

ÀLGEBRA (EI)
Curs 2012-2013
Matrius

1. Per a les matrius següents, indiqueu quines parelles es poden sumar i quines es poden multiplicar i en quin ordre. Feu tots els productes possibles entre parelles d'aquestes matrius.

$$A := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C := \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -2 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix},$$
$$D := \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad E := \begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad F := \begin{pmatrix} 1 & 7 & 2 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Per a les matrius de l'exercici anterior, decideu si les operacions següents són possibles i, per a les que ho siguin, feu el càlcul.

$$A \cdot D^T + E + F \cdot C, \quad (A + D) \cdot E, \quad B \cdot E \cdot C \cdot F, \quad (B + E) \cdot C.$$

3. Comproveu que les matrius següents no commuten entre si.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Digueu quines de les matrius següents admeten inversa i, en aquest cas, calculeu-la.

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3/2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Utilitzeu el mètode de Gauss per a calcular el rang de les matrius següents i calculeu la inversa de les que en tinguin.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & -2 \\ 1 & -1 & -2 & 5 \\ 4 & 1 & 0 & 8 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Escriviu els sistemes d'equacions lineals dels exercicis 2, 5 i 6 de la llista anterior en notació matricial $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$, i resoleu-ho utilitzant la regla de Cramer en els casos en què això sigui possible.