I

1. $f_1 = e^x, f_2 = 1, f_3 = x+1, f_4 = x - e^x$

$\cancel{f_2 = f_1 + f_2}$ $f_3 = f_1 + f_4 + f_2 \rightarrow \{f_1, f_2, f_3, f_4\}$ – линейно зависимы.

2. $f_1 = 2, f_2 = x, f_3 = x^2, f_4 = (x+1)^2$

$f_4 = f_3 + 2f_2 + \frac{1}{2}f_1 \rightarrow \{f_1, f_2, f_3, f_4\}$ – линейно зависимы.

3.

$x = \alpha_1 b_1 + \alpha_2 b_2 + \alpha_3 b_3$; $\begin{cases} 10\alpha_1 = 5 \\ 2\alpha_2 = 2 \\ \alpha_3 = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \frac{1}{2} \\ \alpha_2 = 1 \\ \alpha_3 = 3 \end{cases}$.

4. 1° $3x^2 - 2x + 2$ в базисе $\{1, x, x^2\}$ имеет коорд. $(2; -2; 3)$

2° $3x^2 - 2x + 2 = 3x^2 - 2(x-1+1) + 2 = 3x^2 - 2(x-1)$ в базисе $\{1, x-1, x^2\}$ имеет коорд. $\{0; -2; 3\}$.

5.

1° $\{0; a; b\}$ или $\{0; 0; b\} \in U_1$; U_1 – subspace? ; $\{0; 0; b\}$.

1) $\{0; a; b\} + \{0; c; d\} = \{0; a+c; b+d\} \in U_1$

2) $\alpha\{0; a; b\} = \{0; \alpha a; \alpha b\} \in U_1$.

• Сложение и умножение на скаляр в этом пр-ве замкнуто на себе, т.е. U_1 – subspace of $V = \mathbb{R}^3$.

2° 1. Да, т.к. $\{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ – базис этого подпространства.

Пусть x_1 и $x_2 \in U_1$, тогда: а) $x_1 + x_2 = (\alpha_1 u_1 + \ldots + \alpha_n u_n) + (\beta_1 u_1 + \ldots + \beta_n u_n) =$
$= \{(\alpha_1 + \beta_1)u_1; \ldots; (\alpha_n + \beta_n)u_n\} \in U_1$.
б) $\alpha x_1 = \{\alpha u_1; \ldots; \alpha u_n\} \in U_1$.