

BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC BÀI HỌC PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

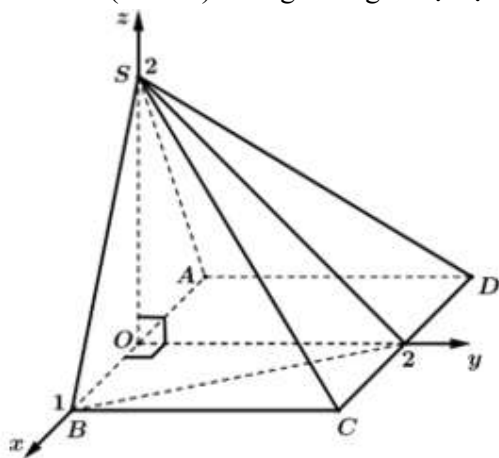
- Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là:
 A. $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$. B. $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$. C. $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là
 A. $\vec{n} = (3; 6; -2)$ B. $\vec{n} = (2; -1; 3)$ C. $\vec{n} = (-3; -6; -2)$ D. $\vec{n} = (-2; -1; 3)$
- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$ phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với giá của véctơ $\vec{v} = (-1; 2; 3)$ là
 A. $x - 2y - 3z - 4 = 0$. B. $x - 2y + 3z - 4 = 0$.
 C. $x - 2y - 3z + 4 = 0$. D. $-x + 2y - 3z + 4 = 0$.
- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(3; 0; -1)$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; -2; -3)$ là
 A. $4x - 2y + 3z - 9 = 0$. B. $4x - 2y - 3z - 15 = 0$.
 C. $3x - z - 15 = 0$. D. $4x - 2y - 3z + 15 = 0$.
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 1)$, $B(2; 1; 0)$ $C(1; -1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là
 A. $3x + 2z + 1 = 0$ B. $x + 2y - 2z + 1 = 0$ C. $x + 2y - 2z - 1 = 0$ D. $3x + 2z - 1 = 0$
- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; -2)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là:
 A. $2x + y - 2x + 9 = 0$. B. $2x + y - 2z - 9 = 0$
 C. $3x - 2y + z + 2 = 0$. D. $3x - 2y + z - 2 = 0$.
- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$ và $C(0; 0; -2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:
 A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.
 C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.
- Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; -3)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .
 A. $-3x + 6y - 2z + 6 = 0$. B. $-3x - 6y + 2z + 6 = 0$.
 C. $-3x + 6y + 2z + 6 = 0$. D. $-3x - 6y + 2z - 6 = 0$.
- Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây không thuộc (α) ?
 A. $Q(3; 3; 0)$ B. $N(2; 2; 2)$ C. $P(1; 2; 3)$ D. $M(1; -1; 1)$
- Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P)
 A. $d = \frac{5}{29}$ B. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$ C. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $d = \frac{5}{9}$

- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vector pháp tuyến là \vec{n}_P và \vec{n}_Q . Biết góc giữa hai vector \vec{n}_P và \vec{n}_Q bằng 120° . Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng
- A. 45° . B. 120° . C. 30° . D. 60° .
- Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 3z + 1 = 0$ và $(\beta): 2x - 4y + 6z + 1 = 0$, khi đó:
- A. $(\alpha) // (\beta)$. B. $(\alpha) \equiv (\beta)$. C. $(\alpha) \perp (\beta)$. D. (α) cắt (β) .

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

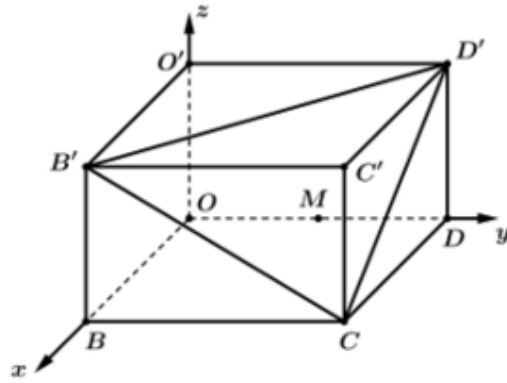
Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 2, điểm O là trung điểm của cạnh AB , $SO = 2$ và $SO \perp (ABCD)$. Bằng cách gán hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Tọa độ điểm C là $C(1; 2; 0)$.
- b) Trọng tâm tam giác SCD là điểm $G\left(0; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
- c) Phương trình mặt phẳng (SBD) là $2x + 2y + z - 2 = 0$.
- d) Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) là $\frac{2}{3}$.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 4)$, $B(2; 7; 9)$, $C(0; 9; 13)$.
- a) $\vec{AB} = (1; 6; 5)$
- b) Mặt phẳng (ABC) có 1 vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 1)$
- c) $(ABC): x - y + z - 4 = 0$
- d) $O \in (ABC)$.
- Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $OBCD \cdot O'B'C'D'$ có các điểm $O(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 6; 0)$, $O'(0; 0; 3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác $CB'D'$, M là trung điểm của OD .



Các mệnh đề sau đúng hay sai.

a) Tọa độ điểm G là $G(2;2;4)$.

b) Diện tích tam giác $O'BM$ bằng $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

c) Phương trình mặt phẳng $(O'BM)$ là $x + y + z - 3 = 0$.

d) Thể tích khối chóp $GBMO'$ bằng $\frac{15}{2}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 1 = 0$ $(Q): 3x - y + z - 5 = 0$ và $(R): 2x + 4y - mz - 2 = 0$.

a) $(P) \parallel (Q)$

b) (α) qua O và song song (P) có phương trình là $(\alpha): x + 2y - z = 0$

c) $(P) \parallel (R)$ khi $m = 2$

d) $(P) \perp (R)$ khi $m = -10$.

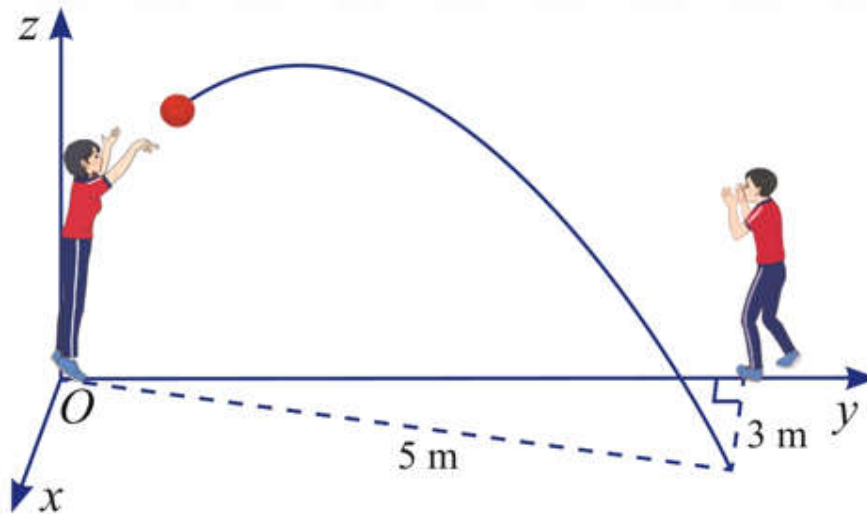
Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

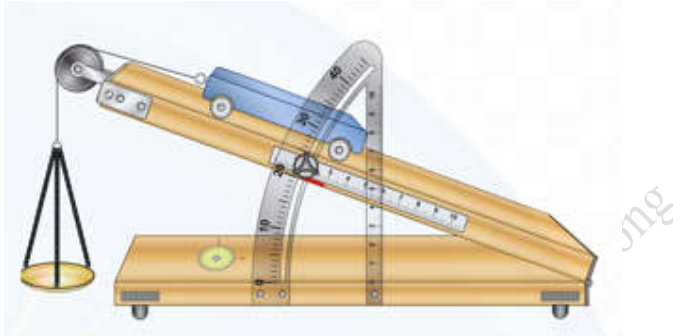
Câu 1. Trên bản thiết kế đồ họa 3D của một cánh đồng điện mặt trời trong không gian $Oxyz$, một tấm pin nằm trên mặt phẳng $(P): 6x + 5y + z + 2 = 0$; một tấm pin khác nằm trên mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(1;1;1)$ và song song với (P) . Phương trình mặt phẳng (Q) có dạng $ax + by + cz - 12 = 0$. Tính $a + b + c$



Câu 2. Hai học sinh đang chuyền bóng. Bạn nữ ném bóng cho bạn nam. Quả bóng bay trên không, lệch sang phải và rơi xuống tại vị trí cách bạn nam $3m$, cách bạn nữ $5m$ (Hình). Cho biết quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng (P) vuông góc với mặt đất. Phương trình của (P) trong không gian $Oxyz$ được mô tả như trong hình vẽ có dạng $ax + 3y = 0$. Tìm a



- Câu 3.** Để làm thí nghiệm về chuyển động trong mặt phẳng nghiêng, người làm thí nghiệm đã thiết lập sẵn một hệ toạ độ $Oxyz$. Tính góc giữa mặt phẳng nghiêng $(P): 4x + 11z + 5 = 0$ và mặt sàn $(Q): z - 1 = 0$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, tính hoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và $(Q): mx + y - 2z + 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?
- Câu 6.** Khi gắn hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng (Oxy) , người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng và thấy ba vị trí A, B, C ở mái nhà bên phải lần lượt có toạ độ $(2; 0; 4), (4; 0; 3)$ và $(4; 9; 3)$. Góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

PHIẾU TRẢ LỜI

■ PHẦN I ■

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

■ PHẦN II ■

Câu 1		Câu 2	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

■ PHẦN III ■

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là:
A. $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$. B. $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$. C. $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$.

- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là
A. $\vec{n} = (3; 6; -2)$ B. $\vec{n} = (2; -1; 3)$ C. $\vec{n} = (-3; -6; -2)$ D. $\vec{n} = (-2; -1; 3)$

Lời giải

Phương trình $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x - y + \frac{1}{3}z - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x + 6y - 2z + 6 = 0$.

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n} = (3; 6; -2)$.

- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$ phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với giá của vectơ $\vec{v} = (-1; 2; 3)$ là
A. $x - 2y - 3z - 4 = 0$. B. $x - 2y + 3z - 4 = 0$.
C. $x - 2y - 3z + 4 = 0$. D. $-x + 2y - 3z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với giá của vectơ $\vec{v} = (-1; 2; 3)$ là:

$$-1(x-1) + 2(y+2) + 3(z-3) = 0 \Leftrightarrow -x + 2y + 3z - 4 = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 3z + 4 = 0.$$

- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(3; 0; -1)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (4; -2; -3)$ là
A. $4x - 2y + 3z - 9 = 0$. B. $4x - 2y - 3z - 15 = 0$.
C. $3x - z - 15 = 0$. D. $4x - 2y - 3z + 15 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng đi qua điểm $A(3; 0; -1)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (4; -2; -3)$ có phương trình:

$$4(x-3) - 2(y-0) - 3(z+1) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2y - 3z - 15 = 0.$$

- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(1; -1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là
A. $3x + 2z + 1 = 0$ B. $x + 2y - 2z + 1 = 0$ C. $x + 2y - 2z - 1 = 0$ D. $3x + 2z - 1 = 0$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{BC} = (-1; -2; 2)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm.

