

## CHỦ ĐỀ 2. HÌNH HỌC 11

### • PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**CÂU HỎI** (vì là ngân hàng được tách ra từ các trường, cho nên có trùng lặp câu hỏi thì do các trường tham khảo nhau)

**Câu 1.** (THPT Đào Duy Từ - Thanh Hóa 2025) Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ ,  $ABCD$  là hình vuông tâm là  $O$  cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SA$ . Trong mp( $SAB$ ) kẻ  $AH$  vuông góc với  $SB$ . Khi đó:

- a)  $AH \perp (SBC)$ .
- b)  $d(A, (SBC)) = \frac{\sqrt{3}}{3}a$ .
- c) Góc giữa  $OM$  mặt phẳng  $(SAB)$  là  $\alpha$ ,  $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ .
- d)  $\frac{V_{A.MOH}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$ .

**Câu 2.** (THPT Lương Tài 2 - Bắc Ninh 2025) Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với  $AB = 2a$ ,  $AD = 6a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên  $SB = 4a$

- a)  $SA = 2\sqrt{3}a$ .
- b) Góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ .
- c) Khoảng cách từ điểm  $C$  tới mặt phẳng  $(SAD)$  bằng  $6a$
- d) Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng  $8\sqrt{3}a^3$ .

**Câu 3.** (THPT Yên Lạc - Vĩnh Phúc 2025) Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 2$ ,  $AD = 4$ ,  $AA' = 1$ .

- a) Nếu gọi  $\varphi$  là góc giữa đường thẳng  $AC'$  và mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  thì  $\sin \varphi = \frac{1}{21}$ .
- b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $B'D'$  bằng 1.
- c)  $AC' = \sqrt{21}$
- d)  $AA'$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ .

**Câu 4.** (THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2025) Cho hình chóp  $S.ABC$  có mặt bên  $(SAB)$  vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác  $SAB$  đều cạnh  $2a$ . Biết tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  và cạnh  $AC = a\sqrt{3}$ . Gọi  $H$  là trung điểm  $AB$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Mặt phẳng  $(SHC)$  và  $(ABC)$  vuông góc với nhau.
- b) Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng  $\frac{a^3}{6}$

- c)  $d(C, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- d)  $SH \perp (ABC)$

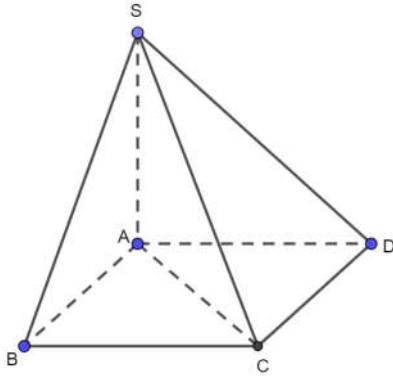
**Câu 5.** (THPT Lý Thường Kiệt - Hà Nội 2025) Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Biết cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a\sqrt{3}$ . Vẽ đường cao  $AH$  của tam giác  $SAB$ . Vẽ đường cao  $AK$  của tam giác  $SAD$ . Khi đó:

- a)  $BC \perp AH$ .
- b)  $\tan(SC, (ABCD)) = \frac{\sqrt{6}}{2}$ .

c) Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(AHK)$  bằng:  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

d)  $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .

**Câu 6. (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An 2025)** Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và  $SA$  vuông góc với đáy,  $SA = 2a$ ,  $AB = a$



a) Thể tích khối chóp  $SABCD$  bằng  $\frac{2a^3}{3}$ .

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  bằng  $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ .

c)  $\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD}$ .

d) Số đo góc nhị diện  $[B, SC, D]$  bằng  $103,5^\circ$  (làm tròn đến hàng phần chục).

**Câu 7. (HSG Hải Phòng 2025)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ ,  $AB = 4a$  và  $\widehat{BAD} = 120^\circ$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $AO$ . Biết  $SH$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SH = a\sqrt{3}$ .

a) Gọi  $\alpha$  là số đo góc phẳng nhị diện  $[S, CD, A]$ , khi đó  $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ .

b) Góc tạo bởi đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(SAC)$  bằng góc  $\widehat{BSH}$ .

c) Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng  $8a^3$ .

d) Gọi  $M$ ,  $N$ ,  $P$  lần lượt là trung điểm của ba cạnh  $CD$ ,  $BC$  và  $SA$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $PN$  và  $SM$  bằng  $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$ .

**Câu 8. (THPT Cụm trường Hải Dương 2025)** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ ,  $O = AC \cap BD$  biết  $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AD$  và  $BC$ .

a)  $(SMN) \perp (ABCD)$ .

b)  $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .

c)  $d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

d)  $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$  với  $\alpha$  là số đo góc nhị diện  $[B; SC; D]$ .

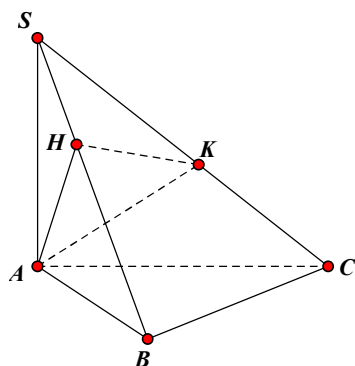
**Câu 9. (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc 2025)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = 2a$ .

a)  $SA$  là đường cao của hình chóp.

- b) Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $a\sqrt{3}$ .
- c) Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .
- d) Góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$  lớn hơn  $75^\circ$ .
- Câu 10. (Sở Hà Tĩnh 2025)** Cho lăng trụ đứng  $ABC \cdot A'B'C'$  có  $AC = a$ ,  $BC = 2a$ ,  $\widehat{ACB} = 120^\circ$  có thể tích  $V$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Khi đó:
- a) Góc phẳng nhị diện  $[A, CC', B] = 60^\circ$ .
- b) Biết khoảng cách giữa hai mặt đáy lăng trụ bằng  $2a$ . Khi đó  $V = a^3\sqrt{3}$ .
- c)  $V_{M.ABC} = \frac{1}{6}V$ .
- d)  $d(C', (ABB'A')) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$ .

