

ĐỀ KIỂM TRA THÁNG 5

Phần thi: TOÁN HỌC VÀ XỬ LÝ SỐ LIỆU

(Tư duy định lượng)

Thời gian: 75 phút

Câu 1. Cho hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 4$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

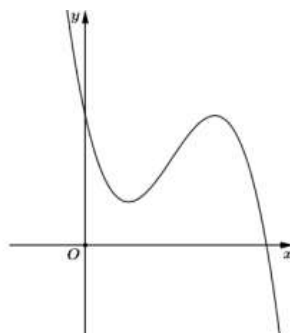
- A. $(0; 2)$ B. $(2; +\infty)$ C. $(0; +\infty)$ D. $(-\infty; 0)$

Câu 2. Cho hàm số $y = 2x + 1 - \sqrt{2x^2 - 8}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R}
B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; \infty)$
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên \mathbb{R} . Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 2 B. 1
C. 3 D. 0



Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-7; +\infty)$ B. $(-7; 4)$
C. $(-4; +\infty)$ D. $(-4; 4)$

| | | | | | | |
|------|-----------|------|-----------|-----|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | -7 | -4 | 4 | $+\infty$ | |
| y' | $-$ | 0 | $+$ | $+$ | 0 | $-$ |
| y | $+\infty$ | 14 | $+\infty$ | 6 | $-\infty$ | $-\infty$ |

Câu 5. Hàm số $y = \sqrt[3]{x^2}$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 6. Biết hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị là $(-1; 18)$ và $(3; -16)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c + d$

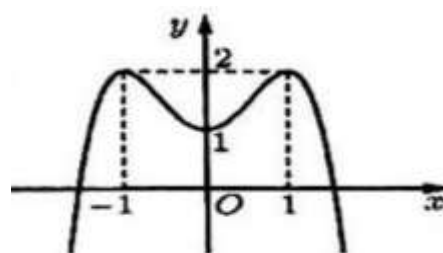
- A. $P = 1$ B. $P = 2$ C. $P = -1$ D. $P = 0$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (x - 2)^2(x^2 - 1)(x^2 - 5x + 6)$ với mọi số thực x . Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $x = 1$ B. $x = 0$
C. $(0; 1)$ D. $(-1; 2)$



Câu 9. Phương trình $\log_2(2x - 4) = 3$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{13}{2}$ B. 6 C. 8 D. $\frac{10}{3}$

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 - x^2)$ là

- A. $y' = \frac{2x}{x^2 - 1}$ B. $y' = \frac{-2x}{x^2 - 1}$ C. $y' = \frac{1}{x^2 - 1}$ D. $y' = \frac{x}{1 - x^2}$

Câu 11. Một thiết bị trong năm 2025 được định giá là 100 triệu đồng. Trong 5 năm tiếp theo, mỗi năm tiếp theo giá trị của thiết bị giảm 6% so với năm trước đó và từ năm thứ 6 trở đi, giá trị của thiết bị giảm 10% so với năm trước. Hỏi bắt đầu từ năm nào thì giá trị của thiết bị nhỏ hơn 50 triệu đồng?

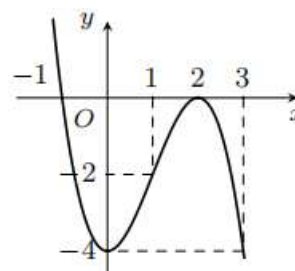
- A. 2033 B. 2034 C. 2035 D. 2036

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + a$ có đồ thị (C) . Tìm tổng tất cả các giá trị của a để tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $x = 3$ cắt hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2.