$\vec{n} = -\vec{BC} = (1; 2; -2)$ cũng là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x + 2y - 2z + 1 = 0$.

- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là:
- A. $2x + y - 2x + 9 = 0$. B. $2x + y - 2z - 9 = 0$
 C. $3x - 2y + z + 2 = 0$. D. $3x - 2y + z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng (Q) song song mặt phẳng (P) có dạng: $3x - 2y + z + D = 0$.

Mặt phẳng (Q) qua điểm $M(2;1;-2)$, do đó: $3.2 - 2.1 + (-2) + D = 0 \Leftrightarrow D = -2$.

Vậy $(Q): 3x - 2y + z - 2 = 0$.

- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:
- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.
 C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải

Chọn

B.

$(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ hay $(ABC): \frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

- Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .
- A. $-3x + 6y - 2z + 6 = 0$. B. $-3x - 6y + 2z + 6 = 0$.
 C. $-3x + 6y + 2z + 6 = 0$. D. $-3x - 6y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (ABC) đi qua ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;-3)$ suy ra mặt phẳng (ABC)

có phương trình đoạn chắn là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow -3x + 6y + 2z + 6 = 0$

- Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α) ?
- A. $Q(3;3;0)$ B. $N(2;2;2)$ C. $P(1;2;3)$ D. $M(1;-1;1)$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $1 - 1 + 1 - 6 = -5 \neq 0 \Rightarrow M(1;-1;1)$ là điểm không thuộc (α) .

- Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P)
- A. $d = \frac{5}{29}$ B. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$ C. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $d = \frac{5}{9}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Khoảng cách từ điểm } A \text{ đến } (P) \text{ là } d = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}.$$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vector pháp tuyến là \vec{n}_P và \vec{n}_Q . Biết góc giữa hai vector \vec{n}_P và \vec{n}_Q bằng 120° . Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. 45° . B. 120° . C. 30° . D. 60° .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } (\vec{n}_P, \vec{n}_Q) = 120^\circ \Rightarrow ((P), (Q)) = 60^\circ.$$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 3z + 1 = 0$ và $(\beta): 2x - 4y + 6z + 1 = 0$, khi đó:

- A. $(\alpha) // (\beta)$. B. $(\alpha) \equiv (\beta)$. C. $(\alpha) \perp (\beta)$. D. (α) cắt (β) .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vector pháp tuyến } \vec{n}_\alpha = (1; -2; 3); \vec{n}_\beta = (2; -4; 6)$$

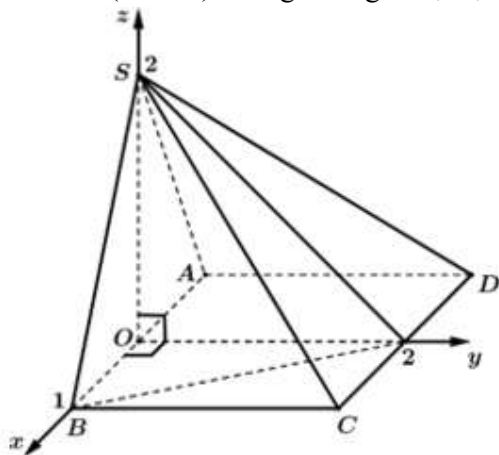
$$\text{Ta có: } \begin{cases} \vec{n}_\beta = 2\vec{n}_\alpha \\ M(-1; 0; 0) \in (\alpha) \Rightarrow M \notin (\beta) \end{cases}$$

Chứng tỏ $(\alpha) // (\beta)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 2, điểm O là trung điểm của cạnh AB , $SO = 2$ và $SO \perp (ABCD)$. Bằng cách gán hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Tọa độ điểm C là $C(1; 2; 0)$.
 b) Trọng tâm tam giác SCD là điểm $G\left(0; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
 c) Phương trình mặt phẳng (SBD) là $2x + 2y + z - 2 = 0$.
 d) Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) là $\frac{2}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Dựa vào hình vẽ dễ thấy tọa độ điểm C là $C(1;2;0)$.

b) Ta có: $S(0;0;2); C(1;2;0); D(-1;2;0)$

$$\text{Suy ra tọa độ trọng tâm } G \text{ của tam giác } ABC \text{ là } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 0 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{4}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } G\left(0; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$$

c) Ta có: $S(0;0;2); B(1;0;0); D(-1;2;0); \overrightarrow{SB} = (1;0;-2); \overrightarrow{SD} = (-1;2;-2)$

Suy ra vector pháp tuyến của mặt phẳng (SBD) có tọa độ là $\vec{n}_{SBD} = [\overrightarrow{SB}; \overrightarrow{SD}] = (4;4;2)$

Hay mặt phẳng (SBD) có vector pháp tuyến là $(2;2;1)$

Vậy phương trình mặt phẳng (SBD) đi qua điểm $S(0;0;2)$ và có vector pháp tuyến $(2;2;1)$ là $2x + 2y + z - 2 = 0$.

d) Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) là $\frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 0 - 2|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{4}{3}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;4)$, $B(2;7;9)$, $C(0;9;13)$.

a) $\overrightarrow{AB} = (1;6;5)$

b) Mặt phẳng (ABC) có 1 vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1;-1;1)$

c) $(ABC): x - y + z - 4 = 0$

d) $O \in (ABC)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

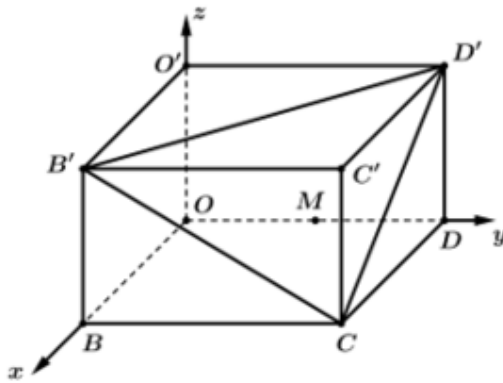
a) Đúng. $A(1;1;4), B(2;7;9) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1;6;5)$.

b) Đúng. $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (14; -14; 14) = 14(1; -1; 1)$ nên (ABC) có 1 vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 1)$.

c) Đúng. (ABC) đi qua $A(1;1;4)$ có vpt $\vec{n} = (1; -1; 1)$ nên có phương trình $x - y + z - 4 = 0$.

d) Sai. Tọa độ O không thỏa phương trình (ABC) nên $O \notin (ABC)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $OBCD \cdot O'B'C'D'$ có các điểm $O(0;0;0), B(3;0;0), D(0;6;0), O'(0;0;3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác $CB'D'$, M là trung điểm của OD .



Các mệnh đề sau đúng hay sai.

- a) Tọa độ điểm G là $G(2; 2; 4)$.
- b) Diện tích tam giác $O'BM$ bằng $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.
- c) Phương trình mặt phẳng $(O'BM)$ là $x + y + z - 3 = 0$.
- d) Thể tích khối chóp $GBMO'$ bằng $\frac{15}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

- a) Ta có: $C(3; 6; 0), B'(3; 0; 3), D'(0; 6; 3)$ suy ra $G(2; 4; 2)$. Sai
- b) Tam giác $O'BM$ là tam giác đều có cạnh bằng $3\sqrt{2}$ nên có diện tích là $S = \frac{(3\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$. Sai.
- c) Phương trình mặt phẳng $(O'BM)$ là $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 3 = 0$. Đúng.
- d) $d(G; (O'BM)) = \frac{5}{\sqrt{3}} \Rightarrow V_{GBMO'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{15}{2}$. Đúng.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 1 = 0$ $(Q): 3x - y + z - 5 = 0$ và $(R): 2x + 4y - mz - 2 = 0$.

- a) $(P) \parallel (Q)$
- b) (α) qua O và song song (P) có phương trình là $(\alpha): x + 2y - z = 0$
- c) $(P) \parallel (R)$ khi $m = 2$
- d) $(P) \perp (R)$ khi $m = -10$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

- a) Sai. (P) có VTPT $\vec{n}_1 = (1; 2; -1)$, (Q) có VTPT $\vec{n}_2 = (3; -1; 1)$
 $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$ nên $(P) \perp (Q)$.
- b) Đúng. $(\alpha) \parallel (P)$ nên $(\alpha): x + 2y - z + D = 0$.
 $O \in (\alpha) \Rightarrow D = 0$. Vậy $(\alpha): x + 2y - z = 0$
- c) Sai. (R) có VTPT $\vec{n}_3 = (2; 4; -m)$.

$$(P) // (R) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k \vec{n}_3 \\ -1 \neq k(-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ k = \frac{1}{2} \text{ (vô lý)} \\ k \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy không có giá trị của m .

d) Đúng. $(P) \perp (R) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_3 = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 - 1 \cdot (-m) = 0 \Leftrightarrow m = -10$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trên bản thiết kế đồ họa 3D của một cánh đồng điện mặt trời trong không gian $Oxyz$, một tấm pin nằm trên mặt phẳng $(P): 6x + 5y + z + 2 = 0$; một tấm pin khác nằm trên mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(1;1;1)$ và song song với (P) . Phương trình mặt phẳng (Q) có dạng $ax + by + cz - 12 = 0$. Tính $a + b + c$



Lời giải

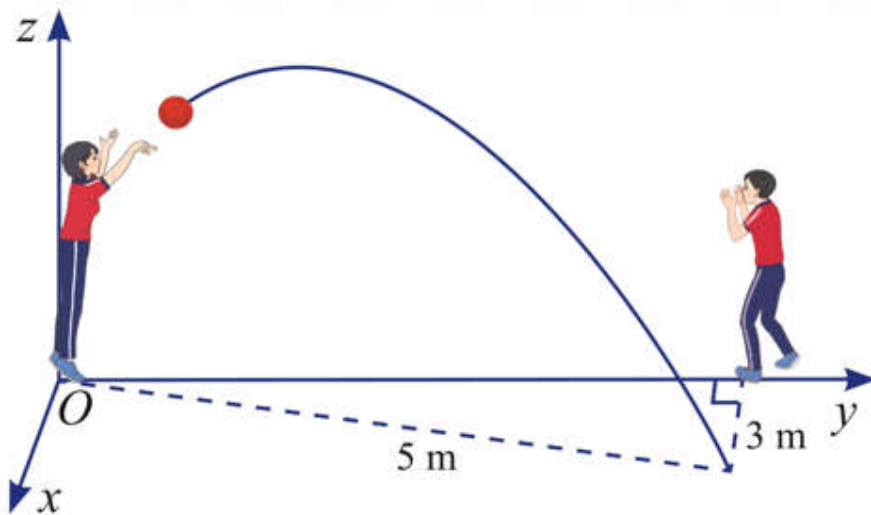
Trả lời: 12

Vì $(Q) // (P)$ nên (Q) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (6; 5; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (Q) là $6(x-1) + 5(y-1) + 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow 6x + 5y + z - 12 = 0$.

