

ÀLGEBRA (EI)
Curs 2012-2013
Espais euclideans

1. Decidiu si els següents conjunts són ortogonals:

- a) $\{(1, 1), (1, -1)\}$
- b) $\{(1, 0), (0, -1), (1, -1)\}$
- c) $\{(1, 0, 3), (-3, 0, 1)\}$
- d) $\{(2, -1, 0), (0, 0, 4), (1, 2, 0)\}$.

2. Trobeu tots els vectors ortogonals al conjunt $\{(1, -1, 2), (0, 1, 1)\}$.

3. Comproveu que $B = \{(2, -1, 0), (1, 2, 3), (3, 6, -5)\}$ és una base ortogonal de \mathbb{R}^3 , i calculeu les coordenades del vector $(5, -1, 2)$ en aquesta base.

4. Doneu dues bases ortonormals diferents de \mathbb{R}^3 , i calculeu les coordenades de $(3, 2, -5)$ en cadascuna d'aquestes bases.

5.

a) Sigui $\mathbb{S} = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = x_2 + 2x_3 = 0\}$.

- i) Trobeu una base ortogonal de \mathbb{S} .
- ii) Esteneu la base trobada en i) a una base ortogonal de \mathbb{R}^4 .
- iii) Calculeu \mathbb{S}^\perp .

b) Feu el mateix que en a), però amb $\mathbb{S} = \langle (1, 2, 3), (2, 3, -1) \rangle$.

6. Doneu una base de \mathbb{S}^\perp .

a) $\mathbb{S} = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 - 3x_2 + x_4 = x_2 - x_4 = 0\}$.

b) $\mathbb{S} = \langle (1, -1, 2, 1), (1, 0, -1, 2), (-1, -1, 4, -3) \rangle$.

7. Trobeu el punt del pla de \mathbb{R}^3 $5x_1 - 3x_2 + x_3 = 0$ que està més proper al punt $P = (1, -2, 4)$. Calculeu la distància entre P i el pla.

8. Trobeu el punt de la recta de \mathbb{R}^3 $\langle (-2, 4, 1) \rangle$ que està més proper al punt $P = (4, 1, -8)$. Calculeu la distància entre P i la recta.