

Trabajo práctico de procesamiento de señales - Estimación de parámetros utilizando LS

1. Objetivo

Se desea estimar los errores que afectan a un instrumento de medición, más precisamente, dos acelerómetros. Para esto, se cuenta con datos obtenidos de un ensayo al cual se sometieron los acelerómetros. Conociendo la clase de errores que afectan a los acelerómetros, se deberá deducir cómo, a partir del ensayo realizado, estimar los valores de estos errores.

2. Motivación

Se desea conocer la trayectoria (posición, velocidad y aceleración) de un vehículo (ver figura 1), el cual está equipado con dos acelerómetros, ubicados en las direcciones (ortogonales) x e y del vehículo. Se supone que, en todo instante de tiempo la orientación del vehículo es conocida, es decir que alcanza con conocer la posición respecto al eje x e y del vehículo. También se conocen la posición y la velocidad en el instante inicial ($t_0 = 0seg$). Para calcular la posición del vehículo se integran, dos veces, las mediciones de los acelerómetros. Debido a que los acelerómetro poseen cierto error de medición, la trayectoria calculada no coincidirá con la real:

$$\begin{aligned} A_{medida} &= A_{real} + Errores_{acel} \\ V_{calculada}(t) &= V_{inicial} + \int_{t_0}^t A_{medida}(\tau) d\tau = V_{real}(t) + \int_{t_0}^t Errores_{acel}(\tau) d\tau \\ P_{calculada}(t) &= P_{inicial} + \int_{t_0}^t V_{calculada}(\tau) d\tau = P_{real}(t) + \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\tau} Errores_{acel}(\eta) d\eta, \end{aligned}$$

donde las posiciones, velocidades, aceleraciones y errores, tienen componentes en las direcciones x e y .

Con el fin de reducir el error en el cálculo de la trayectoria, se desea eliminar, o al menos minimizar, los errores de los acelerómetros. Para esto se realizan dos ensayos (pruebas de laboratorio). En el primer ensayo se determina que los errores que afectan a los acelerómetros son de tres clases diferentes:

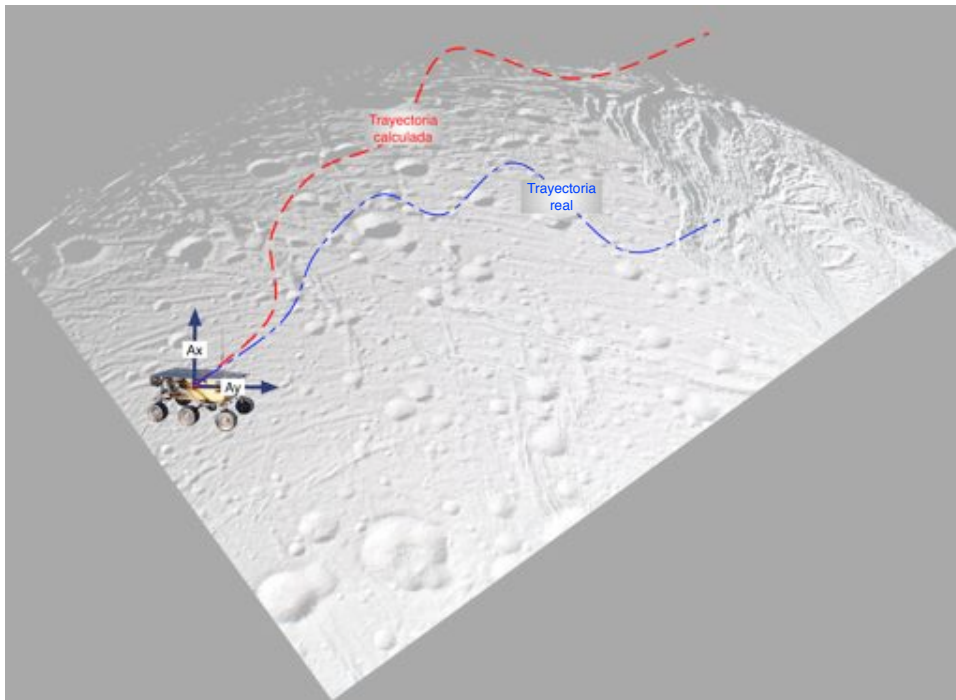


Figura 1: Vehículo del cual se desea estimar su trayectoria.

- Ruido blanco: a la medición de aceleración se le suma un ruido blanco gaussiano, de media cero y varianza conocida.
- Sesgo en la medición: al valor de aceleración se le suma un valor constante, del cual no se ha podido determinar su valor.
- Factor de escala: al valor de aceleración se le suma un error proporcional al valor medido, el valor de dicha constante de proporcionalidad no ha podido determinarse.