Vậy $a + b + c = 12$

Câu 2. Hai học sinh đang chuyền bóng. Bạn nữ ném bóng cho bạn nam. Quả bóng bay trên không, lệch sang phải và rơi xuống tại vị trí cách bạn nam $3m$, cách bạn nữ $5m$ (Hình). Cho biết quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng (P) vuông góc với mặt đất. Phương trình của (P) trong không gian $Oxyz$ được mô tả như trong hình vẽ có dạng $ax + 3y = 0$. Tìm a



Lời giải

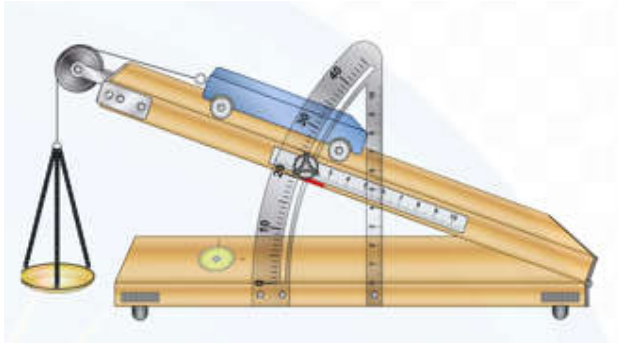
Trả lời: -4

Gọi M là điểm mà quả bóng rơi trên mặt đất.

Khi đó $M(3; 4; 0)$. Mặt phẳng (P) có cặp vector chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$ và $\vec{OM} = (3; 4; 0)$ nên mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-4; 3; 0)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $-4x + 3y = 0$.

- Câu 3.** Để làm thí nghiệm về chuyển động trong mặt phẳng nghiêng, người làm thí nghiệm đã thiết lập sẵn một hệ toạ độ $Oxyz$. Tính góc giữa mặt phẳng nghiêng $(P): 4x + 11z + 5 = 0$ và mặt sàn $(Q): z - 1 = 0$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



Lời giải

Trả lời: 20

(P) và (Q) có vector pháp tuyến lần lượt là $\vec{n} = (4; 0; 11)$, $\vec{n}' = (0; 0; 1)$.

Ta có $\cos((P), (Q)) = \frac{|4 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 11 \cdot 1|}{\sqrt{4^2 + 0^2 + 11^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{11}{\sqrt{137}}$. Suy ra $((P), (Q)) \approx 20^\circ$.

- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 2,3

Lấy $A(2; 1; 3) \in (P)$. Do (P) song song với (Q) nên Ta có

$$d((P), (Q)) = d(A, (Q)) = \frac{|2 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{7}{3} \approx 2,3$$

- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và $(Q): mx + y - 2z + 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

Lời giải

Trả lời: 6

Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$$1 \cdot m - 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) = 0 \Leftrightarrow m = 6$$

- Câu 6.** Khi gắn hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng (Oxy) , người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng và thấy ba vị trí A, B, C ở mái nhà bên phải lần lượt có toạ độ $(2; 0; 4), (4; 0; 3)$ và $(4; 9; 3)$. Góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Trả lời: 27

Mặt phẳng (ABC) và (Oxy) có vector pháp tuyến lần lượt là: $\vec{n}_1 = (1; 0; 2)$, $\vec{n}_2 = (0; 0; 1)$. Từ đó,

góc có α giữa mái nhà bên phải và nền nhà có $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Suy ra $\alpha \approx 27^\circ$.

BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC BÀI HỌC PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;1)$ và $N(3;1;-2)$. Đường thẳng MN có phương trình là
- A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.
- C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là
- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$.
- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2;-3;1)$ là
- A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.
- Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z = 1$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào vuông góc với (α) .
- A. $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. B. $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$. C. $d_3: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$. D. $d_4: \begin{cases} x = 2t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$.
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$ và $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là
- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$.
- C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.
- Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$, $(Q): x - y + z - 2 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) ?
- A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$.
- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?
- A. $Q(4;-2;1)$. B. $N(4;2;1)$. C. $P(2;1;-3)$. D. $M(2;1;3)$.

- Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?
- A. $P(7;2;1)$. B. $Q(-2;-4;7)$. C. $N(4;0;-1)$. D. $M(1;-2;3)$.
- Câu 9.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-4;5;2)$ lên mặt phẳng $(P): y+1=0$ là điểm có tọa độ
- A. $(-4;-1;2)$. B. $(-4;1;2)$. C. $(0;-1;0)$. D. $(0;1;0)$.
- Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$ bằng:
- A. $2\sqrt{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $\sqrt{3}$.
- Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .
- A. 60° B. 30° C. 120° D. 45°
- Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với d có phương trình là
- A. $2x+3y+z-3=0$. B. $2x-y+2z-9=0$. C. $2x+3y+z+3=0$. D. $2x-y+2z+9=0$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(-2;1;-1)$.
- a) Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có vectơ chỉ phương là $\vec{n} = (1;2;-2)$.
- b) Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 45° .
- c) Góc (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) giữa hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) bằng 55° .
- d) Chiều cao của hình chóp $A.BCD$ là AH với H thuộc mặt phẳng (BCD) . Tọa độ của điểm H là $H\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(0;1;-6)$ và mặt phẳng $(P): 4x-y+2z+13=0$.
- a) Đường thẳng AB và mặt phẳng (P) cắt nhau tại B .
- b) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{a} = (1;1;9)$.
- c) Góc (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là 30° .
- d) Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$.
- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;3), B(0;1;-1), C(3;-2;5)$.
- a) Đường thẳng đi qua điểm B và trung điểm I của đoạn thẳng AC có vectơ chỉ phương là $\vec{BI} = (2;-2;3)$.
- b) Đường thẳng BC có một vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (1;-1;2)$.
- c) Góc giữa hai đường thẳng AB và AC là góc A của tam giác ABC .

d) Tọa độ của điểm H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC là $H\left(\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2024}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2025}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+1=0$. Xét các vectơ $\vec{u}=(2;1;-2), \vec{n}=(2;2;-1)$.

a) \vec{u} là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

b) \vec{n} là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

c) $\cos(\Delta, (P)) = \frac{8}{9}$

d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng khoảng 63° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{3}$. Gọi giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng tọa độ Oxz là $I(a;b;c)$. Tính $S=a+b+c$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2+t \\ y=5+4t \\ z=2+t \end{cases}$

$(t \in \mathbb{R})$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z=0$ bằng

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng

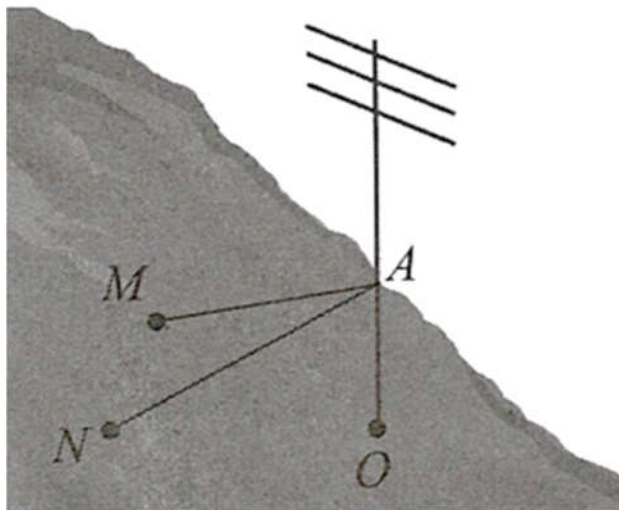
$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z+4=0$

Câu 4. Trên một sân khấu đã thiết lập sẵn một hệ tọa độ $Oxyz$. Tính góc giữa tia sáng có phương trình

$d: \begin{cases} x=2 \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$ và mặt sàn sân khấu có phương trình $z=0$.

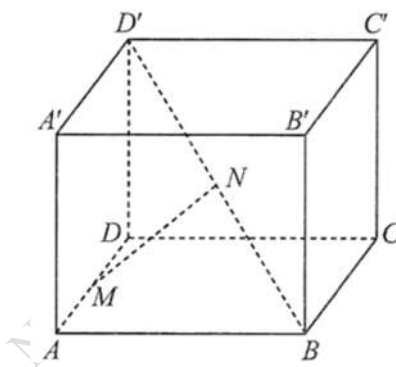


Câu 5. Người ta muốn dựng một cột ăng-ten trên một sườn đồi. Ăng-ten được dựng thẳng đứng trong không gian $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên mỗi trục bằng 1 m. Gọi O là gốc cột, A là điểm buộc dây cáp vào cột ăng-ten và M, N là hai điểm neo dây cáp xuống mặt sườn đồi (Hình). Cho biết tọa độ các điểm nói trên lần lượt là $O(0;0;0), A(0;0;6), M(3;-4;3), N(-5;-2;2)$.



Tính góc tạo bởi các sợi dây cáp MA, NA với mặt phẳng sườn đồi (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 6. Có một chiếc lồng bằng sắt dạng hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = 2m, AD = 3m, AA' = 1m$. Người thợ hàn muốn hàn một thanh sắt MN nối hai đoạn AD và BD' (Hình). Tính chiều dài ngắn nhất của đoạn thanh sắt MN . Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét.



PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;1)$ và $N(3;1;-2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2; -1; -3)$.

Đường thẳng MN đi qua điểm $M(1;2;1)$ và nhận véc-tơ $\overrightarrow{MN} = (2; -1; -3)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng MN nhận $\overrightarrow{MN} = (2; 2; -2)$ hoặc $\vec{u}(1; 1; -1)$ là véc-tơ chỉ phương nên ta loại ngay phương án A, B và C.

Thay tọa độ điểm $M(1;0;1)$ vào phương trình ở phương án D ta thấy thỏa mãn.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; 1)$ là

A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Lời giải

Theo lý thuyết về đường thẳng trong không gian $Oxyz$, ta có phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ là

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t, \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

Do đó, đáp án D đúng.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z = 1$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào vuông góc với (α) .

A. $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. **B.** $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$. **C.** $d_3: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$. **D.** $d_4: \begin{cases} x = 2t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Gọi VTCP của đường thẳng cần tìm là $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ với $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 > 0$.

Đường thẳng vuông góc với $(\alpha) \Leftrightarrow \vec{a}$ cùng phương $\vec{n} \Leftrightarrow \frac{a_1}{1} = \frac{a_2}{-1} = \frac{a_3}{2}$

Chọn $a_1 = 1$ thì $a_2 = -1$ và $a_3 = 2$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 1)$ và $C(2; 2; -2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$. **B.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB}(2; -2; 2)$; $\overrightarrow{AC}(1; 0; -1)$.

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có véc-tơ chỉ phương là $[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (2; 4; 2) \nearrow \nearrow (1; 2; 1)$ nên có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$, $(Q): x - y + z - 2 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) ?

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (1; 1; 1) \\ \vec{n}_{(Q)} = (1; -1; 1) \end{cases}$ và $[\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (2; 0; -2) = 2(1; 0; -1)$. Vì đường thẳng d song song

với hai mặt phẳng, nên nhận véc-tơ $(1; 0; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $Q(4; -2; 1)$. **B.** $N(4; 2; 1)$. **C.** $P(2; 1; -3)$. **D.** $M(2; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm $P(2;1;-3)$ vào $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$ ta được $\frac{2-2}{4} = \frac{1-1}{-2} = \frac{-3+3}{1} \Leftrightarrow 0=0=0$ đúng. Vậy điểm $P \in (d)$.

- Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?
- A.** $P(7;2;1)$. **B.** $Q(-2;-4;7)$. **C.** $N(4;0;-1)$. **D.** $M(1;-2;3)$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm $P(7;2;1)$ vào phương trình đường thẳng d ta có $\frac{7-1}{3} = \frac{2+2}{2} \neq \frac{1-3}{-4}$ nên điểm $P(7;2;1) \notin d$.

- Câu 9.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-4;5;2)$ lên mặt phẳng $(P): y+1=0$ là điểm có tọa độ
- A.** $(-4;-1;2)$. **B.** $(-4;1;2)$. **C.** $(0;-1;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên $(P) \Rightarrow MH: \begin{cases} x = -4 \\ y = 5+t \\ z = 2 \end{cases}$

$H \in MH \Rightarrow H(-4;5+t;2)$

$H \in (P) \Leftrightarrow 5+t+1=0 \Leftrightarrow t=-6 \Rightarrow H(-4;-1;2)$

- Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$ bằng:
- A.** $2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Đường thẳng d qua $M(1;0;0)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{a}=(1;1;-2)$.

Mặt phẳng (P) có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$.

Ta có: $\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{n} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 0 \\ M \notin (P) \end{cases} \Rightarrow d \parallel (P)$.

$d(d, (P)) = d(M, (P)) = \frac{|1+0+0+2|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \sqrt{3}$.

- Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+2t \\ z = 3+t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .
- A.** 60° **B.** 30° **C.** 120° **D.** 45°

Lời giải

Chọn #A.

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; 1)$ Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 0)$ Gọi α là góc giữa Đường thẳng d và Mặt phẳng (P) . Khi đó ta có

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| |\vec{n}|} = \frac{|-1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Do đó $\alpha = 60^\circ$

- Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với d có phương trình là
A. $2x + 3y + z - 3 = 0$. **B.** $2x - y + 2z - 9 = 0$. **C.** $2x + 3y + z + 3 = 0$. **D.** $2x - y + 2z + 9 = 0$.

Lời giải

Chọn AĐường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 3; 1)$ Mặt phẳng (P) vuông góc với d nên nhận \vec{u} làm vectơ pháp tuyến

Phương trình mặt phẳng cần tìm là:

$$2(x-2) + 3(y+1) + 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + z - 3 = 0.$$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(-2; 1; -1)$.
a) Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có vectơ chỉ phương là $\vec{n} = (1; 2; -2)$.
b) Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 45° .
c) Góc (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) giữa hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) bằng 55° .
d) Chiều cao của hình chóp $A.BCD$ là AH với H thuộc mặt phẳng (BCD) . Toạ độ của điểm H là $H\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Sai.

Mặt phẳng (BCD) có cặp vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{BC} = (0; -1; 1)$, $\overrightarrow{BD} = (-2; 0; -1)$ nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; -2)$.Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có vectơ chỉ phương là $\vec{n} = (1; -2; -2)$.

b) Đúng.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 0)$, $\overrightarrow{CD} = (-2; 1; -2)$.

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (AB, CD) = 45^\circ.$$

c) Đúng.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 1 = 0$.

$$\cos((ABC), (BCD)) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow ((ABC), (BCD)) \approx 55^\circ.$$

d) Đúng.

$$\text{Ta có } AH: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2t, (BCD): x - 2y - 2z + 2 = 0. \\ z = -2t \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } H\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right).$$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(0; 1; -6)$ và mặt phẳng $(P): 4x - y + 2z + 13 = 0$.

a) Đường thẳng AB và mặt phẳng (P) cắt nhau tại B .

b) Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{a} = (1; 1; 9)$.

c) Góc (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là 30° .

d) Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Đúng.

Ta có $A \notin (P), B \in (P)$ nên đường thẳng AB và mặt phẳng (P) cắt nhau tại B .

b) Đúng.

Ta có $\vec{AB} = (-1; -1; -9)$ nên đường thẳng AB có một vector chỉ phương là $\vec{a} = (1; 1; 9)$.

c) Đúng.

$$\text{Ta có } \sin(AB, (P)) = \sqrt{\frac{21}{83}}.$$

Vậy góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) là 30° .

d) Đúng.

Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) nhận $\vec{u} = (4; -1; 2)$ làm vector chỉ phương nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 3), B(0; 1; -1), C(3; -2; 5)$.

a) Đường thẳng đi qua điểm B và trung điểm I của đoạn thẳng AC có vector chỉ phương là $\vec{BI} = (2; -2; 3)$.

b) Đường thẳng BC có một vector chỉ phương là $\vec{a} = (1; -1; 2)$.

c) Góc giữa hai đường thẳng AB và AC là góc A của tam giác ABC .

d) Tọa độ của điểm H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC là $H\left(\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai.

Ta có I là trung điểm AC nên $I(2; -1; 4)$.

Đường thẳng đi qua B và I có một vector chỉ phương là $\vec{BI} = (2; -2; 5)$.

b) Đúng.

Ta có $\vec{BC} = (3; -3; 6)$ nên đường thẳng BC có một vector chỉ phương là $\vec{a} = (1; -1; 2)$.

c) Sai.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -2; 2)$.

$\cos A = \frac{-2-2-8}{\sqrt{18} \cdot \sqrt{12}} = -\frac{\sqrt{6}}{3}$. Suy ra góc A của tam giác ABC tù, mà góc giữa hai đường thẳng AB và AC nhọn.

d) Đúng.

Ta có $H \in BC \Rightarrow H(t; 1-t; -1+2t)$.

$$\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \Rightarrow t = \frac{5}{3}. \text{ Vậy } H\left(\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right).$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2024}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2025}{-2}$ và mặt phẳng

$(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$. Xét các vector $\vec{u} = (2; 1; -2)$, $\vec{n} = (2; 2; -1)$.

a) \vec{u} là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

b) \vec{n} là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

c) $\cos(\Delta, (P)) = \frac{8}{9}$

d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng khoảng 63° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta có: \vec{u} là một vector chỉ phương của đường thẳng và \vec{n} là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

$$\text{Khi đó, } \sin(\Delta, (P)) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + (-2) \cdot (-1)|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{8}{9}.$$

$$\text{Suy ra } \cos(\Delta, (P)) = \sqrt{1 - \sin^2(\Delta, (P))} = \sqrt{1 - \left(\frac{8}{9}\right)^2} = \frac{\sqrt{17}}{9}.$$

Vậy góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng khoảng 63° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{3}$. Gọi giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng tọa độ Oxz là $I(a; b; c)$. Tính $S = a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: -10

Gọi tọa độ giao điểm của d và (Oxz) là $I(a; 0; c)$.

$$\text{Khi đó ta có: } \frac{a-1}{2} = \frac{0+2}{-1} = \frac{c+1}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ c = -7 \end{cases}.$$

Vậy $I(-3; 0; -7)$. Nên $S = (-3) + 0 + (-7) = -10$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 4t \\ z = 2 + t \end{cases}$,

$(t \in \mathbb{R})$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z = 0$ bằng

Lời giải

Trả lời : 1

Xét phương trình $2(2+t) - (5+4t) + 2(2+t) = 0 \Leftrightarrow 0t + 3 = 0$.

Phương trình này vô nghiệm nên $\Delta // (P)$.

Chọn $M(2; 5; 2) \in \Delta$.

Khi đó:

$$d(\Delta, (P)) = d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 - 5 + 2 \cdot 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 1.$$

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, khoảng cách giữa đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1} \text{ và mặt phẳng } (P): x - 2y + 2z + 4 = 0$$

Lời giải

Trả lời : 1

Vì đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) nên : Chọn $M(1; 3; 2) \in d$

$$d(d; (P)) = d(M; (P)) = \frac{|1 - 6 + 4 + 4|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1$$

Câu 4. Trên một sân khấu đã thiết lập sẵn một hệ tọa độ Oxyz . Tính góc giữa tia sáng có phương trình

$$d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ và mặt sàn sân khấu có phương trình } z = 0.$$



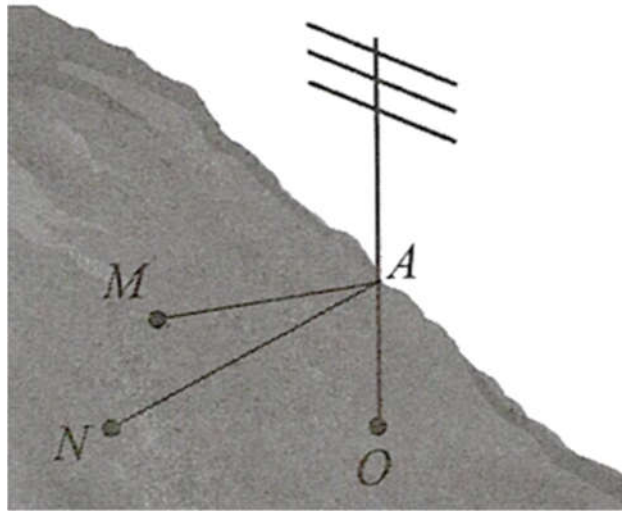
Lời giải

Trả lời: 45

Đường thẳng d có vector chỉ phương $\vec{a} = (0; 1; 1)$. Mặt sàn sân khấu (P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

$$\text{Ta có } \sin(d, (P)) = \frac{|0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Suy ra } (d, (P)) = 45^\circ.$$

Câu 5. Người ta muốn dựng một cột ăng-ten trên một sườn đồi. Ăng-ten được dựng thẳng đứng trong không gian Oxyz với độ dài đơn vị trên mỗi trục bằng 1 m. Gọi O là gốc cột, A là điểm buộc dây cáp vào cột ăng-ten và M, N là hai điểm neo dây cáp xuống mặt sườn đồi (Hình). Cho biết tọa độ các điểm nói trên lần lượt là $O(0; 0; 0), A(0; 0; 6), M(3; -4; 3), N(-5; -2; 2)$.



Tính góc tạo bởi các sợi dây cáp MA, NA với mặt phẳng sườn đồi (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 44

Ta có $\overrightarrow{MA} = (-3; 4; 3), \overrightarrow{NA} = (5; 2; 4)$, suy ra

$$MA = \sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{34} \approx 5,8(m),$$

$$NA = \sqrt{5^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{45} \approx 6,7(m).$$

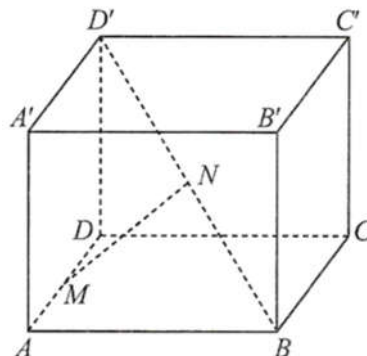
Mặt phẳng (OMN) có cặp vector chỉ phương là $\overrightarrow{OM} = (3; -4; 3), \overrightarrow{ON} = (-5; -2; 2)$ nên có vector pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}] = (-2; -21; -26)$

Gọi α, β lần lượt là góc tạo bởi MA, NA với mặt phẳng (AMN) .

