

Elektronske komponente

Z. Prijić

Elektronski fakultet Niš
Katedra za mikroelektroniku

Predavanja 2014.



Sadržaj

1 Kalem

- Definicije
- Odziv kalema na impulsnu pobudu
- Odziv kalema na naizmenični signal
- Kalem na visokim učestanostima



Sadržaj

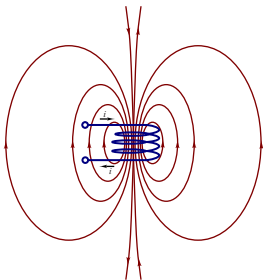
1 Kalem

- Definicije
- Odziv kalema na impulsnu pobudu
- Odziv kalema na naizmenični signal
- Kalem na visokim učestanostima



Kalem - definicije

Kalem je pasivna elektronska komponenta koja se tipično sastoji od većeg broja navojaka provodne žice. Prolazak struje kroz kalem uspostavlja magnetno polje¹.



Magnetno polje se predstavlja koncentričnim linijama magnetnog fluksa Φ . Jedinica je Veber (Wb).

¹Detaljnije o magnetizmu u materijalu iz predmeta Elektrotehnika II. ►



Kalem - definicije

Gustina fluksa i induktivnost

Gustina magnetnog fluksa B predstavlja broj linija fluksa Φ koje prolaze kroz površinu A :

$$B = \frac{\Phi}{A} \quad (\text{T} = \text{Wb m}^{-2}) \quad (1)$$

Jedinica je Tesla.

Induktivnost kalema L predstavlja meru promene magnetnog fluksa $d\Phi$ usled promene struje kroz kalem di_L :

$$L = N \frac{d\Phi}{di_L} \quad (\text{H}), \quad (2)$$

pri čemu je N broj navojaka kalema. Jedinica za induktivnost je Henri.



Kalem - definicije

Indukovani napon

Promena magnetnog fluksa $d\Phi$ u vremenu t indukuje na krajevima kalema napon (Faradejev zakon):

$$v_L = N \frac{d\Phi}{dt} . \quad (3)$$

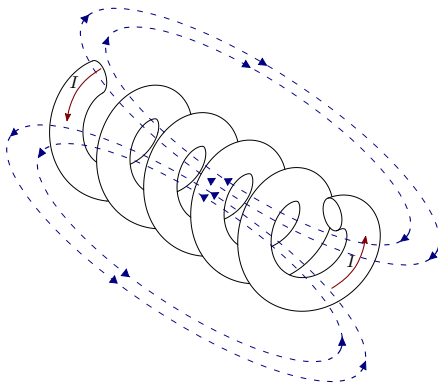
Kada promenu magnetnog fluksa izaziva struja koja protiče kroz kalem, polaritet indukovano napona je takav da se suprotstavlja protoku struje (Lencov zakon). Iz (2) i (3) je:

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} . \quad (4)$$



Kalem - definicije

Konstantna struja



Za konstantnu struju kroz kalem, magneto polje je konstantno.



Sadržaj

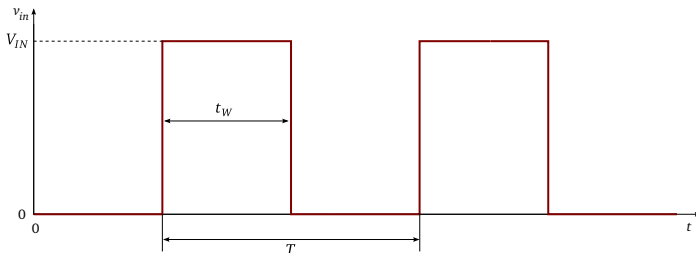
1 Kalem

- Definicije
- Odziv kalema na impulsnu pobudu
- Odziv kalema na naizmenični signal
- Kalem na visokim učestanostima



