

CHINH PHỤC 9+ TOÁN CÙNG THẦY HUY HƯỚNG NỘI

BỘ ĐỀ THI THỬ 2025 – ĐỀ SỐ 06

Thầy Lương Văn Huy – Học Toán cùng người hướng nội



ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 06

Câu 1: Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

- A. 1; 3; 6; 9; 12. B. 1; 4; 7; 10; 14. C. 1; 2; 4; 8; 16. D. 0; 4; 8; 12; 16.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức $a_{n+1} - a_n = d$ vào 4 đáp án có dãy số 0; 4; 8; 12; 16. thỏa mãn.

Câu 2: Cho $a > 0, m, n \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a^m + a^n = a^{m+n}$. B. $a^m \cdot a^n = a^{m-n}$. C. $(a^m)^n = (a^n)^m$. D. $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$.

Lời giải

Chọn C

Tính chất lũy thừa

Câu 3: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$ B. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$
C. $\log(ab) = \log a + \log b$ D. $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log(ab) = \log a + \log b$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

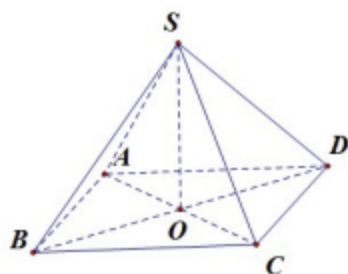
- A. $(SBD) \perp (ABCD)$. B. $SO \perp (ABCD)$. C. $SC \perp (SBD)$. D. $(SAC) \perp (ABCD)$.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết suy ra $SO \perp AC; SO \perp BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$ mà $SO \subset (SBD), SO \subset (SAC) \Rightarrow (SBD) \perp (ABCD); (SAC) \perp (ABCD)$. Vậy $SC \perp (SBD)$ là mệnh đề **sai**.





Câu 5: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

| | | | | | | |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| x | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ | |
| $f'(x)$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi x qua nghiệm -1 và nghiệm 1 ; không đổi dấu khi x qua nghiệm 0 nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

| | | | | | |
|---------|----|----|---|---|---|
| x | -3 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $f'(x)$ | + | 0 | - | 0 | - |
| $f(x)$ | | 3 | | 2 | |
| | -2 | | 0 | | 1 |

Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 2]$.

Giá trị của $M + m$ bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } M = \max_{[-1; 2]} f(x) = f(-1) = 3 \text{ và } m = \min_{[-1; 2]} f(x) = f(0) = 0.$$

$$\text{Vậy } M + m = 3.$$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{a}, \vec{b} thỏa mãn $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}, |\vec{b}| = 3$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Độ dài vectơ $\vec{a} - 2\vec{b}$ bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 2\sqrt{3} \cdot 3 \cdot \cos 30^\circ = 9.$$

$$\text{Mà } (\vec{a} - 2\vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 4\vec{b}^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 12 \Rightarrow |\vec{a} - 2\vec{b}| = 2\sqrt{3}.$$

Câu 8: Nguyên hàm của hàm số $y = \pi^{3x}$ là

$$\text{A. } F(x) = \frac{\pi^{3x}}{3 \ln \pi} + C. \quad \text{B. } F(x) = \frac{\pi^{3x+1}}{3} + C. \quad \text{C. } F(x) = \frac{\pi^{3x+1}}{3x+1} + C. \quad \text{D. } F(x) = 3\pi^{3x} \ln \pi + C.$$



Lời giải

Chọn A

Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \pi^{3x}$.

$$\text{Ta có } F(x) = \int \pi^{3x} dx = \frac{\pi^{3x}}{3 \ln \pi} + C.$$

Câu 9: Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 3$ và $\int_{-2}^1 f(t) dt = -2$. Tính $\int_1^2 f(y) dy$

- A. -5. B. 5. C. $\frac{1}{5}$. D. $-\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \int_{-2}^1 f(t) dt = \int_{-2}^1 f(x) dx, \int_1^2 f(y) dy = \int_1^2 f(x) dx.$$

$$\text{Mà: } \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_{-2}^2 f(x) dx.$$

$$\Rightarrow \int_1^2 f(x) dx = \int_{-2}^2 f(x) dx - \int_{-2}^1 f(x) dx = 3 - (-2) = 5.$$

$$\text{Vậy } \int_1^2 f(y) dy = 5.$$

Câu 10: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau:

| | | | | | |
|-----------|-------|-------|--------|---------|---------|
| Doanh thu | [5;7) | [7;9) | [9;11) | [11;13) | [13;15) |
| Số ngày | 2 | 7 | 7 | 3 | 1 |

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7;9). B. [9;11). C. [11;13). D. [13;15).

