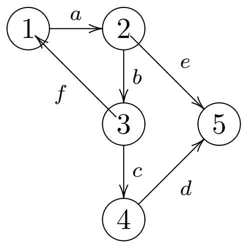
Université d'Orléans — Licence STIC, Semestre 4
Faculté des Science — Graphes et Algorithmes
Département Mathématiques — Année 2005-2006

Représentation des graphes en informatique.

1. Structure associée à la représentation graphique

Un graphe peut être représenté par une liste de sommets, chacun étant caratérisé par son nom, une étiquette éventuelle, et la liste des arcs qui ont ce sommet pour origine (eux-même caractérisés par leurs buts et éventuellement une étiquette).

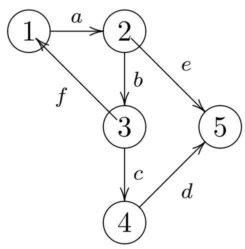


sommet 1:2
sommet 2:4, 5
sommet 3:5
sommet 4:1, 3
sommet 5:

Avantages : simplicité de la mise à jour, facilité de parcours.
Inconvénients : redondance de la représentation pour les graphes non orientés, temps d'accès aux données (adressage), le parcours ne s'effectue que dans le sens des arcs pour les graphes orientés. Ce dernier inconvénient peut être supprimé en ajoutant, pour chaque sommet, la liste des arcs qui ont ce sommet pour but,au prix d'un encombrement de la mémoire.

2. Matrice d'adjacence

Un graphe simple non étiqueté à n sommets numérotés peut être représenté par une matrice carrée $M\ (n, n)$ de 0 et 1 où $M_{i,j} = 1$ s'il existe un arc allant du sommet i au sommet j et $M_{i,j} = 0$ sinon.



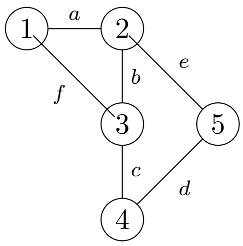
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Question : quel propriété a une matrice d'adjacence d'un graphe non orienté.
Avantages : rapidité des recherches, compacité de la représentation, simplicité des algorithmes de calcul.
Inconvénients : représentation ne convenant qu'aux graphes simples, redondance des informations pour les graphes non orientés; stockage inutile des cas inintéressants (les zéros de

la matrice), à examiner quand on parcourt le graphe (pour la complexité, $|\mathcal{A}|$ est à remplacer par $|\mathcal{S}|^2$).

3. Matrice d'incidence

Un graphe simple non-orienté à n sommets numérotés et p arcs numérotés peut être représenté par une matrice (n,p) M telle que $M_{i,j} = 1$ si le sommet i est adjacent à l'arc j et $M_{i,j} = 0$ sinon.

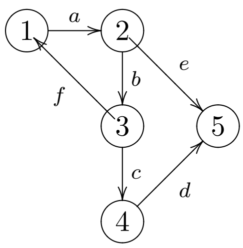


$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Question : — Quel propriété a une telle matrice ?
— Combien faut-il d'opérations pour passer d'une matrice d'incidence à une matrice d'adjacence ? Et l'inverse ?
Avantages :rapidité des recherches,compacité de la représentation, informations non redondantes pour les graphes non orientés;
Inconvénients : stockage et examen inutile de zéros; les calculs de matrices classiques ne s'appliquent pas

4. Exercice

Exercice 1. On considère le graphe :



Donnez les trois représentations du graphe.

Exercice 2. Tracer un graphe dont la matrice d'adjacence, est donnée par A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Cette matrice est-elle la matrice d'incidence d'un graphe ?

Tracer un graphe dont la matrice d'incidence est donnée par B.