UNIVERSIDAD TEGNOLÓGICA DE PANAMA

CAMPUS LEVI LASSO

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

Fundamentos de Telecomunicaciones

TRABAJO EXTRA

Tema

PROBLEMAS RESUELTOS DE LA PRÁCTICA 1, 2, 3 Y 4

CORRECIÓN DEL PARCIAL 1

PROGRAMAS DE LA TEXAS INSTRUMENTS CX CAS

Presentado Por

Fernando Guiraud 8-945-692
Daniel Wen 2-745-718

Profesor
CARLOS MEDINA

Grupo

1EE141

Fecha de Entrega

13 de Julio del 2022

INTRODUCCIÓN

En este trabajo extra para la materia de fundamentos de telecomunicaciones tenemos como objetivo digitalizar todas las prácticas realizadas durante el transcurso del primer semestre del 2022. Además de eso, se decidió realizar la corrección del Parcial 1 y presentar los programas realizados en la calculadora Texas Instruments CX CAS que fueron de mucha ayuda durante la realización de los problemas. Se decidió escoger hacer la corrección del parcial 1 porque las practicas 1 y 2 fueron las mas complicadas de realizar, por lo tanto, se decidió hacer la corrección de ese respectivo parcial como complemento a los problemas ya realizados.

También cabe recalcar que este portafolio de trabajo tiene como propósito servir como evidencia de las habilidades y destrezas relevantes desarrolladas por los estudiantes durante el curso.

Universidad Tecnológica de Panamá

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Fundamentos de Telecomunicaciones

Dr.-Ing. Carlos A. Medina C.

Problemas de la práctica 1

INTEGRANTES:

FERNANDO GUIRAUD 8-945-692

DANIEL WEN 2-745-718

PRÁCTICA 1: Señales y Sistemas

1. Convierta las siguientes potencias de señal en dBm: 0.01 μW, 5 pW.

Para 0.01 μW:

$$P_{dBm} = 10\ \log_{10}\left(\frac{P_{mW}}{1\ mW}\right)$$

$$P_{dBm} = 10\ \log_{10}\left(\frac{0.01 \times 10^{-6}}{1\ \times 10^{-3}}\right)$$

$$P_{dBm} = -50\ dBm$$

Para 5 pW:

$$P_{dBm} = 10\ \log_{10}\left(\frac{P_{mW}}{1\ mW}\right)$$

$$P_{dBm} = 10\ \log_{10}\left(\frac{5 \times 10^{-12}}{1\ \times 10^{-3}}\right)$$

$$P_{dBm} = -83.01\ dBm$$

2. Convierta las siguientes potencias de señal en Watts: – 50 dBm, – 3 dBW.

Para – 50 dBm:

$$\boldsymbol{P_W = 10^{\left(\frac{-50}{10}\right)} \cdot (1 \times 10^{-3})}$$

$$\boldsymbol{P_W = 1 \times 10^{-8}} \text{ W}$$

Para – 3 dBW:

$$\boldsymbol{P_{kW} = 10^{\left(\frac{P_{dB}-30}{10}\right)}}$$

$$\boldsymbol{P_W = 10^{\left(\frac{(-3)-30}{10}\right)} \cdot (1 \times 10^{3})}$$

$$\boldsymbol{P_W = 0.5012\ W}$$

3. Para la señal periódica continua $x(t) = 2 + \cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right) + 4\sin\left(\frac{5\pi t}{3}\right)$ determine la frecuencia fundamental ω_o y los coeficientes de la serie de Fourier a_k tales que

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k\, exp(jk\omega_o t)$$

Para COS:

$$\boldsymbol{\omega_1 t = \frac{2\pi t}{3}}$$

$$\boldsymbol{2\pi f_1 = \frac{2\pi}{3}}$$

$$\boldsymbol{f_1 = \frac{1}{3}}$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{T_1 = \frac{1}{f_1} = 3}$$

Para SEN:

$$\omega_2 t = \frac{5\pi t}{3}$$

$$2\pi f_2 = \frac{5\pi}{3}$$

$$f_2 = \frac{5}{6}$$

$$\therefore \quad T_2 = \frac{1}{f_2} = \frac{6}{5}$$

Por medio de relación:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{6/5} = \frac{5}{2}$$

$$2\,T_1 = 5\,T_2$$

$$2(3) = 5\left(\frac{6}{5}\right)$$

$$6 = 6$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{T_o = 6}$$

Como $\omega_o = {}^{2\pi}/_{T_o} \Rightarrow \omega_o = {}^{2\pi}/_{6} = {}^{\pi}/_{3}$

Los coeficientes de la serie de Fourier están dados por:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k\, exp(jk\omega_o t) = 2 + \cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right) + 4\sin\left(\frac{5\pi t}{3}\right)$$

donde

$$a_o = 2$$

$$a_n = \cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right) \Rightarrow {}^{1}/_{2}\left(e^{\frac{j2\pi t}{3}} + e^{\frac{-j2\pi t}{3}}\right)$$

$$b_n = 4\sin\left(\frac{5\pi t}{3}\right) \Rightarrow 4\left[\frac{1}{j2}\left(e^{\frac{j5\pi t}{3}} + e^{\frac{-j5\pi t}{3}}\right)\right]$$

$$\therefore \qquad x(t) = {}^{1}/_{2}\, e^{\frac{j2\pi t}{3}} + {}^{1}/_{2}\, e^{\frac{-j2\pi t}{3}} + 2e^{\frac{j5\pi t}{3}} - 2e^{\frac{-j5\pi t}{3}}$$

Coeficientes:

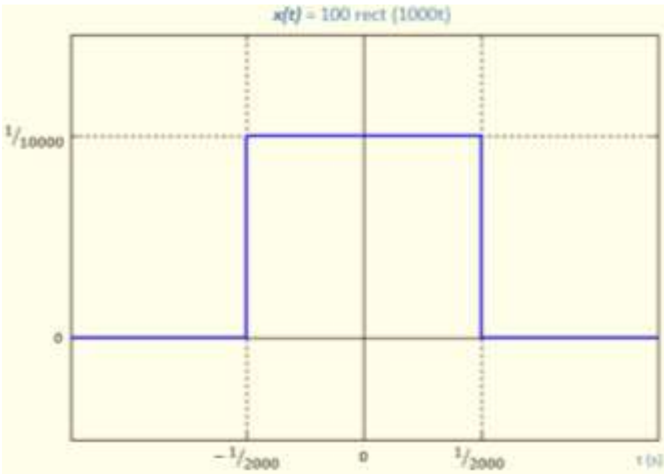
$$a_o = 2 \qquad a_{+5} = 2$$

$$a_{+2} = {}^{1}/_{2} \qquad a_{-2} = -2$$

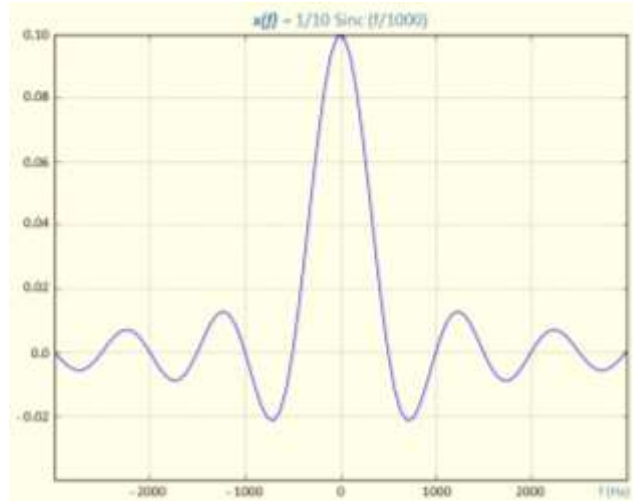
$$a_{-2} = {}^{1}/_{2}$$

4. Considere la señal $x(t) = 100\, rect(1000t)$.
   - Grafique su representación en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia.

Dominio del Tiempo

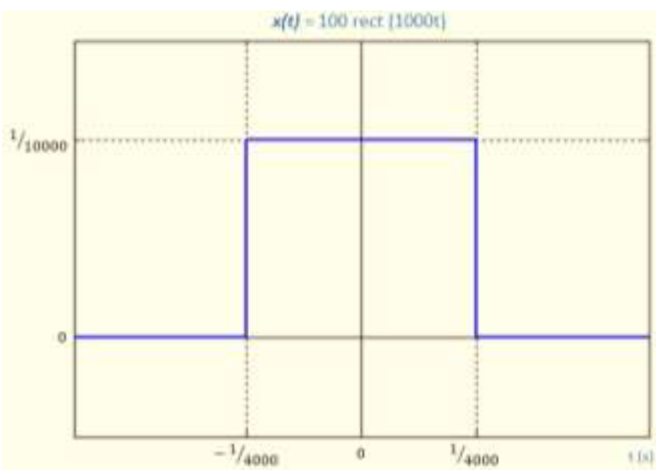


Dominio de la Frecuencia

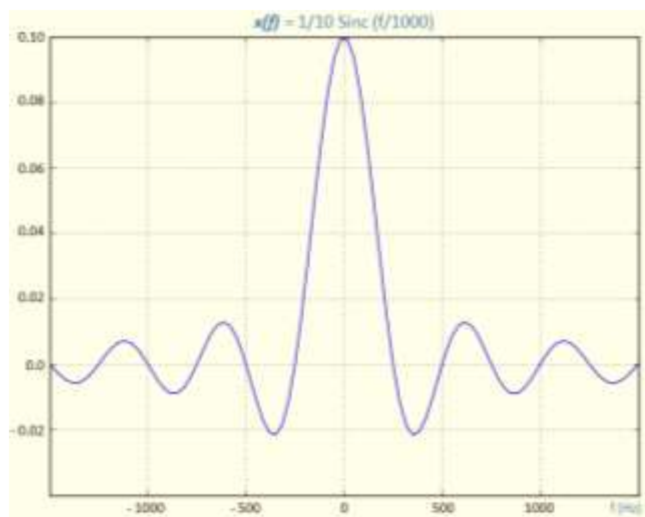


- Si la duración del pulso se recorta a la mitad, grafique nuevamente los espectros correspondientes. ¿Qué pasa con el ancho de banda del primer nulo cuando la duración del pulso se recorta a la mitad?

Dominio del Tiempo
(Recortado a la mitad)

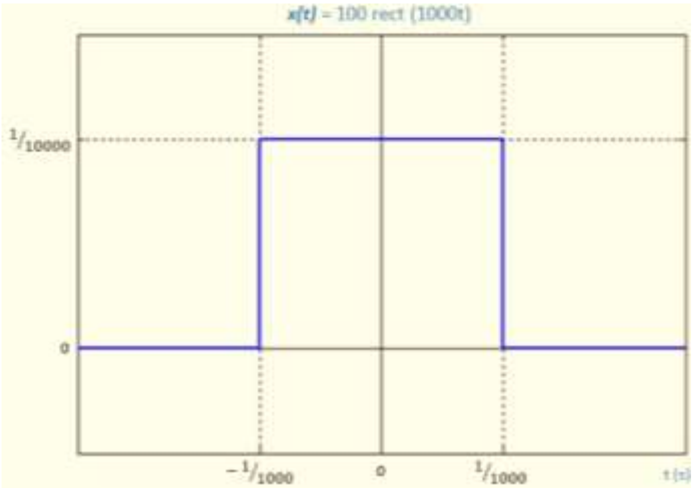
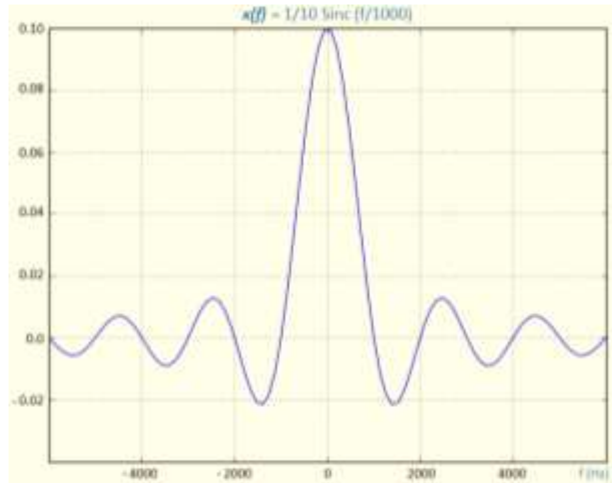


Dominio de la Frecuencia
(Recortado a la mitad)



R./
El ancho de banda del primer nulo cuando la duración del pulso se recorta a la mitad se reduce como se puede apreciar en su espectro. Mientras que en el dominio del tiempo este se amplía.

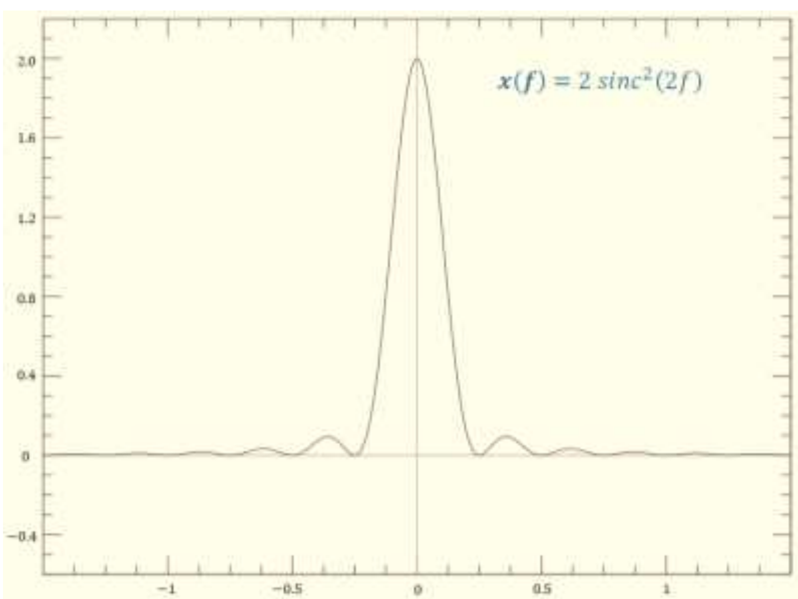
- Si la duración del pulso se duplica, grafique nuevamente los espectros correspondientes. ¿Qué pasa con el ancho de banda del primer nulo cuando la duración del pulso se duplica?

Dominio del Tiempo (Duplicado)	**Dominio de la Frecuencia** (Duplicado)
	

R./
El ancho de banda del primer nulo cuando la duración del pulso se duplica, este se extiende para el espectro en el dominio de la frecuencia. Mientras que en el tiempo este reduce.

- Determine el producto tiempo-ancho de banda para los tres casos anteriores. ¿Qué puede concluir?
  R./ El producto tiempo-ancho de banda del pulso permanece constante.

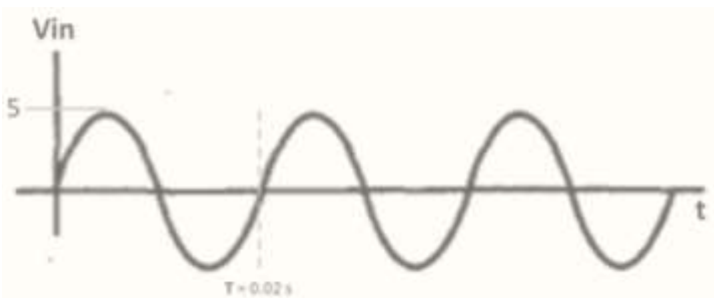
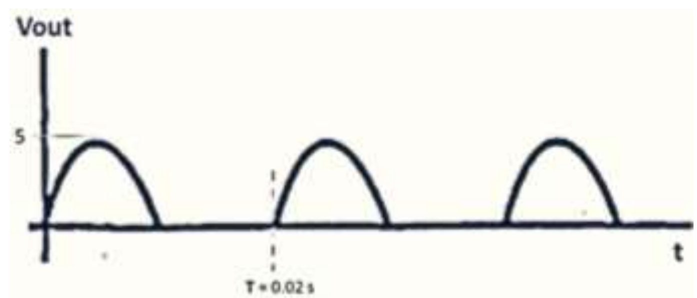
5. Para las siguientes señales $x(t)$ y $x_p(t)$, donde $x(t) = \Delta\left(\frac{t}{2}\right)$ y $x_p(t)$ corresponde a la repetición periódica de $x(t)$, con periodo T_0 = 2 s, determine y grafique los espectros de amplitud de ambas señales. ¿Qué puede concluir?



Para ambas funciones al ser triangulares, sus espectros tienen la misma forma de una función $Sinc^2$.

6. Una onda sinusoidal de amplitud 5 V y frecuencia 50 Hz, se aplica a un rectificador de media onda. Grafique el espectro de magnitud de las señales de entrada y de salida. ¿Qué tipo de distorsión produce el canal?

Tenemos que: A = 5 V
T = (1/50 Hz) = 0.02 s

Rectificador de media onda	
Señal de entrada	Señal de salida
	

COEFICIENTES DE LA SERIE DE FOURIER:

$$a_o = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} A\ \sin(\omega_o t)\ dt$$

$$a_o = 50\int_0^{0.01} 5\ \sin(100\pi t)\ dt = 50\left(\frac{1}{10\pi}\right)$$

$$\boldsymbol{a_o = \frac{5}{\pi}}$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} A\ \sin(\omega_o t)\cos(n\omega_o t)\ dt$$

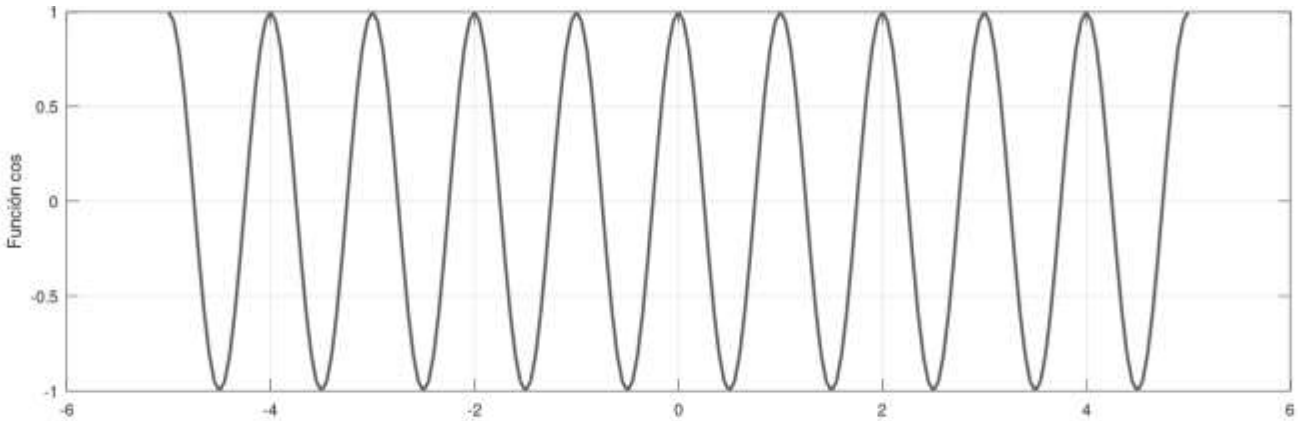
$$a_n = 100\int_0^{0.01} 5\ \sin(100\pi t)\cos(100n\pi t)\ dt$$

$$a_n = \frac{5}{\pi}\left[\frac{1}{(1+n)} + \frac{1}{(1-n)}\right] = \frac{5}{\pi}\left[\frac{1-n+1+n}{(1+n)(1-n)}\right]$$

