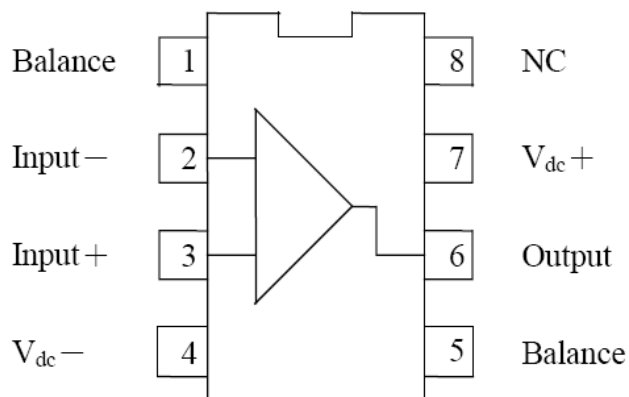


第九章 微分器

國立勤益科技大學資工系
游正義

【E424研究室】

youjy@ncut.edu.tw



實驗目的

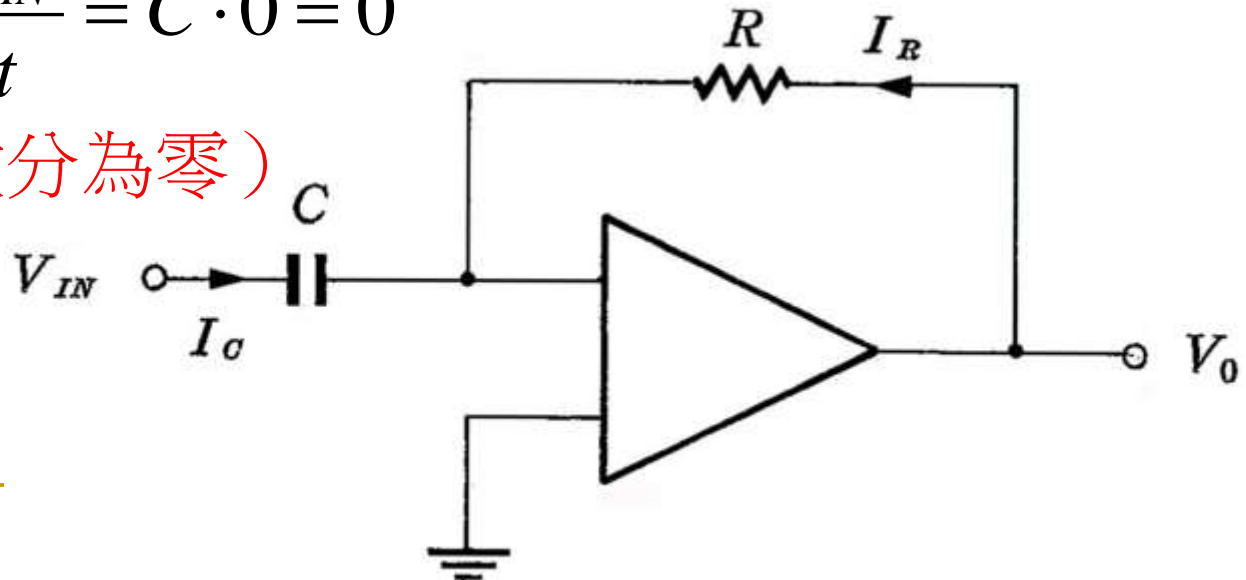
- 瞭解微分器之基本原理。
- 探討微分器在類比計算機之應用。
- 探討微分器在電路上之應用。

實驗原理

- 微分器之應用不如積分器之廣，但是在特殊的應用電路上，仍佔有很重要的地位。
- 微分器如同積分器一樣，能提供一輸出信號為輸入信號之微分，且有相反的極性。
- 圖9-1所示為基本的微分器，其零件之接法正好與積分器相反，當輸入為直流電壓時，由於

$$I_c = C \frac{dV_{IN}}{dt} = C \cdot 0 = 0$$

(定值之微分為零)





- 因此回授電阻**R**也沒有電流流過，輸出電壓等於“－”輸入端之電壓，在“+”輸入端接地之情況下，輸出可視為零電壓，所以直流電壓之輸入，將不會在輸出端產生任何電壓變化。
- 當輸入電壓為交流訊號時，有一充電電流流過電容器，其值為

$$I_c = C \frac{dV_{IN}}{dt}$$

- 由於**OP Amp**沒有電流流進去，因此

$$I_R = -I_c = -C \frac{dV_{IN}}{dt} \text{ , 而 } I_R = \frac{V_0}{R}$$

$$\text{故 } \frac{V_0}{R} = -C \frac{dV_{IN}}{dt} \text{ , } V_0 = -RC \frac{dV_{IN}}{dt}$$

- 由上式可知，輸出電壓之大小為輸入電壓之微分與時間常數**RC**的乘積在倒相**180**度。

【例】假使輸入訊號為一正弦波，其值為

$$V_{IN} = V_m \sin \omega t$$

則根據上式，其輸出電壓 V_O 為

$$V_O = -RC \frac{dV_{IN}}{dt} = -RC \frac{d(V_m \sin \omega t)}{dt}$$

$$= -\omega RC V_m \cos \omega t$$

- 若 $R=10K$ ， $C=0.1\mu F$ ，且 $V_{IN} = 4 \sin 628t$
($\omega=2\pi f$ ， $f=100Hz$) 則

