

**TEMA 1: Errors.**

**Problema 1** Responen les qüestions següents considerant el format IEEE simple:

- (a) Quina és la representació en punt flotant dels nombres  $-0.2345$  i  $34222.1$ ?
  - (b) Quins són els nombres positius més gran i més petit representables exactament?
  - (c) Quin és el nombre representable exactament que segueix a 256?
- 

**Problema 2** Feu els càlculs destinats a calcular un mateix nombre fent les operacions en ordres diferents:

$$(2.43875 \cdot 10^6 + 4.12642 \cdot 10^1) - 2.43826 \cdot 10^6 \text{ i } (2.43875 \cdot 10^6 - 2.43826 \cdot 10^6) + 4.12642 \cdot 10^1,$$

usant aritmètica decimal de punt flotant amb sis dígits. Calculeu també el valor exacte.

En quin dels dos ordres són més evidents els efectes de cancel·lació? Per què?

---

**Problema 3** El volum d'un con ve donat per la fórmula  $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$ , on  $h$  és l'alçada i  $r$  és el radi de la base. Useu la fórmula de propagació de l'error absolut per calcular una fita l'error absolut comès en el càlcul del volum d'un con si  $h \approx 1.23$ ,  $r \approx 0.98$  i  $\pi \approx 3.1416$ . (Suposeu que aquestes dades les hem obtingut arrodonint i que es poden fer totes les operacions de manera exacta.)

---

**Problema 4** Doneu una fita aproximada de l'error absolut propagat en calcular

$$A = \frac{\pi}{\pi - 2/3}$$

si arrodonim  $\pi$  i  $2/3$  per 3.14 i 0.67 respectivament. (Suposeu que fem les operacions aritmètiques de manera exacta.)

---

**Problema 5** Determineu una fita d'error absolut per a l'expressió  $y = \frac{x_1 x_2^2}{\sqrt{x_3}}$ , on  $x_1 = 2.0 \pm 0.1$ ,  $x_2 = 3.0 \pm 0.2$  i  $x_3 = 1.0 \pm 0.1$ . Quina de les variables té una contribució més gran a l'error de  $y$ ?

---

**Problema 6** Volem calcular  $a = (7 - 4\sqrt{3})^4$  utilitzant el valor aproximat 1.73205 per  $\sqrt{3}$ . Trieu entre les fórmules equivalents següents la millor des del punt de vista numèric:

$$(1) \frac{1}{(7 + 4\sqrt{3})^4} \quad (2) (97 - 56\sqrt{3})^2 \quad (3) \frac{1}{(97 + 56\sqrt{3})^2}$$

---

**Problema 7** Calculeu la solució més petita de l'equació  $x^2 - 40x + 1 = 0$  utilitzant l'expressió aproximada  $\sqrt{399} \approx 19.97498$ . Per fer-ho useu la fórmula directa i l'expressió de la solució donada per  $\frac{1}{20 + \sqrt{399}}$ . Compareu els errors.

---

**Problema 8** Usant un mètode recurrent, calculeu el valor de les integrals

$$I_k = \int_0^1 \frac{x^k}{x + 10} dx \text{ per } k = 1, 2, \dots, 20.$$

Estudieu l'estabilitat del mètode trobat.

---