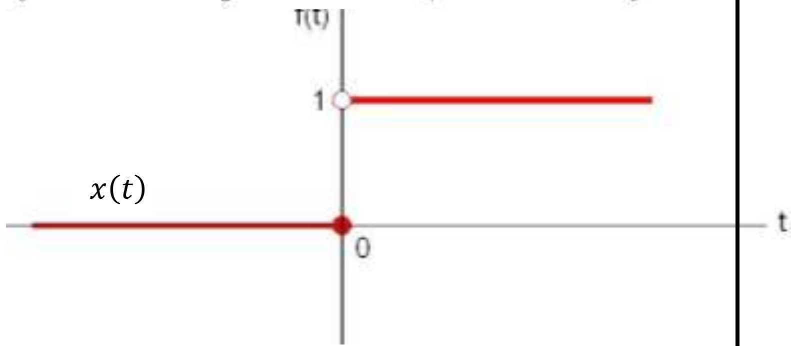
$$a_n = \frac{5}{\pi}\left[\frac{2}{(1+n^2)}\right]$$

$$\boldsymbol{a_n = \frac{10}{\pi(1+n^2)}} \quad , para\ n\ par$$

7. Grafique las siguientes señales, clasifíquelas (todos los tipos), y determine su potencia o energía normalizada.
   - $x(t) = \mathrm{A}\cos(2\pi t), -5 < t < 5 \quad (si\ A = 1)$
     - Señal de Tiempo Continuo
     - Señal Periódica
     - Señal Analógica
     - Determinística
     - Señal de energía $E_x = \int_{-5}^{5}(A\,cos(2\pi t))^2\,dt = 5A^2$



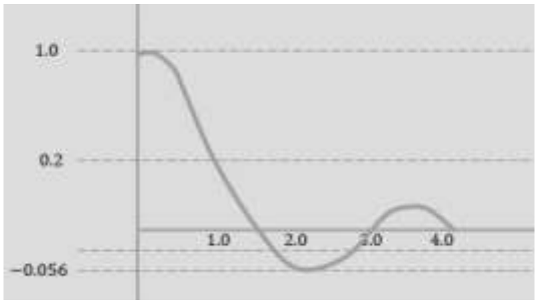
- $x(t) = \mathrm{u}(t)$
-
  - Señal de Tiempo Continuo
  - Señal No-periódica
  - Digital
  - Determinística
  - No es de potencia ni de energía



8. Clasifique las siguientes señales en señales de energía o de potencia, y determine su correspondiente valor.
   - $x(t) = exp(-t)\cos(t)\,u(t)$
     - Señal de energía

$$E_x = \int_0^{\infty} (e^{-t}\,cos(t))^2\,dt$$

$$\boldsymbol{E_x = 0.375 = \frac{3}{8}}$$



   - $x(t) = \mathrm{A}\cos(2\pi f_1 t) + B\cos(2\pi f_2 t)$
     - Señal de Potencia, tomar en cuenta que ambas frecuencias son ortogonales.

$$\boldsymbol{P_x = \frac{A^2 + B^2}{2}}$$

9. Determine si la señal $x(t)$ es periódica. Si lo es, encuentre su periodo

$$x(t) = \cos\left(\frac{1}{3}t\right) + \sin\left(\frac{1}{5}t\right)$$

Para COS:	Para SEN:
$\boldsymbol{2\pi f_1 = \frac{1}{3}}$ $\boldsymbol{f_1 = \frac{1}{6\pi}}$ $\therefore \quad \boldsymbol{T_1 = \frac{1}{f_1} = 6\pi}$	$2\pi f_2 = \frac{1}{5}$ $f_2 = \frac{1}{10\pi}$ $\therefore \quad T_2 = \frac{1}{f_2} = 10\pi$

Por medio de relación:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{6\pi}{10\pi} = \frac{3}{5}$$

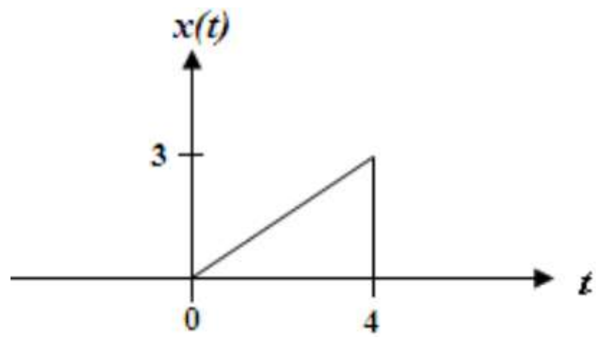
$$5\,T_1 = 3\,T_2$$
$$5(6\pi) = 3(10\pi)$$
$$30\pi = 30\pi$$
$$\therefore \quad \boldsymbol{T_o = 30\,\pi}$$

10. Evalúe las siguientes integrales que involucran impulsos:

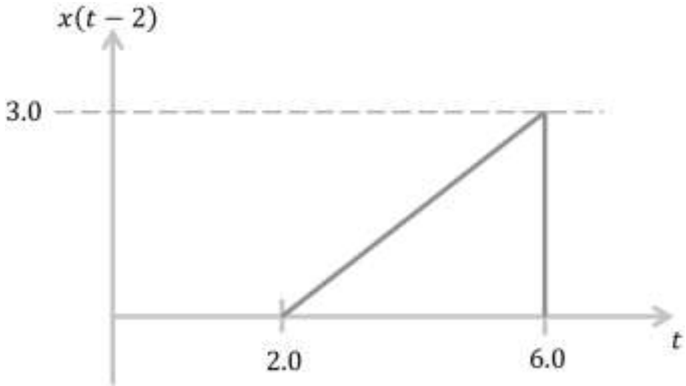
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) t^2 dt = t^2|_{t=0} = \mathbf{0}$$

$$\int_{-2}^{5} \delta(t+4)(t+1)^2 dt = (t+1)^2|_{-4} = (-4+1)^2 = \mathbf{9}$$

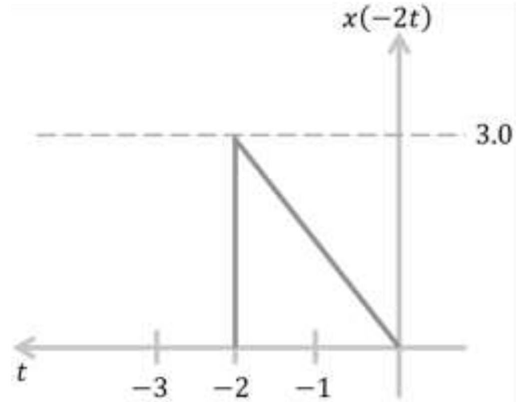
11. Para la señal x(t) de la figura, grafique y especifique los valores de los ejes de las siguientes señales:



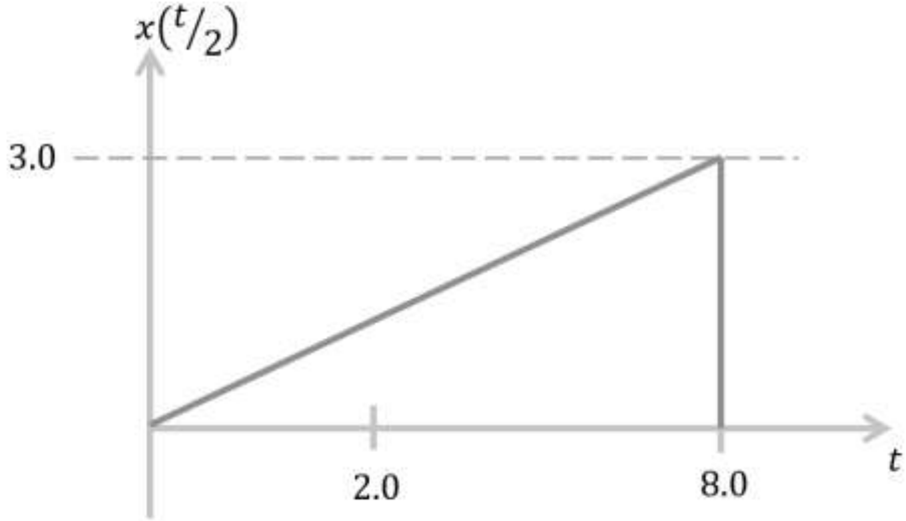
$x(t-2)$: Corrimiento hacia la derecha



$x(-2t)$: Inversión y compresión



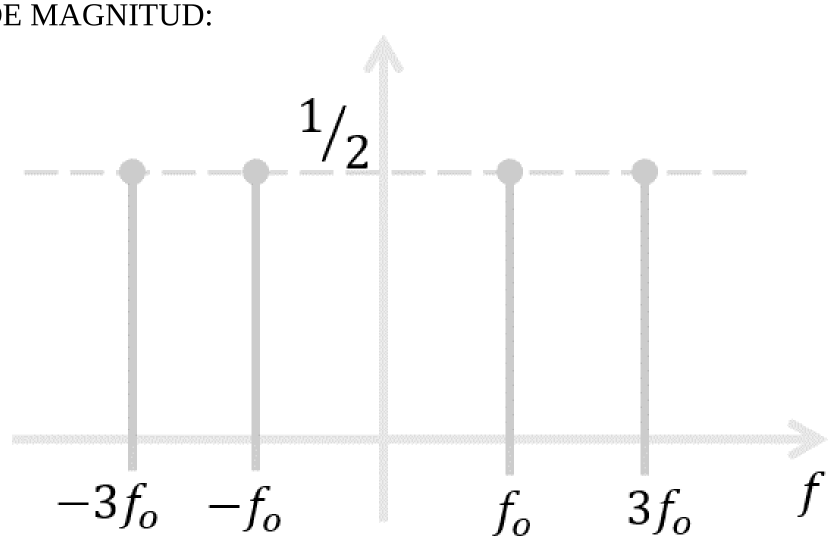
$x\left(\frac{t}{2}\right)$: Expansión



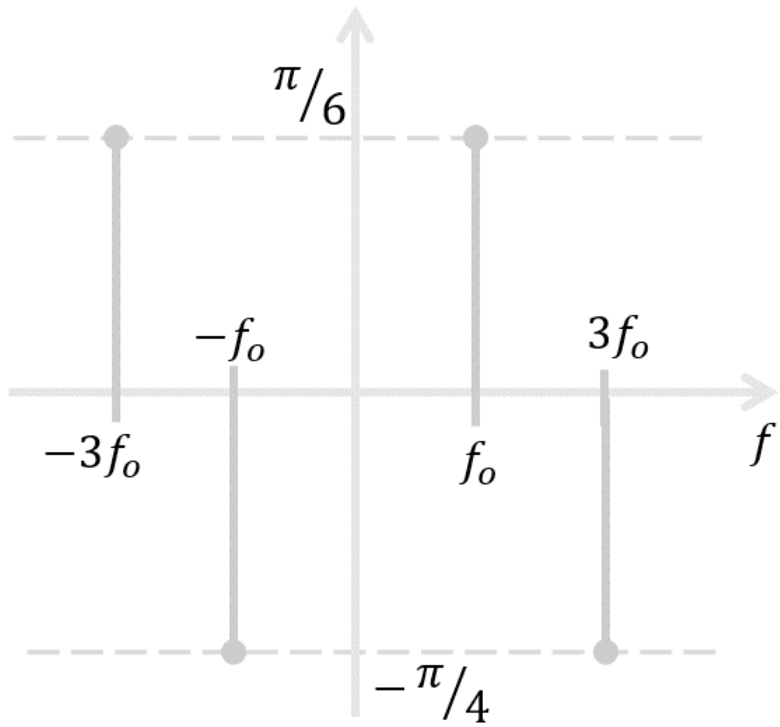
12. Grafique la magnitud y la fase de los coeficientes de la serie compleja de Fourier, a_n, de la función

$$\cos\left(2\pi f_o t + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(6\pi f_o t + \frac{\pi}{4}\right)$$

GRÁFICA DE MAGNITUD:



GRÁFICA DE FASE:



13. Calcule la transformada de Fourier de $\frac{d}{dt}(\sin \omega_o t)$.

$$F\left\{\frac{d}{dt}(\sin \omega_o t)\right\} = (j2\pi f)\big(X(\omega)\big)$$

donde

$x(t) = \sin \omega_o t$

$$\Rightarrow X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{-j\omega t}\right) sin(\omega_o t)\, dt$$

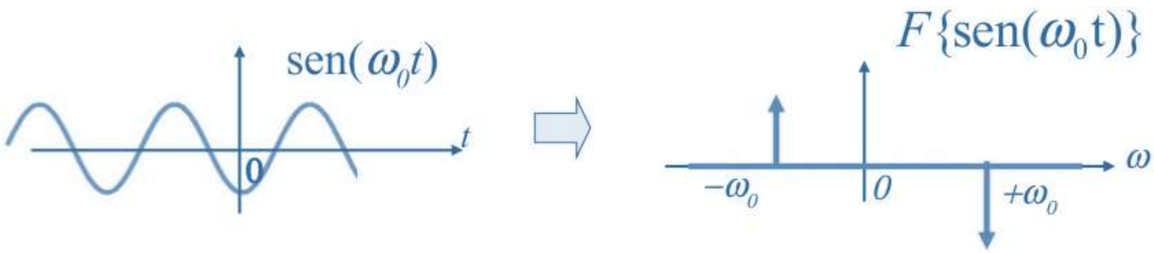
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}}{2j}\right)\left(e^{-j\omega t}\right) dt$$

$$= \frac{1}{2j}\int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{-j(\omega-\omega_o)t} - e^{-j(\omega+\omega_o)t}\right)\left(e^{-j\omega t}\right) dt$$

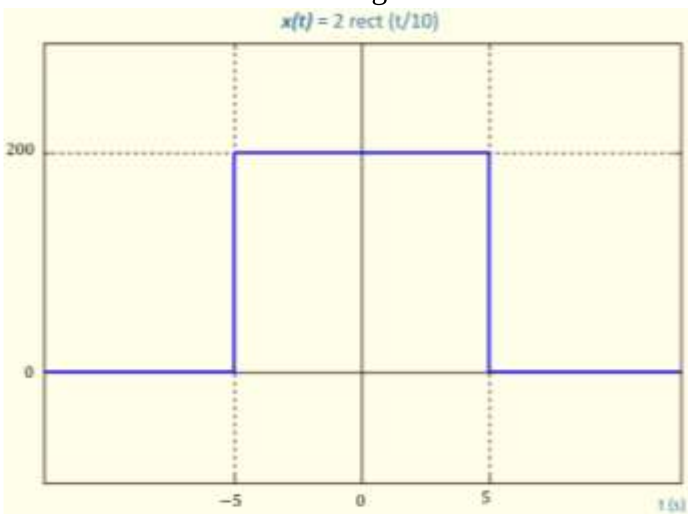
$$X(\omega) = j\pi[\delta(\omega+\omega_o) - \delta(\omega-\omega_o)]$$

$$F(\omega) = (j2\pi f)(j\pi[\delta(\omega+\omega_o) - \delta(\omega-\omega_o)])$$

$$F(\omega) = -2\pi^2 f[\delta(\omega + \omega_o) - \delta(\omega - \omega_o)]$$

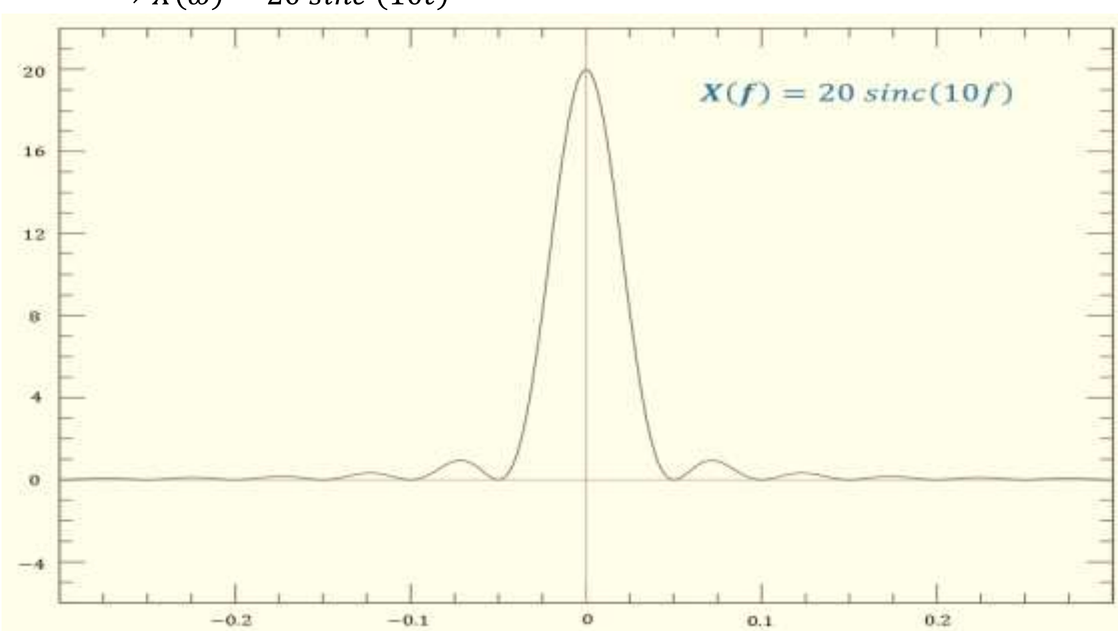


14. Grafique la señal $x(t) = 2\, rect\left(\frac{t}{10}\right)$. Además, determine y grafique su espectro de magnitud y su función de autocorrelación. Calcule la energía de la señal usando:



a) Densidad espectral

$$\Rightarrow X(\omega) = 20\, sinc\,(10t)$$



```
ene(200,-5,5)

[uso]: ene[fun(t),Tini,Tfin]
Ex = int{To,Tf}((abs(f(t))^2)dt
Ex =  400000
```

Energía de la señal

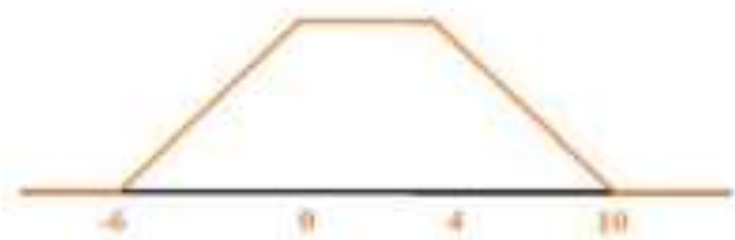
15. Grafique la señal

$x(t) = 2\,rect\left(\frac{t-2}{10}\right)$

Esta señal $x(t)$ se correlaciona con la señal $y(t) = 2\,rect\left(\frac{t}{6}\right)$.

Determine y gráfique $R_{xy}(\tau)$.

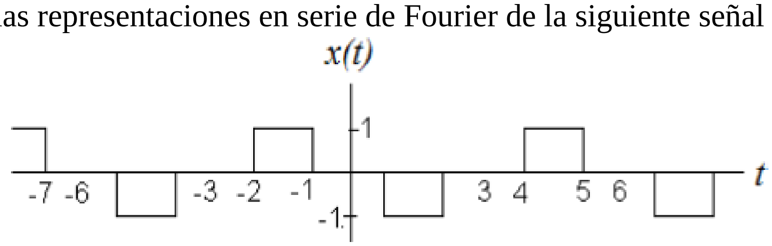
Para este problema se relaciona la señal x(t)=2 rect((t-2)/10) y la señal x(t)=2 rect((t-2)/10) y da como resultado la siguiente gráfica.



Gráfica de $R_{xy}(\tau)$.

Como se puede observar la señal resultante inicia en el punto -6 y luego termina en el punto 10. Cómo se puede observar estos puntos encajan con el denominador de cada función rect.