Lời giải

Chọn B

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

| | | | | | |
|------------------|-------|-------|--------|---------|---------|
| Doanh thu | [5;7) | [7;9) | [9;11) | [11;13) | [13;15) |
| Giá trị đại diện | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 |
| Số ngày | 2 | 7 | 7 | 3 | 1 |

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4.$$

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 \\ z = 4 + 5t \end{cases}; (t \in \mathbb{R})$. Vector

nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u} = (-2; -3; 5)$. B. $\vec{u} = (-2; 0; 5)$. C. $\vec{u} = (1; -3; 4)$. D. $\vec{u} = (2; -3; 5)$.

Lời giải

Chọn B

Từ định nghĩa, đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (-2; 0; 5)$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{i} + 3\vec{k}$. Tọa độ của vector \vec{a} là



- A. $\vec{a} = (-1; 2; -3)$. B. $\vec{a} = (2; -1; 3)$. C. $\vec{a} = (-1; 2; 3)$. D. $\vec{a} = (2; -1; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$. Vậy $\vec{a} = (-1; 2; 3)$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1. Trong một căn phòng có hai bóng đèn hoạt động độc lập. Xác suất để bóng đèn thứ nhất bị cháy là 0,2; xác suất để bóng đèn thứ hai bị cháy là 0,3. Gọi A là biến cố “bóng đèn thứ nhất cháy”, B là biến cố “bóng đèn thứ hai cháy”.

- a) A, B là hai biến cố độc lập.
b) $A \cup B$ là biến cố cả hai bóng đèn đều cháy.
c) Xác suất để ít nhất một bóng đèn sáng là 0,94.
d) Xác suất để cả hai bóng đèn sáng là 0,06.

Lời giải

a) ĐÚNG

Do hai bóng đèn không liên quan đến nhau nên hai biến cố A và B độc lập.

b) SAI

$A \cup B$ là biến cố có ít nhất một bóng đèn bị cháy.

c) ĐÚNG

Biến cố “ít nhất một bóng đèn sáng” là biến cố đối của biến cố “cả hai bóng đèn đều cháy”.

Biến cố “cả hai bóng đèn đều cháy” là $A \cap B$.

Ta có $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06$.

Suy ra xác suất của biến cố “ít nhất một bóng đèn sáng” là $1 - 0,06 = 0,94$.

d) SAI

Biến cố cả hai bóng đèn sáng là $\overline{A} \cap \overline{B}$.

Ta có $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$.

Câu 2. Cho hàm số $y = 3 - \sin x$.

- a) Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
b) Hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.
c) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4.
d) Tập giá trị của hàm số là $T = [-1; 1]$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

a) Hàm số $y = 3 - \sin x$ xác định với mọi x thuộc \mathbb{R} nên hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R}$. Suy ra

a) đúng.

b) Hàm số đã cho là hàm tuần hoàn với chu kỳ 2π . Suy ra b) đúng.

Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow 1 \geq -\sin x \geq -1 \Leftrightarrow 4 \geq 3 - \sin x \geq 2 \Leftrightarrow 4 \geq y \geq 2$

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4. Suy ra c) đúng.

d) Tập giá trị của hàm số là $T = [2; 4]$. Suy ra d) sai.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ có đạo hàm $f'(x)$. Khi đó:

a) $\int_{-1}^2 f'(x) dx = 11$.

b) $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = \frac{5}{2} - \ln 2$.



c) $\int_0^3 \frac{f(x)}{3} dx = 15.$

d) $\int_0^1 xf(x) dx = -\frac{17}{30}.$

Lời giải

| | | | |
|--------|---------|--------|---------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|--------|---------|--------|---------|

a) Sai

Ta có: $\int_{-1}^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_{-1}^2 = (3x^2 - 2x - 1) \Big|_{-1}^2 = 7 - 4 = 3.$

Vậy a) Sai

b) Đúng

Ta có: $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = \int_1^2 \left(\frac{3x^2 - 2x - 1}{x} \right) dx = \int_1^2 \left(3x - 2 - \frac{1}{x} \right) dx$
 $= \left(\frac{3}{2}x^2 - 2x - \ln|x| \right) \Big|_1^2 = \left(\frac{3}{2} \cdot 4 - 2 \cdot 2 - \ln 2 \right) - \left(\frac{3}{2} - 2 - \ln 1 \right) = 2 - \ln 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} - \ln 2$

