Ecuaciones de estado

$$
\begin{aligned}
x_{k+1} &= A_k x_k + B_k \xi_k \\
y_k &= C_k x_k + \eta_k \qquad k \geq 0
\end{aligned}
$$

- $\forall k, l,\ E(\eta_k) = E(\xi_k) = E(\eta_l \xi_k^*) = E(x_0 \xi_k^*) = E(x_0 \eta_k^*) = 0.$
- Existen $Q_k, R_k > 0, \forall k$ tales que $E(\xi_k \xi_l^*) = Q_k \delta_{kl}$, $E(\eta_k \eta_l^*) = R_k \delta_{kl}$ donde $\delta_{kl} = 1$ si $k = l$ y $\delta_{kl} = 0$ si $k \neq l$.
- $\{A_k\} \subset L(\mathcal{H}^n, \mathcal{H}^n)$.
- $\{B_k\} \subset L(\mathcal{H}^p, \mathcal{H}^n)$.
- $\{C_k\} \subset L(\mathcal{H}^n, \mathcal{H}^q)$.
- Ruidos blancos gaussianos.

Ecuaciones de estado

$$
\begin{aligned}
x_{k+1} &= A_k x_k + B_k \xi_k \\
y_k &= C_k x_k + \eta_k \qquad k \geq 0
\end{aligned}
$$

- $\forall k, l,\ E(\eta_k) = E(\xi_k) = E(\eta_l \xi_k^*) = E(x_0 \xi_k^*) = E(x_0 \eta_k^*) = 0.$
- Existen $Q_k, R_k > 0, \forall k$ tales que $E(\xi_k \xi_l^*) = Q_k \delta_{kl}$, $E(\eta_k \eta_l^*) = R_k \delta_{kl}$ donde $\delta_{kl} = 1$ si $k = l$ y $\delta_{kl} = 0$ si $k \neq l$.
- $\{A_k\} \subset L(\mathcal{H}^n, \mathcal{H}^n)$.
- $\{B_k\} \subset L(\mathcal{H}^p, \mathcal{H}^n)$.
- $\{C_k\} \subset L(\mathcal{H}^n, \mathcal{H}^q)$.
- Ruidos blancos gaussianos.

Ecuaciones de estado

$$
\begin{aligned}
x_{k+1} &= A_k x_k + B_k \xi_k \\
y_k &= C_k x_k + \eta_k \qquad k \geq 0
\end{aligned}
$$

- $\forall k, l,\ E(\eta_k) = E(\xi_k) = E(\eta_l \xi_k^*) = E(x_0 \xi_k^*) = E(x_0 \eta_k^*) = 0.$
- Existen $Q_k, R_k > 0, \forall k$ tales que $E(\xi_k \xi_l^*) = Q_k \delta_{kl}$, $E(\eta_k \eta_l^*) = R_k \delta_{kl}$ donde $\delta_{kl} = 1$ si $k = l$ y $\delta_{kl} = 0$ si $k \neq l$.
- $\{A_k\} \subset L(\mathcal{H}^n, \mathcal{H}^n)$.
- $\{B_k\} \subset L(\mathcal{H}^p, \mathcal{H}^n)$.
- $\{C_k\} \subset L(\mathcal{H}^n, \mathcal{H}^q)$.
- Ruidos blancos gaussianos.

Ecuaciones de estado

$$
\begin{aligned}
x_{k+1} &= A_k x_k + B_k \xi_k \\
y_k &= C_k x_k + \eta_k \qquad k \geq 0
\end{aligned}
$$

- $\forall k, l,\ E(\eta_k) = E(\xi_k) = E(\eta_l \xi_k^*) = E(x_0 \xi_k^*) = E(x_0 \eta_k^*) = 0$.
- Existen $Q_k, R_k > 0, \forall k$ tales que $E(\xi_k \xi_l^*) = Q_k \delta_{kl}$, $E(\eta_k \eta_l^*) = R_k \delta_{kl}$ donde $\delta_{kl} = 1$ si $k = l$ y $\delta_{kl} = 0$ si $k \neq l$.
- $\{A_k\} \subset L(\mathcal{H}^n, \mathcal{H}^n)$.
- $\{B_k\} \subset L(\mathcal{H}^p, \mathcal{H}^n)$.
- $\{C_k\} \subset L(\mathcal{H}^n, \mathcal{H}^q)$.
- Ruidos blancos gaussianos.