- A. 9 B. 5 C. 13 D. 18

Câu 13. Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 2)$ B. $(-\infty; -1)$
C. $(-4; 2)$ D. $(-4; 1)$



Câu 14. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^2 \ln x$ là

- A. $\frac{1}{e}$ B. $-\frac{1}{e}$ C. $-\frac{1}{2e}$ D. $\frac{1}{2e}$

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x}$ có giá trị cực đại y_1 và giá trị cực tiểu y_2 . Tính $S = y_2 - y_1$

- A. $S = -1$ B. $S = -5$ C. $S = 4$ D. $S = -4$

Câu 16. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng a và $AC = 2a$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) là

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ B. $a\sqrt{2}$ C. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3a$ và $SA \perp (ABC)$. Giả sử $AB = BC = 2a, \widehat{ABC} = 120^\circ$. Tìm khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC)

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $2\sqrt{2}a$ D. $\frac{3a}{2}$

Câu 18. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, $AB = AC = a, \widehat{BAC} = 120^\circ$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC là

- A. 45° B. 60° C. 30° D. 90°

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc hợp bởi SC và mặt phẳng (SAB) , β là góc hợp bởi AC và mặt phẳng (SBC) . Giá trị của $\tan \alpha + \sin \beta$ là

- A. $\frac{1 + \sqrt{7}}{7}$ B. $\frac{\sqrt{21} + \sqrt{7}}{7}$ C. $\frac{\sqrt{21} + 1}{7}$ D. $\frac{\sqrt{42} + \sqrt{7}}{7}$

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính \cos của góc giữa hai mặt phẳng (SMD) và $(ABCD)$

- A. $\frac{3}{\sqrt{10}}$ B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

Câu 21. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và $B'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ bằng

- A. $a\sqrt{5}$ B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ C. $3a$ D. $\frac{a}{3}$

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ dưới

| | | | | | | | | | |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| x | $-\infty$ | -1 | 1 | 2 | 4 | $+\infty$ | | | |
| $f'(x)$ | $-$ | $ $ | $+$ | 0 | $-$ | $ $ | $+$ | 0 | $-$ |

Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - \frac{21}{2}x^2 + 36x$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = 3$ B. $x = 4$ C. $(4; 40)$ D. $(3; \frac{81}{2})$

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (x + 1)(x - 1)^4(2 - x)$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $f(5) > f(4) > f(3)$ B. $f(-1) > f(0) > f(1)$
C. $f(-3) < f(-2) < f(-1)$ D. $f(0) < f(1) < f(2)$

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0; a, b, c \in \mathbb{R}$). Hàm số đã cho có thể có bao nhiêu cực trị?

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 0

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x - 1)^2(3 - x)(x^2 - x - 1), \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu cực tiểu?

- A. 1 B. 3 C. 0 D. 2

Câu 27. Gọi M là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và N là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2$. Tính độ dài đoạn thẳng MN

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{10}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{26}$

Câu 28. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC = a\sqrt{3}$. Biết BC' hợp với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30° và hợp với mặt phẳng đáy góc α sao cho $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BB' và $A'C'$. Khoảng cách giữa MN và AC' là

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$ D. $\frac{a}{3}$

Câu 29. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \in (-1; 0)$ và $x_2 \in (1; 2)$. Biết rằng hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(x_1; x_2)$. Đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ âm. Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

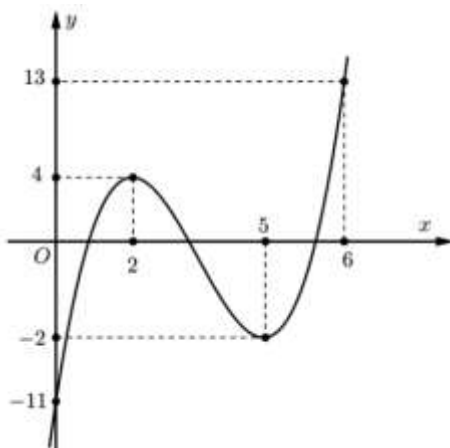
Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới

| | | | | | |
|---------|-----------|-----|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | 1 | 3 | 7 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | - | 0 | + | 0 | - |
| $f(x)$ | $+\infty$ | -17 | -13 | -18 | $+\infty$ |

Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình $f'(3x - 1) = 0$. Tính tổng các phần tử của S