- Câu 11. (THPT Sào Nam - Quảng Nam 2025)** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có thể tích  $V$  và tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?
- a) Thể tích khối  $ABCB'$  bằng  $\frac{1}{6}V$ .
- b) Thể tích khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  bằng  $a^3$ .
- c) Thể tích khối  $A'.ABCD$  bằng  $\frac{2}{3}V$ .
- d) Thể tích khối  $ACB'D'$  bằng  $\frac{1}{3}V$ .

- Câu 12. (Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng 2025)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SA = a\sqrt{3}$ , kẻ  $AH \perp SB$  và  $AK \perp SC$



- a) Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ .
- b) Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng  $a^3$ .
- c)  $(SBC) \perp (SAB)$ .
- d)  $SB \perp (AHK)$ .
- Câu 13. (THPT Lê Hồng Phong - Hải Phòng 2025)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh bằng  $\sqrt{3}$ . Gọi  $I$  là trung điểm của cạnh  $AB$ , hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm  $H$  của  $CI$ . Biết góc giữa  $SA$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$ . Giả sử  $G$  là trọng tâm tam giác  $SBC$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:
- a)  $SH = \frac{\sqrt{21}}{4}$ .
- b) Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng  $\frac{3\sqrt{7}}{16}$ .
- c) Góc giữa  $SA$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc  $\widehat{SAC}$ .

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $CG$  bằng  $\frac{\sqrt{231}}{22}$ .

**Câu 14.** (THPT Hoàng Hóa 2-Thanh Hóa 2025) Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc, gọi  $H$  là hình chiếu của  $O$  trên mặt phẳng  $ABC$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a)  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ .

b)  $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OH^2}$ .

c) Các góc của tam giác  $ABC$  đều nhọn.

d)  $S_{\Delta ABC}^2 = S_{\Delta OBC}^2 + S_{\Delta OAB}^2 + S_{\Delta OAC}^2$  ( $S$ : Diện tích tam giác tương ứng).

## ĐÁP ÁN THAM KHẢO

**Câu 1.** (THPT Đào Duy Từ - Thanh Hóa 2025) Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ ,  $ABCD$  là hình vuông tâm là  $O$  cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SA$ . Trong mp( $SAB$ ) kẻ  $AH$  vuông góc với  $SB$ . Khi đó:

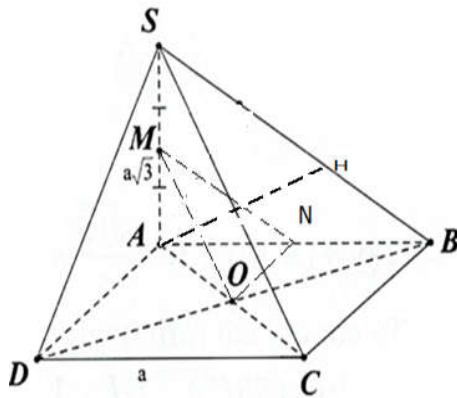
a)  $AH \perp (SBC)$ .

b)  $d(A, (SBC)) = \frac{\sqrt{3}}{3}a$ .

c) Góc giữa  $OM$  mặt phẳng  $(SAB)$  là  $\alpha$ ,  $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ .

d)  $\frac{V_{A.MOH}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$ .

Lời giải



a) **Đúng.** Kẻ  $AH \perp SB$  tại  $H$

Ta có:  $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

Ta lại có:  $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$

b) **Sai.** Theo câu a,  $d(A, (SBC)) = AH$ . Ta có:  $AH = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\sqrt{3}a)^2} + \frac{1}{a^2}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

Vậy  $d(A, (SBC)) = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ .

c) **Đúng.** Gọi  $N$  là trung điểm của  $AB$

$$\Rightarrow OM \perp (SAB) \Rightarrow (\widehat{OM, (SAB)}) = \widehat{OMN} = \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{ON}{MN} = \frac{1}{2}.$$

**d) Sai.** Tam giác AHM đều, cạnh  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ .

$$\frac{V_{A.MOH}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{O.AHM}}{V_{S.ABCD}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot ON \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{1}{3} \cdot SA \cdot AB \cdot AD} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{3a^2}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a \cdot a} = \frac{3}{32}.$$

**Câu 2. (THPT Lương Tài 2 - Bắc Ninh 2025)** Cho hình cho  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với  $AB = 2a, AD = 6a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên  $SB = 4a$

- a)**  $SA = 2\sqrt{3}a$ .  
**b)** Góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ .  
**c)** Khoảng cách từ điểm  $C$  tới mặt phẳng  $(SAD)$  bằng  $6a$   
**d)** Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng  $8\sqrt{3}a^3$ .

**Lời giải**

**a)** Ta có:  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB$

Suy ra:  $\triangle SAB$  là tam giác vuông tại  $A$

Áp dụng định lý Py - ta - go trong tam giác vuông  $\triangle SAB$  có:

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{(4a)^2 - (2a)^2} = 2a\sqrt{3}. \text{ Đúng}$$

**b)** Ta có:  $SA \perp (ABCD)$  tại  $A$

$\Rightarrow A$  là hình chiếu của  $S$  lên  $(ABCD)$

$D$  là hình chiếu của  $D$  lên  $(ABCD)$

$AD$  là hình chiếu của  $SD$  lên  $(ABCD)$ .

