66.78 - Comunicaciones Digitales y Analógicas

Apunte Práctico

Sincronismo

fiuba-apuntes.github.io

Índice

Sobre el proyecto

FIUBA Apuntes nació con el objetivo de digitalizar los apuntes de las materias que andan rondando por los pasillos de FIUBA.

Además, queremos que cualquier persona sea libre de usarlos, corregirlos y mejorarlos.

Encontrarás más información sobre el proyecto o más apuntes en fiuba-apuntes.github.io.

¿Por qué usamos LaTeX?

LaTeX es un sistema de composición de textos que genera documentos con alta calidad tipográfica, posibilidad de representación de ecuaciones y fórmulas matemáticas. Su enfoque es centrarse exclusivamente en el contenido sin tener que preocuparse demasiado en el formato.

LaTeX es libre, por lo que existen multitud de utilidades y herramientas para su uso, se dispone de mucha documentación que ayuda al enriquecimiento del estilo final del documento sin demasiado esfuerzo.

Esta herramienta es muy utilizado en el ámbito científico, para la publicación de papers, tesis u otros documentos. Incluso, en FIUBA, es utilizado para crear los enunciados de exámenes y apuntes oficiales de algunos cursos.

¿Por qué usamos Git?

Git es un software de control de versiones de archivos de código fuente desde el cual cualquiera puede obtener una copia de un repositorio, poder realizar aportes tanto realizando *commits* o como realizando *forks* para ser unidos al repositorio principal.

Su uso es relativamente sencillo y su filosofía colaborativa permite que se sumen colaboradores a un proyecto fácilmente.

GitHub es una plataforma que, además de ofrecer los repositorios git, ofrece funcionalidades adicionales muy interesantes como gestor de reporte de errores.

Aclaración En todos los desarrollos estamos asumiendo que vale el modelo linealizado del PLL. Si no tenés idea de que significa esto, leete las notas de Cioffi[1].

1. Ejercicio 1 - PLL de primer orden

Considere un sistema de recuperación de portadora que utiliza un PLL. Asuma que el error de fase es lo suficientemente pequeño como para que el modelo lineal del PLL dado por la Figura 1 sea aceptable. Asuma que el filtro de lazo L(s) tiene una transferencia de orden cero L(s) = K.

1.1. Item 1

Enunciado Determine la transferencia del sistema a lazo cerrado:

$$G(s) = \frac{\hat{\Theta}(s)}{\Theta(s)}$$

y la transferencia del error:

$$G_e(s) = \frac{E(s)}{\Theta(s)}$$

determinando los valores de K para los cuales el lazo es estable.

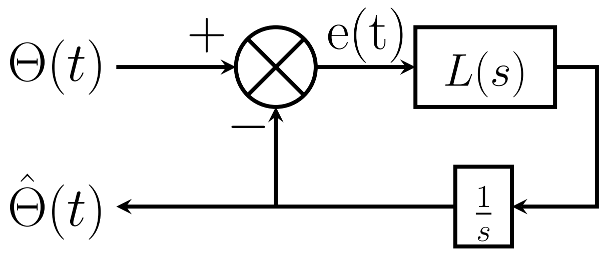

Figura 1: Diagrama en bloques de un PLL linealizado.

Siguiendo el esquema de la Figura 1, tenemos que

$$\begin{aligned}\hat{\Theta}(s) &= \frac{1}{s} L(s)\, E(s)\\ &= \frac{K}{s}(\Theta(s) - \hat{\Theta}(s))\\ G(s) = \frac{\hat{\Theta}(s)}{\Theta(s)} &= \frac{s}{s+K} \qquad (1)\end{aligned}$$

y luego:

$$\begin{aligned}G_e(s) &= \frac{\Theta(s) - \hat{\Theta}(s)}{\Theta(s)}\\ &= \frac{s}{K+s} \qquad (2)\end{aligned}$$

Analizando la ecuación 1, se observa que la transferencia del PLL posee un polo en $s = -K$. Para que el sistema sea estable todos los polos deben estar en el semiplano izquierdo, por ende debe cumplirse que $K \geq 0$.

1.2. Item 2

Enunciado Realice un diagrama de Bode de la magnitud de $G(s)$ y $G_e(s)$ indicando los valores más representativos. ¿Qué tipo de transferencia es cada una de ellas?

A esta altura de la vida, se ve claro que la transferencia del sistema $G(s)$ es un pasa-bajos, mientras que la transferencia del error $G_e(s)$ es un pasa-altos, ambos de primer orden.

1.3. Item 3

Enunciado Suponga que la portadora local tiene un offset de fase y de frecuencia constantes respecto de la portadora recibida, es decir, que $\theta(t) = (\theta_0 + \Delta\omega\, t)\, u(t)$. Determine el valor de $e(t)$ en estado estacionario.

Dado que $G_e(s)$ es estable, podemos hablar de error estacionario. Transformando $\theta(t)$ obtenemos:

$$\Theta(s) = \theta_0 \cdot \frac{1}{s} + \Delta\omega \cdot \frac{1}{s^2} \tag{3}$$

Y según el modelo linealizado (Figura 1):

$$\begin{aligned} E(s) &= \Theta(s)\, G(s) \\ &= \theta_0 \frac{1}{K+s} + \Delta\omega \frac{1}{s(K+s)} \end{aligned} \tag{4}$$

Y empleando el Teorema del Valor Final (dado que el sistema es estable):

$$\begin{aligned} e(+\infty) &= \lim_{s \to 0} sE(s) \\ &= \lim_{s \to 0} \left(\theta_0 \frac{s}{K+s} + \Delta\omega \frac{1}{K+s} \right) \\ &= \frac{\Delta\omega}{K} \end{aligned} \tag{5}$$

1.4. Item Extra

Enunciado Ya que estamos, vamos a calcular el *Rango de Enganche* del PLL.

La condición de enganche es, básicamente:

$$\Delta\omega \leq \pi L(0) \tag{6}$$

Que en este caso se reduce a: $\Delta\omega \leq K\pi$.

Bibliografía

[1] John Cioffi, *Digital Communication: Signal Processing*, 2013. Course Reader. Chapter 6. http://www.stanford.edu/group/cioffi/ee379a/

Colaboradores

Quienes se mencionan a continuación han colaborado y aportado tanto al proyecto FIUBA Apuntes como en este apunte, redactándolo, corrigiéndolo, agregando gráficos, etc.

- Fernando Iván Danko (fdanko@fi.uba.ar)

¿Querés colaborar en el proyecto? Conocé más sobre el proyecto en fiuba-apuntes.github.io.

Historial de cambios

22/01/2015 Versión inicial.