Impulsna pobuda

Povorka naponskih impulsa



Amplituda impulsa je V_{IN} . Učestanost impulsa je $f = 1/T$, pri čemu je T perioda impulsa. Faktor iskorišćenja periode (*Duty Cycle*) je:

$$D = \frac{t_W}{T} \times 100 \quad (\%)$$

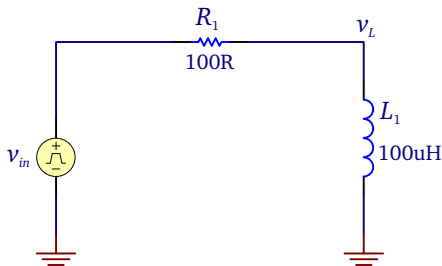
Impulsi se kontinualno ponavljaju sa periodom T .



Odziv kalema na impulsnu pobudu

Osnovno kolo

Na kalem $L_1 = 100\mu\text{H}$ se, preko otpornika $R_1 = 100\Omega$, dovodi povorka impulsa v_{in} .

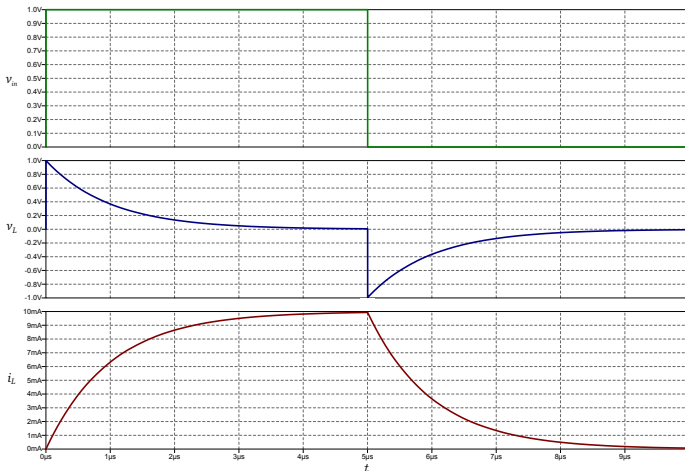


Neka je amplituda impulsa $V_{IN} = 1\text{ V}$, perioda $T = 10\mu\text{s}$, a faktor iskorišćenja periode $D = 50\%$.



Odziv kalema na impulsnu pobudu

Pobudni napon v_{in} , napon na kalemu v_L i struja kroz kalem i_L



Odziv kalema na impulsnu pobudu

Mehanizam

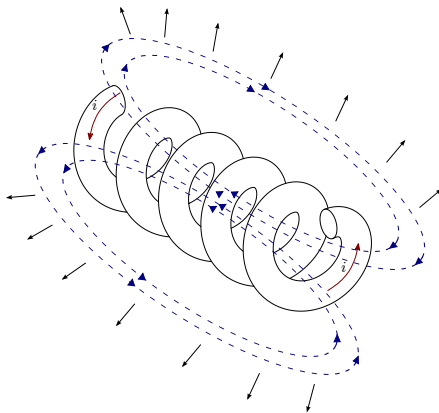
- Neposredno po dovođenju impulsa, na krajevima kalema se indukuje napon $V_L = V_{IN}$, koji teži da se suprotstavi protoku struje kroz kalem - u prvom trenutku struja kroz kalem je jednaka nuli.
- Zbog kontinualnog prisustva impulsa, struja kroz kalem počinje da raste, a indukovani napon opada, sve dok ne postane jednak nuli. Struja kroz kalem postaje konstantna i njenu vrednost ograničava otpornik R_1 . Kalem se električno pojavljuje kao kratak spoj i kolo ulazi u stacionarno stanje.

Da bi kroz kalem protekla struja, na njegovim krajevima se prvo uspostavlja napon!



Odziv kalema na impulsnu pobudu

Po dovođenju impulsa



Magnetno polje se „širi“ .

Odziv kalema na impulsnu pobudu

Vremenska konstanta

- Struja raste eksponencijalno, tako da je:

$$i_L = \frac{V_{IN}}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (5)$$

pri čemu je τ *vremenska konstanta* kalema:

$$\tau = \frac{L_1}{R_1} \quad (s) \quad (6)$$

- Kolo ulazi u stacionarno stanje nakon vremena $t \simeq 5\tau$. Tada je struja kroz kalem konstantna i iznosi $I_L = V_{IN}/R_1$ (u primeru $1\text{ V}/100\ \Omega = 10\text{ mA}$).