- A. 11 B. $\frac{14}{3}$ C. $\frac{7}{3}$ D. -48

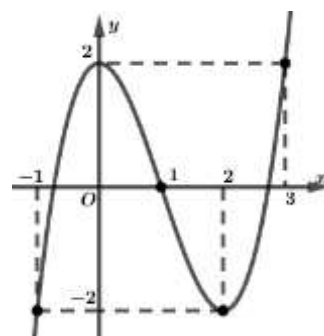
Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới



Hỏi hàm số $g(x) = f(f(x) + 2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2 B. 3 C. 8 D. 6

Câu 32. Cho hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $g(x) = f(3x + 1) + 9x^3 + \frac{9}{2}x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1; 1)$ B. $(-2; 0)$
C. $(1; +\infty)$ D. $(-\infty; 0)$

Dựa vào dữ liệu dưới đây trả lời các câu hỏi từ Câu 33 đến Câu 35

Cường độ một trận động đất M được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, đơn vị richter với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là biên độ chuẩn (là một hằng số).

Câu 33. Một trận động đất có cường độ 8,5 richter có biên độ mạnh gấp mấy lần biên độ của một trận động đất có cường độ 6,5 richter?

- A. 1000 lần B. 100 lần C. 2 lần D. 1024 lần

Câu 34. Vào hồi 12 giờ 14 phút trưa ngày 27/07/2020, tại khu vực huyện Mộc Châu, Sơn La xảy ra trận động đất thứ nhất với cường độ 5,3 độ Richter. Trong vòng 20 tiếng đồng hồ, Sơn La đã xảy ra liên tiếp 7 trận động đất. Đến 8 giờ 26 phút sáng 28/07/2020, trận động đất thứ bảy xảy ra với cường độ 4 độ Richter. Biết rằng biên độ chuẩn được dùng cho cả tỉnh Sơn La. Hỏi biên độ rung chấn tối đa của trận

động đất thứ nhất gấp khoảng mấy lần biên độ rung chấn tối đa của trận động đất thứ bảy (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

- A. 1,3 lần B. 20 lần C. 2 lần D. 10 lần

Câu 35. Tại hai địa điểm A và B đang diễn ra hai trận động đất với cường độ lần lượt là 5 độ richter và 8 độ richter. Biết rằng sau mỗi giờ, biên độ rung chấn tối đa ở địa điểm A tăng lên gấp hai lần còn biên độ rung chấn tối đa ở địa điểm B giảm đi hai lần so với giờ trước đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giờ thì biên độ rung chấn tối đa ở địa điểm A sẽ lớn hơn biên độ rung chấn tối đa ở địa điểm B?

- A. 6 giờ B. 3 giờ C. 4 giờ D. 5 giờ

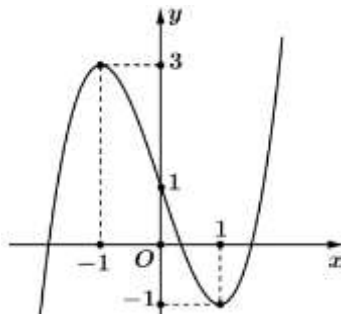
Câu 36. Hàm số $f(x) = x^4(x - 1)^2$ có bao nhiêu điểm cực trị? (nhập đáp án vào ô trống)

Đáp án:

Câu 37. Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. Hỏi diện tích của tam giác ABC bằng bao nhiêu? (nhập đáp án vào ô trống)

Đáp án:

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số khoảng đồng biến của hàm số $y = f(x)$ là (nhập đáp án vào ô trống)



Đáp án:

Câu 39. Biết đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 1}$ có hai điểm cực trị là A và B . Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu? (nhập đáp án vào ô trống)

Đáp án:

Câu 40. Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 4$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng $a\sqrt{b} - c$ (với a, b, c là các số tự nhiên). Tính $a + b + c$ (nhập đáp án vào ô trống)

Đáp án:

Câu 41. Số giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $[\log(x^2 - 6) - 1]\sqrt{x + 8} \leq 0$ là (nhập đáp án vào ô trống)

Đáp án:

