5x^2 - 24x - 18$ .

- a) Hàm số có hai cực trị.  
 b) Hàm số đạt cực đại tại  $x = -\frac{4}{3}$ , giá trị cực đại là  $\frac{10}{27}$ .  
 c) Hàm số đồng biến trong khoảng  $(3; +\infty)$ .  
 d) Hàm số đồng biến trong khoảng  $\left(-\frac{4}{3}; 3\right)$ .

**Câu 2.** Hàm số  $y = \frac{3x + 1}{x - 2}$  có các tiệm cận là

- a)  $x = 2$ .  
 b)  $x = 3$ .  
 c)  $y = 2$ .  
 d)  $y = 3$ .

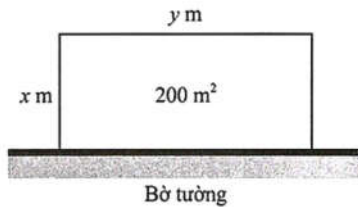
**Câu 3.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$  có hai trục đối xứng là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng:

- a)  $x = 1$  và  $y = x - 3$ .  
 b)  $x = 1$  và  $y = -x + 3$ .

c)  $x = -1$  và  $y = x - 3$ .

d)  $x = -1$  và  $y = x + 3$ .

**Câu 4.** Cần rào ba cạnh để cùng với bờ tường có sẵn tạo thành mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích  $200\text{ m}^2$  (Hình).



Kí hiệu  $x(m)$ ,  $y(m)$  lần lượt là độ dài các cạnh của mảnh vườn vuông góc và song song với bờ tường;  $L(m)$  là tổng độ dài lưới thép cần để rào mảnh vườn. Biết rằng mỗi mét lưới thép dùng để rào mảnh vườn có đơn giá 250 nghìn đồng.

a)  $y$  được tính theo  $x$  bằng công thức  $y = \frac{200}{x}$ .

b)  $L$  được tính theo  $x$  theo công thức  $L = 2x + \frac{100}{x}$ .

c)  $L$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $x = 10(m)$ .

d) Số tiền tối thiểu để mua lưới thép rào mảnh vườn là 2,5 triệu đồng.

### Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

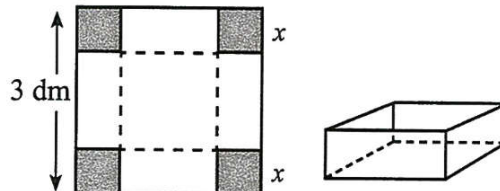
**Câu 1.** Người ta muốn làm một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có đáy hình vuông và thể tích là  $10l$ . Diện tích toàn phần nhỏ nhất của hộp là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

**Câu 2.** Một con lắc lò xo, gồm một vật nặng có khối lượng  $1\text{ kg}$  được gắn vào một lò xo được cố định một đầu, dao động điều hoà với biên độ  $A = 0,24\text{ m}$  và chu kì  $T = 4$  giây. Vị trí  $x$  (mét) của vật tại thời điểm  $t$  được cho bởi  $x(t) = A \cos(\omega t)$ , trong đó  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  là tần số góc và thời gian  $t$

tính bằng giây. Tìm thời gian tối thiểu để vật chuyển động từ vị trí ban đầu đến vị trí  $x = -0,12\text{ m}$  (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Câu 3.** Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm  $t = 0(s)$  cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm  $t = 126(s)$ , cho bởi hàm số sau:  $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$  ( $v$  được tính bằng  $\text{ft/s}$ ,  $1\text{ ft} = 0,3048\text{ m}$ ) (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Biết gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian  $m(s)$  đến  $126(s)$  tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi. Tìm  $m$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

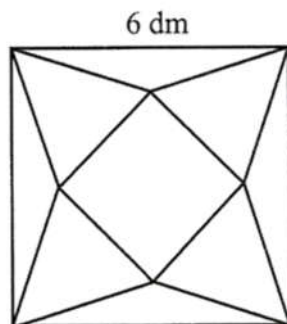
**Câu 4.** Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh  $3\text{ dm}$ . Bác Tùng cắt ở bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài cạnh bằng  $x(\text{dm})$ , rồi gấp tấm nhôm lại như Hình để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp.



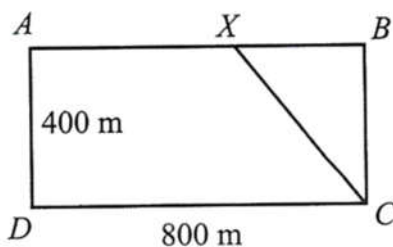
Gọi  $V$  là thể tích của khối hộp đó tính theo  $x(\text{dm})$ . Giá trị lớn nhất của  $V$  là bao nhiêu decimet khối?