Odziv kalema na impulsnu pobudu

Energija

- U stacionarnom stanju kalem je akumulirao energiju W_L u magnetnom polju:

$$W_L = \frac{1}{2} L_1 I_L^2 \text{ (J)} . \quad (7)$$

Akumulirana energija je posledica rada koji je „uložio“ izvor da bi uspostavio konstantnu struju kroz kalem.



Odziv kalema na impulsnu pobudu

Mehanizam

- Neposredno po prestanku dejstva impulsa, na krajevima kalema se indukuje napon $V_L = -V_{IN}$, koji teži da održi prethodno uspostavljeno stacionarno stanje - zbog toga je *negativan*!
- Zbog odsustva impulsa, struja kroz kalem počinje da opada, a indukovani napon raste², sve dok ne postane jednak nuli. Struja kroz kalem postaje jednaka nuli i kolo ulazi u stacionarno stanje.

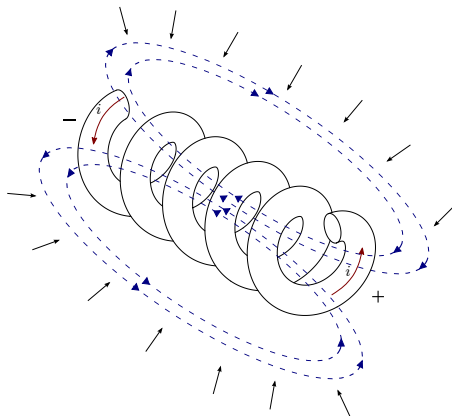
Napomena: indukcija negativnog napona na kalemu je posebno opasna jer može oštetiti izvor!

²Raste od vrednosti $-V_{IN}$ do nule.



Odziv kalema na impulsnu pobudu

Po prestanku impulsa



Magnetno polje „kolabira“ .



Odziv kalema na impulsnu pobudu

Mehanizam

- Struja opada eksponencijalno, tako da je:

$$i_L = \frac{V_{IN}}{R_1} e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (8)$$

- Kolo ulazi u stacionarno stanje nakon vremena $t \simeq 5\tau$. Tada je struja kroz kalem jednaka nuli. Napon na kalemu je takođe jednak nuli.



Odziv kalema na impulsnu pobudu

Primer

Za razmatrano kolo:

$$\tau = \frac{L_1}{R_1} = \frac{100 \cdot 10^{-6}}{100} = 1 \mu\text{s}$$

Kalem će biti u stacionarnom stanju za vreme:

$$t \simeq 5\tau = 5 \mu\text{s}$$

Ako je vreme trajanja impulsa t_W kraće od 5τ , kalem neće biti u stacionarnom stanju, već će struja kroz njega varirati.



Odziv kalema na impulsnu pobudu

Opšta formula

U opštem slučaju se trenutna vrednost struje kroz kalem može opisati pomoću izraza:

$$i_L = I_2 + (I_1 - I_2) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (9)$$

gde su I_1 i I_2 početna i krajnja vrednost struje kroz kalem, respektivno.



Odziv kalema na impulsnu pobudu

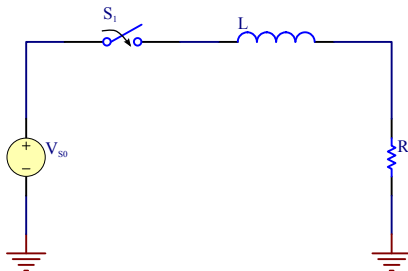
Nazivna struja (*Rated Current*)

Maksimalna struja koja može da prođe kroz kalem naziva se *nazivna* ili *nominalna struja*. Njena vrednost pre svega zavisi od vrste materijala od koje je napravljen kalem, kao i od geometrijskih parametara. Ako kroz kalem prođe struja veća od nominalne, na kalemu će doći do značajne disipacije snage, odnosno pregrevanja. Posledica po električno kolo može biti prekid.