Suy ra:  $(\widehat{AD, (ABCD)}) = \widehat{DSA}$  (Vì  $\widehat{DSA}$  là góc nhọn)

$$\text{Ta có: } \tan(\widehat{DSA}) = \frac{SA}{AD} = \frac{2a\sqrt{3}}{6a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{DSA} = 30^\circ.$$

Vậy góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ . Đúng

$$\text{c) Ta có: } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \\ SA \cap AD = A \\ SA, AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$$

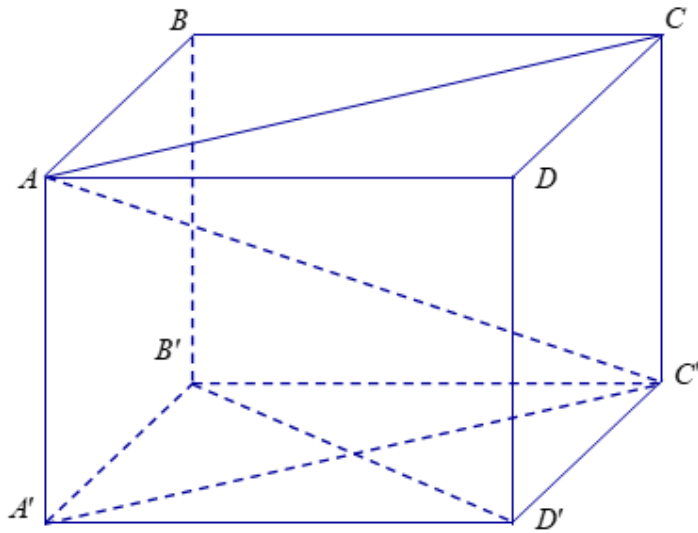
Suy ra:  $d(C, (SAD)) = CD = 2a$ . Sai

**d)** Thể tích hình chóp  $S.ABCD$  là  $V = \frac{1}{3} \cdot S_d \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot 6a \cdot 2a\sqrt{3} = 8\sqrt{3}a^3$ . Đúng

**Câu 3. (THPT Yên Lạc - Vĩnh Phúc 2025)** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 2, AD = 4, AA' = 1$ .

- a)** Nếu gọi  $\varphi$  là góc giữa đường thẳng  $AC'$  và mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  thì  $\sin \varphi = \frac{1}{21}$ .  
**b)** Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $B'D'$  bằng 1.  
**c)**  $AC' = \sqrt{21}$   
**d)**  $AA'$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ .

**Lời giải**



a) Ta có góc giữa đường thẳng  $AC'$  và mặt phẳng  $(A'B'C'D')$  là góc  $\widehat{AC'A'}$ . Ta có  $AA' = 1$ ,  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ ,  $AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = \sqrt{20 + 1} = \sqrt{21}$ .

Do đó  $\sin \varphi = \sin \widehat{AC'A'} = \frac{AA'}{AC'} = \frac{1}{\sqrt{21}}$ .

Chọn **sai**.

b) Ta có  $AC \parallel (A'B'C'D')$  nên khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $B'D'$  bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(A'B'C'D')$  và bằng độ dài đoạn  $AA' = 1$ .

Vậy  $d(AC, B'D') = 1$ .

Chọn **đúng**.

c) Ta có  $AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = \sqrt{20 + 1} = \sqrt{21}$

Chọn **đúng**.

d) Ta có  $AA' \perp AB$ ,  $AA' \perp AD$  suy ra  $AA' \perp (ABCD)$ .

Chọn **đúng**.

**Câu 4. (THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2025)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có mặt bên  $(SAB)$  vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác  $SAB$  đều cạnh  $2a$ . Biết tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  và cạnh  $AC = a\sqrt{3}$ . Gọi  $H$  là trung điểm  $AB$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

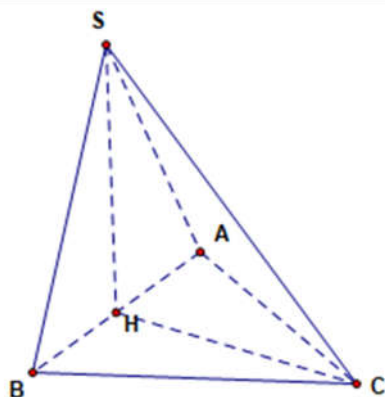
a) Mặt phẳng  $(SHC)$  và  $(ABC)$  vuông góc với nhau.

b) Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng  $\frac{a^3}{6}$

c)  $d(C, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

d)  $SH \perp (ABC)$

**Lời giải**



**a) Đúng**

+) Hình chóp  $S.ABC$  có mặt bên  $(SAB)$  vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác  $SAB$  đều nên  $SH \perp AB$ , mà  $AB$  là giao tuyến của  $(SAB)$  và mp đáy nên  $SH \perp (ABC)$ .

+)  $SH \perp (ABC)$ , mà  $SH \subset (SHC)$  nên  $(SHC) \perp (ABC)$ .

**b) Sai.**

$SH \perp (ABC)$ ,  $SH$  là đường cao của hình chóp,  $SH = 2a \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ .

Tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  và cạnh  $AC = a\sqrt{3}$ ,  $AB = 2a$  nên  $BC = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{3})^2} = a$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{2}$$

**c) Sai.**

$$d(C, (SAB)) = \frac{3 \cdot V_{S.ABC}}{S_{SAB}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{2}}{2 \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

**d) Đúng**

Theo lập luận trong câu#a/ ta có  $SH \perp (ABC)$ .

**Câu 5. (THPT Lý Thường Kiệt - Hà Nội 2025)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Biết cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a\sqrt{3}$ . Vẽ đường cao  $AH$  của tam giác  $SAB$ . Vẽ đường cao  $AK$  của tam giác  $SAD$ . Khi đó:

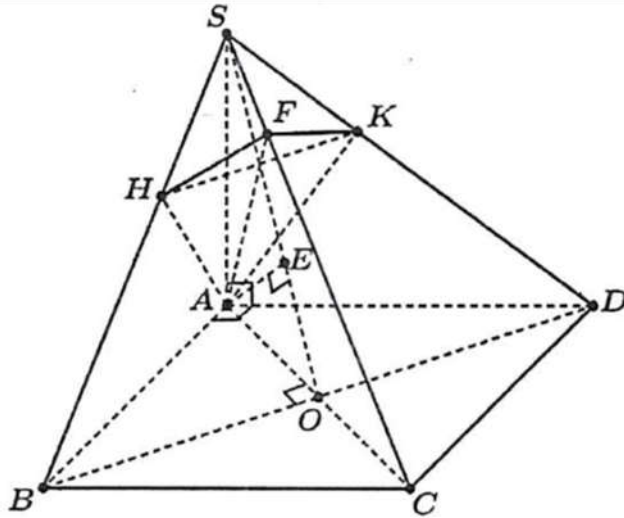
**a)  $BC \perp AH$ .**

**b)  $\tan(SC, (ABCD)) = \frac{\sqrt{6}}{2}$ .**

**c) Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(AHK)$  bằng:  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$**

**d)  $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3$ .**

**Lời giải**



a) Ta có:  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$

Mặt khác  $AH \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ . Mệnh đề **đúng**.

b) Ta có:  $SA \perp (ABCD)$  nên  $SC$  có hình chiếu trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là đường thẳng  $AC$ .