16. Determine las representaciones en serie de Fourier de la siguiente señal



Tenemos que T = 2 s, por lo tanto:

$$a_k = \frac{1}{T}\int x(t)e^{-jk(2\pi/_T)t}dt$$
$$a_k = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} e^{-t}e^{-jk\pi t}\,dt$$
$$a_k = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} e^{(-jk\pi-1)t}\,dt$$
$$a_k = \frac{1}{2(1+jk\pi)}\left[e^{1+j\pi k} - e^{-1-j\pi k}\right] \quad ,para\ todas\ k$$

Por lo tanto, la serie de Fourier está representada como:

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k\, e^{jk(2\pi/_T)t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{2(1+jk\pi)}\left[e^{1+j\pi k} - e^{-1-j\pi k}\right]\right)e^{jk\pi t}$$

17. Determine la densidad espectral de cada señal.

$$x(t) = exp(-at)\, u(t)$$
$$\Longrightarrow X(\omega) = \frac{1}{a+j\omega} \quad ,a > 0$$
$$x(t) = rect\left(\frac{t}{t_1}\right)$$
$$\Longrightarrow X(\omega) = t_1\, sinc\,(t_1\, t)$$

18. Encuentre la señal en el domino del tiempo correspondiente al siguiente espectro de la señal.

$$X(j\omega) = \frac{(j\omega)^2 - 25}{(j\omega)[(j\omega)^2 + 15\, j\omega + 50]} - \frac{\pi}{2}\delta(\omega)$$

jw = k

$$X(k) = \frac{(k)^2 - 25}{(k)[(k)^2 + 15\, k + 50]} - \frac{\pi}{2}\delta(\omega)$$

\

$$k^2 + 15k + 50 = 0$$
$$k^2 + 10k + 5k + 50 = 0$$
$$k(k+10) + 5(k+10) = 0$$
$$(k+10)(k+5) = 0$$

$$X(k) = \frac{k-5}{(k)(k+10)} - \frac{\pi}{2}\delta(\omega)$$

$$X(k) = \frac{k-5}{(k)(k+10)} - \frac{\pi}{2}\delta(\omega)$$

Fracciones parciales:

$\frac{k-5}{(k)(k+10)} = \frac{A}{k} + \frac{B}{k+10}$u(

A= $\left[\frac{k-5}{k+10}\right]$ $cuando\ k = 0 \ = \frac{-5}{10} = \frac{-1}{2} = -0.5$
B= $\left[\frac{k-5}{k}\right]$ $cuando\ k = -10 \ = \frac{-15}{-10} = \frac{3}{2} = 1.5$

Reemplazando

$$X(k) = \frac{-0.5}{k} + \frac{1.5}{k+10} - \frac{\pi}{2}\delta(\omega)$$
$$X(jw) = \frac{-0.5}{jw} + \frac{1.5}{jw+10} - \frac{\pi}{2}\delta(\omega)$$
$$X(jw) = -0.5\left(\frac{1}{jw} + \pi\delta(\omega)\right) + (\frac{1.5}{jw+10})$$

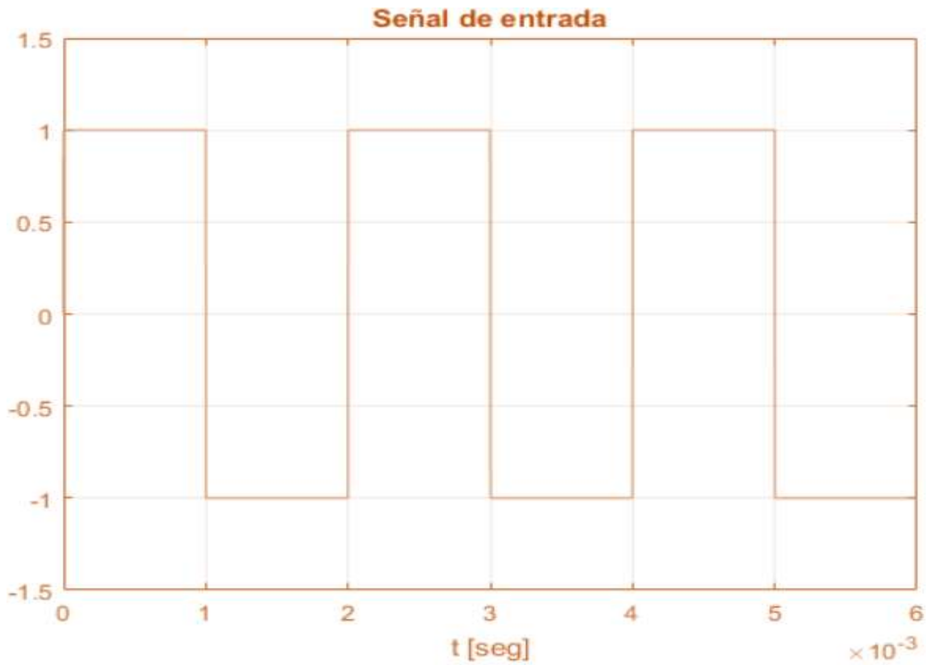
Aplicando transformadas inversas de Fourier tenemos:

x(t) = -0.5 u(t) + $e^{-10t}u(t)$

RESPUESTA:

x(t) = [1.5$\boldsymbol{e^{-10t} - 0.5}$]u(t)

19. Una onda cuadrada periódica de 500 Hz con amplitud ±1 pasa por cada uno de los canales de comunicación con respuesta en frecuencia de magnitud 1 y anchos de banda:
Grafique el espectro de magnitud de la señal de entrada y de las señales de salida para cada canal, y también grafique las señales resultantes en el dominio del tiempo.



Calculando los coeficientes de la serie de Fourier, se tiene que:

$$\omega_o = 500\ Hz \qquad A = \pm 1$$

$$\boldsymbol{a_o} = \frac{1}{T_o}\int_0^{T_o} x(t)\ dt = 500\int_0^{1\times10^{-3}} dt - 500\int_{1\times10^{-3}}^{2\times10^{-3}} dt = 0$$

$$a_n = 1000\left[\int_0^{1\times10^{-3}} \cos(1000\ n\pi t)\ dt - \int_{1\times10^{-3}}^{2\times10^{-3}} \cos(1000\ n\pi t)\ dt\right]$$

$$\boldsymbol{a_n} = \frac{-[\sin(2\ n\pi) - 2\sin(n\pi)]}{n\pi}$$

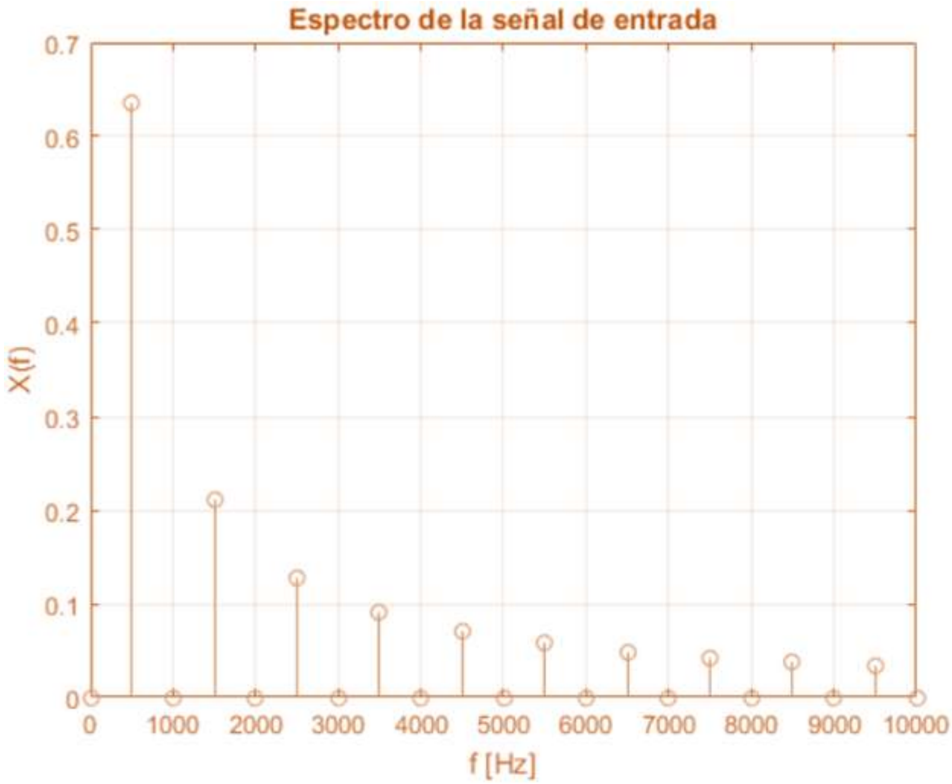
$$b_n = 1000\left[\int_0^{1\times10^{-3}} \sin(1000\ n\pi t)\ dt - \int_{1\times10^{-3}}^{2\times10^{-3}} \sin(1000\ n\pi t)\ dt\right]$$

$$\boldsymbol{b_n} = \frac{\cos(2\ n\pi) - 2\cos\left(n\pi - \frac{1}{2}\right)}{n\pi} = -2\,\frac{[(-1)^n - 1]}{n\pi}$$

$$|D_n| = \frac{1}{2}\sqrt{{b_n}^2 + {a_n}^2} = \frac{[(-1)^n - 1]}{n\pi}$$

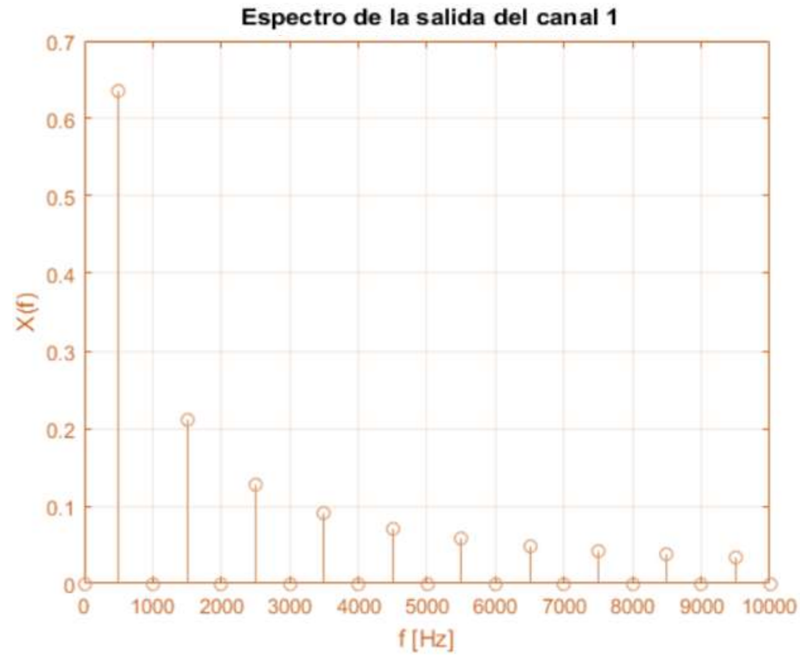
Con esto se tiene los siguientes componentes:

$$D_1 = \frac{2}{\pi} \quad , D_2 = 0 \quad , D_3 = \frac{2}{3\pi} \quad , D_4 = 0 \quad , D_5 = \frac{2}{5\pi} \quad , \ldots$$

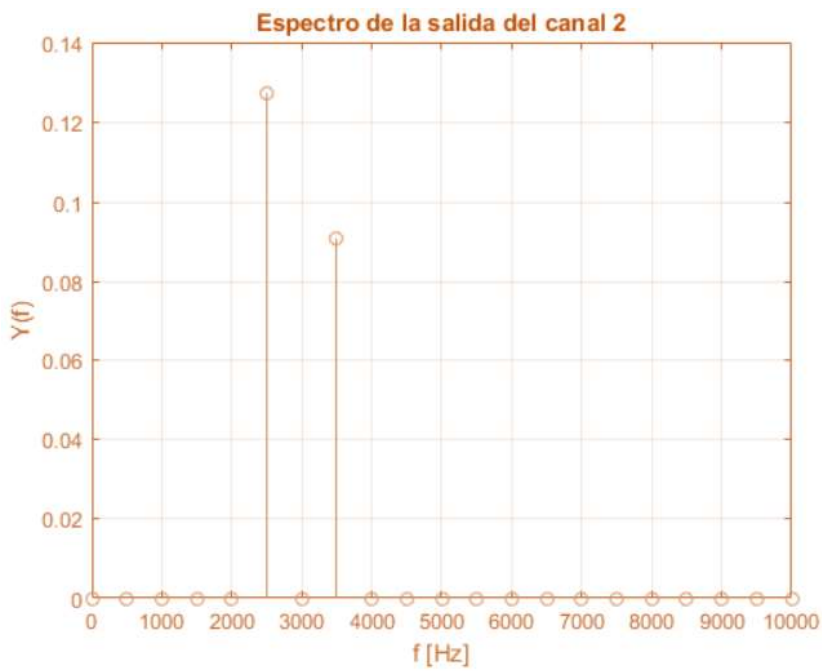


<u>Gráfica del Espectro de Magnitud de la Señal de Entrada</u>

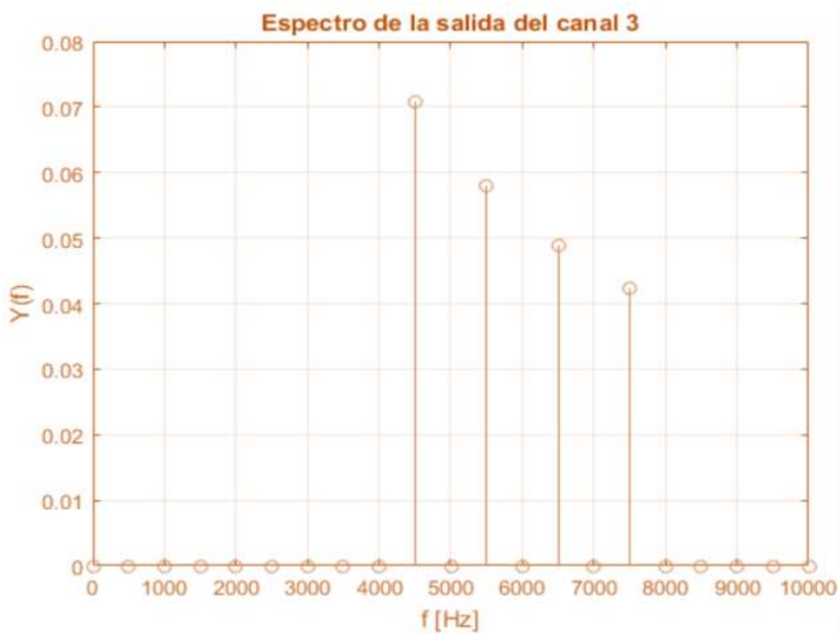
a) [0, 6] kHz



b) [2, 4] kHz



c) [4, 8] kHz



20. Un filtro tiene una respuesta de amplitud en frecuencia sinusoidal dada por:

$$|H(f)| = \cos\frac{\pi f}{20}\,, \quad -10 \leq f \leq 10$$

y una respuesta de fase lineal con pendiente $-2\pi t_0$. Determine la respuesta del sistema a una entrada $\cos 2\,\pi t$.

a.) Respuesta del sistema a una entrada $\cos 2\,\pi t$

$$X(f) = \frac{1}{2}[\delta(f-1) + \delta(f+1)]$$

- Respuesta en frecuencia:

$$\begin{aligned} Y(f) &= X(f)H(f) \\ &= \frac{1}{2} rect\left(\frac{f}{20}\right)\left[\cos\left(\frac{\pi f}{20}\right)\delta(f-1)e^{-j2\pi t_o f} + \cos\left(\frac{\pi f}{20}\right)\delta(f+1)e^{-j2\pi t_o f}\right] \\ &= \frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{20}\right)[\delta(f-1) + \delta(f+1)]e^{-j2\pi t_o f} \\ &= 0.49\,[\delta(f-1) + \delta(f+1)]e^{-j2\pi t_o f} \end{aligned}$$

- Respuesta en el tiempo:

$$\boldsymbol{y(t) = 0.49\ \cos(2\pi t - 2\pi t_o)}$$

21. Una señal $x(t)$ pasa a través de un sistema con respuesta al impulso $h(t) = 500\ sinc\left(\frac{t}{0.001}\right)$. Si $x(t) = 1 \times 10^4\ rect\ \left(\frac{t}{0.002}\right)$

$$h(t) = 500\ sinc\left(\frac{t}{0.001}\right) \Leftrightarrow H(f) = \frac{1}{2} rect\left(\frac{f}{1000}\right)$$

$$x(t) = 10000\, rect\, \left(\frac{t}{0.002}\right) \Leftrightarrow X(f) = 20\, sinc\left(\frac{f}{500}\right)$$

- Densidad espectral de potencia de la señal de entrada.

$$S_x(f) = |H(f)|^2 = \frac{1}{4} sinc^2\left(\frac{f}{1000}\right)$$

- Densidad espectral de potencia de la señal de salida.

$$S_y(f) = |X(f)|^2 |H(f)|^2 = 100\, sinc^2\left(\frac{f}{1000}\right) rect\left(\frac{f}{500}\right)$$

- Determine el ancho de banda de la señal de salida y su potencia.

$$P_y = \int_0^2 S_y(f)\, df = 100 \int_0^2 sinc^2\left(\frac{f}{1000}\right) rect\left(\frac{f}{500}\right) df = 4.25 \times 10^8$$

$$W = 500\, Hz$$

22. Un filtro Gaussiano es un sistema lineal cuya respuesta en frecuencia está dada por:

$$|H(f)| = exp[-a(2\pi f)^2]\, exp(-j2\pi f t_o)$$

Calcule:

- Ancho de banda de 3 dB

$$e^{-a(2\pi f)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\boldsymbol{f_{3dB} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\ln 2}{2a}}}$$

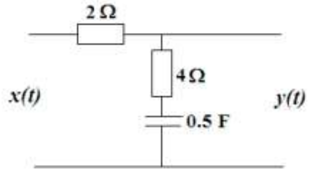
- Ancho de banda de ruido equivalente

$$B_{eq} = \frac{1}{|H(f)|^2} \int_0^\infty |H(f)|^2\, df$$

$$B_{eq} = \int_0^\infty e^{-a(2\pi f)^2}\, df$$

$$\boldsymbol{B_{eq} = \frac{1}{4\sqrt{2a}}}$$

23. Considere un filtro como el que se muestra en la siguiente figura.



- Determine la función de transferencia de este filtro.

$$C = 0.5F \qquad \frac{1}{sC} = \frac{2}{s}$$

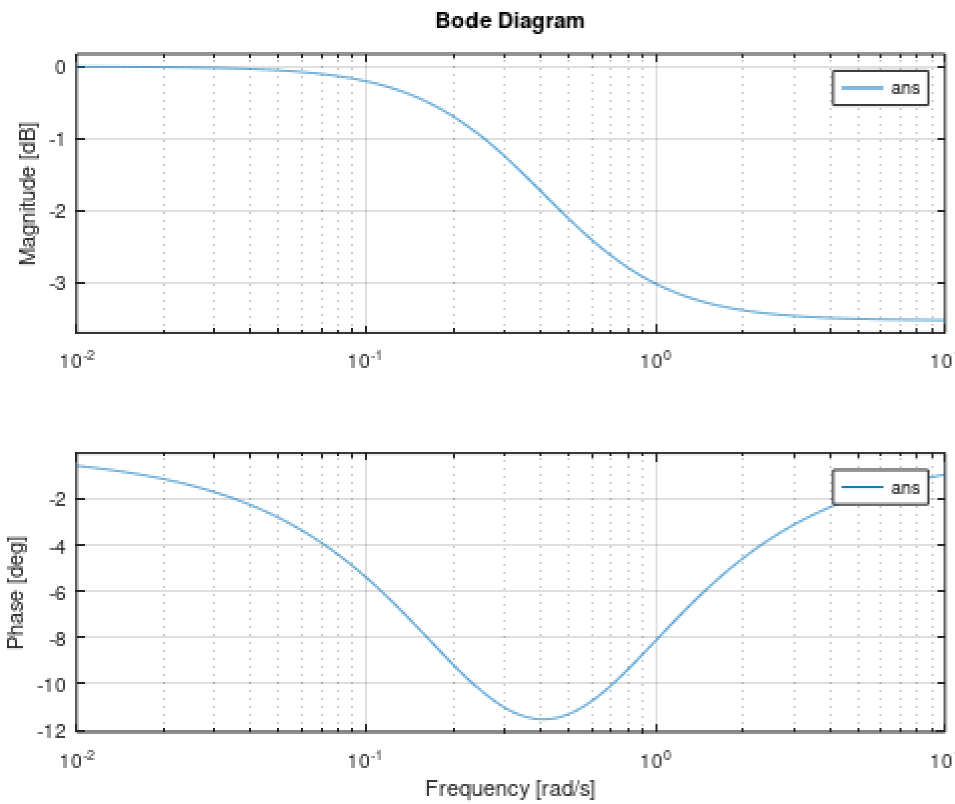
Aplicando un divisor de voltaje en la frecuencia:

$$Y(s) = X(s) * \frac{4 + \frac{2}{s}}{2 + 4 + \frac{2}{s}}$$

Función de transferencia resultante:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2s + 1}{3s + 1}$$

- Gráfique las respuestas en frecuencia de magnitud y fase del filtro.



- Determine el ancho de banda de 3dB del filtro.

