

75.12 - Análisis Numérico I

Apunte Práctico

Ejercicios claves

Índice

Sobre el proyecto	2
¿Por qué usamos LaTeX?	2
¿Por qué usamos Git?	2
1. Errores	3
Bibliografía	4
Colaboradores	5
Historial de cambios	6

Sobre el proyecto

FIUBA Apuntes nació con el objetivo de digitalizar los apuntes de las materias que andan rondando por los pasillos de FIUBA.

Además, queremos que cualquier persona sea libre de usarlos, corregirlos y mejorarlos.

Encontrarás más información sobre el proyecto o más apuntes en fiuba-apuntes.github.io.

¿Por qué usamos LaTeX?

LaTeX es un sistema de composición de textos que genera documentos con alta calidad tipográfica, posibilidad de representación de ecuaciones y fórmulas matemáticas. Su enfoque es centrarse exclusivamente en el contenido sin tener que preocuparse demasiado en el formato.

LaTeX es libre, por lo que existen multitud de utilidades y herramientas para su uso, se dispone de mucha documentación que ayuda al enriquecimiento del estilo final del documento sin demasiado esfuerzo.

Esta herramienta es muy utilizada en el ámbito científico, para la publicación de papers, tesis u otros documentos. Incluso, en FIUBA, es utilizado para crear los enunciados de exámenes y apuntes oficiales de algunos cursos.

¿Por qué usamos Git?

Git es un software de control de versiones de archivos de código fuente desde el cual cualquiera puede obtener una copia de un repositorio, poder realizar aportes tanto realizando *commits* o como realizando *forks* para ser unidos al repositorio principal.

Su uso es relativamente sencillo y su filosofía colaborativa permite que se sumen colaboradores a un proyecto fácilmente.

GitHub es una plataforma que, además de ofrecer los repositorios git, ofrece funcionalidades adicionales muy interesantes como gestor de reporte de errores.

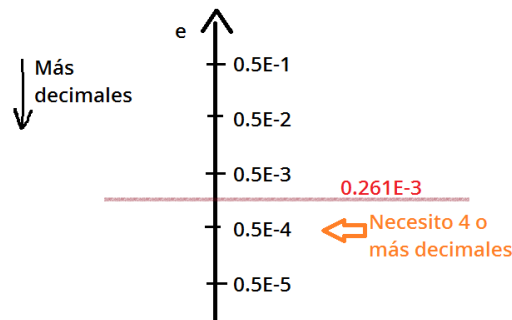


Figura 1: Cantidad de decimales y errores inherentes en punto fijo con redondeo.

1. Errores

Este es un ejercicio que en el González no está debidamente explicado.

Calcular con tres decimales correctos o significativos la siguiente expresión:

$$x = a \pi$$

siendo $\bar{a} = 1,3134$.

De acuerdo con lo convenido, asumimos que 1.3134 está correctamente redondeado, por lo tanto su error absoluto inherente es menor o igual que $0,5 \times 10^{-4}$. Por otro lado el problema numérico planteado propagará los errores inherentes de acuerdo a la siguiente expresión:

$$e_x = \pi e_a + a e_\pi$$

Tres decimales correctos o significativos significa de acuerdo a la Convención 4.2 que el error absoluto del resultado obtenido debe ser menor o igual, en módulo, a $0,5 \times 10^{-3}$; por lo tanto nuestro objetivo es que:

$$|e_x| \leq 0,5 \times 10^{-3}$$

Por la desigualdad triangular:

$$|e_x| \leq |\pi e_a| + |a e_\pi| \leq 0,5 \times 10^{-3}$$

Acoto $\pi \leq 3,15$, y $a \leq 1,3135$, pues asumo que está bien redondeado (el valor real $a \in [1,31335; 1,313450]$). Podría también haber usado algo un poco más fino, como $\pi \leq 3,1316$ y $a \leq 1,313450$, pero dado que estoy estimando una cota no necesito demasiada precisión –más adelante quedará más claro–. En fin:

$$|e_x| \leq 3,15 \cdot 0,5 \times 10^{-4} + 1,3135 |e_\pi| \leq 0,5 \times 10^{-3}$$

Y despejando:

$$|e_\pi| \leq \frac{0,5 \times 10^{-3} - 0,5 \times 10^{-4} \cdot 3,15}{1,3135} \simeq 2,61 \times 10^{-4}$$

Ahora que tenemos esta cota ¿cuántos decimales se necesitan? Necesito la *mínima* cantidad de decimales que me aseguren un error menor o igual a ese. Como uso redondeo, el error es de la forma $e = 0,5 \times 10^{-n}$, con n la cantidad de decimales. Dado que $|e_\pi| \leq 0,261 \times 10^{-3}$, podemos acotar:

$$|e_\pi| \leq 0,5 \times 10^{-n} \leq 0,261 \times 10^{-3}$$

Y despejar entonces: $n \geq 4$. Esto mismo se observa en la Figura 1.

De donde deducimos que usando π con cuatro decimales significativos y no cometiendo errores apreciables de redondeo en el producto, \bar{x} tendrá tres decimales correctos o significativos, o sea, como:

$$1,3134 \cdot 3,1416 = 4,1261774, \text{ resulta } x = 4,1261774 \pm 0,0005$$

o mejor aún:

$$\bar{x} = 4,126$$

Bibliografía

- [1] JOHN CIOFFI, *Digital Communication: Signal Processing*, 2013. Course Reader. Chapter 6.
<http://www.stanford.edu/group/cioffi/ee379a/>

Colaboradores

Quienes se mencionan a continuación han colaborado y aportado tanto al proyecto FIUBA Apuntes como en este apunte, redactándolo, corrigiéndolo, agregando gráficos, etc.

- Fernando Iván Danko (fdanko@fi.uba.ar)

¿Querés colaborar en el proyecto? Conocé más sobre el proyecto en fiuba-apuntes.github.io.

Historial de cambios

22/01/2015 Versión inicial.

29/01/2015 Agregado ejercicio 5 y cambios estéticos