

ÀLGEBRA (EI)
Curs 2012-2013
Nombres complexos

1. Calculeu en forma binòmica els nombres complexos indicats a continuació:

(a) $(2 + 5i) - (3 + 4i)$, $(8 + 3i) + (4 - 2i)$.

(b) $(-2 + i) \cdot (1 - 3i)$, $(4 - i) \cdot (4 + i)$.

(c) $(3 - 2i)/(2 + 3i)$, $(1 - i)/(1 + i)$.

2. Calculeu en forma binòmica els inversos dels nombres complexos següents:

$$2 - i, \quad -3i, \quad \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \quad -1 + 3i.$$

Dibuixeu en el pla complex aquests nombres, els seus inversos i els seus conjugats.

3. (a) Determineu la forma polar dels nombres complexos següents:

$$2, \quad -3, \quad i, \quad -2i, \quad 1 + i, \quad -2 + 2i, \quad -1 + i\sqrt{3}, \quad \sqrt{3} - i, \quad 3 + 5i, \quad -3 - i.$$

(b) Determineu la forma binòmica dels nombres complexos següents:

$$1_0, \quad 2_\pi, \quad 3_{\frac{3}{2}\pi}, \quad 1_{\frac{\pi}{3}}, \quad 2_{\frac{4}{3}\pi}, \quad 1_{\frac{7}{35}\pi}, \quad 7_{\frac{2}{7}\pi}.$$

(c) Representeu en el pla complex tots els nombres anteriors.

4. Calculeu en forma binòmica i en forma polar els nombres complexos següents:

$$1_0 \cdot 2_\pi, \quad 3_{\frac{3}{2}\pi} \cdot 2_{\frac{2}{3}\pi}, \quad \frac{5_{\frac{22}{36}\pi}}{2_{\frac{\pi}{9}}}, \quad 2_{\frac{4}{3}\pi} - 1_{\frac{\pi}{3}}.$$

5. Representeu en el pla complex els conjunts de nombres complexos z per als quals se satisfan les propietats indicades:

(a) $0 \leq \arg z \leq \pi$.

(b) $z \cdot \bar{z} \leq 1$.

(c) $\operatorname{Re}(z^2 - 2z + 3) = 2$.

6. Expressen les arrels quadrades dels nombres complexos següents en forma binòmica o en forma polar:

$$4, \quad -2, \quad i, \quad 1 + i, \quad 3 - 4i, \quad 1_{\frac{4}{3}\pi}, \quad 3_{\frac{\pi}{3}}.$$

7. Calculeu els nombres complexos següents i dibuixeu-los en el pla complex:

(a) Les arrels cúbiques de i .

(b) Les arrels vuitenes de 1.

(c) Les arrels quartes de $3 - 4i$.

8. Resoleu en \mathbb{C} les equacions següents i determineu la part real i la part imaginària de les solucions:

(a) $x^2 - 10x + 34 = 0$.

(b) $(1 - i)x^2 - 2x + i = 0$.

9. Determineu tots els $z \in \mathbb{C}$ tals que

$$z^8 = \frac{2}{1 + i}.$$