**Câu 5.** Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh  $6\text{ dm}$ , bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi

gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình). Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



**Câu 6.** Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng  $400m$ , dài  $800m$ . Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm  $A$ , chạy đến điểm  $X$  và bơi từ điểm  $X$  đến điểm  $C$  (Hình).



Hỏi nên chọn điểm  $X$  cách  $A$  gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến  $C$  nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là  $30km/h$ , vận tốc bơi là  $6km/h$ .



## PHIẾU TRẢ LỜI

## ■ PHẦN I ■

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

## Điểm

Điểm phần I: ..... đ

Điểm phần II: ..... đ

Điểm phần III: ..... đ

Tổng: ..... đ

## ■ PHẦN II ■

Câu 1		Câu 2	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

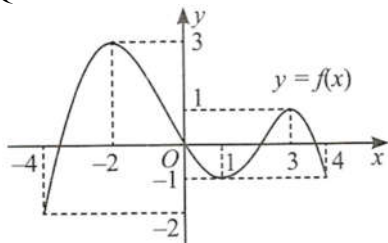
## ■ PHẦN III ■

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

## LỜI GIẢI THAM KHẢO

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất. Quan sát Hình và trả lời các câu hỏi từ 1 đến 3.



- Câu 1.** Hàm số  $y = f(x)$  trong Hình nghịch biến trên khoảng nào?  
**A.**  $(-2; 1)$ . **B.**  $(-4; -2)$ . **C.**  $(-1; 3)$ . **D.**  $(1; 3)$ .

**Lời giải**

Chọn A

- Câu 2.** Hàm số  $y = f(x)$  trong Hình có bao nhiêu điểm cực trị?  
**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

**Lời giải**

Chọn B

- Câu 3.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0; 4]$  trong Hình là:  
**A.** -1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 1.

**Lời giải**

Chọn A

- Câu 4.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$ . Khi đó  
**A.** Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(3; +\infty)$ .  
**B.** Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-1; 2)$  và  $(2; 3)$ .  
**C.** Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 2)$ .  
**D.** Hàm số đồng biến trên  $(2; +\infty)$ .

**Lời giải**

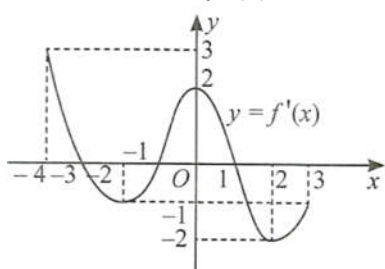
Chọn A

- Câu 5.** Cho hàm số  $y = x^3 + 4x^2 - 3x + 4$ . Khi đó  
**A.** Hàm số đạt cực đại tại  $x = \frac{1}{3}$ , giá trị cực đại là  $\frac{94}{27}$ .  
**B.** Hàm số đạt cực đại tại  $x = -3$ , giá trị cực đại là 22.  
**C.** Hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$ , giá trị cực đại là 4.  
**D.** Hàm số không có cực đại.

**Lời giải**

Chọn B

- Câu 6.** Đồ thị đạo hàm  $f'(x)$  của hàm số  $y = f(x)$  được cho trong Hình.

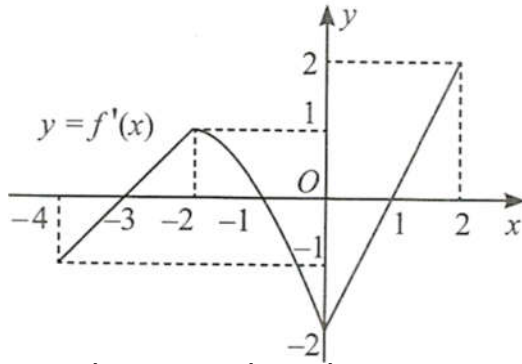


Điểm cực tiểu của hàm số  $y = f(x)$  là

- A.**  $x = -3$ . **B.**  $x = -1$ . **C.**  $x = 0$ . **D.**  $x = 1$ .

**Lời giải**

Chọn B

**Câu 7.** Đồ thị đạo hàm  $f'(x)$  của hàm số  $y = f(x)$  được cho trong Hình.Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên các khoảng

- A.**  $(-4; -2)$  và  $(-2; 2)$     **B.**  $(-2; 0)$     **C.**  $(-4; -3)$  và  $(-1; 1)$     **D.**  $(-3; -1)$  và  $(1; 2)$ .

Lời giải

Chọn D

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = x^3 - 12x + 6$ . Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[-3; 3]$  là

- A.** 6.    **B.** 15.    **C.** 17.    **D.** 22.