Câu 42. Cho $y = f(x)$ là hàm số lẻ, xác định và liên tục trên \mathbb{R} có $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn $f(x^2 - 20) + f(8x) \leq 0$? (nhập đáp án vào ô trống)

Đáp án:

Câu 43. Cho $a \neq 0, b^2 - 3ac > 0$. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị? (nhập đáp án vào ô trống)

Đáp án:

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và bảng xét dấu đạo hàm như sau

| | | | | | | | |
|---------|-----------|---|-----|---|-----|---|-----------|
| x | $-\infty$ | | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | | + | 0 | - | 0 | + | |

Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 3) + \frac{1}{2}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 2025$ là bao nhiêu? (nhập đáp án vào ô trống)

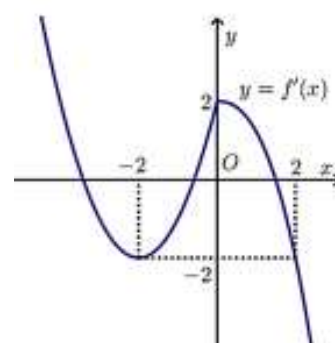
Đáp án:

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3 - \frac{29}{8}x^2 + \frac{9}{4}x + \frac{3}{8}, \forall x \in \mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp các điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(2x + 1) - x^3$. Tổng giá trị các phân tử của S là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a - b$ (nhập đáp án vào ô trống)

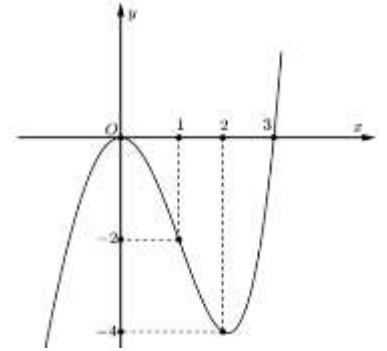
Đáp án:

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + 6x$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$. Khi đó, tính $b - a$ (nhập đáp án vào ô trống)

Đáp án:



Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(5 - 2\sqrt{1 + 3\cos x})$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc đoạn $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ (nhập đáp án vào ô trống bên dưới)

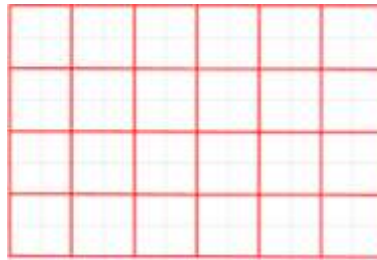


Đáp án:

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 + 26x + 18}{x + 13}$ có điểm cực tiểu $x = x_1$ và điểm cực đại $x = x_2$. Tính $P = -2x_1 + x_2$ (nhập đáp án vào ô trống)

Đáp án:

Câu 49. Xét những tờ giấy hình chữ nhật, kẻ ca-rô cỡ $m \times n$ ô vuông, một cách phân chia “đẹp” được xác định khi ta chỉ dùng những dòng kẻ có sẵn chia tờ giấy thành những phần bằng nhau, sao cho mỗi phần đều là hình vuông cỡ $p \times p$ ô. Chẳng hạn ở hình bên dưới, bằng những dòng kẻ được tô màu đỏ, ta xác định một cách phân chia “đẹp” với $m = 12, n = 8, p = 2$. Số cách phân chia “đẹp” đối với một tờ giấy ca-rô cỡ 300×420 là (nhập đáp án vào ô trống)



Đáp án:

Câu 50. Có hai hộp đựng tất cả 15 viên bi, các viên bi chỉ có 2 màu đen và trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp một viên bi. Biết số bi ở hộp 1 nhiều hơn số bi ở hộp 2, số bi đen ở hộp 1 nhiều hơn số bi đen ở hộp 2 và xác suất để lấy được 2 viên đen là $\frac{5}{28}$. Xác suất để lấy được 2 viên trắng là $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a + b$ (nhập đáp án vào ô trống)

Đáp án:

~~~ Hết ~~~

~ Chúc các em làm bài đạt kết quả cao ~