Suy ra:  $AC = a\sqrt{2}$ ,  $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$ .

Vậy  $\tan(SC, (ABCD)) = \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{CA} = \frac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ . Mệnh đề **đúng**.

c) Ta có  $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC \quad (1).$

Tương tự  $\begin{cases} AK \perp SD \\ AK \perp DC \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SDC) \Rightarrow AK \perp SC \quad (2).$

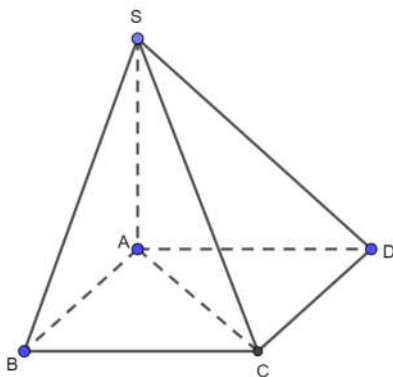
Từ (1) và (2) suy ra:  $SC \perp (AHK)$ .

Mặt phẳng  $(AHK)$  cắt  $SC$  tại  $F$  nên  $AF \perp SC$  và  $d(C, (AHK)) = CF = \frac{AC^2}{CS} = \frac{2a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .

Mệnh đề **sai**.

d)  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3$ .

**Câu 6. (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An 2025)** Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và  $SA$  vuông góc với đáy,  $SA = 2a$ ,  $AB = a$



a) Thể tích khối chóp  $SABCD$  bằng  $\frac{2a^3}{3}$ .

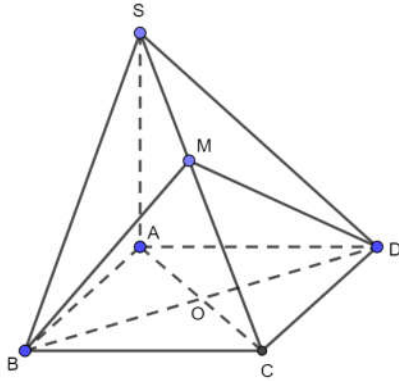


b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  bằng  $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ .

c)  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$ .

d) Số đo góc nhị diện  $[B, SC, D]$  bằng  $103,5^\circ$  (làm tròn đến hàng phần chục).

**Lời giải**



a) Đúng

Diện tích đáy là  $S_{ABCD} = a^2$ , thể tích khối chóp là  $V_{SABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2 = \frac{2a^3}{3}$ .

b) Sai

Ta có  $AB \perp SA, AB \perp BC \Rightarrow d(SA, BC) = AB = a$ .

c) Đúng

Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$  thì  $O$  cũng là trung điểm của  $AC$  và  $BD$ . Khi đó  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$ .

d) Sai

Ta có  $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}$ .

Xét tam giác  $SBC$  vuông tại  $B$  nên  $SC = \sqrt{SB^2 + BC^2} = \sqrt{5a^2 + a^2} = a\sqrt{6}$

Trong mặt phẳng  $(SBC)$  kẻ  $BM \perp SC$ , ta có  $\begin{cases} BM \perp SC \\ BD \perp SC \end{cases} \Rightarrow SC \perp (BDM) \Rightarrow SC \perp MD$ , do vậy

góc nhị diện  $[B, SC, D]$  là góc  $\widehat{BMD}$ .

Xét tam giác  $BDM$  có  $MB = MD = \frac{BC \cdot BS}{SC} = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$ ,  $BD = a\sqrt{2}$  nên

$$\cos \widehat{BMD} = \frac{BM^2 + DM^2 - BD^2}{2 \cdot BM \cdot DM} = -\frac{1}{5}$$

Do vậy góc  $\widehat{BMD} = 101,5^\circ$ .

**Câu 7. (HSG Hải Phòng 2025)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ ,  $AB = 4a$  và  $\widehat{BAD} = 120^\circ$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $AO$ . Biết  $SH$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SH = a\sqrt{3}$ .

a) Gọi  $\alpha$  là số đo góc phẳng nhị diện  $[S, CD, A]$ , khi đó  $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ .

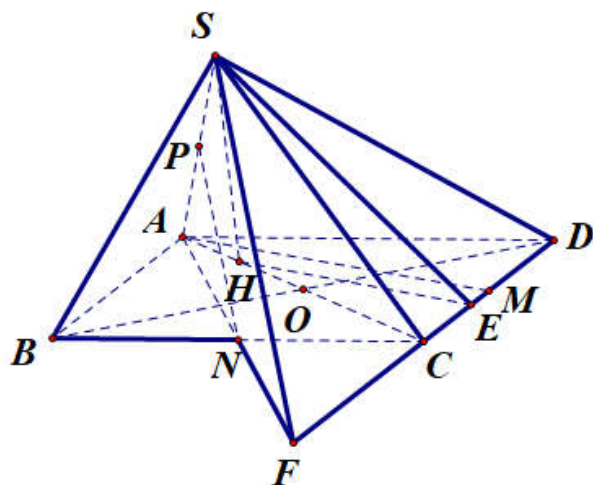
b) Góc tạo bởi đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(SAC)$  bằng góc  $\widehat{BSH}$ .

c) Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng  $8a^3$ .

d) Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của ba cạnh  $CD, BC$  và  $SA$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $PN$  và  $SM$  bằng  $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$ .

**Lời giải**





Gọi  $AN \cap CD = F$ .