Lời giải

Chọn D

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 6}{x + 1}$ .

- A.** Đồ thị hàm số có một tiệm cận xiên là  $y = x - 3$ .  
**B.** Đồ thị hàm số có một tiệm cận xiên là  $y = x + 3$ .  
**C.** Đồ thị hàm số có một tiệm cận xiên là  $y = x + 1$ .  
**D.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

Lời giải

Chọn A

**Câu 10.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{-4x + 3}{2x + 2}$  có tâm đối xứng là điểm:

- A.**  $(-1; -2)$ .    **B.**  $(-2; -1)$ .    **C.**  $(-1; -1)$ .    **D.**  $(-2; -2)$ .

Lời giải

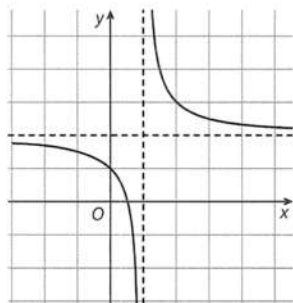
Chọn A

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)^2(x+2)^4$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A.** 0.    **B.** 1.    **C.** 2.    **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  có đồ thị như hình vẽ sau:

Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A.**  $bc < ad < 0$ .    **B.**  $ad < 0 < bc$ .    **C.**  $0 < ad < bc$ .    **D.**  $ad < bc < 0$ .

Lời giải

Chọn D

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 5x^2 - 24x - 18$ .

- a) Hàm số có hai cực trị.
- b) Hàm số đạt cực đại tại  $x = -\frac{4}{3}$ , giá trị cực đại là  $\frac{10}{27}$ .
- c) Hàm số đồng biến trong khoảng  $(3; +\infty)$ .
- d) Hàm số đồng biến trong khoảng  $\left(-\frac{4}{3}; 3\right)$ .

Lời giải

- a) Đ
- b) Đ
- c) Đ
- d) S

**Câu 2.** Hàm số  $y = \frac{3x+1}{x-2}$  có các tiệm cận là

- a)  $x = 2$ .
- b)  $x = 3$ .
- c)  $y = 2$ .
- d)  $y = 3$ .

Lời giải

- a) Đ
- b) S
- c) S
- d) Đ

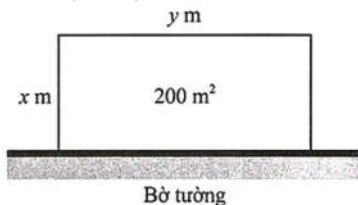
**Câu 3.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x}{x+1}$  có hai trục đối xứng là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng:

- a)  $x = 1$  và  $y = x - 3$ .
- b)  $x = 1$  và  $y = -x + 3$ .
- c)  $x = -1$  và  $y = x - 3$ .
- d)  $x = -1$  và  $y = x + 3$ .

Lời giải

- a) S
- b) S
- c) Đ
- d) S

**Câu 4.** Cần rào ba cạnh để cùng với bờ tường có sẵn tạo thành mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích  $200m^2$  (Hình).



Kí hiệu  $x(m)$ ,  $y(m)$  lần lượt là độ dài các cạnh của mảnh vườn vuông góc và song song với bờ tường;  $L(m)$  là tổng độ dài lưới thép cần để rào mảnh vườn. Biết rằng mỗi mét lưới thép dùng để rào mảnh vườn có đơn giá 250 nghìn đồng.

- a)  $y$  được tính theo  $x$  bằng công thức  $y = \frac{200}{x}$ .

- b)  $L$  được tính theo  $x$  theo công thức  $L = 2x + \frac{100}{x}$ .
- c)  $L$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $x = 10(m)$ .
- d) Số tiền tối thiểu để mua lưới thép rào mảnh vườn là 2,5 triệu đồng.

**Lời giải**

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

Ta có  $xy = 200 \Rightarrow y = \frac{200}{x}$ .

b) Sai.

$L = 2x + y = 2x + \frac{200}{x}$ .

c) Đúng.

d) Sai.

$L' = 2x - \frac{200}{x^2} = \frac{2(x^2 - 100)}{x^2}; L' = 0 \Leftrightarrow x = 10$ .

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	10	$+\infty$
$L'$		-	+
$L$	$+\infty$	40	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của  $L$  là 40 m khi  $x = 10(m)$ .

Số tiền tối thiểu để mua lưới thép rào mảnh vườn là  $40 \cdot 250 = 10000$  (nghìn đồng) = 10 (triệu đồng).