Odziv kalema na impulsnu pobudu

Izvor i prekidač



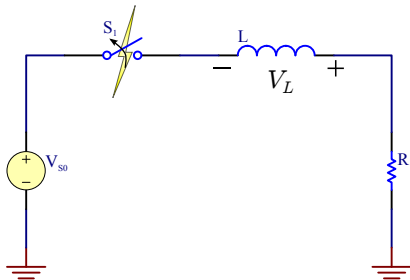
Nakon zatvaranja prekidača uspostavlja se stacionarno stanje, na isti način kao i u kolu sa impulsnom pobudom.



Odziv kalema na impulsnu pobudu

Izvor i prekidač - princip svećice

Prilikom otvaranja prekidača dolazi do nagle promene vrednosti struje u kolu od V_{S0}/R do nule. Na prekidaču se, usled velike razlike potencijala na njegovim krajevima, može pojaviti varničenje!



Sadržaj

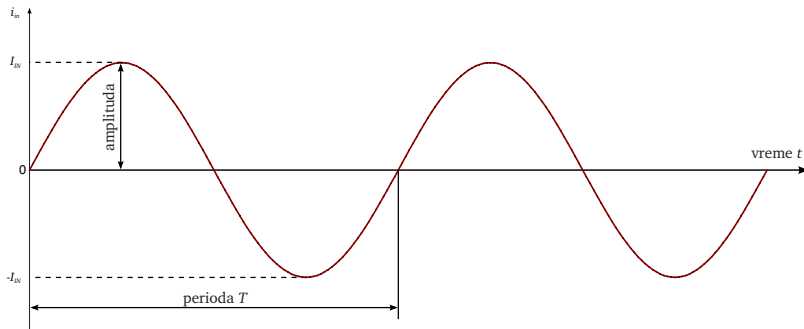
1 Kalem

- Definicije
- Odziv kalema na impulsnu pobudu
- **Odziv kalema na naizmenični signal**
- Kalem na visokim učestanostima



Odziv kondenzatora na naizmenični signal

Prostoperiodični naizmenični signal (sin) - AC



Signal se ponavlja sa periodom T . Učestanost signala je:

$$f = \frac{1}{T}$$

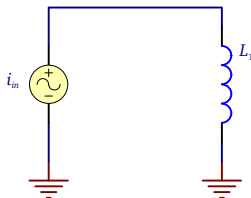


Odziv kalema na naizmenični signal

Idealni kalem sa naizmeničnom pobudom

Neka je, u idealnom slučaju, $R_1 = 0$. Na kalem se dovodi prostoperiodični naizmenični signal i_{in} :

$$i_{in} = I_{IN} \sin(\omega t)$$



Kružna učestanost ω je:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$



Odziv kalema na naizmenični signal

Trenutna vrednost struje

Prema definiciji je trenutna vrednost napona na kalem:

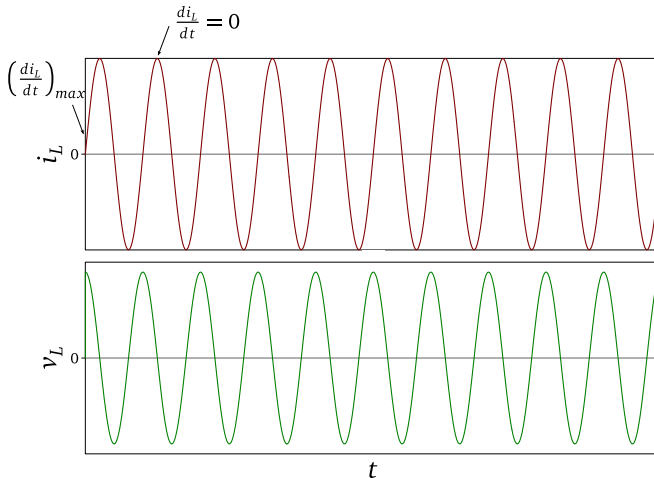
$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (10)$$

- napon na kalemu će biti maksimalan kada je promena struje u vremenu maksimalna
- napon na kalemu će biti jednak nuli kada je promena struje u vremenu jednaka nuli



Odziv kalema na naizmenični signal

Da bi kroz kalem protekla struja, na njegovim krajevima najpre mora da se pojavi napon!



