

---

## 5 Ecuaciones

---

### 5.1. Operadores relacionales

- El signo `==` sirve para comprobar la igualdad de dos expresiones.

```
2 + 2 == 4
```

```
2 + 3 == 4
```

- Es muy importante no confundir, por ejemplo, `x = y` con `x == y`. La primera es una sentencia que asigna `y` a `x`; la segunda comprueba si `x` e `y` son iguales.

- El signo `=` se utiliza para asignación.

```
x = 4
```

- Si se pregunta acerca de `x`, se obtiene el valor asignado.

```
x
```

- Por contra, el signo `==` hace una comprobación de igualdad.

```
x == 4
```

```
x == 6
```

- Esto desasigna la variable `x`.

```
x =.
```

- En la sentencia siguiente *Mathematica* no puede obtener una respuesta porque `x` no tiene ningún valor numérico asignado.

```
x == 5
```

- Se puede obtener una respuesta para valores concretos aplicando una regla.

```
% /. x -> 4
```

```
%% /. x -> 5
```

Hasta aquí, las comprobaciones de igualdad han involucrado sólo a números, pero también se pueden comprobar expresiones simbólicas.

- Los dos expresiones son idénticas independientemente del valor que pueda tener  $x$ , así que el resultado es **True**.

```
2 x + x^2 == 2 x + x^2
```

- Sin embargo, debe tenerse en cuenta que *Mathematica* sólo comprueba la igualdad de las expresiones, no las transforma de ninguna forma.

```
2 x + x^2 == x (2 + x)
```

```
2 x + x^2 == Expand[x (2 + x)]
```

## 5.2. Resolución de ecuaciones polinómicas

Expresiones como  $x == 4$  o  $x^2 + 2x - 7 == 0$  representan en *Mathematica* una ecuación.

- Una ecuación en *Mathematica*.

```
x^3 + 5 x == 7
```

- Las dos soluciones de una ecuación cuadrática. Observa que la respuesta se expresa siempre como reglas de transformación. Esto es importante si se desea trabajar más tarde con las soluciones.

```
Solve[x^2 + 2x - 7 == 0, x]
```

- Se puede obtener una lista de las soluciones aplicando las reglas de transformación a la incógnita de la ecuación (en nuestro caso la variable  $x$ ).

```
x /. %
```

- Los valores numéricos de las soluciones.

```
N[%]
```

- Y se puede obtener el valor de otras expresiones para las soluciones obtenidas.

```
x^2 + 3 x /. %
```

La orden **Solve** siempre intenta obtener soluciones en forma explícita. Sin embargo, hay ecuaciones para las que, matemáticamente, no es posible obtener soluciones en forma explícita.

- *Mathematica* siempre puede resolver ecuaciones polinómicas en una variable hasta de grado 4.

```
Solve[x^4 - 5 x^2 - 3 == 0, x]
```

```
Solve[x^3 + x + 1 == 0, x]
```

- Y también *algunas veces* ecuaciones de grado mayor.

```
Solve[x^6 == 1, x]
```

- Pero hay ecuaciones para las que es matemáticamente imposible encontrar valores explícitos de las soluciones.

```
Solve[2 - 4 x + x^5 == 0, x]
```

- No obstante, sí se pueden obtener soluciones aproximadas.

```
NSolve[2 - 4 x + x^5 == 0, x]
```

### 5.3. Otro tipo de ecuaciones

Además de ecuaciones algebraicas, *Mathematica* puede resolver también algunas ecuaciones que involucran a funciones.

- *Mathematica* devuelve *una* solución de esta ecuación avisando que pueden haber otras soluciones.

```
Solve[Sin[x] == a, x]
```

*Es importante recordar que una ecuación tal como  $\sin(x) = a$  tiene un número infinito de soluciones que difieren en múltiplos de  $2\pi$ . Sin embargo, `Solve` devuelve por defecto una solución, aunque imprime un mensaje que avisa de esta circunstancia.*

- No hay soluciones en forma cerrada para una ecuación trascendente como ésta.

```
Solve[Cos[x] == x, x]
```

- Aunque se puede obtener una aproximación numérica a una solución usando la orden `FindRoot` y suministrando una aproximación inicial.

```
FindRoot[Cos[x] == x, {x, 1}]
```

### 5.4. Sistemas de ecuaciones

La orden `Solve` puede utilizarse también para resolver sistemas de ecuaciones.


- Un sistema de ecuaciones en las incógnitas  $x$  e  $y$  (observa que la variable  $a$  se trata como un parámetro).

```
Solve[{a x + y == 0, 2 x + (1-a) y == 1, {x, y}}]
```


- Un sistema más complicado que tiene dos soluciones.


```
Solve[{x^2 + y^2 == 1, x + 3 y == 0, {x, y}}]
```

- Esto utiliza las soluciones para evaluar la expresión  $x + y$ .

 `x + y /. %`

- Cuando un sistema de ecuaciones no es consistente *Mathematica* devuelve {}, indicando que el conjunto de soluciones es vacío.

 `Solve[{x==1, x==2, x}]`

 `Solve[{x==1, x==a, x}]`

### Ahora ya deberías saber...

- ...la diferencia entre los símbolos = y ==; conviene poner mucha atención en esto porque es causa de frecuentes confusiones;
- ...formular adecuadamente ecuaciones y sistemas de ecuaciones;
- ...utilizar la orden `Solve` para resolver ecuaciones y sistemas;
- ...interpretar los resultados de la orden `Solve`;
- ...cuando usar la orden `FindRoot`.