$$V_O = -\omega RC V_m \cos \omega t$$

$$= -628 \times 10^4 \times 10^{-7} \times 4 \times \cos 628t$$

$$= -2.512 \cos 628t$$

- 我們可繪出輸入與輸出波形之關係如圖9-2所示。

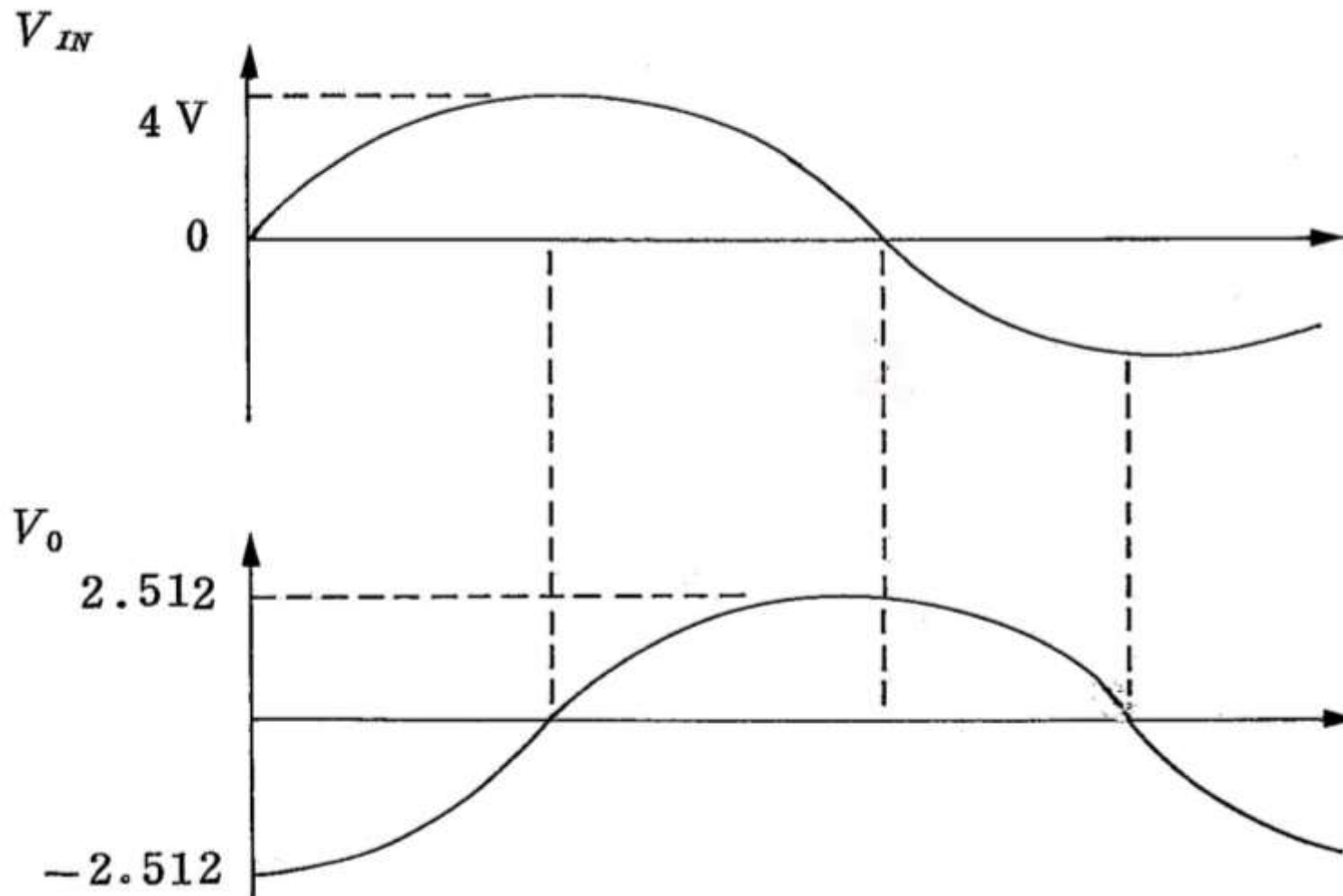


圖 9-2

- 若將輸入頻率增至1KHz，則

$$\begin{aligned}V_0 &= -\omega R C V_m \cos \omega t \\&= -6280 \times 10^4 \times 10^{-7} \times 4 \times \cos 6280t \\&= -25.12 \cos 6280t\end{aligned}$$

- 對於OP Amp所加的電源電壓，此輸出峯值電壓可能已超過輸出正、負飽和電壓，因此輸出波形的上下限會被切掉，而呈現失真之波形，在此種情況下，微分器的作用已不復存在，所以討論微分電路時，微分後的輸出電壓以不超過微分器OP Amp的輸出最大飽和電壓為宜。

- 若輸入訊號改用方波，則經過微分器後，可以得到圖9-3所示之輸入、輸出波形，圖中 V_m 電壓依 RC 時間常數及輸入峯值電壓而定，同時輸入方波之上升時間 t_r 及下降時間 t_f 亦影響輸出脈衝的寬窄。

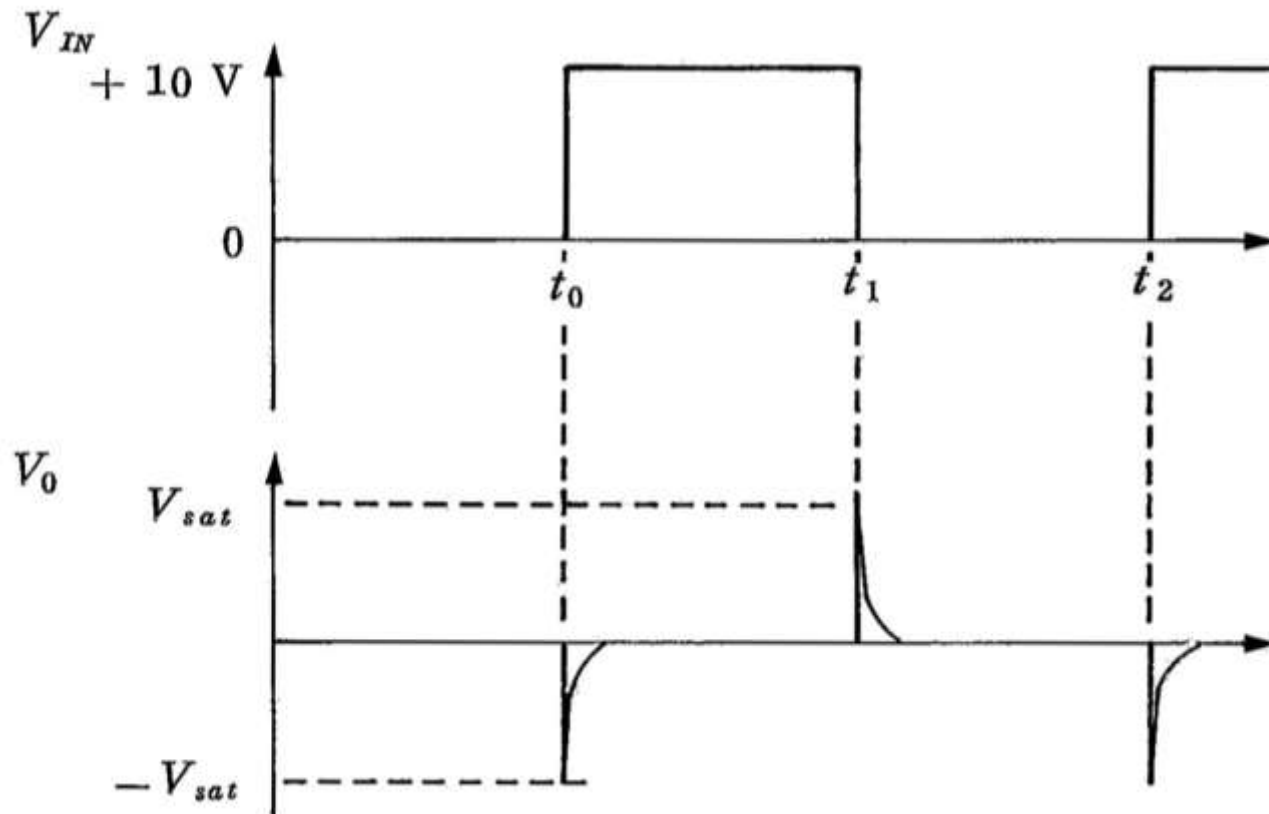


圖 9-3



【例】圖9-3之輸入方波為1KHz，峯值電壓為+5V，且 $t_r = t_f = 1\mu s$ ，試繪出輸出之波形？（ $R=10K$ ， $C=0.1\mu F$ ）