Odziv kalema na naizmenični signal

Reaktansa kalema (*Inductive Reactance*)

- Ako se poveća učestanost, struja kroz kalem će se brže menjati u vremenu. Zbog toga će napon da poraste:
 $f \uparrow \Rightarrow \omega \uparrow \Rightarrow di_L/dt \uparrow \Rightarrow v_L \uparrow$
- Ako se poveća induktivnost, porašće i napon: $L \uparrow \Rightarrow v_L \uparrow$

Može se definisati mera otpora koji kalem pruža promeni struje kroz njega. Ona je, na osnovu prethodnih zaključaka, direktno proporcionalna učestanosti i induktivnosti. Naziva se *reaktansa kalema*:

$$X_L = \omega L = 2\pi fL \quad (\Omega) \quad (11)$$



Odziv kalema na naizmenični signal

Reaktansa kalema - granični slučajevi

Kada je induktivnost fiksna:

- Za niske učestanosti reaktansa ima malu vrednost. Za jednosmerni signal $\omega = 0 \Rightarrow X_L = 0$, pa se kalem u kolu pojavljuje kao kratak spoj.
- Za visoke učestanosti reaktansa ima veliku vrednost. Za naizmenični signal visoke učestanosti $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow X_L \rightarrow \infty$, pa se kalem u kolu pojavljuje kao *prekid*!



Odziv kalema na naizmenični signal

Reaktansa kalema - primer

Neka je $L = 10 \mu\text{H}$.

- Za $f = 10 \text{ Hz}$ je:

$$X_L = 2\pi fL \simeq 62.8 \text{ m}\Omega$$

- Za $f = 100 \text{ MHz}$ je:

$$X_L = 2\pi fL \simeq 6.28 \text{ k}\Omega$$



Odziv kalema na naizmenični signal

Snaga

Idealni kalem ne disipira energiju. Tokom jedne poluperiode naizmeničnog signala energija se akumulira u kalem u obliku magnetnog polja. Tokom druge poluperiode se akumulirana energija vraća izvoru. Teorijski gledano, nema gubitka energije na kalem. Trenutna snaga je:

$$p_L = v_L i_L$$

Kada je trenutna snaga pozitivna, kalem akumulira energiju.
Kada je trenutna snaga negativna, kalem vraća energiju.



Odziv kalema na naizmenični signal

Efektivna vrednost naizmeničnog signala (*Root Mean Square – rms*)

Efektivna vrednost naizmeničnog napona jednaka je vrednosti jednosmernog napona koji na istom opterećenju disipira istu snagu kao i taj naizmenični napon. Slično važi i za struju. Efektivna vrednost *sinusnog* signala predstavlja njegovu amplitudu podeljenu sa $\sqrt{2}$:

$$V_{eff} = \frac{V_{IN}}{\sqrt{2}}$$
$$I_{eff} = \frac{I_{IN}}{\sqrt{2}}$$



Odziv kalema na naizmenični signal

Reaktivna snaga (*Reactive Power*)

Kod kalema se definiše *reaktivna snaga*:

$$P_{Lr} = V_{Leff} I_{Leff} \quad (\text{VAR}) \quad (12)$$

Jedinica je VAR - Volt-Amper-Reaktivni. Za reaktivnu snagu važe relacije:

$$P_{Lr} = \frac{V_{Leff}^2}{X_L}$$
$$P_{Lr} = I_{Leff}^2 X_L$$



Odziv kalema na naizmenični signal

Impedansa (*Impedance*)

Oblik Omovog zakona za naizmenične signale:

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} \quad (13)$$

Veličine \mathbf{I} i \mathbf{V} su fazori³. Veličina \mathbf{Z} se naziva *impedansa*. Formalno gledano, impedansa *nije* fazor, jer se u opštem slučaju ne menja prostoperiodično u vremenu.