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin \alpha &= \frac{|\overrightarrow{MA} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{MA}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|-3 \cdot (-2) + 4 \cdot (-21) + 3 \cdot (-26)|}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + (-21)^2 + (-26)^2}} \\ &= \frac{156}{\sqrt{38114}} \Rightarrow \alpha \approx 53^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \beta &= \frac{|\overrightarrow{NA} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{NA}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|5 \cdot (-2) + 2 \cdot (-21) + 4 \cdot (-26)|}{\sqrt{5^2 + 2^2 + 4^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + (-21)^2 + (-26)^2}} \\ &= \frac{156}{\sqrt{50445}} \Rightarrow \beta \approx 44^\circ. \end{aligned}$$

Câu 6. Có một chiếc lồng bằng sắt dạng hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = 2m, AD = 3m, AA' = 1m$. Người thợ hàn muốn hàn một thanh sắt MN nối hai đoạn AD và BD' (Hình). Tính chiều dài ngắn nhất của đoạn thanh sắt MN . Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét.



Lời giải

Trả lời: 0,89

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O trùng với D và $A(3;0;0), C(0;2;0), D'(0;0;1), B(3;2;0)$.

$$\text{Phương trình đường thẳng } AD: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } BD': \begin{cases} x = 3t' \\ y = 2t' \ (t' \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - t' \end{cases}$$

$$M \in AD \Rightarrow M(t;0;0); N \in BD' \Rightarrow N(3t';2t';1-t'); \overrightarrow{MN} = (3t' - t; 2t'; 1 - t').$$

$$MN \text{ ngắn nhất khi và chỉ khi } \begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BD'} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t' - t = 0 \\ 14t' - 3t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{5} \\ t' = \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } MN = \frac{2\sqrt{5}}{5} \approx 0,89(m).$$

Nguyễn Bảo Vương

BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC BÀI HỌC
PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng
A. 3. B. 81. C. 9. D. 6.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$. Đường kính của (S) bằng
A. 3. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{6}$. D. 12.
- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là
A. $(-2; 1; -3)$. B. $(-4; 2; -6)$. C. $(4; -2; 6)$. D. $(2; -1; 3)$.
- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là
A. $(-1; -2; -3)$. B. $(1; 2; 3)$. C. $(-1; 2; -3)$. D. $(1; -2; 3)$.
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng
A. 3. B. $\sqrt{15}$. C. $\sqrt{7}$. D. 9.
- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; -3)$ và đi qua điểm $M(4; 0; 0)$. Phương trình của (S) là
A. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$. B. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$.
C. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$. D. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$.
- Câu 7.** Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.
A. $m < 6$ B. $m \geq 6$ C. $m \leq 6$ D. $m > 6$
- Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 7), B(-3; 8; -1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là
A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{45}$. B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 45$.
C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{45}$. D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$.
- Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hỏi trong các phương trình sau phương trình nào là phương trình của mặt cầu?
A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 1 = 0$ B. $x^2 + z^2 + 3x - 2y + 4z - 1 = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y + 4z - 1 = 0$ D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + 8 = 0$
- Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 1; 1)$ và $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là
A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$. D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.
- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(7; -2; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đường kính AB ?

A. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14$.

B. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 2\sqrt{14}$.

C. $(x-7)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 14$.

D. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 56$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình mặt cầu.

A. $1 < m < 2$.

B. $m < 1$ hoặc $m > 2$.

C. $-2 \leq m \leq 1$.

D. $m < -2$ hoặc $m > 1$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 13$ có tâm I . Gọi B là điểm trên tia Oz sao cho B thuộc mặt cầu (S) .

a) Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là $(2; 0; -1)$.

b) Bán kính của mặt cầu (S) bằng $\sqrt{13}$.

c) Tọa độ của điểm $B(0; 0; -2)$.

d) Phương trình đường thẳng $IB: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = 3, AD = 4, AA' = 5$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho đỉnh A trùng với gốc tọa độ O , đỉnh B thuộc tia Ox , đỉnh D thuộc tia Oz .

Gọi I là trung điểm của CA' .

a) Tọa độ của đỉnh $B(-3; 0; 0)$.

b) Các đỉnh của hình hộp chữ nhật thuộc mặt cầu tâm I .

c) Tọa độ của điểm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 2\right)$.

d) Phương trình mặt cầu tâm I , bán kính IB là $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + (x-2)^2 = \frac{25}{2}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(6; 1; 0), B(-1; 3; 2)$ và $C(1; -1; 1)$.

a) Trọng tâm của tam giác ABC là $I(2; 1; 1)$.

b) Biết rằng C là trọng tâm của tam giác ABE . Tọa độ của điểm E là $(-2; -7; 1)$.

c) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) bằng $\sqrt{37}$.

d) Xét điểm M thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3\sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng AM bằng $\sqrt{37}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3), B(-2; 1; 1)$ và $C(-3; 3; -2)$.

a) Tọa độ của vectơ \overrightarrow{AB} là $(3; 1; 2)$.

b) Độ dài của đoạn thẳng AC bằng $\sqrt{42}$.

c) Góc \widehat{BAC} là góc tù.

d) Xét các điểm M trên mặt phẳng (Oxz) thỏa mãn điều kiện $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Khi đó, giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng OM lớn hơn hoặc bằng 3.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá nguyên của m để

$x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$ là phương trình một mặt cầu?

- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4mx + 2my - 2mz + 9m^2 - 28 = 0$ là phương trình mặt cầu?
- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2az + 10a = 0$. Tổng các giá trị thực của a để (S) có chu vi đường tròn lớn bằng 8π bằng?
- Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm nằm trên mặt phẳng Oxy và đi qua ba điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$. Hoành độ tâm (I) của mặt cầu bằng?
- Câu 5.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm O và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác O thỏa mãn tam giác ABC có trọng tâm là điểm $G(-6;-12;18)$. Hoành độ tâm của mặt cầu (S) bằng?
- Câu 6.** Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là: Global Positioning System, viết tắt là GPS) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian (Hình).



Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: Trong cùng một thời điểm, tọa độ của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí M cần tìm tọa độ. Như vậy, điểm M là giao điểm của bốn mặt cầu với tâm lần lượt là bốn vệ tinh đã cho.

Ta xét một ví dụ cụ thể như sau:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn vệ tinh $A(3;-1;6)$, $B(1;4;8)$, $C(7;9;6)$, $D(7;-15;18)$. Tọa độ của điểm $M(a;b;c)$ trong không gian biết khoảng cách từ vệ tinh đến điểm M lần lượt là $MA=6$, $MB=7$, $MC=12$, $MD=24$

Tính $a+b+c$.

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm
Điểm phần I: đ
Điểm phần II: đ
Điểm phần III: đ
Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1	Câu 2
Đúng Sai	Đúng Sai
a) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
b) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
c) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
d) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>

Câu 3	Câu 4
Đúng Sai	Đúng Sai
a) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
b) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
c) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>
d) <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/>

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
, <input type="radio"/> <input type="radio"/>	, <input type="radio"/> <input type="radio"/>	, <input type="radio"/> <input type="radio"/>	, <input type="radio"/> <input type="radio"/>	, <input type="radio"/> <input type="radio"/>	, <input type="radio"/> <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng

- A. 3. B. 81. C. 9. D. 6.

Lời giải

Chọn A

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = \sqrt{9} = 3$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$. Đường kính của (S) bằng

- A. 3. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{6}$. D. 12.

Lời giải

Chọn C

Đường kính của (S) bằng $2R = 2\sqrt{6}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-2; 1; -3)$. B. $(-4; 2; -6)$. C. $(4; -2; 6)$. D. $(2; -1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$ có tâm $I(2; -1; 3)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-1; -2; -3)$. B. $(1; 2; 3)$. C. $(-1; 2; -3)$. D. $(1; -2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm là $I(a; b; c)$.

Suy ra, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$ có tâm là $I(1; -2; 3)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. 3. B. $\sqrt{15}$. C. $\sqrt{7}$. D. 9.

Lời giải

Chọn A

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2 \cdot (-1) \cdot x + 2 \cdot 0 \cdot y - 2 \cdot 1 \cdot z - 7 = 0.$$

$$\Rightarrow a = -1, b = 0, c = 1, d = -7.$$

$$\Rightarrow \text{Tâm mặt cầu } I(-1; 0; 1) \text{ bán kính } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 7} = 3.$$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; -3)$ và đi qua điểm $M(4; 0; 0)$. Phương trình của (S) là

A. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$.

B. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$.

C. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$.

D. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và bán kính R là: $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = R^2$.

Ta có: $M \in (S) \Rightarrow 4^2 + 0^2 + (0+3)^2 = R^2 \Leftrightarrow R^2 = 25$.

Vậy phương trình cần tìm là: $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$.

Câu 7. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m < 6$

B. $m \geq 6$

C. $m \leq 6$

D. $m > 6$

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là một phương trình mặt cầu

$\Leftrightarrow 1^2 + 1^2 + 2^2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 6$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;7), B(-3;8;-1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{45}$.

B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 45$.

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{45}$.

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm AB ta có $I(-1;3;3)$ là tâm mặt cầu.

Bán kính $R = IA = \sqrt{(1+1)^2 + (-2-3)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{45}$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hỏi trong các phương trình sau phương trình nào là phương trình của mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 1 = 0$

B. $x^2 + z^2 + 3x - 2y + 4z - 1 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y + 4z - 1 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + 8 = 0$

Lời giải

Chọn A

Đáp án B vì không có số hạng y^2 . Đáp án C loại vì có số hạng $2xy$. Đáp án D loại vì $a^2 + b^2 + c^2 - d = 1 + 1 + 4 - 8 = -2 < 0$.

Đáp án A thỏa mãn vì $a^2 + b^2 + c^2 - d = 1 + 0 + 4 + 1 = 6 > 0$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Lời giải

Chọn B

Bán kính của mặt cầu: $r = IA = \sqrt{0^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Phương trình mặt cầu: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(7; -2; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đường kính AB ?

A. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14$.

B. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 2\sqrt{14}$.

C. $(x-7)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 14$.

D. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 56$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu nhận AB làm đường kính, do đó mặt cầu nhận trung điểm $I(4; 0; 3)$ của AB làm tâm và có bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{56}$.

Suy ra phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 56$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình mặt cầu.

A. $1 < m < 2$.

B. $m < 1$ hoặc $m > 2$.

C. $-2 \leq m \leq 1$.

D. $m < -2$ hoặc $m > 1$.

Lời giải

Điều kiện để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình mặt cầu là: $(m+2)^2 + 4m^2 - 19m + 6 > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow m < 1$ hoặc $m > 2$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 13$ có tâm I . Gọi B là điểm trên tia Oz sao cho B thuộc mặt cầu (S) .

a) Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là $(2; 0; -1)$.

b) Bán kính của mặt cầu (S) bằng $\sqrt{13}$.

c) Tọa độ của điểm $B(0; 0; -2)$.

d) Phương trình đường thẳng $IB: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 0; 1)$.

b) Đúng.

c) Sai.