【解】由題目知 $t_r = t_f = 1\mu s$

則輸入電壓在 t_r 與 t_f 之時間內，可表示為

$$V_{IN} = \frac{5V}{1\mu s} \cdot t \quad (t_r \text{時間})$$

$$V_{IN} = -\frac{5V}{1\mu s} \cdot t \quad (t_f \text{時間})$$

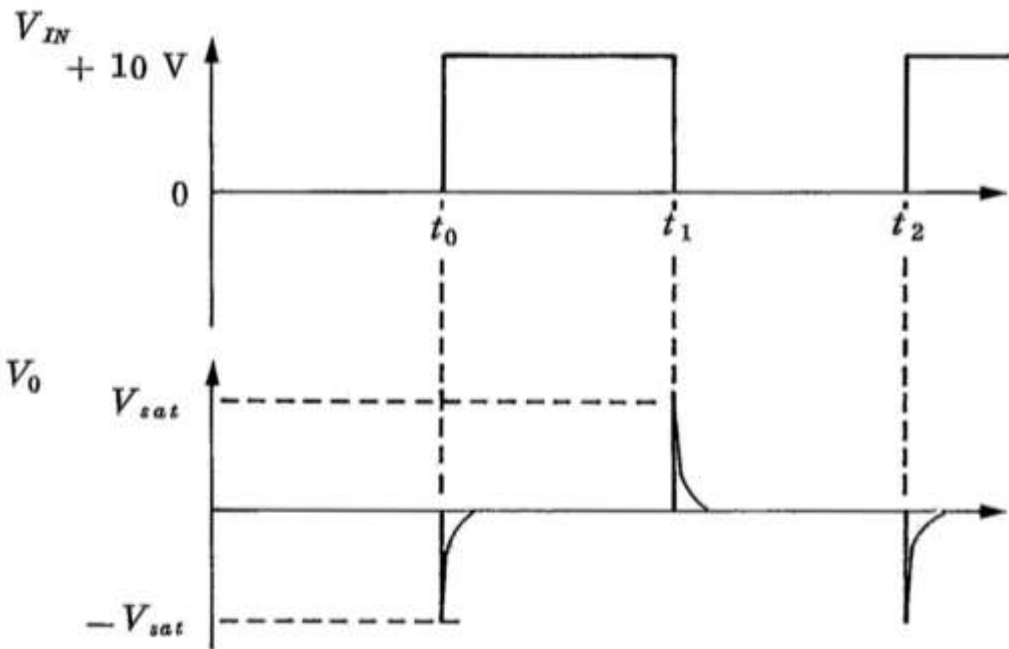


圖9-3



- 方波除了 t_r 及 t_f 時間外，其餘可看成一直流電壓，因此經微分後其值為零，現僅就 t_r 及 t_f 時間內，討論電路之輸出電壓值。

- 由式 $V_0 = -RC \frac{dV_{IN}}{dt}$ 可求出在時，之電壓為

$$\begin{aligned} V_0 &= -RC \frac{dV_{IN}}{dt} = -10^4 \times 0.1 \times 10^{-6} \frac{d(5V / \mu s \cdot t)}{dt} \\ &= -10^{-3}(s) \times 5 \times 10^6 (V / s) \\ &= -5 \times 10^3 V \end{aligned}$$

- 在 t_f 時， V_O 將為 $+5 \times 10^3 V$ ，因此可以發覺輸出電壓在 $1 \mu s$ 時間內，將由零伏上升至 $5KV$ 左右。由於輸出飽和電壓的限制，故可以得到圖9-3之輸出波形。

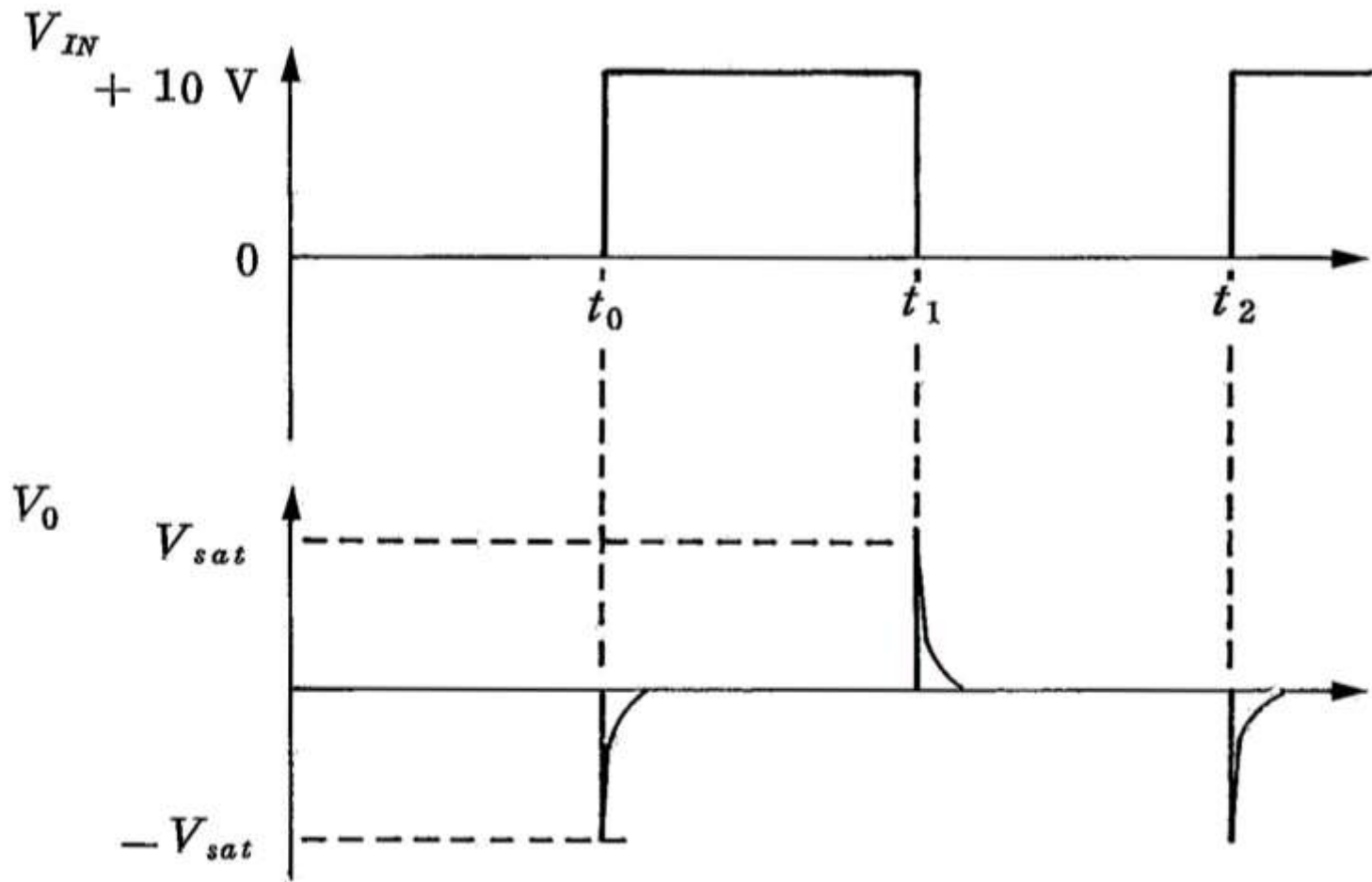


圖9-3

■ 由式 $V_0 = -RC \frac{dV_{IN}}{dt}$ 可知，當微分器之輸入頻率越

高時，電路之電壓增益越高，如同積分器在低頻時，會產生高的電壓增益；我們可以在輸入電容上串接一電阻 R_C 如圖9-4所示，以限制高頻之電壓增益；同時，可以在回授電阻 R 上並聯一電容 C_C ，以降低高頻雜訊之干擾，若零件之選擇符合圖9-5所示之頻率響應曲線，亦即 $RC > R_C C > RC_C$ ，則圖9-4之電路在不同之輸入頻率下，有不同之功能：