**Phần 3. Câu trả lời ngắn.**

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Người ta muốn làm một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có đáy hình vuông và thể tích là  $10l$ . Diện tích toàn phần nhỏ nhất của hộp là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

**Lời giải**

**Trả lời:** 27,8

Đặt  $x(dm)$  là độ dài cạnh đáy của chiếc hộp hình hộp chữ nhật ( $x > 0$ ).

Khi đó chiều cao của chiếc hộp là  $\frac{10}{x^2}(dm)$ .

Diện tích toàn phần của chiếc hộp là  $S = 2x^2 + 4x \cdot \frac{10}{x^2} = 2x^2 + \frac{40}{x}(dm^2)$ .

Diện tích toàn phần nhỏ nhất của chiếc hộp là  $6\sqrt[3]{100}dm^2 \approx 27,8$  khi  $x = \sqrt[3]{10}dm$ .

**Câu 2.** Một con lắc lò xo, gồm một vật nặng có khối lượng 1 kg được gắn vào một lò xo được cố định một đầu, dao động điều hoà với biên độ  $A = 0,24m$  và chu kỳ  $T = 4$  giây. Vị trí  $x$  (mét) của vật tại thời điểm  $t$  được cho bởi  $x(t) = A \cos(\omega t)$ , trong đó  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  là tần số góc và thời gian  $t$  tính bằng giây. Tìm thời gian tối thiểu để vật chuyển động từ vị trí ban đầu đến vị trí  $x = -0,12m$  (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Lời giải**

**Trả lời:** 1,3

Ta có:  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ .

Từ đó, vị trí của vật tại thời điểm  $t$  là  $x(t) = 0,24 \cos \frac{\pi t}{2}(m)$ .

Ta có:  $x(t) = 0,24 \cos \frac{\pi t}{2} = -0,12 \Leftrightarrow \cos \frac{\pi t}{2} = -\frac{1}{2}$

Nghiệm  $t$  dương nhỏ nhất của phương trình trên là  $t = \frac{4}{3}$ .

Vậy thời gian tối thiểu để vật chuyển động từ vị trí ban đầu đến vị trí  $x = -0,12m$  là  $t = \frac{4}{3} \approx 1,3$  giây.

**Câu 3.** Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm  $t = 0(s)$  cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm  $t = 126(s)$ , cho bởi hàm số sau:  $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$  ( $v$  được tính bằng  $ft/s, 1ft = 0,3048m$ ) (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Biết gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian  $m(s)$  đến  $126(s)$  tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi. Tìm  $m$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

**Lời giải**

**Trả lời:** 23,1

Gia tốc của tàu con thoi được tính bởi công thức:

$$a(t) = v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t.$$

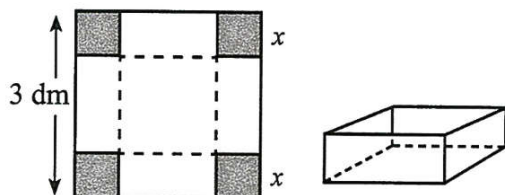
Khi đó,  $a'(t) = 0,007812t - 0,18058, a'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{45145}{1953} \approx 23,12$ .

Ta có bảng xét dấu của  $a'(t)$  như sau:

$t$	0	$\frac{45145}{1953}$	126
$a'(t)$	-	0	+

Vậy gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian từ 23,1s đến 126s.

**Câu 4.** Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh  $3dm$ . Bác Tùng cắt ở bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài cạnh bằng  $x(dm)$ , rồi gập tấm nhôm lại như Hình để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp.



Gọi  $V$  là thể tích của khối hộp đó tính theo  $x(dm)$ . Giá trị lớn nhất của  $V$  là bao nhiêu decimét khối?

**Lời giải**

**Trả lời:** 2

Ta thấy độ dài  $x(dm)$  của cạnh hình vuông bị cắt thỏa mãn điều kiện  $0 < x < 1,5$ .

Thể tích của khối hộp là  $V(x) = x(3-2x)^2$  với  $0 < x < 1,5$ . Ta phải tìm  $x_0 \in (0; 1,5)$  sao cho  $V(x_0)$  có giá trị lớn nhất.

Ta có:  $V'(x) = (3-2x)^2 - 4x(3-2x) = (3-2x)(3-6x) = 3(3-2x)(1-2x)$ .

