Llenado de un tanque

Trabajo Práctico Especial

Introducción

El **modelado computacional** consiste en el uso de computadoras para simular y estudiar el comportamiento de sistemas complejos mediante las matemáticas, la física y la informática. El **sistema** bajo estudio, en su definición más general se compone de un conjunto de **reglas estructuradas conocidas** que describen su comportamiento y evolución. Dichos principios son descriptos en términos de **variables y parámetros** que representan cantidades de interés para el sistema. La descripción del sistema en el lenguaje de las matemáticas se denomina **modelo matemático**.
En sistemas complejos, donde el modelo matemático no puede ser resuelto de forma **analítica**, se procede a aproximarlo con **esquemas numéricos** y resolverlos utilizando algoritmos computacionales, lo que usualmente llamamos **modelo computacional**. La ejecución de dichos algoritmos en una computadora es el proceso de **simular** el comportamiento del sistema real en un ambiente computacional.
La simulación se realiza **ajustando** cada una de estos parámetros y observando cómo los cambios afectan los **resultados**. Los resultados de las simulaciones son usados para hacer predicciones acerca de qué pasará en el sistema real que se está estudiando en respuesta a condiciones cambiantes.
El modelado permite realizar miles de **experimentos computacionales**, lo que muchas veces es **costoso o incluso inviable** si se quisieran realizar los experimentos reales.

Enunciado

Se desea modelar el **sistema físico** correspondiente al **llenado de un tanque** de agua.

- El tanque tiene forma cilíndrica, con área transversal *A* constante y una altura *C*, medidas en [m]**.**

- El agua entra al tanque por la parte superior con un caudal constante *E*, y sale por la parte inferior del mismo con un caudal constante *S*, ambos medidos en [m^3 / s].

- La altura de la columna de agua dentro del tanque se denomina *h*, y es medida en [m].

En todo momento (*t*), el volumen de agua dentro del tanque (*V*) puede expresarse como

$$V(t) = A * h(t)$$

Enunciado (cont.)

Por otro lado, la evolución temporal de la columna de agua para $t_i = i * \Delta t$, con $i \in \mathbb{N}$ y $\Delta t \in \mathbb{R}$, donde Δt representa la discretización del tiempo, puede expresarse como

$$\Delta h / \Delta t = (h(t_i) - h(t_{i-1})) / \Delta t = (E(t_i) - S(t_i)) / A$$

Luego

$$\Delta h = h(t_i) - h(t_{i-1}) = (E(t_i) - S(t_i)) * \Delta t \ / A$$

Esto permite expresar a h como función de la diferencia de caudales y de h en el instante de tiempo anterior.

$$h(t_i) = h(t_{i-1}) + (E(t_i) - S(t_i)) * \Delta t \ / A$$

Enunciado (cont.)

Dado un valor inicial para $h(t=0)=H$, y valores para todos los parámetros, podemos calcular la evolución temporal de la altura de la columna de agua y del volumen de agua de forma iterativa para cualquier instante de tiempo t_i de la siguiente manera:

$\Delta t = 1$ [s]; $H=0.25$ [m]; $E(t) = 0.0005$ [m³/s]; $S(t) = 0.00001$ [m³/s]; $A = 0.5$ [m²]; $C = 2.0$ [m]

i	t_i	$E(t)$	$S(t)$	$h(t_i) = h(t_{i-1}) + (E(t_i) - S(t_i)) * \Delta t / A$	$V(t_i) = A * h(t_i)$
0	0	*0.0005*	*0.00001*	0.250	0.1250
1	1	*0.0005*	*0.00001*	0.251	0.1255
2	2	*0.0005*	*0.00001*	0.252	0.1260
3	3	*0.0005*	*0.00001*	0.253	0.1265

Enunciado (cont.)

Parte 1
Implemente un programa que simule la evolución temporal de la altura de la columna de agua *h* con *E* y *S* **constantes**. El mismo debe solicitar al usuario los parámetros

$$\Delta t\ [s];\quad H\ [m];\quad E\ [m^3/s];\quad S\ [m^3/s];\quad A\ [m^2];\quad C\ [m]$$

Luego debe simular desde $t=0$ hasta $t=T_L$, el tiempo en el que el tanque se llena por completo. Después debe simular que se cierra la entrada pero mantiene la misma salida hasta el tiempo $t=T_V$, el tiempo en el que el tanque se vacía por completo.

Luego de entrar los parámetros, el programa debe calcular e imprimir por pantalla:

I. Tiempo t_i, en el que el tanque se llena por completo.
II. Tiempo t_i, en el que el tanque se vacía por completo.
III. **Primer** tiempo t_i, en el que la columna de agua es igual o superior a $C/2$.

Enunciado (cont.)

Parte 2
Implemente el modelo computacional para simular el llenado de un tanque donde el caudal de salida (*S*) **no es constante**, para cada uno de los siguientes casos

A. $S(t) = K * t$
B. $S(t) = W * t^2$
C. $S(t) = G/A * h(t)$

Donde *K,W y G* son parámetros numérico a ingresar por el usuario del programa.
El usuario debe ingresar

Δt [s]; H [m]; E [m³/s]; A [m²]; C [m]; K [m³/s²]; W [m³/s³]; G [m⁴/s]

Luego de entrar los parámetros, el programa debe calcular e imprimir por pantalla:

I. Tiempo t_i, en el que el tanque se llena por completo.
II. Tiempo t_i, en el que el tanque se vacía por completo.
III. **Primer** tiempo t_i, en el que la columna de agua es igual o superior a *C/2*.

Enunciado (cont.)

Observaciones
Tenga en cuenta que dependiendo de los valores de los parámetros, puede que la simulación nunca alcance a llenar el tanque por completo o hasta la mitad. En todos los casos, utilice un tiempo máximo de simulación igual a 100.000.000 Δt.
Debe chequear que los resultados de la simulación sean físicamente válidos, es decir:
$0 <= h(t) <= C$

Entrega:

- *Fecha*: **A definir**. Entregar un .zip con el código fuente del programa implementado
- Dos instancias de recuperatorio, coincidentes con las fechas de los exámenes escritos.
- *Evaluación*: Se darán como entrada los parámetros necesarios y se evaluarán las salidas correspondientes a las preguntas i, ii y iii de las partes 1 y 2. (*A definir si será por moodle o presencial*)
- Se evaluará como **Aprobado / Desaprobado** y es **necesaria su aprobación** para **aprobar la cursada**.
- Habrá preguntas relacionadas al trabajo en el **parcial / recuperatorio / prefinal**.