Ecuaciones de estado

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_k x_k + B_k \xi_k \\ y_k &= C_k x_k + \eta_k \qquad k \geq 0 \end{aligned}$$

- $\forall k, l,\ E(\eta_k) = E(\xi_k) = E(\eta_l \xi_k^*) = E(x_0 \xi_k^*) = E(x_0 \eta_k^*) = 0.$
- Existen $Q_k, R_k > 0, \forall k$ tales que $E(\xi_k \xi_l^*) = Q_k \delta_{kl}$, $E(\eta_k \eta_l^*) = R_k \delta_{kl}$ donde $\delta_{kl} = 1$ si $k = l$ y $\delta_{kl} = 0$ si $k \neq l$.
- $\{A_k\} \subset L(\mathcal{H}^n, \mathcal{H}^n)$.
- $\{B_k\} \subset L(\mathcal{H}^p, \mathcal{H}^n)$.
- $\{C_k\} \subset L(\mathcal{H}^n, \mathcal{H}^q)$.
- Ruidos blancos gaussianos.

Ecuaciones de estado

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_k x_k + B_k \xi_k \\ y_k &= C_k x_k + \eta_k \qquad k \geq 0 \end{aligned}$$

- $\forall k, l,\ E(\eta_k) = E(\xi_k) = E(\eta_l \xi_k^*) = E(x_0 \xi_k^*) = E(x_0 \eta_k^*) = 0.$
- Existen $Q_k, R_k > 0, \forall k$ tales que $E(\xi_k \xi_l^*) = Q_k \delta_{kl}$, $E(\eta_k \eta_l^*) = R_k \delta_{kl}$ donde $\delta_{kl} = 1$ si $k = l$ y $\delta_{kl} = 0$ si $k \neq l$.
- $\{A_k\} \subset L(\mathcal{H}^n, \mathcal{H}^n)$.
- $\{B_k\} \subset L(\mathcal{H}^p, \mathcal{H}^n)$.
- $\{C_k\} \subset L(\mathcal{H}^n, \mathcal{H}^q)$.
- Ruidos blancos gaussianos.

Ecuaciones de estado

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_k x_k + B_k \xi_k \\ y_k &= C_k x_k + \eta_k \qquad k \geq 0 \end{aligned}$$

- $\forall k, l,\ E(\eta_k) = E(\xi_k) = E(\eta_l \xi_k^*) = E(x_0 \xi_k^*) = E(x_0 \eta_k^*) = 0.$
- Existen $Q_k, R_k > 0, \forall k$ tales que $E(\xi_k \xi_l^*) = Q_k \delta_{kl}$, $E(\eta_k \eta_l^*) = R_k \delta_{kl}$ donde $\delta_{kl} = 1$ si $k = l$ y $\delta_{kl} = 0$ si $k \neq l$.
- $\{A_k\} \subset L(\mathcal{H}^n, \mathcal{H}^n)$.
- $\{B_k\} \subset L(\mathcal{H}^p, \mathcal{H}^n)$.
- $\{C_k\} \subset L(\mathcal{H}^n, \mathcal{H}^q)$.
- Ruidos blancos gaussianos.

Subespacio construido a partir de las mediciones del sistema

Dadas las mediciones $\{y_0, ..., y_{k-1}\}$ construimos:

$$S(y_0, ..., y_{k-1}) = \{z \in L^2(\Omega, \mathcal{F}, P)^n : z = \sum_{i=1}^{k-1} P_i y_i, P_i \in \mathbb{C}^{n\times q}\}$$

Subespacio de $L^2(\Omega, \mathcal{F}, P)^n$.

