

CHỦ ĐỀ 12. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM GIẢI TOÁN KINH TẾ**• PHẦN 3. TRẢ LỜI NGẮN**

CÂU HỎI (vì là ngân hàng được tách ra từ các trường, cho nên có trùng lặp câu hỏi thì do các trường tham khảo nhau)

Kinh tế

- Câu 1. (THPT Hàm Rồng - Thanh Hóa 2025)** Từ năm 2004 đến năm 2019 doanh thu $R(t)$ (tính bằng triệu đô la) của McDonald's có thể được mô hình hóa bởi $R(t) = -130,769t^3 + 2296,47t^2 - 11493,5t + 35493$ ($4 \leq t \leq 19$), trong đó t là đại diện cho năm, với $t=4$ tương ứng với năm 2004. Biết rằng $R'(t)$ là hàm tốc độ doanh thu theo thời gian. Tốc độ thay đổi doanh thu của McDonald's lớn nhất vào năm nào? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, tính theo triệu đô la mỗi năm).
- Câu 2. (Đề Tham Khảo 2025)** Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 500$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 1000 + \frac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?
- Câu 3. (THPT Tiên Du - Bắc Ninh 2025)** Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 300 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 300$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -2x^2 + 1312x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x^2 - 77x + 1000 + \frac{40000}{x}$ (nghìn đồng). Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp (tính theo đơn vị triệu đồng) đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).
- Câu 4. (THPT Lê Thánh Tông - HCM 2025)** Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó, chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$ đồng. Tổng chi phí mua nguyên vật liệu là $H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp mua với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?
- Câu 5. (THPT Nguyễn Đăng Đạo - Bắc Ninh 2025)** Một trang trại rau sạch ở Đà Lạt mỗi ngày thu hoạch được 1 tấn rau. Mỗi ngày, nếu giá bán rau là 30000 đồng/kg thì bán hết rau, nếu giá bán rau tăng 1000 đồng/kg thì số rau thừa tăng 20 kg. Số rau thừa này được thu mua hết để làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg. Hỏi để mỗi ngày thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá bao nhiêu nghìn đồng?
- Câu 6.** Theo thống kê tại một nhà máy Z , nếu áp dụng tuần làm việc 40 giờ thì mỗi tuần có 100 tổ công nhân đi làm và mỗi tổ công nhân làm được 120 sản phẩm trong một giờ. Nếu tăng thời gian làm việc thêm 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có 1 tổ công nhân nghỉ việc và năng suất lao động giảm 5 sản phẩm/1 tổ/1 giờ. Ngoài ra, số phế phẩm mỗi tuần ước tính là $P(x) = \frac{95x^2 + 120x}{4}$, với x là thời gian làm việc trong một tuần. Nhà máy cần áp dụng thời gian làm việc mỗi tuần mấy giờ để số lượng sản phẩm thu được mỗi tuần là lớn nhất?

- Câu 7. (Sở Ninh Bình 2025)** Một nhà máy sản xuất x sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm được cho bởi hàm chi phí $C(x) = 16000 + 500x - 1,6x^2 + 0,004x^3$ (nghìn đồng). Biết giá bán của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p(x) = 1700 - 7x$ (nghìn đồng). Hỏi mỗi tháng nhà máy nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? Biết rằng kết quả khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ tiêu thụ hết.
- Câu 8. (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc 2025)** Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi $C(x) = x^2 - 2000x + 10^8$ đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi số lượng cuốn tạp chí phát hành cực lớn thì chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ sẽ tiệm cận với đường thẳng có phương trình dạng $y = ax + b$. Tính $P = 68a + 3b + 800$.
- Câu 9. (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc 2025)** Một công ty chuyên sản xuất dụng cụ thể thao nhận được đơn đặt hàng sản xuất 9000 quả bóng rổ. Công ty có một số máy móc, mỗi máy có khả năng sản xuất 36 quả bóng rổ trong một giờ. Chi phí thiết lập mỗi máy là 250 nghìn đồng. Sau khi thiết lập, quá trình sản xuất sẽ diễn ra hoàn toàn tự động và chỉ cần có người giám sát. Chi phí trả cho người giám sát là 225 nghìn đồng mỗi giờ. Số máy móc công ty cần sử dụng để chi phí hoạt động đạt mức thấp nhất là bao nhiêu?
- Câu 10. (THPT Diễn Châu 5 - Nghệ An 2025)** Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (chục nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (chục nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng) ($0 < x < 300$). Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)
- Câu 11. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa 2025)** Một trang trại rau sạch ở Đà Lạt mỗi ngày thu hoạch được 1 tấn rau. Mỗi ngày, nếu giá bán rau là 30000 đồng/kg thì bán hết rau, nếu giá bán rau tăng 1000 đồng/kg thì số rau thừa tăng 20 kg. Số rau thừa này được thu mua hết để làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg. Hỏi để mỗi ngày thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá bao nhiêu nghìn đồng?
- Câu 12. (THPT Triệu Sơn 4 - Thanh Hóa 2025)** Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 24 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(44-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?
- Câu 13. (Cụm trường THPT Hải Dương 2025)** Một xí nghiệp A chuyên cung cấp sản phẩm S cho nhà phân phối B . Hai bên thỏa thuận rằng, nếu đầu tháng B đặt hàng x tạ sản phẩm S thì giá bán mỗi tạ sản phẩm S là $P(x) = 6 - 0,0005x^2$ (triệu đồng) ($x \leq 40$). Chi phí A phải bỏ ra cho x tạ sản phẩm S trong một tháng là $C(x) = 10 + 3,5x$ (triệu đồng) và mỗi sản phẩm bán ra phải chịu thêm mức thuế là 1 triệu đồng. Hỏi trong một tháng B cần đặt hàng bao nhiêu tạ sản phẩm S thì A có được lợi nhuận lớn nhất, kết quả làm tròn đến hàng phần chục.
- Câu 14. (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An 2025)** Trong trung tâm thương mại Lotte thành phố Vinh, có một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 200 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán

- thêm được 10 suất. Hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?
- Câu 15. (THPT Kinh Môn - Hải Dương 2025)** Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 1000 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 1000$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 2999x^2 + 2255000x + 300000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 5000 + \frac{300000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?
- Câu 16. (HSG Vũng Tàu 2025)** Bác Bình có một nông trại ao nuôi cá, mỗi ngày thu hoạch được 2 tấn cá. Nếu bán cho thương lái với giá 30 nghìn đồng/kg thì hết cá, nếu giá bán cứ tăng thêm 2 nghìn đồng/kg thì số cá thừa sẽ tăng thêm 10 kg. Số cá thừa này được bán để làm thức ăn cho động vật với giá 10 nghìn đồng/kg. Hỏi bác Bình phải bán với giá bao nhiêu nghìn đồng/kg để số tiền bán cá mỗi ngày đạt doanh thu lớn nhất?
- Câu 17. (HSG Vũng Tàu 2025)** Một công ty X sản xuất máy tính bảng dành cho học sinh bán được x máy mỗi tháng. Giá bán của mỗi máy tính bảng được cho bởi công thức $p(x) = 8600 - 10x$ (nghìn đồng). Chi phí để sản xuất mỗi máy tính bảng là $c(x) = x^2 - 4x + 500 + \frac{1000}{x}$ (nghìn đồng). Hỏi công ty X sẽ bán bao nhiêu máy tính bảng mỗi tháng để lợi nhuận cao nhất?
- Câu 18. (THPT Triệu Sơn 1-Thanh Hóa 2025)** Ông A dự định đầu tư sản xuất một loại sản phẩm với số lượng không quá 150 sản phẩm. Nếu ông A sản xuất được x sản phẩm thì bán và thu về số tiền được tính theo công thức $f(x) = x^3 - 1565x^2 + 128500x + 30000$ (nghìn đồng), khi đó chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm được tính theo công thức $C(x) = 1000 + x + \frac{25000}{x}$ (nghìn đồng). Ông A cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu về là lớn nhất?
- Câu 19. (Cụm trường THPT Bắc Ninh 2025)** Hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm một tháng thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm được biểu diễn bởi công thức $P(x) = 50 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 95 + 35x$ (triệu đồng). Hỏi lợi nhuận lớn nhất nhà máy A có thể thu được trong một tháng khi bán hàng cho nhà máy B là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- Câu 20.** Một nhà xuất bản nhận in 4000 ấn phẩm. Nhà xuất bản có tất cả 14 máy in được cài đặt, hoạt động tự động và giám sát bởi 1 kỹ sư. Mỗi máy in có thể in được 30 ấn phẩm trong một giờ. Chi phí cài đặt máy in là 12 USD cho một máy, chi phí giám sát là 9USD một giờ. Tính số máy in nhà xuất bản nên sử dụng để chi phí in là nhỏ nhất?
- Câu 21.** Một công ty kinh doanh dịch vụ nghỉ dưỡng nhận thấy rằng: Nếu áp dụng mức giá 3 triệu đồng/người/ngày thì mỗi tháng có 140 khách đến nghỉ và mỗi khách sẽ nghỉ 12 ngày. Nếu cứ tăng giá thêm 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ giảm đi 6 người và thời gian lưu trú của mỗi người khách cũng giảm 2 ngày. Ngược lại, nếu cứ giảm 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ tăng thêm 6 người và thời gian lưu trú của mỗi người khách cũng tăng thêm 2 ngày. Hỏi công ty cần áp dụng mức giá bao nhiêu triệu đồng/người/ngày để lợi nhuận hàng tháng thu được là lớn nhất, biết tổng chi phí công ty phải chi cho một ngày lưu trú của mỗi người khách là 2 triệu đồng và Sở du lịch không cho công ty thu vượt quá 10 triệu đồng/người/ngày. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Câu 22. (Chuyên KHTN Hà Nội 2025)** Giả sử chi phí đặt hàng và vận chuyển C (đơn vị: triệu đồng) của một linh kiện được sử dụng trong sản xuất một sản phẩm được xác định theo công thức $C = \frac{19200000}{x^2} + \frac{27x}{x+3000}$, $x \geq 1$. Trong đó x là số linh kiện được đặt hàng và vận chuyển. Tìm x để chi phí đặt hàng và vận chuyển cho mỗi linh kiện trên là nhỏ nhất.
- Câu 23. (Chuyên Vinh 2025)** Đầu năm mới 2025, công ty A vừa kí được một hợp đồng sản xuất và cung cấp linh kiện theo đơn đặt hàng của nhà máy B. Theo hợp đồng nhà máy B mua không quá 1500 linh kiện, nếu số lượng đặt hàng là x thì giá bán mỗi linh kiện là $p(x) = 40000 - 0,01x^2$

đồng. Chi phí để công ty sản xuất x linh kiện là $C(x) = 10000000 + 10000x$ đồng. Hỏi công ty A nên sản xuất và cung cấp bao nhiêu linh kiện cho nhà máy B để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Câu 24. (Sở Thanh Hóa 2025) Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) ($0 < t < 300$). Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu nghìn đồng sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó?

Câu 25. (THPT Trần Nguyễn Hân - Hải Phòng 2025) Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng pickleball. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Câu 26. (THPT Trần Phú - Vĩnh Phúc 2025) Trong trung tâm thương mại Lotte thành phố Vĩnh Yên, có một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 200 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá bán để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất, hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

Câu 27. (Sở Vĩnh Phúc 2025) Một chủ nhà hàng kinh doanh phần ăn uống đồng giá có chiến lược kinh doanh như sau: Phí cố định được ước tính trong một năm là 55 triệu đồng. Chi phí một phần ăn ước tính khoảng 22 nghìn đồng. Giá niêm yết trên thực đơn là 30 nghìn đồng. Giả định rằng tất cả các phần ăn chế biến sẵn đều được bán hết và kí hiệu x là số phần ăn trong một năm, giả sử x là số nguyên thuộc $[5000; 25000]$. Mục tiêu của chủ nhà hàng là tạo ra lợi nhuận ít nhất là 135 triệu đồng mỗi năm. Biết rằng nhà hàng mở cửa 300 ngày một năm, hỏi trung bình mỗi ngày nhà hàng phải phục vụ ít nhất bao nhiêu phần ăn để đạt mục tiêu trên?

Câu 28. (Cụm trường Hưng Yên 2025) Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{200000x}{3x+2}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu là

$H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng), nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 2% cho 150 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 3% cho các sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 29. (Cụm trường Nghệ An 2025) Một công ty muốn đầu tư vào hệ thống điện mặt trời có công suất x (đơn vị tính: MW). Theo nghiên cứu cho thấy một số thông tin sau: Chi phí đầu tư ban đầu là $C_1(x) = 1400 + 55x$ (tỷ đồng). Doanh thu hàng năm là $R(x) = 28x - 0,15x^2$ (tỷ đồng/năm). Chi phí vận hành hàng năm là $C_2(x) = 12 + 0,35x + 0,012x^2$ (tỷ đồng/năm). Hãy tìm công suất x (làm tròn đến hàng đơn vị) để tối đa hóa lợi nhuận trên đầu tư, được tính là tỷ lệ lợi nhuận hàng năm trên chi phí đầu tư ban đầu.

Câu 30. (Sở Thừa Thiên Huế 2025) Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 20$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa cho bởi hàm chi phí $C(x) = \frac{23}{36}x^3 + x^2 + 200$ (tính bằng nghìn đồng). Giá của vải lụa tơ tằm là 300 nghìn đồng/mét và giả sử hộ luôn bán hết số sản phẩm làm ra trong một ngày. Để đạt lợi nhuận tối đa thì mỗi ngày thì hộ cần sản xuất bao nhiêu mét vải lụa.

- Câu 31. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình 2025)** Trận bóng đá giao hữu giữa đội tuyển Việt Nam và Singapore ở sân vận động Mỹ Đình có sức chứa 60 000 khán giả. Ban tổ chức bán vé với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình đến sân xem bóng đá là 24 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3 000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất với đơn vị tính giá vé là nghìn đồng?
- Câu 32. (THPT Lê Thánh Tông - Nguyễn Khuyến HCM 2025)** Để hạn chế vi phạm thời gian làm việc đối với công nhân, giám đốc công ty quyết định xử lý bằng cách phạt tiền. Nhờ sự giám sát chặt chẽ của các quản đốc, giám đốc công ty biết được trong một tháng, giữa tỉ lệ công nhân vi phạm đúng k lần ($1 \leq k \leq 2$) là $t_k = \frac{N_k}{N}$ (trong đó N_k là số công nhân vi phạm đúng k lần, N là tổng số công nhân) và mức phạt mỗi lần vi phạm có mối liên hệ như sau:
Nếu mỗi công nhân nộp phạt x nghìn đồng ($60 \leq x \leq 300$) khi vi phạm lần thứ nhất và nộp phạt $x - 20$ nghìn đồng khi vi phạm lần thứ hai thì $t_1 = \frac{36}{x+10}$ và $t_2 = \frac{4}{x-30}$ (không có công nhân nào vi phạm quá hai lần).
Biết rằng N không đổi và bằng 2400. Tổng số tiền nộp phạt của các công nhân vi phạm trong một tháng ít nhất là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)
- Câu 33. (Sở Bắc Giang 2025) [VD]** Năm 2025, một cửa hàng cân nhập về tổng cộng 600 chiếc điện thoại. Cửa hàng sẽ nhận theo nhiều lô hàng, mỗi lô hàng chứa số điện thoại bằng nhau. Chi phí vận chuyển là 50 USD cho mỗi lô hàng, cộng thêm một loại phí vận chuyển là 3 USD cho mỗi chiếc điện thoại và phí này cả năm chỉ tính cho lần vận chuyển đầu tiên. Hỏi cửa hàng đó nên nhập mỗi lô hàng bao nhiêu chiếc điện thoại để chi phí vận chuyển cả năm 2025 thấp nhất?
- Câu 34. (Sở Phú Thọ 2025)** Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x \leq 2500$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là và tổng chi phí là $g(x) = x^2 + 1438x - 1209$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) ($0 < t < 320$). Giá trị của t bằng bao nhiêu nghìn đồng để nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng nhận được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó?
- Câu 35. (Sở Ninh Bình 2025)** Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là x (\$) thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x) = x - 200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x) = 4200 - x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0 = 3200$ \$. Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là a (\$) và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là 4:1. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.
- Câu 36. (Sở Thái Nguyên 2025)** Một cửa hàng phân phối gạo với chi phí mua vào là 30 nghìn đồng / 1kg , bán ra là 35 nghìn đồng / 1kg . Với giá bán này thì số gạo bán được trong một tháng là 12000 kg . Để đẩy mạnh hơn nữa doanh số tiêu thụ gạo trong một tháng, cửa hàng dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 nghìn đồng / 1kg thì số lượng gạo bán ra trong một tháng sẽ tăng thêm 4000 kg . Cửa hàng phải định giá bán gạo mới là bao nhiêu nghìn đồng một kilôgam thì lợi nhuận thu được trong tháng cao nhất?
- Câu 37. (Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng 2025)** Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 180 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 180$) thì giá bán của mỗi sản phẩm là $f(x) = 35840 - 192x$ (nghìn đồng) và chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $g(x) = 25,6x^2 - 153,6x + 3072 + \frac{19200}{x}$ (nghìn đồng). Biết rằng mức thuế trên một sản phẩm này

là 512 nghìn đồng. Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 38. (KHTN Hà Nội 2025) Một công ty ước lượng tổng doanh thu R (đơn vị: triệu đồng) cho một loại sản phẩm được xác định bởi công thức: $R = -x^3 + 450x^2 + 52500x$. Trong đó x là số sản phẩm được sản xuất (và bán). Với ước lượng trên, công ty cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để doanh thu tối đa?