Gọi $B(0; 0; c)$ với $c > 0$ là điểm trên tia Oz .

B thuộc mặt cầu (S) nên thay tọa độ của B vào phương trình mặt cầu (S) , ta suy ra $B(0; 0; 4)$.

d) Đúng.

Đường thẳng đi qua hai điểm I, B có vector chỉ phương $\overrightarrow{IB} = (2; 0; 3)$ nên có phương trình là

$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- Câu 2.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB=3, AD=4, AA'=5$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho đỉnh A trùng với gốc tọa độ O , đỉnh B thuộc tia Ox , đỉnh D thuộc tia Oz . Gọi I là trung điểm của CA' .
- a) Tọa độ của đỉnh $B(-3;0;0)$.
- b) Các đỉnh của hình hộp chữ nhật thuộc mặt cầu tâm I .
- c) Tọa độ của điểm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 2\right)$.
- d) Phương trình mặt cầu tâm I , bán kính IB là $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(x-\frac{5}{2}\right)^2 + (x-2)^2 = \frac{25}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Sai.

Tọa độ của đỉnh $B(3;0;0)$.

b) Đúng.

c) Đúng.

d) Đúng.

Ta có $IB = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Phương trình mặt cầu tâm I , bán kính IB là $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(x-\frac{5}{2}\right)^2 + (x-2)^2 = \frac{25}{2}$.

- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(6;1;0), B(-1;3;2)$ và $C(1;-1;1)$.
- a) Trọng tâm của tam giác ABC là $I(2;1;1)$.
- b) Biết rằng C là trọng tâm của tam giác ABE . Tọa độ của điểm E là $(-2;-7;1)$.
- c) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) bằng $\sqrt{37}$.
- d) Xét điểm M thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3\sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng AM bằng $\sqrt{37}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

Tọa độ trọng tâm $I(x_I; y_I; z_I)$ của tam giác ABC được tính bởi công thức:

$$x_I = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_I = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}, z_I = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \Rightarrow x_I = 2, y_I = 1, z_I = 1.$$

Suy ra $I(2;1;1)$.

b) Đúng.

Ta có

$$x_C = \frac{x_A + x_B + x_E}{3}, y_C = \frac{y_A + y_B + y_E}{3}, z_C = \frac{z_A + z_B + z_E}{3} \Rightarrow x_E = -2, y_E = -7, z_E = 1.$$

Suy ra tọa độ của điểm E là $(-2;-7;1)$.

c) Sai.

$$d(A, (Oyz)) = |x_A| = 6.$$

d) Sai.

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow 3|\overrightarrow{MI}| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow IM = \sqrt{5}.$$

Khi đó, điểm M thuộc đường tròn đáy của hình nón có:

+ Đỉnh $I(2;1;1)$.

+ Trục là IH với $H(0;1;1)$ là tâm của hình tròn đáy.

$$\text{+ Bán kính đáy } r = \sqrt{IM^2 - IH^2} = \sqrt{5 - 4} = 1.$$

Gọi $A'(0;1;0)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) .

Khi đó, giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng AM là

$$d = \sqrt{AA'^2 + A'H^2 + r^2} = \sqrt{36 + 1 + 1} = \sqrt{38}.$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3), B(-2; 1; 1)$ và $C(-3; 3; -2)$.

a) Tọa độ của vectơ \overrightarrow{AB} là $(3; 1; 2)$.

b) Độ dài của đoạn thẳng AC bằng $\sqrt{42}$.

c) Góc \widehat{BAC} là góc tù.

d) Xét các điểm M trên mặt phẳng (Ozx) thỏa mãn điều kiện $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Khi đó, giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng OM lớn hơn hoặc bằng 3.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai.

$$\overrightarrow{AB} = (-2 - 1; 1 - 2; 1 - 3) = (-3; -1; -2).$$

b) Đúng.

$$AC = \sqrt{(-3 - 1)^2 + (3 - 2)^2 + (-2 - 3)^2} = \sqrt{42}.$$

c) Sai.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (-3; -1; -2), \overrightarrow{AC} = (-4; 1; -5).$$

$$\text{Do đó } \cos \widehat{BAC} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 30^\circ.$$

Vậy \widehat{BAC} là góc nhọn.

d) Đúng.

Do $\widehat{AMB} = 90^\circ$ nên M thuộc mặt cầu đường kính AB có tâm $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 2\right)$ và bán kính

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

Hơn nữa, M thuộc mặt phẳng (Ozx) nên các điểm M thuộc đường tròn (C) là giao của mặt cầu $(I; R)$ với mặt phẳng (Ozx) .

Đường tròn (C) có tâm $J\left(-\frac{1}{2}; 0; 2\right)$ và bán kính r là

$$r = \sqrt{R^2 - IJ^2} = \sqrt{\frac{7}{2} - \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của OM là $OJ + r = \frac{\sqrt{17}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \approx 3,18$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá nguyên của m để

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0 \text{ là phương trình một mặt cầu?}$$

Lời giải

Trả lời: 7

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi

$$(m+2)^2 + (m-1)^2 - 3m^2 + 5 > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 10 < 0$$

$$\Leftrightarrow -1 - \sqrt{11} < m < 1 + \sqrt{11}$$

Theo bài ra $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\} \Rightarrow$ có 7 giá trị của m nguyên thỏa mãn bài toán.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4mx + 2my - 2mz + 9m^2 - 28 = 0$ là phương trình mặt cầu?

Lời giải

Trả lời: 7

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 + 4mx + 2my - 2mz + 9m^2 - 28 = 0$

$$\Leftrightarrow (x + 2m)^2 + (y + m)^2 + (z - m)^2 = 28 - 3m^2 \quad (1).$$

$$(1) \text{ là phương trình mặt cầu } \Leftrightarrow 28 - 3m^2 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{\frac{28}{3}} < m < \sqrt{\frac{28}{3}}.$$

Do m nguyên nên $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Vậy có 7 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2az + 10a = 0$. Tổng các giá trị thực của a để (S) có chu vi đường tròn lớn bằng 8π bằng?

Lời giải

Trả lời: 10

Đường tròn lớn có chu vi bằng 8π nên bán kính của (S) là $\frac{8\pi}{2\pi} = 4$.

Từ phương trình của (S) suy ra bán kính của (S) là $\sqrt{2^2 + 1^2 + a^2 - 10a}$.

$$\text{Do đó: } \sqrt{2^2 + 1^2 + a^2 - 10a} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 11 \end{cases}.$$

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm nằm trên mặt phẳng Oxy và đi qua ba điểm $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$. Hoành độ tâm (I) của mặt cầu bằng?

Lời giải

Trả lời: -2

Gọi tâm $I(a; b; c)$ và phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

Do $I \in (Oxy) \Leftrightarrow c = 0 \Leftrightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by + d = 0$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} A \in (S) \\ B \in (S) \\ C \in (S) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 4b - d = 21 \\ 2a - 6b - d = 11 \\ 4a + 4b - d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ d = -21 \end{cases}.$$

Vậy $I(-2; 1; 0)$.

Câu 5. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm O và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác O thỏa mãn tam giác ABC có trọng tâm là điểm $G(-6; -12; 18)$. Hoành độ tâm của mặt cầu (S) bằng?

Lời giải

Trả lời: -9

Gọi tọa độ các điểm trên ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt là $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên
$$\begin{cases} \frac{a}{3} = -6 \\ \frac{b}{3} = -12 \\ \frac{c}{3} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -18 \\ b = -36 \\ c = 54 \end{cases}.$$

Gọi phương trình mặt cầu (S) cần tìm là: $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 2ny - 2pz + q = 0$. Vì (S) qua các điểm O, A, B, C nên ta có hệ:

$$\begin{cases} q = 0 \\ 36m + q = -18^2 \\ 72n + q = -36^2 \\ -108p + q = -54^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -9 \\ n = -18 \\ p = 27 \\ q = 0 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ tâm mặt cầu (S) là $(-9; -18; 27)$.

Câu 6. Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là: Global Positioning System, viết tắt là GPS) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian (Hình).



Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: Trong cùng một thời điểm, tọa độ của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí M cần tìm tọa độ. Như vậy, điểm M là giao điểm của bốn mặt cầu với tâm lần lượt là bốn vệ tinh đã cho.

Ta xét một ví dụ cụ thể như sau:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn vệ tinh $A(3; -1; 6), B(1; 4; 8), C(7; 9; 6), D(7; -15; 18)$. Tọa độ của điểm $M(a; b; c)$ trong không gian biết khoảng cách từ vệ tinh đến điểm M lần lượt là $MA = 6, MB = 7, MC = 12, MD = 24$

Tính $a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: $-1, 2$.

Theo bài ra ta có: $M(a; b; c), A(3; -1; 6), B(1; 4; 8), C(7; 9; 6), D(7; -15; 18)$ và $MA = 6, MB = 7, MC = 12, MD = 24$.

Ta có:

$$\begin{cases} MA^2 = (a-3)^2 + (b+1)^2 + (c-6)^2 = 36 \\ MB^2 = (a-1)^2 + (b-4)^2 + (c-8)^2 = 49 \\ MC^2 = (a-7)^2 + (b-9)^2 + (c-6)^2 = 144 \\ MD^2 = (a-7)^2 + (b+15)^2 + (c-18)^2 = 576 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 6a - 2b + 12c - 10 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 2a + 8b + 16c - 32 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 14a + 18b + 12c - 22 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 14a - 30b + 36c - 22 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6a - 2b + 12c - 10 = 2a + 8b + 16c - 32 \\ 6a - 2b + 12c - 10 = 14a + 18b + 12c - 22 \\ 6a - 2b + 12c - 10 = 14a - 30b + 36c - 22 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 10b - 4c = -22 \\ 8a + 20b = -12 \\ 8a - 28b + 24c = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{41}{14} \\ b = \frac{4}{7} \\ c = \frac{8}{7} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow a + b + c = \frac{-17}{14} \approx -1,2$$

Nguyễn Bảo Vương

BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC BÀI HỌC
ÔN TẬP CHƯƠNG OXYZ

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Mặt cầu $(S): (x-23)^2 + (y-8)^2 + (z-44)^2 = 81$ có bán kính bằng:
- A. 23.
B. 9.
C. 8.
D. 44.
- Câu 2.** Toạ độ tâm của mặt cầu $(S): (x+19)^2 + (y-20)^2 + (z+21)^2 = 22$ là:
- A. $(-19; 20; -21)$.
B. $(19; 20; -21)$.
C. $(-19; 20; 21)$.
D. $(19; 20; 21)$.
- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1; 0; -3)$ và nhận vector $\vec{n} = (2; 1; 1)$ làm vector pháp tuyến là
- A. $2x + y + z - 1 = 0$.
B. $2x + y + z + 1 = 0$.
C. $x - 3z + 1 = 0$.
D. $x + 3z + 1 = 0$.
- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, một vector chỉ phương của đường thẳng có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$ là
- A. $\vec{u}_1 = (1; 3; -2)$.
B. $\vec{u}_2 = (2; -2; 0)$.
C. $\vec{u}_3 = (2; 2; 1)$.
D. $\vec{u}_4 = (2; -2; 1)$.
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z - 1 = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) là
- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-1}$.
B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$.
D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$.
- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cosin của góc giữa hai đường thẳng: $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -2 + t \end{cases}$ và $\Delta': \frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{-5}$ bằng
- A. $\frac{\sqrt{5}}{30}$.

