

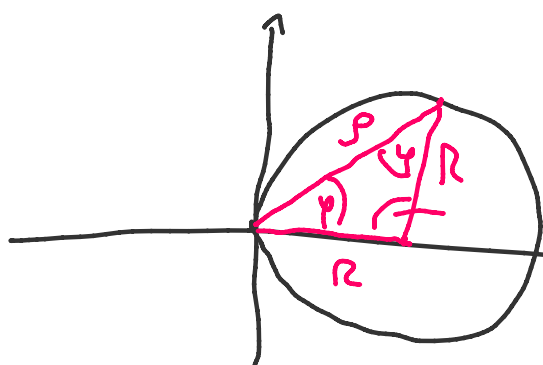
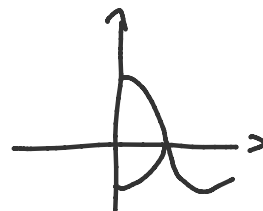
Zadanie 1

Punkt o masie m porusza się pod wpływem siły centralnej po torze w kształcie okręgu o promieniu R , który przechodzi przez centrum działania siły. Moment pędu punktu względem centrum oddziaływania siły wynosi L . Jak zależy wartość tej siły od odległości punktu od centrum?

Odpowiedź: $F(r) = -\frac{8R^2 L^2}{m r^5}$

Binet:

$$\frac{d^2}{d\varphi^2} \left(\frac{1}{s} \right) + \frac{1}{s} = - \frac{m F \cdot s^2}{L^2}$$



$$s^2 = R^2 + R^2 - 2R^2 \cos(\pi - 2\varphi)$$

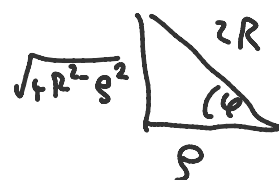
$$\Rightarrow s^2 = 2R^2(1 + \cos(2\varphi))$$

$$\Rightarrow s^2 = 4R^2 \sin^2 \varphi \Rightarrow s = 2R \cos \varphi$$

$$\omega = \frac{1}{s} = \frac{1}{2R} \sec \varphi \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{1}{2R} \sec \varphi \tan \varphi$$

$$\Rightarrow \ddot{\omega} = \frac{1}{2R} (\sec \varphi \tan^2 \varphi + \sec^3 \varphi)$$

$$\sec \varphi = \frac{2R}{s} \Rightarrow \tan \varphi = \pm \frac{\sqrt{4R^2 - s^2}}{s}$$



$$\ddot{\omega} = \frac{\sec \varphi}{2R} (\tan^2 \varphi + \sec^2 \varphi) = \frac{1}{s} (\tan^2 \varphi + \sec^2 \varphi) =$$

$$= \frac{1}{s} \left(\frac{4R^2 - s^2 + 4R^2}{s^2} \right) = \frac{8R^2}{s^3} - \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow \frac{8R^2}{s^3} = - \frac{m F s^2}{L^2} \Rightarrow F = - \frac{8R^2 L^2}{m s^5}$$