De esta forma la aceleración medida se relaciona con la aceleración real mediante el siguiente modelo:

$$A_{medida} = A_{real} + (Error_{escala}) * A_{real} + Error_{sesgo} + Ruido,$$

donde $Error_{escala}, Error_{sesgo} \in \mathbb{R}^2$ (componente x e y), desconocidos.

Para determinar el valor del sesgo y el factor de escala, se procede a realizar el segundo ensayo: se ubican los acelerómetros en una superficie, dejándolos medir la gravedad (cuyo valor se supone 9.8 m/s^2). Luego, esta superficie comienza a rotarse (con ángulo conocido), como indica la figura 2. Conociendo el valor del ángulo rotado y la medición de los acelerómetros, se pretende estimar el valor del sesgo y del factor de escala.

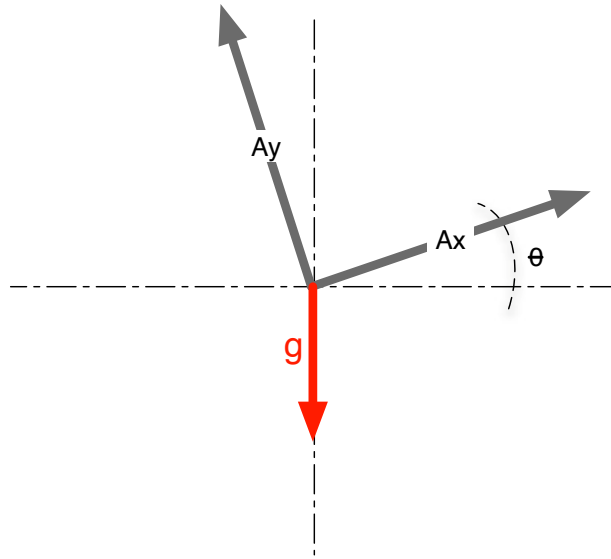


Figura 2: Vehículo del cual se desea estimar su trayectoria.

Ejercicios

1. Indique cómo haría para, a partir de los datos del ensayo, armar un modelo ($y = Ax + \eta$) que le permita estimar los sesgos y factores de escala para cada uno de los acelerómetros.
2. Estime los valores de los sesgos y factores de escala, a partir de los datos del ensayo (archivo: ensayo.mat) que se le suministraron. Calcule la varianza del estimador.
3. Calcule la trayectoria del vehículo. De las posiciones de los cuatro puntos suministrados A,B,C o D (archivo: puntos.mat) ¿a cuál de ellos llega el vehículo?.
4. Suponga que, para resolver el ítem 2, por limitaciones en la capacidad de cómputo, no puede resolver el problema de estimación LS, utilizando todos los datos del ensayo. Indique cuál sería la cantidad mínima de muestras del experimento (N), que podría usar para distinguir si el vehículo llega al punto A,B,C o D. Si bien no es posible garantizar que para un cierto N , se puede determinar A, B, C o D (¿por qué?), explique (en forma clara y sucinta) cuál es su razonamiento y consideraciones que haya tenido en cuenta.

3. Simulaciones

Los archivos fueron generados con el software FreeMat-3.6, el cual es un ambiente de desarrollo y análisis de datos para aplicaciones científicas y de ingeniería. Es un software gratuito y de código

abierto. Es similar al software comercial MATLAB de la empresa Mathworks. De hecho, la sintaxis es común entre ambos softwares, al igual que los formatos de archivos. El FreeMat-3.6 puede descargarse de (<http://freemat.sourceforge.net/>), para Linux, Mac y Windows, incluso el código fuente.

Descripción de los archivos

A continuación se describe el contenido de cada uno de los archivos que debe utilizar para resolver el problema propuesto:

Todos los archivos *.mat* se pueden cargar con el FreeMat-3.6, mediante el comando *load*.

- *ensayo.mat*: Son los datos del ensayo realizado a los acelerómetros. Contiene dos variables. La primera, llamada *tita*, contiene los valores del ángulo rotado θ (ver figura 2), en la segunda, llamada *datos*, se encuentran los valores de aceleraciones medidas en x e y , respectivamente, correspondientes a cada ángulo θ .
- *puntos.mat*: Contiene cuatro variables, llamadas A , B , C y D , contienen la posición (x, y) , de los puntos A, B, C y D, respectivamente.
- *acel.mat*: Es la aceleración medida durante la trayectoria del vehículo (ver figura 1). Contiene dos variables, la primera, llamada t , contiene el tiempo en segundos. La segunda, llamada *acel*, contiene la aceleración en los ejes x e y , respectivamente.
- *datos.txt*: Es un archivo de texto. Contiene información adicional sobre la trayectoria: posición inicial y velocidad inicial, así como la varianza del ruido blanco de los acelerómetros.