Câu 39. (Sở Hà Nội 2025) Một đại lý nhập khẩu trái cây tươi để phân phối cho các cửa hàng. Mỗi lần nhập khẩu trái cây, khoảng chi phí vận chuyển (không đổi) là 25 triệu đồng. Chi phí bảo quản mỗi tạ trái cây trong kho là 80 nghìn đồng/ngày. Thời gian bảo quản tối đa 10 ngày. Biết rằng, kể từ ngày đầu tiên nhập hàng, đại lý sẽ phân phối tới các cửa hàng 25 tạ trái cây mỗi ngày. Mỗi lần nhập hàng, đại lý phải nhập đủ trái cây cho bao nhiêu ngày phân phối để chi phí trung bình cho mỗi ngày thấp nhất (bao gồm chi phí vận chuyển và chi phí bảo quản trong kho)?

Câu 40. (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ 2025) Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa 29 hành khách. Trong khu du lịch Đền Hùng, một đoàn khách gồm 40 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Người lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn du khách như sau: Nếu một xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(100-x)^2}{40}$ (nghìn đồng) và một chuyến không chở dưới 15 người. Hỏi với thỏa thuận như trên thì cần trả ít nhất bao nhiêu nghìn đồng để cả đoàn được đưa về khách sạn bằng xe du lịch?

Câu 41. (Sở Yên Bái 2025) Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 42. (THPT Triệu Sơn 1 - Thanh Hóa 2025) Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe để về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách? (đáp số làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 43. (Chuyên Phan Bội Châu - Hà Tĩnh 2025) Chi phí về nhiên liệu của một con tàu được chia làm hai phần. Phần chi phí thứ nhất không phụ thuộc vào tốc độ tàu và bằng 480 nghìn đồng mỗi giờ. Chi phí phần thứ hai trên 1 km đường tỉ lệ thuận với lập phương của tốc độ tàu, khi tốc độ bằng 20 km/h thì chi phí phần thứ hai bằng 100 nghìn đồng mỗi giờ. Giả sử con tàu đó luôn giữ nguyên tốc độ di chuyển, để tổng chi phí nhiên liệu trên 1 km đường là nhỏ nhất thì tốc độ của con tàu đó bằng bao nhiêu km/h ? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 44. (THPT Anh Sơn 3 - Nghệ An 2025) Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $p(x) = 90 - 0,01x^2$ (đơn vị: triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = \frac{1}{2}(200 + 27x)$

(đơn vị: triệu đồng), thuế giá trị gia tăng mà nhà máy A phải đóng cho nhà nước là 10% tổng doanh thu mỗi tháng. Hỏi nhà máy A bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm để mỗi tháng thu được lợi nhuận (sau khi đã trừ thuế giá trị gia tăng) cao nhất?

Câu 45. (THPT Đô Lương 1 - Nghệ An 2025) Một hộ làm nghề dệt vải tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí để sản xuất x mét vải lụa (tính bằng ngàn đồng) cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ gia đình này bán hết sản phẩm mỗi ngày với

- giá 220 ngàn đồng/mét. Tính số tiền (đơn vị ngàn đồng) lợi nhuận tối đa mà hộ gia đình này có thể nhận được.
- Câu 46. (Sở Đà Nẵng 2025)** Một công ti trung bình bán được 600 chiếc máy lọc không khí mỗi tháng với giá 10 triệu đồng một chiếc. Một khảo sát cho thấy nếu giảm giá bán mỗi chiếc 400 nghìn đồng, thì số lượng bán ra tăng thêm khoảng 60 chiếc mỗi tháng. Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi máy, x là số máy bán ra. Khi đó, hàm cầu là $p = p(x)$ và hàm doanh thu là $R(p) = px$. Hỏi công ti phải bán mỗi chiếc với số tiền bao nhiêu triệu đồng để doanh thu là lớn nhất?
- Câu 47. (Sở Phú Thọ 2025)** Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận, mỗi tháng A cung cấp cho B tối đa 45 tấn sản phẩm và nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 60 - 0,01x^2$ (triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 150 + 33x$ (triệu đồng) (gồm 150 triệu đồng chi phí cố định và 33 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Để mỗi tháng thu được lợi nhuận lớn nhất thì A cần bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm?
- Câu 48. (Sở Bình Thuận 2025)** Một nhà máy dự định sản xuất không quá 200 sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 200$) được cho bởi hàm chi phí $C(x) = 20000 + 800x - 3,6x^2 + 0,004x^3$ (nghìn đồng). Biết giá bán của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p(x) = 2000 - 9x$ (nghìn đồng). Hỏi mỗi tháng nhà máy sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? Biết rằng kết quả khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ được tiêu thụ hết.
- Câu 49. (Sở Lào Cai 2025)** Doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = \frac{24000}{1 + 6e^{-t}}$, $t \geq 0$ trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Tốc độ bán hàng lớn nhất đạt được khi $t = \ln a$. Tìm a .
- Câu 50. (Sở Long An 2025)** Một doanh nghiệp dự định sản xuất x sản phẩm ($0 \leq x \leq 1100$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 2199x^2 + 1219000x + 2025000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 9000 + \frac{2025000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?
- Câu 51. (Sở Quảng Ninh 2025)** Một công ty đang triển khai chiến dịch quảng cáo sản phẩm mới. Số tiền đầu tư quảng cáo là A (triệu đồng). Theo kết quả nghiên cứu thị trường, số lượng sản phẩm bán ra (đơn vị: sản phẩm) phụ thuộc vào chi phí quảng cáo theo hàm: $q(A) = 1000 + \frac{1013}{3} \ln(1 + A)$. Biết rằng, chi phí sản xuất mỗi sản phẩm là 10 triệu đồng và giá bán mỗi sản phẩm là 20 triệu đồng. Giá trị lợi nhuận tối đa mà công ty có thể đạt được là bao nhiêu tỉ đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?
- Câu 52. (THPT Hoàng Hóa 2-Thanh Hóa 2025)** Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê (triệu) mỗi căn hộ là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất?
- Câu 53. (Đề thi vào ĐHSPhN 2025)** Một công ty sản xuất giày dép ước tính rằng tổng chi phí để sản xuất và bán hết q đôi giày mỗi ngày là $C(q) = 0,01q^3 - 0,6q^2 + 50q + 2000$ (nghìn đồng). Giá bán mỗi đôi giày được xác định bởi hàm $h(q) = 600 - q$ (nghìn đồng). Biết rằng số giày của công ty sản xuất mỗi ngày đều được bán hết.
- a) Nếu mỗi ngày công ty sản xuất được 50 đôi giày thì lợi nhuận mỗi ngày thu được là bao nhiêu (nghìn đồng)?
- b) Công ty nên sản xuất bao nhiêu đôi giày mỗi ngày để đạt lợi nhuận tối đa?

- Câu 54. (Cụm Ninh Giang - Tứ Kỳ - Gia Lộc 2025)** Hai sinh viên Thành và Linh rủ nhau mở một công ty vận tải taxi điện (Sử dụng nguồn cung sẵn có trong nước với nhiều ưu đãi khuyến khích phát triển loại phương tiện này). Hai bạn Thành và Linh dự định sử dụng không quá 10 xe. Nếu công ty sử dụng tối đa thời gian hoạt động của x xe điện trên ($1 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{N}$) thì doanh thu nhận được của số xe đó là $D(x) = x^3 - 4597x^2 + 50300x + 30000$ (triệu đồng), trong khi chi phí nạp điện, bảo dưỡng, phí cầu đường, thuế và thuê nhân công lái xe, bình quân cho mỗi xe là $C(x) = 3x + 300 + \frac{30000}{x}$ (triệu đồng). Hai bạn Thành và Linh cần ưu tiên tối đa cho bao nhiêu xe hoạt động thường xuyên để lợi nhuận công ty thu được là lớn nhất?
- Câu 55. (THPT Mai Trúc Loan - Hà Tĩnh 2025)** Một hộ sản xuất kinh doanh hạt điều sấy mỗi ngày sản xuất được x kg ($5 \leq x \leq 20$). Tổng chi phí sản xuất x kg được cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 + 19x + 300$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử hộ sản xuất này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 316 nghìn đồng/kg. Hỏi hộ sản xuất này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu kilôgam hạt điều để thu được lợi nhuận lớn nhất?
- Câu 56. (THPT Triệu Quang Phục - Hưng Yên 2025)** Bảng giá cước của một hãng taxi X được mô hình hóa bởi một hàm số biểu thị mối liên hệ giữa x (km) là quãng đường di chuyển và số tiền tương ứng phải trả $f(x)$ như sau:
- $$f(x) = \begin{cases} 10000x & (0 < x \leq 10) \\ 15000x - 50000 & (10 < x \leq 40) \\ 125000x + 50000 & (x > 40) \end{cases}$$
- Nếu một người đi taxi của hãng X phải trả số tiền xe là 475000 VNĐ thì người đó đã đi quãng đường là bao nhiêu?
- Câu 57. (Cụm Chương Mỹ - Thanh Oai 2025)** Một công ty xác định rằng tổng chi phí của họ, tính theo nghìn đô - la, để sản xuất x mặt hàng là $C(x) = \sqrt{5x^2 + 60}$, và công ty lên kế hoạch nâng sản lượng trong t tháng kể từ nay theo hàm $x(t) = 20t + 40$. Tính tốc độ tăng của chi phí sau 4 tháng kể từ nay? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục, đơn vị nghìn đô-la/tháng)
- Câu 58. (Cụm Chuyên Môn Đăk Lak 2025)** Cho $C(x) = 16000 + 500x - 1,6x^2 + 0,004x^3$ là hàm chi phí và $p(x) = 1700 - 7x$ là hàm cầu. Hãy tìm mức sản xuất (tính theo đơn vị hàng hóa) sẽ tối đa hoá lợi nhuận.
- Câu 59. (THPT Phúc Thọ - Hà Nội 2025)** Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B . Máy A làm việc trong x ngày và cho số tiền lãi là $x^2 + 2x$ (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày và cho số tiền lãi là $326y - 27y^2$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A trong bao nhiêu ngày sao cho số tiền lãi là nhiều nhất? (Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc, máy B làm việc không quá 6 ngày).
- Câu 60. (Sở Bình Phước 2025)** Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là x (\$) thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x) = x - 200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x) = 4200 - x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0 = 3200$ \$. Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là a (\$) và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là 4 : 1. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.
- Câu 61. (Chuyên Lương Thế Vinh - Đồng Nai 2025)** Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng: hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B sản

- phẩm đó theo đơn đặt hàng của nhà máy B với số lượng tối đa là 100 tấn sản phẩm. Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng).
- Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng), gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Hỏi nhà máy A bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất? (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân)
- Câu 62. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa 2025)** Mỗi tuần, một cửa hàng bán điện thoại di động trung bình bán được 1000 điện thoại A với giá 14 triệu đồng một cái. Biết rằng, nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng/1 cái, số lượng điện thoại A bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 cái mỗi tuần. Biết rằng nếu bán x cái điện thoại A thì giá mỗi cái là $p(x)$ (triệu đồng) và hàm chi phí hàng tuần $C(x) = 12000 - 3x$ (triệu đồng). Để lợi nhuận là lớn nhất, cửa hàng nên bán mỗi cái điện thoại A với giá bao nhiêu (triệu đồng)?
- Câu 63. (THPT Bắc Đông Quan - Thái Bình 2025)** Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Tính chi phí hoạt động thấp nhất (đơn vị nghìn đồng).
- Câu 64. (Liên trường THPT Ninh Bình 2025)** Một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 300 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá bán để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất. Hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?
- Câu 65. (Sở Bắc Ninh 2025)** Tại một nhà máy, khi sản xuất và bán ra x sản phẩm A ($0 \leq x \leq 250$) trong một tháng thì tổng chi phí mà nhà máy phải trả là $C(x) = 0,00024x^3 - 0,03x^2 + 5x + 30$ (triệu đồng) và doanh thu tương ứng là $D(x) = -0,01x^2 + 16x - 25$ (triệu đồng). Hỏi trong một tháng, lợi nhuận lớn nhất mà nhà máy đó có thể thu được nhờ vào sản xuất và bán sản phẩm A bằng bao nhiêu triệu đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Kinh tế

- Câu 1. (THPT Hàm Rồng - Thanh Hóa 2025)** Từ năm 2004 đến năm 2019 doanh thu $R(t)$ (tính bằng triệu đô la) của McDonald's có thể được mô hình hóa bởi $R(t) = -130,769t^3 + 2296,47t^2 - 11493,5t + 35493$ ($4 \leq t \leq 19$), trong đó t là đại diện cho năm, với $t=4$ tương ứng với năm 2004. Biết rằng $R'(t)$ là hàm tốc độ doanh thu theo thời gian. Tốc độ thay đổi doanh thu của McDonald's lớn nhất vào năm nào? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, tính theo triệu đô la mỗi năm).

Lời giải

Đáp án: 2006.

Ta có hàm tốc độ doanh thu là $R'(t) = -392,307t^2 + 4592,94t - 11493,5$.

$$R''(t) = -784,614t + 4592,94 = 0 \Leftrightarrow t \approx 6 \text{ (nhận).}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số

t	4	6	19
$R''(t)$	+	0	-
$R'(t)$	601	1941	65851

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy rằng tốc độ thay đổi doanh thu của McDonald's lớn nhất vào năm 2006 (tương ứng với $t=6$).

Câu 2. (Đề Tham Khảo 2025) Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 500$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 1000 + \frac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 333.