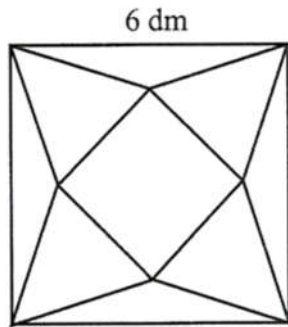
Trên khoảng  $(0; 1,5)$ ,  $V'(x) = 0$  khi  $x = 0,5$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $V(x)$  như sau:

$x$	0	0,5	1,5
$V'(x)$	+	0	-
$V(x)$	0	2	0

Căn cứ bảng biến thiên, ta thấy: Trên khoảng  $(0; 1,5)$ , hàm số  $V(x)$  đạt giá trị lớn nhất bằng 2 tại  $x = 0,5$ . Vậy giá trị lớn nhất của  $V$  là  $2dm^3$ .

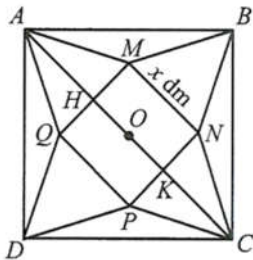
**Câu 5.** Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh  $6dm$ , bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình). Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



**Lời giải**

**Trả lời:** 7,3

Gọi cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều là  $x(dm)$ , với  $0 < x < 6\sqrt{2}$  như hình bên.



Ta có:

$$AH = \frac{AC - HK}{2} = 3\sqrt{2} - \frac{x}{2}.$$

Đường cao của hình chóp tứ giác đều là:

$$h = \sqrt{AH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(3\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{18 - 3\sqrt{2}x}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp là: } V = \frac{1}{3}hx^2 = \frac{1}{3}x^2\sqrt{18 - 3\sqrt{2}x} = \frac{1}{3}\sqrt{x^4(18 - 3\sqrt{2}x)}.$$

Để tìm giá trị lớn nhất của  $V$  ta đi tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$f(x) = x^4(18 - 3\sqrt{2}x), \quad 0 < x < 6\sqrt{2}.$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = x^3(-15\sqrt{2}x + 72), \quad f'(x) = 0 \text{ khi } x = 0 \text{ hoặc } x = \frac{12\sqrt{2}}{5}.$$

Bảng biến thiên của  $f(x)$  như sau:

$x$	0	$\frac{12\sqrt{2}}{5}$	$6\sqrt{2}$	
$f'(x)$	0	+	0	-
$f(x)$	0	$f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)$	-93 312	

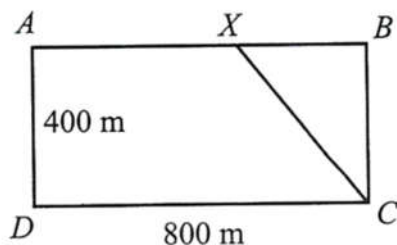
Từ bảng biến thiên ta có  $\max_{(0;6\sqrt{2})} f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right) \approx 477,75$  tại  $x = \frac{12\sqrt{2}}{5}$ .

Vậy thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng:

$$V_{\max} = \frac{1}{3} \sqrt{\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)^4 \left(18 - 3\sqrt{2} \cdot \frac{12\sqrt{2}}{5}\right)} \approx 7,3 (dm^3).$$

Đáp số: 7,3.

**Câu 6.** Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 400m, dài 800m. Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A, chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C (Hình).



Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là 30km/h, vận tốc bơi là 6km/h.

**Lời giải**

**Trả lời:** 718

Đặt  $BX = x(km)$ , ta có:  $AX = 0,8 - x(km)$ ;

$$XC = \sqrt{(0,4)^2 + x^2} = \sqrt{0,16 + x^2} (km)$$

Xét hàm số:

$$T(x) = \frac{0,8 - x}{30} + \frac{\sqrt{0,16 + x^2}}{6} = \frac{1}{30} (0,8 - x + 5\sqrt{0,16 + x^2}) (0 \leq x < 0,8).$$

$$\text{Ta có: } T'(x) = \frac{1}{30} \left( -1 + \frac{5x}{\sqrt{0,16 + x^2}} \right), T'(x) = 0 \Rightarrow 5x = \sqrt{0,16 + x^2}.$$

Bình phương hai vế phương trình ta được  $0,16 + x^2 = 25x^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{6}}{30}$ . Vì  $0 < x < 0,8$  nên

$$x = \frac{\sqrt{6}}{30}.$$

Bảng biến thiên của hàm số  $T(x)$  là:



$x$	0	$\frac{\sqrt{6}}{30}$	0,8
$T'(x)$	-	0	+
$T(x)$	$\frac{7}{75}$	$T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$	$\frac{\sqrt{5}}{15}$

Vậy  $T(x)$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng  $T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$  khi

$$AX = 0,8 - \frac{\sqrt{6}}{30} \approx 0,718(km) = 718(m).$$

Đáp số: 718.

Nguyễn Bảo Vương