B. $\frac{-\sqrt{5}}{30}$.

C. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{-3\sqrt{5}}{10}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{\sqrt{2}} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng (Oxz) bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và (S) đi qua $A(-1;1;0)$ là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{6}$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 6$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$.

D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 6$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ là phương trình của mặt cầu có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(-1;2;0); R=2$.

B. $I(1;-2;0); R=2$.

C. $I(-1;2;0); R=4$.

D. $I(1;-2;0); R=4$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng chứa đường thẳng

$\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t \\ z=3-t \end{cases}$ và đi qua điểm $A(2;-1;1)$ là

A. $\vec{n}_1 = (3;-1;1)$

B. $\vec{n}_2 = (3;1;-1)$.

C. $\vec{n}_3 = (1;-1;3)$.

D. $\vec{n}_4 = (-1;3;1)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(-2;1;0)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 3 = 0$ bằng

A. 2.

B. 6.

C. 3.

D. 9.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng:

$\Delta: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=-1+2t \end{cases}$ và $\Delta': \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-3}$

Vị trí tương đối của hai đường thẳng này là

A. chéo nhau.

B. cắt nhau.

- C. song song.
D. trùng nhau.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

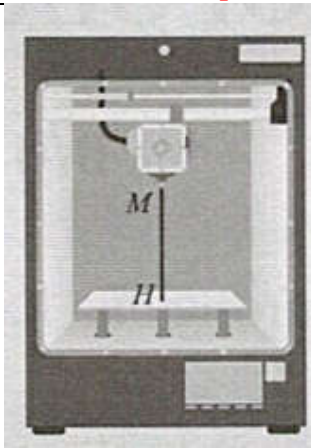
Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Cho điểm $I(1;2;3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua I và vuông góc với đường thẳng Δ .
- a) Nếu \vec{u} là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ thì \vec{u} là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
b) Vectơ có toạ độ $(2;1;-1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ .
c) Vectơ có toạ độ $(2;1;1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
d) Phương trình mặt phẳng (P) là: $2x + y + z - 9 = 0$.
- Câu 2.** Cho hai mặt phẳng $(P_1): x + 4y - 2z + 2 = 0, (P_2): -2x + y + z + 3 = 0$.
- a) Vectơ $\vec{n}_1 = (1;4;-2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P_1)
b) Vectơ $\vec{n}_2 = (2;1;1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P_2) .
c) $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$ với \vec{n}_1, \vec{n}_2 lần lượt là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P_1), (P_2)$.
d) Hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) vuông góc với nhau.
- Câu 3.** Cho hai điểm $A(0;2;0)$ và $B(2;-4;0)$.
- a) Trung điểm I của đoạn thẳng AB có toạ độ là $(1;-1;0)$.
b) $AB = 40$.
c) Mặt cầu (S) tâm A và đi qua B có bán kính $R = \sqrt{10}$.
d) Phương trình mặt cầu (S) tâm A và đi qua B là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 10$.
- Câu 4.** Cho điểm $M(2;0;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 11 = 0$.
- a) Điểm $A(0;5;3)$ thuộc mặt phẳng (P) .
b) $d(M, (P)) = \frac{5}{9}$
c) Đường thẳng MA vuông góc với (P) .
d) Đường thẳng $d: \frac{x-7}{1} = \frac{y-9}{-2} = \frac{z-31}{2}$ song song với (P) .

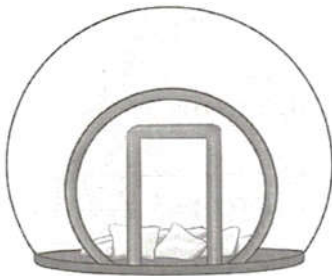
Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1.** Cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 3 = 0$ và $(Q): x - 4y + (m-1)z + 1 = 0$ với m là tham số. Tìm giá trị của tham số m để mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) .
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục toạ độ là centimét), đầu in phun của một máy in 3D đang đặt tại điểm $M(5;0;35)$. Tính khoảng cách từ đầu in phun đến khay đặt vật in có phương trình $z - 5 = 0$.

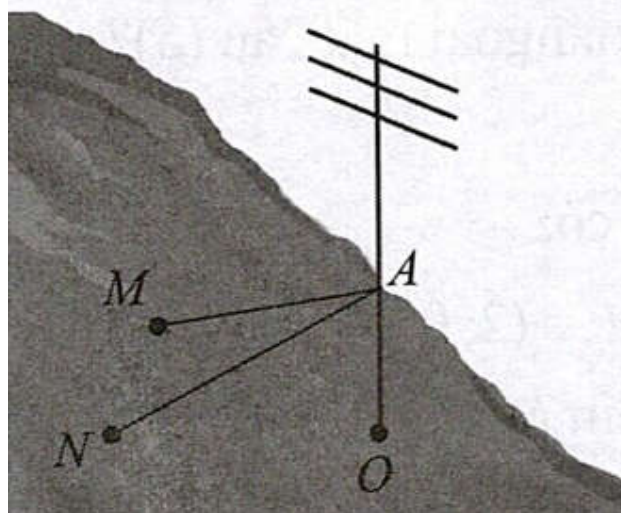


- Câu 3.** Người ta muốn thiết kế một lều cắm trại có dạng là một phần mặt cầu bằng phần mềm 3D. Cho biết phương trình bề mặt của lều là $(S): (x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9$, phương trình mặt phẳng chứa cửa lều là $(P): x = 2$, phương trình chứa sàn lều là $(Q): z = 0$.



Tìm bán kính đường tròn sàn lều (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, mặt sàn nằm ngang của một ngôi nhà thuộc mặt phẳng (Oxy) , một mái của ngôi nhà thuộc mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$. Hỏi mái nhà có độ dốc bằng bao nhiêu độ? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, tại một phạm vi hẹp, (Oxy) là mặt phẳng nằm ngang. Một đường ống nước thẳng đi qua hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(1;2;1)$. Hỏi đường ống nước nói trên nghiêng bao nhiêu độ (so với mặt phẳng nằm ngang)?
- Câu 6.** Người ta muốn dựng một cột ăng-ten trên một sườn đồi. Ăng-ten được dựng thẳng đứng trong không gian $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên mỗi trục bằng 1 m. Gọi O là gốc cột, A là điểm buộc dây cáp vào cột ăng-ten và M, N là hai điểm neo dây cáp xuống mặt sườn đồi (Hình 6). Cho biết tọa độ các điểm nói trên lần lượt là $O(0;0;0)$, $A(0;0;6)$, $M(3;-4;3)$, $N(-5;-2;2)$.



Tính góc tạo bởi các sợi dây cáp MA, NA với mặt phẳng sườn đồi (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

PHIẾU TRẢ LỜI

■ PHẦN I ■

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

■ PHẦN II ■

Câu 1		Câu 2	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

■ PHẦN III ■

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Mặt cầu $(S): (x-23)^2 + (y-8)^2 + (z-44)^2 = 81$ có bán kính bằng:

- A. 23.
- B. 9.
- C. 8.
- D. 44.

Lời giải

Chọn B

Câu 2. Tọa độ tâm của mặt cầu $(S): (x+19)^2 + (y-20)^2 + (z+21)^2 = 22$ là:

- A. $(-19; 20; -21)$.
- B. $(19; 20; -21)$.
- C. $(-19; 20; 21)$.
- D. $(19; 20; 21)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1; 0; -3)$ và nhận vector $\vec{n} = (2; 1; 1)$ làm vector pháp tuyến là

- A. $2x + y + z - 1 = 0$.
- B. $2x + y + z + 1 = 0$.
- C. $x - 3z + 1 = 0$.
- D. $x + 3z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B

HD. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ là $\vec{n} = (A; B; C)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, một vector chỉ phương của đường thẳng có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$ là

- A. $\vec{u}_1 = (1; 3; -2)$.
- B. $\vec{u}_2 = (2; -2; 0)$.
- C. $\vec{u}_3 = (2; 2; 1)$.
- D. $\vec{u}_4 = (2; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn D

HD. Một vector chỉ phương của đường thẳng có phương trình $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ $\vec{u} = (a; b; c)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z - 1 = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) là

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-1}$.
- B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$.
- C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

Lời giải

Chọn B

HD. Mặt phẳng (P) nhận vector $\vec{n} = (2; 3; -1)$ làm vector chỉ phương.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cosin của góc giữa hai đường thẳng: $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -2 + t \end{cases}$ và

$\Delta': \frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{-5}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{30}$.

B. $\frac{-\sqrt{5}}{30}$.

C. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{-3\sqrt{5}}{10}$.

Lời giải

Chọn A

HD. Từ mỗi phương trình đường thẳng ta chỉ ra một vector chỉ phương của đường thẳng đó, sau đó dùng công thức:

$$\cos(\Delta, \Delta') = \left| \cos(\vec{u}_\Delta, \vec{u}_{\Delta'}) \right| = \frac{|\vec{u}_\Delta \cdot \vec{u}_{\Delta'}|}{|\vec{u}_\Delta| \cdot |\vec{u}_{\Delta'}|} = \frac{\sqrt{5}}{30}.$$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{\sqrt{2}} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng (Oxz) bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A.

HD. $\vec{u}_\Delta = (1; \sqrt{2}; 1)$ và $\vec{n}_{Oxz} = \vec{j} = (0; 1; 0) \Rightarrow \sin(\Delta, (Oxz)) = \left| \cos(\vec{u}_\Delta, \vec{j}) \right| = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và (S) đi qua $A(-1; 1; 0)$ là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{6}$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 6$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$.

D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 6$.

Lời giải

Chọn C

HD. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và (S) đi qua $A(-1; 1; 0)$ nên (S) có bán kính $R = IA = \sqrt{6}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ là phương trình của mặt cầu có tâm I và bán kính R lần lượt là

- A. $I(-1; 2; 0); R = 2$.
- B. $I(1; -2; 0); R = 2$.
- C. $I(-1; 2; 0); R = 4$.
- D. $I(1; -2; 0); R = 4$.

Lời giải

Chọn B

HD. Mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ có tâm I và bán kính R lần lượt là $I = (a; b; c); R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng chứa đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases} \text{ và đi qua điểm } A(2; -1; 1) \text{ là}$$

- A. $\vec{n}_1 = (3; -1; 1)$
- B. $\vec{n}_2 = (3; 1; -1)$.
- C. $\vec{n}_3 = (1; -1; 3)$.
- D. $\vec{n}_4 = (-1; 3; 1)$.