Ta xét hàm lợi nhuận nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 500$) là:

$$f(x) = F(x) - x.G(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - x\left(x + 1000 + \frac{250000}{x}\right)$$

$$= x^3 - 2000x^2 + 1000000x;$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4000x + 1000000;$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1000}{3} \approx 333,33 \in [1; 500] \\ x = 1000 \notin [1; 500] \end{cases}$$

Ta lập bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[1; 500]$

x	$-\infty$	1	$\frac{1000}{3}$	500	1000	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	
$f(x)$						

Từ bảng biến thiên, ta có: $\max_{[1; 500]} f(x) = f\left(\frac{1000}{3}\right) \approx 148148148.$

Vì x là số tự nhiên, nên ta tính thêm hai giá trị của x liên kề $\frac{1000}{3}$:

$$f(333) \approx 148148037; f(334) \approx 148147704.$$

Do đó doanh nghiệp lợi nhuận thu được là lớn nhất khi sản xuất 333 sản phẩm.

Câu 3. (THPT Tiên Du - Bắc Ninh 2025) Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 300 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 300$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -2x^2 + 1312x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x^2 - 77x + 1000 + \frac{40000}{x}$ (nghìn đồng). Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp (tính theo đơn vị triệu đồng) đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đáp án: 38.Chi phí sản xuất cho x sản phẩm là $xG(x) = x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000$ (nghìn đồng).

Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp:

$$h(x) = -2x^2 + 1312x - (x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000) = -x^3 + 75x^2 + 312x - 40000 \text{ (nghìn đồng)}.$$

$$\text{Ta có: } h'(x) = -3x^2 + 150x + 312.$$

$$\text{Xét } h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 52 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	1	52	300	
$h'(x)$		+	0	-
$h(x)$			38416	

Vậy lợi nhuận lớn nhất của doanh nghiệp khoảng 38 triệu đồng.

Câu 4. (THPT Lê Thánh Tông - HCM 2025) Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó, chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x+1}$ đồng. Tổng chi phí mua nguyên vật liệu là

$H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp mua với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải**Đáp án: 253**

Ta có chi phí

$$H(200) = 35950000$$

$$H(x-200) = 2(x-200)^3 + 100000(x-200) - 50000, \text{ với } 400 \geq x > 200$$

Ta có lợi nhuận thu được tính như sau:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - \frac{100000x^2}{\frac{3}{2}x+1} - \frac{99}{100}(2x^3 + 100000x - 50000), & \text{khi } 0 \leq x \leq 200 \\ x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - \frac{100000x^2}{\frac{3}{2}x+1} - \frac{99}{100}H(200) - \frac{98}{100}H(x-200), & \text{khi } 200 < x \leq 400 \end{cases}$$

*. Xét trường hợp khi $0 \leq x \leq 200$

$$f(x) = -0,98x^3 - 1999x^2 + 902000x + 299500 - \frac{200000x^2}{3x+2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{-26,46x^4 - 36017,28x^3 + 8070912,24x^2 + 10080008x + 3608000}{(3x+2)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x \approx 196,98$$

BBT:

x	0			196,98	200
$f'(x)$		+ 0 -			
$f(x)$		79,834.10 ⁶			

*. Xét trường hợp khi $200 < x \leq 400$

$$f(x) = -0,96x^3 - 823x^2 + 667800x - 11500 - \frac{200000x^2}{3x+2}, 200 < x \leq 400$$

$$\Rightarrow f'(x) = -2,88x^2 - 1646x + 667800 - \frac{600000x^2 + 800000x}{(3x+2)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x \approx 253,11$$

BBT:

x	200		253,11		400	
$f'(x)$		+	0	-		
$f(x)$		83,894.10 ⁶				

Vì số sản phẩm sản xuất được là số tự nhiên, từ BBT trên ta so sánh $f(253)$ và $f(254)$

Ta có: $f(253) \approx 83893648,05$ và $f(254) \approx 83892445,32$

Vậy doanh nghiệp cần sản xuất 253 sản phẩm thì lợi nhuận là lớn nhất

Câu 5. (THPT Nguyễn Đăng Đạo - Bắc Ninh 2025) Một trang trại rau sạch ở Đà Lạt mỗi ngày thu hoạch được 1 tấn rau. Mỗi ngày, nếu giá bán rau là 30000 đồng/kg thì bán hết rau, nếu giá bán rau tăng 1000 đồng/kg thì số rau thừa tăng 20 kg. Số rau thừa này được thu mua hết để làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg. Hỏi để mỗi ngày thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Đáp án: 41.

Đổi 1 tấn = 1000 kg.

Gọi giá bán rau tăng so với dự kiến là x ($x \in \mathbb{R}; 0 \leq x \leq 50$) (nghìn đồng/kg).

Khi đó giá tiền 1 kg rau là $30 + x$ (nghìn đồng/kg).

Vì giá bán rau tăng 1000 đồng/kg thì số rau thừa tăng 20 kg, và số rau thừa này được thu mua hết để làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg nên số tiền bán rau thu được là:

$$f(x) = (30 + x)(1000 - 20x) + 20x \cdot 2 = -20x^2 + 440x + 30000 \text{ (nghìn đồng)}$$

Xét hàm số $f(x) = -20x^2 + 440x + 30000$ ta có:

$$f'(x) = -40x + 440 = 0 \Leftrightarrow x = 11$$

$$\text{Mà } f(0) = 30000; f(11) = 32420; f(50) = 2000$$

$$\Rightarrow f(x)_{\max} = 32420 \Leftrightarrow x = 11.$$

Do đó để mỗi ngày thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá 41 nghìn đồng

Câu 6. Theo thống kê tại một nhà máy Z, nếu áp dụng tuần làm việc 40 giờ thì mỗi tuần có 100 tổ công nhân đi làm và mỗi tổ công nhân làm được 120 sản phẩm trong một giờ. Nếu tăng thời gian làm việc thêm 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có 1 tổ công nhân nghỉ việc và năng suất lao động giảm 5 sản phẩm/1 tổ/1 giờ. Ngoài ra, số phế phẩm mỗi tuần ước tính là $P(x) = \frac{95x^2 + 120x}{4}$, với x là thời

gian làm việc trong một tuần. Nhà máy cần áp dụng thời gian làm việc mỗi tuần mấy giờ để số lượng sản phẩm thu được mỗi tuần là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 36.

Gọi số giờ làm tăng thêm mỗi tuần là t , $t \in \mathbb{R}$.

Số tổ công nhân bỏ việc là $\frac{t}{2}$ nên số tổ công nhân làm việc là $100 - \frac{t}{2}$ (tổ).

Năng suất của tổ công nhân còn $120 - \frac{5t}{2}$ sản phẩm một giờ.

Số thời gian làm việc một tuần là $40 + t = x$ (giờ).

$$\text{Để nhà máy hoạt động được thì } \begin{cases} 40 + t > 0 \\ 120 - \frac{5t}{2} > 0 \Rightarrow t \in (-40; 48) \\ 100 - \frac{t}{2} > 0 \end{cases}$$

Số sản phẩm trong một tuần làm được: $S = \left(100 - \frac{t}{2}\right) \left(120 - \frac{5t}{2}\right) (40 + t)$.

Số sản phẩm thu được là:

$$f(t) = \left(100 - \frac{t}{2}\right) \left(120 - \frac{5t}{2}\right) (40 + t) - \frac{95(40 + t)^2 + 120(40 + t)}{4}$$

$$\begin{aligned} f'(t) &= \frac{-1}{2} \left(120 - \frac{5t}{2}\right) (40 + t) - \frac{5}{2} \left(100 - \frac{t}{2}\right) (40 + t) + \left(100 - \frac{t}{2}\right) \left(120 - \frac{5t}{2}\right) - \frac{95}{2} (40 + t) - 30 \\ &= \frac{15}{4} t^2 - \frac{1135}{2} t - 2330 \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4 \\ t = \frac{466}{3} (L) \end{cases}$$

Ta có BXD:

x	-40	-4	48
y'	+	0	-
y			

Dựa vào bảng biến thiên ta có số lượng sản phẩm thu được lớn nhất thì thời gian làm việc trong một tuần là $40 + (-4) = 36$

Câu 7. (Sở Ninh Bình 2025) Một nhà máy sản xuất x sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm được cho bởi hàm chi phí $C(x) = 16000 + 500x - 1,6x^2 + 0,004x^3$ (nghìn đồng). Biết giá bán của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p(x) = 1700 - 7x$ (nghìn đồng). Hỏi mỗi tháng nhà máy nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? Biết rằng kết quả khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ tiêu thụ hết.

Lời giải

Đáp án: 100.

+) Số tiền nhà máy thu được khi bán hết x sản phẩm là: $x.p(x) = 1700x - 7x^2$ (nghìn đồng)

Lợi nhuận nhà máy thu được khi sản xuất và bán hết x sản phẩm là: $x.p(x) - C(x) = -0,004x^3 - 5,4x^2 + 1200x - 16000$ (với $x > 0$).

+) Xét hàm số $f(x) = -0,004x^3 - 5,4x^2 + 1200x - 16000$ trên $(0; +\infty)$

Ta có $f'(x) = -0,012x^2 - 10,8x + 1200$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 \\ x = -1000 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	0	100	$+\infty$
$f'(x)$		+	-
$f(x)$	-16000	46000	$-\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f(100) = 46000$ (nghìn đồng).

Vậy mỗi tháng nhà máy nên sản xuất 100 sản phẩm thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Câu 8. (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc 2025) Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi $C(x) = x^2 - 2000x + 10^8$ đồng. Chi phí phát hành

cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành)

cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi số lượng cuốn tạp chí phát hành cực lớn thì chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ sẽ tiệm cận với đường thẳng có phương trình dạng $y = ax + b$. Tính $P = 68a + 3b + 800$.

Lời giải

Đáp án: 6868.

Theo giả thiết, ta có:

$$T(x) = C(x) + 4000x = x^2 + 2000x + 10^8 \text{ (đồng)}.$$

$$M(x) = \frac{T(x)}{x} = x + \frac{10^8}{x} + 2000.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [M(x) - (x + 2000)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x + \frac{10^8}{x} + 2000 - (x + 2000) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{10^8}{x} \right] = 0.$$

Khi đó đồ thị hàm số $M(x) = x + \frac{10^8}{x} + 2000$ có 1 tiệm cận xiên là $y = x + 2000$.

Khi số lượng cuốn tạp chí phát hành cực lớn thì chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ sẽ tiệm cận với đường thẳng $y = x + 2000$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 1 \\ b = 2000 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } P = 68a + 3b + 800 = 68 \cdot 1 + 3 \cdot 2000 + 800 = 6868.$$

Câu 9. (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc 2025) Một công ty chuyên sản xuất dụng cụ thể thao nhận được đơn đặt hàng sản xuất 9000 quả bóng rổ. Công ty có một số máy móc, mỗi máy có khả năng sản xuất 36 quả bóng rổ trong một giờ. Chi phí thiết lập mỗi máy là 250 nghìn đồng. Sau khi thiết lập, quá trình sản xuất sẽ diễn ra hoàn toàn tự động và chỉ cần có người giám sát. Chi phí trả cho người giám sát là 225 nghìn đồng mỗi giờ. Số máy móc công ty cần sử dụng để chi phí hoạt động đạt mức thấp nhất là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 15

Gọi số máy móc công ty cần sử dụng để sản xuất 9000 quả bóng rổ là: x ($x \geq 1; x \in \mathbb{Z}$).

Chi phí thiết lập mỗi máy là 250 nghìn đồng nên chi phí thiết lập x máy là $250x$ nghìn đồng.

Do mỗi máy sản xuất trong 1h được 36 quả bóng rổ nên x máy trong 1h sẽ sản xuất được $36x$ quả.


Để sản xuất 9000 quả bóng thì cần $\frac{9000}{36x} = \frac{250}{x}$ (h).

Chi phí trả cho người giám sát là 225 nghìn đồng 1h nên chi phí cần trả cho người giám sát là: $225 \cdot \frac{250}{x}$ nghìn đồng.

Tổng chi phí phải trả để sản xuất 9000 quả bóng là: $f(x) = 250x + \frac{225 \cdot 250}{x}$

$$\text{Ta có: } f'(x) = 250 - \frac{225 \cdot 250}{x^2} = \frac{250x^2 - 225 \cdot 250}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -15 \\ x = 15 \end{cases}$$

BBT:

x	1	15	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Từ BBT ta có $f(x)$ đạt giá trị bé nhất tại $x = 15$.

Vậy số máy móc công ty cần sử dụng để chi phí hoạt động đạt mức thấp nhất là 15.

Câu 10. (THPT Diễn Châu 5 - Nghệ An 2025) Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (chục nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (chục nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng) ($0 < x < 300$). Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Đáp án 280.

Lợi nhuận = Doanh thu - chi phí - thuế

Gọi $f(x)$ là hàm biểu thị tổng lợi nhuận của doanh nghiệp khi bán hết x sản phẩm

$g(t)$ là hàm biểu thị tổng mức thuế nhà nước phụ thu ứng với x sản phẩm mà doanh nghiệp bán hết

Khi đó $f(x) = F(x) - G(x) - x \cdot t$ với $x \in (0; 2000)$

$$= 2000x - x^2 - x^2 - 1440x - 50 - xt$$

$$= -2x^2 + (560 - t)x - 50$$

$$f'(x) = -4x + 560 - t \Rightarrow x = \frac{560 - t}{4} \in (0; 2000)$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{560-t}{4}$	2000
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		Max	

$$\Rightarrow \max_{(0;2000)} f(x) = f\left(\frac{560-t}{4}\right) \Rightarrow g(t) = x.t = \frac{560-t}{4}.t \text{ với } t \in (0;300)$$

$$\Rightarrow g(t) = -\frac{1}{4}t^2 + 140t$$

Bảng biến thiên

t	0	280	300
$g(t)$		Max	

Vậy $g(t)$ max khi $t = 280$ (nghìn đồng).

Câu 11. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa 2025) Một trang trại rau sạch ở Đà Lạt mỗi ngày thu hoạch được 1 tấn rau. Mỗi ngày, nếu giá bán rau là 30000 đồng/kg thì bán hết rau, nếu giá bán rau tăng 1000 đồng/kg thì số rau thừa tăng 20 kg. Số rau thừa này được thu mua hết để làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg. Hỏi để mỗi ngày thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Đáp án: 41

Đổi 1 tấn = 1000 kg.

Gọi giá bán rau tăng so với dự kiến là x ($x \in \mathbb{R}; 0 \leq x \leq 50$) (nghìn đồng/kg).

Khi đó giá tiền 1 kg rau là $30+x$ (nghìn đồng/kg).

Vì giá bán rau tăng 1000 đồng/kg thì số rau thừa tăng 20 kg, và số rau thừa này được thu mua hết để làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg nên số tiền bán rau thu được là:

$$f(x) = (30+x)(1000-20x) + 20x.2 = -20x^2 + 440x + 30000 \text{ (nghìn đồng)}$$

Xét hàm số $f(x) = -20x^2 + 440x + 30000$ ta có:

$$f'(x) = -40x + 440 = 0 \Leftrightarrow x = 11$$

$$\text{Mà } f(0) = 30000; f(11) = 32420; f(50) = 2000$$

$$\Rightarrow f(x)_{\max} = 32420 \Leftrightarrow x = 11.$$

Do đó để mỗi ngày thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá 41 nghìn đồng

Câu 12. (THPT Triệu Sơn 4 - Thanh Hóa 2025) Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 24 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x

(người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(44-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có

thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp án: 6,31.

Gọi $f(x)$ là lợi nhuận mà lái xe có thể thu về khi chở x (người) ($x \in \mathbb{N}^*$) trong chuyến xe đó.