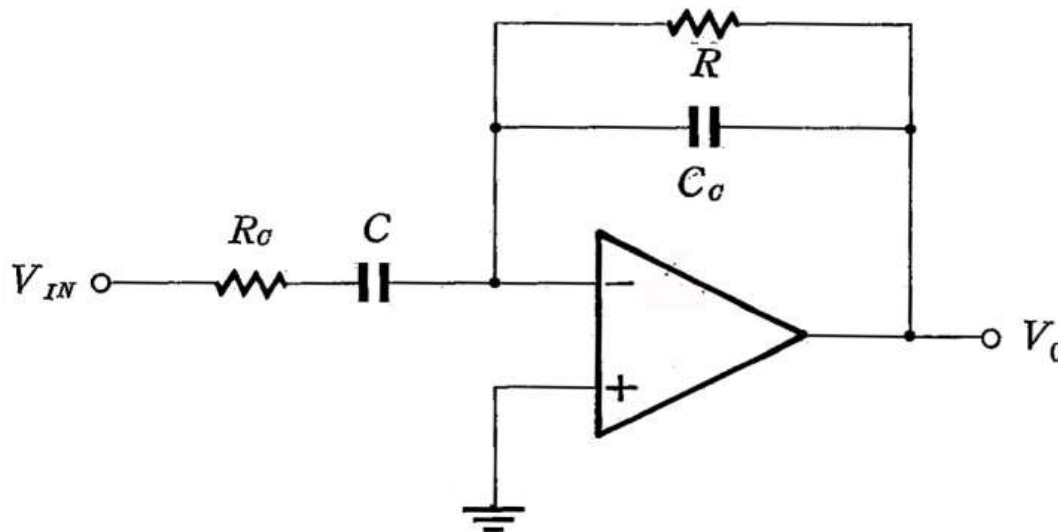


圖 9-4

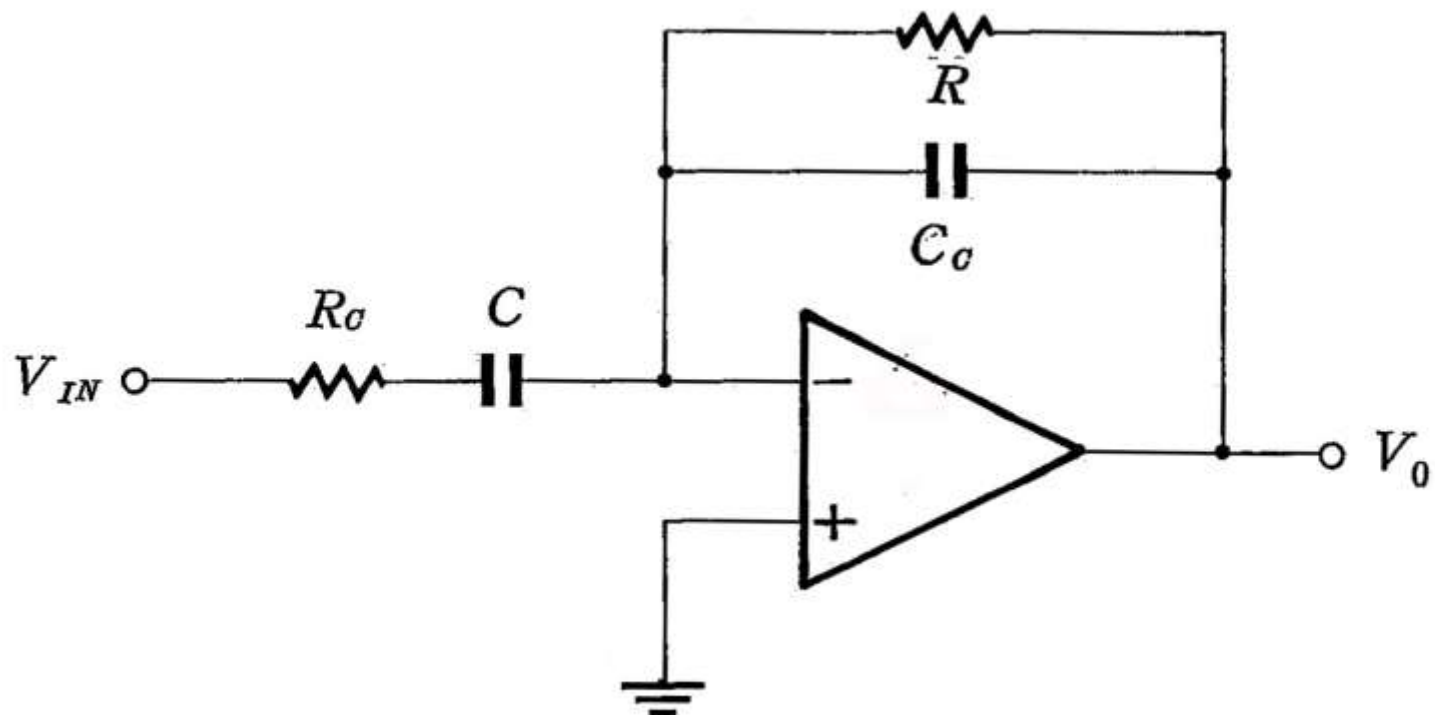


圖 9-4

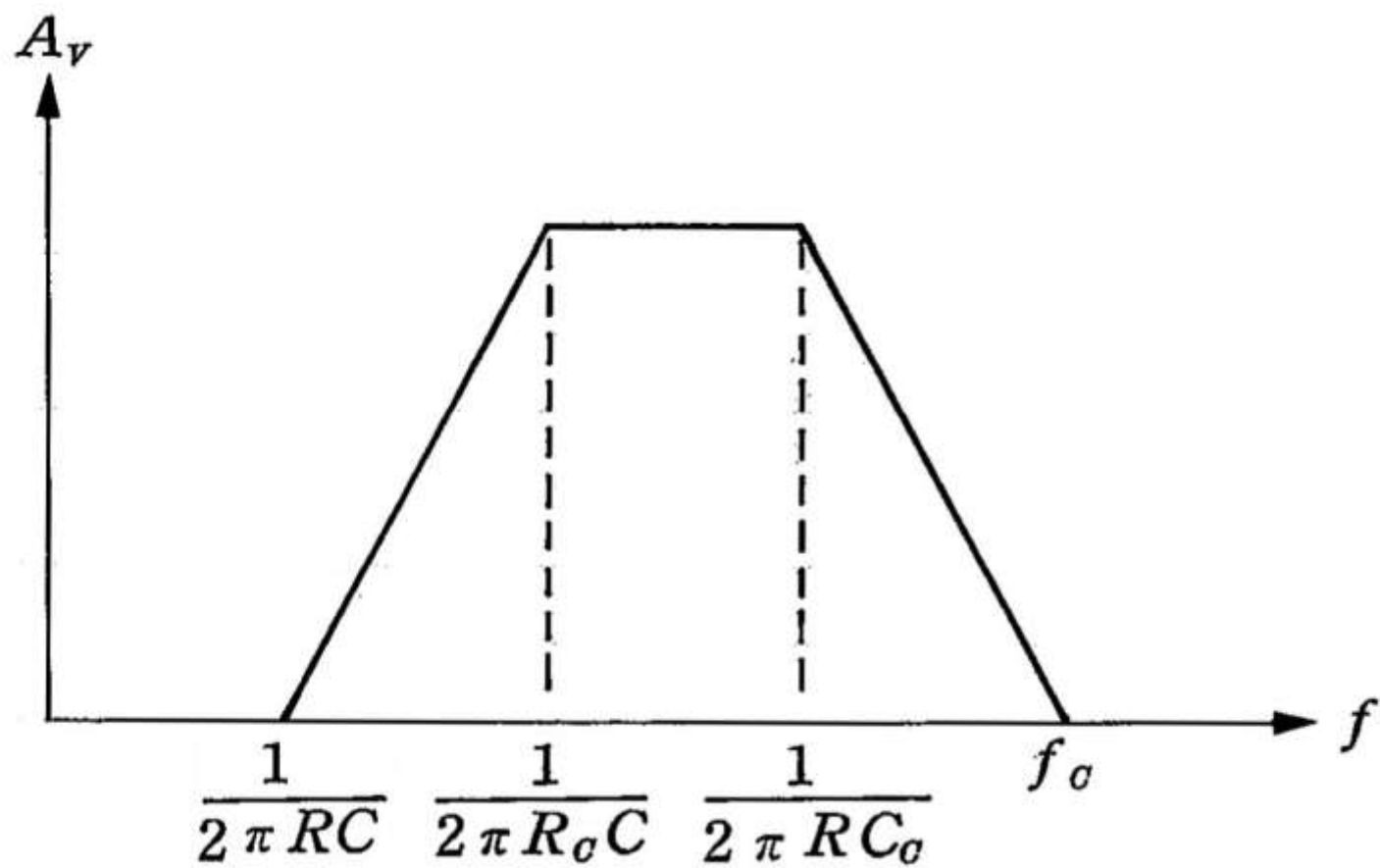


圖 9-5

(1) 輸入頻率 f 在 $\frac{1}{2\pi RC} < f < \frac{1}{2\pi R_C C}$ 之範圍，

電路為微分器。

(2) 輸入頻率 f 在 $\frac{1}{2\pi R_C C} < f < \frac{1}{2\pi RC_C}$ 之範圍，

電路為帶通濾波器。

(3) 輸入頻率 f 在 $\frac{1}{2\pi RC_C} < f < f_c$ 之範圍，

電路為積分器。

- 微分器亦可應用於類比計算機上，使用時常為多重輸入端如圖9-6所示，可分析如下：

$$I_R = -(I_{C1} + I_{C2} + I_{C3} + I_{C4})$$

$$\frac{V_o}{R} = -\left(C_1 \frac{dV_1}{dt} + C_2 \frac{dV_2}{dt} + C_3 \frac{dV_3}{dt} + C_4 \frac{dV_4}{dt}\right)$$

$$\therefore V_o = -\left(RC_1 \frac{dV_1}{dt} + RC_2 \frac{dV_2}{dt} + RC_3 \frac{dV_3}{dt} + RC_4 \frac{dV_4}{dt}\right)$$