Si s=jw

$$\left|\frac{Y(jw)}{X(jw)}\right| = \left|\frac{2(jw) + 1}{3(jw) + 1}\right|$$

$$\left|\frac{Y(jw)}{X(jw)}\right| = \frac{\sqrt{4w^2 + 1}}{\sqrt{9w^2 + 1}}$$

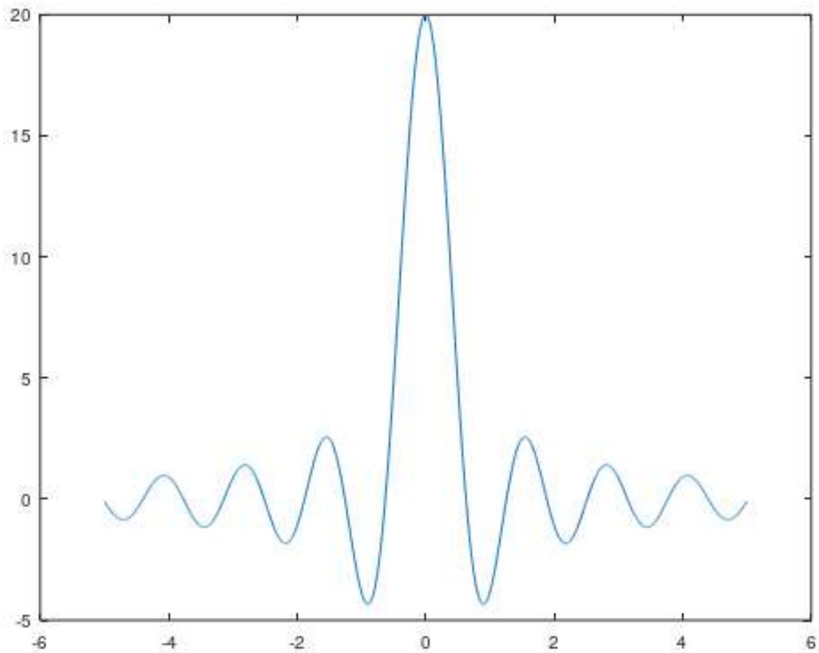
En 3dB, la magnitud es igual a $1/\sqrt{2}$, por lo tanto

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{4w^2+1}}{\sqrt{9w^2+1}}$$

Despejando la velocidad angular w:

$$w = 1rad/s$$
$$w = 2\pi f$$
$$f = \frac{1}{2\pi} Hz$$

24. La señal $x(t) = 2\, rect\left(\frac{t}{10}\right)$ se multiplica por una onda sinusoidal de 500 Hz. Grafique el espectro de magnitud de la señal resultante. Determine el ancho de banda de primer nulo.



Espectro de magnitud de la señal $x(t) = 2\, rect\left(\frac{t}{10}\right) * \sin\,(1000 * pi * t)$

El ancho de banda del primer nulo es: $\frac{\mathbf{2\pi}}{\mathbf{5}}$

Universidad Tecnológica de Panamá

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Fundamentos de Telecomunicaciones

Dr.-Ing. Carlos A. Medina C.

Problemas de la práctica 2

INTEGRANTES:

FERNANDO GUIRAUD 8-945-692

DANIEL WEN 2-745-718

Práctica 2
Modulación analógica de amplitud y ángulo

1. Considere un sistema de comunicación DSB+C con modulación de tono. Derive una expresión para la eficienciade potencia del sistema en función del índice de modulación.

$$\emptyset_{AM} = m(t)\cos(\omega_c t) + A\cos(\omega_c t)$$

$$\emptyset_{AM}{}^2(t) = A^2\cos^2(\omega_c t) + f^2(t)\cos^2(\omega_c t) + 2\,A\,f(t)\ \cos^2(\omega_c t)$$

$$\emptyset_{AM}{}^2 = \frac{1}{2}A^2 + \frac{1}{2}f^2(t)$$

$$P_t = \ P_c + P_s$$

$$h = \frac{P_s}{P_t} = \frac{\overline{f^2(t)}}{A^2 + \overline{f^2(t)}}$$

$$h = \frac{\mu^2}{2 + \mu^2}$$

2. Evalúe el efecto de un pequeño error de frecuencia Δf en el oscilador local en la demodulación DSB–SC.Determine la señal recuperada y comente sobre el efecto del error.

Supongamos que la señal recibida es m(t)= cos(ωct) y la portadora local es cos((ωc+Δf)t+ δ) donde Δf y δ son los errores de frecuencia y de fase, respectivamente. La señal demodulada será:

$$\mathrm{ed\ (t)\ =\ m(t)\cos(\omega_c t)\cos((\omega_c\ +\ \Delta ff)t\ +\ \delta)}$$

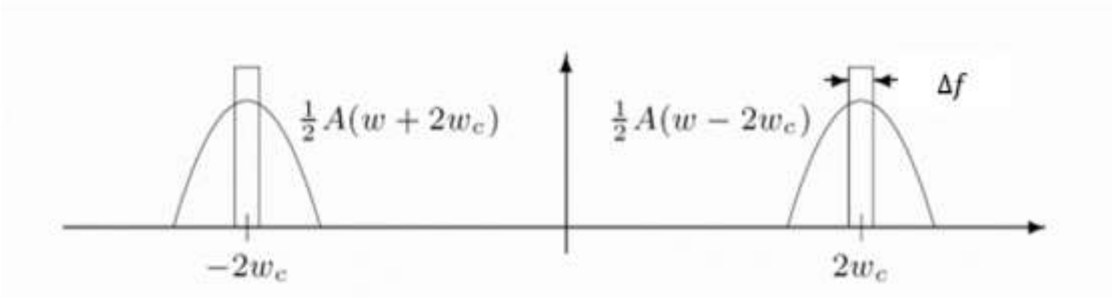
$$\mathrm{ed\ (t)\ =\ }\frac{1}{2}\mathrm{m(t)[\cos(\Delta ft\ +\ \delta)\ +\ \cos((\omega_c\ +\ \Delta f)t\ +\ \delta)]}$$

Donde el segundo termino es suprimido por el filtro, resultando:

$$eo(t) = \frac{1}{2} m(t) \cos(\Delta f\, t + \delta)$$

Sin embargo, si hay un error de frecuencia, nos encontramos con una distorsión:

$$\Delta f \neq 0 \Rightarrow eo(t) = \frac{1}{2} m(t) \cos(\Delta f t)$$



3. La señal de mensaje en un sistema DSB-SC es $m(t) = 15 \cos(10\pi t) + 3 \cos(16\pi t)$,

a. Determine la potencia del mensaje, P_m.

$$m(t) = 15 \cos(10\pi t) + 3 \cos(16\pi t)$$

$$P_m = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} m(t)^2\, dt$$

- $\omega_c = 10\,\pi t$ $\qquad$ $\omega_c = 16\,\pi t$
- $2\,\pi\, f_c t = 10\,\pi t$ $\qquad$ $2\,\pi\, f_c t = 16\,\pi t$
- $f_c = 5$ $\qquad$ $f_c = 8$
- $T_1 = \frac{1}{5}$ $\qquad$ $T_2 = \frac{1}{8}$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{8}}$$

$$5\, T_1 = 8\, T_2$$

$$T_1 = 40$$

$$P_m = \frac{1}{40}\int_{-20}^{20}[15\cos(10\,\pi\, t) + 3\cos(16\,\pi\, t)]^2\, dt$$

$$\boldsymbol{P_m = 117}$$

b. *Si la portadora del sistema DSB tiene amplitud A_c, calcule la serie de Fourier para la señal modulada.*

$$m(t) = 15\cos(10\,\pi t) * \; A_C\cos(\omega_c t) + 3\cos(16\,\pi\, t) * A_C\cos(\omega_c t)$$

$$m(t) = A_C\frac{15}{2}[\cos(10\,\pi t - \omega_c t) + \cos(10\,\pi t + \omega_c t)]$$
$$+ A_C\frac{3}{2}[\cos(16\,\pi t - \omega_c t) + \cos(16\,\pi t + \omega_c t)]$$

- Si f_c=25 Hz y A_c=2

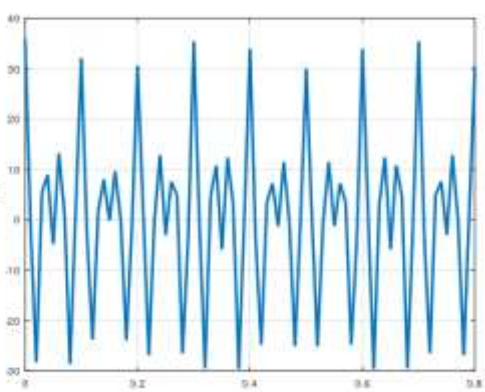
  $\omega_c = 2\,\pi\, f_c$

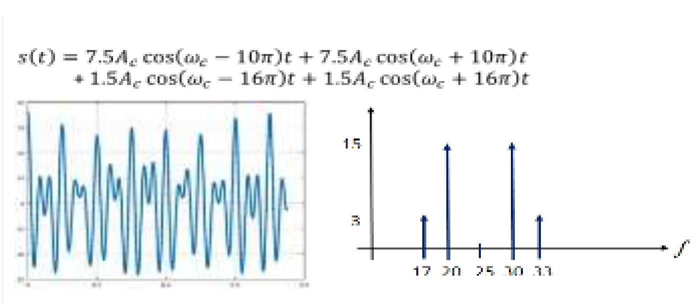
  $\omega_c = 2\,\pi\,(25)$

  $\boldsymbol{\omega_c = 157.8}$

c. *Si f_c = 25 Hz y A_c = 2, grafique su espectro de un solo lado y grafique, usando Octave, la forma de onda de la señal modulada.*

$$m(t) = 15\cos(40\,\pi t) + 15\cos(60\,\pi t) + 3\cos(34\,\pi\, t) + 3\cos(66\,\pi\, t)$$





d. *Calcule la potencia de la señal modulada, P_s.*

$$P_S = \frac{1}{2}A^2$$

$$P_S = 2\left(\frac{15}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{15}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{3}{2}\right)^2$$

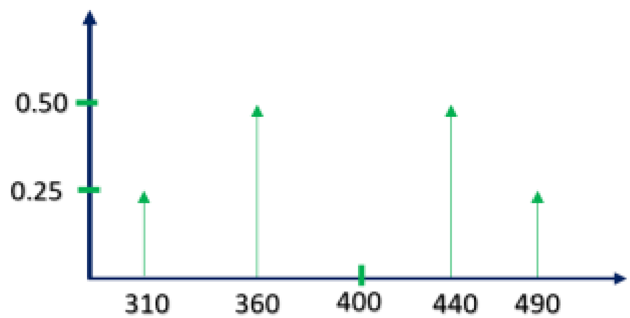
$$\boldsymbol{P_S = 234}$$

4. La señal m(t) = cos(2π40t) + 0.5 cos(2π90t) es transmitida usando DSB-SC con una portadora de 400 Hz.

a. *Calcule la potencia de la señal de mensaje y de la señal modulada.*

Analizando la señal m(t) = cos(2π40t) + 0.5 cos(2π90t) obtenemos que:

- s(t) = cos(2π40t)
- Amplitud es de 0.5
- Frecuencia es de 400 cuyo espectro aparece cada 40 Hz.



➢ *Potencia de la señal de mensaje*

$$P = \frac{0.5^2}{2} + \frac{1^2}{2}$$

$$\boldsymbol{P = 0.625}$$

➢ *Potencia de la señal modulada*

$$P = \frac{0.5^2}{2} + \frac{0.5^2}{2} + \frac{0.25^2}{2} + \frac{0.25^2}{2}$$

$$\boldsymbol{P = 0.3125}$$

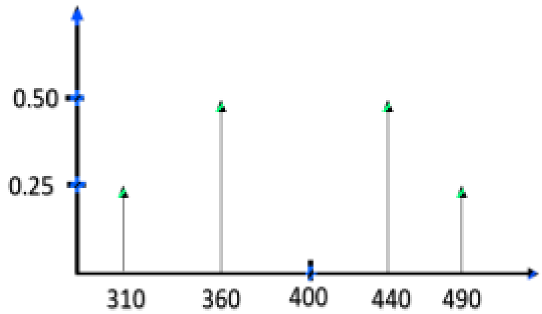
b. *Determine el ancho de banda de la señal transmitida*

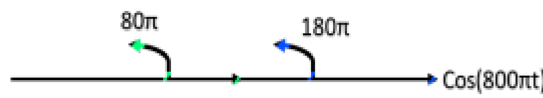
$$B_\omega = f_{max} - f_{min}$$

$$B_\omega = 490 - 310$$

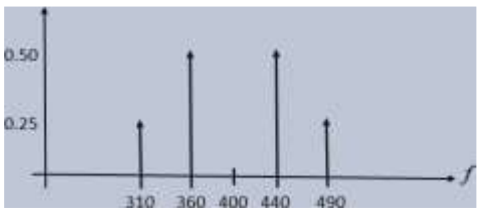
$$\boldsymbol{B_\omega = 180}$$

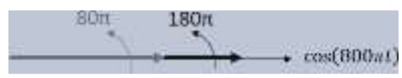
c. Grafique el espectro de amplitud y el diagrama fasorial de la señal modulada.





0.625, 0.3125, 180





5. Una señal moduladora m(t) tiene transformada de Fourier M(f) y es aplicada a un modulador DSB-SC con unafrecuencia portadora de 200 Hz.

Grafique la densidad espectral resultante, identificando las bandas laterales superiores e inferiores para cada unode los siguientes casos:

a. $\mathbf{m(t) = cos\ (100\pi t)}$

$$\boldsymbol{M(f)} = \begin{cases} \boldsymbol{\frac{1}{2}} & \boldsymbol{\left[1 + \cos(\pi \frac{f}{100})\right] \quad |f| < 100} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{cualquier\ otro\ lado} \end{cases}$$

b. Calcule la potencia de la señal modulada en el dominio del tiempo y de la frecuencia

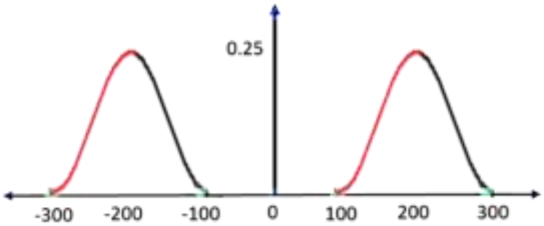
$$\mathrm{s(t)} = \cos\ (100\pi \mathrm{t}) \cos(400t)$$

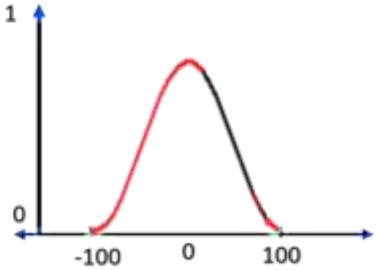
$$\mathrm{s(t)} = \frac{1}{4}[\cos\ (400\pi - 100\pi)t + \cos\ (400\pi + 100\pi)t]$$

$$\mathrm{s(t)} = \frac{1}{4}[\cos\ (300\pi \mathrm{t}) + \cos\ (500\pi \mathrm{t})]$$

$$P = \frac{0.5^2}{2} + \frac{0.5^2}{2}$$

$$\boldsymbol{P = 0.25}$$



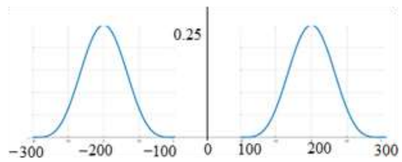


$\boldsymbol{P_x = 2\ \int_{100}^{300} [X(f)]^2\, df}$

$\boldsymbol{P_x = 0.5 * 2\ \int_{0}^{100} [M(f)]^2\, d}$

0.25

$$P_x = 2 \int_{100}^{300} |X(f)|^2\, df$$



6. Una señal DSB-LC dada por $v(t)$ aparece a través de un resistor de 50 Ω.

$$v(t) = [15 + 10 \sin(20\pi \times 10^3)] \sin(200\pi \times 10^6 t)\ \mathrm{V}$$

Determine la eficiencia de potencia de la señal modulada

$$\mu = \frac{10}{15}$$

$$\eta = \frac{\left(\frac{10}{15}\right)^2}{2 + \left(\frac{10}{15}\right)^2} * 100\%$$

$$\boldsymbol{\eta = 18.18}\%$$

7. Se tiene una moduladora $m(t) = 6\cos(200\pi t)$.

a. *Determine el ancho de banda de transmisión y la potencia promedio de transmisión*

- Para la señal modulada DSB-SC
    - $\omega_c = 200\,\pi t$ $\quad B_\omega = 2\,f_c$ $\quad P = \frac{A^2}{2}$
    - $2\,\pi\, f_c t = 200\,\pi t$ $\quad B_\omega = 2(100)$ $\quad P = \frac{\frac{6^2}{2}}{2}$
    - $\boldsymbol{f_c = 100}$ $\quad \boldsymbol{B_\omega = 200}$ $\quad \boldsymbol{P = 9}$

- Para una señal AM con 60% de modulación.

  $\mu = 0.60$

$$\mu = \frac{M_p}{A_c}$$

$$0.60 = \frac{6}{A_c}$$

$$A_c = 10$$

$$m(t) = [A_C + 6\cos(200\pi t)]\cos(\omega_c t)$$

$$m(t) = [10 + 6\cos(200\pi t)]\cos(\omega_c t)$$

$$m(t) = [10\ \cos(\omega_c t) + 6\cos(200\pi t) * \cos(\omega_c t)]$$

$$m(t) = 10\ \cos(\omega_c t) + \frac{1}{2}\ [6\cos(\omega_c - 200\pi)t + 6\cos(\omega_c - 200\pi)\ t]$$

b. *Además, calcule la potencia pico de envolvente (PEP) para esta señal AM y la eficiencia de potencia*

- Potencia promedio

$$P = \frac{10^2}{2} + \frac{3^2}{2} + \frac{3^2}{2}$$

$$\boldsymbol{P = 59}$$

- Potencia pico envolvente

$$PEP = \frac{(6+10)^2}{2}$$

$$\boldsymbol{PEP = 128}$$

- Eficiencia de potencia

$$\mu = \frac{6}{10}$$

$$\eta = \frac{\left(\frac{6}{10}\right)^2}{2 + \left(\frac{6}{10}\right)^2} * 100\%$$

$$\boldsymbol{\eta = 15.25}\%$$

8. La señal $m(t) = 5\cos(2\pi 500 t)$ es transmitida por medio de modulación SSB-SC con una portadora de 10 kHz yA = 1.

Evalúe $m_h(t)$

$m(t) = 5\cos(2\pi 500t)$

Para la señal modulada:

$$S_{SSB}\,(t) = 5\cos(2\,\pi\,500\,t) *\ \cos(2\,\pi\,t\,f_c) + 5\sin(2\,\pi\,500\,t) * \sin(2\,\pi\,f_c\,t)$$

$$S_{SSB}\,(t) = 5\cos(2\,\pi\,500\,t) *\ \cos(2\,\pi\,t\,f_c) + 5\sin(2\,\pi\,500\,t) * \sin(2\,\pi\,f_c\,t)$$

$$S_{SSB}\,(t) = \frac{5}{2}[\,\cos(2\,\pi\,t\,f_c - 2\,\pi\,500\,t) + \cancel{\cos(2\,\pi\,t\,f_c + 2\,\pi\,500\,t)}\,]$$

$$+\frac{5}{2}[\,\cos(2\,\pi\,t\,f_c - 2\,\pi\,500\,t) - \cancel{\cos(2\,\pi\,t\,f_c + 2\,\pi\,500\,t)}\,]$$

$$\mathrm{s(t)} = 5[\cos\,(2\pi\,t\,f_c - 2\,\pi\,500\,t)]$$

$$\mathrm{s(t)} = 5[\cos\,(2\pi\,t\,(10000 - 500))]$$

- Encuentre la expresión para Lower-SSB

$$\mathbf{s(t)} = \mathbf{5}[\mathbf{cos}\,(\boldsymbol{2\pi\,t\,9500})]$$

- Determine el valor rms

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$\boldsymbol{V_{rms}} = \frac{\mathbf{5}}{\sqrt{\mathbf{2}}}$$