Khi đó:

$$f(x) = \frac{1}{2}x(44-x)^2, \text{ với } 0 < x \leq 16.$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{1}{2}[(44-x)^2 - 2x(44-x)] = \frac{1}{2}(40-x)(44-3x).$$

Với $0 < x \leq 16$ thì $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{44}{3}$. Mà $14 < \frac{44}{3} < 15$ nên ta có bảng biến thiên như sau:

x	0	14	$\frac{44}{3}$	15	16
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	6300	$f\left(\frac{44}{3}\right)$	6307,5	

Với $f(14) = 6300$, $f(15) = 6307,5$. Căn cứ vào bảng biến thiên ta có $\max_{(0;16]} f(x) = 6307,5$ (nghìn đồng). Vậy người lái xe đó có thể thu được nhiều nhất khoảng 6,31 triệu đồng từ một chuyến chở khách.

Câu 13. (Cụm trường THPT Hải Dương 2025) Một xí nghiệp A chuyên cung cấp sản phẩm S cho nhà phân phối B . Hai bên thỏa thuận rằng, nếu đầu tháng B đặt hàng x tạ sản phẩm S thì giá bán mỗi tạ sản phẩm S là $P(x) = 6 - 0,0005x^2$ (triệu đồng) ($x \leq 40$). Chi phí A phải bỏ ra cho x tạ sản phẩm S trong một tháng là $C(x) = 10 + 3,5x$ (triệu đồng) và mỗi sản phẩm bán ra phải chịu thêm mức thuế là 1 triệu đồng. Hỏi trong một tháng B cần đặt hàng bao nhiêu tạ sản phẩm S thì A có được lợi nhuận lớn nhất, kết quả làm tròn đến hàng phần chục.

Lời giải

Đáp án: 31,6.

Lợi nhuận mà A thu được khi B đặt x sản phẩm là

$$L(x) = x.P(x) - C(x) - 1.x = -0,0005x^3 + 1,5x - 10.$$

$$\Rightarrow L'(x) = -0,0015x^2 + 1,5, \quad L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10\sqrt{10} \approx 31,6.$$

$$L(0) = -10; L(10\sqrt{10}) \approx 21,6; L(40) = 18.$$

Vậy để A có lợi nhuận lớn nhất thì B cần đặt khoảng 31,6 tạ sản phẩm S .

Câu 14. (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An 2025) Trong trung tâm thương mại Lotte thành phố Vinh, có một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 200 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất. Hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 150.

Gọi số lần nhà hàng giảm giá là x lần. ($x \in \mathbb{N}, x \leq 20$)

Vì mỗi lần giảm, mỗi suất giảm đi 10 ngàn và bán thêm được 10 suất nên sau x lần giảm giá, số tiền mỗi suất là $200 - 10x$ (ngàn đồng) và số suất bán được là $100 + 10x$ (suất)

Doanh thu trong ngày là $f(x) = (200 - 10x)(100 + 10x) = -100x^2 + 1000x + 20000$.

Xét hàm $f(x) = -100x^2 + 1000x + 20000$ với $0 \leq x \leq 20$

$$f'(x) = -200x + 1000 = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

$$f(0) = 20000; f(20) = 0; f(5) = 22500.$$

Vậy ta thấy doanh thu lớn nhất sẽ đạt được là 22 triệu 500 ngàn đồng với số tiền mỗi suất là $200 - 10 \cdot 5 = 150$ (ngàn đồng)

Câu 15. (THPT Kinh Môn - Hải Dương 2025) Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 1000 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 1000$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 2999x^2 + 2255000x + 300000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 5000 + \frac{300000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 500.

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được khi sản xuất x sản phẩm là

$$P(x) = F(x) - G(x) \cdot x$$

$$= x^3 - 2999x^2 + 2255000x + 300000 - (x^2 + 5000x + 300000)$$

$$= x^3 - 3000x^2 + 2250000x$$

(với $1 \leq x \leq 1000$)

$$\Rightarrow P'(x) = 3x^2 - 6000x + 2250000 \quad P'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1500 \notin [1; 1000] \\ x = 500 \in [1; 1000] \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } P(500) = 5 \cdot 10^8; P(1) = 22447001; P(1000) = 2,5 \cdot 10^8$$

Suy ra lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được lớn nhất khi sản xuất 500 sản phẩm.

Câu 16. (HSG Vũng Tàu 2025) Bác Bình có một nông trại ao nuôi cá, mỗi ngày thu hoạch được 2 tấn cá. Nếu bán cho thương lái với giá 30 nghìn đồng/kg thì hết cá, nếu giá bán cứ tăng thêm 2 nghìn đồng/kg thì số cá thừa sẽ tăng thêm 10 kg. Số cá thừa này được bán để làm thức ăn cho động vật với giá 10 nghìn đồng/kg. Hỏi bác Bình phải bán với giá bao nhiêu nghìn đồng/kg để số tiền bán cá mỗi ngày đạt doanh thu lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 220.

Đổi 2 tấn = 2000 kg.

Gọi x là số tiền tăng thêm mỗi kg cá (nghìn đồng/kg).

Điều kiện: $x > 0$.

Suy ra số tiền bán 1 kg cá là $30 + x$ (nghìn đồng/kg).

Nếu giá bán cứ tăng thêm 2 nghìn đồng/kg thì số cá thừa sẽ tăng thêm 10 kg.

Suy ra giá bán tăng thêm x nghìn đồng/kg thì số cá thừa sẽ tăng thêm $\frac{10x}{2} = 5x$ kg.

Số kg cá bán được là $2000 - 5x$ (kg).

Suy ra điều kiện của x là $x \leq 400$.

Số tiền nhận được khi bán cá là $(30 + x)(2000 - 5x)$ (nghìn đồng).

Số tiền nhận được khi bán cá thừa là $5x \cdot 10 = 50x$ (nghìn đồng).

Doanh thu của bác Bình là

$$T(x) = (30 + x)(2000 - 5x) + 50x$$

$$= -5x^2 + 1900x + 60000, x \in (0; 400].$$

$$T'(x) = -10x + 1900.$$

$$T'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 190.$$

Bảng biến thiên của $T(x)$.

x	0	190	400	
$T'(x)$		+	0	—
$T(x)$	60000	240500	20000	

Vậy để doanh thu của bác Bình lớn nhất thì $x = 190$.

Suy ra số tiền bán 1 kg cá là 220 nghìn đồng/kg.

- Câu 17. (HSG Vũng Tàu 2025)** Một công ty X sản xuất máy tính bảng dành cho học sinh bán được x máy mỗi tháng. Giá bán của mỗi máy tính bảng được cho bởi công thức $p(x) = 8600 - 10x$ (nghìn đồng). Chi phí để sản xuất mỗi máy tính bảng là $c(x) = x^2 - 4x + 500 + \frac{1000}{x}$ (nghìn đồng). Hỏi công ty X sẽ bán bao nhiêu máy tính bảng mỗi tháng để lợi nhuận cao nhất?

Lời giải

Đáp án: 50.

Lợi nhuận của công ty X sản xuất máy tính bảng là

$$R(x) = p(x) \cdot x - c(x) \cdot x = -x^3 - 6x^2 + 8100x - 1000$$

$$R'(x) = -3x^2 - 12x + 8100$$

$$R'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ x = -54 \end{cases}$$

BBT của hàm số $R(x)$ là

x	0	50	$+\infty$	
$R'(x)$		+	0	-
$R(x)$	-1000	264000	$-\infty$	

Từ BBT suy ra để lợi nhuận cao nhất công ty X sẽ bán 50 máy tính bảng mỗi tháng.

- Câu 18. (THPT Triệu Sơn 1-Thanh Hóa 2025)** Ông A dự định đầu tư sản xuất một loại sản phẩm với số lượng không quá 150 sản phẩm. Nếu ông A sản xuất được x sản phẩm thì bán và thu về số tiền được tính theo công thức $f(x) = x^3 - 1565x^2 + 128500x + 30000$ (nghìn đồng), khi đó chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm được tính theo công thức $C(x) = 1000 + x + \frac{25000}{x}$ (nghìn đồng). Ông A cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu về là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 42.

Lợi nhuận ông A thu được khi sản xuất và bán được x sản phẩm là

$$L(x) = f(x) - x \cdot C(x) = x^3 - 1566x^2 + 127500x + 5000, \quad 0 < x \leq 200.$$

$$\text{Suy ra: } L'(x) = 3x^2 - 3132x + 127500$$

$$L'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \approx 42 & (\text{nhan}) \\ x \approx 1002 & (\text{loại}) \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm $L(x)$

x	0	42	200
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$	<div>2671664</div>		

Vậy ông A cần sản xuất 42 sản phẩm để lợi nhuận thu về là lớn nhất.

Câu 19. (Cụm trường THPT Bắc Ninh 2025) Hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm một tháng thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm được biểu diễn bởi công thức $P(x) = 50 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 95 + 35x$ (triệu đồng). Hỏi lợi nhuận lớn nhất nhà máy A có thể thu được trong một tháng khi bán hàng cho nhà máy B là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đáp án: 612.

Doanh thu trong một tháng của nhà máy A khi cung cấp x tấn sản phẩm cho nhà máy B là:

$$D(x) = x \cdot P(x) = x \cdot (50 - 0,001x^2) = -0,001x^3 + 50x$$

Lợi nhuận nhà máy A thu được trong một tháng khi bán hàng cho nhà máy B là:

$$L(x) = D(x) - C(x) = -0,001x^3 + 50x - 95 - 35x$$

$$L(x) = -0,001x^3 + 15x - 95$$

$$\text{Ta có: } L'(x) = -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50\sqrt{2} \\ x = -50\sqrt{2} \end{cases}$$

Do $x \in [0; 100]$ nên $x = 50\sqrt{2}$ thì $L(x)$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó, lợi nhuận lớn nhất nhà máy A có thể thu được trong một tháng khi bán hàng cho nhà máy B là:

$$L(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 95 \approx 612 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 20. Một nhà xuất bản nhận in 4000 ấn phẩm. Nhà xuất bản có tất cả 14 máy in được cài đặt, hoạt động tự động và giám sát bởi 1 kỹ sư. Mỗi máy in có thể in được 30 ấn phẩm trong một giờ. Chi phí cài đặt máy in là 12 USD cho một máy, chi phí giám sát là 9USD một giờ. Tính số máy in nhà xuất bản nên sử dụng để chi phí in là nhỏ nhất?

Lời giải

Đáp án: 10.

Gọi x ($0 < x \leq 14$) là số máy in cần sử dụng để in lô hàng.

Chi phí cài đặt là $12x$.

Số giờ in hết số ấn phẩm là $\frac{4000}{30x}$ (giờ), chi phí giám sát là $\frac{4000}{30x} \cdot 9 = \frac{1200}{x}$ (USD)

Tổng chi phí in là $P(x) = 12x + \frac{1200}{x}$.

$$P'(x) = 12 - \frac{1200}{x^2}$$

$$P'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 100 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -10 \end{cases} (L)$$

Bảng biến thiên:

x	0	10	14
$P'(x)$	-	0	+
$P(x)$			

Vậy để chi phí in nhỏ nhất thì số máy phải sử dụng là 10 máy.

Câu 21. Một công ty kinh doanh dịch vụ nghỉ dưỡng nhận thấy rằng: Nếu áp dụng mức giá 3 triệu đồng/người/ngày thì mỗi tháng có 140 khách đến nghỉ và mỗi khách sẽ nghỉ 12 ngày. Nếu cứ tăng giá thêm 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ giảm đi 6 người và thời gian lưu trú của mỗi người khách cũng giảm 2 ngày. Ngược lại, nếu cứ giảm 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ tăng thêm 6 người và thời gian lưu trú của mỗi người khách cũng tăng thêm 2 ngày. Hỏi công ty cần áp dụng mức giá bao nhiêu triệu đồng/người/ngày để lợi nhuận hàng tháng thu được là lớn nhất, biết tổng chi phí công ty phải chi cho một ngày lưu trú của mỗi người khách là 2 triệu đồng và Sở du lịch không cho công ty thu vượt quá 10 triệu đồng/người/ngày. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 3,82.

Gọi x (triệu/người/ngày, $0 < x < 10$) là giá dịch vụ nghỉ dưỡng.

Trường hợp 1. Tăng giá.

Suy ra $3 < x < 10$

Số khách giảm đi khi tăng giá là: $\frac{x-3}{0,5} \cdot 6$.

Số ngày nghỉ dưỡng của một khách giảm là: $\frac{x-3}{0,5} \cdot 2$.

Vì số tiền công ty chi trả cho một ngày nghỉ dưỡng của một khách là 2 triệu nên lợi nhuận mà công ty thu được là

$$\begin{aligned}
 L(x) &= \left(140 - \frac{x-3}{0,5} \cdot 6\right) \left(12 - \frac{x-3}{0,5} \cdot 2\right) (x-2) \\
 &= (176 - 12x)(24x - 48 - 4x^2 + 8x) \\
 &= (176 - 12x)(-4x^2 + 32x - 48) \\
 &= -704x^2 + 5632x - 8448 + 48x^3 - 384x^2 + 576x \\
 &= 48x^3 - 1088x^2 + 6208x - 8448. \\
 L'(x) &= 144x^2 - 2176x + 6208
 \end{aligned}$$

$$L'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3,82 \\ x = 11,29 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	3	3,82	10
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$			

Vậy $L_{\max} = L(3,82) \Leftrightarrow x = 3,82$.

Trường hợp 2. Giảm giá

Suy ra $0 < x < 3$

Số khách tăng thêm khi giảm giá là: $\frac{3-x}{0,5} \cdot 6$.

Số ngày nghỉ dưỡng của một khách tăng thêm là: $\frac{3-x}{0,5} \cdot 2$.

Vì số tiền công ty chi trả cho một ngày nghỉ dưỡng của một khách là 2 triệu nên lợi nhuận mà công ty thu được là

$$L(x) = \left(140 + \frac{3-x}{0,5} \cdot 6\right) \left(12 + \frac{3-x}{0,5} \cdot 2\right) (x-2)$$

$$= 48x^3 - 1088x^2 + 6208x - 8448.$$

$$L'(x) = 144x^2 - 2176x + 6208$$

$$L'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3,82 & (\text{loại}) \\ x = 11,29 & (\text{loại}) \end{cases}$$

Suy ra hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; 3)$.

Vậy công ty nên áp dụng mức giá 3,82 (triệu/người/ngày) để lợi nhuận lớn nhất.

Câu 22. (Chuyên KHTN Hà Nội 2025) Giả sử chi phí đặt hàng và vận chuyển C (đơn vị: triệu đồng) của một linh kiện được sử dụng trong sản xuất một sản phẩm được xác định theo công thức $C = \frac{19200000}{x^2} + \frac{27x}{x+3000}$, $x \geq 1$. Trong đó x là số linh kiện được đặt hàng và vận chuyển. Tìm x để chi phí đặt hàng và vận chuyển cho mỗi linh kiện trên là nhỏ nhất.

Lời giải

Đáp án: 2400.


$$\text{Xét hàm số } C(x) = \frac{19200000}{x^2} + \frac{27x}{x+3000}, x \geq 1$$

$$\text{Ta có } C'(x) = -\frac{38400000}{x^3} + \frac{81000}{(x+3000)^2}$$

$$C'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{38400000}{x^3} = \frac{81000}{(x+3000)^2}$$

$$\Leftrightarrow 12800(x+3000)^2 = 27x^3 \Leftrightarrow x = 2400.$$

Ta có bảng biến thiên

x	1	2400	$+\infty$
y'	-	0	+
y			

Vậy chi phí đặt hàng và vận chuyển cho mỗi linh kiện trên là nhỏ nhất khi $x = 2400$.