Vậy b) Đúng

c) Sai

Ta có: $\int_0^3 \frac{f(x)}{3} dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x) dx = \frac{1}{3} \int_0^3 (3x^2 - 2x - 1) dx = \frac{1}{3} (x^3 - x^2 - x) \Big|_0^3 = \frac{1}{3} (15 - 0) = 5.$

Vậy c) Sai

d) Sai

Ta có: $\int_0^1 xf(x) dx = \int_0^1 x(3x^2 - 2x - 1) dx = \int_0^1 (3x^3 - 2x^2 - x) dx = -\frac{5}{12}.$

Vậy d) Đúng

Câu 4. Một toà nhà văn phòng có hình dạng là khối hình hộp chữ nhật $ABCD A' B' C' D'$ với chiều cao $AA' = 50m$. Đáy $ABCD$ của tòa nhà là hình chữ nhật trên mặt đất với chiều dài $AB = 40m$ và chiều rộng $AD = 30m$. Để tạo điểm nhấn và thuận tiện cho việc di chuyển, người ta lắp đặt một thang máy kính trong suốt. đường đi của thang máy là đường thẳng d đi qua trung điểm I của đường chéo AC và song song với chiều cao AA' của tòa nhà. Trên mặt đất $ABCD$ thì khi vực chờ thang máy được quy hoạch là một hình tròn có tâm I và bán kính r . Từ vị trí M bất kì trên đường tròn khu vực chờ này, người ta ngược nhìn lên đỉnh C' của tòa nhà để chiêm ngưỡng kiến trúc. Chọn gốc tọa độ đặt tại đỉnh A tức là $A(0;0;0)$, **gắn hệ trục tọa độ sao cho trục Ox gắn với chiều dài AB , trục Oy gắn với chiều rộng AD và trục Oz gắn với chiều cao AA' của ngôi nhà. Đơn vị trên mỗi trục là $10m$**



“Đăng Ký Học

lb Page ”

a) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AC là: $I(20;15;0)$.

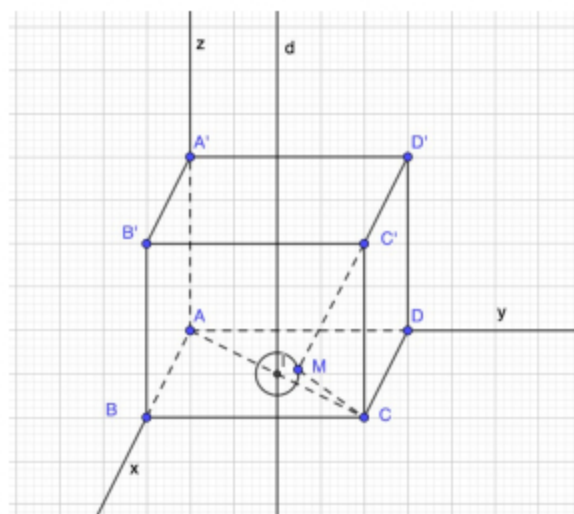
b) Phương trình tham số của đường thẳng d (đường đi của thang máy) là
$$\begin{cases} x = 20 \\ y = 15 \\ z = t \end{cases}$$

c) Khoảng cách từ điểm B' đến đường đi của thang máy là $35m$.

d) Bán kính lớn nhất r_{max} của khu vực chờ thang máy để đảm bảo góc nhìn CMC' không nhỏ hơn 45° là $25m$.

Lời giải

Gắn hệ trục tọa độ sao cho trục Ox gắn với chiều dài AB , trục Oy gắn với chiều rộng AD và trục Oz gắn với chiều cao AA' của ngôi nhà. Đơn vị trên mỗi trục là $10m$



Khi đó tọa độ các đỉnh của ngôi nhà là

$B(4;0;0), D(0;3;0), C(4;3;0); A'(0;0;5), B'(4;0;5), D'(0;3;5), C'(4;3;5)$

a) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AC là $I(2;1,5;0)$ nên **a) sai**.