- La potencia normalizada

$$P = \frac{5^2}{2}$$

$$\boldsymbol{P = 12.5\,w}$$

- La PEP normalizada

$$PEP = \frac{(5)^2}{2}$$

$$\boldsymbol{PEP = 12.5\,w}$$

- Determine el ancho de banda de transmisión

$$\omega_c = 500\,\pi\,t$$

$$2\pi\,t\,f_c = 500\,\pi\,t$$

$$f_c = 250$$

$$B_\omega = 2\,(250)$$

$$\boldsymbol{B_\omega = 500}$$

L-SSB

$$\boxed{s(t) = 5\cos(2\pi 9500 t)}$$

$\frac{5}{\sqrt{2}}$, 12.5, 12.5, 500

9. Un transmisor SSB+C tiene como señal de entrada
   $x(t) = \cos(2000\pi t)$. En notación compleja, la salida tiene la forma

$$s_{SSB+C}(t) = \mathrm{Re}\left\{\left[A + x(t) + jx_h(t)\right]\exp\left(j2\pi f_c t\right)\right\}$$

- Evalúe $x(t)$ y escriba la expresión de la señal modulada real en términos del índice de modulación.
- ¿Cuál es el máximo valor del índice de modulación si se utiliza la detección de envolvente?

$$S_{SSB+C}\,(t) = [A + \mu_P \cos(\omega_m t) + j\sin(\omega_m t)] * [\cos(\omega_c t) + j\sin(\omega_c t)]$$

$$S_{SSB+C}\,(t) = \big[A * [\cos(\omega_c t) + j\sin(\omega_c t)] + \mu_P \cos(\omega_m t) * \cos(\omega_c t) + \mu_P \cos(\omega_m t) * j\sin(\omega_c t)$$

$$+ [\cos(\omega_c t) * j\sin(\omega_m t)] + [j\sin(\omega_m t) * j\sin(\omega_m t)]\big]$$

$$S_{SSB+C}\,(t) = \big[A * [\cos(\omega_c t)] + \mu_P \cos(\omega_m t) * \cos(\omega_c t) + \mu_P \cos(\omega_m t) * j\sin(\omega_c t)$$

$$- [\sin(\omega_m t) * \sin(\omega_m t)]\big]$$

$$\boldsymbol{S_{SSB+C}\,(t) = A[1 + \mu_P\ \cos(\omega_m t)] * \cos(\omega_c t) - \sin(\omega_m t) * \sin(\omega_m t)}$$

$$\boldsymbol{\mu \leq \frac{1}{2}}$$

$$s_{SSB+C} = A\left[1 + \mu\ \cos(\omega_m t)\right]\ \cos(\omega_c t) - \sin(\omega_m t)\sin(2\pi f_c t)$$

$$\mu \leq \frac{1}{2}$$

10. Tres señales de voz, cada una de banda limitada a 4 kHz, se multiplexan en frecuencia usando bandas de guardade 0.5 kHz entre canales y entre la portadora principal y el primer canal.
    La modulación de la portadora principal es AM.
    Calcule el ancho de banda de la señal compuesta si la modulación de las subportadoras es

a) DSB+C

$B_\omega = 6 * [2(4) + 0.5]$

$\boldsymbol{B_\omega = 51\ kHz}$

b) SSB-SC

$B_\omega = 6 * [4 + 0.5]$

$\boldsymbol{B_\omega = 27 kHz}$

51 kHz, 27 kHz

11. La señal de mensaje $m(t)$ = 2 cos(2000πt) se usa para generar una señal FM con una portadora de 1 MHz, 1 V ydesviación de frecuencia (pico) de 4 kHz.
   - Derive una expresión para la señal de FM.

$$S_w(t) = A_C \cos[w_c + \beta \sin(w_n t)]$$

   - *Calcule la constante de desviación de frecuencia.*

$$k_f = \frac{\Delta f}{\Delta\, m}$$

$$k_f = \frac{4000}{2}$$

$$k_f = 2000\,\frac{kHz}{V}$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{fm}$$

$$\beta = \frac{4000}{1000}$$

$$\beta = 4$$

$$\boldsymbol{S_w(t) = \cos[2\,\pi\,10^6 t + 4\sin(2\,\pi\,10^6 t)]}$$

   - *Determine el ancho de banda aproximado de la señal modulada.*

$$B = 2\,f_m(1+\beta)$$

$$B = 2 * 1000(1+4000)$$

$$\boldsymbol{B = 10\ kHz}$$

$$s_{FM}(t) = \cos\left[2\pi \times 10^6 t + 4\sin\left(2\pi \times 10^3 t\right)\right]$$

—

$2000\,\frac{Hz}{V}$

10 kHz

12. La señal de mensaje $m(t)$ = 2 cos(10πt) + 4 cos(20πt) se usa para generar una señal de FM con una señal portadora
   $c(t)$ = 10 cos(2π100t) con una constante de desviación de frecuencia k_f = 5 Hz/V.

- *Derive una expresión para la señal de FM.*

$$\text{s(t)} = A_C\,[\cos(\omega_c t) + \beta \sin(\omega_c t)]$$

- $\omega_c = 10\,\pi t$ $\qquad$ $\omega_c = 20\,\pi t$
- $2\,\pi\,f_c t = 10\,\pi t$ $\qquad$ $2\,\pi\,f_c t = 20\,\pi t$
- $f_c = 5$ $\qquad$ $f_c = 10$
- $T_1 = \frac{1}{5}$ $\qquad$ $T_2 = \frac{1}{10}$
- $T_1 = 0.2$ $\qquad$ $T_2 = 0.1$

$$S_{FM} = 10\cos[2\,\pi\,100\,t + k_f(2\pi)\int m(t)]$$

$$S_{FM} = 10\cos[2\,\pi\,100\,t + 10\,\pi\left(\frac{1}{5\,\pi}\sin 10\,\pi\,t + \frac{1}{5\,\pi}\sin 20\,\pi\,t\right)]$$

$$\boldsymbol{S_{FM} = 10\cos[\pi\,200\,t + 2\,(\sin 10\,\pi\,t + \sin 20\,\pi\,t)]}$$

- Calcule el *índice de modulación*, el ancho de banda y la potencia de la señal modulada.

$\beta = \frac{\Delta f}{fm}$ $\quad k_f = \frac{\Delta f}{\Delta\,m}$ $\quad B_\omega = 2 * fm\,[1+\beta]$

$\beta = \frac{30}{10}$ $\quad \Delta_f = 5(6)$ $\quad B_\omega = 2 * 10\,[1+3]$

$\boldsymbol{\beta = 3}$ $\quad \boldsymbol{\Delta_f = 30}$ $\quad \boldsymbol{B_\omega = 80\,Hz}$

$$s_{FM}(t) = 10\cos[200\pi + 2\{\sin(10\pi) + \sin(20\pi)\}]$$

3, 80 Hz, 50

13. Una portadora de 10 MHz se modula en frecuencia por una señal sinusoidal con amplitud unitaria y con unaconstante de desviación de frecuencia k_f = 10 Hz/V. Si la frecuencia moduladora es 10 kHz,

- *¿Qué tipo de señal FM resulta?*

$\Delta_f = k_f\,m_p$ $\quad \beta = \frac{\Delta f}{fm}$

$\Delta_f = 10(1)$ $\quad \beta = \frac{10}{10\,x10^3}$

$\Delta_f = 10kHz$ $\quad \beta = 0{,}001$

$$\boldsymbol{\beta < 1\ banda\ angosta}$$

- Determine el ancho de banda aproximado de la señal modulada.

$$B_\omega = 2 * fm$$

$$B_\omega = 2 * 10\,kHz$$

$$B_\omega = 20\,kHz$$

NBFM, 20

14. En la figura se muestra una parte del espectro de magnitud de una señal FM modulada por un tono. La amplitudde la portadora es 10 V.

- *Determine la expresión de la señal FM.*

$$\boldsymbol{\beta = 5}$$

$$\text{s(t)} = A_C\,[\cos(\omega_c t) + \beta\sin(\omega_c t)]$$

$$s(t) = A_C\,[\cos(2000t) + \beta\sin(20t)]$$

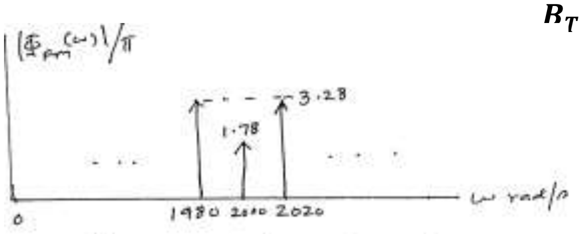
$$\mathbf{s(t) = 10\,[\cos(2000\boldsymbol{t}) + 5\sin(20\boldsymbol{t})]}$$

- *Calcule el ancho de banda de la señal FM en rad/s.*

$$B_T = 2 * FM\,[1 + \beta]$$

$$B_T = 2 * 20\,[1 + 5]$$

$$\boldsymbol{B_T = 240\,\frac{rad}{s}}$$



(la magnitud está en escala por un factor de π)

$\gg \beta = 5$
$s_{FM}(t) = 10\cos[2000t + 5\sin(20t)]$
240 rad/s

15. Un transmisor FM tiene una frecuencia portadora de 160 MHz. La desviación es de 10 kHz y la frecuencia moduladora es de 2 kHz. Un analizador de espectro muestra que la componente a la frecuencia portadora de la señal tiene una potencia de 5 W. ¿Cuál es la potencia de la señal total?

$$P = \frac{A^2}{2}$$

$$A^2 = 2\,P$$

$$A = \sqrt{2\,P}$$

$$A = \sqrt{2\,(5)}$$

$$A = \sqrt{10}$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{fm}$$

$$\beta = \frac{10}{2}$$

$$\beta = 5$$

$$S_{FM}(t) = \sqrt{10}\cos[360\pi t + 5\sin 4\pi t)]$$

$$P = \frac{P_n}{{J_n}^2} = \frac{5}{(-0.178)^2}$$

$$\boldsymbol{P = 157.8\,w}$$

157.7

16. Si en una señal FM con β = 1, la amplitud de la moduladora se duplica, ¿cuál es el cambio en la potencia de laportadora?

$$\frac{P_{n1}}{P_{n2}} = \frac{{J_{0_1}}^2}{{J_{0_2}}^2}$$

$$\frac{P_{n1}}{P_{n2}} = \frac{0.224^2}{0.765^2} * 100\%$$

$$\frac{P_{n1}}{P_{n2}} = 8.57\%$$

$$\mathbf{100\% - 8.57\% = 91.4\%}$$

Se reduce 91.4%

17. Una señal $m(t) = 2\cos(2000\pi t)$ modula en fase a una portadora de 1 MHz para producir una desviación defrecuencia (pico) de 4 kHz.

- *Escriba la expresión de la señal PM resultante.*

$$\beta = \frac{\Delta f}{fm}$$

$$\beta = \frac{4000}{1000}$$

$$\boldsymbol{\beta = 4}$$

$$B = k_P\, A_m$$

$$k_P = \frac{4}{2}$$

$$\boldsymbol{k_P = 2}$$

$$\mathbf{S_{PM}(t) = \cos[2\pi x 10^6 t + 4 \sin 2\pi x 10^3 t)]}$$

- *Calcule la constante de desviación de fase.*

$$k_P = \frac{B}{A_m}$$

$$k_P = \frac{4}{2}$$

$$\boldsymbol{k_P = 2\frac{rad}{s}}$$

- *Determine el ancho de banda en Hz de la señal modulada.*

$$B_T = 2 * FM\,[1 + \beta]$$

$$B_T = 2 * 1000\,[1 + 5]$$

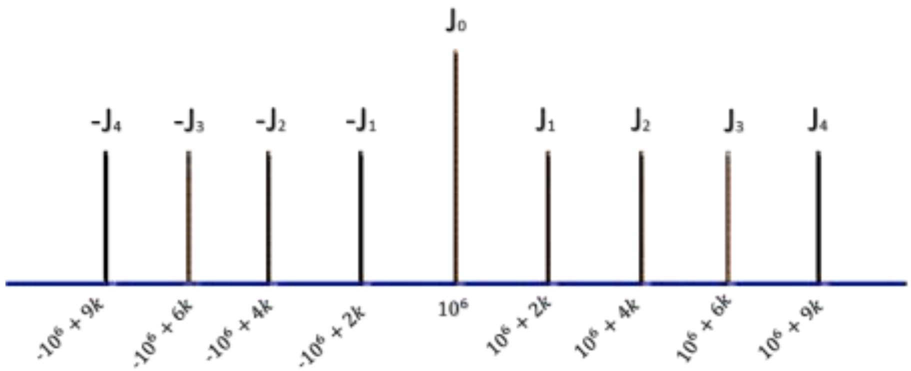
$$\boldsymbol{B_T = 10\ kHz}$$

$$s_{PM}(t) = \cos\left[2\pi \times 10^6 t + 4\cos\left(2\pi \times 10^3 t\right)\right]$$

$2\ rad/s/V$

10 kHz

18. Una señal modulada en ángulo está dada por $s(t) = 10\cos(2\pi 10^6 t + 6\sin(4000\pi t)$. Si esta señal pasa a travésde un filtro pasa-banda centrado en la frecuencia portadora y con un ancho de banda de 18 kHz, la potencia de laseñal de salida (en W) es



$$P = \frac{A^2}{2} = \frac{10^2}{2} = 50$$

$$P_n = {J_n}^2\, P$$

$$P_0 = 0.151^2 * \ 50 = 1.14005$$

$$P_1 = 0.277^2 * \ 50 * 2 = 7.67$$

$$P_2 = 0.243^2 * \ 50 * 2 = 5.90$$

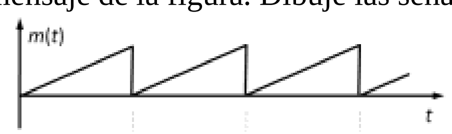
$$P_3 = 0.115^2 * \ 50 * 2 = 1.32$$

$$P_4 = 0.358^2 * \ 50 * 2 = 12.81$$

$$\boldsymbol{P_T = 28.84}$$

28.86

19. Sea $m(t)$ una señal de mensaje de la figura. Dibuje las señales FM y PM producidas.



Una señal FM tiene una desviación de frecuencia de 10 kHz, la moduladora es una señal sinusoidal con frecuenciade 5 kHz, y la portadora es de 150 kHz. La señal FM tiene una potencia total de 12.5 W, operando con una impedancia de 50 ohms.

- *Calcule el índice de modulación.*

$$\beta = \frac{\Delta f}{fm}$$

$$\beta = \frac{10\ 000}{5000}$$

$$\boldsymbol{\beta = 2}$$

- *¿Cuánta potencia hay a la frecuencia portadora?*

$$P_n = {J_n}^2\ P$$

$$P_n = 0.224^2 * \ 12.5$$

$$\boldsymbol{P_n = 0.627\ w}$$

- *¿Cuál es el voltaje rms de la segunda banda lateral a la izquierda de la frecuencia portadora y su frecuencia?*

$$P = \frac{{V_{rms}}^2}{R}$$

$$V_{rms} = \sqrt{P * R}$$

$$V_{rms} = \sqrt{12.5 * 5}$$

$$V_{rms} = 25$$

$$V_n = 25 * 0.353$$

$$\boldsymbol{V_n = 8.825\ V}$$

- *Calcule el ancho de banda de la señal FM, aproximado y usando la tabla de las funciones de Bessel.*

Ancho de banda de la señal FM

$$B_w = 2 * wn[1 + \beta]$$

$$B_w = 2 * 5000\ [1 + 2]$$

$$\boldsymbol{B_w = 30\ kHz}$$

Ancho de banda usando la tabla de Bessel

$$B_w = 2 * n * wn$$

$$B_w = 2 * 6 * 5000$$

$$\boldsymbol{B_w = 60\ kHz}$$

β=2, 0.627 W, 8.825 V, 30 kHz, 60 kHz

Universidad Tecnológica de Panamá

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Fundamentos de Telecomunicaciones

Dr.-Ing. Carlos A. Medina C.

Problemas de la práctica 3

INTEGRANTES:

FERNANDO GUIRAUD 8-945-692

DANIEL WEN 2-745-718

Práctica N°3

1- Explique los términos "detección síncrona", "detección de envolvente", "detección coherente" y "detección no coherente".

- Detección Síncrona: Demodulador que sincroniza la frecuencia de la portadora con la señal de mensaje, que es obtenido a través de un proceso de filtrado pasa-banda, tiene como efecto secundario un desfasamiento en la frecuencia.

- Detección No Coherente: Detector que, para reconstruir el mensaje, busca la información variando la frecuencia de la señal portadora.

- Detección coherente: opera mezclando la señal de datos recibida con una portadora de referencia generada localmente y seleccionando la componente de diferencia de la salida del mezclador.

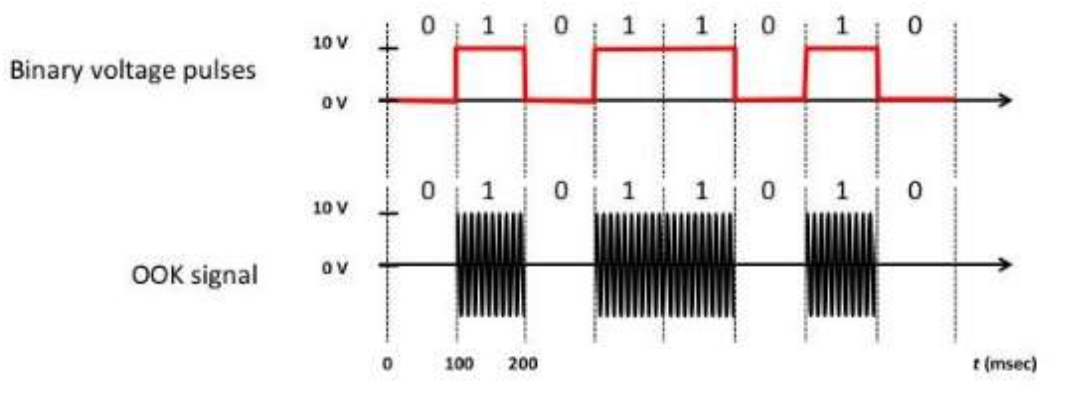
- Detección Envolvente: Demodulador de la clase no coherente que mediante la onda de la envolvente obtiene información.

2- ¿Se puede detectar de forma no coherente la señal de modulación por desplazamiento de fase regular (PSK)? Explique qué se entiende por modulación por desplazamiento de fase diferencial (DPSK).

No es posible detectar forma no coherente la señal de modulación por desplazamiento de fase regular (PSK) porque la modulación no coherente puede encontrar el cambio de fase y no de amplitud.

Se entiende por modulación por desplazamiento como el método de modulación que es muy utilizado en los sistemas lógicos con la función de codificar y decodificar una señal PSK por su desfasamiento.

3- Para una secuencia de datos binarios 010111001, dibuje la forma de onda binaria On-Off Keying (OOK) (pulsos de voltaje) y la señal modulada, donde la amplitud de la portadora se modula a 10 V o 0 V y Tb = 100 ms.



4- Para un sistema de ancho de banda dado, ¿cuál es la ventaja y la desventaja de usar un esquema de codificación multinivel (es decir, usar más de 2 símbolos)?

Ventaja: Es posible usar mas bit a través de una sola señal, lo que implica que se tenga mucha más información en un mismo intervalo de ancho de banda.

Desventaja: Requiere más potencia.

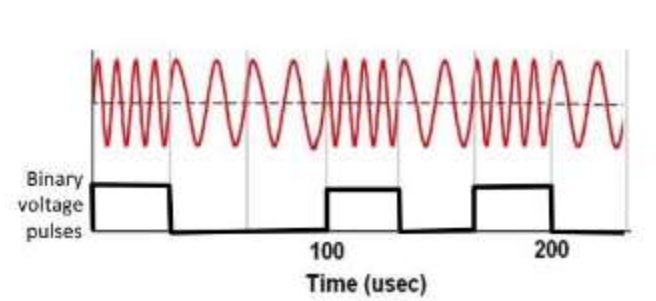
5- Dada la señal FSK que se muestra en la figura, donde los símbolos individuales se indican mediante líneas verticales:

A- Dibuje la transmisión binaria correspondiente (pulsos de voltaje), asumiendo que la frecuencia más alta representa un bit de 1.

B- Determine la tasa de bits.

C- ¿Cuántos bits por símbolo se podrían transmitir si se usaran cuatro frecuencias diferentes para transmitir datos en lugar de dos?