Nuestro porpósito es hallar $\hat{x}_{k/k-1} = P_{S(y_0,...,y_{k-1})} x_k$

Secuencia de innovaciones:

- $\hat{e}_0 = y_0$
- $\hat{e}_1 = y_1 - C_1 \hat{x}_{1/0}$
- $\hat{e}_2 = y_2 - C_2 \hat{x}_{2/1}$
- ....
- $\hat{e}_{k-1} = y_{k-1} - C_{k-1} \hat{x}_{k-1/k-2}$

Subespacio construido a partir de las mediciones del sistema

Dadas las mediciones $\{y_0, ..., y_{k-1}\}$ construimos:

$$S(y_0, ..., y_{k-1}) = \{z \in L^2(\Omega, \mathcal{F}, P)^n : z = \sum_{i=1}^{k-1} P_i y_i, P_i \in \mathbb{C}^{n\times q}\}$$

Subespacio de $L^2(\Omega, \mathcal{F}, P)^n$.
Nuestro porpósito es hallar $\hat{x}_{k/k-1} = P_{s(y_0,\dots,y_{k-1})} x_k$
Secuencia de innovaciones:

- $\hat{e}_0 = y_0$
- $\hat{e}_1 = y_1 - C_1 \hat{x}_{1/0}$
- $\hat{e}_2 = y_2 - C_2 \hat{x}_{2/1}$
- ....
- $\hat{e}_{k-1} = y_{k-1} - C_{k-1} \hat{x}_{k-1/k-2}$

Subespacio construido a partir de las mediciones del sistema

Dadas las mediciones $\{y_0, ..., y_{k-1}\}$ construimos:

$$S(y_0, ..., y_{k-1}) = \{z \in L^2(\Omega, \mathcal{F}, P)^n : z = \sum_{i=1}^{k-1} P_i y_i, P_i \in \mathbb{C}^{n \times q}\}$$

Subespacio de $L^2(\Omega, \mathcal{F}, P)^n$.
Nuestro porpósito es hallar $\hat{x}_{k/k-1} = P_{s(y_0,...,y_{k-1})} x_k$
Secuencia de innovaciones:

- $\hat{e}_0 = y_0$
- $\hat{e}_1 = y_1 - C_1 \hat{x}_{1/0}$
- $\hat{e}_2 = y_2 - C_2 \hat{x}_{2/1}$
- ....
- $\hat{e}_{k-1} = y_{k-1} - C_{k-1} \hat{x}_{k-1/k-2}$

Subespacio construido a partir de las mediciones del sistema

Dadas las mediciones $\{y_0, ..., y_{k-1}\}$ construimos:

$$S(y_0, ..., y_{k-1}) = \{z \in L^2(\Omega, \mathcal{F}, P)^n : z = \sum_{i=1}^{k-1} P_i y_i, P_i \in \mathbb{C}^{n \times q}\}$$

Subespacio de $L^2(\Omega, \mathcal{F}, P)^n$.
Nuestro porpósito es hallar $\hat{x}_{k/k-1} = P_{s(y_0,\dots,y_{k-1})} x_k$
Secuencia de innovaciones:

- $\hat{e}_0 = y_0$
- $\hat{e}_1 = y_1 - C_1 \hat{x}_{1/0}$
- $\hat{e}_2 = y_2 - C_2 \hat{x}_{2/1}$
- ....
- $\hat{e}_{k-1} = y_{k-1} - C_{k-1} \hat{x}_{k-1/k-2}$

Subespacio construido a partir de las mediciones del sistema

Dadas las mediciones $\{y_0, ..., y_{k-1}\}$ construimos:

$$S(y_0, ..., y_{k-1}) = \{z \in L^2(\Omega, \mathcal{F}, P)^n : z = \sum_{i=1}^{k-1} P_i y_i, P_i \in \mathbb{C}^{n \times q}\}$$

Subespacio de $L^2(\Omega, \mathcal{F}, P)^n$.
Nuestro porpósito es hallar $\hat{x}_{k/k-1} = P_{s(y_0,\ldots,y_{k-1})} x_k$
Secuencia de innovaciones:

- $\hat{e}_0 = y_0$
- $\hat{e}_1 = y_1 - C_1 \hat{x}_{1/0}$
- $\hat{e}_2 = y_2 - C_2 \hat{x}_{2/1}$
- ....
- $\hat{e}_{k-1} = y_{k-1} - C_{k-1} \hat{x}_{k-1/k-2}$