b) Đường thẳng d đi qua $I(20;15;0)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{k}(0;0;1)$ nên phương trình

tham số của đường thẳng d (đường đi của thang máy) là
$$\begin{cases} x = 20 \\ y = 15, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$$
 . Nên **b) Sai**

c) Khoảng cách từ điểm B' đến đường đi của thang máy là

$d = \frac{|\overrightarrow{B'I} \cdot \vec{k}|}{|\vec{k}|} = 25 \Rightarrow$ Khoảng cách từ điểm B' đến đường đi của thang máy là $25m$. Nên **c)**

sai.

d) Xét tam giác ADC vuông tại D có $AD = 30m, DC = 40m \Rightarrow AC = 50m = CC'$

nên tam giác $C'CA$ vuông cân tại $C \Rightarrow \widehat{C'AC} = 45^\circ$

Mặt khác với mỗi điểm M nằm trên đường tròn khu vực chờ của thang máy ta đều có

$\widehat{C'MC} > \widehat{C'AC} = 45^\circ$.



$$\text{Lại có } \begin{cases} r \leq \frac{AB}{2} = 20 \\ r \leq \frac{AD}{2} = 15 \end{cases} \Rightarrow r \leq 15$$

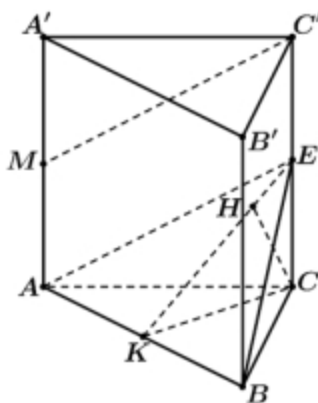
d) sai.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng 2 và đáy là tam giác ABC vuông cân tại C . Biết rằng $CA = CB = 1$ và gọi M là trung điểm của cạnh AA' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC' . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: 0,58.



Gọi E là trung điểm của cạnh $CC' \Rightarrow AE \parallel MC', (E \in CC')$.

Khi đó: $d(AB, MC') = d(MC', (EAB)) = d(C, (EAB)) = d(C', (EAB))$.

Gọi K là trung điểm của cạnh $AB \Rightarrow AB \perp (EKC)$,

Dựng $CH \perp EK, (H \in EK) \Rightarrow CH \perp (EAB)$ nên $d(C, (EAB)) = CH$.

Xét tam giác ECK vuông tại C có: $CK = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}; CE = \frac{CC'}{2} = 1$.

$$\text{Do đó: } CH = \frac{CK \cdot CE}{\sqrt{CK^2 + CE^2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1}{\sqrt{\frac{1}{2} + 1}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC' là $\frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,58$.

Câu 2. Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng dần và có tổng là 10. Học sinh B chỉ nhớ được là dãy tăng. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng nếu bấm sai 3 lần liên tiếp cửa sẽ tự động khóa lại nghĩa là không cho mở nữa (làm tròn số đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 0,19

Gọi a_1, a_2, a_3 ($0 \leq a_1, a_2, a_3 \leq 9$) là mật khẩu để mở được cửa.

Ta có: $n(\Omega) = C_{10}^3$.



Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng dần và có tổng là 10 nên ta có:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 10 \Leftrightarrow \{(0,1,9);(0,2,8);(0,3,7);(0,4,6);(1,2,7);(1,3,6);(1,4,5);(2,3,5)\} \Rightarrow n(A) = 8.$$

Xác suất để mở được cửa sau mỗi loạt bấm nút: $P = \frac{8}{C_{10}^3} = \frac{1}{15}.$

Xác suất để mở được cửa ở lần bấm thứ nhất: $\frac{1}{15}.$

Xác suất để mở được cửa ở lần bấm thứ hai: $\left(1 - \frac{1}{15}\right) \cdot \frac{1}{15} = \frac{14}{225}.$

Xác suất để mở được cửa ở lần bấm thứ ba: $\left(1 - \frac{1}{15}\right)^2 \cdot \frac{1}{15} = \frac{196}{3375}.$

Vậy xác suất để mở được cửa: $\frac{1}{15} + \frac{14}{225} + \frac{196}{3375} = \frac{631}{3375} \approx 0,19.$

Câu 3. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x+1}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu

là $H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 253

Ta có lợi nhuận $P(x)$ được tính bằng doanh thu trừ đi tổng chi phí:

$$P(x) = F(x) - xG(x) - H(x).$$

Khi $x \leq 200$, chi phí mua nguyên liệu là: $H_1(x) = 0,99(2x^3 + 100000x - 50000)$ (đồng)