Suy ra  $PN \parallel SF$

Do đó

$$\begin{aligned} d(PN, SM) &= d(PN, (SFD)) = d(P, (SFD)) = \frac{1}{2} d(A, (SFD)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot d(H, (SFD)) \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{SH \cdot HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3a^2 + \frac{27a^2}{4}}} = \frac{2a\sqrt{39}}{13}. \end{aligned}$$

**Câu 8. (THPT Cụm trường Hải Dương 2025)** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ ,

$O = AC \cap BD$  biết  $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AD$  và  $BC$ .

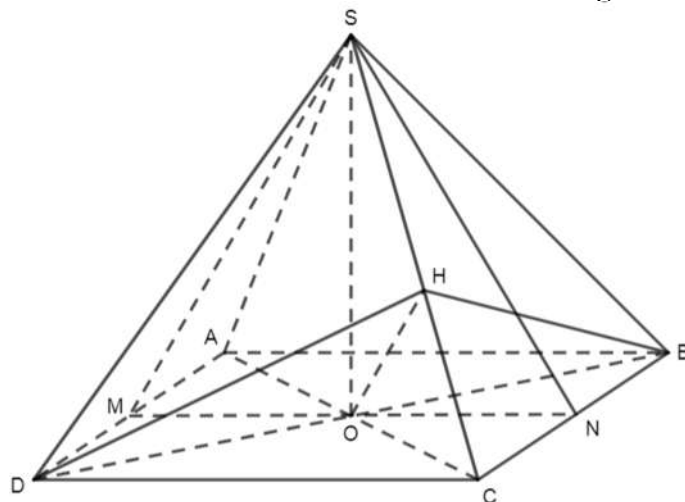
**a)**  $(SMN) \perp (ABCD)$ .

**b)**  $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .

**c)**  $d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**d)**  $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$  với  $\alpha$  là số đo góc nhị diện  $[B; SC; D]$ .

**Lời giải**



**a) Đúng**

Vì  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều  $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$

Mà  $SO \subset (SMN) \Rightarrow (SMN) \perp (ABCD)$ .

**b) Đúng**

Vì  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $a \Rightarrow ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^2}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{\sqrt{3}a^3}{12} \quad (1).$$

**c) Sai**

Vì  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  có  $M, N$  là trung điểm của  $AD$  và  $BC$  nên dễ thấy  $MN = a$

$$\text{Có } O = AC \cap BD \Rightarrow O \text{ là trung điểm của } AC, BD, MN \Rightarrow ON = \frac{MN}{2} = \frac{a}{2}$$

Xét  $\triangle SON$  vuông tại  $O$  (vì  $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp MN$ ) có:

$$SN = \sqrt{SO^2 + ON^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a$$

Xét  $\triangle SBC$  cân tại  $S$  (vì  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều  $\Rightarrow SB = SC$ )

$$\text{có } N \text{ là trung điểm của } BC \Rightarrow SN \perp BC \Rightarrow S_{SBC} = \frac{1}{2} \cdot SN \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^2}{2}$$

$$\text{Ta có: } V_{A.SBC} = \frac{1}{3} \cdot d(A, (SBC)) \cdot S_{SBC} = \frac{1}{3} \cdot d(A, (SBC)) \cdot \frac{a^2}{2} \quad (2)$$

$$\text{Mà } V_{A.SBC} = V_{S.ABC} \text{ nên từ (1) và (2) } \Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

**d) Đúng**

$$\left. \begin{array}{l} BD \perp AC \text{ (vì } ABCD \text{ là hình vuông)} \\ \text{Ta có: } BD \perp SO \text{ (vì } SO \perp (ABCD); BD \subset (ABCD)) \\ AC \cap SO \text{ trong } (SAC) \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$$

Trong  $(SAC)$  kẻ  $OH \perp SC$  tại  $H$ . Mà  $OH \cap BD$  trong  $(BHD) \Rightarrow SC \perp (BHD)$

$$\Rightarrow SC \perp BH \text{ và } SC \perp DH \Rightarrow [B; SC; D] = \widehat{BHD}$$

$$\text{Vì } ABCD \text{ là hình vuông cạnh } a \Rightarrow AC = BD = a\sqrt{2} \Rightarrow OB = OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Xét  $\triangle SOC$  vuông tại  $O$  (vì  $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp OC$ ) có  $OH \perp SC$

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{10}{3a^2} \Rightarrow OH^2 = \frac{3a^2}{10}$$

Xét  $\triangle BOH$  vuông tại  $O$  (vì  $BD \perp (SAC); OH \subset (SAC) \Rightarrow BD \perp OH$ ) có:

$$BH^2 = OH^2 + OB^2 = \frac{3a^2}{10} + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{4a^2}{5}. \text{ Chứng minh tương tự: } DH^2 = \frac{4a^2}{5}$$

$$\text{Áp dụng định lí cosin trong } \triangle BHD: \cos \widehat{BHD} = \frac{BH^2 + DH^2 - BD^2}{2 \cdot BH \cdot DH} = \frac{2 \cdot \frac{4a^2}{5} - (a\sqrt{2})^2}{2 \cdot \frac{4a^2}{5}} = -\frac{1}{4}.$$

**Câu 9. (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc 2025)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật

$AB = a, AD = a\sqrt{3}$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = 2a$ .

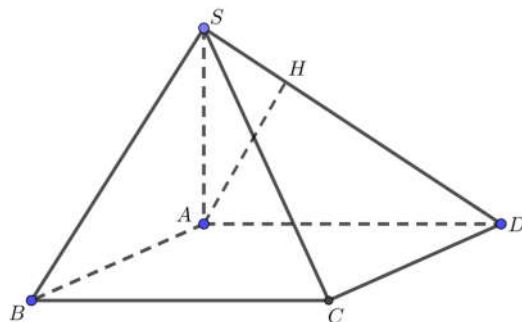
**a)**  $SA$  là đường cao của hình chóp.

**b)** Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $a\sqrt{3}$ .

**c)** Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**d)** Góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$  lớn hơn  $75^\circ$ .