- Kod otpornika su struja i napon u fazi, pa je:

$$\mathbf{Z}_R = \frac{\mathbf{V}_R}{\mathbf{I}_R} = \frac{V_R \angle 0^\circ}{I_R \angle 0^\circ} = \frac{V_R}{I_R} = R \quad (14)$$

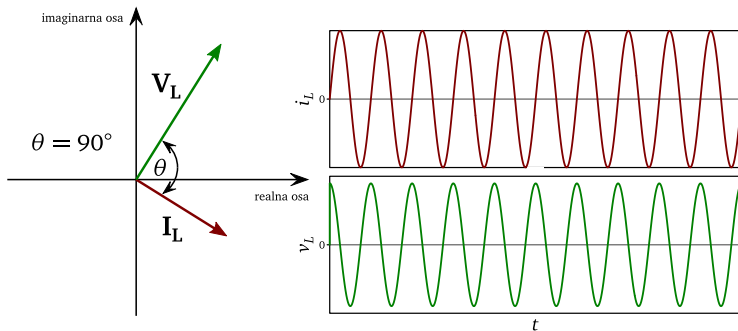
³Detaljnije o fazorima u delu o kondenzatorima.



Odziv kalema na naizmenični signal

Fazni pomeraj kod kalema

Kod kalema napon ne prati struju u vremenu, već u odnosu na nju ide ispred (prednjači). Drugim rečima, napon i struja su međusobno *fazno pomereni* i to tako da napon prednjači u odnosu na struju za 90° .



Odziv kalema na naizmenični signal

Impedansa kalema

Pošto napon prednjači u odnosu na struju za 90° , impedansa kalema je:

$$\mathbf{Z}_L = \frac{\mathbf{V}_L}{\mathbf{I}_L} = \frac{V_L \angle 90^\circ}{I_L \angle 0^\circ} = \frac{V_L}{I_L} \angle (90^\circ - 0^\circ) = X_L \angle 90^\circ \quad (15)$$

U kompleksnom obliku je:

$$\boxed{\mathbf{Z}_L = jX_L} \quad (16)$$

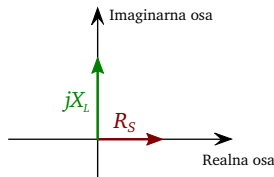
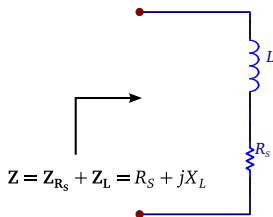
pri čemu je X_L reaktansa kalema definisana izrazom (11).



Odziv kalema na naizmenični signal

Ekvivalentna serijska otpornost (*Equivalent Series Resistance*)

Žica u namotajima realnog kalema reaguje na promenu struje, tako što disipira energiju u vidu toplote. To znači da, za razliku od idealnog, kod realnog kalema postoji gubitak energije. Ovaj gubitak se može električno opisati uvođenjem otpornika na red sa idealnim kalemom.



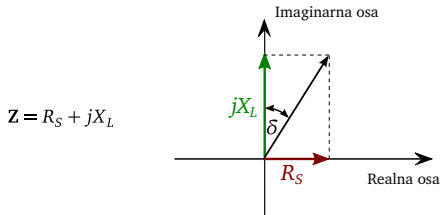
Otpornost R_S se naziva *ekvivalentna serijska otpornost* (ESR).



Odziv kalema na naizmenični signal

Gubici u namotajima

Gubici u namotajima se mogu opisati preko *tangensa ugla gubitaka* δ :



$$\tan \delta = \frac{R_S}{X_L} = \frac{R_S}{\omega L} \quad (17)$$

Tangens ugla gubitaka naziva se još i faktor disipacije (*Dissipation factor*) i označava sa *DF*.