Subespacio construido a partir de las mediciones del sistema

Dadas las mediciones $\{y_0, ..., y_{k-1}\}$ construimos:

$$S(y_0, ..., y_{k-1}) = \{z \in L^2(\Omega, \mathcal{F}, P)^n : z = \sum_{i=1}^{k-1} P_i y_i, P_i \in \mathbb{C}^{n \times q}\}$$

Subespacio de $L^2(\Omega, \mathcal{F}, P)^n$.
Nuestro porpósito es hallar $\hat{x}_{k/k-1} = P_{s(y_0,...,y_{k-1})} x_k$
Secuencia de innovaciones:

- $\hat{e}_0 = y_0$
- $\hat{e}_1 = y_1 - C_1 \hat{x}_{1/0}$
- $\hat{e}_2 = y_2 - C_2 \hat{x}_{2/1}$
- ....
- $\hat{e}_{k-1} = y_{k-1} - C_{k-1} \hat{x}_{k-1/k-2}$

Innovaciones

$$S(y_0, ..., y_{k-1}) = S(\hat{e}_0, ..., \hat{e}_{k-1})$$

$$[\hat{e}_k, \hat{e}_l] = \begin{cases} R_l + C_l\, Cov(x_l - \hat{x}_{l/l})\, C_l^* & si\ k = l \\ 0 & si\ k \neq l \end{cases}$$

Normalizo las innovaciones: $e_k = \hat{e}_k\, Cov(x_k - \hat{x}_{k/k})^{-1/2}$

$$\hat{x}_{k-1/k-1} = \sum_{i=0}^{k-1} [x_{k-1}, e_i] e_i$$

$$\hat{x}_{k/k-1} = A_{k-1} \hat{x}_{k-1/k-1}$$

Innovaciones

$$S(y_0, ..., y_{k-1}) = S(\hat{e}_0, ..., \hat{e}_{k-1})$$

$$[\hat{e}_k, \hat{e}_l] = \begin{cases} R_l + C_l \, Cov(x_l - \hat{x}_{l/l}) \, C_l^* & si \; k = l \\ 0 & si \; k \neq l \end{cases}$$

Normalizo las innovaciones: $e_k = \hat{e}_k \, Cov(x_k - \hat{x}_{k/k})^{-1/2}$

$$\hat{x}_{k-1/k-1} = \sum_{i=0}^{k-1} [x_{k-1}, e_i] e_i$$

$$\hat{x}_{k/k-1} = A_{k-1} \hat{x}_{k-1/k-1}$$

Innovaciones

$$S(y_0, ..., y_{k-1}) = S(\hat{e}_0, ..., \hat{e}_{k-1})$$

$$[\hat{e}_k, \hat{e}_l] = \begin{cases} R_l + C_l\, Cov(x_l - \hat{x}_{l/l})\, C_l^* & si\ k = l \\ 0 & si\ k \neq l \end{cases}$$

Normalizo las innovaciones: $e_k = \hat{e}_k\, Cov(x_k - \hat{x}_{k/k})^{-1/2}$

$$\hat{x}_{k-1/k-1} = \sum_{i=0}^{k-1} [x_{k-1}, e_i] e_i$$

$$\hat{x}_{k/k-1} = A_{k-1} \hat{x}_{k-1/k-1}$$

Innovaciones

$$S(y_0, ..., y_{k-1}) = S(\hat{e}_0, ..., \hat{e}_{k-1})$$

$$[\hat{e}_k, \hat{e}_l] = \begin{cases} R_l + C_l \, Cov(x_l - \hat{x}_{l/l}) \, C_l^* & si \ k = l \\ 0 & si \ k \neq l \end{cases}$$

Normalizo las innovaciones: $e_k = \hat{e}_k \, Cov(x_k - \hat{x}_{k/k})^{-1/2}$

$$\hat{x}_{k-1/k-1} = \sum_{i=0}^{k-1} [x_{k-1}, e_i] e_i$$

$$\hat{x}_{k/k-1} = A_{k-1} \hat{x}_{k-1/k-1}$$

Covarianza del error

- Covarianza del error de estimación del estado en el instante k-1 dado que tengo información hasta el instante k-1.

$$P_{k-1/k-1} = Cov(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1/k-1})$$

