9.5

Wednesday, January 11, 2023 9:03 PM

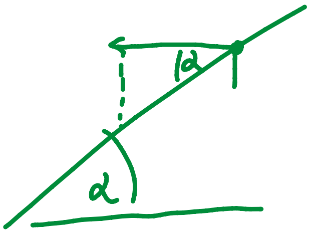
Zadanie 5
Na powierzchni bocznej pełnego walca o masie M i średnicy $2r$ nacięto wzdłuż linii śrubowej rowek. Nachylenie tej linii do poziomu wynosi α. Walec może się swobodnie obracać wokoł osi pionowej. W chwili początkowej walec spoczywał, a w wycięcie położono bardzo małą kulkę o masie m, która opuszczała się w wycięciu wprawiając walec w ruch obrotowy. Określić prędkość kątową Ω, jaką miał walec w chwili, kiedy kulka opuściła się o wysokość h.

Odpowiedź: $\Omega = \frac{2m}{r}\sqrt{\frac{2gh}{M^2+2Mm+(M+2m)^2\operatorname{tg}^2\alpha}}$

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I_w\Omega^2}{2}$$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 \quad ; \quad I_k\omega = I_w\cdot\Omega \Rightarrow mr^2\cdot\frac{v_x}{r} = \frac{Mr^2}{2}\cdot\Omega$$

$$\Rightarrow v_x = \frac{M}{2m}\Omega r$$



$$\Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_x+\Omega r} \Rightarrow v_y = \operatorname{tg}\alpha(v_x+\Omega r)$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{m}{2}\cdot(v_x^2+v_y^2) + \frac{Mr^2}{4}\cdot\Omega^2$$

$$2mgh = m\left(v_x^2 + \operatorname{tg}^2\alpha(v_x+\Omega r)^2\right) + \frac{M}{2}r^2\Omega^2$$

$$2gh = \left(\frac{M^2}{4m^2}\Omega^2r^2 + \operatorname{tg}^2\alpha\left(\frac{M}{2m}+1\right)^2\cdot\Omega^2r^2\right) + \frac{Mr^2}{2m}\Omega^2$$

$$\Rightarrow 2gh = \left(\frac{M^2}{4m^2} + \operatorname{tg}^2\alpha\left(\frac{M}{2m}+1\right)^2 + \frac{M}{2m}\right)\Omega^2r^2$$

$$\Rightarrow \Omega = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{2gh}{\frac{M}{2m}+\frac{M^2}{4m^2}+\operatorname{tg}^2\alpha\left(\frac{M}{2m}+1\right)^2}\cdot\frac{4m^2}{4m^2}}$$

$$\Rightarrow \Omega = \frac{2m}{r}\sqrt{\frac{2gh}{M^2+2Mm+\operatorname{tg}^2\alpha(M+2m)^2}}$$

$$\Rightarrow \Omega = \frac{}{r}\sqrt{\frac{}{M^2+2Mm+tg^2\alpha\,(M+2m)^2}}$$

$\boxed{m}$