Odziv kalema na naizmenični signal

Faktor dobrote (*Quality Factor*)

Recipročna vrednost tangensa ugla gubitaka naziva se *faktor dobrote kalema* Q :

$$Q = \frac{1}{\tan \delta} = \frac{\omega L}{R_S} \quad (18)$$

Faktor dobrote je u stvari odnos reaktivne snage idealnog kalema i snage disipirane na njegovim namotajima:

$$Q = \frac{P_{Lr}}{P_{R_S}} = \frac{I_{Leff}^2 X_L}{I_{Leff}^2 R_S} = \frac{X_L}{R_S} = \frac{\omega L}{R_S} \quad (19)$$



Odziv kalema na naizmenični signal

Faktor dobrote

Šta pokazuje faktor dobrote?

- Da bi kalem mogao da radi na višim učestanostima, potrebno je da ima što manju ekvivalentnu serijsku otpornost.

Proizvođači u tehničkim specifikacijama obično daju minimalnu i tipičnu vrednost faktora dobrote, pri određenim učestanostima (npr. za 100 MHz).



Sadržaj

1 Kalem

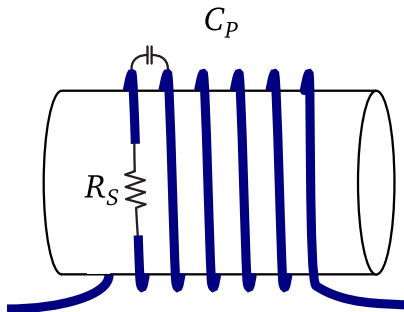
- Definicije
- Odziv kalema na impulsnu pobudu
- Odziv kalema na naizmenični signal
- Kalem na visokim učestanostima



Kalem na visokim učestanostima

Parazitna kapacitivnost

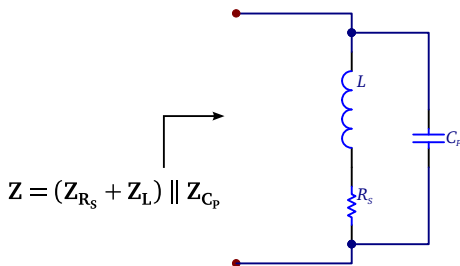
Zbog postojanja navojaka, realni kalem poseduje i parazitnu kapacitivnost.



Kalem na visokim učestanostima

Parazitna kapacitivnost (*Stray Capacitance*)

Ova kapacitivnost se može električno opisati uvođenjem kondenzatora paralelno sa idealnim kalemom i njegovom ekvivalentnom serijskom otpornošću.



Kalem na visokim učestanostima

Impedansa kola

Reaktansa i impedansa⁴ kondenzatora su:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \quad (\Omega) \quad (20)$$

$$Z_C = -jX_C \quad (21)$$

pri čemu je C kapacitivnost kondenzatora.
Impedansa kola je:

$$Z = (Z_{R_s} + Z_L) \parallel Z_{C_p} \quad (22)$$

⁴Detaljnije u delu o kondenzatorima.



Kalem na visokim učestanostima

Impedansa kola

Ekvivalentna serijska otpornost ima značajan uticaj na impedansu samo na niskim učestanostima. Već na srednjim učestanostima se može smatrati da je $Z_L \gg Z_{R_s}$, pa se kolo svodi na paralelnu vezu kalema i kondenzatora:

$$Z \simeq Z_L \parallel Z_{C_p} \quad (23)$$

- Reaktansa kondenzatora opada sa porastom učestanosti:

$$X_C \sim \frac{1}{f}$$

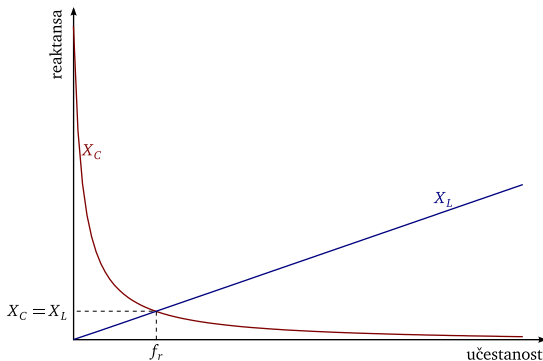
- Reaktansa kalema raste sa porastom učestanosti:

$$X_L \sim f$$



Kalem na visokim učestanostima

Rezonantna učestanost



Na *rezonantnoj učestanosti* f_r će reaktanse kondenzatora i kalema biti jednake.