- Covarianza del error de estimación del estado en el instante k dado que tengo información hasta el instante k-1.

$$P_{k/k-1} = Cov(x_k - \hat{x}_{k/k-1})$$

Algoritmo de Kalman

- Conozco la dinámica (A, B, C, D)
- Conozco los parámetros estadísticos de los ruidos ξ y η (Covarianza, media nula)
- Conozco $\hat{x}_{0/0} = E(x_0)$
- Conozco $P_{0/0} = Cov(x_0 - \hat{x}_{0/0})$
- $\hat{x}_{1/0} = A_0 \hat{x}_{0/0}$
- $P_{1/0} = A_0 P_{0/0} A_0^* + B_0 Q_0 B_0^*$
- LLega una medición (y_1)
- $K_1 = P_{1/0} C_1^* \left(C_1 P_{1/0} C_1^* + R_1 \right)^{-1}$
- $\hat{x}_{1/1} = \hat{x}_{1/0} + K_1 \left(y_1 - C_1 \hat{x}_{1/0} \right)$
- $P_{1/1} = (I - K_1 C_1) P_{1/0}$
- Vuelvo a comenzar

Algoritmo de Kalman

- Conozco la dinámica (A, B, C, D)
- Conozco los parámetros estadísticos de los ruidos ξ y η (Covarianza, media nula)
- Conozco $\hat{x}_{0/0} = E(x_0)$
- Conozco $P_{0/0} = Cov(x_0 - \hat{x}_{0/0})$
- $\hat{x}_{1/0} = A_0 \hat{x}_{0/0}$
- $P_{1/0} = A_0 P_{0/0} A_0^* + B_0 Q_0 B_0^*$
- LLega una medición (y_1)
- $K_1 = P_{1/0} C_1^* \left(C_1 P_{1/0} C_1^* + R_1\right)^{-1}$
- $\hat{x}_{1/1} = \hat{x}_{1/0} + K_1 \left(y_1 - C_1 \hat{x}_{1/0}\right)$
- $P_{1/1} = (I - K_1 C_1) P_{1/0}$
- Vuelvo a comenzar

Algoritmo de Kalman

- Conozco la dinámica (A, B, C, D)
- Conozco los parámetros estadísticos de los ruidos ξ y η (Covarianza, media nula)
- Conozco $\hat{x}_{0/0} = E(x_0)$
- Conozco $P_{0/0} = Cov(x_0 - \hat{x}_{0/0})$
- $\hat{x}_{1/0} = A_0 \hat{x}_{0/0}$
- $P_{1/0} = A_0 P_{0/0} A_0^* + B_0 Q_0 B_0^*$
- LLega una medición (y_1)
- $K_1 = P_{1/0} C_1^* \left(C_1 P_{1/0} C_1^* + R_1 \right)^{-1}$
- $\hat{x}_{1/1} = \hat{x}_{1/0} + K_1 \left(y_1 - C_1 \hat{x}_{1/0} \right)$
- $P_{1/1} = (I - K_1 C_1) P_{1/0}$
- Vuelvo a comenzar

Algoritmo de Kalman

- Conozco la dinámica (A, B, C, D)
- Conozco los parámetros estadísticos de los ruidos ξ y η (Covarianza, media nula)
- Conozco $\hat{x}_{0/0} = E(x_0)$
- Conozco $P_{0/0} = Cov(x_0 - \hat{x}_{0/0})$
- $\hat{x}_{1/0} = A_0 \hat{x}_{0/0}$
- $P_{1/0} = A_0 P_{0/0} A_0^* + B_0 Q_0 B_0^*$
- LLega una medición (y_1)
- $K_1 = P_{1/0} C_1^* \left(C_1 P_{1/0} C_1^* + R_1 \right)^{-1}$
- $\hat{x}_{1/1} = \hat{x}_{1/0} + K_1 \left(y_1 - C_1 \hat{x}_{1/0} \right)$
- $P_{1/1} = (I - K_1 C_1) P_{1/0}$
- Vuelvo a comenzar