**Lời giải**



**a)** Đúng. Ta có  $SA \perp (ABCD)$  suy ra  $SA$  là đường cao của hình chóp.

**b)** Sai. Kẻ  $AH \perp SD$  ( $H \in SD$ )

Ta có

$$SA \perp (ABCD), CD \subset (ABCD) \Rightarrow SA \perp CD$$

Mà  $AD \perp CD$ ,  $SA$  và  $AD$  cắt nhau trong mặt phẳng  $(SAD)$

Nên  $CD \perp (SAD) \Rightarrow AH \perp CD$ . Do đó  $CD \perp AH$

Lại có  $SD \perp AH \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow AH$  là khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$

$$\text{Ta có } AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{2a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{4a^2 + 3a^2}} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$$

**c)** Sai. Vì  $SA \perp (ABCD)$

$$\text{nên } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{d) Đúng. } \cos(SB, AC) = \frac{|\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{SB \cdot AC}$$

Ta có:

$$\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AS}) \cdot \overrightarrow{AB} = AB^2 - \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AB} = AB^2 = a^2$$

$$\text{Suy ra } \cos(SB, AC) = \frac{|a^2|}{a\sqrt{5} \cdot 2a} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$$

$$(SB, AC) = 77,4^\circ.$$

**Câu 10. (Sở Hà Tĩnh 2025)** Cho lăng trụ đứng  $ABC \cdot A'B'C'$  có  $AC = a$ ,  $BC = 2a$ ,  $\widehat{ACB} = 120^\circ$  có thể tích  $V$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Khi đó:

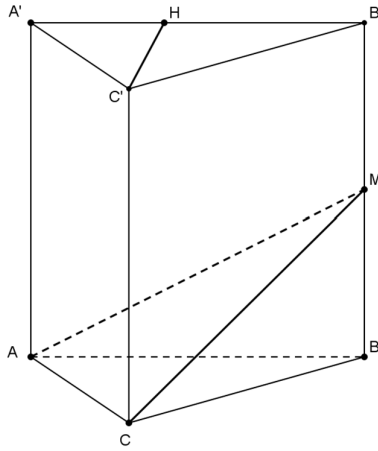
**a)** Góc phẳng nhị diện  $[A, CC', B] = 60^\circ$ .

**b)** Biết khoảng cách giữa hai mặt đáy lăng trụ bằng  $2a$ . Khi đó  $V = a^3\sqrt{3}$ .

$$\text{c) } V_{M.ABC} = \frac{1}{6}V.$$

$$\text{d) } d(C', (ABB'A')) = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

**Lời giải**



**a) Sai**

Ta có  $CC' \perp (ABC) \Rightarrow [A, CC', B] = \widehat{ACB} = 120^\circ$

**b) Đúng**

Khoảng cách giữa hai mặt đáy lăng trụ bằng  $2a$  nên  $AA' = 2a$ .

Thể tích khối lăng trụ là:  $V = AA' \cdot S_{ABC} = 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \sin 120^\circ = \sqrt{3}a^3$

**c) Đúng**

$$V_{M.ABC} = \frac{1}{3} \cdot MB \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} \cdot BB' \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} \cdot AA' \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} V.$$

**d) Đúng**

Kẻ  $C'H \perp A'B'$

Do  $(A'B'C') \perp (ABB'A')$  nên  $C'H \perp (ABB'A') \Rightarrow d(C', (ABB'A')) = C'H$

$$\text{Ta có: } A'B'^2 = AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C = a^2 + 4a^2 - 2 \cdot a \cdot 2a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 7a^2$$

$$\Rightarrow A'B' = a\sqrt{7} \Rightarrow C'H = \frac{2 \cdot S_{A'B'C'}}{A'B'} = \frac{2 \cdot S_{ABC}}{A'B'} = \frac{\sqrt{3}a^2}{\sqrt{7}a} = \frac{\sqrt{21}a}{7}$$

**Câu 11. (THPT Sào Nam - Quảng Nam 2025)** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có thể tích  $V$  và tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

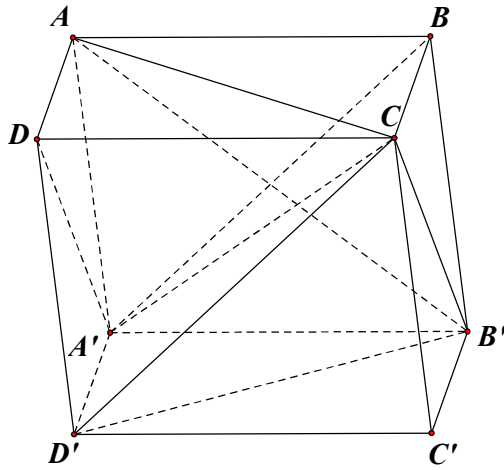
**a)** Thể tích khối  $ABCB'$  bằng  $\frac{1}{6}V$ .

**b)** Thể tích khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  bằng  $a^3$ .

**c)** Thể tích khối  $A'.ABCD$  bằng  $\frac{2}{3}V$ .

**d)** Thể tích khối  $ACB'D'$  bằng  $\frac{1}{3}V$ .

**Lời giải**



Gọi  $S$  là diện tích hình bình hành  $ABCD$ ,  $h = d(A', (ABCD))$ . Ta có  $V = Sh$ .

**a) ĐÚNG** Thể tích khối  $ABCB'$  bằng  $\frac{1}{6}V$ .

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{2}S \text{ và } d(B', (ABC)) = d(A', (ABCD)) = h.$$

$$\text{Do đó } V_{ABCB'} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot d(B', (ABC)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}Sh = \frac{1}{6}V.$$

**b) SAI** Thể tích khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  bằng  $a^3$ .

Đáy  $ABCD$  có  $S \leq a^2$  và hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $h \leq a$ . Do đó  $V_{ABCD.A'B'C'D'} \leq a^3$ .