Kalem na visokim učestanostima

Rezonantna učestanost

Rezonantna učestanost se određuje iz uslova:

$$X_L = X_{C_p} \implies 2\pi f_r L = \frac{1}{2\pi f_r C_p},$$

odakle je:

$$f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC_p}} \quad (24)$$



Kalem na visokim učestanostima

Impedansa

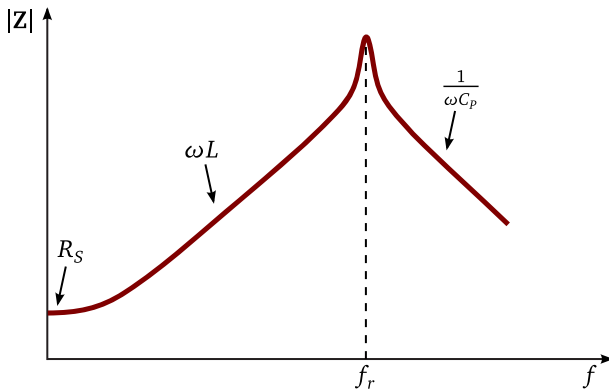
- Do rezonantne učestanosti dominira induktivna priroda impedanse.
- Iznad rezonantne učestanosti dominira kapacitivna priroda impedanse.

Kod kalema sa jezgrom, ekvivalentno kolo uključuje i otpornost koja predstavlja gubitke u jezgru. U zavisnosti od jezgra, ova otpornost se može pojaviti redno ili paralelno.



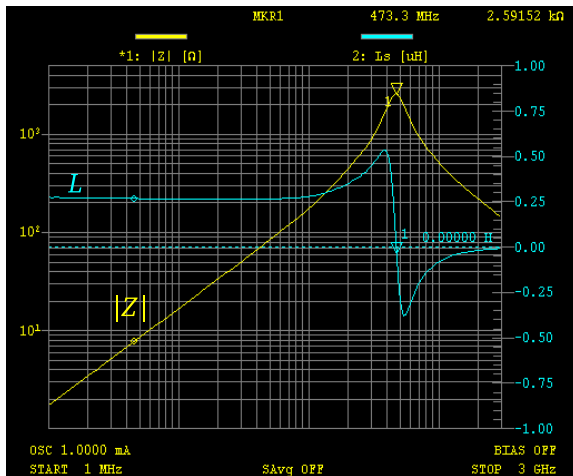
Kalem na visokim učestanostima

Zavisnost impedanse realnog kalema od učestanosti



Kalem na visokim učestanostima

Eksperimentalne karakteristike realnog kalem



Kalem na visokim učestanostima

- Iznad rezonantne učestanosti kalem počinje da se ponaša kao kondenzator!
- Rezonantna učestanost implicitno zavisi od konstrukcije kalema.
- Područje primene određenog tipa kalema ograničeno je rezonantnom učestanošću.



Završne napomene

Dodatna literatura

Radi konciznosti, u ovoj prezentaciji nisu dati detalji vezani za izvođenje pojedinih izraza. Te informacije se mogu naći u dodatnom materijalu za predmet [Elektronske komponente](#), kao i u materijalima iz predmeta Elektrotehnika I i II. Zainteresovani studenti se mogu osloniti i na slobodno dostupnu inostranu literaturu, npr. [Lessons in Electric Circuits](#). Takođe, predstavljanje kompleksnih brojeva je uprošćeno u odnosu na formalne definicije, koje se mogu pronaći u literaturi iz predmeta Matematika I.