Algoritmo de Kalman

- Conozco la dinámica (A, B, C, D)
- Conozco los parámetros estadísticos de los ruidos ξ y η (Covarianza, media nula)
- Conozco $\hat{x}_{0/0} = E(x_0)$
- Conozco $P_{0/0} = Cov(x_0 - \hat{x}_{0/0})$
- $\hat{x}_{1/0} = A_0 \hat{x}_{0/0}$
- $P_{1/0} = A_0 P_{0/0} A_0^* + B_0 Q_0 B_0^*$
- LLega una medición (y_1)
- $K_1 = P_{1/0} C_1^* \left(C_1 P_{1/0} C_1^* + R_1 \right)^{-1}$
- $\hat{x}_{1/1} = \hat{x}_{1/0} + K_1 \left(y_1 - C_1 \hat{x}_{1/0} \right)$
- $P_{1/1} = (I - K_1 C_1) P_{1/0}$
- Vuelvo a comenzar

Algoritmo del Filtro de Kalman

- $\forall k \geq 1$
- $P_{k/k-1} = A_{k-1} P_{k-1/k-1} A_{k-1}^{*} + B_{k-1} Q_{k-1} B_{k-1}^{*}$
- $K_k = P_{k/k-1} C_k^{*} \left(C_k P_{k/k-1} C_k^{*} + R_k \right)^{-1}$
- $P_{k/k} = (I - K_k C_k) P_{k/k-1}$
- $\hat{x}_{k/k-1} = A_{k-1} \hat{x}_{k-1/k-1}$
- $\hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + K_k \left(y_k - C_k \hat{x}_{k/k-1} \right)$

Dinámica del sistema

$$f(t) = f(t_0) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f^{(k)}(t_0)}{k!}(t - t_0)^k \qquad h = t_{k+1} - t_k$$

$$p(t_{k+1}) = p(t_k) + \dot{p}(t_k)(t_{k+1} - t_k) + \frac{\ddot{p}(t_k)}{2}(t_{k+1} - t_k)^2 + \mathcal{O}(3) =$$

$$= p(t_k) + v(t_k)h + a(t_k)\frac{h^2}{2} + \mathcal{O}(3)$$

$$v(t_{k+1}) = \dot{p}(t_{k+1}) = \dot{p}(t_k) + \ddot{p}(t_k)(t_{k+1} - t_k) + \mathcal{O}(2) =$$

$$= v(t_k) + a(t_k)h + \mathcal{O}(2)$$

$$a(t_{k+1}) = \dot{v}(t_{k+1}) = \dot{v}(t_k) + \mathcal{O}(1) = a(t_k) + \mathcal{O}(1)$$

Dinámica del sistema

$$f(t) = f(t_0) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f^{(k)}(t_0)}{k!}(t - t_0)^k \qquad h = t_{k+1} - t_k$$

$$p(t_{k+1}) = p(t_k) + \dot{p}(t_k)(t_{k+1} - t_k) + \frac{\ddot{p}(t_k)}{2}(t_{k+1} - t_k)^2 + \mathcal{O}(3) =$$

$$= p(t_k) + v(t_k)h + a(t_k)\frac{h^2}{2} + \mathcal{O}(3)$$

$$v(t_{k+1}) = \dot{p}(t_{k+1}) = \dot{p}(t_k) + \ddot{p}(t_k)(t_{k+1} - t_k) + \mathcal{O}(2) =$$

$$= v(t_k) + a(t_k)h + \mathcal{O}(2)$$

$$a(t_{k+1}) = \dot{v}(t_{k+1}) = \dot{v}(t_k) + \mathcal{O}(1) = a(t_k) + \mathcal{O}(1)$$

Dinámica del sistema

$$f(t) = f(t_0) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f^{(k)}(t_0)}{k!}(t - t_0)^k \qquad h = t_{k+1} - t_k$$

$$p(t_{k+1}) = p(t_k) + \dot{p}(t_k)(t_{k+1} - t_k) + \frac{\ddot{p}(t_k)}{2}(t_{k+1} - t_k)^2 + \mathcal{O}(3) =$$

$$= p(t_k) + v(t_k)h + a(t_k)\frac{h^2}{2} + \mathcal{O}(3)$$

$$v(t_{k+1}) = \dot{p}(t_{k+1}) = \dot{p}(t_k) + \ddot{p}(t_k)(t_{k+1} - t_k) + \mathcal{O}(2) =$$

$$= v(t_k) + a(t_k)h + \mathcal{O}(2)$$

$$a(t_{k+1}) = \dot{v}(t_{k+1}) = \dot{v}(t_k) + \mathcal{O}(1) = a(t_k) + \mathcal{O}(1)$$