- ***A)***



- ***B-***

$$T_b = \frac{100x10^{-6}}{3} = 33.33\mu S$$

$$R_b = \frac{1}{T_b} = \frac{1}{33.33\mu} = 30\ kbpS$$

- ***C-***

$$M = 2^k$$

$$4 = 2^k$$

$$\log 4 = \log 2^k$$

$$\log 4 = k \log 2$$

$$k = \frac{\log 4}{\log 2} = 2\ bits$$

6- Dada la siguiente señal BPSK, donde los símbolos individuales se indican mediante líneas verticales:

A- Determine los bits transmitidos.

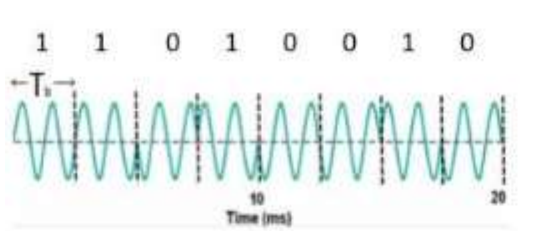
B- Determine la razón de bits.

C- ¿Cuál es el ancho de banda mínimo para la transmisión?

R=

- ***A-***

"1" representa la siguiente señal: 



- ***B-***

$$T_b = \frac{10x10^{-3}}{4} = 2.5\ ms$$

$$R_b = \frac{1}{T_b} = \frac{1}{2.5m} = 400\ bps$$

- ***C-***

$$B_T = \frac{1}{T_b} = \frac{1}{2.5m} = 400\ Hz$$

$$B_T = 2(R_b) = 800\ Hz$$

7- 16-QAM se puede utilizar para transmisiones de mayor velocidad de datos.

A- ¿Cuántos bits se transmiten con cada símbolo?

B- Si se utilizan 4 fases diferentes y 4 amplitudes diferentes en un sistema de modulación 16-QAM, dibuje dos posibles diagramas de constelación que podrían estar asociados con el sistema (no necesita etiquetar los bits para cada símbolo, solo muestre los símbolos).

C- Si se utilizan 8 fases diferentes y 2 amplitudes diferentes en un sistema de modulación 16-QAM, dibuje un diagrama de constelación que podría estar asociado con el sistema (no necesita etiquetar los bits para cada símbolo, solo muestre los símbolos).

D- Si la tasa de bits asociada con cualquiera de estos sistemas 16-QAM fue de 1,2 Mbps, ¿cuál es el ancho de banda mínimo de la transmisión?

R=

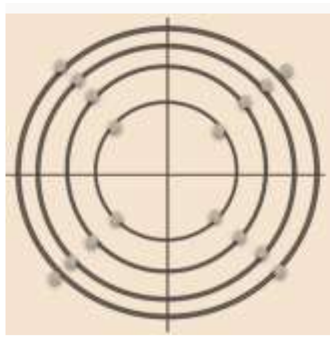
- **A-**

$$M = 16$$

$$16 = 2^k$$

$$log_2 16 = 4\ bits$$

- ***B-***



- ***C-***

- ***D-***

$$B_T = 2\frac{R_b}{k} = 2\frac{1.2\ Mbps}{4} = 600\ kHz$$

8- Suponga que la ASEP le ha alquilado la parte del espectro de frecuencias de 1,2 MHz a 1,3 MHz para su sistema de comunicación de espacio libre. ¿Cuál es la tasa de bits máxima que podría obtener si utilizara los siguientes esquemas de modulación:

A- FSK, con fmarca= 1.27 MHz y fespacio= 1.23 MHz
B- ASK
C- BPSK
D- 8-PSK
E- 32-QAM
F- 256-QAM

A- FSK, con fmarca= 1.27 MHz y fespacio= 1.23 MHz

$$B_T = 1.3\ MHz - 1.2\ MHz = 100\ kHz$$

$$Rb = \frac{BW - (fmarca - fespacio)}{2} = \frac{0.1 - (1.27 - 1.23)}{2}$$

$$= 0.03\ Mbps$$

b. ASK. **$R_b = N$ x BW / 2 = 1 x $100x10^3/2$ = 50 kbps**

c. BPSK. **$R_b = N$ x BW / 2 = 1 x $100x10^3/2$ = 50 kbps**

d. 8-PSK. **$R_b = N$ x BW / 2 = 3 x $100x10^3/2$ = 150 kbps (Note: $N = \log_2 M = \log_2 8 = 3$)**

e. 32-QAM. **$R_b = N$ x BW / 2 = 5 x $100x10^3/2$ = 250 kbps (Note: $N = \log_2 M = \log_2 32 = 5$)**

f. 256-QAM. **$R_b = N$ x BW / 2 = 8 x $100x10^3/2$ = 400 kbps (Note: $N = \log_2 M = \log_2 256 = 8$)**

9- Se hace pasar una señal de banda- base binaria a través de un filtro reductor coseno elevado con un factor de reducción de 50%, y luego se modula en una portadora. La tasa de datos es de 2400b/s. Evalúe:

A-
$B_T = R_b(1+r) = 2400(1+0.5) = 3600Hz$ **=3.6 kHz**

B- El ancho de banda aproximado de una señal FSK resultante cuando la frecuencia de marca es de 50kHz y la de espacio es de 55kHz

$$\Delta f = 55 - 50 = 5kHz$$

$$B_T = 2\Delta f + 2B = \Delta f + 2\left(\frac{R_b}{2}(1+0.5)\right) = (2)5kHz + 3.6kHz = 13.6kHz$$

10- La secuencia de 11100101 se aplica a un modulador ASK. La duración de bit es 1μs, y la onda portadora sinusoidal utilizada para representar el símbolo 1 tienen una frecuencia igual a 7MHz.

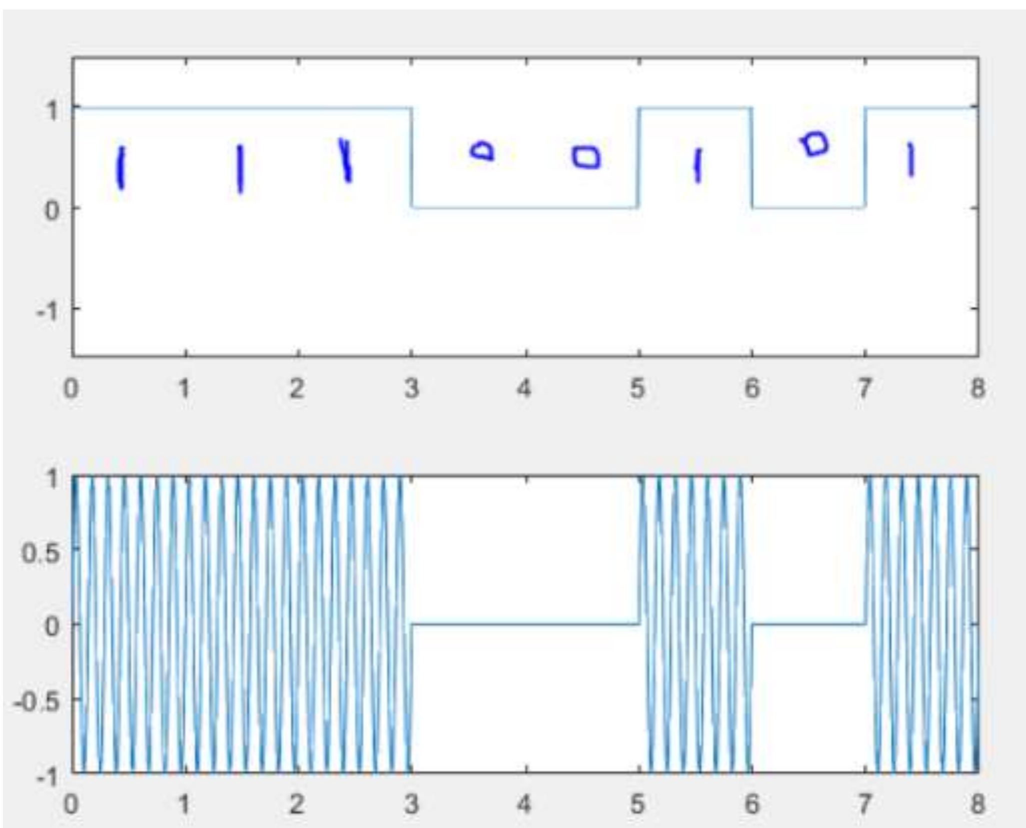
a) Encuentre el ancho de banda de transmisión de la señal transmitida

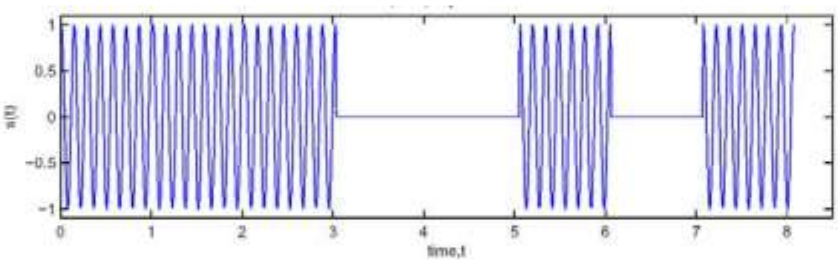
$R_b = 1\mu s$

$T_b = \frac{1}{R_b} = \frac{1}{1\mu s} = 1\ MHz$

BW=2Rb= 2(1MHz) = 2 MHz

A- Grafique la forma de onda de la señal ASK transmitida



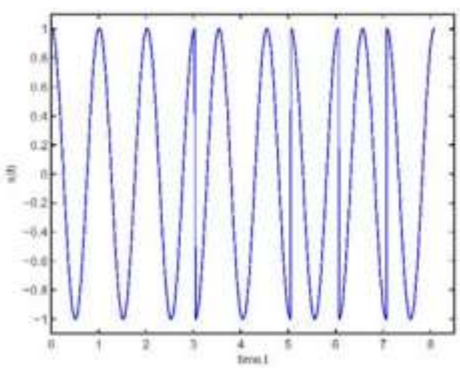


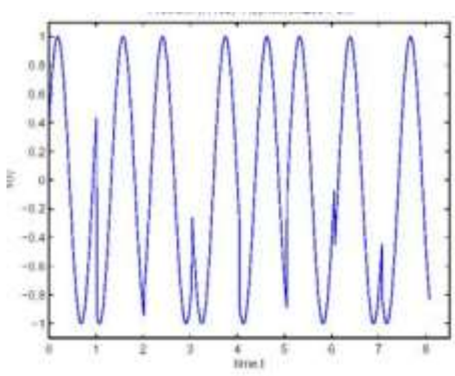
El tiempo esta en microsegundos

11. Repita el problema anterior para el caso cuando la secuencia se aplica a un modulador PSK.

$$R_b = 1\mu s$$
$$T_b = \frac{1}{R_b} = \frac{1}{1\mu s} = 1\ MHz$$

MODULADOR PSK



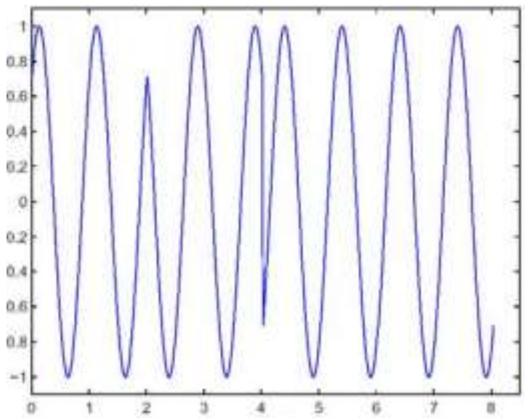


12. Repita el problema anterior para el caso cuando la secuencia se aplica a un modulador QPSK y OQPSK.

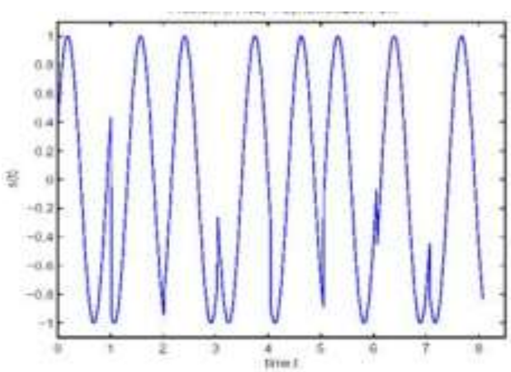
$R_b = 1\mu s$

$BT = \frac{1}{R_b} = \frac{1}{1\mu s} = 1\ MHz$

ONDA PARA LA QPSK



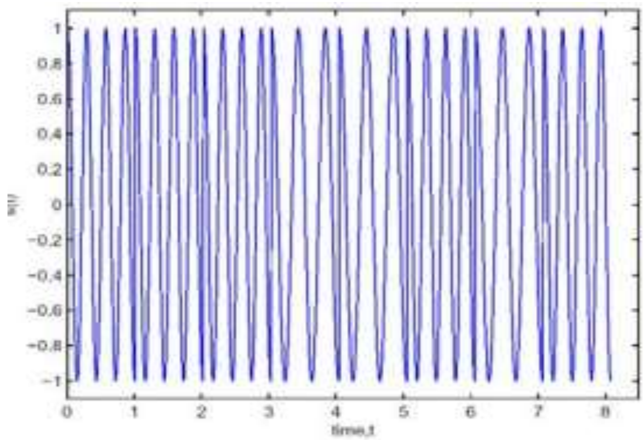
ONDA PARA LA OQPSK



13. Se aplica una secuencia binaria 11100101 a un modulador Sunde's BFSK. La duración de bit es 1µs. Las frecuencias de portadora usadas para representar los símbolos 0 y 1 son 2.5MHz y 3.5MHz, respectivamente.
    Datos:
    Tb=1µs ; Rb= 1MHz
    A- Calcule el ancho de banda de transmisión

$$B_T = 2Rb + f2 - f1 = 2(1) + 3.5 - 2.5 = 3\ MHz$$

    B- Grafique la forma de onda de la señal BFSK



Forma de onda de la señal BFSK

14. Considere un modulador MSK que utiliza una portadora sinusoidal con frecuencia de 50MHz. La razón de bit de la sección de entrada es 20×10^3b/s

A-

$$\Delta \boldsymbol{f} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{R_b} = \mathbf{10}\boldsymbol{kb/s}$$

Cuando es cero

$$\boldsymbol{f_c} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\Delta\boldsymbol{f} = \mathbf{50}\boldsymbol{M} - (\mathbf{10}\boldsymbol{k})\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \mathbf{49{,}995}\boldsymbol{MHz}$$

Cuando es uno

$$\boldsymbol{f_c} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\Delta\boldsymbol{f} = \mathbf{50}\boldsymbol{M} + (\mathbf{10}\boldsymbol{k})\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right) = \mathbf{50{,}005}\boldsymbol{MHz}$$

La frecuencia instantánea es 50MHz

B-

Si todos los datos son ceros la frecuencia instantánea es 49,995MHz

Si todos los datos son uno la frecuencia instantánea es 50,005MHz

15. Suponga que R=9600 b/s. Calcule el ancho de banda del segundo nulo a nulo de BPSK, QPSK, 64-PSK, 64-PSK, 64-QAM. Analice las ventajas y desventajas de utilizar cada uno de estos métodos de señalización.

Para BPSK

$$\boldsymbol{B_T} = \mathbf{4}\frac{\boldsymbol{R_b}}{\boldsymbol{log}\ \mathbf{_2}(\mathbf{2})} = \mathbf{4}\frac{\mathbf{9600}\ \boldsymbol{b/s}}{\boldsymbol{log_2}(\mathbf{2})} = \mathbf{38{,}4}\ \boldsymbol{kHZ}$$

Para QPSK

$$\boldsymbol{B_T} = \mathbf{4}\frac{\boldsymbol{R_b}}{\boldsymbol{log}\ \mathbf{_2}(\mathbf{4})} = \mathbf{4}\frac{\mathbf{9600}\ \boldsymbol{b/s}}{\boldsymbol{log_2}(\mathbf{4})} = \mathbf{19{,}2}\boldsymbol{kHZ}$$

Para 64-PSK

$$\boldsymbol{B_T = 4\frac{R_b}{log\ _2(2)} = 4\frac{9600\ b/s}{log_2(64)} = 6{,}4\ kHZ}$$

Para 64-QAM

$$\boldsymbol{B_T = 4\frac{R_b}{log\ _2(2)} = 4\frac{9600\ b/s}{log_2(64)} = 6{,}4kHZ}$$

Análisis: De todas las señales las que requieren menor ancho de banda para la misma cantidad de bits son las 64-PSK y 64-QAM. Estas señales 64-PSK y 64-QAM necesitan más potencia que una señal BPSK o QPSK.

16. La secuencia de bits 1010100010111 se va a transmitir utilizando modulación DPSK. Muestre 4 secuencias codificadas diferentes que puedan representar la misma secuencia de datos indicada, y explique el algoritmo para generar cada una.

Secuencia 1 [Iguales 1, Diferentes 0, Dk =1]

Bk		1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1
Dk-1		1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
Dk	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1
Fase	0	0	π	π	0	0	π	0	π	0	π	0	0	0
Polaridad		+	-	+	-	+	-	-	-	+	-	+	+	+
Símbolo		1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1

Secuencia 2 [Iguales 1, Diferentes 0, Dk =0]

Bk		1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1
Dk-1		0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0
Dk	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
Fase	0	0	π	π	0	0	0	π	0	π	0	0	0	0
Polaridad		-	+	-	+	-	+	+	+	-	+	-	-	-
Símbolo		1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1

Secuencia 3 [Iguales 0, Diferentes 1, Dk =1]

Bk		1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1
Dk-1		1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1
Dk	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0
Fase	π	0	0	π	π	0	0	0	0	π	π	0	π	0
Polaridad		-	+	-	+	-	+	+	+	-	+	-	-	-
Símbolo		1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1

Secuencia 4   [Iguales 0, Diferentes 1, Dk =0]

Bk		1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1
Dk-1		0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0
Dk	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1
Fase	0	0	0	π	π	0	0	0	0	π	π	0	π	0
Polaridad		+	-	+	-	+	-	-	-	+	-	+	+	+
Símbolo		1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1

Universidad Tecnológica de Panamá

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Fundamentos de Telecomunicaciones

Dr.-Ing. Carlos A. Medina C.

Modulación por codificación de pulso / sistemas digitales banda-base

Problemas de la práctica 4

INTEGRANTES:

FERNANDO GUIRAUD 8-945-692

DANIEL WEN 2-745-718

1. Se requiere transmitir la palabra "Sol" utilizando un sistema 8-PAM.

a. Codifique la palabra en una secuencia de bits, utilizando el código ASCII de 7 bits y adicionando un bit de paridad par.

S= 01010011 (8 bits) = 1010011 (7 bits) 8^{va} bit = S = 1

O= 01001111 (8 bits) = 1001111 (7 bits) 8^{va} bit = O = 1

L= 01001100 (8 bits) = 1001100 (7 bits) 8^{va} bit = L = 0

b. ¿Cuántos bits hay en el mensaje?

Mensaje = 10100111 10011111 10011000

Ntotal de bits = 8 x 3 = 24 bits

c. Represente el mensaje utilizando los símbolos del sistema 8-ario.

S O L

10100111 10011111 10011000

d. ¿Cuántos símbolos hay en el mensaje?

Rs = $\frac{24}{8} = 3\ Símbolos$

e. Si se diseña el sistema para una modulación 16-aria, cuántos símbolos se requieren para representar la palabra "Sol"?

M = 1010 0011 1001 1111 1001 1000 = 6 Símbolos

Rs = $\frac{24}{4} = 6\ Símbolos$

2. Se desea transmitir 100 caracteres alfanuméricos en 2 segundos, utilizando codificación ASCII de 8 bits por carácter. Se utiliza una forma de onda 32-PAM multinivel.

Datos:

M= 32 k = 5 $2^k = 2^5 = 32$

a. Calcule la razón de transmisión de bit efectiva y la razón de símbolo.

Rb = $(\frac{100\ caracteres}{2\ segundos})(\frac{8\ bits}{1\ caracter})$ = 400 bits/s

Rs = $\frac{Rb}{k} = \frac{400}{5}$ = 80 símbolos/s

b. Repita la parte a. para PAM de 16 niveles, 8 niveles, 4 niveles y PCM.