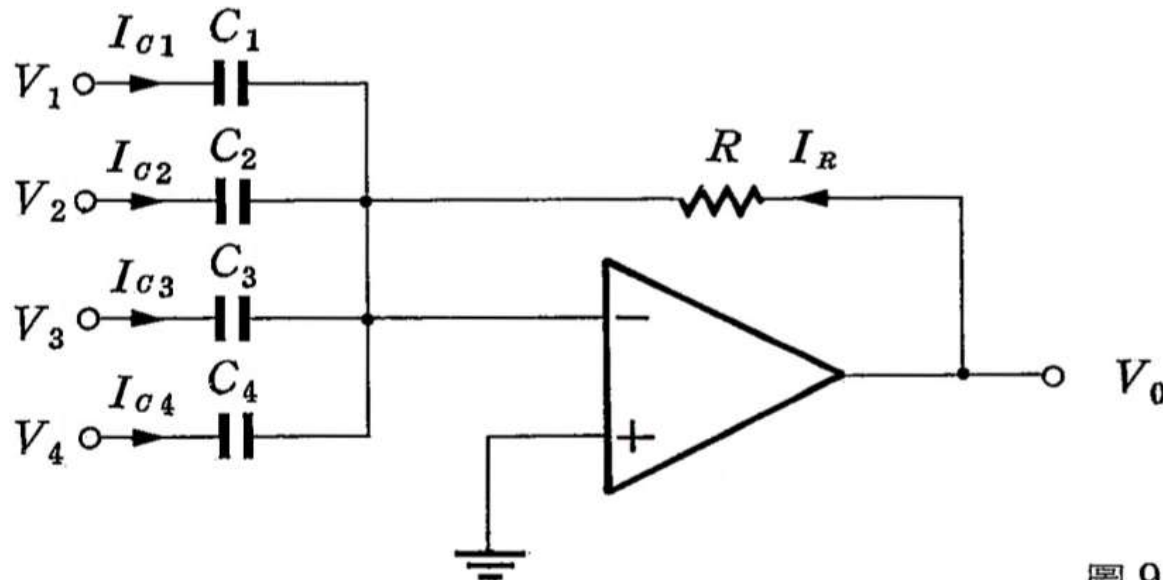


圖 9-6

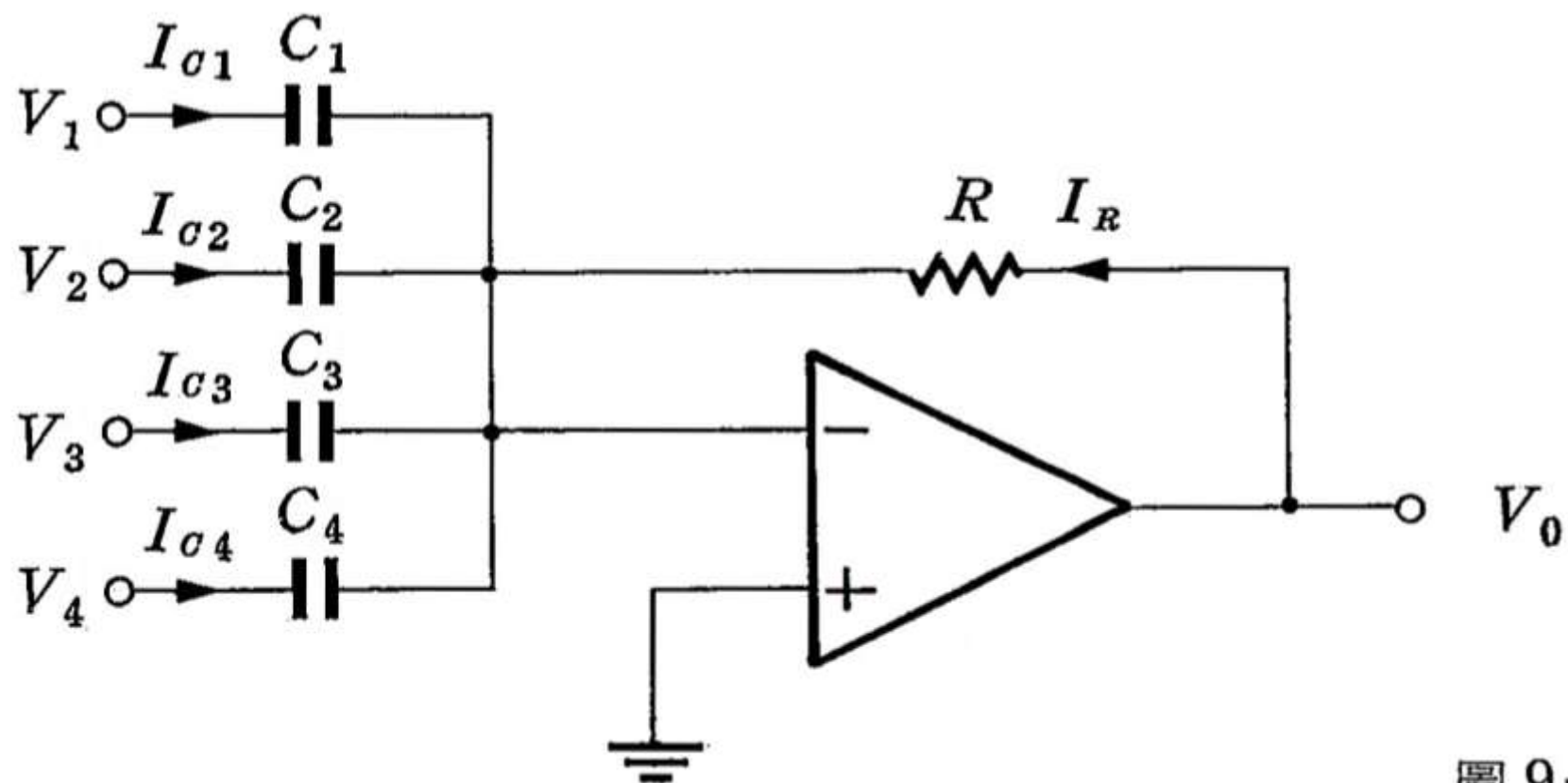


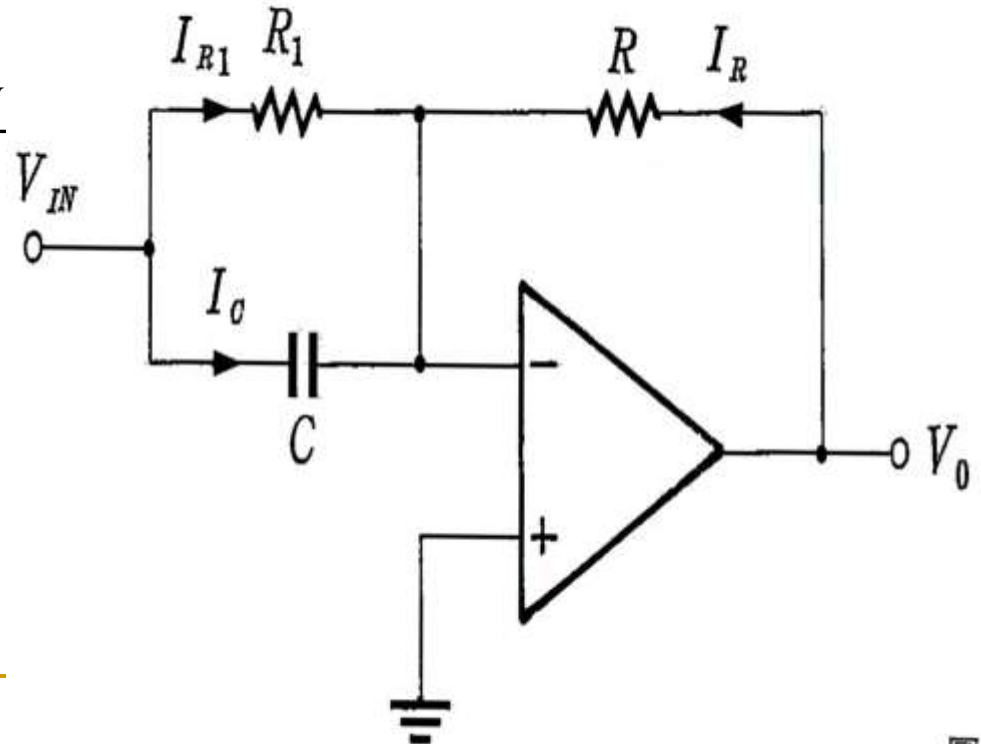
圖 9-6

- 如同積分器，微分器亦可接成圖9-7所示之電路，現分析如下：

$$I_{R1} + I_C = -I_R$$

$$\frac{V_{IN}}{R_1} + C \frac{dV_{IN}}{dt} = -\frac{V_0}{R}$$