Lời giải

Chọn A

HD. Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (1; 2; -1)$, đường thẳng Δ đi qua $B(1; -2; 3)$ nên một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng chứa Δ và đi qua A là $[\vec{u}_\Delta, \overrightarrow{AB}]$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(-2; 1; 0)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 3 = 0$ bằng

- A. 2.
- B. 6.
- C. 3.
- D. 9.

Lời giải

Chọn C

$$HD. d(A, (P)) = \frac{|-4 - 2 + 0 - 3|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = 3.$$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng:

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \text{ và } \Delta': \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-3}$$

Vị trí tương đối của hai đường thẳng này là

- A. chéo nhau.
- B. cắt nhau.
- C. song song.
- D. trùng nhau.

Lời giải

Chọn B

HD. Đường thẳng Δ đi qua $A(1; 2; -1)$, nhận $\vec{u} = (-1; 1; 2)$ làm vectơ chỉ phương. Đường thẳng Δ' đi qua $B(2; 1; -3)$, nhận $\vec{u}' = (2; 1; -3)$ làm vectơ chỉ phương. Ta tính $[\vec{u}, \vec{u}'] = (-5; 1; -3) \neq \vec{0}$ và $[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ nên hai đường thẳng Δ, Δ' cắt nhau.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho điểm $I(1;2;3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua I và vuông góc với đường thẳng Δ .

- a) Nếu \vec{u} là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ thì \vec{u} là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
- b) Vector có toạ độ $(2;1;-1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .
- c) Vector có toạ độ $(2;1;1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
- d) Phương trình mặt phẳng (P) là: $2x + y + z - 9 = 0$.

Lời giải

a) Đ, b) Đ, c) S, d) S.

Câu 2. Cho hai mặt phẳng $(P_1): x + 4y - 2z + 2 = 0, (P_2): -2x + y + z + 3 = 0$.

- a) Vector $\vec{n}_1 = (1;4;-2)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P_1)
- b) Vector $\vec{n}_2 = (2;1;1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P_2) .
- c) $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$ với \vec{n}_1, \vec{n}_2 lần lượt là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P_1), (P_2)$.
- d) Hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) vuông góc với nhau.

Lời giải

a) Đ, b) S, c) Đ, d) Đ.

Câu 3. Cho hai điểm $A(0;2;0)$ và $B(2;-4;0)$.

- a) Trung điểm I của đoạn thẳng AB có toạ độ là $(1;-1;0)$.
- b) $AB = 40$.
- c) Mặt cầu (S) tâm A và đi qua B có bán kính $R = \sqrt{10}$.
- d) Phương trình mặt cầu (S) tâm A và đi qua B là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 10$.

Lời giải

a) Đ, b) S, c) S, d) S.

Câu 4. Cho điểm $M(2;0;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 11 = 0$.

- a) Điểm $A(0;5;3)$ thuộc mặt phẳng (P) .
- b) $d(M, (P)) = \frac{5}{9}$
- c) Đường thẳng MA vuông góc với (P) .
- d) Đường thẳng $d: \frac{x-7}{1} = \frac{y-9}{-2} = \frac{z-31}{2}$ song song với (P) .

Lời giải

- a) Đ
- b) S
- c) S
- d) Đ

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

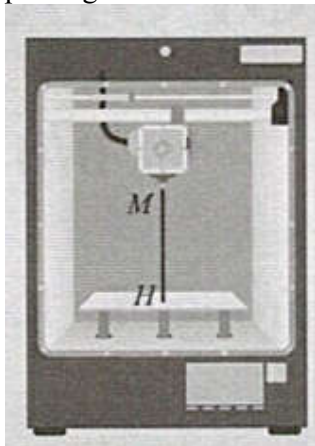
Câu 1. Cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 3 = 0$ và $(Q): x - 4y + (m-1)z + 1 = 0$ với m là tham số. Tìm giá trị của tham số m để mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) .

Lời giải

Trả lời: -6

$$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow 1.1 + 2.(-4) - 1.(m-1) = 0 \Leftrightarrow m = -6.$$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục tọa độ là centimét), đầu in phun của một máy in 3D đang đặt tại điểm $M(5;0;35)$. Tính khoảng cách từ đầu in phun đến khay đặt vật in có phương trình $z-5=0$.

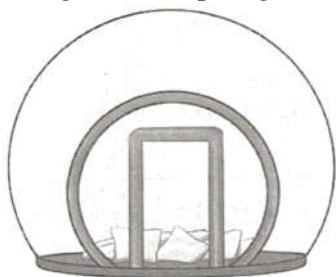


Lời giải

Trả lời: 30

Ta có phương trình của mặt phẳng (P) chứa khay đặt vật in là $z-5=0$, suy ra: $d(M, (P)) = |35-5| = 30(cm)$.

Câu 3. Người ta muốn thiết kế một lều cắm trại có dạng là một phần mặt cầu bằng phần mềm 3D. Cho biết phương trình bề mặt của lều là $(S): (x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9$, phương trình mặt phẳng chứa cửa lều là $(P): x=2$, phương trình chứa sàn lều là $(Q): z=0$.



Tìm bán kính đường tròn sàn lều (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 2,83

Bề mặt của lều $(S): (x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9$ có tâm $I(3;3;1)$, bán kính $R=3$.

Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với $(P): x=2$.

Ta có vector chỉ phương của d là $\vec{a}_d = (1;0;0)$, suy ra d có phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = 3+t \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases}$$

Gọi $A(3+t;3;1)$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P) . Thay tọa độ của A vào phương trình $(P): x=2$, ta được $(3+t)-2=0$, suy ra $t=-1$, suy ra $A(2;3;1)$.

Bán kính r_1 của đường tròn cửa lều là

$$r_1 = \sqrt{R^2 - IA^2} = \sqrt{9-1} = 2\sqrt{2}.$$

Vậy đường tròn cửa lều có tâm $A(2;3;1)$, bán kính $r_1 = 2\sqrt{2}$.

Gọi d' là đường thẳng đi qua I và vuông góc với $(Q): z=0$.

Ta có vector chỉ phương của d' là $\vec{a}_{d'} = (0;0;1)$, suy ra d' có phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \\ z = 1+t. \end{cases}$$

Gọi $B(3;3;1+t)$ là hình chiếu vuông góc của I trên (Q) . Thay tọa độ của B vào phương trình $(Q): z=0$ ta được $1+t=0$, suy ra $t=-1$, suy ra $B(3;3;0)$. Bán kính r_2 của đường tròn sán lều là

$$r_2 = \sqrt{R^2 - IB^2} = \sqrt{9-1} = 2\sqrt{2}$$

Vậy đường tròn sán lều có tâm $B(3;3;0)$, bán kính $r_2 = 2\sqrt{2} \approx 2,83$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, mặt sán nằm ngang của một ngôi nhà thuộc mặt phẳng (Oxy) , một mái của ngôi nhà thuộc mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-1=0$. Hỏi mái nhà có độ dốc bằng bao nhiêu độ? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 54,7

Mặt phẳng nằm ngang (Oxy) có một vector pháp tuyến là $\vec{k} = (0;0;1)$.

Mặt phẳng (α) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1;1;1)$.

$$\text{Ta có: } \cos((Oxy), (\alpha)) = |\cos(\vec{k}, \vec{n})| = \frac{|\vec{k} \cdot \vec{n}|}{|\vec{k}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow ((Oxy), (\alpha)) \approx 54,7^\circ.$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, tại một phạm vi hẹp, (Oxy) là mặt phẳng nằm ngang. Một đường ống nước thẳng đi qua hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(1;2;1)$. Hỏi đường ống nước nói trên nghiêng bao nhiêu độ (so với mặt phẳng nằm ngang)?

Lời giải

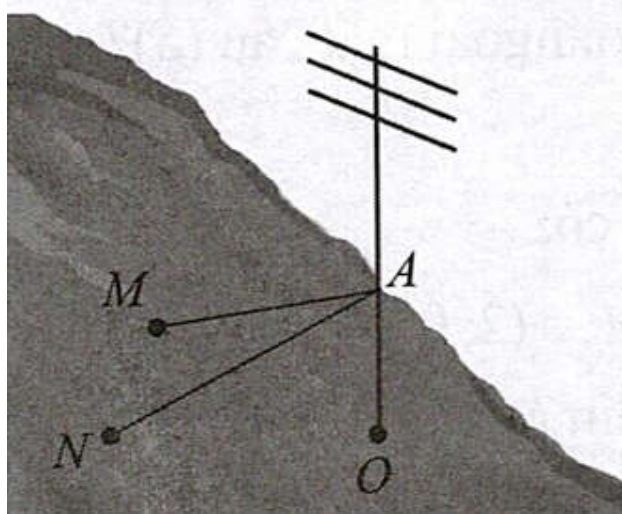
Trả lời: 45

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0;1;-1)$, mặt phẳng nằm ngang (Oxy) có một vector pháp tuyến là $\vec{k} = (0;0;1)$.

$$\text{Ta có: } \sin(AB, (Oxy)) = |\cos(\overrightarrow{AB}, \vec{k})| = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \vec{k}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (AB, (Oxy)) = 45^\circ.$$

Vậy ống nước nghiêng 45° so với mặt phẳng nằm ngang.

Câu 6. Người ta muốn dựng một cột ăng-ten trên một sườn đồi. Ăng-ten được dựng thẳng đứng trong không gian $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên mỗi trục bằng 1 m. Gọi O là gốc cột, A là điểm buộc dây cáp vào cột ăng-ten và M, N là hai điểm neo dây cáp xuống mặt sườn đồi (Hình 6). Cho biết tọa độ các điểm nói trên lần lượt là $O(0;0;0)$, $A(0;0;6)$, $M(3;-4;3)$, $N(-5;-2;2)$.



Tính góc tạo bởi các sợi dây cáp MA, NA với mặt phẳng sườn đồi (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 44

Ta có $\overrightarrow{MA} = (-3;4;3)$, $\overrightarrow{NA} = (5;2;4)$, suy ra

$$MA = \sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{34} \approx 5,8(m),$$

$$NA = \sqrt{5^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{45} \approx 6,7(m).$$

Mặt phẳng (OMN) có cặp vector chỉ phương là $\overrightarrow{OM} = (3; -4; 3)$, $\overrightarrow{ON} = (-5; -2; 2)$ nên có vector pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}] = (-2; -21; -26)$

Gọi α, β lần lượt là góc tạo bởi MA, NA với mặt phẳng (AMN) .

$$\text{Ta có: } \sin \alpha = \frac{|\overrightarrow{MA} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{MA}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|-3 \cdot (-2) + 4 \cdot (-21) + 3 \cdot (-26)|}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + (-21)^2 + (-26)^2}}$$

$$= \frac{156}{\sqrt{38114}} \Rightarrow \alpha \approx 53^\circ$$

$$\sin \beta = \frac{|\overrightarrow{NA} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{NA}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|5 \cdot (-2) + 2 \cdot (-21) + 4 \cdot (-26)|}{\sqrt{5^2 + 2^2 + 4^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + (-21)^2 + (-26)^2}}$$

$$= \frac{156}{\sqrt{50445}} \Rightarrow \beta \approx 44^\circ.$$

Nguyễn Bảo Vương