PAM 16 niveles M = 16, k = 4

Rb = $(\frac{100\ caracteres}{2\ segundos})(\frac{8\ bits}{1\ caracter})$ = 400 bits/s

Rs = $\frac{Rb}{k} = \frac{400}{4}$ = 100 símbolos/s

PAM 8 niveles M = 8, k = 3

Rb = $(\frac{100\ caracteres}{2\ segundos})(\frac{8\ bits}{1\ caracter})$ = 400 bits/s

Rs = $\frac{Rb}{k} = \frac{400}{3}$ = 133.333 símbolos/s

PAM 4 niveles M = 4, k = 2

Rb = $(\frac{100\ caracteres}{2\ segundos})(\frac{8\ bits}{1\ caracter})$ = 400 bits/s

Rs = $\frac{Rb}{k} = \frac{400}{2}$ = 200 símbolos/s

3. Determine la razón de Nyquist y el intervalo de Nyquist para la señal x(t) = sinc(200t).

x(t) = sinc(200t). ; fm= 100

fs = 2 fm = 2 (100) = 200 Hz

Intervalo de Nyquist: $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{fs}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{100}\right) = \frac{1}{200}\ Hz$

4. La información en una forma de onda analógica, cuya frecuencia máxima es 4 kHz, será transmitida utilizando un sistema 16-PAM. La distorsión por cuantización no debe exceder ±1% del valor pico a pico del sistema.

Datos:

fm = 4kHz 16 PAM => M= 16 ; k = 4 ; p = $\frac{1}{100}$=0.01

a. ¿cuál es el mínimo número de bits por palabra PCM que debe utilizarse en este sistema PAM?

PCM => PAM

L ≥ $\frac{1}{2p} = \frac{1}{2(0.01)} = \frac{1}{0.02} =$50 niveles

l = $\log_2 50 =$5.64386 ≈ 6

b. ¿cuál es la razón de muestreo mínima que se requiere y cuál es la razón de bit resultante?

fs = 2fm = 2 (4kHz) = 8 kHz = 8000 Hz

Rb = fs*l = 8000 (6) = 48 000 bits/s = 48 kbps

c. ¿cuál es la razón de transmisión en baudios del sistema 16-PAM?

Rs = $\frac{Rb}{\log_2 M} = \frac{48\ 000}{\log_2 16} = \frac{48\ 000}{4} = 12\ 000 \frac{simbolos}{s} = 12\ 000\ baudios$

5. En el muestreo natural, una señal analógica m(t) se multiplica por un tren periódico de pulsos rectangulares p(t). Dado que la frecuencia de repetición de los pulsos es fs y la duración de cada pulso rectangular es T (con fsT << 1), haga lo siguiente:

a. Determine el espectro de la señal s(t) que resulta del uso del muestreo natural (puede asumir que la mitad del pulso rectangular ocurre en t = 0 en p(t)).

Considerando el tren periódico c(f) de pulsos rectangulares para cada duración T. Las series de Fourier expandida de c(t) (asumiendo que un pulso de tren es centrado en el origen) esta dado por:

$$c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_s \operatorname{sinc}(nf_S T)\exp(j2\pi n f_s t)$$

Donde fs es la repetición de la frecuencia, y la amplitud rectangular del pulso esta asumida para ser 1/T. La duración de cada pulso rectangular es T (con fsT << 1) quiere decir que las líneas del espectro del tren periódicos separados están bien separados unos de los otros.

Multiplicando una señal de mensaje g(t) por c(t) da:

$$\begin{aligned} s(t) &= c(t)g(t) \\ &= \sum_{n=-\infty} f_s \operatorname{sinc}(nf_s T)\, g(t) \exp(j2\pi n f_s(t) \end{aligned} \qquad (1)$$

Tomando la transformada de Fourier en ambos lados de Eq. (1) y usando la propiedad de desplazamiento de frecuencia de la transformada de Fourier se tiene que:

$$S(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_s \,\mathrm{sinc}(nf_sT)\, G(f-nf_s) \qquad (2)$$

Donde G(f) =F[g(t)]. Por lo tanto, el espectro S(f) consta de réplicas desplazadas en frecuencia del espectro original G(f), con la n-ésima réplica escalada en amplitud por el factor $f_s \mathrm{sinc}(nf_sT)$.

b. Muestre que la señal original m(t) se puede recuperar en forma exacta de su versión muestreada, siempre que se cumpla el teorema de muestreo de Shannon-Nyquist.

De acuerdo al teorema de muestreo, se puede asumir que:

La señal g(t) de banda limitad con

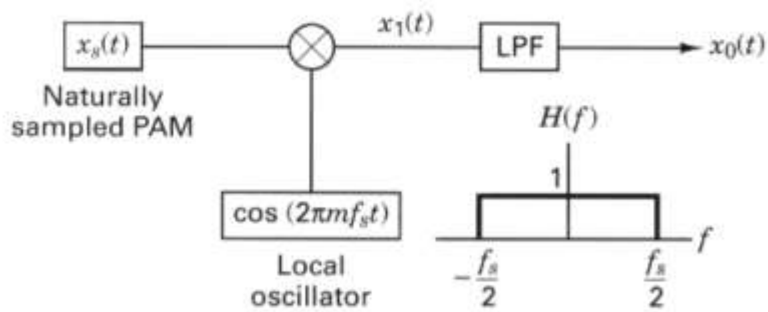
$$G(f) = 0 \text{ para } -W < f < W$$

La frecuencia de muestreo fs esta definida por:

$$fs > 2W$$

Entonces, las diferentes réplicas de frecuencia desplazada de G(f) involucradas en la construcción no se superpondrán. Bajo las condiciones descritas aquí, el espectro original G(f), y por lo tanto la señal g(t), puede recuperarse exactamente (excepto por un escalado de amplitud trivial) pasando s(t) a través de un filtro de paso bajo de ancho de banda W.

6. Dada una forma de onda analógica muestreada a la frecuencia de Nyquist, fs, utilizando muestreo natural, demuestre que una forma de onda proporcional a la forma de onda original se puede recuperar a partir de las muestras, utilizando un sistema que incluye un modulador de producto con portadora cos(2πmfst), donde m es un entero, seguido de un filtro pasa-bajas con frecuencia de corte fs/2.



$$Xs(t) = X(t) * Xp(t)$$

$$= X(t)\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty} Cn * e^{J2\pi nft}\right\}$$

$$= X(t)\left\{Co + 2\sum_{n=1}^{\infty} Cn * e^{J2\pi nft}\right\}$$

$$X1(t) = Xs(t)\cos(2\pi mft)$$

$$X(t)\left\{\begin{matrix} \text{Co} * \cos(2\pi mft) \\ +2\sum_{n=1}^{\infty} Cn * \cos(2\pi nft) * \cos(2\pi mft) \\ +2 * Cm * cos^2(2\pi mft) \end{matrix}\right\}$$

$$Xo(t) = X(t) * 2 * Cm * (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(4\,\pi mft))$$

$$Xo = Cm * X(t)$$

7. Se va a convertir una señal analógica con un ancho de banda de 4.2 MHz en una PCM binaria para transmitir a través de un canal. La relación señal pico/ruido de cuantización a la salida del receptor debe ser por lo menos de 55 dB. Si se asume que no hay ruido ni ISI, ¿cuál será el número de escalones de cuantización necesarios?

$$2^n - 1 = DR$$

$$2^n = DR + 1$$

$$55 = 20\log\left(2^n - 1\right)$$

$$2^n = 563.34$$

$$n = 9.137$$

$$n \approx 10$$

Excluyendo el bit de signo

$$n = 9$$

La longitud de la palabra código es:

$$v = 9\ bits$$

Los niveles de cuantización son:

$$q = 2^v$$

$$q = 2^9$$

$$q = 512$$

Si asumimos que $\mu = 255$

El numero de bits sera igual a 8 bits.

Por lo tanto, la longitud de la palabra código es $v = 8\ bits$

Los niveles de cuantización son:

8. Grafique el espectro de una onda PAM producida por la señal moduladora m(t) = Am cos(2πfmt) asumiendo una frecuencia fm = 0.25 Hz, un periodo de muestreo Ts = 1 s, y duración de pulso T = 0.45 s

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [1 + \mu m'(nT_s)]g(t-nT_s),$$

Donde g(t) es la forma del pulso, m´(t) = m(t)/Am = cos(2*pi*fm*t). La onda PAM es equivalente a la convolución de la muestra instantánea [1 + um'(t)] y la forma del pulso g(t):

$$s(t) = \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} [1+\mu m'(nT_s)]\ \delta(t-nT_s) \right\} ☆ g(t)$$

$$= \left\{ [1+\mu m'(t)] \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT_s) \right\} ☆ g(t)$$

El espectro de la onda PAM es:

$$S(f) = \left\{ [\delta(f) + \mu M'(f)] ☆ \frac{1}{T_s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(f - \frac{m}{T_s}) \right\} G(f)$$

$$= \frac{1}{T_s} G(f) \sum_{m=-\infty}^{\infty} [\delta(f - \frac{m}{T_s}) + \mu M'(f - \frac{m}{T_s})]$$

Para el pulso rectangular g(t) de duración T = 0.45s, y con AT = 1, tenemos:

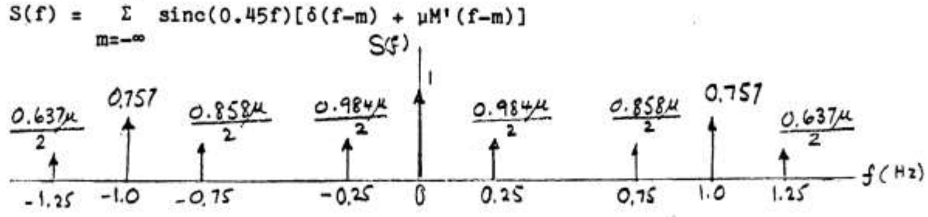
$$G(f) = AT\ \mathrm{sinc}(fT)$$

$$= \mathrm{sinc}(0.45f)$$

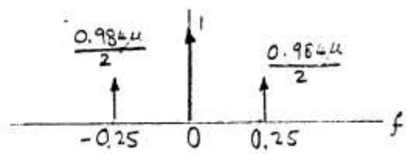
For $m'(t) = \cos(2\pi f m t)$, and with $f_m = 0.25$ Hz, we have:

$$M'(f) = \frac{1}{2} [\delta(f-0.25) + \delta(f+0.25)]$$

$$S(f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathrm{sinc}(0.45f)[\delta(f-m) + \mu M'(f-m)]$$

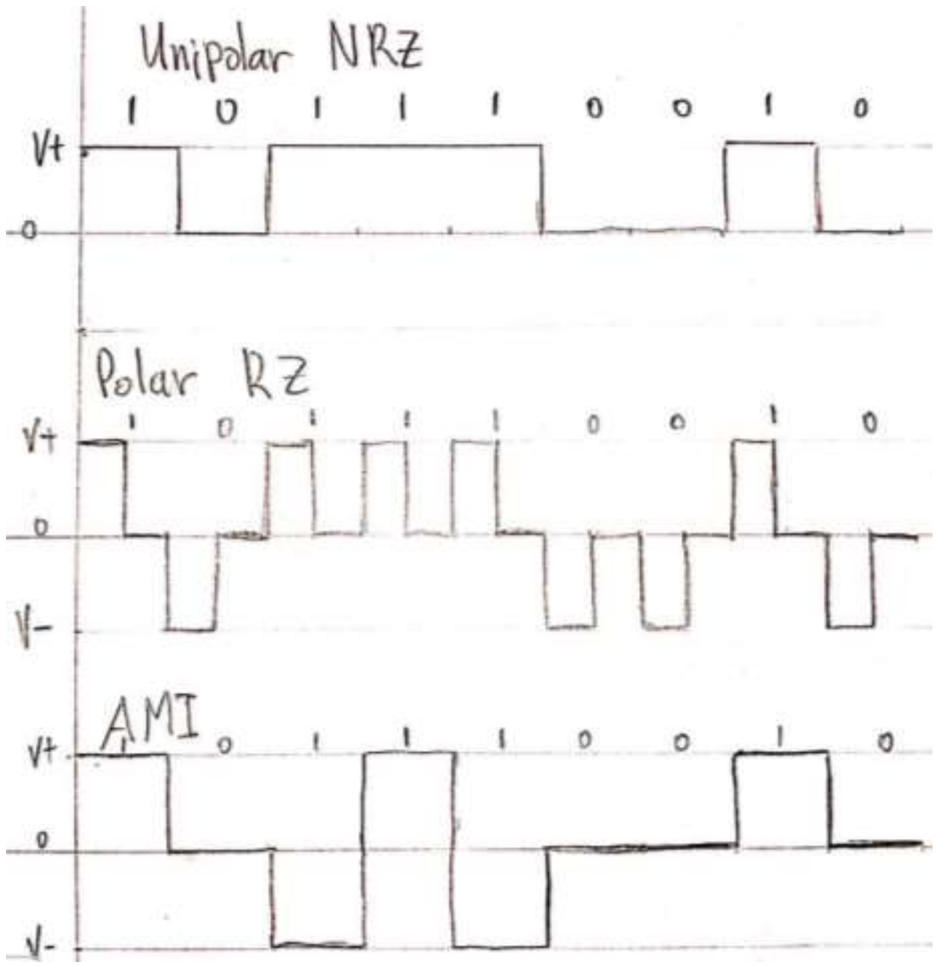


La reconstrucción ideal del filtro tendrá las tres funciones delta de S(f):



Sin efecto de apertura, las dos funciones delta exteriores tendrán una amplitud de u/2. Los efectos de apertura distorsionan la señal reconstruida atenuando las porciones de alta frecuencia de la señal de mensaje.

9. Dada una secuencia de bits 101110010, dibuje la secuencia de pulsos transmitidos para cada uno de los siguientes códigos de línea: a) unipolar NRZ, b) polar RZ, c) AMI



10. Un sistema PCM usa un cuantizador uniforme seguido de un codificador binario de 7-bits. La razón de bit del sistema es 50 Mb/s. ¿Cuál es el máximo ancho de banda de la señal de mensaje para que el sistema opere satisfactoriamente?

Rb= 50 Mb/s

BW = $\frac{Rb}{2} = \frac{50\ x\ 10^6}{2}$ = 25 x 10^6 bps = **25 Mbps**

CORRECIÓN DEL PARCIAL 1

Los siguientes procesos son posibles en sistemas de comunicación digital pero no en sistemas de comunicación analógica: **Codificación de canal y TDM.**

El canal de televisión por cable se puede clasificar como una señal de **banda limitada.**

Se aplica un impulso a un filtro RC. La salida se dispersa en el tiempo porque la respuesta en frecuencia del filtro tiene **duración finita.**

La modulación FSK es un tipo de modulación **digital de onda continua.**

La densidad espectral de potencia de una señal **es una función de distribución de potencia en función de la frecuencia.**

La multicanalización de señales usando diversas dimensiones de un canal es posible por **la propiedad de ortogonalidad.**

La señal x(t) = cos(4t) + 2sin(8t) es Periódica con T=π/2

$T_1 = \frac{2\pi}{wo} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$; $T_2 = \frac{2\pi}{wo} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$; $\mathbf{fi} = \boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$ porque se escoge la mas pequeña

La convolución de una señal x(t+56) con un impulso δ(t-34) es igual a

x(t+56) δ(t-34)= x(t+56-34) = **x(t+22)**

Los anchos de banda legales en Panamá para la transmisión de una estación de radio AM y de FM son, respectivamente: **10 kHz/240kHz**

Fm es desventajoso con respecto a AM porque **requiere un ancho de banda de transmisión más grande.**

Después de pasar una señal FM a través de un mezclador, ¿Cuál es el cambio de desviación de frecuencia Δ cuando la frecuencia de modulación se duplica? R/a: **Permanece sin cambio.**

En un sistema DSB+C si el índice de modulación es mayor que 1:

- La señal de banda base no se conserva en la envolvente de la señal AM
- La señal recuperada está distorsionada
- Se tiene sobremodulación.
- La señal modulada muestra cambios de fase

La generación de la señal SSB-SC se realiza mediante: **Método de cambio de fase y Método de discriminación de frecuencia.**

Una **Portadora piloto:**

- Se utiliza para demodulación de señales DSB-SC
- Es una portadora de baja potencia transmitida con una señal modulada.
- Se utiliza para la sincronización del modulador local en el receptor.
- Se puede utilizar para la detección VSB-SC

La multicanalización de señales usando diversas dimensiones de un canal es posible por: **la propiedad de ortogonalidad.**

La modulación sirve para:

- Mejorar la SNR en la recepción.
- Multiplexar señales.
- Reducir las dimensiones de las antenas.
- Utilizar el amplio espectro de frecuencias.

Una señal x(t)=2cos(50π t)+ 4sin(150π t) + 4cos(250π t) pasa a través de un sistema con respuesta al impulso h(t) = 160 sinc(160 t). La potencia promedio de la señal de salida es

$P_{(avg)} = \frac{2^2}{2} + \frac{4^2}{2}$ = **10 W**

Una portadora de 100 MHz está modulada en frecuencia por una onda de 5 kHz. Si la señal FM tiene un indice de modulación de 10, calcule la variación de la portadora de la señal FM.

μ=10 ; $\mu=\frac{\Delta f}{fm}$; $\Delta f =$ μfm = 10(5) = 50 kHz => variación de la portadora = 2Δf = 2(50)=**100kHz**

Calcule la potencia en una de las bandas laterales en la modulación SSB-SC cuando la potencia de la portadora es de 124 W y hay una profundidad de modulación del 80% en la señal de amplitud modulada original

$m=\frac{80}{100} = 0.8$; Pc =124 W ; $P=m^2(Pc/4) = 0.8^2(124/4)$ = **19.84 W**

Una señal FM con desviación de frecuencia de 75 kHz se genera a partir de una señal moduladora m(t)=5 cos(2000 π t) cos(3000 π t). Determine el ancho de banda de Carson de la señal FM.

fm = $\frac{2000+3000}{2} = 2.5 kHz$

Bw= $2(\Delta f + fm)$ = 2 (75 kHz + 2.5kHz) = 2 (77.5kHz) = **155 kHz**

En una señal AM con una moduladora 5cos(200π*t) cuál es el límite de la amplitud de la portadora para lograr una eficiencia de potencia mayor de 25%.

mp= 5

$n=\frac{Ps}{Pc+Ps} = \frac{\mu^2}{2+\mu^2} > 0.25$; $\mu^2 > 0.25(2+\mu^2)$; $\mu^2 > 0.5 + 0.26(\mu^2)$; $0.75\mu^2 > 0.5$

μ > 0.8165 ; $\frac{mp}{A} > 0.8165$; $\frac{5}{0.8165} <$ A ; $\mathbf{6.13} < A$

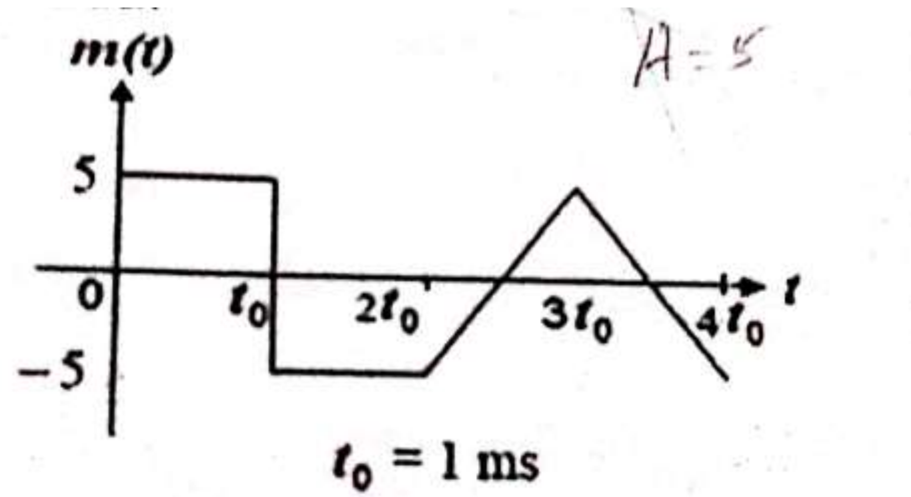
Una señal modulada en ángulo está dada por s(t)= 10 cos($2\pi\times 10^6\, t + 6 \sin(4000\pi\, t)$) Si esta señal pasa a través de un filtro pasa-banda centrado en la frecuencia portadora y con un ancho de banda de 10 kHz, determine la potencia de la señal de salida (en dBW).