**c) SAI** Thể tích khối  $A'ABCD$  bằng  $\frac{2}{3}V$ .

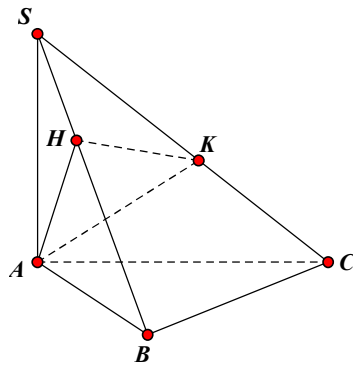
$$S_{ABCD} = S \text{ và } d(A', (ABCD)) = h. \text{ Do đó } V_{A'ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot d(A', (ABCD)) = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}V.$$

**d) ĐÚNG** Thể tích khối  $ACB'D'$  bằng  $\frac{1}{3}V$ .

$$\text{Tính tương tự như trên ta có } V_{ABDD'} = \frac{1}{6}V, V_{CB'C'D'} = \frac{1}{6}V, V_{ABCB'} = \frac{1}{6}V, V_{AA'B'D'} = \frac{1}{6}V.$$

$$V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{ABDD'} - V_{CB'C'D'} - V_{ABCB'} - V_{AA'B'D'} = V - 4 \cdot \frac{1}{6}V = \frac{1}{3}V.$$

**Câu 12. (Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng 2025)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SA = a\sqrt{3}$ , kẻ  $AH \perp SB$  và  $AK \perp SC$



**a)** Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ .

**b)** Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng  $a^3$ .

**c)**  $(SBC) \perp (SAB)$ .

**d)**  $SB \perp (AHK)$ .

**Lời giải**

a)  $(SBC) \cap (ABC) = BC$

Ta có:  $BC \perp AB$  và  $BC \perp SA$  suy ra  $BC \perp (SAB)$

Suy ra  $BC \perp SB$

Do đó góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AB$  bằng góc  $\widehat{SBA}$

Xét tam giác vuông  $SBA$ ,  $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}$ . Suy ra  $\widehat{SBA} = 60^\circ$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ .

Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có:  $SA$  là chiều cao của hình chóp  $S.ABC$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA.S_{ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} a \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{6} a^3$$

Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Theo câu a) Ta có:  $BC \perp (SAB)$ ,  $BC \subset (SBC)$

Vậy  $(SBC) \perp (SAB)$

Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Theo câu a) Ta có:  $BC \perp (SAB)$ ,  $AH \subset (SAB)$  nên  $BC \perp AH$

Mặt khác  $AH \perp SB$

Suy ra  $AH \perp (SBC)$ ,  $SC \subset (SBC)$  nên  $AH \perp SC$

Mặt khác  $AK \perp SC$

Suy ra  $SC \perp (AHK)$  mà  $SC$  và  $SB$  cắt nhau tại  $S$

Suy ra mệnh đề **sai**.

**Câu 13. (THPT Lê Hồng Phong - Hải Phòng 2025)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh bằng  $\sqrt{3}$ . Gọi  $I$  là trung điểm của cạnh  $AB$ , hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm  $H$  của  $CI$ . Biết góc giữa  $SA$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$ . Giả sử  $G$  là trọng tâm tam giác  $SBC$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a)  $SH = \frac{\sqrt{21}}{4}$ .

b) Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng  $\frac{3\sqrt{7}}{16}$ .

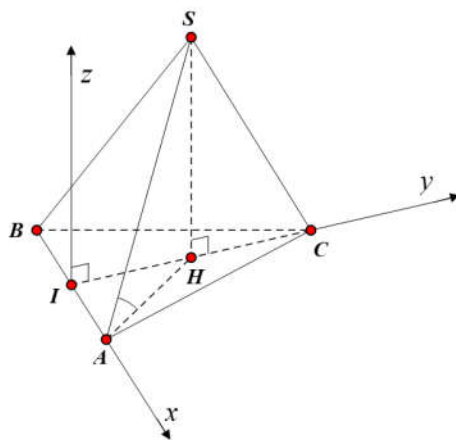
c) Góc giữa  $SA$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc  $\widehat{SAC}$

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $CG$  bằng  $\frac{\sqrt{231}}{22}$ .

**Lời giải**

a) Chọn hệ trục tọa độ  $Ixyz$ , với  $I$  là gốc tọa độ; các điểm  $A, C$  lần lượt thuộc các tia  $Ox, Oy$ ; trục  $Oz$  song song với  $SH$  và  $S$  có cao độ dương.





$CI$  là đường cao của tam giác đều  $ABC$  cạnh bằng  $\sqrt{3}$  suy ra  $CI = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$

Khi đó ta có  $I(0;0;0)$ ,  $A\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;0\right)$ ,  $B\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};0;0\right)$ ,  $C\left(0;\frac{3}{2};0\right)$ ,  $H\left(0;\frac{3}{4};0\right)$

Ta có  $AH$  là hình chiếu vuông góc của  $SA$  trên mặt phẳng  $(ABC)$ .

Góc giữa  $SA$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc giữa  $SA$  và  $AH$  bằng góc  $\widehat{SAH} = 45^\circ$

$$AH = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 0^2} = \frac{\sqrt{21}}{4}$$

Do tam giác  $SAH$  vuông cân tại  $A$  nên  $SH = AH = \frac{\sqrt{21}}{4}$

Suy ra mệnh đề **đúng**.

$$\text{b) } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot \frac{1}{2} AB \cdot CI = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{21}}{4} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3\sqrt{7}}{16}$$

Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Theo câu a) Ta có: Góc giữa  $SA$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc giữa  $SA$  và  $AH$  bằng góc  $\widehat{SAH} = 45^\circ$

Suy ra mệnh đề **sai**.

d) Ta có hình chiếu vuông góc của  $S$  lên  $(ABC)$  là trung điểm  $H$ ,  $SH = \frac{\sqrt{21}}{4}$  và  $H\left(0;\frac{3}{4};0\right)$  nên  $S\left(0;\frac{3}{4};\frac{\sqrt{21}}{4}\right)$

Do  $G$  là trọng tâm tam giác  $SBC$  nên  $G\left(-\frac{\sqrt{3}}{6};\frac{3}{4};\frac{\sqrt{21}}{12}\right)$

