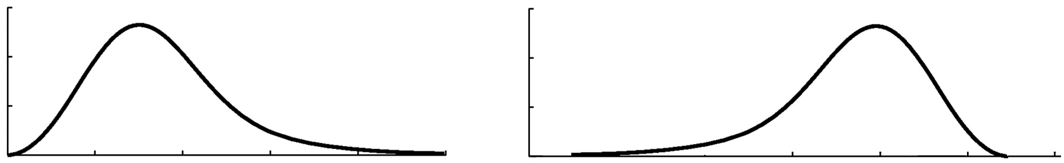
Diseño de filtro con fase lineal:
Transformador de Hilbert para codificación de voz

1. Introducción

Se considerará la realización de un esquema muy elemental de codificación de mensajes de voz, que consiste en ”espejar“ el módulo de la respuesta en frecuencia (limitado en banda) de la señal original, con respecto a una frecuencia de referencia, tal como se representa en la Fig.1.1. En esta figura bosquejamos un espectro ”original“ $|X_1(j\Omega)|$ y otro ”transformado“ $|X_2(j\Omega)| = |X_1(\Omega_r - \Omega)|$, siendo Ω_r una constante tal que: $\Omega \leq \Omega_r$, $\forall \Omega < \Omega_{max}$ del espectro original considerado. Así, se obtendrá una señal con reproducción sonora ininteligible. Teniendo en cuenta ciertas consideraciones, este esquema resultará reversible: al aplicarlo a la señal codificada podrá obtenerse (idealmente) la señal original.

Figura 1.1 Operación de ”espejado“ del espectro (abscisas: Ω; ordenadas: $|X_1(j\Omega)|$ y $|X_2(j\Omega)|$).

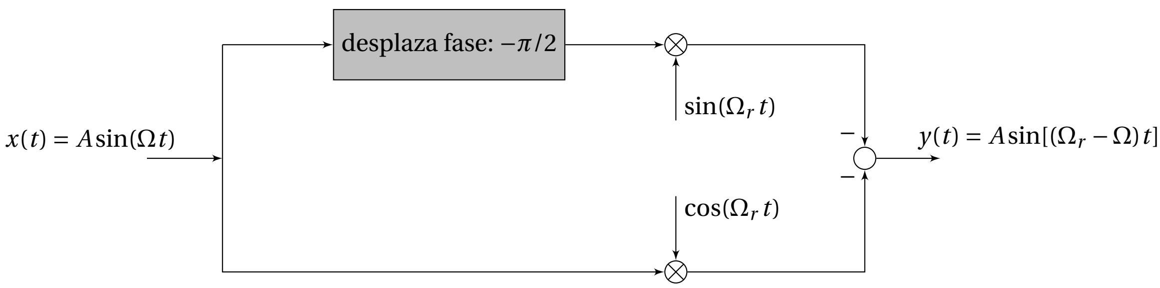


Para una señal real de tiempo contínuo, si consideramos el traslado de una componente de frecuencia $A\sin(\Omega t)$, a otra componente $A\sin[(\Omega_r - \Omega)t]$ (tomamos $\Omega_r \geq \Omega$), podemos expresar:

$$\begin{aligned} A\sin[(\Omega_r - \Omega)t] &= A\sin(\Omega_r t)\cos(\Omega t) - A\cos(\Omega_r t)\sin(\Omega t) \\ &= -A\sin(\Omega_r t)\sin(\Omega t - \pi/2) - A\cos(\Omega_r t)\sin(\Omega t) \end{aligned}$$

A partir de la última ecuación, en la Fig.1.2 dibujamos un diagrama de bloques de un sistema que nos permita realizar el intercambio de frecuencias deseado. Al hacer esto, idealmente será necesario incorporar un bloque que realice el desplazamiento de fase de valor $-\pi/2$, o sea un filtro pasa-todo con respuesta constante en fase.

Figura 1.2 Sistema planteado para ”espejar“ espectro de señal de tiempo contínuo

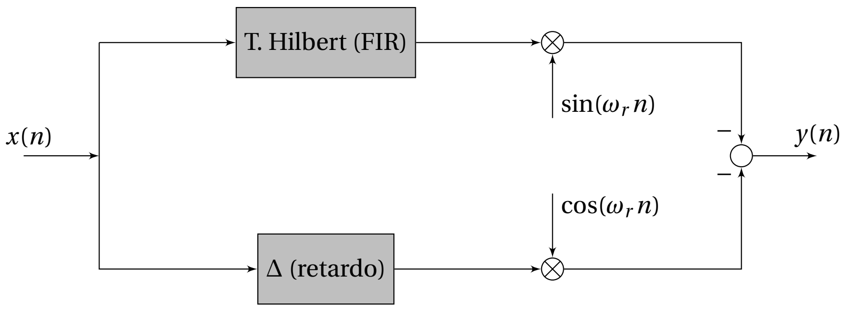


Como ya hemos visto en el curso, un Transformador de Hilbert ideal cumple este requerimiento de desplazamiento en fase, ya que su respuesta en frecuencia vale:

$$H(j\Omega) = \begin{cases} -j & \text{para } \Omega > 0, \\ 0 & \text{para } \Omega = 0, \\ j & \text{para } \Omega < 0. \end{cases}$$

Pasando a tiempo discreto, haremos una aproximación FIR de fase lineal generalizada al Transformador de Hilbert, de modo tal que el diagrama de bloques a implementar queda definido en la Fig.1.3. Notar que agregamos un retardo adecuado en la rama inferior, debido al retardo de grupo causado por la implementación FIR del T. Hilbert.

Figura 1.3 Sistema a implementar, en tiempo discreto



Al diseñar el Transformador de Hilbert con un valor pequeño de tolerancia de *ripple* (δ), eliminaremos un efecto secundario (indeseado) de este esquema, que se encuentra fuera del alcance del presente trabajo.

2. Requerimientos de diseño

Teniendo en cuenta la introducción previa, se desea implementar el esquema de la Fig.1.3 para una señal de audio de ancho de banda en el intervalo $[0, 4k\text{Hz}]$, muestreada con una tasa de $16k$sps, tomando como frecuencia de referencia para el "espejado": $\Omega_r = 4100$Hz. Considerar a la "codificación" como una operación reversible.

Se requiere diseñar y simular[‡] lo siguiente.

1. Diseñar un Transformador de Hilbert, eligiendo tipo de filtro mas adecuado, tomando como tolerancia de ripple $\delta = 0.01$, utilizando los siguientes métodos:
   a) (W)LS (*weighted least-squares*);
   b) *Equiripple* (algoritmo Parks-McClellan).
2. Elegir el mejor filtro obtenido y con éste implementar el sistema completo para la codificación/decodificación de un archivo de señal de audio (formato `.WAV`). Para las pruebas de los algoritmos, se proveen algunos archivos de audio ya codificados.
3. Entregar *scripts* (graficando toda variable relevante) y posibles aclaraciones en texto adjunto.

‡ Mediante una herramienta de *software* Matlab-*like*.