Khi $x > 200$, chi phí mua nguyên liệu là:

$$H_2(x) = 0,99(2 \cdot (200^3) + 100000 \cdot 200 - 50000) + 0,98(2(x-200)^3 + 100000 \cdot (x-200) - 50000)$$

(đồng)

Xét 2 trường hợp:

+ TH1: $1 \leq x \leq 200$, ta có lợi nhuận thu được là:

$$P_1(x) = F(x) - xG(x) - H_1(x) \\ = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - \frac{100000x^2}{\frac{3}{2}x+1} - 0,99(2x^3 + 100000x - 50000)$$

Ta có: $P_1'(x) = -\frac{147}{50}x^2 - 3998x - \frac{600000x^2 + 800000x}{(3x+2)^2} + 902000$

Phương trình $P_1'(x) = 0$ có nghiệm $x = 184,03 \in (1; 200)$.

Ta thấy $\max_{[1;200]} P_1(x) = 80037062,09$ tại $x = 184,03$.

+ TH2: $201 \leq x \leq 400$, ta có lợi nhuận thu được là:



“Đăng Ký Học

lb Page ”

$$P_2(x) = F(x) - xG(x) - H_2(x)$$

$$= x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - \frac{100000x^2}{\frac{3}{2}x+1}$$

$$- 0,99 \left(2 \cdot (200)^3 + 100000 \cdot 200 - 50000 \right) - 0,98 \left(2 \cdot (x-200)^3 + 100000 \cdot (x-200) - 50000 \right)$$

$$= -\frac{24}{25}x^3 - 823x^2 + 667800x - 11500 - \frac{200000x^2}{3x+2}$$

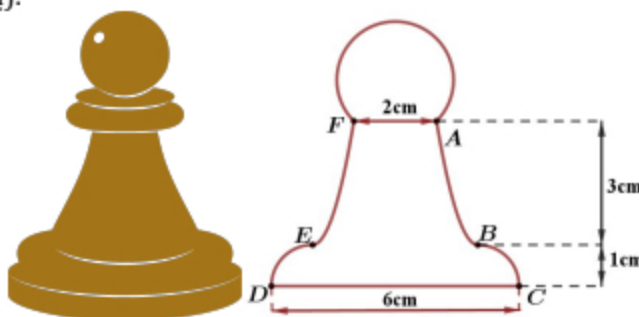
$$\text{Ta có: } P_2'(x) = -\frac{72}{25}x^2 - 1646x - \frac{600000x^2 + 800000x}{(3x+2)^2} + 667800$$

Phương trình $P_2'(x) = 0$ có nghiệm $x = 253,1 \in (201; 400)$.

Ta thấy $\max_{[201; 400]} P_2(x) = 83893667,52$ tại $x = 253,1$.

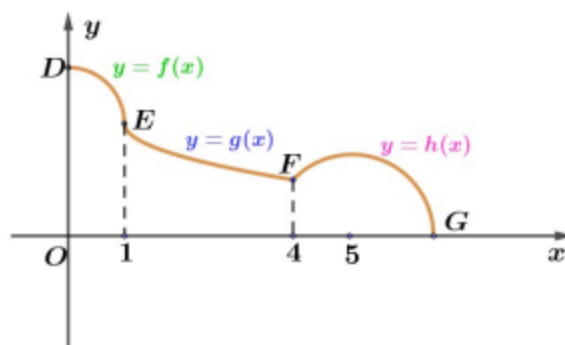
Vậy doanh nghiệp cần sản xuất 253 sản phẩm thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Câu 4: Mô hình của quân tốt trong bàn cờ vua là một khối tròn xoay với mặt cắt qua trục như sau: Đầu của quân cờ là một phần của hình cầu có bán kính bằng $\sqrt{2}$ (cm); đường cong AB và EF là một phần của parabol đỉnh B và đỉnh E ; DE và BC là một góc phần tư của đường tròn có bán kính 1 (cm). Tính thể tích của mô hình quân tốt (đơn vị cm^3 và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp án: 53



Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho O là trung điểm của DC . Gọi G là điểm chính giữa cung FA (như hình vẽ).

Đường cong DE là một góc phần tư của đường tròn tâm $(0;2)$, bán kính $R = 1$ nên đường cong này là một phần của đồ thị hàm số $f(x) = 2 + \sqrt{1-x^2}$.

Xét parabol đi qua điểm có tọa độ $(4;1)$ và có đỉnh $(1;2)$ là $(P): x = 3(y-2)^2 + 1$. Suy ra EF là một phần của đồ thị hàm số $g(x) = 2 - \sqrt{\frac{x-1}{3}}$.