Potencia de la señal de salida = 11.33 dbW

Cuatro señales de voz, cada una de banda limitada a 4 kHz, se multiplexan en frecuencia usando bandas de guarda de 0.5 kHz entre canales y entre la portadora principal y el primer canal. La modulación de las subportadoras es LSSB-SC y la modulación de la portadora principal es AM. Si la frecuencia de portadora principal es 500 kHz, cuál es la máxima frecuencia de la señal modulada.

Frecuencia máxima = 500 + 4 + 4 + 4 + 4 + 0.5 +0.5 +0.5 + 0.5 = 518 kHz

La señal de información (de voltaje), que se muestra en la figura, modula una portadora de 1 MHz para generar una señal PM. La constante de desviación de fase es 50π rad/V. Determine la minima frecuencia en MHz de la señal modulada.



Datos:

Kp= 50π rad/V

$$f1(t) = fc + \frac{kp}{2\pi} m(t) = 1e6 - 25\left(\frac{10}{1x10^{-3}}\right) = \mathbf{0.75\ MHz}$$

Determine la potencia promedio de la señal x(t) = 10 $\boldsymbol{e^{-i2t} cos(10\pi t)}$

$$pot\left(10\cdot e^{-j\cdot 2\cdot t}\cdot \cos(10\cdot \pi\cdot t),\frac{1}{5}\right)$$

[uso]: pot[fun(t),periodo]

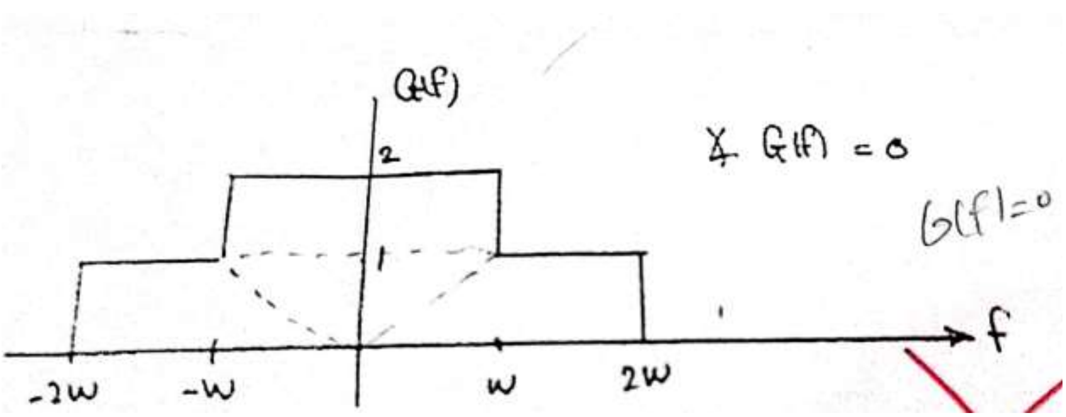
Px = lim(To→ ∞)(1/To)int{0,To}((abs(f(t))^2)dt

Px = 50

Aquí se muestra la implementación del código en la Texas para calcular la potencia promedio de cualquier señal. Como se puede ver, la programación de la Texas resulta muy útil para este tipo de problemas.

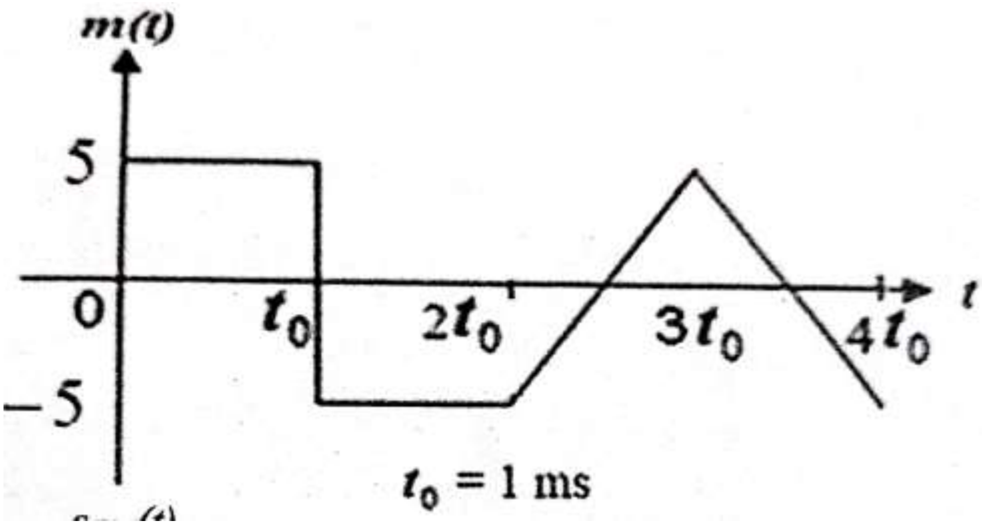
Una señal x(t) se transmite a través de un canal con respuesta en frecuencia como se muestra en la figura. Determine la señal de salida

$$x(t) = W\text{sinc}^2(Wt)$$

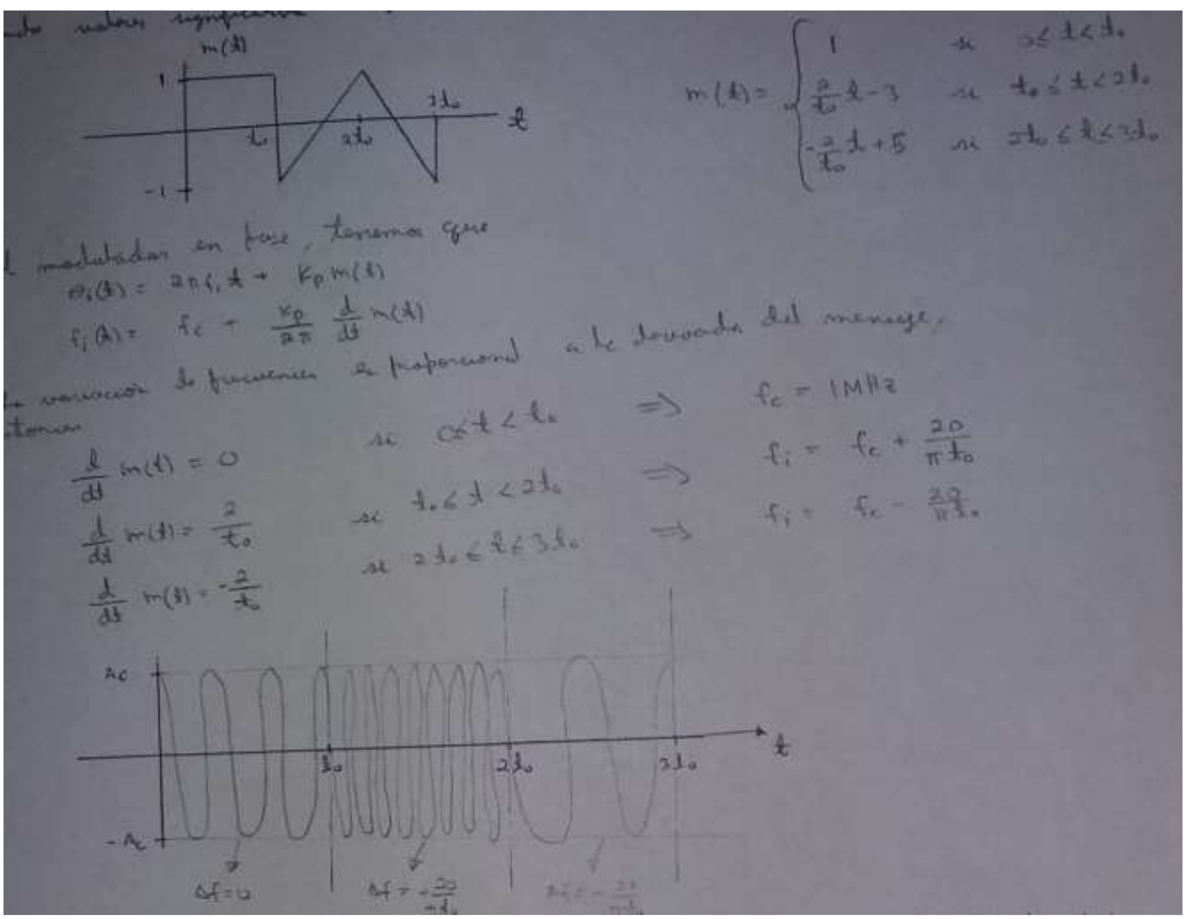


y(t)=**<u>2Wsinc²(wt)</u>**

Dibuje la señal FM resultante si la señal de información es la que se muestra en la figura. Indique valores relevantes de amplitud, frecuencia, fase en la gráfica. La frecuencia de portadora es 1 MHz, la constante de desviación de frecuencia es $20x10^3$ Hz/V.



m(t)
5
0
−5
t_0
$2t_0$
$3t_0$
$4t_0$
t
$t_0 = 1$ ms



...do valores significativos
m(t)
1
−1
t_0
$2t_0$
$3t_0$
t
$m(t) = \begin{cases} 1 & si \ 0 \le t < t_0 \\ \frac{2}{t_0}t - 3 & si \ t_0 \le t < 2t_0 \\ -\frac{2}{t_0}t + 5 & si \ 2t_0 \le t < 3t_0 \end{cases}$
...l modulador en fase, tenemos que
$\theta_i(t) = 2\pi f_c t + K_p m(t)$
$f_i(t) = f_c + \frac{K_p}{2\pi}\frac{d}{dt}m(t)$
...a variación de frecuencia es proporcional a la derivada del mensaje,
...tonces
$\frac{d}{dt}m(t) = 0$ si $0 \le t < t_0$ $\Rightarrow$ $f_c = 1MHz$
$\frac{d}{dt}m(t) = \frac{2}{t_0}$ si $t_0 < t < 2t_0$ $\Rightarrow$ $f_i = f_c + \frac{20}{\pi t_0}$
$\frac{d}{dt}m(t) = -\frac{2}{t_0}$ si $2t_0 < t < 3t_0$ $\Rightarrow$ $f_i = f_c - \frac{20}{\pi t_0}$
Ac
−Ac
t_0
$2t_0$
$3t_0$
t
$\Delta f = 0$
$\Delta f = +\frac{20}{\pi t_0}$
$\Delta f = -\frac{20}{\pi t_0}$

Informe de funcionamiento de código para TI-NSPIRE CX CAS para Fundamentos de Telecomunicaciones

Fernando Guiraud, Daniel Wen

Universidad tecnológica de Panamá
Fundamentos de telecomunicaciones
1EE141
fjguiraud@gmail.com

I. INTRODUCCIÓN

En este informe se explicará el funcionamiento detallado de distintas funciones y programas creados en el lenguaje interno de las calculadoras programables TI-NSPIRE CX CAS, con el fin de desarrollar distintas funciones útiles para manejo, visualización y ciertos cálculos que faciliten el aprendizaje de la materia "Fundamentos de telecomunicaciones".

II. OBJETIVO

- Explicar el funcionamiento de los programas desarrollados durante el curso.

III. MATERIAL Y EQUIPO

- Calculadora TI-Nspire™ CX CAS
- Software TI-Nspire™ CX CAS para Estudiante.

IV. DESARROLLO

1. Frecuencia fundamental

Comando de referencia: funfr()
Datos requeridos: Velocidad angular 1, velocidad angular 2.
Función: Determinar la frecuencia fundamental de dos argumentos.
Ejemplo de uso: funfr(200*pi, 100*pi)

$\omega 1 = 200\cdot\pi \qquad \omega 2 = 100\cdot\pi$

$x(t) = \cos(200\cdot\pi\, t) + \cos(100\cdot\pi\, t)$

$To = 2*\pi/\omega o$

$To1 = 2*\pi/\omega 1 = \frac{1}{200\cdot\pi}\, 2\cdot\pi = \frac{1}{100}$

$To2 = 2*\pi/\omega 2 = \frac{1}{100\cdot\pi}\, 2\cdot\pi = \frac{1}{50}$

$To1/To2 = \frac{1}{2}$

$To = To1*2 = To2*1 = \frac{1}{50}$

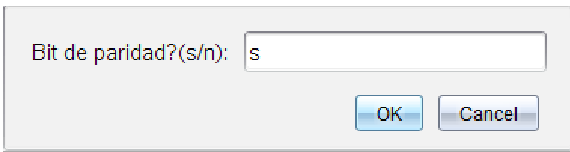
$\omega o = 2*\pi/To$

$\omega o = 2*\pi/1/50$

$\omega o = 100\cdot\pi$

2. Generador de cadenas de bits

Comando de referencia: secbit()
Datos requeridos: Palabra a codificar, especificar si se requiere bit de paridad, posición del bit de paridad.
Función: Generar una secuencia de bits correspondiente al código ASCII de cada digito.
Ejemplo de uso: secbit("Sol")



Bit + o − significativo(+/−): +

OK Cancel

Palabra a codificar en ASCII: Sol

Bit de paridad?(s/n): s

Bit + o − significativo(+/−): +

− Caracter: S

1010011

Bit de Paridad: 0

− Caracter: o

1101111

Bit de Paridad: 0

− Caracter: l

1101100

Bit de Paridad: 0

["0" "1010011" "0" "1101111" "0" "1101100"]

Secuencia resultante:

010100110110111101101100

3. Potencia

Comando de referencia: pot()
Datos requeridos: Función y periodo.
Función: Calcula la potencia de una función con periodo definido.
Ejemplo de uso: pot(cos(250*π*t),(1/10))

[uso]: pot[fun(t),periodo]

Px = lim(To → ∞)(1/To)int{0,To}((abs(f(t))^2)dt

$Px = \frac{1}{2}$

4. Energía

Comando de referencia: ene()
Datos requeridos: Función, tiempo inicial y tiempo final.
Función: Calcula la energía de una función, en un intervalo de tiempo definido.
Ejemplo de uso: ene(cos(250*π*t),0,10)

[uso]: ene[fun(t),Tini,Tfin]

Ex = int{To,Tf}((abs(f(t))^2)dt

Ex = 5

5. Formulas de transformadas de Fourier

Comando de referencia: tftel()
Datos requeridos: Función, variable.
Función: Calcula la transformada de Fourier de una función en el tiempo.
Ejemplo de uso: tftel(50sin(150*π*t),t)

$x(t) = 50 \cdot \sin(150 \cdot \pi \cdot t) \quad \rightarrow X(f)$

$X(f) = 25\,[\delta(f-75) - \delta(f+75)]$

6. Transformada de Hilbert

Comando de referencia: thilb()
Datos requeridos: Función, variable.
Función: Calcula la transformada de Hilbert de una función en el tiempo.
Ejemplo de uso: thilb(50sin(150*π*t),t)

$x(t) = 50 \cdot \sin(150 \cdot \pi \cdot t) \quad \rightarrow X(f)$

$X(f) = 25\,[\delta(f-75) - \delta(f+75)]$

$\chi(f) = X(f) * [-j * sgn(f)]$

$\chi(f) = -25\,[\delta(f-75) + \delta(f+75)]$

7. Función Rect

Comando de referencia: rect()
Datos requeridos: Amplitud, argumento.
Función: Genera una aproximación de la función rect(). Además, calcula sus puntos de interés para ser graficada.
Ejemplo de uso: rect(10,200)

[uso]: a*rect(b*t)=rect(a,b)

OK

[uso]: a*rect(b*t)=rect(a,b)

10· "· rect(" 200 *t)

Amplitud maxima del escalón: 10

Valor inicial en el tiempo:

$To = -0.5 * \frac{1}{200} = \frac{-1}{400}$

Valor final en el tiempo:

$Tf = 0.5 * \frac{1}{200} = \frac{1}{400}$

```
          10
        ______
        |         |
        |         |
____              ____
```

$$To=\frac{-1}{400} \qquad Tf=\frac{1}{400}$$

8. Función Triang

Comando de referencia: triang()
Datos requeridos: Amplitud, argumento.
Función: Genera una aproximación de la función triang(). Además, calcula sus puntos de interés para ser graficada.
Ejemplo de uso: triang(20,100)

[uso]: a*triang(b*t)=triang(a,b)

OK

[uso]: a*triang(b*t)=triang(a,b)

20 *triang(100 *t)

Amplitud maxima: 20

Valor inicial en el tiempo:

$$To = \frac{-1}{100}$$

Valor final en el tiempo:

$$Tf = \frac{1}{100}$$

```
              20
              /\
             /  \
            /    \
______              ______
```

$$To=\frac{-1}{100} \qquad Tf=\frac{1}{100}$$

9. Función Sinc

Comando de referencia: sinc()
Datos requeridos: Amplitud, argumento.
Función: Genera una aproximación de la función sinc(). Además, calcula sus puntos de interés para ser graficada.
Ejemplo de uso: sinc(5,80)

[uso]: a*sinc(b*t)=sinc(a,b)

OK

[uso]: a*sinc(b*t)=sinc(a,b)

5 *sinc(80 *t)

Amplitud maxima: 5

Valor inicial en el tiempo:

To = -40

Valor final en el tiempo:

Tf = 40

```
              5
              ∩
             /  \
      ∩    /      \    ∩
    / V   V         V   V \
```

$$\left[\frac{-3}{80} \quad \frac{-1}{40} \quad \frac{-1}{80} \quad 0 \quad \frac{1}{80} \quad \frac{1}{40} \quad \frac{3}{80}\right]$$

10. Coeficientes de Fourier

Comando de referencia: cofur()
Datos requeridos: Función, amplitud, frecuencia/velocidad angular, Símbolo para diferenciar entre frecuencia y velocidad angular (“f”/”w”).
Función: Calcula los coeficientes de Fourier de una función en el tiempo con amplitud, y frecuencia o velocidad angular dada.
Ejemplo de uso: cofur(sin(200*π*t),1,100,"f")

[uso]: cofur(fun,amp,frec/ω,f/w)

ωo = 2*π*f= 2*π*100 = $200\cdot\pi$

A = 1

$$To = \frac{1}{100}$$

------

a0 = (A/To)int(To/2,0){f(t)}dt

$$a0 = \frac{1}{\pi}$$

an = (A*2/To)int(To/2,0){f(t)*cos(nωt}dt

$$an = \left(\frac{1}{2\cdot(n+1)\cdot\pi}-\frac{1}{2\cdot(n-1)\cdot\pi}\right)\cdot\cos(n\cdot\pi)+\frac{1}{2\cdot(n+1)\cdot\pi}-\frac{1}{2\cdot(n-1)\cdot\pi}$$

bn = (A*2/To)int(To/2,0){f(t)*sin(nωt}dt

$$bn = \left(\frac{1}{2\cdot(n+1)\cdot\pi}-\frac{1}{2\cdot(n-1)\cdot\pi}\right)\cdot\sin(n\cdot\pi)$$

V. CONCLUSIÓN

La calculadora programable TI NSPIRE CX CAS, es una herramienta muy útil para todo tipo de aplicaciones de ingeniería, nos permite ahorrarnos procesos mecánicos y repetitivos con el fin de poder profundizar en otros aspectos del aprendizaje.

Conocer sobre sus funcionalidades y además ser capaz de generar funciones propias, facilita en gran medida el aprendizaje de conocimiento constructivo y afianza los conocimientos en el proceso de desarrollo del algoritmo.

VI. REFERENCIAS

Education.ti.com. 2022. [En línea] Disponible en: <https://education.ti.com/~/media/283628AEA70F4437B812DE07EA74D11F> [Acedido 11 Julio de 2022]

CONCLUSIÓN

Teniendo en cuenta todos los resultados que se han mostrado durante el presente portafolio de trabajo, a continuación, se establecerán las conclusiones finales de esta experiencia desarrollando las diferentes practicas propuestas durante el curso.

1. **OCTAVE resulta ser uno del software óptimos y fáciles de usar por lo cual la utilización de este resulta muy útil al momento de graficar los ejercicios propuestos**
2. **Es de primera importancia realizar este tipo de trabajos porque es muy útil tener todo digitalizado. Especialmente, porque le brinda al estudiante la oportunidad de tener a la mano todos los ejercicios realizados durante el curso de manera rápida y eficiente.**
3. **Un portafolio de trabajo es primordial para cada materia ya que sirve como evidencia de lo que se realizó.**
4. **La programación es una de las mejores herramientas del ingeniero eléctrico por lo cual la ayuda de herramientas como la calculadora Texas Instruments es de vital importancia para todo profesional de la ingeniería.**