Câu 23. (Chuyên Vinh 2025) Đầu năm mới 2025, công ty A vừa ký được một hợp đồng sản xuất và cung cấp linh kiện theo đơn đặt hàng của nhà máy B . Theo hợp đồng nhà máy B mua không quá 1500 linh kiện, nếu số lượng đặt hàng là x thì giá bán mỗi linh kiện là $p(x) = 40000 - 0,01x^2$ đồng. Chi phí để công ty sản xuất x linh kiện là $C(x) = 10000000 + 10000x$ đồng. Hỏi công ty A nên sản xuất và cung cấp bao nhiêu linh kiện cho nhà máy B để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 1000.


$$\text{Doanh thu của công ty } A \text{ là: } x \cdot p(x) = x(40000 - 0,01x^2) = 40000x - 0,01x^3.$$

Lợi nhuận công ty A thu được là:

$$f(x) = xp(x) - C(x) = 40000x - 0,01x^3 - (10000000 + 10000x) \\ = -0,01x^3 + 30000x - 10000000.$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = -0,03x^2 + 30000 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1000 \\ x = -1000 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	1000	1500	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$				

Vậy công ty nên sản xuất và cung cấp 1000 linh kiện cho nhà máy B để thu được lợi nhuận lớn nhất.

Câu 24. (Sở Thanh Hóa 2025) Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) ($0 < t < 300$). Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu nghìn đồng sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó?


Lời giải

Đáp án: 280.

Gọi $P(x) = F(x) - G(x) - tx = -2x^2 + (560 - t)x - 50$ là lợi nhuận của doanh nghiệp trên.

Với mức thuế t cố định, doanh nghiệp sẽ bán x sản phẩm sao cho thu được lợi nhuận lớn nhất.


$$P'(x) = (560 - t) - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 140 - \frac{t}{4}$$

x	0	$140 - \frac{t}{4}$	2000	
$P'(x)$		+	0	-
$P(x)$				

Vậy với $x = 140 - \frac{t}{4}$ thì công ty đạt được lợi nhuận lớn nhất.

$$\text{Số tiền thuế nhà nước thu được là } R(t) = t \left(140 - \frac{t}{4} \right) = -\frac{t^2}{4} + 140t$$

$$R'(t) = -\frac{t}{2} + 140 = 0 \Leftrightarrow t = 280.$$

t	0	280	300	
$R'(t)$		+	0	-
$R(t)$				

Vậy với mức thuế 280 nghìn đồng/ sản phẩm thì nhà nước thu được số tiền thuế lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất.

Câu 25. (THPT Trần Nguyễn Hân - Hải Phòng 2025) Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng pickleball. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Lời giải

Đáp án: 16.

Gọi x là số máy móc của công ty ($x \in \mathbb{Z}^+$)

Số quả bóng sản xuất mỗi giờ là $30x$

Số giờ hoàn thành 8000 quả bóng pickleball là $\frac{8000}{30x} = \frac{800}{3x}$

Chi phí hoạt động là: $T = 200x + 192 \cdot \frac{800}{3x} = 200x + \frac{51200}{x}$ ($x > 0$)

$$T' = 200 - \frac{51200}{x^2} = \frac{200x^2 - 51200}{x^2}$$

$$T' = 0 \Leftrightarrow 200x^2 - 51200 = 0 \Rightarrow x = 16 (x > 0)$$

x	0	16	$+\infty$
T'	-	0	+
T	$+\infty$	6400	$+\infty$

Chi phí thấp nhất khi $x = 16$

Vậy công ty nên sử dụng 16 máy để chi phí hoạt động là thấp nhất.

Câu 26. (THPT Trần Phú - Vĩnh Phúc 2025) Trong trung tâm thương mại Lotte thành phố Vĩnh Yên, có một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 200 nghìn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá bán để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 nghìn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất, hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu nghìn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 150

Gọi x (nghìn đồng) $0 < x < 200$ là số tiền giảm đi của mỗi suất ăn để doanh thu là lớn nhất

Giảm 10 nghìn thì tăng thêm 10 suất

Giảm x nghìn thì tăng thêm x suất

Khi đó ta thiết lập được hàm doanh thu của nhà hàng là

$$f(x) = (200 - x)(100 + x) = -x^2 + 100x + 20000$$

Khảo sát sự biến thiên của hàm số trên

$$f'(x) = -2x + 100 = 0 \Rightarrow x = 50$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	50	$+\infty$
f'	+	0	-
f	$-\infty$	22500	$-\infty$

Khảo sát sự biến thiên của hàm số trên, ta thấy doanh thu của cửa hàng lớn nhất khi $x = 50$.
 Vậy giá bán mới của cửa hàng để doanh thu lớn nhất là 150 ngàn đồng.

- Câu 27. (Sở Vĩnh Phúc 2025)** Một chủ nhà hàng kinh doanh phần ăn uống đồng giá có chiến lược kinh doanh như sau: Phí cố định được ước tính trong một năm là 55 triệu đồng. Chi phí một phần ăn ước tính khoảng 22 nghìn đồng. Giá niêm yết trên thực đơn là 30 nghìn đồng. Giả định rằng tất cả các phần ăn chế biến sẵn đều được bán hết và kí hiệu x là số phần ăn trong một năm, giả sử x là số nguyên thuộc $[5000; 25000]$. Mục tiêu của chủ nhà hàng là tạo ra lợi nhuận ít nhất là 135 triệu đồng mỗi năm. Biết rằng nhà hàng mở cửa 300 ngày một năm, hỏi trung bình mỗi ngày nhà hàng phải phục vụ ít nhất bao nhiêu phần ăn để đạt mục tiêu trên?

Lời giải

Đáp án: 80.

Tổng chi phí hằng năm cho x phần ăn là $22x + 55\,000$ (nghìn đồng).

Tổng lợi nhuận hằng năm cho x phần ăn là

$$L(x) = 30x - (22x + 55\,000) = 8x - 55\,000 \text{ (nghìn đồng)}$$

Để đạt mục tiêu lợi nhuận ít nhất 135 triệu đồng = 135\,000 nghìn đồng mỗi năm thì

$$L(x) \geq 135\,000$$

$$\Leftrightarrow 8x - 55\,000 \geq 135\,000$$

$$\Leftrightarrow x \geq 23\,750.$$

Do đó hàng năm, nhà hàng cần phục vụ tối thiểu 23\,750 phần ăn thì mới có lợi nhuận như mong muốn.

Do nhà hàng mở cửa 300 ngày một năm nên trung bình mỗi ngày nhà hàng cần phục vụ là $23\,750 \div 300 \approx 79,2$ (phần ăn).

Vậy để đạt được mục tiêu thì trung bình mỗi ngày nhà hàng cần phục vụ ít nhất 80 phần ăn.

- Câu 28. (Cụm trường Hưng Yên 2025)** Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc

cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{200000x}{3x+2}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu là

$H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng), nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 2% cho 150 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 3% cho các sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải.

Nếu doanh nghiệp đó chỉ sản xuất không nhiều hơn 150 sản phẩm thì hàm lợi nhuận sẽ là

$$\begin{aligned}
 L(x) &= F(x) - G(x) - \frac{98}{100}H(x) \\
 &= x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - \frac{200000x^2}{3x+2} - \frac{49}{50}(2x^3 + 100000x - 50000) \\
 &= -\frac{24}{25}x^3 - 1999x^2 + 903000x + 299000 - \frac{200000x^2}{3x+2}.
 \end{aligned}$$

Nếu doanh nghiệp đó sản xuất nhiều hơn 150 sản phẩm thì hàm lợi nhuận sẽ là

$$\begin{aligned}
 L(x) &= F(x) - G(x) - \frac{98}{100}H(150) - \frac{97}{100}H(x-150) \\
 &= x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - \frac{200000x^2}{3x+2} - 21266000 \\
 &\quad - \frac{97}{100}(2(x-150)^3 + 100000(x-150) - 50000) \\
 &= x^3 - \frac{97}{50}(x-150)^3 - 1999x^2 + 904000x + 395500 - \frac{200000x^2}{3x+2}
 \end{aligned}$$

Do đó, xét $1 \leq x \leq 150$ thì

$$L'(x) = -\frac{72}{25}x^2 - 3998x + 903000 - \frac{200000(3x^2 + 4x)}{(3x+2)^2} > -\frac{72}{25} \cdot 150^2 - 3998 \cdot 150 + 903000 - 200000 > 0.$$

Thành ra trong khoảng $1 \leq x \leq 150$ thì lợi nhuận lớn nhất khi $x = 150$.

Xét $150 < x \leq 400$ thì

$$\begin{aligned}
 L'(x) &= 3x^2 - \frac{97.3}{50}(x-150)^2 - 3998x + 904000 - \frac{200000(3x^2 + 4x)}{(3x+2)^2} \\
 &= -\frac{141}{50}x^2 - 2252x + 860350 - \frac{200000(3x^2 + 4x)}{(3x+2)^2}
 \end{aligned}$$

Ta có $L'(x) = 0 \Leftrightarrow x \approx 264,5$. Ta có

$$\begin{aligned}
 L(150) &\approx 77.575.748; L(151) \approx 84.437.248; L(264) \approx 97.699.077; L(265) \approx 97.612.519; \\
 L(400) &\approx 49.220.703.
 \end{aligned}$$

Vậy doanh nghiệp đó sản xuất 264 sản phẩm sẽ có lợi nhuận cao nhất.

Câu 29. (Cụm trường Nghệ An 2025) Một công ty muốn đầu tư vào hệ thống điện mặt trời có công suất x (đơn vị tính: MW). Theo nghiên cứu cho thấy một số thông tin sau: Chi phí đầu tư ban đầu là $C_1(x) = 1400 + 55x$ (tỷ đồng). Doanh thu hàng năm là $R(x) = 28x - 0,15x^2$ (tỷ đồng/năm). Chi phí vận hành hàng năm là $C_2(x) = 12 + 0,35x + 0,012x^2$ (tỷ đồng/năm). Hãy tìm công suất x (làm tròn đến hàng đơn vị) để tối đa hóa lợi nhuận trên đầu tư, được tính là tỷ lệ lợi nhuận hàng năm trên chi phí đầu tư ban đầu.

Lời giải

Đáp án: 46

Lợi nhuận hàng năm là doanh thu hàng năm trừ chi phí vận hành hàng năm:

$$P(x) = R(x) - C_2(x)$$

$$P(x) = (28x - 0,15x^2) - (12 + 0,35x + 0,012x^2)$$

$$P(x) = -0,162x^2 + 27,65x - 12$$

Tỷ lệ lợi nhuận trên đầu tư là lợi nhuận hàng năm chia cho chi phí đầu tư ban đầu:

$$L(x) = \frac{P(x)}{C_1(x)} = \frac{-0,162x^2 + 27,65x - 12}{1400 + 55x}$$

$$L'(x) = \frac{(-0,324x + 27,65)(1400 + 55x) - (-0,162x^2 + 27,65x - 12)(55)}{(1400 + 55x)^2}$$

$$= \frac{-8,91x^2 - 453,6x + 39370}{(1400 + 55x)^2} = 0 \Leftrightarrow -8,91x^2 - 453,6x + 39370 = 0$$

$$\Rightarrow x \approx 45,7 \approx 46$$

Vậy công suất để tối đa hóa lợi nhuận trên đầu tư là khoảng 46 MW.

Câu 30. (Sở Thừa Thiên Huế 2025) Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 20$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa cho bởi hàm chi phí

$$C(x) = \frac{23}{36}x^3 + x^2 + 200 \text{ (tính bằng nghìn đồng)}. \text{ Giá của vải lụa tơ tằm là 300 nghìn đồng/mét và}$$

giả sử hộ luôn bán hết số sản phẩm làm ra trong một ngày. Để đạt lợi nhuận tối đa thì mỗi ngày thì hộ cần sản xuất bao nhiêu mét vải lụa.

Lời giải

Đáp án: 12.

Lợi nhuận hộ thu được trong một ngày là

$$L(x) = 300x - \left(\frac{23}{36}x^3 + x^2 + 200 \right) = -\frac{23}{36}x^3 - x^2 + 300x - 200$$

$$L'(x) = -\frac{23}{36} \cdot 3x^2 - 2x + 300 = 0 \Leftrightarrow -\frac{23}{12}x^2 - 2x + 300 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \text{ (tm)} \\ x = -\frac{300}{23} \text{ (L)} \end{cases}$$

$$L(1) = \frac{3541}{36} \quad L(12) = 2152 \quad L(20) = \frac{2600}{9}.$$

Vậy để lợi nhuận đạt tối đa thì mỗi ngày hộ cần sản xuất 12 mét vải lụa

Câu 31. Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình 2025) Trận bóng đá giao hữu giữa đội tuyển Việt Nam và Singapore ở sân vận động Mỹ Đình có sức chứa 60 000 khán giả. Ban tổ chức bán vé với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình đến sân xem bóng đá là 24 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3 000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất với đơn vị tính giá vé là nghìn đồng?

Lời giải

Đáp án: 90.

Gọi x (nghìn đồng, $0 < x < 100$) là số tiền giảm đi của mỗi giá vé để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất.

Giảm 10 (nghìn đồng/vé) \Rightarrow Số lượng vé bán được tăng 3 000 (vé).

Giảm x (nghìn đồng/vé) \Rightarrow Số lượng vé bán được tăng $300x$ (vé).

Khi đó, ta thiết lập được hàm số doanh thu của ban tổ chức là

$$f(x) = (100 - x)(24000 + 300x) = -300x^2 + 6000x + 2400000.$$

Khảo sát sự biến thiên của hàm số $f(x) = -300x^2 + 6000x + 2400000$.

Ta có $f'(x) = -600x + 6000 = 0 \Rightarrow x = 10$.

Lập bảng biến thiên, ta thấy doanh thu bán vé lớn nhất khi $x = 10$.

Vậy giá vé là 90 nghìn đồng thì doanh thu của ban tổ chức là lớn nhất.

Câu 32. (THPT Lê Thánh Tông - Nguyễn Khuyến HCM 2025) Để hạn chế vi phạm thời gian làm việc đối với công nhân, giám đốc công ty quyết định xử lý bằng cách phạt tiền. Nhờ sự giám sát chặt chẽ của các quản đốc, giám đốc công ty biết được trong một tháng, giữa tỉ lệ công nhân vi phạm đúng k lần ($1 \leq k \leq 2$) là $t_k = \frac{N_k}{N}$ (trong đó N_k là số công nhân vi phạm đúng k lần, N là tổng số công nhân) và mức phạt mỗi lần vi phạm có mối liên hệ như sau: Nếu mỗi công nhân nộp phạt x nghìn đồng ($60 \leq x \leq 300$) khi vi phạm lần thứ nhất và nộp phạt $x - 20$ nghìn đồng khi vi phạm lần thứ hai thì $t_1 = \frac{36}{x+10}$ và $t_2 = \frac{4}{x-30}$ (không có công nhân nào vi phạm quá hai lần). Biết rằng N không đổi và bằng 2400. Tổng số tiền nộp phạt của các công nhân vi phạm trong một tháng ít nhất là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Đáp án: 103.

Ta có: $t_k = \frac{N_k}{N} \Leftrightarrow N_k = N \cdot t_k$.

Số công nhân vi phạm đúng một lần là $N_1 = N \cdot t_1 = \frac{36N}{x+10}$.

Suy ra số tiền nộp phạt từ N_1 công nhân này là: $N_1 \cdot x = \frac{36Nx}{x+10}$ (nghìn đồng).

Số công nhân vi phạm đúng hai lần là $N_2 = N \cdot t_2 = \frac{4N}{x-30}$.

Suy ra số tiền nộp phạt từ N_2 công nhân này là: $N_2 \cdot (x + x - 20) = \frac{4N(2x-20)}{x-30}$ (nghìn đồng).