Dinámica del sistema

$$f(t) = f(t_0) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f^{(k)}(t_0)}{k!}(t - t_0)^k \qquad h = t_{k+1} - t_k$$

$$p(t_{k+1}) = p(t_k) + \dot{p}(t_k)(t_{k+1} - t_k) + \frac{\ddot{p}(t_k)}{2}(t_{k+1} - t_k)^2 + \mathcal{O}(3) =$$

$$= p(t_k) + v(t_k)h + a(t_k)\frac{h^2}{2} + \mathcal{O}(3)$$

$$v(t_{k+1}) = \dot{p}(t_{k+1}) = \dot{p}(t_k) + \ddot{p}(t_k)(t_{k+1} - t_k) + \mathcal{O}(2) =$$

$$= v(t_k) + a(t_k)h + \mathcal{O}(2)$$

$$a(t_{k+1}) = \dot{v}(t_{k+1}) = \dot{v}(t_k) + \mathcal{O}(1) = a(t_k) + \mathcal{O}(1)$$

Modelo de estado

$$x = [\ p \quad v \quad a\ ]^T$$

$$\xi_p = \mathcal{O}(3) \quad \xi_v = \mathcal{O}(2) \quad \xi_a = \mathcal{O}(1)$$

$$x_{k+1} = \begin{pmatrix} p_{k+1} \\ v_{k+1} \\ a_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & h & \frac{h^2}{2} \\ 0 & I & h \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_k \\ v_k \\ a_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_p \\ \xi_v \\ \xi_a \end{pmatrix}$$

$$y_k = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_k \\ v_k \\ a_k \end{pmatrix} + \eta$$

Sesgo en el error de medición

$$y = Cx + \tilde{\eta}$$

donde,

- $\tilde{\eta} = b + \eta$ (ya no puede utilizarse en nuestro modelo del filtro de Kalman).
- b es un sesgo (cte.), es decir $b_{k+1} = b_k$

Aumentar el estado

$$x = \begin{pmatrix} p & v & a \end{pmatrix}$$

Llamamos,

$$z = \begin{pmatrix} x & b \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} p & v & a & b \end{pmatrix}^T$$

$$\begin{pmatrix} p_{k+1} \\ v_{k+1} \\ a_{k+1} \\ b_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & h & \frac{h^2}{2} & 0 \\ 0 & I & h & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_k \\ v_k \\ a_k \\ b_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_p \\ \xi_v \\ \xi_a \end{pmatrix}$$

$$y = [\, I \quad 0 \quad 0 \quad I \,] \begin{pmatrix} p \\ v \\ a \\ b \end{pmatrix} + \eta = Cx + b + \eta$$

Aumentar el estado

$$x = \begin{pmatrix} p & v & a \end{pmatrix}$$

Llamamos,

$$z = \begin{pmatrix} x & b \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} p & v & a & b \end{pmatrix}^T$$

$$\begin{pmatrix} p_{k+1} \\ v_{k+1} \\ a_{k+1} \\ b_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & h & \frac{h^2}{2} & 0 \\ 0 & I & h & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_k \\ v_k \\ a_k \\ b_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_p \\ \xi_v \\ \xi_a \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p \\ v \\ a \\ b \end{pmatrix} + \eta = Cx + b + \eta$$

$$z_{k+1} = \tilde{A} z_k + \tilde{B}\xi$$
$$y_k = \tilde{C}_k z_k + \eta$$

- $\tilde{A} = \begin{pmatrix} A & 0_{9\times 3} \\ 0_{3\times 9} & I_{3\times 3} \end{pmatrix}$
- $\tilde{B} = \begin{pmatrix} I_{9\times 9} \\ 0_{3\times 9} \end{pmatrix}$
- $\tilde{C} = \begin{pmatrix} C & I_{3\times 3} \end{pmatrix}$