Đường thẳng  $SA$  đi qua điểm  $A\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;0\right)$  và có vector chỉ phương  $\overrightarrow{AS}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{3}{4};\frac{\sqrt{21}}{4}\right)$

Đường thẳng  $CG$  đi qua điểm  $C\left(0;\frac{3}{2};0\right)$  và có vector chỉ phương  $\overrightarrow{CG}\left(-\frac{\sqrt{3}}{6};-\frac{3}{4};\frac{\sqrt{21}}{12}\right)$

$$\text{Ta có } [\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{CG}] = \left( \frac{\sqrt{21}}{4}; 0; \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \quad \overrightarrow{AC} = \left( -\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{2}; 0 \right)$$

$$[\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{CG}] \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{3\sqrt{7}}{8}$$

$$\text{Khoảng cách giữa hai đường thẳng } SA \text{ và } CG \text{ bằng } \frac{[\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{CG}] \cdot \overrightarrow{AC}}{[\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{CG}]} = \frac{\frac{3\sqrt{7}}{8}}{\frac{\sqrt{33}}{4}} = \frac{\sqrt{231}}{22}$$

Suy ra mệnh đề **đúng**.

**Câu 14. (THPT Hoàng Hóa 2-Thanh Hóa 2025)** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc, gọi  $H$  là hình chiếu của  $O$  trên mặt phẳng  $ABC$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

**a)**  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ .

**b)**  $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OH^2}$ .

**c)** Các góc của tam giác  $ABC$  đều nhọn.

**d)**  $S_{\Delta ABC}^2 = S_{\Delta OBC}^2 + S_{\Delta OAB}^2 + S_{\Delta OAC}^2$  ( $S$ : Diện tích tam giác tương ứng).

**Lời giải**

Nguyễn Bảo Vương

a) Đúng.

Theo giả thiết  $OH \perp (ABC) \Rightarrow OH \perp BC (1)$ .

Lại có.

$$\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp BC (2).$$

Từ (1) và (2) có:

$$BC \perp (OAH) \Rightarrow BC \perp AH (3).$$

Chứng minh tương tự có:

$$AC \perp (OBH) \Rightarrow AC \perp BH (4).$$

$$BC \perp (OAH) \Rightarrow BC \perp AH.$$

Vậy từ (3) và (4) có là trực tâm của tam giác  $ABC$ .

b) Sai.

Theo câu a ta có:  $BC \perp (OAH) \Rightarrow BC \perp OM$ .

Xét tam giác vuông  $OBC$  có:

$$\frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}.$$

Xét tam giác vuông  $OAM$  có:

$$\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OH^2}.$$

$$\text{Vậy ta có: } \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OH^2}.$$

c) Đúng.

$$\text{Có: } BC^2 = OB^2 + OC^2$$

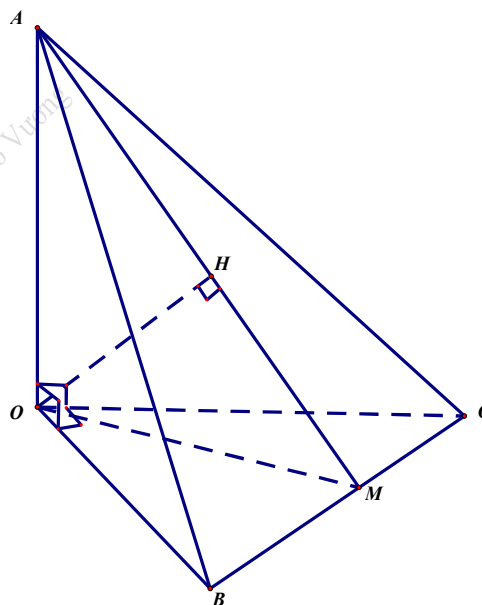
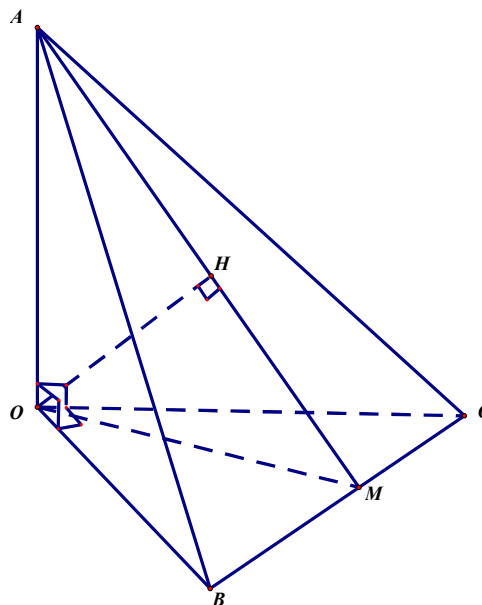
$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$

$$AC^2 = OA^2 + OC^2$$

$$\text{Suy ra } BC^2 < AB^2 + AC^2 \Rightarrow \hat{A} \text{ nhọn.}$$

$$\text{Tương tự: } AC^2 < AB^2 + BC^2 \Rightarrow \hat{B} \text{ nhọn.}$$

$$AB^2 < AC^2 + BC^2 \Rightarrow \hat{C} \text{ nhọn.}$$



**d) Đúng.**

$$\begin{aligned} S_{\Delta ABC}^2 &= \frac{1}{4} AM^2 \cdot BC^2 = \frac{1}{4} (OA^2 + OM^2) \cdot BC^2 \\ &= \frac{1}{4} OA^2 (OB^2 + OC^2) + \frac{1}{4} OM^2 \cdot BC^2 \\ &= \left( \frac{1}{2} OA \cdot OB \right)^2 + \left( \frac{1}{2} OA \cdot OC \right)^2 + \left( \frac{1}{2} OM \cdot BC \right)^2 \\ &= S_{\Delta OBC}^2 + S_{\Delta OAB}^2 + S_{\Delta OAC}^2. \end{aligned}$$

Nguyễn Bảo Vương