$$\therefore V_0 = -\frac{R}{R_1} V_{IN} - RC \frac{dV_{IN}}{dt}$$



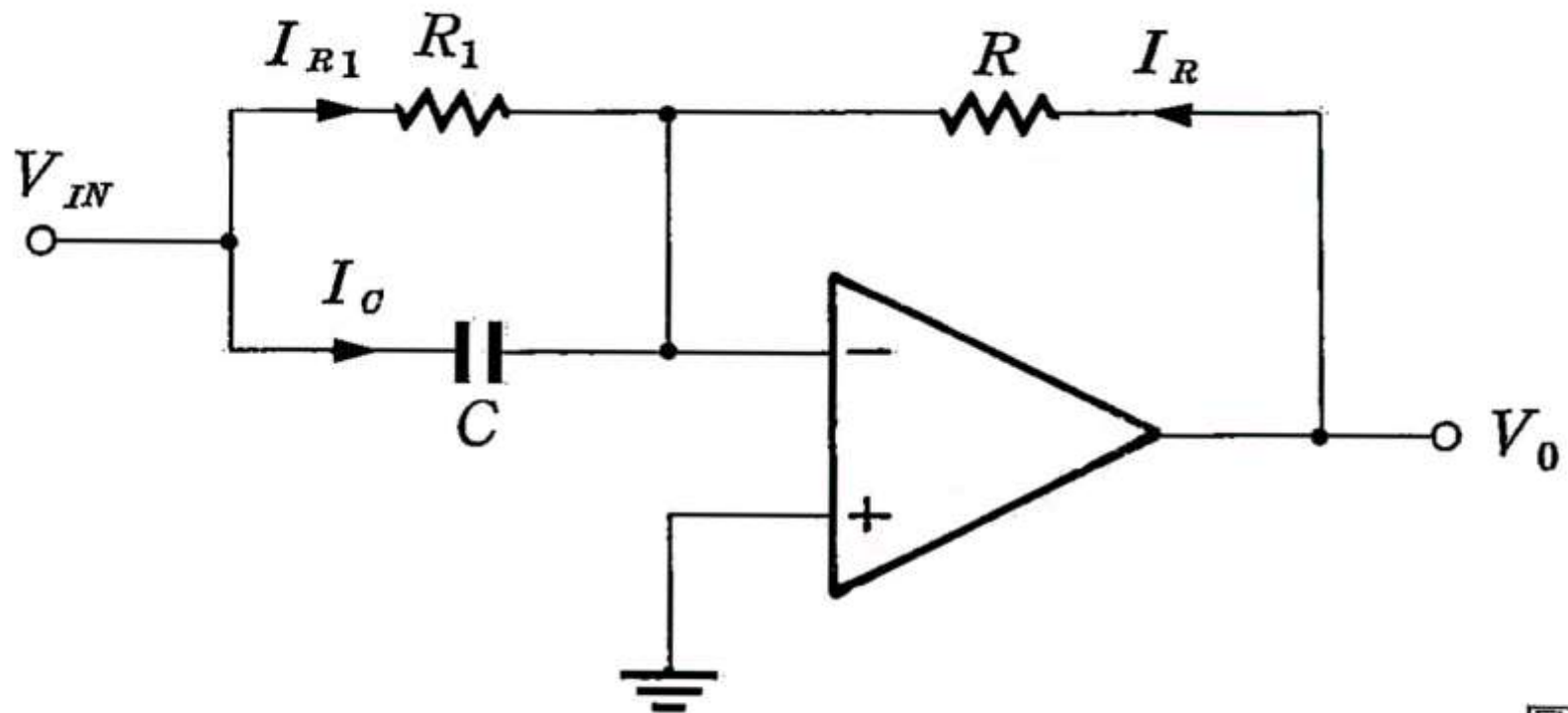


圖 9-7

- 圖9-7輸入電容所並接之電阻 R_1 ，對輸入電壓作一倒向電壓放大，因此輸出電壓波形會產生很大的變化。
- 同時，微分器亦可接成圖9-8所示之差動微分器，由於“+”、“-”輸入端之電壓差為零，且沒有電流流進OP Amp，故