Vậy tổng số tiền nộp phạt của các công nhân vi phạm trong một tháng là:

$$f(x) = \frac{36Nx}{x+10} + \frac{4N(2x-20)}{x-30} \Leftrightarrow f(x) = 4N \left(\frac{9x}{x+10} + \frac{2x-20}{x-30} \right).$$

Xét hàm số $f(x)$ với $x \in [60; 300]$, ta có:

$$f'(x) = 4N \cdot \left[\frac{90}{(x+10)^2} - \frac{40}{(x-30)^2} \right].$$

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{90}{(x+10)^2} - \frac{40}{(x-30)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 110 & (TM) \\ x = 14 & (L) \end{cases}.$$

x	60	110	300
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	$\frac{928N}{21}$	$43N$	$\frac{35352N}{837}$

Từ bảng biến thiên ta thấy tổng số tiền nộp phạt của các công nhân vi phạm trong một tháng ít nhất là: $43N = 43 \cdot 2400 = 103200$ (nghìn đồng) ≈ 103 (triệu đồng).

Câu 33. (Sở Bắc Giang 2025) [VD] Năm 2025, một cửa hàng cần nhập về tổng cộng 600 chiếc điện thoại. Cửa hàng sẽ nhận theo nhiều lô hàng, mỗi lô hàng chứa số điện thoại bằng nhau. Chi phí vận chuyển là 50 USD cho mỗi lô hàng, cộng thêm một loại phí vận chuyển là 3 USD cho mỗi chiếc điện thoại và phí này cả năm chỉ tính cho lần vận chuyển đầu tiên. Hỏi cửa hàng đó nên nhập mỗi lô hàng bao nhiêu chiếc điện thoại để chi phí vận chuyển cả năm 2025 thấp nhất?

Lời giải

Đáp án: 100.

Gọi số lô hàng cần nhập là x suy ra số điện thoại nhập về mỗi lô là $\frac{600}{x}$, điều kiện:

$$x \in \mathbb{Z}^+; \frac{600}{x} \in \mathbb{Z}^+.$$

$$\text{Khi đó chi phí vận chuyển năm 2025 là: } f(x) = 50x + 3 \cdot \frac{600}{x} = 50x + \frac{1800}{x}.$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có: } 50x + \frac{1800}{x} \geq 2\sqrt{50x \cdot \frac{1800}{x}} = 600,$$

$$\text{dấu "}" xảy ra khi: } 50x = \frac{1800}{x} \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -6 \end{cases} (L).$$

Vậy ta cần nhập 6 lô hàng, mỗi lô 100 chiếc điện thoại để chi phí là thấp nhất.

Câu 34. (Sở Phú Thọ 2025) Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x \leq 2500$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là và tổng chi phí là $g(x) = x^2 + 1438x - 1209$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) ($0 < t < 320$). Giá trị của t bằng bao nhiêu nghìn đồng để nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng nhận được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó?

Lời giải

Đáp án: 284.

Ta có hàm lợi nhuận:

$$\begin{aligned} P(x) &= f(x) - g(x) - xt = 2006x - x^2 - (x^2 + 1438x - 1209) - xt \\ &= -2x^2 + 568x - xt + 1209 \\ &= -2x^2 + (568 - t)x + 1209 \end{aligned}$$

$$\text{Khi lợi nhuận lớn nhất } P(x) \text{ thì } x = \frac{-b}{2a} = -\frac{568-t}{2 \cdot (-2)} = \frac{568-t}{4}$$

$$\text{Khi đó, số tiền thuế thu được } xt = \frac{568-t}{4} \cdot t = \frac{1}{4}(568-t) \leq \frac{1}{4} \left(\frac{568-t+t}{2} \right)^2 = 20164.$$

$$\text{Dấu "}" xảy ra khi } 568-t=t \Leftrightarrow t=284 \in (0;320) \text{ (Thỏa mãn).}$$

Câu 35. (Sở Ninh Bình 2025) Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là x (\$) thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x) = x - 200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x) = 4200 - x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0 = 3200$ \$. Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là a (\$) và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là 4 : 1. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.

Lời giải

Đáp án: 100.

$$\text{Điều kiện: } R(x) = x - 200 > 0; Q(x) = 4200 - x > 0 \Rightarrow 200 < x < 4200.$$

Số sản phẩm xuất khẩu là: $R(x) - Q(x) = x - 200 - (4200 - x) = 2x - 4400$

Lãi xuất khẩu của doanh nghiệp là:

$$L(x) = (R(x) - Q(x))(3200 - x - a) = (2x - 4400)(3200 - x - a).$$

Thuế thu được của nhà nước là: $T(x) = (2x - 4400)a$.

Ta có $L(x) : T(x) = 4 : 1$, suy ra $(2x - 4400)(3200 - x - a) = 4(2x - 4400)a \Rightarrow a = \frac{3200 - x}{5}$

Khi đó

$$\begin{aligned} L(x) &= (2x - 4400) \left(3200 - x - \frac{3200 - x}{5} \right) \\ &= (2x - 4400) \frac{12800 - 4x}{5} = \frac{1}{5} (-8x^2 + 43200x - 56320000) \end{aligned}$$

Bài toán đưa về tìm x để $L(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

$$\text{Ta có } L'(x) = \frac{1}{5} (-16x + 43200) = 0 \Leftrightarrow x = 2700 \in (200; 4200).$$

Lập bảng biến thiên ta thấy $L(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 2700$, suy ra $a = \frac{3200 - 2700}{5} = 100$.

Câu 36. (Sở Thái Nguyên 2025) Một cửa hàng phân phối gạo với chi phí mua vào là 30 nghìn đồng / $1kg$, bán ra là 35 nghìn đồng / $1kg$. Với giá bán này thì số gạo bán được trong một tháng là 12000 kg . Để đẩy mạnh hơn nữa doanh số tiêu thụ gạo trong một tháng, cửa hàng dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 nghìn đồng / $1kg$ thì số lượng gạo bán ra trong một tháng sẽ tăng thêm 4000 kg . Cửa hàng phải định giá bán gạo mới là bao nhiêu nghìn đồng một kilôgam thì lợi nhuận thu được trong tháng cao nhất?

Lời giải

Đáp án: 34.

Giá sử cửa hàng bán gạo với giá giảm x nghìn đồng / $1kg$.

Khi đó số gạo bán được trong một tháng là: $12000 + 4000x$.

Doanh thu của cửa hàng trong một tháng là: $P(x) = (35 - x)(12000 + 4000x)$

Chi phí của cửa hàng trong một tháng là: $C(x) = 30 \cdot (12000 + 4000x)$

Lợi nhuận của cửa hàng thu được trong một tháng là:

$$L(x) = P(x) - C(x) = (5 - x)(12000 + 4000x) = -4000x^2 + 8000x + 60000$$

$$L'(x) = -8000x + 8000 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow L_{\max} = L(1) = 64000$$

Vậy cửa hàng phải định giá bán gạo mới là 34 nghìn đồng một kilôgam thì lợi nhuận thu được trong tháng cao nhất.

Câu 37. (Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng 2025) Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 180 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 180$) thì giá bán của mỗi sản phẩm là $f(x) = 35840 - 192x$ (nghìn đồng) và chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $g(x) = 25,6x^2 - 153,6x + 3072 + \frac{19200}{x}$ (nghìn đồng). Biết rằng mức thuế trên một sản phẩm này là 512 nghìn đồng. Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 20.

Giá bán mỗi sản phẩm $f(x) = 35840 - 192x$ (nghìn đồng)

Chi phí sản xuất bình quân mỗi sản phẩm $g(x) = 25,6x^2 - 153,6x + 3072 + \frac{19200}{x}$ (nghìn đồng)

Gọi tổng chi phí sản xuất là $C(x) = x.g(x) = 25,6x^3 - 153,6x^2 + 3072x + 19200$ (nghìn đồng)

Thuế trên mỗi sản phẩm là 512 nghìn đồng. Vậy tổng thuế là $T(x) = 512x$ (nghìn đồng)

Tổng doanh thu bán hàng là $R(x) = x.f(x) = 35840x - 192x^2$ (nghìn đồng)

Khi đó hàm lợi nhuận là $P(x) = R(x) - C(x) - T(x) = -25,6x^3 - 38,4x^2 + 32256x - 19200$

$$P'(x) = -76,8x^2 - 76,8x + 32256 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = -21(\times) \end{cases}$$

Ta có: $P(1) = 12992$, $P(20) = 405760$, $P(180) < 0$.

Vậy doanh nghiệp cần sản xuất 20 sản phẩm để thu được lợi nhuận lớn nhất.

Câu 38. (KHTN Hà Nội 2025) Một công ty ước lượng tổng doanh thu R (đơn vị: triệu đồng) cho một loại sản phẩm được xác định bởi công thức: $R = -x^3 + 450x^2 + 52500x$. Trong đó x là số sản phẩm được sản xuất (và bán). Với ước lượng trên, công ty cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để doanh thu tối đa?

Lời giải

Đáp án: 350.

Xét hàm số $f(x) = -x^3 + 450x^2 + 52500x$ ($x > 0$)

$$f'(x) = -3x^2 + 900x + 52500$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 350 \\ x = -50 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	350	$+\infty$
$f'(x)$		+	0
$f(x)$	0	30625000	$-\infty$

Vậy để thu được doanh thu tối đa, công ty cần sản xuất 350 sản phẩm.

Câu 39. (Sở Hà Nội 2025) Một đại lý nhập khẩu trái cây tươi để phân phối cho các cửa hàng. Mỗi lần nhập khẩu trái cây, khoảng chi phí vận chuyển (không đổi) là 25 triệu đồng. Chi phí bảo quản mỗi tạ trái cây trong kho là 80 nghìn đồng/ngày. Thời gian bảo quản tối đa 10 ngày. Biết rằng, kể từ ngày đầu tiên nhập hàng, đại lý sẽ phân phối tới các cửa hàng 25 tạ trái cây mỗi ngày. Mỗi lần nhập hàng, đại lý phải nhập đủ trái cây cho bao nhiêu ngày phân phối để chi phí trung bình cho mỗi ngày thấp nhất (bao gồm chi phí vận chuyển và chi phí bảo quản trong kho)?

Lời giải

Đáp án: 5.

Giả sử đại lý phải nhập đủ trái cây cho x ngày. Đk: $1 \leq x \leq 10$.

\Rightarrow khối lượng trái cây cần nhập khẩu là $25x$ tạ.

Chi phí vận chuyển 25 triệu đồng.

Chi phí bảo dưỡng trong ngày đầu là $0,08.(25x - 25) = 2(x - 1)$ triệu đồng

Chi phí bảo dưỡng trong ngày thứ hai là $0,08.(25x - 50) = 2(x - 2)$ triệu đồng

.....

Chi phí bảo dưỡng trong ngày thứ $x - 1$ là $0,08.(25x - 25(x - 1)) = 2$ triệu đồng.

Tổng chi phí bảo dưỡng và vận chuyển là

$$C(x) = 2(x - 1 + x - 2 + \dots + 1) + 25 = 2 \cdot \frac{x(x-1)}{2} + 25 = x(x-1) + 25$$

$$\Rightarrow \text{Chi phí trung bình cho mỗi ngày } \bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{x^2 - x + 25}{x}.$$

$$\Rightarrow \bar{C}'(x) = \frac{x^2 - 25}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 5.$$

Vậy đại lý cần nhận số trái cây đủ trong 5 ngày.

Câu 40. (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ 2025) Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa 29 hành khách. Trong khu du lịch Đền Hùng, một đoàn khách gồm 40 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Người lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn du khách như sau: Nếu một xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(100-x)^2}{40}$ (nghìn đồng) và một chuyến không chở dưới 15 người. Hỏi với thỏa thuận như trên thì cần trả ít nhất bao nhiêu nghìn đồng để cả đoàn được đưa về khách sạn bằng xe du lịch?

Lời giải

Đáp án: 6225.

Giả sử chuyến xe thứ nhất chở x (người) thì chuyến xe thứ hai chở $40 - x$ (người).

Theo yêu cầu của tài xế ta có $\begin{cases} 15 \leq x \leq 29 \\ 15 \leq 40 - x \leq 29 \end{cases} \Leftrightarrow 15 \leq x \leq 25$

Số tiền cần phải trả là $T(x) = \frac{1}{40} \left[x(100-x)^2 + (40-x) \left[100 - (40-x)^2 \right] \right]$

$$T(x) = \frac{1}{40} \left[x(10000 - 200x + x^2) + (40-x)(60+x)^2 \right]$$

$$T(x) = \frac{1}{40} \left[x^3 - 200x^2 + 10000x + 144000 + 4800x + 40x^2 - 3600x - 120x^2 - x^3 \right]$$

$$T(x) = \frac{1}{40} (-280x^2 + 11200x + 144000)$$

$$T(x) = -7x^2 + 280x + 3600.$$

Ta có $T'(x) = 0 \Leftrightarrow -14x + 280 = 0 \Leftrightarrow x = 20$.

Mà $T(20) = 6400$; $T(15) = 6225$, $T(25) = 6225$ nên $\min_{[15;25]} T(x) = T(15) = T(25) = 6225$.

Vậy với thỏa thuận như trên thì cần trả ít nhất 6225 nghìn đồng thì cả đoàn được đưa về khách sạn bằng xe du lịch.

Câu 41. (Sở Yên Bái 2025) Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 70,7.

Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 30x + 100$, $x \in [0; 100]$ (triệu đồng).

Lợi nhuận nhà máy A nhận được sau khi bán được x tấn sản phẩm trong một tháng cho nhà máy B là $H(x) = (45 - 0,001x^2)x - 30x - 100 = -0,001x^3 + 15x - 100$ ($x \in [0; 100]$)

Xét hàm $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$ ($x \in [0; 100]$)

$$H'(x) = -0,003x^2 + 15 \Rightarrow \begin{cases} x = 50\sqrt{2} \in [0; 100] \\ x = -50\sqrt{2} \notin [0; 100] \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên suy ra để lợi nhuận thu về lớn nhất thì nhà máy A sản xuất 70,7 tấn sản phẩm trong một tháng.

- Câu 42. (THPT Triệu Sơn 1 - Thanh Hóa 2025)** Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe để về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách? (đáp số làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 4,74.

Gọi x ($x \in \mathbb{N}, 0 < x \leq 16$) là số người mà lái xe chở trên một chuyến xe.

Số tiền thu được từ một chuyến chở khách là $f(x) = x \cdot \frac{(40-x)^2}{2} = \frac{1}{2}x^3 - 40x^2 + 800x$

Ta có: $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - 80x + 800$

Với $0 < x \leq 16$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{40}{3}$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $(0; 16]$

x	0	13	$\frac{40}{3}$	14	16
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	4738,5	$f\left(\frac{40}{3}\right)$	4732	

Do $x \in \mathbb{N}$ nên từ BBT suy ra lái xe thu về số tiền nhiều nhất trên mỗi chuyến xe là 4738,5 nghìn đồng tức là 4,74 triệu đồng.

- Câu 43. (Chuyên Phan Bội Châu - Hà Tĩnh 2025)** Chi phí về nhiên liệu của một con tàu được chia làm hai phần. Phần chi phí thứ nhất không phụ thuộc vào tốc độ tàu và bằng 480 nghìn đồng mỗi giờ. Chi phí phần thứ hai trên 1 km đường tỉ lệ thuận với lập phương của tốc độ tàu, khi tốc độ bằng 20 km/h thì chi phí phần thứ hai bằng 100 nghìn đồng mỗi giờ. Giả sử con tàu đó luôn giữ nguyên tốc độ di chuyển, để tổng chi phí nhiên liệu trên 1 km đường là nhỏ nhất thì tốc độ của con tàu đó bằng bao nhiêu km/h? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 22,5.

Gọi x (km/h) là tốc độ của tàu.

Thời gian tàu chạy quãng đường 1 km là $\frac{1}{x}$ (giờ).

Chi phí tiền nhiên liệu phần thứ nhất cho quãng đường 1 km là: $\frac{1}{x} \cdot 480$ (nghìn đồng).