“Đăng Ký Học

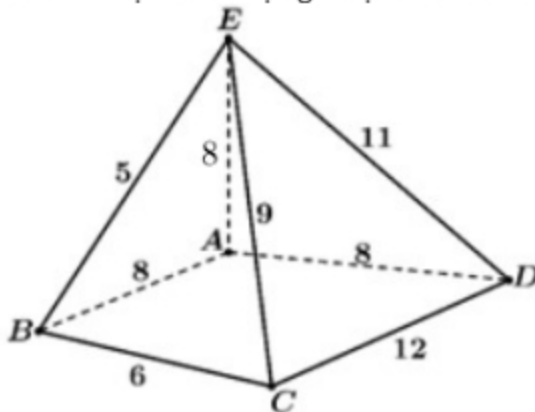
lb Page ”

Hai điểm F, G thuộc đường tròn tâm $(5;0)$ bán kính $R' = \sqrt{2}$ có phương trình $(x-5)^2 + y^2 = 2$ nên $G(5+\sqrt{2};0)$ và cung FG là một phần của đồ thị hàm số $h(x) = \sqrt{2-(x-5)^2}$.

Vậy thể tích của mô hình quân tốt là

$$V = \pi \int_0^1 (2 + \sqrt{1-x^2})^2 dx + \pi \int_1^4 \left(2 - \sqrt{\frac{x-1}{3}}\right)^2 dx + \pi \int_4^{5+\sqrt{2}} (2 - (x-5)^2) dx \approx 52,97(\text{cm}^3)..$$

- Câu 5.** Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 5 trụ A, B, C, D, E với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi lần đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải quay trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Đáp án: 39

Có các hướng đi như sau:

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow A$ có: $8 + 6 + 9 + 11 + 8 = 42$ thử thách

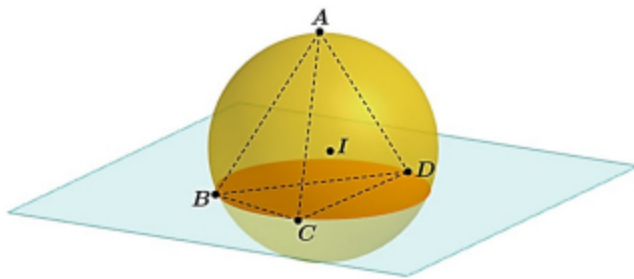
$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ có: $8 + 5 + 9 + 12 + 8 = 42$ thử thách

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow A$ có: $8 + 6 + 12 + 11 + 8 = 45$ thử thách

$A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow A$ có $8 + 12 + 6 + 5 + 8 = 39$ thử thách

Vậy tổng số thử thách của đường đi thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là 39

- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 0; 2)$ và đi qua điểm $A(0; 1; 1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?



Lời giải

Đáp án: 1,33



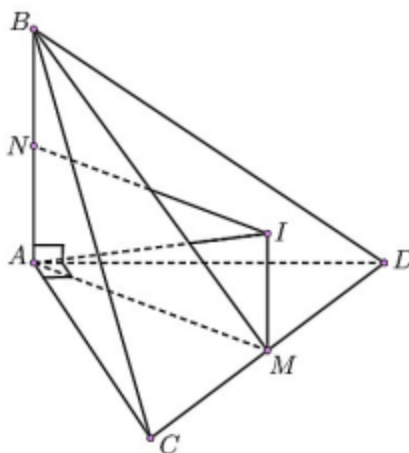
Ta nhận diện được đây là bài toán mặt cầu ngoại tiếp tứ diện có ba cạnh đôi một vuông góc nhau. Bán kính mặt cầu là $R = IA = \sqrt{3}$.

Do AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau nên

$$R = \frac{\sqrt{AB^2 + AC^2 + AD^2}}{2}.$$

Suy ra $AB^2 + AC^2 + AD^2 = 4R^2 = 12$.

Thể tích tứ diện:



$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 \cdot AD^2} \stackrel{AM-GM}{\leq} \frac{1}{6} \sqrt{\left(\frac{AB^2 + AC^2 + AD^2}{3} \right)^3} = \frac{1}{6} \sqrt{\left(\frac{12}{3} \right)^3} = \frac{4}{3}.$$

Do đó $(V_{ABCD})_{Max} = \frac{4}{3} \approx [1,33]$. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $AB = AC = AD = 2$.