$$I_{C1} = I_{R1} \quad , \quad I_{C2} = I_{R2}$$

則

$$C \frac{d(V_1 - V_{(-)})}{dt} = \frac{V_{(-)} - V_0}{R}$$

$$C \frac{d(V_2 - V_{(+)})}{dt} = \frac{V_{(+)} - V_0}{R}$$

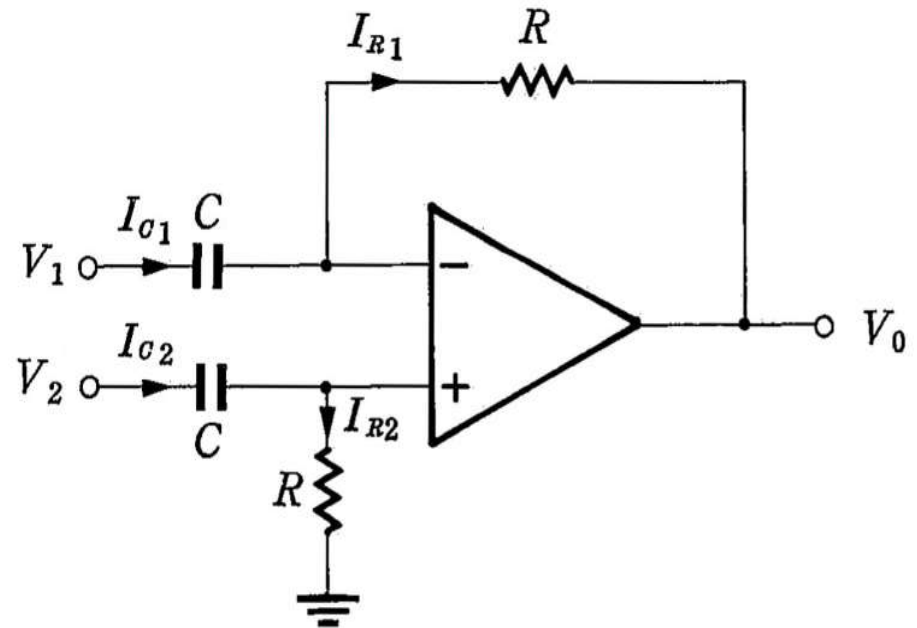


圖 9-8

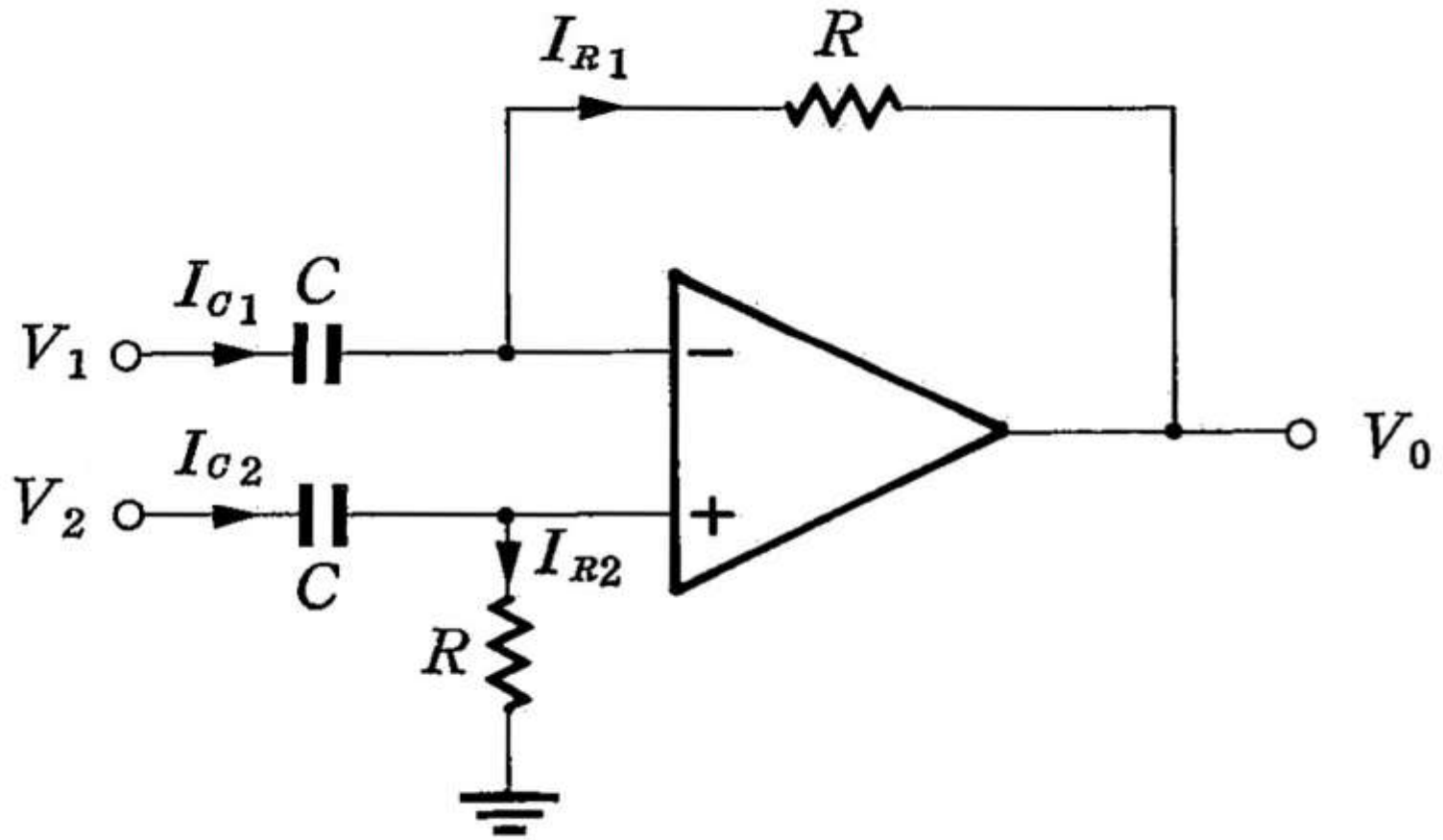


圖 9-8

- 上兩式中， $V_{(+)} = V_{(-)} = V$ ，則可整理為

$$C \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_0}{R} = \frac{V}{R} + C \frac{dV}{dt}$$

$$C \frac{dV_2}{dt} = \frac{V}{R} + C \frac{dV}{dt}$$

$$\therefore C \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_0}{R} = C \frac{dV_2}{dt}$$

- 最後可得

$$\begin{aligned} V_0 &= RC \frac{dV_2}{dt} - RC \frac{dV_1}{dt} \\ &= RC \frac{d(V_2 - V_1)}{dt} \end{aligned}$$

三、實驗步驟

1. 正弦波輸入之測試：

- (1) 如圖 9-9 連接線路。
- (2) 置輸入訊號 V_{IN} 之頻率為 100 Hz，振幅為 1 V 峯值，以示波器 DC 檔觀測其輸入及輸出波形，並繪其波形於表 9-1 中。
- (3) 繪出理論之波形，並與測試波形相比較。
- (4) 改變輸入頻率如表 9-1 所示，重覆(2)、(3)之步驟，並繪其波形於表 9-1 中。
- (5) 改變輸入峯值電壓如表 9-1 所示，重覆(2)~(4)之步驟，並繪其波形於表 9-1 中。
- (6) 若 C 改用 $0.01 \mu F$ ， R 維持不變，重覆(2)~(5)之步驟，並繪其波形於表 9-2 中。
- (7) 若 R 改用 1 K， C 仍為 $0.01 \mu F$ ，重覆(2)~(5)之步驟，並繪其波形於表 9-3 中。

2. 方波輸入之測試

- (1) 如圖 9-10 連接綫路。
- (2) 置輸入訊號 V_{IN} 之頻率為 100 Hz，振幅為 2 V 峯值，以示波器 DC 檔觀測其輸入及輸出波形，並繪其波形於表 9-4 中。
- (3) 繪出理論之波形，並與測試波形相比較。
- (4) 改變輸入頻率如表 9-4 所示，重覆(2)、(3)之步驟，並繪其波形於表 9-4 中。
- (5) 改變輸入峯值電壓如表 9-4 所示，重覆(2)~(4)之步驟，並繪其波形於表 9-4 中。
- (6) 若 C 改用 $0.001 \mu F$ ， R 維持不變，重覆(2)~(5)之步驟，並繪其波形於表 9-5 中。
- (7) 若 R 改用 10K， C 改用 $0.1 \mu F$ ，重覆(2)~(5)之步驟，並繪其波形於表 9-6 中。