Gọi y (nghìn đồng) là chi phí nhiên liệu phần thứ hai cho quãng đường 1 km ứng với tốc độ x . Ta có y tỉ lệ thuận với lập phương tốc độ nên $y = kx^3$ với $k > 0$.

Khi tốc độ $x = 20(\text{km/h})$ thì thời gian tàu chạy 1 km là $\frac{1}{20}$ (giờ) nên chi phí phần thứ 2 cho quãng đường 1 km là $\frac{1}{20} \cdot 100 = 5$ (nghìn đồng).

Suy ra $5 = k \cdot 20^3$ nên $k = \frac{5}{20^3} = \frac{1}{1600}$, do đó $y = \frac{x^3}{1600}$.

Vậy tổng chi phí tiền nhiên liệu cho 1 km đường là: $P(x) = \frac{480}{x} + \frac{x^3}{1600}$.

Bài toán trở thành tìm x để $P(x)$ nhỏ nhất.

Có $P'(x) = -\frac{480}{x^2} + \frac{3x^2}{1600}$; $P'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2}{1600} = \frac{480}{x^2} \Leftrightarrow x = 4\sqrt[4]{1000}$.

Lập bảng biến thiên suy ra $P(x)$ đạt GTNN tại $x = 4\sqrt[4]{1000}$.

Vậy để tổng chi phí trên 1 km đường nhỏ nhất thì vận tốc của tàu là $x = 4\sqrt[4]{1000} \approx 22,5(\text{km/h})$

Câu 44. (THPT Anh Sơn 3 - Nghệ An 2025) Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $p(x) = 90 - 0,01x^2$ (đơn vị: triệu đồng). Chi

phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = \frac{1}{2}(200 + 27x)$ (đơn vị:

triệu đồng), thuế giá trị gia tăng mà nhà máy A phải đóng cho nhà nước là 10% tổng doanh thu mỗi tháng. Hỏi nhà máy A bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm để mỗi tháng thu được lợi nhuận (sau khi đã trừ thuế giá trị gia tăng) cao nhất?

Lời giải

Đáp án: 50.

Ta có: giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $p(x) = 90 - 0,01x^2$ (triệu đồng)

Nên bán x tấn sản phẩm thu được $(90 - 0,01x^2)x$ (triệu đồng). Điều kiện $0 < x \leq 100$

Lợi nhuận hàng tháng của nhà máy A khi sản xuất và bán x tấn sản phẩm cho nhà máy B là:

$$L(x) = (90 - 0,01x^2)x \cdot 90\% - \frac{1}{2}(200 + 27x) \text{ (triệu đồng)}$$

$$\text{Hay } L(x) = -0,009x^3 + 67,5x - 100$$

Xét hàm số $L(x) = -0,009x^3 + 67,5x - 100$ trên nửa khoảng $(0; 100]$

$$L'(x) = -0,027x^2 + 67,5$$

$$L'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,027x^2 + 67,5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2500 \Rightarrow x = 50$$

Bảng biến thiên:

x	0	50	100
$L'(x)$		+	-
$L(x)$	-100	2150	-2350

Như vậy nhà máy A cần sản xuất và bán 50 tấn sản phẩm cho nhà máy B mỗi tháng để thu được lợi nhuận cao nhất.

Câu 45. (THPT Đô Lương 1 - Nghệ An 2025) Một hộ làm nghề dệt vải tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí để sản xuất x mét vải lụa (tính bằng ngàn đồng) cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ gia đình này bán hết sản phẩm mỗi ngày với

giá 220 ngàn đồng/mét. Tính số tiền (đơn vị ngàn đồng) lợi nhuận tối đa mà hộ gia đình này có thể nhận được.

Lời giải

Đáp án: 1200.

Khi bán x mét vải lụa, số tiền thu được là: $B(x) = 220x$ (ngàn đồng)

Lợi nhuận thu được là
 $L(x) = B(x) - C(x) = 220x - (x^3 - 3x^2 - 20x + 500) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ (ngàn đồng)

Xét hàm số $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ trên $1 \leq x \leq 18$

$$L'(x) = -3x^2 + 6x + 240 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -8 \end{cases} (L)$$

Ta có bảng biến thiên sau:

x	1	10	18
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$	-258	1200	-1040

Vậy số tiền lợi nhuận tối đa mà hộ gia đình này nhận được là 1200 ngàn đồng

Câu 46. (Sở Đà Nẵng 2025) Một công ti trung bình bán được 600 chiếc máy lọc không khí mỗi tháng với giá 10 triệu đồng một chiếc. Một khảo sát cho thấy nếu giảm giá bán mỗi chiếc 400 nghìn đồng, thì số lượng bán ra tăng thêm khoảng 60 chiếc mỗi tháng. Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi máy, x là số máy bán ra. Khi đó, hàm cầu là $p = p(x)$ và hàm doanh thu là $R(p) = px$. Hỏi công ti phải bán mỗi chiếc với số tiền bao nhiêu triệu đồng để doanh thu là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án : 7

Doanh thu = Số lượng x Giá bán

parabol có phương trình $f(x) = (600 + 60x)(10 - 0,4x) = 6000 - 240x + 600x - 24x^2$

$$f(x) = -24x^2 + 360x + 6000$$

$$f'(x) = -48x + 360 = 0 \Rightarrow x = \frac{15}{2}$$

$$\text{Doanh thu lớn nhất } f\left(\frac{15}{2}\right) = -24x^2 + 360x + 6000 = 7350$$

$$\text{Giá bán: } 10 - 0,4x = 10 - 0,4 \cdot \frac{15}{2} = 7.$$

Câu 47. (Sở Phú Thọ 2025) Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận, mỗi tháng A cung cấp cho B tối đa 45 tấn sản phẩm và nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 60 - 0,01x^2$ (triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 150 + 33x$ (triệu đồng) (gồm 150 triệu đồng chi phí cố định và 33 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Để mỗi tháng thu được lợi nhuận lớn nhất thì A cần bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm?

Lời giải

Trả lời: 17,3

$$\text{Doanh thu là } D(x) = x(60 - 0,01x^2) = 60x - 0,01x^3 \quad (x > 0)$$

$$\text{Lợi nhuận thu được là } L(x) = D(x) - C(x) = 60x - 0,01x^3 - (150 + 33x) = -0,01x^3 + 27x - 150.$$

$$\text{Ta có } L'(x) = -0,03x^2 + 27 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 900 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10\sqrt{3} \\ x = -10\sqrt{3} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Khi đó $L(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 10\sqrt{3} \approx 17,3$ tấn.

Câu 48. (Sở Bình Thuận 2025) Một nhà máy dự định sản xuất không quá 200 sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 200$) được cho bởi hàm chi phí $C(x) = 20000 + 800x - 3,6x^2 + 0,004x^3$ (nghìn đồng). Biết giá bán của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p(x) = 2000 - 9x$ (nghìn đồng). Hỏi mỗi tháng nhà máy sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? Biết rằng kết quả khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ được tiêu thụ hết.

Lời giải

Đáp án: 100.

Gọi số sản phẩm mỗi tháng nhà máy sản xuất là: x (sản phẩm, $1 \leq x \leq 200$).

Lợi nhuận nhà máy thu được là

$$L(x) = x \cdot p(x) - C(x) = x(2000 - 9x) - (20000 + 800x - 3,6x^2 + 0,004x^3).$$

$$\Rightarrow L(x) = -0,004x^3 - 5,4x^2 + 1200x - 20000.$$

$$\text{Ta có } L'(x) = -0,012x^2 - 10,8x + 1200$$

$$L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 100.$$

Bảng biến thiên

x	0	100	200
L'	-	0	+
L	$-\infty$	L_{\max}	$-\infty$

$$\text{Suy ra } L_{\max} = L(100)$$

Vậy mỗi tháng nhà máy sản xuất 100 sản phẩm thì lợi nhuận lớn nhất.

Câu 49. (Sở Lào Cai 2025) Doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = \frac{24000}{1 + 6e^{-t}}, t \geq 0$ trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Tốc độ bán hàng lớn nhất đạt được khi $t = \ln a$. Tìm a .

Lời giải

Đáp án: 6.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{144000e^{-t}}{(1 + 6e^{-t})^2} \text{ biểu thị tốc độ bán hàng.}$$

$$\text{Đặt } g(t) = f'(t) = \frac{144000e^{-t}}{(1 + 6e^{-t})^2}, t \geq 0$$

$$\begin{aligned} \text{Tính } g(t) &= \frac{-144000 \cdot e^{-t} (1 + 6e^{-t})^2 - 144000e^{-t} \cdot 2(1 + 6e^{-t})(-6 \cdot e^{-t})}{(1 + 6e^{-t})^4} \\ &= \frac{-14400 \cdot e^{-t} (1 + 6e^{-t}) [1 + 6e^{-t} - 12e^{-t}]}{(1 + 6e^{-t})^4} = -\frac{14400e^{-t} (1 - 6e^{-t})}{(1 + 6e^{-t})^3} \end{aligned}$$

Ta có $g'(t) = 0 \Leftrightarrow 1 - 6e^{-t} = 0 \Leftrightarrow e^t = 6 \Leftrightarrow t = \ln 6$

Ta có bảng biến thiên:

t	0	$\ln 6$	$+\infty$	
$g'(t)$		+	0	-
$g(t)$				

Diagram showing the function $g(t)$ and its derivative $g'(t)$ for $t \in [0, +\infty)$. The derivative $g'(t)$ is positive on $(0, \ln 6)$ and negative on $(\ln 6, +\infty)$. The function $g(t)$ is increasing on $(0, \ln 6)$ and decreasing on $(\ln 6, +\infty)$.

Vậy tốc độ bán hàng lớn nhất khi $t = \ln 6$ suy ra $a = 6$.

- Câu 50. (Sở Long An 2025)** Một doanh nghiệp dự định sản xuất x sản phẩm ($0 \leq x \leq 1100$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 2199x^2 + 1219000x + 2025000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 9000 + \frac{2025000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 367.

Doanh thu khi bán hết x sản phẩm là: $F(x) = x^3 - 2199x^2 + 1219000x + 2025000$

Chi phí cho x sản phẩm là $H(x) = xG(x) = x\left(x + 9000 + \frac{2025000}{x}\right) = x^2 + 9000x + 2025000$

Suy ra: Lợi nhuận thu được: $L(x) = F(x) - G(x) = x^3 - 2200x^2 + 1210000x$

$$\Rightarrow L'(x) = 3x^2 - 4400x + 1210000$$

$$L'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4400x + 1210000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1100 \\ x = \frac{1100}{3} \end{cases}$$

x	$0 \quad \frac{1100}{3} \quad 1100$
$L'(x)$	$+ \quad 0 \quad -$
$L(x)$	<div><div></div><div>Max</div><div></div></div>

Lợi nhuận lớn nhất khi sản xuất 366 sản phẩm là: $L(366) = 197184696$ (đồng)

Lợi nhuận lớn nhất khi sản xuất 367 sản phẩm là: $L(367) = 197185063$ (đồng)

Vậy lợi nhuận lớn nhất khi sản xuất 367 sản phẩm.

- Câu 51. (Sở Quảng Ninh 2025)** Một công ty đang triển khai chiến dịch quảng cáo sản phẩm mới. Số tiền đầu tư quảng cáo là A (triệu đồng). Theo kết quả nghiên cứu thị trường, số lượng sản phẩm bán ra (đơn vị: sản phẩm) phụ thuộc vào chi phí quảng cáo theo hàm: $q(A) = 1000 + \frac{1013}{3} \ln(1 + A)$

Biết rằng, chi phí sản xuất mỗi sản phẩm là 10 triệu đồng và giá bán mỗi sản phẩm là 20 triệu đồng. Giá trị lợi nhuận tối đa mà công ty có thể đạt được là bao nhiêu tỉ đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải

Đáp án: 34,1

Tổng chi phí sản xuất: $C(A) = q(A) \cdot 10 + A$ (triệu đồng).

Tổng lợi nhuận: $L(A) = 20q(A) - C(A) = 10000 + \frac{10130}{3} \ln(1+A) - A$ (triệu đồng).

Tập xác định: $D = [0; +\infty)$.

Ta có: $L'(A) = \frac{10130}{3} \cdot \frac{1}{1+A} - 1 = \frac{10127 - 3A}{3(1+A)}$.

$L'(A) = 0 \Leftrightarrow A = \frac{10127}{3}$. Ta có: $L\left(\frac{10127}{3}\right) \approx 34059$.

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{10127}{3}$	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	10000	34059	$-\infty$	

Từ bảng biến thiên ta được, Giá trị lợi nhuận tối đa mà công ty có thể đạt được là $L\left(\frac{10127}{3}\right) \approx 34,1$ tỷ đồng.

Câu 52. (THPT Hoàng Hóa 2-Thanh Hóa 2025) Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê (triệu) mỗi căn hộ là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất?

Lời giải

Gọi x trăm nghìn là giá thuê tăng thêm so với giá gốc 8 triệu đồng, với $x \in \mathbb{N}, x < 100$.

Số căn hộ bị bỏ trống là x .

Giá thuê mỗi căn hộ là $8 + \frac{x}{10}$ triệu đồng.

Doanh thu của $100 - x$ căn hộ cho thuê là: $(100 - x)\left(8 + \frac{x}{10}\right) = \frac{-1}{10}x^2 + 2x + 800$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{-1}{10}x^2 + 2x + 800$, với $x \in \mathbb{N}, x < 100$.

$f'(x) = \frac{-1}{5}x + 2$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$

x	0	10	100
y	800	810	0

Bảng biến thiên

Vậy người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là 9 triệu đồng để doanh thu là lớn nhất.

Câu 53. (Đề thi vào ĐHSPTN 2025) Một công ty sản xuất giày dép ước tính rằng tổng chi phí để sản xuất và bán hết q đôi giày mỗi ngày là $C(q) = 0,01q^3 - 0,6q^2 + 50q + 2000$ (nghìn đồng). Giá bán mỗi đôi giày được xác định bởi hàm $h(q) = 600 - q$ (nghìn đồng). Biết rằng số giày của công ty sản xuất mỗi ngày đều được bán hết.

a) Nếu mỗi ngày công ty sản xuất được 50 đôi giày thì lợi nhuận mỗi ngày thu được là bao nhiêu (nghìn đồng)?

b) Công ty nên sản xuất bao nhiêu đôi giày mỗi ngày để đạt lợi nhuận tối đa?

Lời giải

Đáp số: a) 23250 b) 123.

a) Chi phí sản xuất 50 đôi giày là: $C(50) = 4250$ (nghìn đồng)

Tổng doanh thu khi bán 50 đôi giày là: $50 \cdot h(50) = 50(600 - 50) = 27500$ (nghìn đồng)

Lợi nhuận thu được là: $27500 - 4250 = 23250$ (nghìn đồng).

b) Phương trình lợi nhuận công ty đó thu được dựa vào biến q là:

$$L = q(600 - q) - (0,01q^3 - 0,6q^2 + 50q + 2000) = -0,01q^3 - 0,4q^2 + 550q - 2000 \text{ (với } q > 0)$$

$$\text{Xét } L' = -0,03q^2 - 0,8q + 550 = 0 \Rightarrow \begin{cases} q = 122,7(TM) \\ q = -149,3(L). \end{cases}$$

Bảng biến thiên

q	0	122.7	$+\infty$
L'		+	-
L	-2000	40990.05	$-\infty$

Vậy để thu được lợi nhuận là lớn nhất thì cần sản xuất 123 đôi giày.