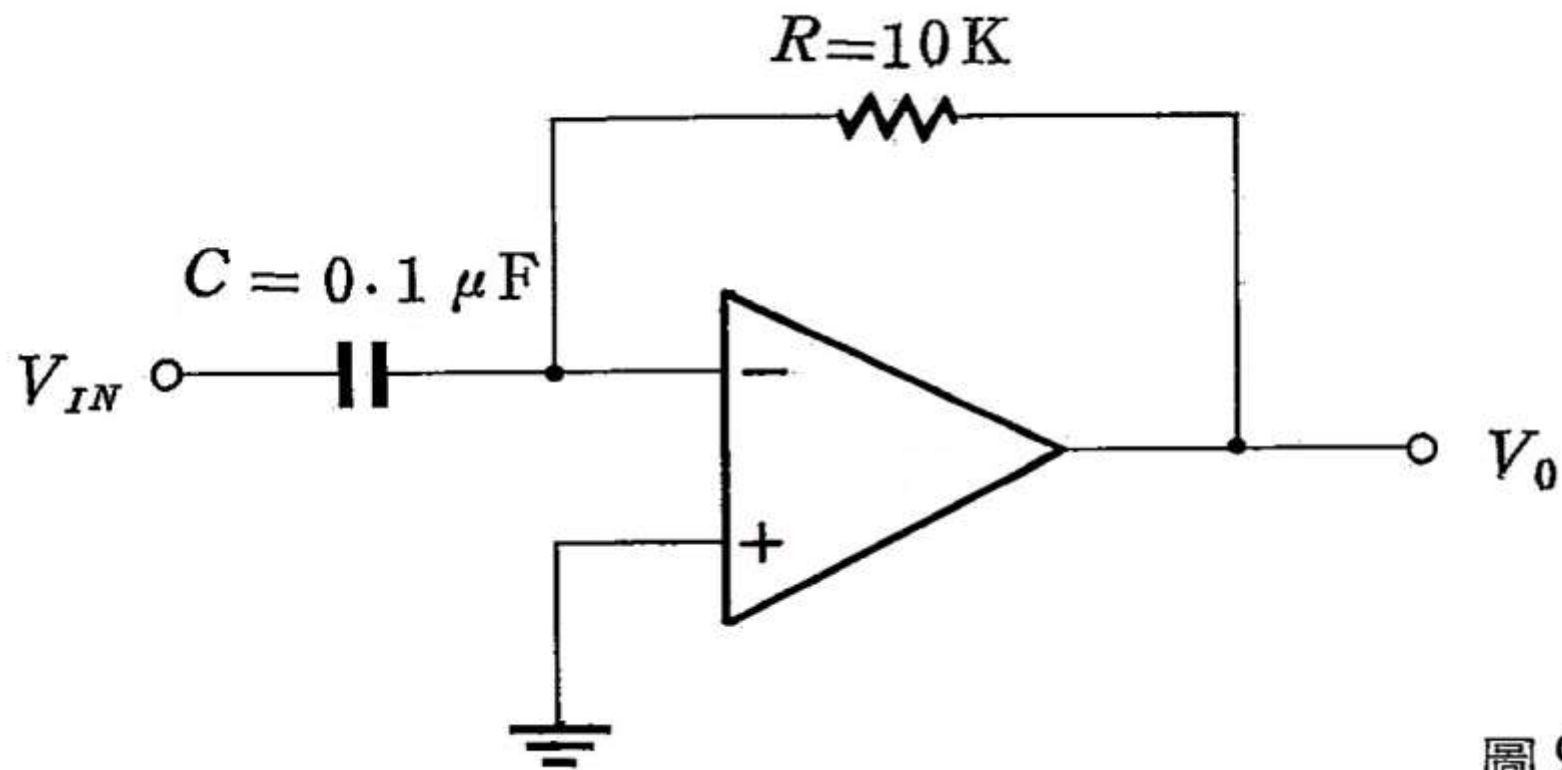


圖 9 - 9

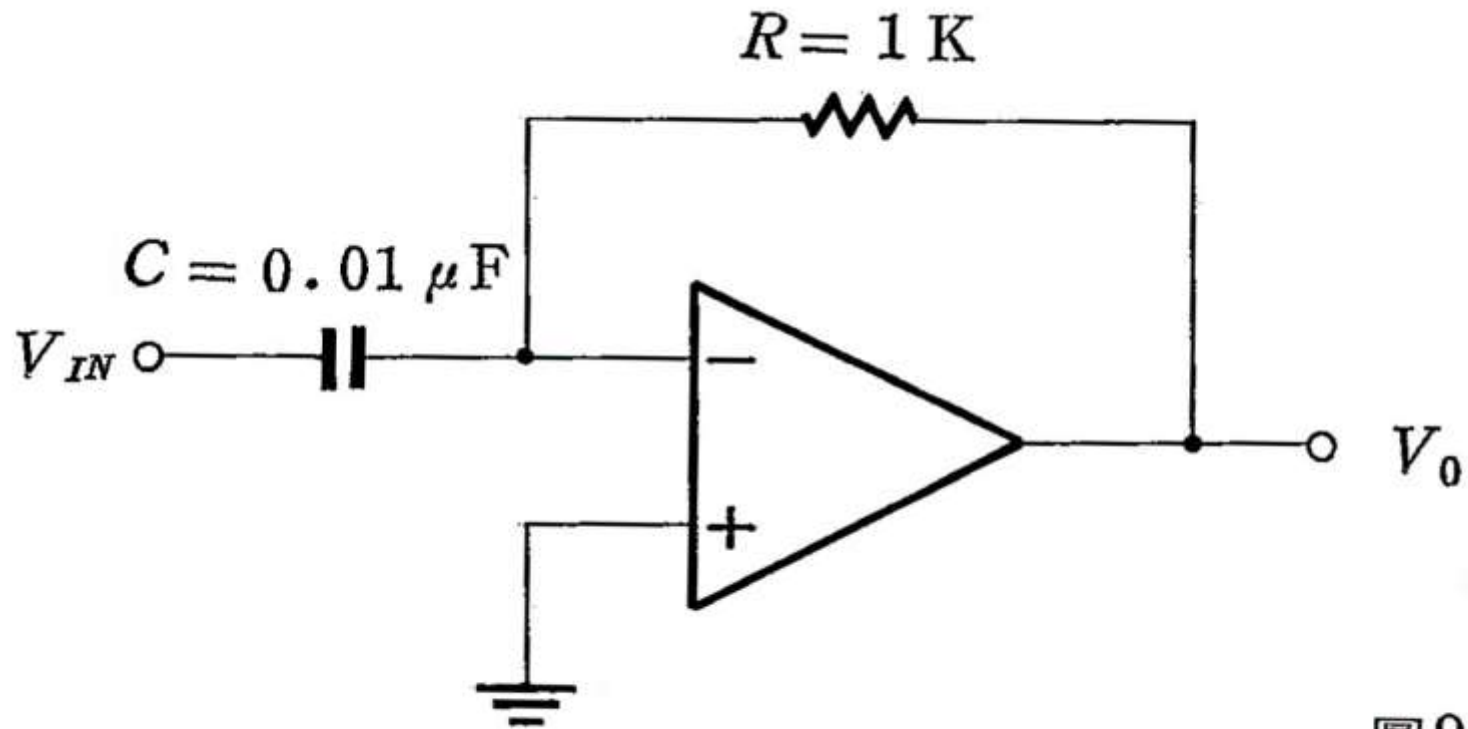


圖 9-10

討論