Câu 54. (Cụm Ninh Giang - Tứ Kỳ - Gia Lộc 2025) Hai sinh viên Thành và Linh rủ nhau mở một công ty vận tải taxi điện (Sử dụng nguồn cung sẵn có trong nước với nhiều ưu đãi khuyến khích phát triển loại phương tiện này). Hai bạn Thành và Linh dự định sử dụng không quá 10 xe. Nếu công ty sử dụng tối đa thời gian hoạt động của x xe điện trên ($1 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{N}$) thì doanh thu nhận được của số xe đó là $D(x) = x^3 - 4597x^2 + 50300x + 30000$ (triệu đồng), trong khi chi phí nạp điện, bảo dưỡng, phí cầu đường, thuế và thuê nhân công lái xe, bình quân cho mỗi xe là $C(x) = 3x + 300 + \frac{30000}{x}$ (triệu đồng). Hai bạn Thành và Linh cần ưu tiên tối đa cho bao nhiêu xe hoạt động thường xuyên để lợi nhuận công ty thu được là lớn nhất?

Lời giải

Lợi nhuận công ty thu được: $f(x) = D(x) - xC(x) = x^3 - 4600x^2 + 50000x$ với $1 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{N}$.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	45401	81608	108627	126464	135125	134616	124943	106112	78129	41000

Dựa trên bảng giá trị trên, hai bạn Thành và Linh cần ưu tiên tối đa cho 5 xe hoạt động thường xuyên để lợi nhuận công ty thu được là lớn nhất.

Câu 55. (THPT Mai Trức Loan - Hà Tĩnh 2025) Một hộ sản xuất kinh doanh hạt điều sấy mỗi ngày sản xuất được x kg ($5 \leq x \leq 20$). Tổng chi phí sản xuất x kg được cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 + 19x + 300$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử hộ sản xuất này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 316 nghìn đồng/kg. Hỏi hộ sản xuất này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu kilôgam hạt điều để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 11

Lợi nhuận của hộ sản xuất thu được khi sản xuất và bán ra x kg hạt điều sấy mỗi ngày là:

$$316x - x^3 + 3x^2 - 19x - 300 = -x^3 + 3x^2 + 297x - 300$$

Đặt $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 297x - 300$ với điều kiện $5 \leq x \leq 20$

$$f'(x) = -3x^2 + 6x + 297$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x = -9(l) \end{cases}$$

Ta có $f(5) = 1135$, $f(11) = 1999$ và $f(20) = -1160$

Vậy để thu được lợi nhuận lớn nhất thì hộ này cần sản xuất và bán ra 11 kg hạt điều mỗi ngày.

Câu 56. (THPT Triệu Quang Phục - Hưng Yên 2025) Bảng giá cước của một hãng taxi X được mô hình hóa bởi một hàm số biểu thị mối liên hệ giữa $x(\text{km})$ là quãng đường di chuyển và số tiền tương ứng phải trả $f(x)$ như sau:

$$f(x) = \begin{cases} 10000x & (0 < x \leq 10) \\ 15000x - 50000 & (10 < x \leq 40) \\ 125000x + 50000 & (x > 40) \end{cases}$$

Nếu một người đi taxi của hãng X phải trả số tiền xe là 475000 VNĐ thì người đó đã đi quãng đường là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 38,3

Số tiền người đó đã trả cho 10km đầu tiên là $10000 \cdot 10 = 100000 < 475000$

Số tiền tối đa người đó phải trả cho 30km tiếp theo là $15000 \cdot 30 - 50000 = 400000$

Số tiền còn lại sau khi đi 10km đầu tiên là $475000 - 100000 = 375000 < 400000$

Số km người đó đi được với số tiền 375000 là

$$15000x - 50000 = 375000$$

$$\Leftrightarrow x \approx 28,3(\text{km})$$

Vậy tổng quãng đường người đó đi được là $10 + 28,3 = 38,3(\text{km})$.

Câu 57. (Cụm Chương Mỹ - Thanh Oai 2025) Một công ty xác định rằng tổng chi phí của họ, tính theo nghìn đô - la, để sản xuất x mặt hàng là $C(x) = \sqrt{5x^2 + 60}$, và công ty lên kế hoạch nâng sản lượng trong t tháng kể từ nay theo hàm $x(t) = 20t + 40$. Tính tốc độ tăng của chi phí sau 4 tháng kể từ nay? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục, đơn vị nghìn đô-la/tháng)

Lời giải

$$\text{Ta có: } C'(x) = \frac{5x}{\sqrt{5x^2 + 60}}, x'(t) = 20$$

$$\text{Khi đó } x'(4) = 20 \Rightarrow C'(x(4)) = C'(20) = \frac{10\sqrt{515}}{103}$$

$$\text{Tốc độ tăng của chi phí sau là } (C(x(t)))' = x'(t) \cdot C'(x(t))$$

$$\text{Vậy tốc độ tăng của chi phí sau 4 tháng là } x'(4) \cdot C'(x(4)) = 20 \cdot \frac{10\sqrt{515}}{103} \approx 44,1$$

Đáp án: 44,1

Câu 58. (Cụm Chuyên Môn Đắk Lak 2025) Cho $C(x) = 16000 + 500x - 1,6x^2 + 0,004x^3$ là hàm chi phí và $p(x) = 1700 - 7x$ là hàm cầu. Hãy tìm mức sản xuất (tính theo đơn vị hàng hóa) sẽ tối đa hoá lợi nhuận.

Lời giải

Ta có hàm lợi nhuận:

$$\begin{aligned} P(x) &= x \cdot p(x) - C(x) \\ &= 1700x - 7x^2 - 16000 - 500x + 1,6x^2 - 0,004x^3 \\ &= -16000 + 1200x - 5,4x^2 - 0,004x^3 \end{aligned}$$

Suy ra, $P'(x) = 1200 - 10,8x - 0,012x^2$;

$$P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 100 \text{ (do } x \geq 0 \text{)}.$$

Bảng biến thiên:

x	0	100	$+\infty$
P'		+	0
P	-16 000	46 000	$-\infty$

Vậy mức sản xuất tối đa hoá lợi nhuận là 100 đơn vị hàng hoá.

Câu 59. (THPT Phúc Thọ - Hà Nội 2025) Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B . Máy A làm việc trong x ngày và cho số tiền lãi là $x^2 + 2x$ (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày và cho số tiền lãi là $326y - 27y^2$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A trong bao nhiêu ngày sao cho số tiền lãi là nhiều nhất? (Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc, máy B làm việc không quá 6 ngày).

Lời giải

Đáp án: 4

Theo đề bài, ta có $x + y = 10$. Suy ra $y = 10 - x$.

Vì máy B làm việc không quá 6 ngày nên $10 - x \leq 6 \Leftrightarrow x \geq 4$.

Số tiền lãi mà doanh nghiệp thu được là

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 326y - 27y^2 &= x^2 + 2x + 326(10 - x) - 27(10 - x)^2 \\ &= -26x^2 + 216x + 560. \end{aligned}$$

Đặt $f(x) = -26x^2 + 216x + 560, x \in [4; 10]$

Ta có $f'(x) = -52x + 216 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{216}{52}$

Bảng biến thiên

x	4	$\frac{216}{52}$	10
$f'(x)$		+	0
$f(x)$			-

Do số ngày là số nguyên, nên ta xét giá trị của hàm số tại hai điểm nguyên trước và sau giá trị $\frac{216}{52}$ là $x=4; x=5$.

Ta có $f(4)=1008, f(5)=990 \Rightarrow f(4) > f(5)$

Vậy doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A trong 4 ngày thì số tiền lãi là nhiều nhất.

Câu 60. (Sở Bình Phước 2025) Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là x (\$) thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x)=x-200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x)=4200-x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0=3200$ \$. Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là a (\$) và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là 4:1. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.

Lời giải

Đáp án: 100.

Điều kiện: $R(x)=x-200 > 0; Q(x)=4200-x > 0 \Rightarrow 200 < x < 4200$.

Số sản phẩm xuất khẩu là: $R(x)-Q(x)=x-200-(4200-x)=2x-4400$

Lãi xuất khẩu của doanh nghiệp là:

$$L(x)=(R(x)-Q(x))(3200-x-a)=(2x-4400)(3200-x-a).$$

Thuế thu được của nhà nước là: $T(x)=(2x-4400)a$.

Ta có $L(x):T(x)=4:1$, suy ra $(2x-4400)(3200-x-a)=4(2x-4400)a \Rightarrow a=\frac{3200-x}{5}$

Khi đó

$$\begin{aligned} L(x) &= (2x-4400)\left(3200-x-\frac{3200-x}{5}\right) \\ &= (2x-4400)\frac{12800-4x}{5} = \frac{1}{5}(-8x^2+43200x-56320000) \end{aligned}$$

Bài toán đưa về tìm x để $L(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $L'(x)=\frac{1}{5}(-16x+43200)=0 \Leftrightarrow x=2700 \in (200;4200)$.

Lập bảng biến thiên ta thấy $L(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x=2700$, suy ra $a=\frac{3200-2700}{5}=100$.

Câu 61. (Chuyên Lương Thế Vinh - Đồng Nai 2025) Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng: hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B sản phẩm đó theo đơn đặt hàng của nhà máy B với số lượng tối đa là 100 tấn sản phẩm. Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x)=45-0,001x^2$ (triệu đồng).

Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x)=100+30x$ (triệu đồng), gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Hỏi nhà máy A bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất? (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân)

Lời giải

Nếu mỗi tháng nhà máy A bán cho nhà máy B x tấn sản phẩm thì lợi nhuận của nhà máy A thu được là $x(45-0,001x^2)-(100+30x)=-0,001x^3+15x-100$

Xét hàm số $f(x)=-0,001x^3+15x-100$ với $x \in [0;100]$.

Tìm giá trị lớn nhất của $f(x)$.

Ta có $f'(x) = -0,003x^2 + 15$;

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2} \text{ (do } x \in [0; 100]).$$

Vì $f(0) = -100, f(50\sqrt{2}) \approx 607, f(100) = 400$

Vậy $f(x)$ lớn nhất khi $x = 50\sqrt{2} \approx 70,7$.

Câu 62. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa 2025) Mỗi tuần, một cửa hàng bán điện thoại di động trung bình bán được 1000 điện thoại A với giá 14 triệu đồng một cái. Biết rằng, nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng/1 cái, số lượng điện thoại A bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 cái mỗi tuần. Biết rằng nếu bán x cái điện thoại A thì giá mỗi cái là $p(x)$ (triệu đồng) và hàm chi phí hàng tuần $C(x) = 12000 - 3x$ (triệu đồng). Để lợi nhuận là lớn nhất, cửa hàng nên bán mỗi cái điện thoại A với giá bao nhiêu (triệu đồng)?

Lời giải.

Đáp án: 8 (triệu đồng)

Theo giả thiết $p(x) = ax + b$.

Do đó, phương trình đường thẳng $p(x) = ax + b$ đi qua hai điểm $(1000; 14)$ và $(1100; 13,5)$.

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} 14 = 1000a + b \\ 13,5 = 1100a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-1}{200} \\ b = 19 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy } p(x) = -\frac{1}{200}x + 19.$$

Doanh thu bán hàng của x sản phẩm là $R(x) = x \cdot p(x) = x \cdot \left(-\frac{1}{200}x + 19\right) = \frac{-x^2}{200} + 19x$ (triệu đồng)

Do đó, hàm số thể hiện lợi nhuận thu được khi bán x sản phẩm là

$$P(x) = R(x) - C(x) = \frac{-x^2}{200} + 19x - 12000 + 3x = \frac{-x^2}{200} + 22x - 12000 \text{ (triệu đồng)}.$$

Để lợi nhuận là lớn nhất thì $P(x)$ là lớn nhất.

Ta có: $P'(x) = \frac{-x}{100} + 22, P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2200$. Lập BBT, ta kết luận bán 2200 cái điện thoại A

thì lợi nhuận là cao nhất. Vậy cửa hàng nên đặt giá bán là $p(2200) = 8$ (triệu đồng).

Câu 63. (THPT Bắc Đông Quan - Thái Bình 2025) Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Tính chi phí hoạt động thấp nhất (đơn vị nghìn đồng).

Lời giải

Đáp án: 6400

Gọi số máy móc công ty sử dụng để sản xuất là x ($x \in \mathbb{N}, x > 0$).

Thời gian cần để sản xuất hết 8000 quả bóng là: $\frac{8000}{30x}$ (giờ).

Tổng chi phí để sản xuất là:

$$P(x) = \frac{8000}{30x} \cdot 192 + 200x = 200x + \frac{51200}{x}$$

Ta có: $P'(x) = 200 - \frac{51200}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 16$ (do $x > 0$)

Bảng biến thiên:

x	0	16	$+\infty$
$P'(x)$		0	+
$P(x)$		6400	

Vậy chi phí hoạt động là thấp nhất là 6400 (nghìn đồng).

Câu 64. (Liên trường THPT Ninh Bình 2025) Một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 300 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá bán để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất. Hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

Lời giải

Đáp số: 200.

Gọi số tiền giảm giá một suất là $10x$ (ngàn đồng), $0 \leq x < 30$.

Khi đó, số suất bán thêm được là $10x$ (suất)

Sau khi giảm giá thì:

+ Giá bán mới là: $(300 - 10x)$ (ngàn đồng/1 suất)

+ Số suất bán được là: $100 + 10x$ (suất)

+ Doanh thu trong một ngày là: $f(x) = (300 - 10x) \cdot (100 + 10x) = -100x^2 + 2000x + 30000$ (ngàn đồng), $0 \leq x < 30$.

$$f'(x) = -200x + 2000$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$$

Bảng biến thiên:

x	0	10	30
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	30000	40000	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy cần bán với giá mới là: $300 - 10 \cdot 10 = 200$ (ngàn đồng/1 suất) thì doanh thu trong một ngày là lớn nhất.

Câu 65. (Sở Bắc Ninh 2025) Tại một nhà máy, khi sản xuất và bán ra x sản phẩm A ($0 \leq x \leq 250$) trong một tháng thì tổng chi phí mà nhà máy phải trả là $C(x) = 0,00024x^3 - 0,03x^2 + 5x + 30$ (triệu đồng) và doanh thu tương ứng là $D(x) = -0,01x^2 + 16x - 25$ (triệu đồng). Hỏi trong một tháng, lợi nhuận lớn nhất mà nhà máy đó có thể thu được nhờ vào sản xuất và bán sản phẩm A bằng bao nhiêu triệu đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đáp án: 1237.

Lợi nhuận trong một tháng của doanh nghiệp khi sản xuất và bán ra x sản phẩm A là

$$R(x) = D(x) - C(x)$$

$$= (-0,01x^2 + 16x - 25) - (0,00024x^3 - 0,03x^2 + 5x + 30)$$

$$= -0,00024x^3 + 0,02x^2 + 11x - 55$$

Xét hàm số $R(x) = -0,00024x^3 + 0,02x^2 + 11x - 55$ với $x \in [0; 250]$, ta có

$$R'(x) = -0,00072x^2 + 0,04x + 11;$$

$$R'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,00072x^2 + 0,04x + 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{100\sqrt{130} + 250}{9} \\ x = \frac{-100\sqrt{130} + 250}{9} \end{cases}$$

Với $x \in [0; 250]$ ta được $x = \frac{100\sqrt{130} + 250}{9} = 154,463\dots$

Hàm $R(x)$ liên tục trên $[0; 250]$ và ta có

$$R(0) = -55; \quad R\left(\frac{100\sqrt{130} + 250}{9}\right) = 1236,796\dots \approx 1237 \approx R(154) \approx R(155); \quad R(250) = 195.$$

Suy ra lợi nhuận lớn nhất mà nhà máy thu được vào khoảng 1237 (triệu đồng) khi $x = 154$ hoặc $x = 155$.

Nguyễn Bảo Vương